

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO  
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA,  
INFORMÁTICA Y MECÁNICA  
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ELÉCTRICA



**TESIS**

**OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO DE LA MAQUINA SÍNCRONA CON IMANES  
PERMANENTES EN FORMA DE V DENTRO DEL ROTOR CON POTENCIA  
MÁXIMA DE 1.7 kW MEDIANTE ALGORITMOS METAHEURISTICOS  
PARA REDUCIR ONDULACIONES DE TORQUE**

**PRESENTADO POR:**

Br. IVAN SANTIAGO MEDRANO LUNA

**PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE  
INGENIERO ELECTRICISTA**

**ASESOR:**

Dr. WILLY MORALES ALARCON

CUSCO – PERÚ

2024

## INFORME DE ORIGINALIDAD

(Aprobado por Resolución Nro.CU-303-2020-UNSAAC)

El que suscribe, asesor del trabajo de investigación/tesis titulada: **“OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO DE LA MAQUINA SÍNCRONA CON IMANES PERMANENTES EN FORMA DE V DENTRO DEL ROTOR CON POTENCIA MÁXIMA DE 1.7 kW MEDIANTE ALGORITMOS METAHEURÍSTICOS PARA REDUCIR ONDULACIONES DE TORQUE”**, presentado por el Bachiller Br. Iván Santiago Medrano Luna, con DNI Nro. 71490359, para optar el Título Profesional/grado académico de **INGENIERO ELECTRICISTA**.

Informo que el trabajo de investigación ha sido sometido a revisión por 2 veces, mediante el Software Antiplagio, conforme al Art. 6° del Reglamento para Uso de Sistema Antiplagio de la UNSAAC y de la evaluación de originalidad se tiene un porcentaje de **09 %**

**Evaluación y acciones del reporte de coincidencia para trabajos de investigación conducentes a grado académico o título profesional, tesis**

Porcentaje	Evaluación y acciones.	Marque con una X
Del 1 al 10 %	No se considera plagio.	<b>X</b>
Del 11 al 30%	Devolver al usuario para las correcciones.	
Mayores a 31 %	El responsable de la revisión del documento emite un informe al inmediato jerárquico, quien a su vez eleva el informe a la autoridad académica para que tome las acciones correspondientes. Sin perjuicio de las sanciones administrativas que correspondan de acuerdo a ley.	

Por tanto, en mi condición de asesor, firmo el presente informe en señal de conformidad y **adjunto** la primera hoja del reporte del Sistema Antiplagio.

Cusco, 29 de noviembre de 2024

Atentamente,

Ing. Willy Morales Alarcón

DNI: 23854222

Docente de la Escuela Profesional de Ingeniería Eléctrica

ORCID del Asesor: 0000-0002-0956-6815

Se adjunta:

1. Reporte Generado por el sistema Antiplagio
2. Enlace del Reporte Generado por el Sistema Antiplagio: **oid:::27259:410522089**

# Iván Santiago Medrano Luna

## tesis\_version\_1\_VOLUMEN\_\_despues\_de\_sustentar 29 noviembre.pdf

 Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco

### Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::27259:410522089

289 Páginas

Fecha de entrega

29 nov 2024, 1:21 p.m. GMT-5

44,556 Palabras

Fecha de descarga

29 nov 2024, 1:28 p.m. GMT-5

236,347 Caracteres

Nombre de archivo

tesis\_version\_1\_VOLUMEN\_\_despues\_de\_sustentar 29 noviembre.pdf

Tamaño de archivo

4.3 MB




# 9% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

## Filtrado desde el informe



- Bibliografía
- Texto citado
- Texto mencionado
- Coincidencias menores (menos de 10 palabras)

## Fuentes principales

- 6%  Fuentes de Internet
- 1%  Publicaciones
- 5%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

## Marcas de integridad

### N.º de alertas de integridad para revisión

-  **Caracteres reemplazados**  
377 caracteres sospechosos en N.º de páginas  
Las letras son intercambiadas por caracteres similares de otro alfabeto.
-  **Texto oculto**  
1 caracteres sospechosos en N.º de página  
El texto es alterado para mezclarse con el fondo blanco del documento.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

# Acrónimos

PMSM: Permanent Magnet Synchronous Machine (Maquina síncrona de imán permanente)

IPMSM: Interior Permanent Magnet Synchronous Machine (Maquina síncrona con imanes permanente en el interior del rotor)

PSO: Particle Swarm Optimization (Optimización por enjambre de partículas)

GWO: Grey Wolf Optimization (Optimización por el lobo gris)

FEMM: Finite Element Method Magnetics (Metodo de elementos finitos aplicado a magnetismo)

FEM: Finite elementh method (Metodo de Elementos finitos)

**A**: Campo de potencial magnético vectorial

**V**: Campo de potencial eléctrico

$\phi$ : Flujo magnético

$\phi_{11}$ : Flujo que enlaza la bobina 1 debido a la corriente 1

$\phi_{12}$ : Flujo que enlaza la bobina 1 debido a la corriente 2

$\lambda$ : Flujo magnético enlazado por una bobina

$L$ : Inductancia Propia

$L_{11}$ : Inductancia de la bobina 1 producida por la corriente de la bobina 1

$L_{12}$ : Inductancia de la bobina 1 producida por la corriente de la bobina 2

$R$ : Reluctancia

$R_m$ : Reluctancia del imán permanente

FMM, MMF: Fuerza Magneto Motriz

$W$ : Energía

$W_c$ : Co Energía

$P_m$ : Potencia mecanica

$K_e$ : Constante de fuerza contra electromotriz

FCEM: Fuerza contra electro motriz

CPSR: constant power speed ratio (Razon de potencia )

# Dedicatoria

---

A Dios, por ser mi guía y fortaleza en cada paso de este camino, por iluminar mi vida con su sabiduría y amor incondicional.

A mi familia, por su apoyo constante, su paciencia infinita y su amor inquebrantable. Su presencia y confianza me han dado el ánimo necesario para seguir adelante y alcanzar mis metas.

# Agradecimientos

---

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a mis padres, quienes han sido mi fuente inagotable de apoyo, inspiración y fortaleza a lo largo de mi vida. Gracias por creer en mí, por brindarme su amor incondicional y por enseñarme el valor del esfuerzo y la perseverancia. Sin ustedes, este logro no habría sido posible. Sus consejos, paciencia y sacrificios han sido fundamentales para que pueda llegar a este momento. Esta tesis es tanto mía como suya, y les dedico este logro con todo mi corazón.



# Resumen

---

Este estudio se centra en el diseño y optimización de una máquina síncrona con imanes permanentes en forma de V para aplicaciones de hasta 1.7 kW. El diseño inicial utiliza un modelo preliminar basado en parámetros estándar, considerando geometría, materiales y un análisis detallado mediante elementos finitos para evaluar aspectos como el flujo magnético, la disposición de los imanes y el comportamiento electromagnético. Esto permite ajustes que mejoran la eficiencia y aseguran el cumplimiento de restricciones térmicas y estructurales.

Posteriormente, se aplican algoritmos metaheurísticos como Particle Swarm Optimization (PSO) y Grey Wolf Optimization (GWO) para minimizar las ondulaciones de torque, mejorando el rendimiento al reducir vibraciones, ruido y pérdida de eficiencia. La metodología combina análisis técnico y optimización para lograr un diseño eficiente y práctico. Así como también el uso de python y Matlab para realizar la optimización de una manera iterativa y así alcanzar los objetivos propuestos.

El enfoque demuestra ser efectivo para desarrollar máquinas de alto rendimiento, alineadas con los objetivos de ingeniería eléctrica y la innovación en el sector.

Palabras clave: diseño, máquinas eléctricas, metaheurística, elementos finitos.

# Abstract

---

This study focuses on the design and optimization of a synchronous machine with V-shaped permanent magnets within the rotor, targeting applications up to 1.7 kW. The initial design employs a preliminary model based on standard parameters, considering geometry, materials, and a detailed finite element analysis to evaluate aspects such as magnetic flux, magnet arrangement, and electromagnetic behavior. This approach allows for adjustments that improve efficiency while ensuring compliance with thermal and structural constraints.

Subsequently, metaheuristic algorithms such as Particle Swarm Optimization (PSO) and Grey Wolf Optimization (GWO) are applied to minimize torque ripple, enhancing performance by reducing vibrations, noise, and efficiency losses. The methodology integrates technical analysis and optimization to achieve an efficient and practical design. Additionally, Python and MATLAB are utilized to perform iterative optimization, effectively reaching the proposed objectives.

This approach has proven effective for developing high-performance machines aligned with electrical engineering objectives and innovation in the field.

Keywords: design, electrical machines, metaheuristics, finite element analysis.

# Índice general

<b>Lista de Tablas</b>	<b>XIV</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>XIX</b>
<b>1. Aspectos generales.</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción . . . . .	1
1.2. Marco referencial . . . . .	3
1.2.1. Título . . . . .	3
1.2.2. Opción de titulación . . . . .	3
1.2.3. Responsable . . . . .	3
1.2.4. Ámbito Geográfico . . . . .	4
1.3. Planteamiento del problema . . . . .	4
1.3.1. Descripción del problema . . . . .	4
1.4. Formulación del problema . . . . .	5
1.4.1. Problema general . . . . .	5
1.4.2. Problemas específicos . . . . .	5

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	IX
1.5. Objetivos . . . . .	6
1.5.1. Objetivos específicos . . . . .	6
1.6. Hipótesis . . . . .	6
1.7. Justificación del estudio . . . . .	7
1.8. Alcances . . . . .	8
1.9. Limitantes . . . . .	9
1.10. Metodología de la investigación . . . . .	9
1.10.1. Tipo de investigación . . . . .	9
1.10.2. Nivel de investigación . . . . .	10
1.10.3. Diseño de la investigación . . . . .	10
1.10.4. Población y muestra . . . . .	10
1.11. Técnicas e instrumentos de recolección de datos . . . . .	11
1.11.1. Técnicas de recolección de datos . . . . .	11
1.11.2. Procesamiento de datos . . . . .	11
1.12. Matriz de consistencia . . . . .	12
1.13. Operacionalización de variables . . . . .	13
<b>2. Marco teórico.</b>	<b>14</b>
2.1. Antecedentes bibliográficos . . . . .	14
2.2. Principios electromagnéticos . . . . .	20
2.2.1. Campo de densidad de corriente . . . . .	22

2.2.2.	Campo de densidad de flujo magnetico . . . . .	23
2.2.3.	Campo potencial magnético vectorial . . . . .	24
2.2.4.	Intensidad del campo magnético . . . . .	25
2.2.5.	Fuerza eléctrica específica, campo eléctrico . . . . .	26
2.2.6.	Voltaje eléctrico y fuerza electromotriz . . . . .	29
2.2.7.	Vector de Poynting . . . . .	30
2.2.8.	Tensor de tensión de Maxwell . . . . .	31
2.2.9.	Resumen de las ecuaciones fundamentales . . . . .	34
2.3.	Teoría de imanes permanentes . . . . .	37
<b>3.</b>	<b>Principios básicos del método de elementos finitos</b>	<b>44</b>
3.1.	Problemas de campo con condiciones de contorno . . . . .	45
3.2.	Condiciones de contorno . . . . .	46
3.3.	Método clásico para la solución del problema de campo. . . . .	48
3.4.	Método de elementos finitos . . . . .	50
3.4.1.	Dominio de la partición . . . . .	50
3.4.2.	Elección de las funciones de interpolación . . . . .	51
<b>4.</b>	<b>Relaciones eléctricas y mecánicas</b>	<b>52</b>
4.1.	Enlaces de flujo e inductancias . . . . .	52
4.1.1.	Inductancia propia . . . . .	52

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	XI
4.1.2. Inductancia mutua . . . . .	54
4.1.3. Flujo mutuo debido a imanes permanentes . . . . .	57
4.1.4. Tensión inducida . . . . .	58
4.2. Energía y coenergía . . . . .	60
4.2.1. Energía y coenergía en sistema de excitación simple . . . . .	60
4.3. Energía y coenergía en sistemas doblemente excitadas . . . . .	63
4.4. Coenergía en presencia de un imán permanente . . . . .	64
4.5. Fuerza, torque y potencia . . . . .	64
4.5.1. El Torque desde una Perspectiva Macroscópica . . . . .	66
<b>5. Máquina síncrona</b>	<b>69</b>
5.1. Principio de trabajo . . . . .	69
5.1.1. Efecto de la carga en el motor síncrono . . . . .	70
5.1.2. Clasificación según la aplicación . . . . .	73
5.1.3. Aplicaciones Industriales . . . . .	74
5.1.4. Aplicaciones Especiales . . . . .	74
5.2. Clasificación según el Tipo de Generación . . . . .	74
5.2.1. Generación Convencional . . . . .	74
5.2.2. Generación Renovable . . . . .	75
5.3. Clasificación según el Uso Específico . . . . .	75
5.3.1. Motores Eléctricos . . . . .	75

5.3.2. Bombas . . . . .	75
<b>6. Procedimiento de diseño</b>	<b>76</b>
6.1. Diseño de MSIPIR . . . . .	77
6.1.1. Calculo del valor de $K_e$ . . . . .	77
6.1.2. Tipo de enrollamiento . . . . .	79
6.1.3. Diseño magnetico . . . . .	87
6.1.4. Calculo de conductores . . . . .	107
6.1.5. Calculo del área de ranura basado en el factor de llenado . . . . .	107
6.1.6. Cálculos finales del dimensionamiento del estator . . . . .	108
6.1.7. Resistencia en los enrollamiento . . . . .	110
6.2. Actualización y sintonización de las variables de diseño . . . . .	111
<b>7. Simulación por elementos finitos</b>	<b>113</b>
7.1. Simulación en elementos finitos . . . . .	113
7.2. Método de los tensores . . . . .	114
7.3. Proceso de simulación . . . . .	118
7.4. Elaboracion de interfaz . . . . .	119
<b>8. Algoritmos de optimización</b>	<b>122</b>
8.1. Optimización por enjambre de (PSO) . . . . .	122
8.2. Método de optimización lobo plomo (GWO) . . . . .	125

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	XIII
8.2.1. Desarrollo del algoritmo . . . . .	126
8.3. Procedimiento para calculo de los objetivos de optimización . . . . .	127
<b>9. Resultados iniciales y del proceso de optimización</b>	<b>129</b>
9.1. Evaluación de la maquina inicial . . . . .	129
9.2. Evaluación de la maquina final . . . . .	131
9.3. Validación del método utilizado . . . . .	137
<b>10. Conclusiones</b>	<b>144</b>
<b>11. Sugerencias</b>	<b>146</b>
<b>A. Implementación de diseño de maquinas</b>	<b>149</b>
A.1. Código principal para diseño de maquinas . . . . .	149
A.2. Funciones dependientes del codigo principal de diseño de maquinas . . . .	197
<b>B. Implementación del método de los tensores</b>	<b>201</b>
B.1. Codigo principal para llamar a el metodo de los tensores . . . . .	201
B.2. Método de los tensores . . . . .	207
<b>Bibliografía</b>	<b>251</b>



# Índice de cuadros

1.1. Matriz de consistencia . . . . .	12
1.2. Matriz de Operacionalización de Variables . . . . .	13
2.1. Desempenho dos parâmetros da máquina <a href="#">Song et al. (2019)</a> ; <a href="#">Hwang et al. (2018)</a> . . . . .	19
9.1. Tabla de dimensiones de la maquina inicial y final - elaboración propia .	132
9.2. Tabla de objetivos de optimización, comparando maquina inicial y final - elaboración propia . . . . .	133

# Índice de figuras

2.1. Clasificación de maquinas síncronas . . . . .	16
2.2. Modelos de topología del rotor a) V, b) U, c) Doble V, d) Delta, e) Doble tangencial <a href="#">Song et al. (2019)</a> . . . . .	17
2.3. Comparación de torque y potencia versus velocidad <a href="#">Husain et al. (2022)</a> .	18
2.4. Diagrama vectorial de la circulacion de corriente en un conductor <a href="#">Bianchi et al. (2009)</a> . . . . .	22
2.5. Cálculo de la fuerza magnética mediante el tensor de tensión de Maxwell <a href="#">Krings &amp; Monissen (2020)</a> . . . . .	32
2.6. Casos particulares del cálculo de la fuerza magnética mediante el Tensor de Maxwell <a href="#">Vagati et al. (1992)</a> . . . . .	34
2.7. Campo magnético resultante del flujo de corriente en una bobina. . . . .	37
2.8. Capas electrónicas en un átomo de hierro <a href="#">Physics Stack Exchange (2015)</a> . . . . .	38
2.9. Inducción magnética – flujo ( $\Phi$ ) . . . . .	39
2.10. Curva de magnetización <a href="#">Ingtelecto (2024)</a> . . . . .	39
2.11. Electroimán con núcleo de hierro <a href="#">Arnold Magnetic Technologies (2015)</a> . . . . .	40

2.12. Espacio en el electroimán y muestra de prueba <a href="#">Arnold Magnetic Technologies (2015)</a> . . . . .	40
2.13. Bucle de histéresis <a href="#">Cestriom (2024)</a> . . . . .	41
2.14. Influencia de entre hierro. . . . .	43
2.15. $B_d$ (densidad de flujo) frente al tamaño del espacio de aire <a href="#">Ingtelecto (2024)</a> . . . . .	43
3.1. Elementos para la partición del dominio <a href="#">Bianchi &amp; Pré (2006)</a> . . . . .	51
4.1. Estructura magnética mono excitada y su modelo de circuito magnético <a href="#">HANSELMAN (2006)</a> . . . . .	54
4.2. Estructura magnética doblemente excitada y su modelo de circuito magnético <a href="#">HANSELMAN (2006)</a> . . . . .	55
4.3. Estructura magnética que contiene un imán y una bobina <a href="#">HANSELMAN (2006)</a> . . . . .	57
4.4. Gráfico de energía y coenergía <a href="#">J.R. HENDERSHOT (2009)</a> . . . . .	62
5.1. Representación del principio de funcionamiento con par inicial - <a href="#">Sahdev (2018)</a> . . . . .	71
5.2. Motor síncrono en vacío (condición ideal) - <a href="#">Sahdev (2018)</a> . . . . .	71
5.3. Motor síncrono en vacío (considerando pérdidas - <a href="#">Sahdev (2018)</a> , <a href="#">Kirtley Jr et al. (1998)</a> ) . . . . .	72
5.4. Motor síncrono bajo carga mecánica <a href="#">Sahdev (2018)</a> , <a href="#">Kirtley Jr et al. (1998)</a> . . . . .	72
6.1. Factor de bobinado para armónico fundamental de diferentes combinaciones de polo y ranura <a href="#">Farshadnia et al. (2017)</a> . . . . .	82

6.2. Diagrama de enrollamiento en formato diamante - elaboración propia . . .	84
6.3. Medidas estimadas del estator - elaboración propia . . . . .	98
6.4. Curva padrón de desmagnetizaron de un imán permanente - <a href="#">J.R. HENDERSHOT (2009)</a> . . . . .	103
6.5. Dimensiones del imán - elaboración propia . . . . .	104
6.6. Dimensiones del rotor - elaboración propia . . . . .	106
6.7. Dimensiones del enrollamiento - elaboración propia . . . . .	111
7.1. Aspectos principales del software de elementos finitos - elaboración propia (FEMM) . . . . .	114
7.2. Fuerza contra electromotriz en vacío, utilizando método convencional y método de los tensores - elaboración propia . . . . .	115
7.3. Interfaz para valores de entrada del proceso de diseño - elaboración propia	120
7.4. Resultados del proceso de diseño - elaboración propia . . . . .	121
8.1. Diagrama de flujo para el algoritmo PSO - elaboración propia. . . . .	124
8.2. Comportamiento del algoritmo de optimización GWO - GREY Wolf Optimizer Advances in Engineering Software . . . . .	127
8.3. Diagrama de flujo para calculo de los objetivos de optimización - elaboración propia . . . . .	128
9.1. Distribución de densidad de flujo de la maquina inicial - elaboración propia	130
9.6. Torque por reluctancia de la maquina incial - elaboración propia . . . . .	130

9.2. Fuerza contra electromotriz y corriente de la maquina inicial - elaboración propia . . . . .	131
9.3. Torque de la maquina inicial - elaboración propia . . . . .	132
9.4. Inductancia propia con corriente y sin corriente - elaboración propia . . .	133
9.5. Inductancia mutua con corriente y sin corriente - elaboración propia . . .	134
9.7. Fuerza contra electromotriz de la maquina final y corriente aplicada - elaboración propia . . . . .	135
9.8. Torque total de la maquina final - elaboración propia . . . . .	135
9.9. Inductancia propia con corriente y sin corriente - elaboración propia . . .	135
9.10. Inductancia mutua con corriente y sin corriente - elaboración propia . . .	136
9.11. Torque por reluctancia de la maquina final - elaboración propia . . . . .	136
9.12. Comparativo de perfil de torque de la maquina inicial y final - elaboración propia . . . . .	136
9.13. Distribución de densidad de flujo de la maquina final - elaboración propia	137
9.14. Curva de fuerza contra electromotriz extraídas del osciloscopio Tektronic	138
9.15. Comparativo de fuerza contra electromotriz estimada y medida - elaboración propia . . . . .	139
9.16. Comparativo de torque, mediante tensores de Maxwell y estimado - elaboración propia . . . . .	140
9.17. Rotor utilizado . . . . .	140
9.18. Lamina del rotor utilizado . . . . .	141
9.19. Maquina montada con estator . . . . .	142

9.20. Vista de carga y motor utilizado . . . . . 143

# Capítulo 1

## Aspectos generales.

### 1.1. Introducción

Las mejoras en el proceso de fabricación y en la máquina de imanes permanentes dentro del rotor tuvieron un gran impacto en la sociedad por el alto desempeño en las aplicaciones en las que eran requeridos, posibilitando una línea de motores desde la década de 1970, permitiendo además el desarrollo de modernos motores para aplicaciones electrónicas y de control [J.R. HENDERSHOT \(2009\)](#). La máquina de imanes permanentes dentro del rotor o por sus siglas en inglés (IPMSM) tiene un amplio rango de operación a potencia constante debido a la capacidad de debilitar el flujo, además de ser una opción muy atractiva para los vehículos eléctricos por lograr altas velocidades y bajos costos de fabricación [Kim & Lee \(2020\)](#).

En 1955 se propuso la máquina [Merrill \(1955\)](#) (IPMSM), resultando de bajo rendimiento, debido a los materiales utilizados en la época, pero un avance interesante fue la menor desmagnetización del imán. Tiempo después, a finales de 1970 [Binns \(1978\)](#), se planteó un estudio mucho más desarrollado con visiones industriales, que propuso el nombre de motores síncronos híbridos de imanes permanentes, como explica, es una máquina híbrida porque presenta características para el par de la máquina de reluctancia y

la máquina de imán permanente, introduciendo así esta máquina en la industria.

Teniendo en cuenta estas referencias mencionadas anteriormente, [Rahman et al. \(1985\)](#) diseñó y construyó la primera máquina de alta eficiencia con 45kW usando imanes NdBFe donde también se propuso un modelo analítico para (IPMSM).

Como el diseño de máquinas se ha vuelto más complejo en [Zhou et al. \(1994\)](#), se ha presentado un análisis de elementos finitos para resolver problemas electromagnéticos aplicados a (IPMSM) incorporando campos y circuitos acoplados, mientras que estudios de posición directa e indirecta y de dos controles de motor Sensorless (IPMSM) han sido introducidos por muchos autores, incluidos Lorentz, Sul y Rahman, desde la década de 2000.

Con el desarrollo computacional de un software de elementos finitos, se propone un trabajo de investigación para optimizar la máquina IPMSM, con el objetivo de reducir las ondulaciones de torque, torque de borde, entre otros aspectos de los cuales es necesaria una máquina para diferentes aplicaciones, tal como se estudia. en la referencia [Liang et al. \(2019\)](#) donde propone la optimización de la estructura del rotor, utilizando métodos de elementos finitos para obtener resultados y un algoritmo genético para obtener una optimización disminuyendo el par de borde y manteniendo el valor medio del par, dando como resultado un forma asimétrica del rotor.

De esta forma, también se proponen diferentes topologías para imanes sin rotor, siendo muy utilizados en vehículos eléctricos (EVs) según el estudio en referencia [Krings & Monissen \(2020\)](#) que muestra las diferentes topologías que tienen las principales marcas de vehículos eléctricos, así mostrando cualidades de cada uno.

Con la popularidad que han ido ganando los vehículos eléctricos en el mercado, se presentan nuevas topologías, como es el caso de las máquinas conocidas como multicapa que son máquinas híbridas con imán enterrado y que presentan un par por reluctancia que será utilizado, esto se mostrará más adelante en detalle, sin embargo es de gran importancia mencionar que se están desarrollando trabajos de optimización aplicados



a máquinas multicapa, como el estudio de la referencia [Shimizu \*et al.\* \(2023\)](#) donde se aplican algoritmos de optimización para aplicaciones automotrices como reducción de ondas de par, pérdidas y peso de la máquina.

Esto lleva a diferentes propuestas como en la referencia [Shimizu \(2022\)](#) para mejorar el tiempo de simulación, ya que como es sabido el software de elementos finitos requiere de un tiempo considerable para obtener resultados, por lo que se propone como modelo sustituto basado en el aprendizaje automático o también conocido como "Machine learning" que, a partir de los datos obtenidos por los elementos, se sustituye por una función y permite una gran reducción del tiempo de simulación.

## **1.2. Marco referencial**

### **1.2.1. Título**

Optimización del diseño de la maquina síncrona con imanes permanentes en forma de V dentro del rotor con potencia máxima de 1.7 kW mediante algoritmos metaheurísticos para reducir ondulaciones de torque

### **1.2.2. Opción de titulación**

Por investigación

### **1.2.3. Responsable**

Br. Ivan Santiago Medrano Luna

### 1.2.4. **Ámbito Geográfico**

En el presente trabajo de investigación se elaboro en el laboratorio de control, electrónica de potencia y maquinas eléctricas de la universidad de Sao Paulo Brasil.

## 1.3. **Planteamiento del problema**

### 1.3.1. **Descripción del problema**

En diversas aplicaciones industriales, las máquinas eléctricas utilizadas presentan un rendimiento subóptimo y están sujetas a elevados niveles de estrés mecánico. Estos problemas se atribuyen principalmente al fenómeno de las ondulaciones de torque, que generan variaciones no deseadas en el par producido por la máquina. Estas oscilaciones periódicas, originadas por la interacción entre los imanes permanentes y las ranuras del estator, provocan vibraciones mecánicas, ruido acústico y una disminución en la eficiencia operativa. La mitigación de las ondulaciones de torque es esencial para mejorar el desempeño y la durabilidad de las máquinas eléctricas en entornos industriales exigentes.

Los motores síncronos de imanes permanentes interiores (IPMSM) tienen una alta densidad de potencia y un rendimiento de control de velocidad, y son ampliamente utilizados en la industria [Xu et al. \(2007\)](#). Cuando se opera un IPMSM, los niveles más bajos de ondulación del par conducen a una salida de par estable y reducen los niveles de oscilación y el ruido del motor [Kim & Sul \(2005\)](#). Por lo tanto, los bajos niveles de ondulación del par son uno de los requisitos de diseño de los IPMSM. El problema de controlar la ondulación del par IPMSM también es uno de los temas candentes en el campo del diseño de máquinas eléctricas [Sun et al. \(2009\)](#).

Las ondulaciones de torque es causado por la interacción entre los dientes del estator y los imanes permanentes ubicados dentro del rotor. Este componente reduce significativamente los valores de par del motor, introduciendo perturbaciones acústicas, vibraciones

y estrés mecánico [Andreasson \(2004\)](#), [Balasubramanian et al. \(2023\)](#). Además, para los accionamientos eléctricos de baja velocidad, el par general generado se ve más afectado por el componente de ondulaciones de torque, porque la frecuencia del accionamiento del motor producido por el inversor o simplemente por un accionamiento directo, es del mismo orden de magnitud que la de los armónicos que producen ondulaciones de torque, lo que reduce en gran medida la precisión del Lazos de control de velocidad y posición. En el caso de los motores, los componentes armónicos de mayor frecuencia ejercen una tensión eléctrica adicional en los devanados, aumentan el calentamiento del rotor y reducen la vida útil del motor.

## 1.4. Formulación del problema

Las ondulaciones de torque son un problema en todas las maquinas eléctricas, y la maquina con imán permanente no es la excepción lo que nos permite plantear el problema general y problemas específicos.

### 1.4.1. Problema general

¿De que manera la optimización del diseño de la maquina síncrona con imán permanente en forma de V dentro del rotor con potencia máxima de  $1.7 \text{ kW}$  permite reducir las ondulaciones de torque?

### 1.4.2. Problemas específicos

1. ¿Cuan útil es el software FEMM de elementos finitos permite simular el motor de imán permanente para diferentes topologías?
2. ¿La aplicación de algoritmos metaheurísticos PSO y GWO permite encontrar una solución óptima local para la simulación por elementos finitos de la maquina de

imán permanente?

3. ¿El método analítico adoptado para el dimensionamiento inicial de la maquina es capaz de dimensionar una maquina que cumpla con las restricciones iniciales de diseño?

## 1.5. Objetivos

Optimizar del diseño de la maquina síncrona con imanes permanentes en forma de V dentro del rotor con potencia máxima de 1.7  $kW$  mediante algoritmos metaheurísticos para reducir ondulaciones de torque.

### 1.5.1. Objetivos específicos

1. Utilizar el software FEMM de elementos finitos de uso libre para simular la maquina de iman permanente en el interior del rotor
2. Aplicar los algoritmos metaheurísticos PSO y GWO para encontrar una solución óptima y permitir la reducción de ondulaciones de torque
3. El método analítico adoptado para el dimensionamiento inicial de la máquina es capaz de dimensionar una máquina que cumple con las restricciones iniciales de diseño

## 1.6. Hipótesis

Es posible optimizar del diseño de la maquina síncrona con imanes permanentes en forma de V dentro del rotor con potencia máxima de 1.7  $kW$  mediante algoritmos metaheurísticos para reducir ondulaciones de torque

1. Si se utiliza el software FEMM de elementos finitos entonces se podrá simular la maquina síncrona de imán permanente en el interior del rotor
2. Los algoritmos metaheurísticos PSO y GWO utilizados nos permitirán obtener una solución óptima local para reducir las ondulaciones de torque
3. El método analítico adoptado para el dimensionamiento inicial de la máquina permite obtener un diseño que cumple con las restricciones iniciales de diseño establecidas.

## 1.7. Justificación del estudio

Las máquinas síncronas con imanes permanentes interiores (IPMSM) son ampliamente utilizadas debido a su alta eficiencia, densidad de potencia y capacidad de operación a altas velocidades. Sin embargo, un problema significativo que afecta su desempeño es la ondulación de torque. Este fenómeno es una variación no deseada en el torque generado por la máquina, que puede tener varias consecuencias negativas:

**Vibraciones y ruido:** Las ondulaciones de torque generan vibraciones mecánicas y ruido acústico, lo que compromete la comodidad y la vida útil de los equipos en aplicaciones como vehículos eléctricos o electrodomésticos de alta eficiencia.

**Desgaste mecánico:** Estas variaciones incrementan el estrés mecánico en componentes como rodamientos y engranajes, lo que puede derivar en fallos prematuros y mayores costos de mantenimiento.

**Pérdida de eficiencia:** Las fluctuaciones en el torque pueden disminuir la eficiencia energética de la máquina, incrementando el consumo eléctrico y reduciendo su rendimiento general.

**Control de precisión:** En aplicaciones que requieren un control de posición y velocidad preciso, como en la robótica o los sistemas de automatización industrial, la ondulación de torque interfiere con la estabilidad del sistema y la calidad del control, afectando el

desempeño.

Por lo tanto, investigar la reducción de la ondulación de torque en las IPMSM es esencial para mejorar su rendimiento general, permitiendo que estas máquinas operen con mayor suavidad y eficiencia. Esto es crucial en un mundo cada vez más enfocado en la electrificación del transporte, donde la eficiencia energética y la fiabilidad son fundamentales. Además, la optimización del diseño de la IPMSM mediante algoritmos metaheurísticos ofrece una solución innovadora, ya que estas técnicas permiten explorar una amplia gama de configuraciones de diseño para encontrar soluciones óptimas, reduciendo las ondulaciones de torque sin comprometer otras características de la máquina, como su potencia o velocidad operativa.

En resumen, este estudio no solo aborda un problema técnico de gran relevancia, sino que también tiene un impacto directo en la mejora de las aplicaciones industriales, energéticas y del transporte, contribuyendo al desarrollo de tecnologías más eficientes, silenciosas y duraderas.

## **1.8. Alcances**

El alcance de esta tesis incluye la optimización del diseño de una máquina síncrona con imanes permanentes de hasta 1.7 kW mediante el uso de algoritmos metaheurísticos, con un enfoque en la minimización de las ondulaciones de torque. Se llevará a cabo un análisis detallado de la geometría del rotor y la disposición de los imanes para identificar configuraciones óptimas que equilibren la reducción de ondulaciones con las limitaciones estructurales.

## 1.9. Limitantes

- El análisis térmico, que incluye la evaluación de las pérdidas térmicas y la gestión del calor en la máquina, no se considera en este trabajo ya que se enfoca principalmente en el rendimiento electromagnético y mecánico de la máquina. Este análisis requeriría un enfoque especializado que sale de los objetivos establecidos.
- La validación experimental de la máquina optimizada no se aborda en este trabajo. Aunque es crucial para confirmar los resultados teóricos y de simulación, este análisis experimental se excluye para mantener el alcance dentro de las limitaciones temporales y de recursos del proyecto.
- La optimización en este trabajo se limita exclusivamente al material ferromagnético del núcleo de la máquina. No se considera la cantidad de conductores ni el tipo de enrollamiento, ya que estos factores afectarían significativamente la geometría de la máquina, pudiendo resultar en un diámetro externo excesivo. Esto podría llevar a resultados de optimización que no sean coherentes con las especificaciones prácticas y los objetivos del proyecto.

## 1.10. Metodología de la investigación

### 1.10.1. Tipo de investigación

Este tipo de investigación es CUANTITATIVA, ya que se centra en la estimación y cálculo de parámetros específicos, como las ondulaciones de torque, utilizando métodos numéricos y simulaciones para optimizar el diseño de la máquina síncrona. La investigación se caracteriza por su objetividad, al aplicar algoritmos metaheurísticos para obtener resultados precisos y replicables, y está orientada a la obtención de mejoras cuantificables en el perfil de torque producido por la maquina.

### 1.10.2. Nivel de investigación

El nivel de investigación es EXPLICATIVO, ya que busca establecer las relaciones causales entre las variables involucradas, específicamente la influencia de la geometría del rotor y la disposición de los imanes en la minimización de las ondulaciones de torque. El estudio profundiza en cómo estos factores interactúan para optimizar el diseño de la máquina, proporcionando una comprensión detallada de los mecanismos subyacentes que afectan su rendimiento.

### 1.10.3. Diseño de la investigación

El diseño de investigación que se utiliza es NO EXPERIMENTAL porque no se manipulan directamente las variables en un entorno controlado, sino que se analiza el efecto de las variables independientes, como la geometría del rotor y la disposición de los imanes, a través de simulaciones computacionales. Este enfoque permite observar y medir el impacto en la variable dependiente, como la ondulación de torque y la eficiencia de la máquina, sin intervención directa. Además, se podría considerar transversal, ya que se recolectan y analizan datos en un único punto en el tiempo para evaluar las relaciones entre las variables bajo estudio.

### 1.10.4. Población y muestra

- Población: se refiere a todos los tipos de máquinas síncronas que existen, abarcando una amplia variedad de configuraciones y aplicaciones. Este conjunto incluye tanto máquinas con diferentes tipos de imanes y geometrías de rotor como aquellas diseñadas para diversas potencias y entornos operativos.
- Muestra: En este trabajo de investigación, se enfoca específicamente en un subconjunto mucho más reducido y especializado: máquinas síncronas con imanes permanentes dispuestos en el interior del rotor en forma de V. Este tipo particular de



máquina ha sido seleccionado debido a su relevancia para aplicaciones que requieren una alta eficiencia y minimización de ondulaciones de torque, que son aspectos críticos en el rendimiento y estabilidad operativa.

## **1.11. Técnicas e instrumentos de recolección de datos**

### **1.11.1. Técnicas de recolección de datos**

Análisis documental: La información utilizada en este estudio se ha recopilado a través de la consulta de papers, tesis y libros especializados encontrados en la literatura científica relacionada con el diseño y optimización de máquinas síncronas con imanes permanentes. Además, se ha utilizado el método de elementos finitos (FEM), basado en métodos matemáticos bien consolidados, para simular y analizar el comportamiento electromagnético de las configuraciones estudiadas, permitiendo validar los resultados obtenidos en las simulaciones.

### **1.11.2. Procesamiento de datos**

El procesamiento de datos se lleva a cabo en varias etapas. En primer lugar, mediante el software Python se extrae un modelo de máquina inicial, que luego es sometido a la simulación de elementos finitos (FEM) para obtener los parámetros estimados del sistema. Posteriormente, se realiza un postprocesamiento utilizando MATLAB con el fin de estimar el perfil de torque producido por la máquina. Finalmente, los datos obtenidos entran en un procesamiento paralelo para aplicar la metaheurística, lo que permite optimizar el diseño de la máquina en función de los parámetros establecidos.

1.12. Matriz de consistencia

PROBLEMA GENERAL	OBJETIVO GENERAL	HIPOTESIS GENERAL	VARIABLES DE ESTUDIO	METODOLOGIA	POBLACION Y MUESTRA
¿De qué manera la optimización del diseño de la máquina sincrónica con imanes permanentes en forma de V dentro del rotor, con potencia máxima de 1,7 KW mediante algoritmos metaheurísticos tolera la reducción de ondulaciones del torque ?	Optimizar el diseño de la máquina sincrónica con imanes permanentes en forma de V dentro del rotor, con potencia máxima de 1,7 KW mediante algoritmos metaheurísticos para reducir ondulaciones de torque.	Es posible optimizar el diseño de la máquina sincrónica con imanes permanentes en forma de V dentro del rotor, con potencia máxima de 1,7 KW mediante algoritmos metaheurísticos para reducir ondulaciones de torque.	Variable independiente Optimización del diseño de la máquina sincrónica  Indicadores de la variable independiente: - Parámetros de diseño: - largo del iman - ancho del iman - angulo V - ancho de ranura - area de slot - estator yoke  Variable dependiente	Tipo de investigación: Aplicada, Cuantitativa.  Cuantitativa: Nivel de investigación Explicativo  El diseño de investigación que se utiliza es EXPERIMENTAL porque se manipulan directamente las variables, se analiza el efecto de las variables dependientes realizadas en simulaciones computacionales.	Población: La población del presente trabajo de investigación se comprende en máquinas sincronas en general.  Muestra: La muestra de la investigación viene a ser el la máquina sincrónica con imán permanente en forma de V dentro del rotor.
PROBLEMAS ESPECIFICOS	OBJETIVOS ESPECIFICOS	HIPOTESIS ESPECIFICOS	Variable dependiente		
¿Cuán útil el software FEMM de elementos finitos de uso libre permite simular la máquina sincrónica de imán permanente en el interior del rotor.?	Utilizar el software FEMM de elementos finitos de uso libre para simular la máquina sincrónica de imán permanente en el interior del rotor.	Si es utilizado el software FEMM de elementos finitos de uso libre, permitirá simular la máquina sincrónica de imán permanente en el interior del rotor.	Ondulaciones de torque.  Indicadores de la variable dependiente: - Amplitud de la ondulación de torque.		
¿Cómo la aplicación de los algoritmos metaheurísticos PSO y GWO permite encontrar una solución óptima local para reducir las ondulaciones de torque?	Aplicar los algoritmos metaheurísticos PSO y GWO, para encontrar una solución óptima local y de esa manera reducir las ondulaciones de torque.	Aplicar los algoritmos metaheurísticos PSO y GWO permite encontrar una solución óptima local, lo que reduce las ondulaciones de torque.			
¿Cuál es la efectividad del método analítico adoptado para el dimensionamiento inicial de la máquina en cumplir con las restricciones iniciales de diseño?	Analizar el método analítico adoptado para el dimensionamiento inicial de la máquina que sea capaz de dimensionar una máquina que cumpla con las restricciones iniciales de diseño.	El método analítico adoptado para el dimensionamiento inicial de la máquina es capaz de dimensionar una máquina que cumpla con las restricciones iniciales de diseño.			

Cuadro 1.1: Matriz de consistencia

### 1.13. Operacionalización de variables

Variable	Tipo de variable	Definición conceptual	Dimensiones	Indicadores	Método de medición	Unidad de medida
Ondulación de torque	Dependiente	Las ondulaciones de torque, son variaciones no deseadas en el par generado por una máquina eléctrica, que ocurren de forma periódica durante su operación. Producidos por la interacción entre los imanes y las ranuras del estator. Estas oscilaciones, típicamente asociadas a factores como el diseño geométrico de la máquina provocan vibraciones mecánicas, ruido acústico y una disminución en la eficiencia.	Variaciones en el par generado, Interacción entre los imanes y las ranuras del estator, Impacto en el desempeño.	Amplitud de la ondulación de torque.	Análisis del torque en función del tiempo.	Newton-metro (N.m)
Optimización del diseño de la máquina síncrona	Independiente	Proceso de mejora de la geometría del rotor y configuración de imanes utilizando algoritmos metaheurísticos para alcanzar una potencia máxima de 1.7 kW.	Diseño geométrico de la máquina, algoritmos de optimización.	Parámetros de diseño: - largo del iman - ancho del iman - ángulo V - ancho de ranura - area de slot - estator yoke	Proceso iterativo de la simulación y optimización mediante algoritmos metaheurísticos.	Milímetros (para diseño), Iteraciones (para algoritmos), kW (para potencia)

Cuadro 1.2: Matriz de Operacionalización de Variables

# Capítulo 2

## Marco teórico.

### 2.1. Antecedentes bibliográficos

- Título: Análisis y Comparación de Máquinas Síncronas de Imanes Permanentes con Imanes en la Superficie y en el Interior del Rotor Referencia: [Jung \*et al.\* \(2023\)](#)

Descripción: Este estudio realiza un análisis comparativo entre la máquina síncrona de imán permanente con imán en la superficie (SPMSM) y la máquina síncrona con imán en el interior del rotor (IPMSM) bajo las mismas especificaciones técnicas.

Problema: El trabajo busca garantizar una comparación justa entre estas dos topologías, analizando aspectos como eficiencia, costo de producción y peso de la máquina.

Conclusiones: Se concluye que la SPMSM tiene una ligera mejor eficiencia; sin embargo, la IPMSM se presenta como una opción más útil en términos de costo y peso.

- Título: Comparación y Análisis de las Características de Carga de Imanes Perma-

entes en Máquinas Síncronas Referencia: [Zheng et al. \(2024\)](#)

Descripción: Este estudio compara y analiza las características de carga de los imanes permanentes en diferentes tipos de máquinas síncronas de imán permanente (PMSM), enfocándose en IPMSM y SPMSM.

Problema: Se busca entender cómo las características de carga afectan el rendimiento y la resistencia a la desmagnetización de los imanes permanentes bajo diferentes condiciones de carga.

Conclusiones: Las IPMSM tienen un menor riesgo de desmagnetización a bajas cargas, pero son más susceptibles cuando la carga aumenta en comparación con las SPMSM. Se sugieren métodos para mejorar la resistencia a la desmagnetización.

- Título: Clasificación de Máquinas Síncronas Basada en la Saliencia Magnética y Tipo de Rotor Referencias: [Bianchi et al. \(2022\)](#), [Singh et al. \(2022\)](#), [Morimoto \(2007\)](#)

Descripción: Estos estudios presentan una clasificación de máquinas síncronas basadas en la saliencia magnética y el tipo de rotor, destacando diferentes configuraciones para aplicaciones específicas.

Problema: La amplia variedad de topologías de máquinas síncronas hace necesario un sistema de clasificación que permita una mejor comprensión de sus aplicaciones y limitaciones.

Conclusiones: Las topologías con rotores bobinados son ideales para aplicaciones

de alta velocidad y generación de energía. Las configuraciones de imanes permanentes se destacan en aplicaciones donde se requiere un control preciso del campo magnético.

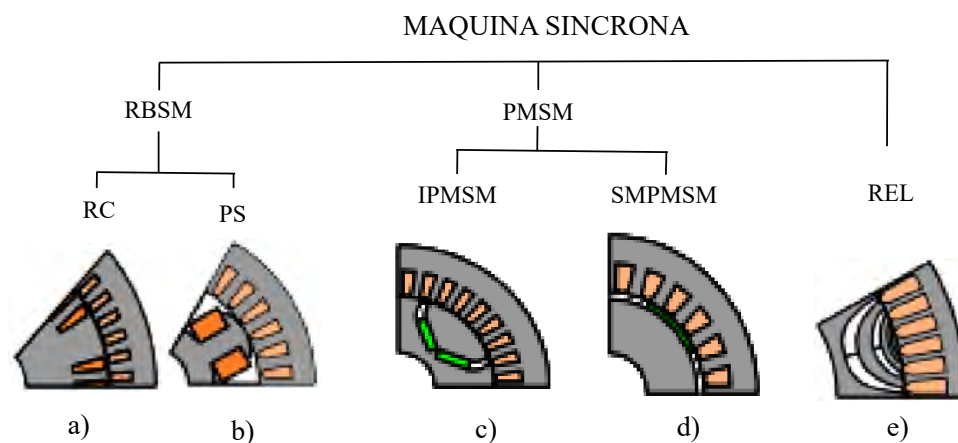


Figura 2.1: Clasificación de máquinas síncronas

- Título: Comparación de Índices de Desempeño en Topologías de Rotor para Máquinas IPMSM Referencia: [Husain et al. \(2022\)](#)

Descripción: El estudio compara múltiples índices de desempeño, incluyendo características sin carga, desmagnetización, torque, eficiencia y distribuciones de pérdidas en máquinas IPMSM.

Problema: Se busca determinar cuál de las topologías de rotor, como imanes en forma de V, U y doble capa en forma de V, ofrece el mejor rendimiento para aplicaciones específicas.

Conclusiones: La topología de una capa en forma de V presenta la mejor densidad de torque y menor cantidad de imanes utilizados, aunque tiene menor eficiencia a altas velocidades.

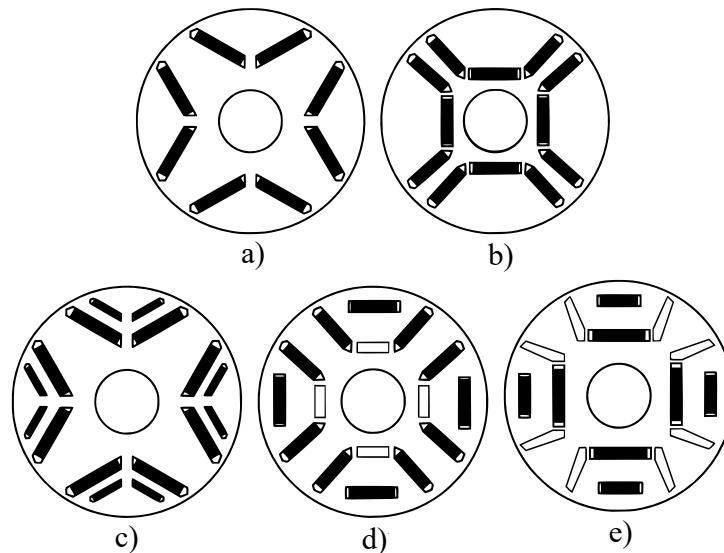


Figura 2.2: Modelos de topología del rotor a) V, b) U, c) Doble V, d) Delta, e) Doble tangencial [Song et al. \(2019\)](#).

- Título: Optimización de Topologías de Imanes en Máquinas IPMSM Referencia: [Song et al. \(2019\)](#)

Descripción: Este estudio propone una comparación y optimización de topologías de imanes, incluyendo las formas de V, U, delta y tangencial doble, para mejorar el rendimiento de máquinas IPMSM.

Problema: El estudio aborda la necesidad de mejorar el diseño de imanes en máquinas IPMSM para aplicaciones de alta densidad de potencia y torque, con un enfoque en minimizar las pérdidas y el peso.

Conclusiones: Se concluye que la topología en forma de doble capa en V tiene la gama de potencia constante más amplia y una disminución mínima de potencia máxima a altas velocidades.

- Título: Influencia de las Topologías del Rotor en el Rendimiento de Máquinas

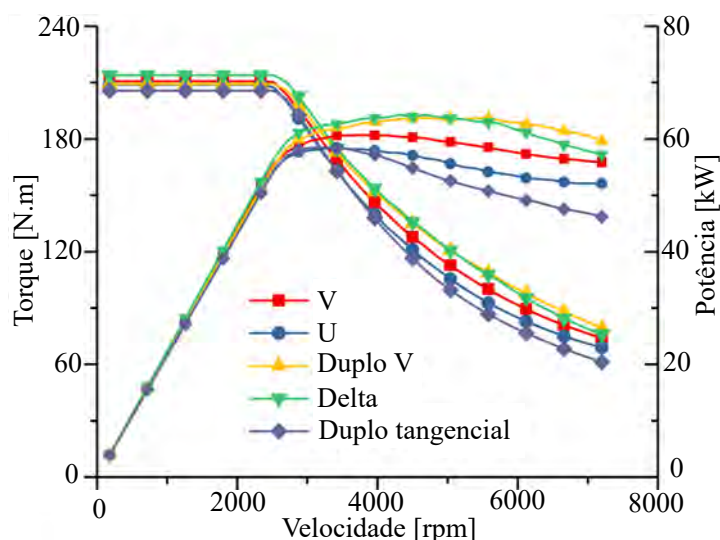


Figura 2.3: Comparación de torque y potencia versus velocidad [Husain et al. \(2022\)](#)

IPMSM Referencia: [Zhao et al. \(2019\)](#)

Descripción: Este estudio compara el rendimiento entre un modelo de IPMSM con imanes en forma de V y otro con imanes de doble capa en forma de V, manteniendo las mismas dimensiones y configuración del estator.

Problema: El objetivo es estudiar cómo las diferentes topologías del rotor influyen en el rendimiento de las máquinas síncronas de imanes permanentes.

Conclusiones: Los resultados muestran que el modelo de doble capa en forma de V ofrece un mejor desempeño en términos de torque y densidad de potencia, aunque con un mayor riesgo de desmagnetización a altas cargas.

- Título: Análisis de Eficiencia de Algoritmos de Optimización Metaheurística en Motores Síncronos de Imanes Permanentes Referencia: [lukasz \(2021\)](#)



Cuadro 2.1: Desempenho dos parâmetros da máquina [Song et al. \(2019\)](#); [Hwang et al. \(2018\)](#)

Parâmetros	V	U	Duplo V	Delta	Dupla tangencial
FCEM (V)	<b>324</b>	311	311	308	236
THD (%)	3.9 %	<b>2.9 %</b>	3.0 %	7.2 %	4.0 %
Tbordap-p (mN·m)	1049	452	692	1093	<b>140</b>
Wpm (kg)	<b>0.89</b>	0.94	1.03	1.01	1.07

Descripción: El estudio analiza la eficiencia de diferentes algoritmos de optimización metaheurística, como PSO, GA, BA, CS y OBI, aplicados a un motor síncrono de imán permanente de arranque en línea (LSPMSM).

Problema: Determinar qué algoritmo de optimización es más eficaz para encontrar soluciones óptimas en el diseño de motores LSPMSM.

Conclusiones: Los algoritmos PSO y OBI demostraron ser los más eficientes, destacando por su capacidad para encontrar soluciones cercanas al mínimo global con menos iteraciones.

- Título: Optimización Topológica Considerando Incertidumbres Materiales en Máquinas de Imanes Permanentes Referencia: [Putek et al. \(2016\)](#)

Descripción: Este estudio propone una optimización topológica de máquinas de imán permanente, considerando incertidumbres materiales mediante un modelo estocástico.

Problema: El enfoque busca mejorar la robustez y confiabilidad del diseño de máquinas de imán permanente, teniendo en cuenta las variaciones en las propiedades de los materiales.

Conclusiones: La combinación de optimización topológica con consideraciones estocásticas mejoró significativamente el diseño, proporcionando resultados más fiables que los enfoques deterministas tradicionales.

- Título: Optimización de Diseño de Máquinas IPM y SPM para Sistemas de Dirección Asistida Eléctrica (EPS) Referencia: [Choi \*et al.\* \(2024\)](#)

Descripción: Este trabajo introduce una metodología basada en un proceso gaussiano adaptativo combinado con un algoritmo metaheurístico para optimizar el diseño de máquinas IPM y SPM.

Problema: Se busca mejorar la densidad de torque, eficiencia y reducir el torque de cogging en máquinas utilizadas en sistemas EPS.

Conclusiones: La metodología propuesta mostró mejoras significativas en el diseño de máquinas IPM y SPM, permitiendo una exploración más equilibrada del espacio de diseño y resultados más consistentes.

## 2.2. Principios electromagnéticos

La comprensión completa de los fenómenos electromagnéticos se sustenta principalmente en las ecuaciones de Maxwell. Explicar estos fenómenos resulta relativamente sencillo en comparación con otros ámbitos de las ciencias físicas y la tecnología, dado que todas las ecuaciones de campo pueden expresarse como un conjunto único. Las cinco cantidades vectoriales fundamentales y una cantidad escalar son las variables básicas que

intervienen en estos fenómenos.

Intensidad de campo eléctrico	<b>E</b>	[V/m]
Intensidad del campo magnético	<b>H</b>	[A/m]
Densidad de flujo eléctrico	<b>D</b>	[C/m <sup>2</sup> ]
Densidad de flujo magnético	<b>B</b>	[Vs/m <sup>2</sup> ], [T]
Densidad de corriente	<b>J</b>	[A/m <sup>2</sup> ]
Densidad de carga eléctrica, $dQ/dV$	$\rho$	[C/m <sup>3</sup> ]

La detección de un campo eléctrico y magnético se puede abordar al analizar cómo afecta este campo a un objeto con carga o a un conductor que transporta corriente. La evaluación de esta influencia se lleva a cabo a través de la fuerza de Lorentz (mostrada en la Figura 2.4), que actúa sobre una carga infinitesimal  $dQ$  moviéndose a una velocidad  $v$ . La expresión matemática que describe la magnitud y dirección de esta fuerza se presenta como una ecuación vectorial.

$$dF = dQ(E + v \times B) = dQE + \frac{dQ}{dt}dl \times B = dQE + idl \times B. \quad (2.1)$$

En principio, esta ecuación vectorial es la ecuación básica en el cálculo del par de varias máquinas eléctricas. En particular, la última parte de la expresión, formulada con un elemento portador de corriente de un conductor de longitud  $dl$ , es fundamental en la producción de par de máquinas eléctricas.

Fuerza de Lorentz  $dF$  que actúa sobre una longitud diferencial  $dl$  de un conductor que transporta una corriente eléctrica  $i$  en el campo magnético  $B$ . El ángulo  $\beta$  se mide entre el conductor y el vector de densidad de flujo  $B$ . El producto vectorial  $idlB$  ahora se puede escribir en la forma  $idl \times B = idlB \text{sen}\beta$ .

En la teoría de la ingeniería eléctrica, las demás leyes, inicialmente descubiertas

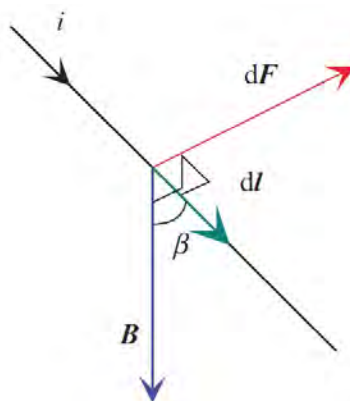


Figura 2.4: Diagrama vectorial de la circulación de corriente en un conductor [Bianchi et al. \(2009\)](#)

empíricamente y luego introducidas por escrito, pueden ser deducidas mediante las siguientes leyes fundamentales presentadas de forma completa por Maxwell, es decir todos los comportamientos electrodinámicos y electrostáticos pueden ser expresados mediante una matemática más compleja el cual es representado mediante ecuaciones diferenciales que permiten interpretar los fenómenos físicos del electromagnetismo de una forma más robusta y exacta.

### 2.2.1. Campo de densidad de corriente

El movimiento de las cargas eléctricas se describe mediante la densidad de corriente eléctrica. Refiriéndose a una densidad de carga volumétrica  $\rho$  que se mueve a una velocidad  $V_\rho$ , el vector de densidad de corriente eléctrica  $\mathbf{J}$  se puede definir como:

$$\mathbf{J} = \rho V_\rho \quad (2.2)$$

esta magnitud presenta las dimensiones de  $[A/m^2]$ . El vector  $\mathbf{J}$ , define un campo vectorial, llamado campo de la corriente.

Sea  $S$  una superficie abierta, con vector unitario normal  $n$ , entonces la intensidad de corriente  $i$  medida en  $[Amperios]$  viene dada por,

$$i = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} \, dS \quad (2.3)$$

La ecuación de continuidad del campo actual en forma diferencial es

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.4)$$

En forma integral, considerando  $S_c$  una superficie cerrada, con vector unitario normal  $\mathbf{n}$ , la intensidad de la corriente que sale de la superficie  $S_c$  en el intervalo de tiempo  $\Delta t$  corresponde a la variación de la carga eléctrica  $\Delta q$  en el volumen encerrado por  $S_c$ , que es,

$$i_{out} = \oint_{S_c} \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} \, dS = -\frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (2.5)$$

### 2.2.2. Campo de densidad de flujo magnético

El movimiento de las cargas eléctricas provoca efectos en los puntos del espacio circundante, de modo que es posible definir el campo de densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}$ . Su magnitud se mide en [T]. La propiedad fundamental del campo  $\mathbf{B}$  es que es un campo solenoidal, es decir, el flujo de  $\mathbf{B}$  a través de cualquier superficie cerrada  $S_c$  es nulo. Por lo tanto,

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (2.6)$$

$$\oint_{S_c} \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \, dS = 0 \quad (2.7)$$

en forma diferencial e integral, respectivamente.

### 2.2.3. Campo potencial magnético vectorial

Dado que el campo de densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}$  es solenoidal en todo el espacio, es adecuado definir un campo de potencial magnético vectorial  $\mathbf{A}$ , cuya magnitud se mide en [Tm], expresado como,

$$\mathbf{B} = \text{curl}\mathbf{A} \quad (2.8)$$

Esta relación define el campo  $\mathbf{A}$  aparte de un campo irrotacional genérico. La divergencia de  $\mathbf{A}$  se puede definir de forma arbitraria las posiciones que comúnmente se adoptan son las siguientes.

La posición de Coulomb, utilizada principalmente en campos magnéticos estacionarios o cuasi estacionarios expresado de la siguiente forma,

$$\text{div}\mathbf{A} = 0 \quad (2.9)$$

La posición de Lorentz, que es muy adecuada en el estudio de campos electromagnéticos variables en el tiempo, definida por,

$$\text{div}\mathbf{A} = -\mu\varepsilon\frac{\partial V}{\partial t} \quad (2.10)$$

donde:  $\mu$ , es la permeabilidad del medio, que describe cómo el campo magnético interactúa con el material.  $\varepsilon$  es la permitividad del medio, que describe cómo el campo eléctrico interactúa con el material.  $V$  es el potencial escalar eléctrico, que está relacionado con el campo eléctrico

### 2.2.4. Intensidad del campo magnético

Junto con el vector de densidad de flujo  $\mathbf{B}$ , se introduce el vector de intensidad del campo magnético  $\mathbf{H}$ . La unidad de medida de su magnitud es [A/m]. Los dos campos vectoriales están unidos por la ley constitutiva siguiente,

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.11)$$

donde  $\mu$  [H/m] es la permeabilidad magnética del medio. Dentro de un medio uniforme, los dos campos  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{H}$  son proporcionales (es decir, tienen la misma dirección y magnitud proporcional), mientras que en un medio anisotrópico su vínculo exhibe una naturaleza tensorial.

En la Ley de Ampère-Maxwell, el término  $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$  se refiere a la corriente de desplazamiento. Este término describe la variación temporal del campo de desplazamiento eléctrico  $\mathbf{D}$ . Físicamente, este término fue añadido por Maxwell para explicar cómo la intensidad de campo magnético  $\mathbf{H}$  puede ser generado no solo por una corriente de carga libre  $\mathbf{J}$  (densidad de corriente), sino también por un campo eléctrico variable en el tiempo.

$$\text{curl} \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.12)$$

En condiciones magnéticas estacionarias o cuasi estacionarias, es decir, cuando la densidad de corriente de desplazamiento puede despreciarse, la ecuación 2.12 se reduce a la siguiente expresión,

$$\text{curl} \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2.13)$$

En forma integral, la ley de Ampere se expresa igualando la integral de línea de  $\mathbf{H}$  a lo largo de una línea cerrada orientada  $l$  con la intensidad de corriente  $i$  que fluye a

través de la superficie encerrada por la propia línea  $l$ , que es

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot \mathbf{t} \, dl = i \quad (2.14)$$

el cual es llamado fuerza magnetomotriz (MMF).

### 2.2.5. Fuerza eléctrica específica, campo eléctrico

Pueden existir fuerzas de diversa naturaleza sobre las cargas eléctricas. Sea  $\Delta F_k$  cualquier fuerza sobre una carga positiva de prueba  $\Delta q$ , la fuerza eléctrica específica  $E_k$  se define como,

$$E_k = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta F_k}{\Delta q} \quad (2.15)$$

de quien la magnitud es dimensionalmente expresada en [N/C].

la fuerza eléctrica específica de Coulomb, representada por  $E_c$ , considera la tendencia de las cargas eléctricas a atraerse y repelerse mutuamente. Esta característica es inherente a los puntos del espacio, lo que da lugar a la definición de un campo vectorial. Una propiedad esencial de este campo es su naturaleza conservativa, lo que implica que es irrotacional, es decir,  $\text{curl} \mathbf{E}_c = 0$ . Esto permite la introducción de un campo escalar conocido como el campo de potencial eléctrico  $V$ , medido en (Voltios), expresada como,

$$E_c = -\text{grad}V \quad (2.16)$$

Además, la fuerza eléctrica inducida específica  $E_i$ , producida por la tasa de cambio del campo de densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}$  con el tiempo, es función de los puntos del espacio, de modo que define también un campo vectorial. La propiedad fundamental del



campo eléctrico inducido es la definición de su curvatura, representada como,

$$\text{curl}\mathbf{E}_i = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.17)$$

Dado que no hay restricción en la divergencia de  $\mathbf{E}_i$ , comúnmente se asume que se trata de un campo solenoidal, lo que implica que  $\text{div}\mathbf{E}_i = 0$ . Al emplear esta suposición, en conjunto con la condición de Coulomb (Ecuación 2.9), es decir,  $\text{div}\mathbf{A} = 0$ , se obtiene la expresión para el campo eléctrico inducido.

$$\mathbf{E}_i = -\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.18)$$

Esta relación es particularmente útil en el cálculo de las corrientes inducidas en medios conductores.

El campo eléctrico  $\mathbf{E}$  también llamado campo eléctrico de Maxwell corresponde a la suma de los campos eléctricos de Coulomb y el campo eléctrico inducido expresado de la forma,

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_c + \mathbf{E}_i = -\text{grad}V - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.19)$$

El campo eléctrico  $\mathbf{E}$  está definido por su divergencia y su rotación, que son  $\text{div}\mathbf{E} = \text{div}\mathbf{E}_c$  y  $\text{curl}\mathbf{E} = \text{curl}\mathbf{E}_c$ , respectivamente. En un medio dieléctrico con permisividad eléctrica  $\varepsilon$  (en general de naturaleza tensorial), el campo eléctrico  $\mathbf{E}$  está ligado al campo eléctrico de desplazamiento  $\mathbf{D}$  mediante la relación constitutiva,

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} \quad (2.20)$$

La fuerza eléctrica específica de Lorentz, representada como  $\mathbf{E}_L$ , afecta a las cargas

eléctricas en movimiento dentro de un campo de densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}$ , mientras se desplazan a una velocidad  $V_q$  con respecto al sistema de referencia adoptado que es,

$$\mathbf{E}_L = \mathbf{v}_q \times \mathbf{B} \quad (2.21)$$

La fuerza eléctrica específica del movimiento  $E_m$  actúa sobre las cargas eléctricas colocadas sobre un conductor que se mueve a una velocidad  $\mathbf{v}_m$  en un campo de densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}$ , es

$$\mathbf{E}_m = \mathbf{v}_m \times \mathbf{B} \quad (2.22)$$

Ambas fuerzas particulares no son intrínsecas a los puntos del espacio, sino que están vinculadas a la velocidad de las cargas y del conductor en relación con el sistema de referencia. Por lo tanto, no establecen un campo vectorial. No obstante, a través de un cambio en el sistema de referencia, es viable analizar los efectos de estas fuerzas como fuerzas específicas inducidas.

La fuerza eléctrica específica de naturaleza no electromagnética,  $\mathbf{E}_{ne}$ , puede ser de naturaleza química, piezoeléctrica, fotovoltaica, etc. Todos ellos son no conservadores. No definen campos vectoriales, pero deben considerarse como Fuerzas específicas externas al sistema electromagnético.

La fuerza eléctrica específica total  $\mathbf{E}_t$  es la suma del campo  $\mathbf{E}$  y las fuerzas específicas externas, motrices y de Lorentz, la cual es,

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E} + \mathbf{E}_L + \mathbf{E}_m + \mathbf{E}_{ne} \quad (2.23)$$

### 2.2.6. Voltaje eléctrico y fuerza electromotriz

El voltaje electrico entre dos puntos  $V_{AB}$  A(+) y B(-), a lo largo de la linea  $l$  orientado mediante el vector unitario  $t$  y fijado mediante el sistema de referencia adoptado, es dado por la integral de linea a lo largo de  $l$  desde el punto A hacia el punto B del campo electrico  $\mathbf{E}$ . Este es,

$$V_{AB} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot t \, dl \quad (2.24)$$

Si la linea  $l$  se mueve con una velocidad  $v_l$  en el sistema de referencia adoptado, el voltaje eléctrico también debe tener en cuenta la fuerza eléctrica específica del movimiento que actúa sobre las cargas obligadas a permanecer en la línea. El voltaje eléctrico se vuelve

$$V_{AB} = \int_A^B (\mathbf{E} + v_l \times \mathbf{B}) t \, dl \quad (2.25)$$

De manera análoga, la fuerza electromotriz (EMF)  $e_{BA}$ , entre dos puntos B(+) y A(-), a lo largo de una línea  $l$ , viene dada por la integral de línea a lo largo de  $l$  desde el punto A al punto B de la fuerza electromotriz específica  $E_{emf}$ . Este es,

$$e_{BA} = \int_A^B \mathbf{E}_{emf} \cdot t \, dl \quad (2.26)$$

Un dato de sumo interes en el analisis de máquinas eléctricas, la FEM inducida y la FEM en movimiento son de particular interés. La FEM inducida es causada por la variación en el tiempo de la densidad de flujo B. La FEM en movimiento es causada por el movimiento de la línea en un campo constante B. La suma de los dos FEM, calculada a lo largo de una línea cerrada  $l_c$ , representa la FEM total de naturaleza electromagnética. Se expresa mediante la ley de Faraday-Neumann:

$$e_{lc} = \oint_{l_c} (E_i + E_m) \cdot tdl = -\frac{d}{dt} \int_s B \cdot ndS = -\frac{d\lambda}{dt} \quad (2.27)$$

donde  $S$  es la superficie encerrada por  $l_c$  y  $\lambda$  es el flujo del vector  $\mathbf{B}$  unido por la línea  $l_c$ . La subdivisión de la FEM  $e_{lc}$  en sus dos componentes, FEM inducida y mocional, depende únicamente del sistema de referencia adoptado.

### 2.2.7. Vector de Poynting

Este vector esta definido mediante la expresion  $\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$  y esta caracterizado como un vector normal al plano definido por los vectores  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$  aplicando el operador de divergencia esta expresión corresponde a la densidad de potencia.

$$\begin{aligned} \text{div}\mathbf{P} &= \text{div}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \\ &= \mathbf{H} \cdot (\text{curl}\mathbf{E}) - \mathbf{E} \cdot (\text{curl}\mathbf{H}) \\ &= \mathbf{H} \cdot \left(-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\right) - \mathbf{E} \cdot \left(\mathbf{J} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}\right) \\ &= -\mathbf{H} \cdot \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} - \mathbf{E} \cdot \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} - \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Entonces la integral de la divergencia del vector  $\mathbf{P}$  a lo largo de un volumen  $\tau$  corresponde a la potencia que sale del volumen a través de la superficie que encierra el propio volumen :

$$\begin{aligned} p &= \int_{\tau} \text{div}\mathbf{P}d\tau \\ &= - \int_{\tau} \left(\mathbf{H} \cdot \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} + \mathbf{E} \cdot \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}\right)d\tau - \int_{\tau} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{J})d\tau \end{aligned} \quad (2.29)$$

Asumiendo que los parámetros  $\mu$  (entre  $\mathbf{H}$  y  $\mathbf{B}$ ) y  $\varepsilon$  (entre  $\mathbf{D}$  y  $\mathbf{E}$ ) sean constantes

es posible expresar las siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}}{\partial t} \\ \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} &= \frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.30)$$

siendo  $\mu$  el valor de la permeabilidad magnética [H/m] y  $\varepsilon$  representa la permitividad eléctrica [F/m].

Con la finalidad de encontrar una expresión para la densidad de potencia que dependa solo del volumen utilizamos la expresión 2.30 y aplicamos el teorema de la divergencia a la ecuación 2.29, esto para fines de calculo de densidad de potencia utilizando el método de elementos finitos mostrado mas adelante.

$$\begin{aligned} p &= \int_{\tau} \text{div} \mathbf{P} d\tau \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} \int_{\tau} \left( \frac{\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}}{2} + \frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}}{2} \right) d\tau - \int_{\tau} \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} d\tau \end{aligned} \quad (2.31)$$

### 2.2.8. Tensor de tensión de Maxwell

El tensor de tensiones de Maxwell facilita el cálculo rápido de las fuerzas electromagnéticas que actúan sobre un objeto ubicado en un campo electromagnético. En una primera etapa, se elige una superficie adecuada que rodee al objeto; después, la fuerza se determina como la integral sobre esta superficie de cantidades obtenidas directamente del potencial que describe el campo. Este potencial puede ser escalar o vectorial según el enfoque del estudio. A continuación, nos referiremos al campo magnético, ya que resulta más relevante en las aplicaciones de electromagnetismo y por lo tanto en maquina eléctricas.

Para un mejor entendimiento del problema es considerado que tenemos un cuerpo

con un volumen  $\tau$ , donde suponemos que es conocido el campo vectorial  $\mathbf{H}$  sobre una superficie  $S$  que contiene al volumen  $\tau$  ya mencionado y que posee un material caracterizado por la permeabilidad  $\mu_0$ , como es mostrado en la figura 2.5.

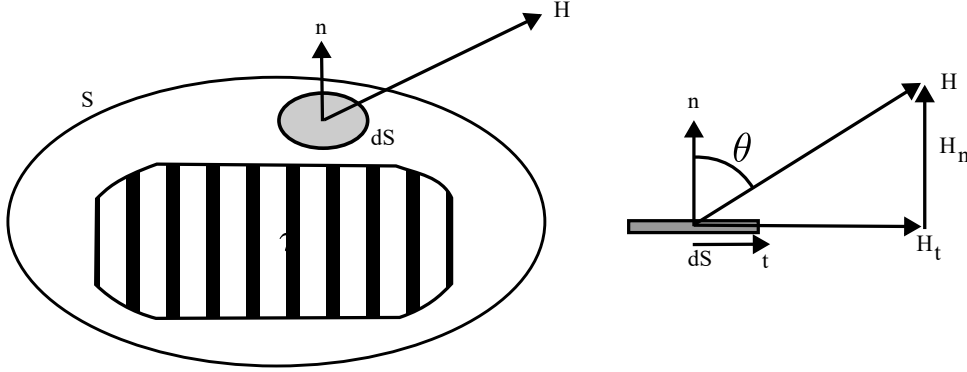


Figura 2.5: Cálculo de la fuerza magnética mediante el tensor de tensión de Maxwell Krings & Monissen (2020)

En cualquier parte infinitesimal  $dS$  de la superficie  $S$ , el tensor de tensión de Maxwell viene dado por:

$$d\mathbf{F} = -\frac{\mu_0}{2}H^2\mathbf{n}dS + \mu_0(\mathbf{H} \cdot \mathbf{n}dS)\mathbf{H} \quad (2.32)$$

donde  $\mathbf{n}$  es el vector unitario normal a la superficie  $dS$ . Expresando el vector  $\mathbf{H}$  como la suma de sus componentes tangencial y normal a la superficie  $dS$ , como se muestra en la Figura 2.5, expresada mediante,

$$\mathbf{H} = H_t\mathbf{t} + H_n\mathbf{n} \quad (2.33)$$

seguidamente la fuerza es dada por,

$$\begin{aligned} d\mathbf{F} &= -\frac{\mu_0}{2}(H_t^2 + H_n^2)dS\mathbf{t} + \mu_0[(H_t\mathbf{t} + H_n\mathbf{n}) \cdot \mathbf{n}](H_t\mathbf{t} + H_n\mathbf{n})dS \\ &= (\mu_0H_tH_n)dS\mathbf{t} + \frac{\mu_0}{2}(H_t^2 - H_n^2)dS\mathbf{n} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Es posible identificar las dos componentes de la fuerza a lo largo de las dos direcciones preferenciales, es decir la componente tangencial y normal que presenta el cuerpo, definido mediante,

$$dF_t = (\mu_0 H_t H_n) dS \quad (2.35)$$

$$dF_n = \frac{\mu_0}{2} (H_n^2 - H_t^2) dS \quad (2.36)$$

La amplitud de esta fuerza es computada como,

$$\begin{aligned} dF &= \sqrt{(\mu_0 H_t H_n dS)^2 + \left[\frac{\mu_0}{2} (H_n^2 - H_t^2) dS\right]^2} \\ &\equiv \frac{1}{2} \mu_0 (H_t^2 + H_n^2) dS \\ &\equiv \frac{1}{2} \mu_0 H^2 dS \end{aligned} \quad (2.37)$$

El ángulo  $\alpha$  entre el vector de fuerza y el vector unitario  $n$ , normal a la superficie infinitesimal  $dS$ , se calcula como,

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{H_t H_n}{\frac{1}{2} (H_n^2 - H_t^2)} \\ &= 2 \frac{H_t / H_n}{1 - (H_t / H_n)^2} \\ &= 2 \frac{\tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \tan(2\theta) \end{aligned} \quad (2.38)$$

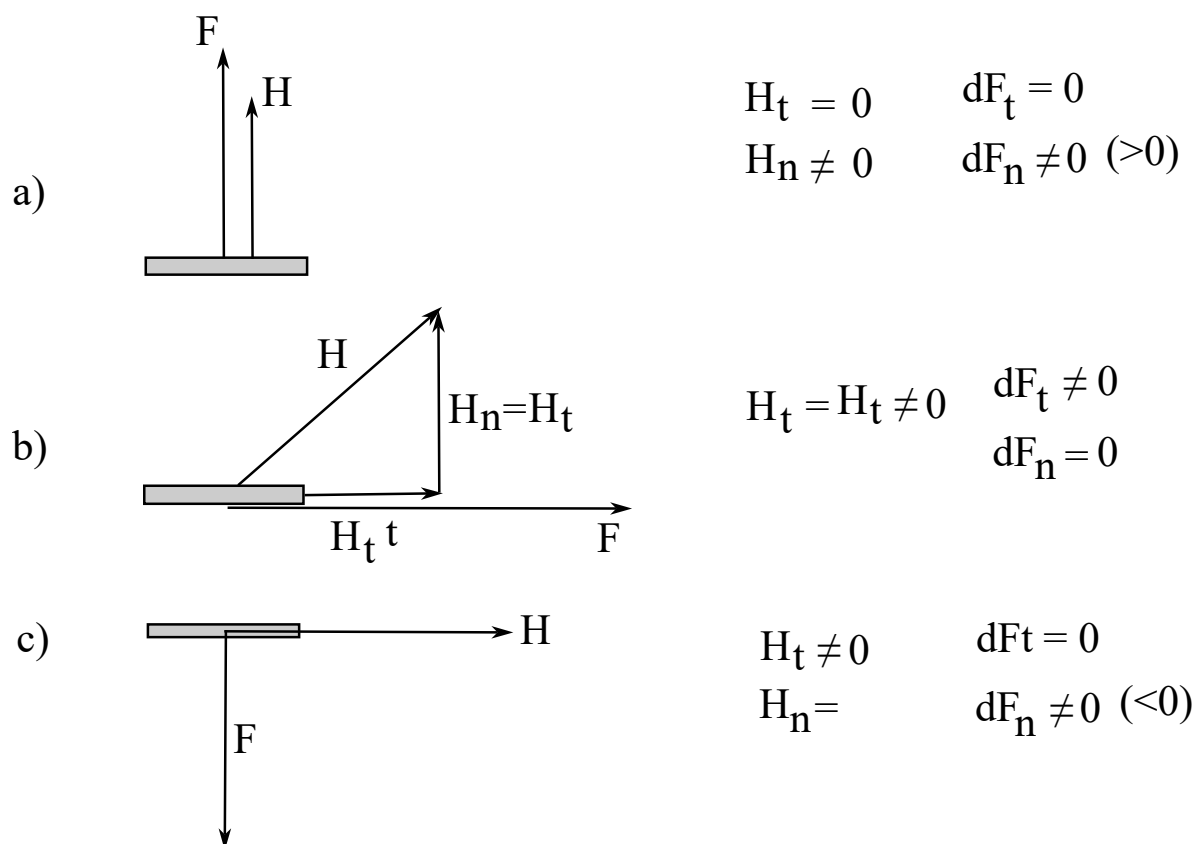


Figura 2.6: Casos particulares del cálculo de la fuerza magnética mediante el Tensor de Maxwell *Vagati et al. (1992)*

donde  $\tan\theta = H_t/H_n$ , que expresa el ángulo entre el vector  $\mathbf{H}$  y el vector unitario  $\mathbf{n}$ . Puede se notar que el ángulo  $\alpha$  resulta dos veces el ángulo  $\theta$  es decir,  $\alpha = 2\theta$ .

### 2.2.9. Resumen de las ecuaciones fundamentales

Los principales vectores que describen los campos eléctrico y magnético son:

- $\mathbf{B}(P,t)$  densidad de flujo magnético,
- $\mathbf{D}(P,t)$  desplazamiento eléctrico,
- $\mathbf{E}(P,t)$  campo eléctrico de Maxwell, suma de Coulomb y campo inducido,



- $\mathbf{E}(P, t) = \mathbf{E}_c(P, t) + \mathbf{E}_i(P, t)$
- $\mathbf{H}(P, t)$  intensidad del campo magnético
- $\mathbf{J}(P, t)$  densidad de corriente

donde  $P$  es el punto donde se considera el vector, mientras que  $t$  es el momento en que se considera el vector. En otras palabras,  $P$  indica la dependencia del espacio, mientras que  $t$  indica la dependencia del tiempo.

### 2.2.9.1. Ecuaciones de Maxwell

Las interacciones entre los campos vectoriales se describen mediante las ecuaciones de Maxwell.

$$\text{curl}\mathbf{H}(P, t) = \mathbf{J}(P, t) + \frac{\partial\mathbf{D}(P, t)}{\partial t} \quad (2.39)$$

$$\text{curl}\mathbf{E}(P, t) = -\frac{\partial\mathbf{B}(P, t)}{\partial t} \quad (2.40)$$

$$\text{div}\mathbf{B}(P, t) = 0 \quad (2.41)$$

$$\text{div}\mathbf{D}(P, t) = \rho(P, t) \quad (2.42)$$

Por supuesto, en problemas de campo estacionario, la derivada temporal de los vectores  $\mathbf{D}$  y  $\mathbf{B}$  es nula.

**2.2.9.2. Relaciones constitutivas y ecuación de continuidad**

Las relaciones constitutivas son la parte intrínseca de los fenómenos electromagnéticos explorados.

$$\mathbf{B}(P, t) = \mu(P)\mathbf{H}(P, t) \quad (2.43)$$

$$\mathbf{D}(P, t) = \varepsilon(P)\mathbf{E}(P, t) \quad (2.44)$$

$$\mathbf{J}(P, t) = \sigma(P)\mathbf{E}(P, t) \quad (2.45)$$

y la ecuación de continuidad,

$$\operatorname{div}\mathbf{J}(P, t) = -\frac{\partial\rho(P, t)}{\partial t} \quad (2.46)$$

En general los medios no son isotrópicos; entonces los parámetros que dependen del material son de naturaleza tensorial:

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix}$$

la matriz  $\mu$  representa a la permeabilidad magnética,

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

la matriz  $\varepsilon$  representa a la permisividad eléctrica,

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}$$

la matriz  $\sigma$  representa a la conductividad eléctrica,

En general,  $\mu_i$ ,  $\varepsilon_i$  y  $\sigma_i$  no son constantes a lo largo de la  $i$ -ésima dirección genérica. De hecho, pueden ser función de la posición (medios no homogéneos) y/o función del campo magnético  $\mathbf{H}$  y del campo eléctrico  $\mathbf{E}$  (medios no lineales). Debido al gran tamaño que presentan estas matrices requiere de un gran esfuerzo al momento de operar, es por lo que es muy importante el desenvolvimiento computacional para el tratamiento de estas matrices, que en capítulos mas adelante se explicara.

## 2.3. Teoría de imanes permanentes

Los imanes permanentes modernos desempeñan un papel vital en una amplia gama de productos industriales, de consumo y de defensa. El uso eficiente de imanes permanentes en estos dispositivos requiere una comprensión básica de la teoría magnética. Para lograr este objetivo, es útil entender que todos los campos magnéticos son el resultado de electrones en movimiento [Arnold Magnetic Technologies \(2015\)](#).

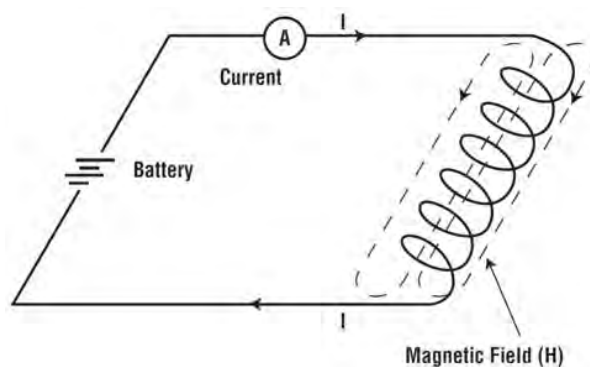


Figura 2.7: Campo magnético resultante del flujo de corriente en una bobina.

En el circuito eléctrico de la Figura 2.7, una batería proporciona un voltaje de corriente continua (DC) que hace que una corriente,  $I$ , fluya a través de los cables hacia la carga. Este flujo de corriente, que es el movimiento de electrones a lo largo de los átomos en el conductor, genera un campo magnético alrededor del cable. La magnitud de este campo se mide en amperios-vuelta por metro en el Sistema Internacional (SI) o en oersteds en el sistema centímetro-gramo-segundo (cgs), y se designa con el símbolo  $H$ .

En los imanes permanentes, el fenómeno de electrones en movimiento sigue explicando el campo magnético producido dentro del imán [Magnetic Materials Producers Association \(1996\)](#).

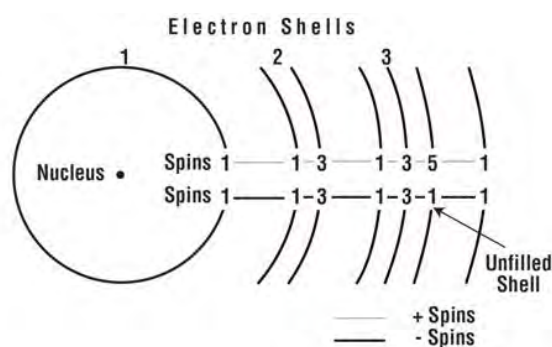


Figura 2.8: Capas electrónicas en un átomo de hierro [Physics Stack Exchange \(2015\)](#).

Como se muestra en la Figura 2.8, dentro de la tercera capa electrónica del átomo de hierro, existe un desequilibrio en la dirección de giro de los electrones. Este desequilibrio crea un momento magnético en el átomo de hierro. Sin embargo, este momento magnético atómico por sí solo es insuficiente para causar ferromagnetismo. Además, debe haber fuerzas de intercambio interatómicas cooperativas entre los electrones de átomos vecinos. Los grupos de átomos forman dominios o regiones dentro del cuerpo ferromagnético que exhiben un momento magnético neto. La dirección de magnetización de los muchos dominios no necesita ser paralela. Cuando un imán está desmagnetizado, solo está desmagnetizado en el sentido de que no hay un campo externo neto; los dominios individuales no están "desmagnetizados" sino que están magnetizados en direcciones opuestas, aleatorias y mutuamente cancelantes. El imán se vuelve "magnetizado" cuando se aplica un campo de magnetización externo de suficiente magnitud, lo que hace que todos los

dominios se alineen en la dirección del campo aplicado [Parker \(1990\)](#).

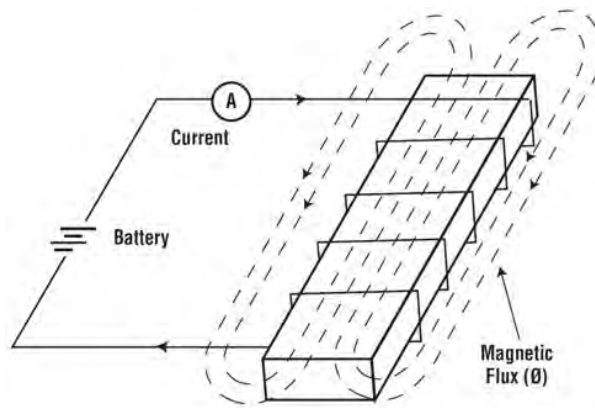


Figura 2.9: Inducción magnética – flujo ( $\Phi$ )

Cuando un material ferromagnético se coloca en la bobina de la Figura 2.9, se induce un campo magnético en el material, como se muestra en la Figura 2.9. Este campo inducido, o inducción, aumenta el campo total observado. Este campo se denomina frecuentemente "flujo", proveniente del verbo griego que significa fluir (el símbolo para el flujo es  $\Phi$ ). Sin embargo, no se observa un flujo de materia como en el caso de los electrones que fluyen en una corriente eléctrica.

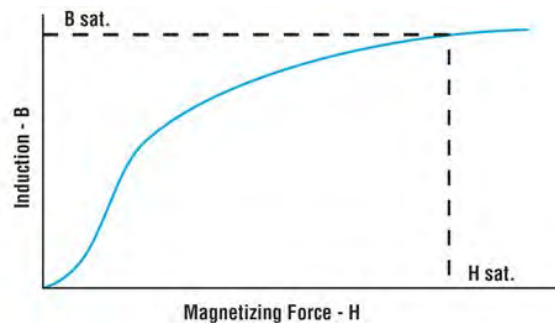


Figura 2.10: Curva de magnetización [Ingtelecto \(2024\)](#).

La magnitud del campo magnético por unidad de área se llama densidad de flujo. Se mide perpendicular a la dirección de la magnetización y se designa con el símbolo  $B$ . En el sistema cgs, la inducción magnética se mide en maxwells (o "líneas" de flujo magnético) por centímetro cuadrado. Un maxwell por centímetro cuadrado equivale a un gauss. En el sistema SI, la inducción magnética se mide en teslas (weber por metro cuadrado,  $\text{Wb}/\text{m}^2$ ). Un tesla equivale a 10,000 gauss. La relación entre  $B$  y  $H$  para un

material ferromagnético se puede ilustrar mediante su curva de magnetización normal, como se muestra en la Figura 2.10.

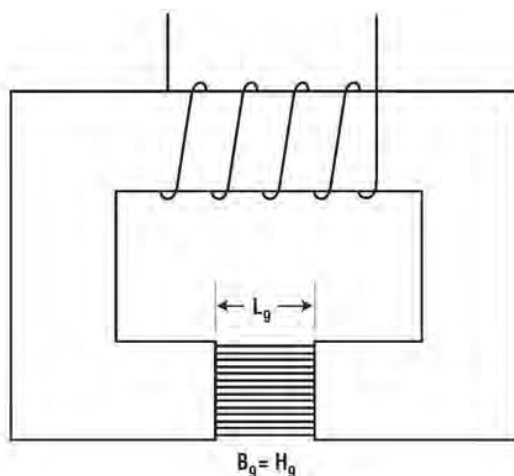


Figura 2.11: Electroimán con núcleo de hierro [Arnold Magnetic Technologies \(2015\)](#).

Cuando una muestra de imán se coloca entre los polos de un electroimán con un espacio de aire mínimo entre los polos del electroimán y la muestra, se puede generar una curva de magnetización (bucle de histéresis) de la muestra.

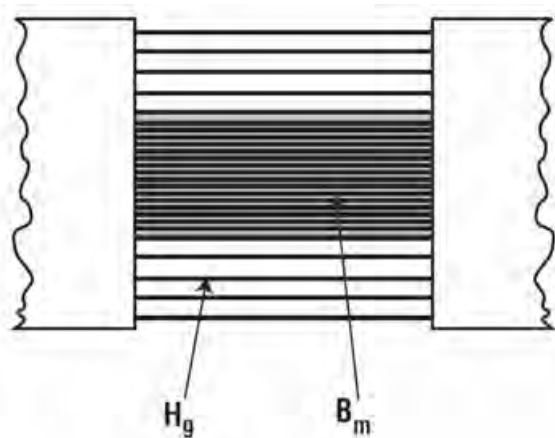


Figura 2.12: Espacio en el electroimán y muestra de prueba [Arnold Magnetic Technologies \(2015\)](#).

Cuando un imán no magnetizado se coloca en el electroimán y se aplica un campo de magnetización  $H$ , la inducción  $B$  aumentará proporcionalmente a  $H$  a lo largo de una línea que comienza en 0 (cero) y se extiende hasta el punto  $+B_s$ . En el punto  $+B_s$ , la pendiente de la línea es igual a 1 (en unidades cgs), y el imán está completamente

magnetizado, o saturado. Una fuerza de magnetización adicional  $H$  solo aumentará la inducción en la cantidad del aumento aplicado de  $H$  Glass (1957).

Desde el punto  $+B_s$ , si la fuerza de magnetización  $H$  se reduce gradualmente a cero, la magnetización en el material disminuirá hasta un valor  $B_r$ , conocido como inducción residual.

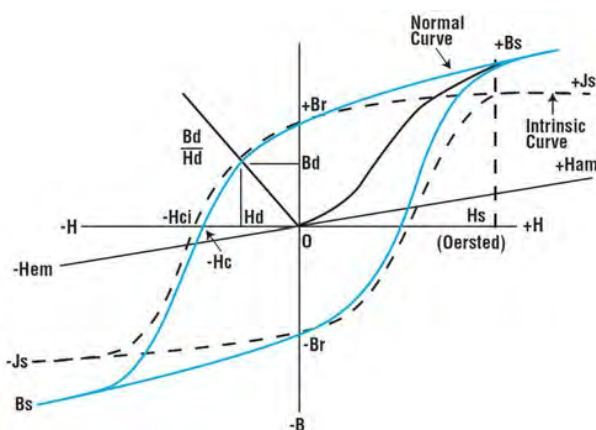


Figura 2.13: Bucle de histéresis Cestriom (2024).

Si la fuerza de magnetización se invierte (cambiando la dirección de la corriente en la bobina del electroimán) y se incrementa en sentido negativo, la magnetización resultante en el material se reduce a cero cuando  $H$  alcanza un valor de  $-H_c$  (también denominado simplemente  $H_c$  o  $H_{cB}$ ). Este valor es conocido como la fuerza coercitiva e indica una intensidad de campo  $H$  equivalente al campo magnético generado por el imán. En este punto, aunque no existe un campo externo neto, el imán no está completamente desmagnetizado.

El valor  $H_{ci}$  (o  $H_{cJ}$ ) representa la coercitividad intrínseca. Cuando  $H = H_{ci}$ , aproximadamente la mitad de los dominios magnéticos se han invertido, resultando en la ausencia de un campo magnético externo neto; en este estado, el imán está desmagnetizado Moskowitz (1976).

Si se continúa aumentando la fuerza desmagnetizante en dirección negativa, el material se magnetiza en polaridad opuesta, alcanzando la saturación representada por  $-B_s$ . Al reducir  $H$  a cero, se obtiene el valor  $-B_r$ , y al invertir nuevamente la corriente en la

bobina en la dirección original (positiva, aumentando  $H$ ), el material se re-magnetiza gradualmente, completando así el ciclo de histéresis como muestra la Figura 2.13.

El "bucle" representa la medición de  $B$  en el material y se denomina la curva normal. Muestra los valores de  $B$  frente a  $H$ , donde  $B$  es la suma del campo aplicado  $H$  y el campo generado por el imán, es decir, el campo inducido.

En el sistema cgs, un gauss es de la misma magnitud que un oersted. En ausencia de material magnético, la aplicación de un  $H$  de un oersted produce una inducción de un gauss, y el bucle resultante sería una línea recta con una pendiente de 45 grados.

La densidad de flujo producida únicamente por el imán se conoce como inducción intrínseca, magnetización ( $M$ ) o polarización ( $J$ ), y puede calcularse a partir de los datos de la curva normal mediante la fórmula  $J = B - H$  (recordando que  $H$  es negativo en el segundo cuadrante, por lo que su valor se suma a  $B$ ).

En el primer cuadrante, la inducción normal siempre es mayor que la inducción intrínseca. En el segundo cuadrante (la parte de la curva correspondiente a la desmagnetización), la inducción intrínseca es mayor. Esto se debe al valor negativo de  $H_{em}$  en este cuadrante. También es evidente que  $-H_{ci}$ , el punto en el eje  $-H$  donde la curva de  $J$  se cruza, siempre es mayor que  $-H_c$  debido a que en el segundo cuadrante  $J = B + H_{em}$ .

En el diseño magnético, cuando se busca determinar la cantidad de flujo que un imán puede generar, se utiliza la curva de desmagnetización normal. La curva intrínseca, por otro lado, es más útil para analizar cómo responde un imán permanente a un campo magnético externo.



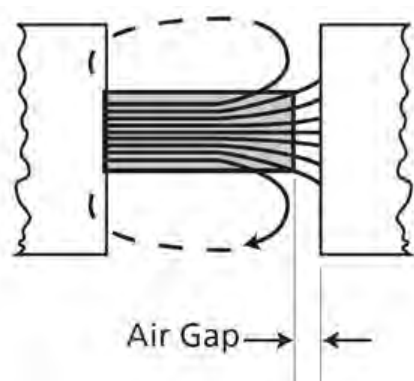


Figura 2.14: Influencia de entre hierro.

Volvamos a observar el imán magnetizado en el electroimán. Si, después de reducir el campo electromagnético aplicado  $H_{em}$  a cero (cuando la inducción en la muestra está en  $B_r$ ), en lugar de invertir el campo, introducimos un espacio de aire entre el imán y el polo del electroimán, el imán generará un flujo externo algo menor que  $B_r$ , alcanzando un valor de  $B_{d1}$ ,  $B_{d2}$ ,  $B_{d3}$ , etc., como se muestra en la Figura 2.5.

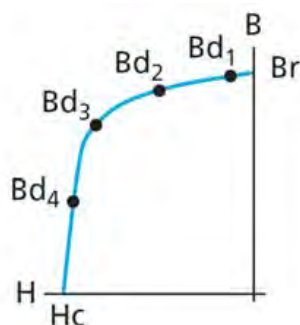


Figura 2.15:  $B_d$  (densidad de flujo) frente al tamaño del espacio de aire [Ingtelecto \(2024\)](#).

La densidad de flujo en el imán se reducirá porque el flujo ya no atraviesa directamente el imán de extremo a extremo a través de un camino de flujo de acero, sino que alrededor del propio imán. Como esta fuga de flujo va en dirección opuesta al flujo interno del imán, ejerce una influencia desmagnetizante sobre él. A medida que el espacio de aire en el circuito aumenta, la fuga de flujo se incrementa. Como resultado, el flujo magnético externo neto del imán se reduce [Arnold Magnetic Technologies \(2015\)](#).

# Capítulo 3

## Principios básicos del método de elementos finitos

Este capítulo abordará conceptos básicos del método de elementos finitos aplicados a campos electromagnéticos, basados en las referencias [Bianchi \*et al.\* \(2009\)](#), [Bianchi & Pré \(2006\)](#).

La creciente necesidad de una precisión cada vez mayor en el diseño y análisis de máquinas eléctricas ha impulsado la difusión de modelos numéricos adecuados para calcular campos eléctricos y magnéticos. Estos métodos numéricos se centran principalmente en determinar la distribución de los campos eléctricos y magnéticos en las estructuras en estudio mediante la resolución de las ecuaciones de Maxwell. Dado las complejas estructuras geométricas de las máquinas y la naturaleza no lineal de los materiales, lograr una solución analítica resulta difícil. Por lo tanto, en la mayoría de los casos, solo es factible una solución numérica.

El método de elementos finitos emerge como una técnica numérica idónea para abordar esta problemática. Permite la obtención de una solución de campo, incluso cuando se enfrenta a campos variables en el tiempo y a materiales que son no homogéneos, anisotrópicos o no lineales. Mediante el uso del método de elementos finitos, se fragmenta

el dominio completo de análisis en subdominios elementales conocidos como elementos finitos, y las ecuaciones de campo se aplican de manera individual a cada uno de ellos.

Este método fue propuesto en la década de 1940, pero se aplicó por primera vez casi diez años después en el diseño aeronáutico y en el análisis estructural.

No obstante, el método presenta ciertos inconvenientes. Debido a su naturaleza numérica, la solución obtenida es inevitablemente una aproximación. Por lo tanto, si no se implementa de manera adecuada, existe la posibilidad de obtener resultados imprecisos. Además, dado que las cantidades calculadas se distribuyen en el espacio, el tiempo necesario para realizar los cálculos suele ser extenso.

### 3.1. Problemas de campo con condiciones de contorno

Generalmente, un problema de campo vectorial se describe mediante una ecuación diferencial, definida en el dominio  $D$ , como:

$$L\phi(P, t) = f(P, t) \quad (3.1)$$

la expresión 3.1 representa la condición de contorno a la cual el problema está forzado, como se sabe los campos electromagnéticos son definidos a lo largo de un espacio muy elevado, sin embargo dado una cierta distancia pierde gran parte de la intensidad por lo que un análisis a esa distancia no tiene ningún impacto grande en el análisis, es por eso que se colocan condiciones de contorno.

$L$ , es un operador diferencial,  $x$  es la función desconocida que va a ser determinada y  $f$  es la función forzada, la ecuación 3.1 representa las funciones dadas en un espacio  $P(x, y, z)$  y el tiempo  $t$ .

Para un mejor entendimiento del operador diferencial  $L$ , este podría ser cualquier

operador diferencial. Comúnmente representa una operación lineal, satisfaciendo la propiedad de aditividad y la propiedad de producto por una constante.

En los problemas electromagnéticos, la ecuación (3.1) viene dada por la ecuación de Poisson, Laplace o Helmholtz, en la que  $\phi$  es un campo escalar o vectorial. Como ejemplo, en el caso de un problema electrostático,  $\phi$  indica el potencial eléctrico escalar  $V$ , y su distribución se describe mediante la ecuación de Poisson. La función forzada es la distribución de la densidad de carga libre  $f = \rho$ . Luego, la ecuación (3.1) se reescribe como,

$$-div(\varepsilon \ grad V) = \rho \quad (3.2)$$

en el que se considera un medio no homogéneo, por lo que la permitividad eléctrica  $\varepsilon$  podría ser no constante. El operador diferencial  $L$  se expresa entonces por,

$$L = -div(\varepsilon \ grad) \quad (3.3)$$

## 3.2. Condiciones de contorno

La resolución del problema de campo es factible no solo cuando se conoce la ecuación diferencial que describe su distribución en todos los puntos del dominio  $D$ , sino también cuando la función desconocida  $\phi$  se especifica en la frontera  $\Gamma$  del mismo dominio  $D$ . Además, se puede demostrar que, una vez que se encuentra la solución, esta es única, lo que se conoce como el teorema de unicidad.

Las condiciones que describen cómo se comporta la función  $\phi$  en el límite  $\Gamma$  se conocen como condiciones de restricción o límite. Dentro de estas condiciones, hay una denominada condición de Dirichlet, que implica asignar un valor específico de  $\phi$  en el límite  $\Gamma$ , y otra denominada condición de Neumann, que implica asignar un valor específico a la

derivada de  $\phi$  en dirección normal al límite  $\Gamma$ . Además, es posible imponer condiciones de periodicidad, asegurando que los valores de  $\phi$  sean iguales en diferentes partes del límite  $\Gamma$ .

Por ejemplo, supongamos que tenemos una condición de contorno  $\Gamma$  y tomamos una parte de esta que denotaremos como  $\Gamma_1$  las condiciones de Dirichlet son,

1. Condición homogénea (condición de contorno del primer tipo):

$$\phi = 0 \quad \text{en } \Gamma_1 \quad (3.4)$$

2. Condición no homogénea

$$\phi = \phi_f \quad \text{en } \Gamma_1 \quad (3.5)$$

Si consideramos que  $\Gamma_2$  sea la porción restante del límite total, es decir de todo el espacio que resta después de considerar  $\Gamma_1$ , las condiciones de Neumann son,

1. Condición homogénea (condición de contorno de segundo tipo):

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{en } \Gamma_2 \quad (3.6)$$

2. Condición homogénea (condición de contorno de tercer tipo):

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} + k\phi = 0 \quad \text{en } \Gamma_2 \quad (3.7)$$

3. Condición no homogénea

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} + k\phi = \phi_g \quad \text{en } \Gamma_2 \quad (3.8)$$

### 3.3. Método clásico para la solución del problema de campo.

Imaginemos que el problema relacionado con el campo se describa mediante la Ecuación (3.1), junto con las condiciones de contorno apropiadas detalladas en la sección anterior. En este momento, se presentan algunos enfoques para abordar la resolución de estos problemas de campo. Específicamente, se destacan el método residual clásico (también conocido como método de Galerkin), el método variacional clásico (o método de Rayleigh-Ritz), y el método de elementos finitos.

Todos estos métodos tienen como objetivo definir una función  $\phi^*$  que aproxime lo más posible a la función desconocida  $\phi$ . Esta función se expresa comúnmente como una combinación lineal de funciones básicas, como

$$\phi^*(P, t) = \sum_{j=1}^N \Phi_j v_j(P, t) \quad (3.9)$$

En esta expresión,  $v_j$  se refiere a funciones interpoladoras (también conocidas como funciones de expansión o funciones base), mientras que  $\Phi_j$  representa coeficientes desconocidos que deben ser calculados durante el proceso de cálculo. La combinación de estas funciones y coeficientes tiene como objetivo lograr una aproximación precisa de la solución exacta, cumpliendo con el operador diferencial [Ecuación (3.1)] y las condiciones de contorno simultáneamente.

Los dos primeros enfoques, el método residual clásico y el método variacional clásico, abarcan todo el ámbito de análisis. Las funciones  $v_j$  se definen en la totalidad del dominio. En contraste, en el método de elementos finitos, el dominio completo se fragmenta en subdominios; posteriormente, la función  $\phi^*$  es una composición de funciones  $v_j$  definidas en los subdominios. Por lo tanto, debido a que los subdominios tienen dimensiones más reducidas, las funciones interpoladoras  $v_j$  pueden simplificarse considerablemente.

Antes de describir los diversos procedimientos, introduzcamos el producto interno entre dos funciones  $\phi$  y  $\varphi$ . Vamos a hacer referencia al volumen  $\tau$ ; en este caso, el producto interno se define como:

$$\langle \phi, \varphi \rangle = \int_{\tau} \phi \tilde{\varphi} \, d\tau \quad (3.10)$$

donde  $\tilde{\varphi}$  indica la conjugada compleja, este producto interno es una operación lineal, ya que se satisfacen las propiedades de aditividad y del producto por una constante:

$$\langle \phi_1 + \phi_2, \varphi \rangle = \langle \phi_1, \varphi \rangle + \langle \phi_2, \varphi \rangle \quad (3.11)$$

$$\langle \alpha \phi, \varphi \rangle = \alpha \langle \phi, \varphi \rangle \quad (3.12)$$

La definición del producto interno proporcionada por la Ecuación (3.10) podría ser utilizada para verificar las propiedades del operador diferencial L. En particular, se debería comprobar si el operador L está definido positivamente:

$$\langle L\phi, \varphi \rangle = \begin{cases} > 0 & \phi \neq 0 \\ = 0 & \phi = 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

y es posible cambiar el argumento del operador L dentro del funcionamiento del producto interior:

$$\langle L\phi, \varphi \rangle = \langle \phi, L\varphi \rangle \quad (3.14)$$

### 3.4. Método de elementos finitos

El método de elementos finitos se fundamenta en la subdivisión del dominio completo en un número fijo de subdominios. A diferencia de los métodos clásicos mencionados anteriormente, donde las funciones interpoladoras  $v_i$  se definen en todo el dominio  $D$ , en el método de elementos finitos, estas funciones solo se definen en cada subdominio. Esto implica que, debido al reducido tamaño de estos subdominios, la función  $\phi$  se aproxima mediante funciones interpoladoras simples, cuyos coeficientes son incógnitas. La resolución del problema de campo se logra al encontrar estos coeficientes desconocidos.

Este método se puede organizar en los siguientes pasos:

1. Dominio de la partición: El dominio es dividido en una cantidad elevada de subdominios, estos a su vez son caracterizados por dominios reducidos.
2. Elección de las funciones de interpolación: Las funciones  $v_i$  son elegidas. Como se dijo anteriormente, con la pequeña dimensión de los subdominios, estas funciones pueden ser muy simples.
3. Formulación del sistema para resolver el problema de campo: El sistema de ecuaciones que representa la solución del campo se desarrolla indistintamente mediante el método de Galerkin o el método de Rayleigh-Ritz [Hughes \(1987\)](#).
4. Solución del problema: Luego de formulado el problemas y el sistemas de ecuaciones, el procedimiento final en resolver el sistema de ecuaciones, y analizando los resultados obtenidos para garantizar la coherencia.

#### 3.4.1. Dominio de la partición

El primer paso en el método de elementos finitos implica la subdivisión del dominio. El dominio completo  $D$  se divide en  $N_m$  elementos  $D_m$  ( $m = 1, 2, 3, \dots, N_m$ ). La forma de realizar esta subdivisión tiene un impacto significativo en la precisión de la solución



y también afecta el espacio de memoria requerido por la computadora. En problemas unidimensionales, el dominio toma la forma de una curva, con cada subdominio representando un segmento, como se ilustra en la Figura 3.1(a). La unión de estos segmentos forma la curva original. En problemas bidimensionales, el dominio es una superficie con subdominios que son polígonos, típicamente triángulos o rectángulos, según se muestra en la Figura 3.1(b). Para problemas tridimensionales, el dominio se convierte en un volumen, con subdominios representados por tetraedros, prismas triangulares o sólidos rectangulares, según se ilustra en la Figura 3.1(c).

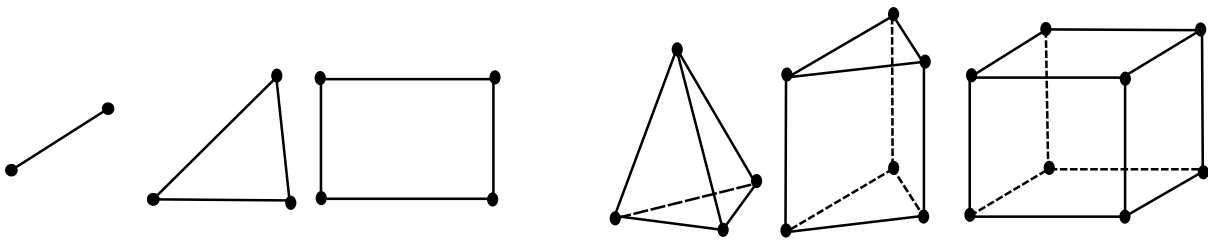


Figura 3.1: Elementos para la partición del dominio [Bianchi & Pré \(2006\)](#)

### 3.4.2. Elección de las funciones de interpolación

La segunda fase implica la selección de la función interpoladora para estimar la función desconocida en cada elemento  $m$ . Al optar por un polinomio de primer orden, se logra una interpolación lineal, mientras que con un polinomio de segundo orden se alcanza una interpolación cuadrática. Aunque existe la posibilidad de elegir polinomios de orden superior para obtener una mayor precisión en la interpolación, suelen requerir formulaciones más complejas y, en consecuencia, su adopción es limitada. Una vez definido el orden del polinomio, se describe la solución desconocida en cada elemento  $m$ .

$$\phi^*(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^n \phi_{mj} v_{mj}(x, y, z, t) \quad (3.15)$$

donde  $n$  es el número de nodos del elemento,  $\phi_{mj}$  es el valor de  $\phi$  en el  $j$ -th nodo de el  $m$ -th elemento. Finalmente,  $v_{mj}$  es la función interpolada referida a el  $j$ -th nodo de el elemento  $m$ -th. El orden más alto de la función define también el orden del elemento.

# Capítulo 4

## Relaciones eléctricas y mecánicas

En este capítulo, se explora las relaciones entre las principales leyes de campo magnético, circuitos eléctricos y movimiento mecánico para ilustrar el proceso de funcionamiento de la maquina con imanes permanentes.

### 4.1. Enlaces de flujo e inductancias

#### 4.1.1. Inductancia propia

Muchos autores como [Sadiku \(2000\)](#), relacionan análogamente la ley de ohm con el flujo magnético, es por lo que para una mejor comprensión analizaremos un circuito magnético mostrado en la Figura 4.1. Este circuito presenta únicamente una bobina para generar flujo ( $\phi$ ) originado por una corriente ( $i$ ) por lo que aplicando análogamente la ley de ohm tenemos.

$$\phi = \frac{Ni}{R} \quad (4.1)$$

donde  $R$  es la reluctancia que es una medida de la oposición que presenta el material

del núcleo magnético al flujo magnético. Cuando se aplica una fuerza magnetomotriz (FMM) al circuito, este flujo magnético se forma en el núcleo y pasa a través del devanado de la bobina. El número total de vueltas de este devanado se representa por  $N$ .

El flujo enlazado por el devanado se refiere al flujo magnético total que atraviesa todas las vueltas de la bobina. Este flujo enlazado es esencialmente la suma de todos los flujos magnéticos individuales que atraviesan cada vuelta de la bobina. En otras palabras, es la cantidad total de flujo magnético que interactúa con el devanado de la bobina. Dado que este flujo atraviesa, o enlaza, todas las  $N$  vueltas del devanado, el flujo total enlazado por el devanado se denomina enlace de flujo, que se define como

$$\lambda = N\phi \quad (4.2)$$

combinando las ecuaciones 4.1 y 4.2 obtenemos,

$$\lambda = \frac{N^2}{R}i \quad (4.3)$$

la expresión 4.3 muestra que el enlace de flujo es directamente proporcional a la corriente de la bobina. Como resultado, es común definir la constante que relaciona la corriente con el enlace de flujo como inductancia.

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N^2}{R} = N^2P \quad (4.4)$$

Donde  $P = R^{-1}$ . Esta relación se aplica en aquellas situaciones donde la reluctancia no es una función del nivel de excitación. Es decir, se aplica cuando el material magnético es lineal, o puede suponerse que es lineal. Cuando el material es no lineal, la inductancia se convierte en una función del nivel de excitación [Cullity & Graham \(1983\)](#). En este caso, las inductancias diferencial y promedio se definen de manera similar a la permeabilidad de los materiales ferromagnéticos. Las ecuaciones (4.2) a (4.4) definen las propiedades de

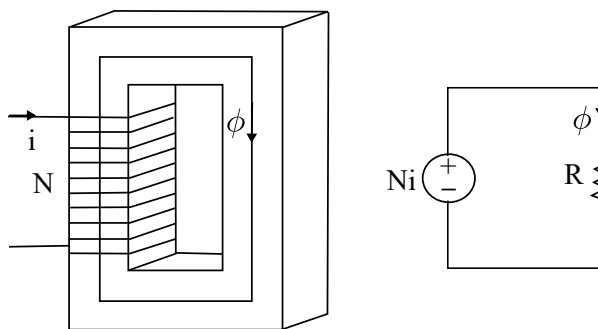


Figura 4.1: Estructura magnética mono excitada y su modelo de circuito magnético [HANSELMAN \(2006\)](#).

inductancia de una sola bobina. Estas relaciones se utilizan extensamente en el diseño de motores de imán permanente sin escobillas [J.R. HENDERSHOT \(2009\)](#).

Es importante mencionar que en este trabajo de investigación consideraremos un material ferromagnético no lineal, por lo que la inductancia es una función de la corriente, como se mostrara en capítulos mas adelante.

### 4.1.2. Inductancia mutua

Para entender cómo funciona la inductancia mutua, considera el circuito magnético ilustrado en la Figura 4.2. En este circuito, hay una doble excitación debido a la presencia de dos fuentes de energía magnética. El flujo magnético generado por cada bobina se divide en dos trayectorias: una a través del camino central compartido y otra a través de la otra bobina. Como resultado, el flujo que atraviesa cada bobina está compuesto por dos componentes distintas. De acuerdo con el principio de superposición, el flujo  $\phi_1$  se forma por la suma del flujo generado exclusivamente por la bobina 1 y el flujo generado exclusivamente por la bobina 2. De manera similar, esta idea se aplica a  $\phi_2$ . Estas relaciones se pueden expresar matemáticamente de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \phi_{11} + \phi_{12} \\ \phi_2 &= \phi_{22} + \phi_{21}\end{aligned}\tag{4.5}$$

donde  $\phi_{ij}$  es el flujo que enlaza la bobina  $i$ -ésima debido a la corriente en la bobina  $j$ -ésima.

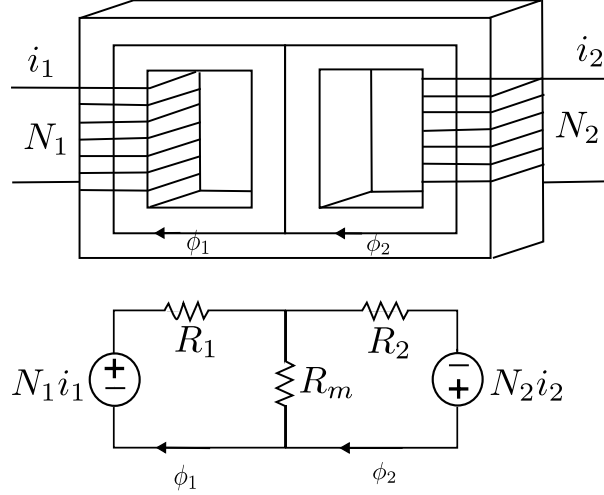


Figura 4.2: Estructura magnética doblemente excitada y su modelo de circuito magnético HANSELMAN (2006).

resolviendo el circuito magnético, tenemos:

$$\begin{aligned}
 \phi_{11} &= \frac{N_1 i_1}{R_1 + R_2 || R_m} \\
 \phi_{22} &= \frac{N_2 i_2}{R_2 + R_1 || R_m} \\
 \phi_{12} &= \frac{\phi_{22} R_m}{R_1 + R_m} \\
 \phi_{21} &= \frac{\phi_{11} R_m}{R_2 + R_m}
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

el termino  $||$  denota reluctancias en paralelo, los enlaces de flujo para cada bobina es igual a,

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= N_1 \phi_1 = N_1 (\phi_{11} + \phi_{12}) \\
 \lambda_2 &= N_2 \phi_2 = N_2 (\phi_{22} + \phi_{21})
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

combinando las expresiones, tenemos,

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= L_1 i_1 + L_{12} i_2 \\ \lambda_2 &= L_{21} i_1 + L_2 i_2\end{aligned}\tag{4.8}$$

por lo que igualando a 0 las corrientes  $i_1$  e  $i_2$  podemos calcular las inductancias propias,

$$\begin{aligned}L_1 &= \frac{\lambda_1}{i_1} = \frac{N_1^2}{R_1 + R_2 || R_m} \\ L_2 &= \frac{\lambda_2}{i_2} = \frac{N_2^2}{R_2 + R_1 || R_m}\end{aligned}\tag{4.9}$$

consecuentemente la inductancia mutua es expresado de la siguiente manera,

$$L_{12} = \frac{\lambda_1}{i_2} = L_{21} = \frac{\lambda_2}{i_1} = \frac{N_1 N_2 R_m}{R_1 R_2 + R_1 R_m + R_2 R_m}\tag{4.10}$$

La inductancia mutua expresada mediante la expresión 4.10 se debe al acoplamiento mutuo entre las dos bobinas. La reluctancia  $R_m$  gobierna la inductancia mutua. Si  $R_m$  es cero, ambas bobinas ven un cortocircuito magnético a través del camino central y ningún flujo de ninguna de las bobinas está enlazado a la otra. Establecer  $R_m$  igual a cero en (4.10) confirma esto, ya que la inductancia mutua es cero en este caso. Por otro lado, si  $R_m$  tiende a infinito (un circuito magnético abierto), todo el flujo de cada bobina se acopla a la otra, ya que no hay otro camino de flujo excepto a través de la otra bobina. En este caso, la inductancia mutua es máxima y es igual a  $\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$ .

Este fenómeno es común en maquinas de imán permanente, ya que las bobinas están acopladas magnéticamente, y el flujo magnético producido por una de estas bobina se ve afectado por otra que mantiene la corriente en 0, este fenómeno electromagnético es de suma importancia para entender el torque por reluctancia mostrado en secciones posteriores.

### 4.1.3. Flujo mutuo debido a imanes permanentes

En esta sección nos enfocaremos en modelar el circuito magnético mostrado en la Figura 4.3 adicionando un imán permanente, este fenómeno magnético nos ayudara a entender de mejor manera el acoplamiento magnético cuando se tiene la influencia de un imán permanente. Dado que un imán permanente no es una bobina, no tiene un número de vueltas asociado ni una inductancia. Sin embargo, proporciona flujo para enlazar otra bobina. Para ilustrar este concepto, considera el circuito magnético mostrado en la Figura 4.3.

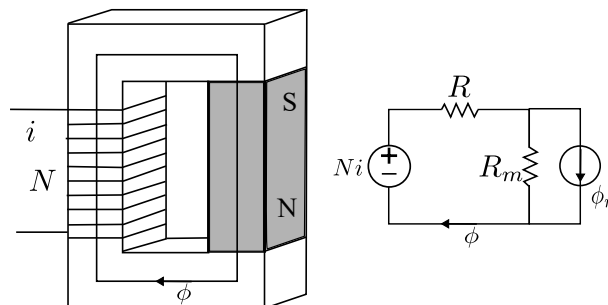


Figura 4.3: Estructura magnética que contiene un imán y una bobina [HANSELMAN \(2006\)](#).

En este circuito, el flujo que sale del imán está enlazado a la bobina. Como resultado, el flujo que enlaza la bobina se puede escribir como  $\phi = \phi_i + \phi_m$ , donde  $\phi_i$  es el flujo que enlaza la bobina debido a la corriente de la bobina y  $\phi_m$  es el flujo que enlaza la bobina debido al imán. Para el circuito dado, estos flujos son:

$$\phi_i = \frac{Ni}{R + R_m} \quad (4.11)$$

$$\phi_m = \frac{R_m \phi_r}{R + R_m} \quad (4.12)$$

como es mostrado en estas expresiones, este flujo enlaza todas las N vueltas del devanado. Por lo tanto, el enlace de flujo es,

$$\lambda = Li + N\phi_m \quad (4.13)$$

#### 4.1.4. Tensión inducida

Al tener un flujo que varíe con el tiempo y este a su vez es enlazado en una determinada área además de ser aprovechado por una bobina, la principal importancia es obtener un voltaje inducido ( $e$ ) a través del devanado este voltaje  $e$ , es conocido mediante la ley de Faraday, que establece.

$$e = \frac{d\lambda}{dt} \quad (4.14)$$

La polaridad del voltaje inducido está regida por la ley de Lenz, que establece que el voltaje inducido provocará que circule una corriente en un circuito cerrado en una dirección tal que su efecto magnético opondrá el cambio que lo produce. Es decir, el voltaje inducido siempre tratará de evitar que el enlace de flujo cambie desde su valor presente.

Introduciendo la expresión 4.4 en 4.14 tenemos,

$$e = \frac{d(Li)}{dt} = L\frac{di}{dt} + i\frac{dL}{dt} \quad (4.15)$$

Para inductancias constantes, el segundo término del lado derecho de la ecuación (4.15) es cero, lo que proporciona la relación estándar de análisis de circuitos eléctricos para un inductor. Sin embargo, cuando la inductancia varía, el segundo término mencionado no es cero. Esta variación de la inductancia ocurre en estructuras donde la trayectoria tomada por el flujo creado por la corriente del inductor cambia de alguna manera. En particular, cuando la inductancia varía como función de la posición  $x$ , entonces (4.15) puede ser reescrito como:



$$e = \frac{d(Li)}{dt} = L \frac{di}{dt} + vi \frac{dL}{dx} \quad (4.16)$$

donde:  $v = dx/dt$  es la velocidad o la razón con la que la inductancia varia.

El primer termino de la expresión 4.16 es conocido comúnmente como "voltaje del transformador", y el segundo termino es conocido como "fuerza contra electromotriz" o "Back EMF" donde la amplitud es directamente proporcional a la velocidad. Por lo que analizando para un sistema rotacional podemos afirmar que  $x = \theta$  y  $v = \omega$  por lo tanto la expresión 4.16 es expresado de la siguiente manera:

$$e = \frac{d(Li)}{dt} = L \frac{di}{dt} + \omega i \frac{dL}{d\theta} \quad (4.17)$$

Una expresión similar a (4.16) y (4.17) resulta cuando se aplica (4.14) al caso de doble excitación y al caso del imán permanente. Cada término en estas ecuaciones de enlace de flujo tiene términos de voltaje. De estos casos, el caso del imán permanente merece un estudio más detallado. Por lo tanto al aplicar (4.14) a (4.13) da lugar a:

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt} + N \frac{d\phi_m}{dt} + \phi_m \frac{dN}{dt} \quad (4.18)$$

Aquí hay cuatro términos que contribuyen independientemente al voltaje de la bobina. Los dos primeros términos son el voltaje del transformador y la fuerza electromotriz inducida respectivamente. El penúltimo término tiene en cuenta situaciones donde el imán se mueve en relación con la bobina, causando un cambio en la cantidad de flujo magnético del imán enlazado a la bobina. El último término considera el caso donde el número de vueltas enlazadas por el flujo magnético del imán varía. De estos términos, el primero y el tercero aparecen con más frecuencia en los motores de imán permanente sin escobillas.

## 4.2. Energía y coenergía

La energía almacenada en un campo magnético es una cantidad importante a conocer en el diseño y análisis de motores brushless de imanes permanentes, ya que el campo magnético es el medio a través del cual la energía eléctrica se convierte en energía mecánica. Además, conocer la energía o coenergía almacenada en un campo magnético proporciona un método para calcular la inductancia.

### 4.2.1. Energía y coenergía en sistema de excitación simple

Para ilustrar el cálculo de la energía y la coenergía, reconsidere el modelo de excitación simple circuito magnético que se muestra en la Figura 4.1. Si se ignoran las pérdidas resistivas, la potencia instantánea entregada al campo magnético de la bobina es  $p = ei$  donde  $i$  y  $e$  son la tensión y la corriente instantáneas respectivamente en la bobina de esa manera formando la fuente de fuerza magnetomotriz (MMF).

$$p = i \frac{d\lambda}{dt} \quad (4.19)$$

Dado que la potencia es la velocidad a la que se transmite la energía, la energía almacenada en la bobina en un momento  $t$  viene dada por la integral de potencia

$$W = \int_0^t i \frac{d\lambda}{dt} dt = \int_{\lambda(0)}^{\lambda(t)} i d\lambda \quad (4.20)$$

donde  $\lambda(0)$  es el enlace de flujo inicial y  $\lambda(t)$  es el enlace de flujo en el tiempo  $t$ . Para un circuito magnético lineal,  $i$  y  $\lambda$  están relacionados por la inductancia  $L$  mostrada en la expresión 4.4.

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N^2}{R} = N^2 P \quad (4.21)$$

Substituyendo la expresión 4.21 en 4.20 obtenemos.

$$W = \frac{1}{2L}[\lambda(t)^2 - \lambda(0)^2] \quad (4.22)$$

De esta expresión es evidente que si el enlace de flujo en el tiempo  $t$  es menor que el enlace de flujo en el tiempo  $0$ , la energía suministrada es negativa. Esto implica que la energía ha salido del campo magnético. Se acostumbra dejar que la energía inicial almacenada sea cero, lo que implica que  $\lambda(0) = 0$ . Al hacerlo, la ecuación anterior describe la energía total almacenada en el campo magnético. Usando esta suposición, la expresión 4.21 es denotada como.

$$W = \frac{\lambda^2}{2L}, \quad (4.23)$$

donde  $\lambda = \lambda(t)$

Como se describe en la expresión 4.21, la energía almacenada en un campo magnético se puede ver como el área sombreada a la izquierda de la línea de inductancia que se muestra en la figura 4.4. Cuando se asume  $\lambda(0) = 0$ , la energía es simplemente el área del triángulo a la izquierda de la línea.

A menudo, es conveniente expresar la energía en términos de enlace de corriente en lugar de flujo como se indica en la expresión 4.22. Para los circuitos magnéticos lineales que se consideran aquí, el área debajo de la línea de inductancia que se muestra en la figura 4.4 es igual al área de la izquierda. El área debajo de la línea se llama co-energía y está dada por.

$$W_c = \int_{i(0)}^{i(t)} \lambda di, \quad (4.24)$$

que al sustituir 4.20 y  $i(0) = 0$  se convierte en la siguiente expresión.

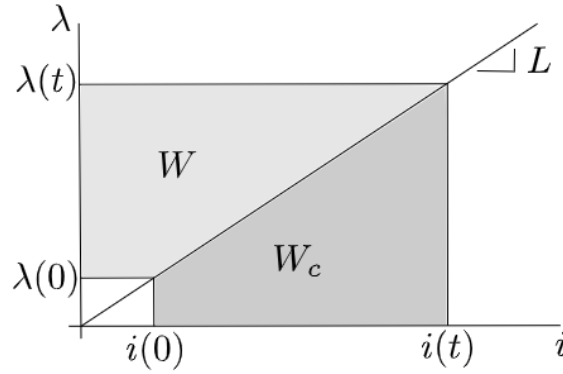


Figura 4.4: Gráfico de energía y coenergía [J.R. HENDERSHOT \(2009\)](#)

$$W_c = \frac{1}{2}Li^2 \quad (4.25)$$

Las ecuaciones 4.23 y 4.25 definen la energía y la coenergía almacenadas en un circuito magnético de excitación única. Antes de considerar los circuitos doblemente excitados, es útil expresar la energía y la coenergía en términos de parámetros del circuito magnético y del campo magnético. Como  $P = \mu A/l$ ,  $\lambda = N\phi$ ,  $L = N^2P$  y  $F = Ni$ , la energía y la coenergía se pueden escribir respectivamente como:

$$\begin{aligned} W &= \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{(N\phi)^2}{2(N^2)P} = \frac{\phi^2}{2P} \\ W_c &= \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}(N^2P)i^2 = \frac{1}{2}PF^2 \end{aligned} \quad (4.26)$$

en términos de parámetros del circuito magnético. En estas ecuaciones,  $\phi$ ,  $P$  y  $F$  son el flujo magnético, la permeancia y fuerza magnetomotriz (MMF) asociados con la bobina que forma la inductancia  $L$ .

Estas expresiones se pueden relacionar con los parámetros del campo magnético  $B$ ,  $H$  y  $\mu$  para expresar energía y coenergía por unidad de volumen. Dado que  $\phi = BA$ ,  $F = Hl$  y el volumen es  $AL$ , la expresión 4.26 puede manipularse para obtener las densidades de energía y coenergía.

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{W}{AL} = \frac{\phi^2}{2PAL} = \frac{(BA)^2}{2(\mu A/l)Al} = \frac{B^2}{2\mu} \\ \omega_c &= \frac{W_c}{Al} = \frac{1}{2Al}PF^2 = \frac{1}{2Al}(\mu A/l)(Hl)^2 = \frac{\mu H^2}{2}\end{aligned}\quad (4.27)$$

### 4.3. Energía y coenergía en sistemas doblemente excitadas

Para sistemas doblemente excitados como el mostrado en la Figura 4.2, las expresiones para la energía y la coenergía son más complicadas porque la energía se almacena tanto en las auto inductancias como en las mutuas. En particular, el cálculo de la energía almacenada en la inductancia mutua requiere más rigor que el análisis anterior como en las referencias [Krause \*et al.\* \(2002\)](#), [Gross \(1986\)](#). Por lo que en resultado tenemos,

$$p = i_1 \frac{d\lambda_1}{dt} + i_2 \frac{d\lambda_2}{dt} \quad (4.28)$$

donde los subíndices se refieren a las respectivas bobinas y las corrientes se expresan en caracteres minúsculos. A partir de esta expresión, la energía almacenada en el campo magnético es:

$$W = \frac{\lambda_{11}^2}{2L_1} + \frac{\lambda_{22}^2}{2L_2} + \frac{\lambda_{12}\lambda_{21}}{L_{12}} \quad (4.29)$$

donde  $\lambda_{11} = N_1\phi_{11}$ ,  $\lambda_{22} = N_2\phi_{22}$ ,  $\lambda_{12} = N_1\phi_{12}$  y  $\lambda_{21} = N_2\phi_{21}$ , por lo tanto la coenergía en función de la inductancias es expresado como,

$$W_c = \frac{1}{2}L_1i_1^2 + \frac{1}{2}L_2i_2^2 + i_1i_2L_{12} \quad (4.30)$$

Una comparación entre las ecuaciones (4.29) y (4.30) muestra la ventaja aparente de utilizar la coenergía, ya que los términos en (4.30) son mucho más evidentes. En estas ecuaciones, los dos primeros términos representan la energía y la coenergía almacenadas

en las autoinducciones respectivamente, y el último término representa la energía y la coenergía almacenadas en la mutua inductancia.

#### 4.4. Coenergía en presencia de un imán permanente

Debido a su importancia en los motores de imanes permanentes sin escobillas, es importante considerar la coenergía almacenada en el campo magnético de un circuito magnético que contiene un imán permanente. Para el circuito magnético que se muestra en la figura 4.3, la coenergía almacenada es expresada de la siguiente manera.

$$W_c = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}(R + R_m)\phi_m^2 + Ni\phi_m \quad (4.31)$$

donde  $\phi_m$  es el flujo magnético que une la bobina. En esta expresión, el primer término es la coenergía almacenada en la auto-inductancia, el segundo término es la coenergía almacenada solo debido al imán y el último es la coenergía debida al flujo mutuo. Como se discutirá a continuación, el par producido por un motor se compone de dos componentes, uno debido a los términos de autoinducción en (4.30) y el otro debido a los términos mutuos. En un motor de imanes permanentes sin escobillas, se desea el par debido a los términos mutuos así como también el par debido a los términos de auto-inducción.

#### 4.5. Fuerza, torque y potencia

El par motor producido por un motor de imán permanente sin escobillas es la cantidad más importante a determinar. El par motor es una medida de la fuerza de giro que puede ser producida en un motor y representa la especificación fundamental que debe cumplirse en todas las aplicaciones.

La energía en un sistema mecánico se llama trabajo. El trabajo es igual al producto de la fuerza y la distancia. Más precisamente, es el producto del desplazamiento de un objeto y la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.

Por lo tanto, una cantidad diferencial de energía mecánica se puede escribir como  $dW_m = Fdx$  donde  $W_m$  es la energía mecánica,  $F$  es la fuerza en la dirección  $x$ , y  $dx$  es una longitud diferencial en la dirección  $x$ .

La potencia es la cantidad de trabajo realizado por unidad de tiempo, o la tasa de cambio temporal de energía. Por lo tanto, a partir de la expresión anterior, la potencia mecánica se expresa como

$$P_m = \frac{dW_m}{dt} = F \frac{dx}{dt} = Fv \quad (4.32)$$

donde  $v$  es la velocidad.

Sabemos que en una maquina eléctrica el movimiento es realizado mediante una rotación, por lo que se trabaja con la magnitud de torque y no con fuerza.

Por definición, el torque es expresado por una fuerza tangencial  $F$ , actuando en un radio  $r$ , donde el producto de estas dos magnitudes resulta en un torque producido por la fuerza ( $T = Fr$ ). En este caso, una cantidad diferencial de trabajo se expresa como  $dW_m = Fdx = Frd\theta = Td\theta$ , donde se ha utilizado la relación entre la distancia circunferencial y la posición angular  $\theta$ . Finalmente, como se definió anteriormente, la potencia mecánica es dado por,

$$P_m = \frac{dW_m}{dt} = T \frac{d\theta}{dt} = T\omega \quad (4.33)$$

donde  $\omega$  es la velocidad rotacional en radianes por segundo,  $radM/s$ .

### 4.5.1. El Torque desde una Perspectiva Macroscópica

Existen dos métodos generales para calcular el torque generado por un campo magnético. El primero de ellos se basa en una perspectiva macroscópica, la cual emplea el principio de conservación de la energía. Este enfoque requiere que todas las pérdidas eléctricas, magnéticas y mecánicas en el motor sean consideradas como externas al mismo. Lo que resulta es un sistema conservativo donde no hay pérdida de energía.

Cualquier energía eléctrica añadida debe contribuir a la energía almacenada en el campo magnético y a la energía mecánica de salida. Expresado en términos de una cantidad diferencial de energía añadida, la conservación de energía requiere que  $dW_e = dW + dW_m$ , donde  $dW_e$ ,  $dW$  y  $dW_m$  son cantidades diferenciales de energías eléctrica, magnética y mecánica respectivamente.

Basándose en la expresión anterior, es posible demostrar que el torque puede relacionarse con la tasa de cambio de la energía del campo de la siguiente manera:

$$T = \frac{-dW}{d\theta} \quad (4.34)$$

y puede relacionarse con la tasa de cambio de la coenergía del campo de la siguiente manera:

$$T = \frac{dW_c}{d\theta} \quad (4.35)$$

Las ecuaciones (4.34) y (4.35) se aplican al caso general. Cuando se restringen al caso lineal, estas ecuaciones pueden simplificarse. Además, dado que la coenergía se describe en términos de corriente en lugar de enlace de flujo, (4.35) es la expresión más conveniente de usar. Dado que ambas ecuaciones dan el mismo resultado cuando se realizan las sustituciones apropiadas.



La aplicación de la ecuación (4.32) al caso de la inductancia mutua (ecuación 4.30) proporciona:

$$T = \frac{1}{2}i_1^2 \frac{dL_1}{d\theta} + \frac{1}{2}i_2^2 \frac{dL_2}{d\theta} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\theta} \quad (4.36)$$

La importancia de esta ecuación se discute mejor considerando cada término individualmente. Para hacerlo, primero se asume que el sistema bajo investigación está excitado de manera única, es decir,  $i_2 = 0$ . En este caso, solo permanece el primer término en (4.36). Este término implica que el par producido es una función del cuadrado de la corriente aplicada y, por lo tanto, no es una función de la dirección del flujo de corriente. Esto tiene sentido ya que un electroimán atraerá un trozo de acero independientemente de la dirección del flujo de corriente. Además, el primer término implica que el par positivo, o atracción, ocurre siempre que la inductancia está aumentando. En otras palabras, este término de par siempre actúa para aumentar la inductancia o permeancia (ya que  $L = N^2 P$ ) y actúa para disminuir la reluctancia.

A continuación, si uno asume que  $i_1 = 0$ , en lugar de  $i_2$  como se consideró anteriormente, solo queda el segundo término en (4.36). Debido a la similitud entre el primer y segundo término, este término de par, es un par de reluctancia y tiene las mismas propiedades que el primer término.

Finalmente, si las autoinductancias  $L_1$  y  $L_2$  son constantes, solo queda el último término en (4.36). Este término se debe al flujo mutuo o inductancia entre las dos bobinas y comúnmente se llama par mutuo o par de alineación. Este término existe solo si hay alguna variación en la mutua inductancia entre las dos bobinas. En este caso, el par positivo actúa para aumentar el acoplamiento mutuo entre las dos bobinas cuando las corrientes tienen el mismo signo, y actúa para disminuirlo cuando las corrientes tienen signos opuestos. Con referencia a la Figura 4.2, el par positivo se produce cuando los flujos mutuos se suman, y el par negativo se produce cuando los flujos mutuos se oponen entre sí. Alternativamente, esta propiedad establece el conocido axioma de que los polos

magnéticos opuestos se atraen y los polos similares se repelen.

La aplicación de (4.35) al caso de una bobina mutuamente acoplada e imán permanente, (4.31) resulta en,

$$T = \frac{1}{2}i^2 \frac{dL}{d\theta} - \frac{1}{2}\phi^2 \frac{dR}{d\theta} + Ni \frac{d\phi}{d\theta} \quad (4.37)$$

En esta expresión, los dos primeros términos son el par de reluctancia asociado con la bobina y el imán respectivamente, y el tercer término es el par de alineación debido al flujo mutuo  $\phi$  que vincula el imán con la bobina. El primer término es idéntico al de (4.36). El segundo término es una componente de torque proporcional al cuadrado del flujo que sale del imán y no es una función de la polaridad del flujo. La razón del signo negativo frente a este término es que la inductancia es inversamente proporcional a la reluctancia. Por lo tanto,  $dL/d\theta$  es proporcional a  $dR/d\theta$ , haciendo que los primeros y segundos términos en (4.37) sean equivalentes en términos de producción de torque. Dado que el vínculo de flujo mutuo entre el flujo que sale del imán ( $\phi$ ) y la bobina es  $\lambda_m = N\phi$ , el último término en (4.37) es equivalente al último término en (4.36) donde  $\lambda_{12} = L_{12}i_2$ .

En un motor brushless de imán permanente, el primer término en (4.37) aparece cuando la construcción del motor hace que la inductancia del devanado varíe como función de la posición. El segundo término describe el par de dientes que aparece siempre que el flujo del imán atraviesa una reluctancia variable. El último término describe el par mutuo que se utiliza para hacer girar el eje del motor. Este último término describe la atracción y repulsión que ocurre entre los electromagnetos en el estator y los imanes permanentes en el rotor.

# Capítulo 5

## Máquina síncrona

Una máquina síncrona es un tipo de máquina eléctrica que opera con corriente alterna (CA). La característica principal de estas máquinas es que funcionan a una velocidad sincronizada con la frecuencia suministrada.

### 5.1. Principio de trabajo

Las máquinas síncronas funcionan según el principio del electromagnetismo. Un campo magnético se crea mediante imanes permanentes o electroimanes ubicados en el rotor (la parte giratoria de la máquina). El estator (la parte estacionaria de la máquina) contiene devanados a través de los cuales fluye el suministro de CA. La interacción entre el campo magnético del rotor y el campo magnético giratorio producido por la corriente CA en el estator hace que el rotor gire a una velocidad constante que coincide con la frecuencia del suministro de CA.

Cuando se suministra una corriente trifásica al estator de un motor sincrónico trifásico con bobinado, se genera un campo giratorio (digamos en sentido antihorario) que rota a una velocidad sincrónica ( $NS = 120f/P$ ). Este campo se representa mediante polos imaginarios en el estator. En un instante, como se muestra en la Figura 5.1(a), los polos

opuestos del estator y el rotor se enfrentan entre sí (para simplificar, se considera una máquina de dos polos). Debido a la fuerza de atracción entre ellos, se produce un torque en sentido antihorario en el rotor, ya que los polos del rotor son arrastrados por los polos o el campo giratorio del estator.

Después de medio ciclo, la polaridad de los polos del estator se invierte, mientras que los polos del rotor no cambian de posición debido a la inercia. Como resultado, los polos iguales se enfrentan y, debido a la fuerza de repulsión, se produce un torque en sentido horario en el rotor, como se muestra en la Figura 5.1(b).

Por lo tanto, el torque producido en un motor sincrónico trifásico no es unidireccional, y como tal, este motor no es autoarrancante.

Sin embargo, si el rotor de un motor sincrónico es girado por algún medio externo al inicio, de modo que también invierta su polaridad cuando la polaridad de los polos del estator se invierte después de medio ciclo, como se muestra en la Figura 5.1(c), se crea una fuerza continua de atracción entre los polos del estator y del rotor. Esto se llama bloqueo magnético. Una vez que se obtiene el bloqueo magnético, los polos del rotor son arrastrados por el campo giratorio del estator (polos imaginarios) y se obtiene un torque continuo. A medida que los polos del rotor son arrastrados por el campo giratorio del estator, el rotor gira a la misma velocidad que el campo giratorio del estator, es decir, a la velocidad sincrónica.

Así, un motor sincrónico solo funciona a una velocidad constante llamada velocidad sincrónica.

### 5.1.1. Efecto de la carga en el motor sincrónico

Cuando un motor sincrónico se conecta a las líneas y se arranca mediante algún medio externo, comienza a girar a la velocidad sincrónica. Si el motor está funcionando sin carga y no tiene pérdidas (condición ideal), entonces la fem inducida  $E$  es igual

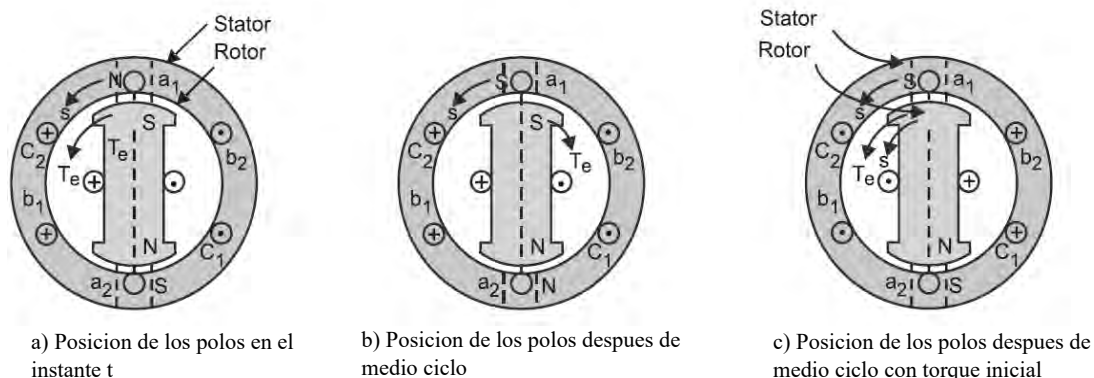


Figura 5.1: Representación del principio de funcionamiento con par inicial - Sahdev (2018)

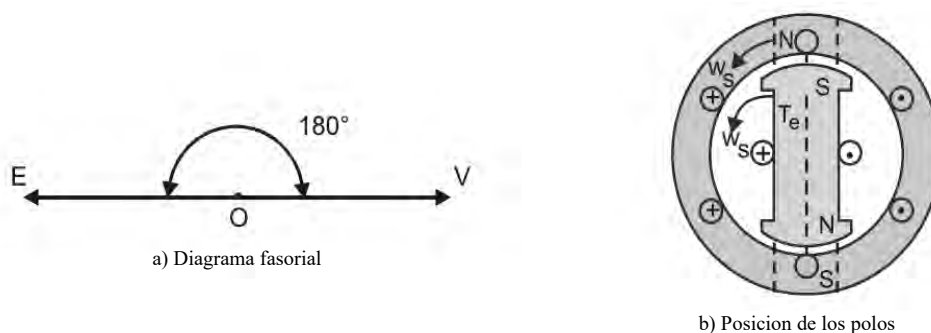


Figura 5.2: Motor síncrono en vacío (condición ideal) - Sahdev (2018)

y opuesta a la tensión aplicada  $V$ , como se muestra en la Figura 5.2(a), y los polos del estator y del rotor están alineados, como se muestra en la Figura 5.2(b). La fem resultante, y por lo tanto la corriente absorbida por el motor, es cero. Así, se dice que el motor está "flotando".

Sin embargo, en una máquina real siempre hay algunas pérdidas presentes, lo que provoca que la fem inducida  $E$  se retrase por un ángulo  $\delta_0$  en relación con los polos del estator, como se muestra en la Figura 5.3(a). Esto causa una tensión resultante  $E_r$  en el circuito de la armadura, y el motor consume una corriente sin carga  $I_0$  ( $I_0 = \frac{E_r}{Z_s}$ ) de la red. Esta corriente sin carga se retrasa respecto a la tensión resultante por un ángulo  $\theta$ , donde  $\theta = \tan^{-1} \left( \frac{X_s}{R} \right)$ ;  $X_s$  es la reactancia sincrónica y  $R$  es la resistencia de la armadura (bobinado del estator). Dado que la resistencia es muy pequeña en comparación con la reactancia sincrónica, el ángulo  $\theta$  es casi  $90^\circ$ . La potencia consumida por el motor sin carga es  $V I_0 \cos \phi_0$ , que es suficiente para compensar las pérdidas y permitir que el motor siga funcionando continuamente a velocidad sincrónica.

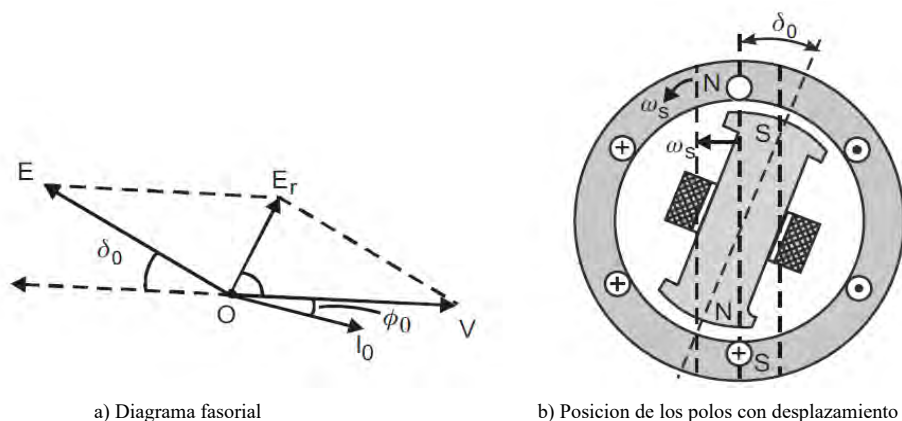


Figura 5.3: Motor síncrono en vacío (considerando pérdidas - Sahdev (2018), Kirtley Jr *et al.* (1998))

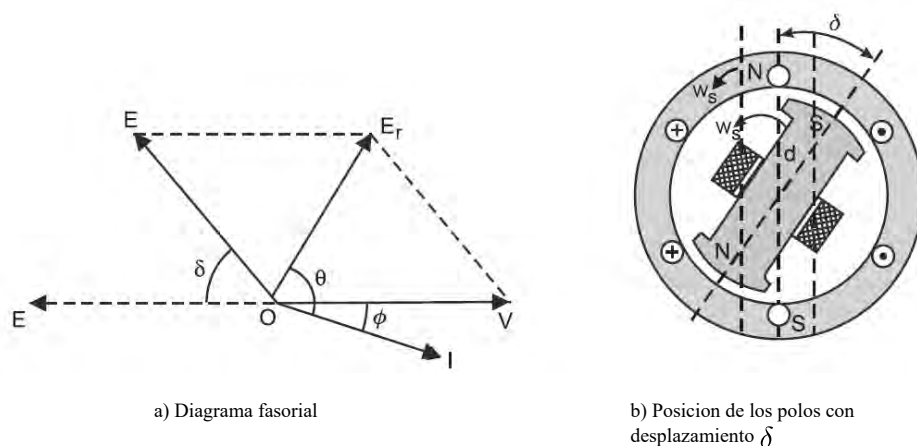


Figura 5.4: Motor síncrono bajo carga mecánica Sahdev (2018), Kirtley Jr *et al.* (1998)

Sin embargo, cuando se aplica una carga al motor a través del eje, los polos del rotor se retrasan un poco más (ángulo  $\delta$ ) en relación con los polos del estator, como se muestra en la Figura 5.4(b). Por lo tanto, el ángulo de torque aumenta a  $\delta$  con el incremento de la carga. Esto incrementa la tensión resultante  $E_r$ , lo que a su vez aumenta la corriente  $I$  ( $I = \frac{E_r}{Z_s}$ ) que el motor toma de la red.

Así, un motor sincrónico es capaz de suministrar potencia a la carga mecánica aumentada, no disminuyendo su velocidad, sino desplazando la posición de los polos del rotor con respecto a los polos o al campo del estator.

Cuando la carga aplicada en el eje del motor se incrementa aún más, la fem inducida  $E$  se retrasa aún más. Por lo tanto, el ángulo de carga (ángulo de torque)  $\delta$  aumenta con el incremento de la carga. Al aumentar  $\delta$ , la tensión resultante  $E_r$  también aumenta, lo

que incrementa la corriente de armadura  $I$ . Si se aplica una carga mecánica excesiva al motor sincrónico, el rotor pierde el sincronismo y luego se detiene. Este valor máximo de torque que un motor puede desarrollar sin perder su sincronismo se llama torque de desprendimiento (pull-out torque).

### 5.1.2. Clasificación según la aplicación

Una común clasificación es según el tipo de aplicación como muestra a continuación.

#### 5.1.2.1. Hidroeléctrica

- **Generador Síncrono de Rotor Cilíndrico:** Utilizados en plantas hidroeléctricas debido a su capacidad para manejar grandes variaciones de carga.
- **Generador Síncrono de Polo Saliente:** Común en plantas hidroeléctricas de menor capacidad y en sistemas con altas variaciones de carga.

#### 5.1.2.2. Eólica

- **Generador Síncrono de Imanes Permanentes (PMSG):** Usado por su alta eficiencia y menor mantenimiento, adecuado para turbinas eólicas.
- **Generador Síncrono Excitado por Rotor (EESG):** Menos común, pero utilizado en algunas aplicaciones eólicas debido a su robustez.

#### 5.1.2.3. Termoeléctrica

- **Generador Síncrono de Rotor Cilíndrico:** Común en plantas termoeléctricas debido a su alta eficiencia y capacidad de manejar grandes volúmenes de generación.

### 5.1.3. Aplicaciones Industriales

#### 5.1.3.1. Motores Síncronos

- **Motores Síncronos de Imanes Permanentes (PMSM):** Usados en aplicaciones industriales que requieren alta eficiencia y precisión en el control de velocidad, como en máquinas CNC.
- **Motores Síncronos de Reluctancia:** Utilizados en aplicaciones donde se requiere alta eficiencia a bajo costo, como en sistemas de ventilación y bombas de agua.

### 5.1.4. Aplicaciones Especiales

#### 5.1.4.1. Sistemas de Compensación Reactiva

- **Compensadores Síncronos Estáticos (CSS):** Utilizados en sistemas de transmisión y distribución para mejorar la estabilidad y el factor de potencia.

#### 5.1.4.2. Sistemas de Tracción Eléctrica

- **Motores Síncronos de Imanes Permanentes:** Utilizados en trenes y vehículos eléctricos debido a su alta eficiencia y rendimiento.

## 5.2. Clasificación según el Tipo de Generación

### 5.2.1. Generación Convencional

- **Generadores Síncronos de Rotor Cilíndrico:** Para grandes plantas generadoras, como termoeléctricas y nucleares.
- **Generadores Síncronos de Polo Saliente:** Para plantas hidroeléctricas y pequeñas plantas de generación descentralizadas.



### 5.2.2. Generación Renovable

- **Generadores Síncronos de Imanes Permanentes (PMSG):** Predominantes en la generación eólica.
- **Generadores Síncronos Excitados por Rotor (EESG):** Usados en algunas aplicaciones eólicas y solares híbridas.

## 5.3. Clasificación según el Uso Específico

### 5.3.1. Motores Eléctricos

- **Motores Síncronos de Imanes Permanentes (PMSM):** Alta eficiencia, adecuados para aplicaciones que requieren control preciso de la velocidad y torque, como en robótica y automatización industrial.
- **Motores Síncronos de Reluctancia:** Costos más bajos, eficientes para aplicaciones generales como ventiladores, compresores y bombas.

### 5.3.2. Bombas

- **Motores Síncronos de Reluctancia:** Utilizados en bombas de agua y sistemas de circulación debido a su eficiencia y menor costo.
- **Motores Síncronos de Imanes Permanentes (PMSM):** Utilizados en bombas que requieren alta eficiencia y precisión en el control, como en sistemas de calefacción y refrigeración.

# Capítulo 6

## Procedimiento de diseño

Se presenta el proceso de dimensionamiento de una máquina que incorpora un imán en el interior del rotor con forma de V. Este proceso se basa en valores estandarizados hallados en la literatura. A lo largo de este procedimiento, se toman una serie de decisiones fundamentadas en la literatura existente. Algunos de los factores mas influyentes son mostrados en la lista siguiente.

- Tipo de aplicación: Las variables topológicas de una máquina se definen en función del tipo de aplicación. Por ejemplo, en aplicaciones aerodinámicas o vehiculares, se presta especial atención al peso de la máquina. Esto se debe a que el peso puede influir significativamente en el rendimiento y la eficiencia de estas aplicaciones. Por lo tanto, se considera un factor crítico en el diseño de la máquina.
- Tipo de accionamiento: Estudios basados en elementos finitos para diseños de maquinas [Song et al. \(2019\)](#) consideran el tipo de accionamiento de forma senoidal o trapezoidal, además otros estudios como [Lumertz et al. \(2020\)](#) buscan aplicar armónicos en el accionamiento para mejorar el desempeño de la maquina.
- Cantidad de polos y ranuras: La principal consecuencia de esta característica de la maquina, es el tipo de enrollamiento que se colocara en la maquina.

- Tipo de enrollamiento: Comúnmente para maquinas trifásicas existen dos tipos de enrollamiento que son, de tipo distribuido y concentrado, ambos con diferentes ventajas y desventajas que serán abordadas mas adelante.
- Materiales ferromagnéticos e imanes: Según los materiales ferromagnéticos escocidos con cierto nivel de saturación y el flujo remanente de los imanes, permiten definir el volumen de la maquina, ya que el proyecto inicial de la maquina es basado en densidades de flujo.

Existen otros factores importantes a la hora de proyectar una maquina como, factor de llenado o también conocido como "slot fill factor", eficiencia de la maquina, factor de potencia, carga magnética, corriente suministrada, distancia de entrehierro, entre otros, que son ajustados dependiendo de los resultados que se obtengan o de una posible restricción de proyecto.

## 6.1. Diseño de MSIPIR

El diseño de esta maquina tiene como objetivo dimensionar una maquina con las siguientes especificaciones:

- Potencia de 1.7kW
- Velocidad nominal de 1000 rpm y velocidad maxima de 1100 rpm
- Voltaje de linea de 380V
- Conexion estrella

### 6.1.1. Calculo del valor de Ke

Supongase corrientes de fase senoidales desfasadas  $2\pi/3$  radianes de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 I_a &= I_{pk} \cdot \sin(p\theta); \\
 I_b &= I_{pk} \cdot \sin(p\theta - 2\pi/3); \\
 I_c &= I_{pk} \cdot \sin(p\theta + 2\pi/3);
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

de la misma manera se considera para la fuerza contra electromotriz senoidal, expresada de la forma:

$$\begin{aligned}
 e_a &= e_{pk} \cdot \sin(p\theta); \\
 e_b &= e_{pk} \cdot \sin(p\theta - 2\pi/3); \\
 e_c &= e_{pk} \cdot \sin(p\theta + 2\pi/3);
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

Donde:

$I_{pk}, e_{pk}$ : Corriente de pico, FCEM de pico.

$\theta$ : la posición del rotor

$p$ : pares de polos

el término  $p\theta$  determina la cantidad de ciclos a evaluar.

Por otro lado el torque instantáneo total, en función de sus componentes de FCEM y corriente es expresado mediante:

$$T_o = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{1}{\omega_m} [e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3] \tag{6.3}$$

Al sustituir las expresiones 6.1 y 6.2 en 6.3, después de una simplificación algebraica se obtiene el torque en función de valores pico y velocidad mecánica mostrado en la

ecuación (6.4).

$$T_o = \frac{3 e_{pk} \cdot i_{pk}}{2 \omega_m}. \quad (6.4)$$

donde:

$e_{pk}$ : es el valor de fuerza contra electromotriz de fase,

$i_{pk}$ : es el valor de la corriente de fase

Seguidamente expresamos en valores de línea:

$$T_o = \frac{\sqrt{3} eLL_{pk} \cdot iLL_{pk}}{2 \omega_m} \approx 0,9 \frac{eLL_{pk} \cdot iLL_{pk}}{\omega_m}. \quad (6.5)$$

donde:

$eLL_{pk}$ : es el valor de fuerza contra electromotriz de línea, al tratarse de un sistema en estrella la corriente de fase y de línea mantienen el mismo valor.

Finalmente se deduce la expresión del valor de  $k_e$ :

$$K_e = 0,9 \frac{eLL_{pk}}{\omega_m} \quad (6.6)$$

La expresión 6.6 refleja un valor de  $K_e$  para la fuerza contra electromotriz puramente senoidal, sin embargo como es conocido en la literatura se muestra diferentes tipos de fuerza contra electromotriz dependiendo del tipo de aplicación o de la estrategia de control que se requiere implementar.

### 6.1.2. Tipo de enrollamiento

El factor de enrollamiento depende del tipo de enrollamiento que se escoge, que es consecuencia de la cantidad de polos y ranuras que se coloca, por lo tanto primero se rea-

liza un análisis para la cantidad de polos y ranuras, considerando algunas características de la maquina a ser diseñada.

#### 6.1.2.1. Elección de ranuras y polos

1. Velocidad de operación: La velocidad de una máquina eléctrica está inversamente relacionada con el número de polos. Por lo tanto, si se requiere una velocidad de operación más baja, se pueden necesitar más polos.
2. Frecuencia de la fuente de alimentación: Esta característica influye en la determinación del número de polos en una maquina eléctrica. Cuando se mantiene constante la frecuencia, un aumento en el número de polos resultará en una reducción de la velocidad de operación. Este aspecto es crucial, especialmente en máquinas con imanes en el rotor, ya que permite la implementación de estrategias de control de debilitamiento del campo magnético.

La frecuencia de operación afecta directamente el comportamiento del material, ya que cada material tiene rangos específicos de funcionamiento en relación con la frecuencia utilizada. Además, a medida que la frecuencia aumenta, el material experimenta mayores pérdidas en forma de energía disipada por unidad de masa ( $W/kg$ ).

3. Diseño de la máquina: El diseño de la máquina y las limitaciones físicas pueden afectar la elección del número de ranuras. Por ejemplo, un mayor número de ranuras puede permitir un diseño de bobina más flexible, pero también puede complicar el proceso de fabricación.
4. Costo y complejidad: Un mayor número de polos y ranuras puede aumentar la complejidad y el costo de la máquina.

Las combinaciones de ranuras y polos son caracterizadas normalmente por el numero de ranuras por polo por fase expresado de la siguiente manera.

$$S_{pp} = Nr/p/fases \quad (6.7)$$

donde :

$N_r$ : es el numero de ranuras,

$p$ : numero de polos,

$fases$ : refiere a la cantidad de fases de la maquina,

Normalmente al escoger la cantidad de ranuras y de polos se toma en cuenta los aspectos constructivos y aplicación, sin embargo en el contexto de diseño de maquinas eléctricas es importante realizar un análisis de las diferentes combinaciones posibles, según el rango de cantidad de ranuras y polos que se desee utilizar. Por lo que la Figura 6.1 muestra las diferentes combinaciones posibles dentro de un rango de cantidad de polos de 4 hasta 28 y cantidad de ranuras de 6 hasta 54, mostrando así el factor de enrollamiento  $Kw$  y la relación de ranura, polo y fase  $S_{pp}$ , es importante mencionar que el factor de enrollamiento  $Kw$  es un factor relevante en diseño de maquinas, ya que permite tener un concepto de aprovechamiento de la densidad de energía disponible de la maquina eléctrica.

Table 2.1  
Main harmonic winding factor for different classes of double-layer FSCW PMSM

$P \backslash Q$		4	8	10	14	16	20	22	26	28
6	$S_{pp}$	1/2	1/4	1/5	1/7	1/8	1/10	1/11	1/13	1/14
	$k_{w,(P/2)}$	0.866	0.866	0.5	0.5	0.866	0.866	0.5	0.5	0.866
	LCM	12	24	30	42	48	60	66	78	84
12	$S_{pp}$		1/2	2/5	2/7	1/4	1/5	2/11	2/13	1/7
	$k_{w,(P/2)}$		0.866	0.933	0.933	0.866	0.5	0.25	0.25	0.5
	LCM		24	60	84	48	60	132	156	84
18	$S_{pp}$		3/4	3/5	3/7	3/8	3/10	3/11	3/13	3/14
	$k_{w,(P/2)}$		0.617	0.735	0.902	0.945	0.945	0.902	0.735	0.617
	LCM		72	90	126	144	180	198	234	252
24	$S_{pp}$			4/5	4/7	1/2	2/5	4/11	4/13	2/7
	$k_{w,(P/2)}$			0.583	0.760	0.866	0.933	0.949	0.949	0.933
	LCM			120	168	48	120	264	312	168
30	$S_{pp}$				5/7	5/8	1/2	5/11	5/13	5/14
	$k_{w,(P/2)}$				0.640	0.711	0.866	0.874	0.936	0.951
	LCM				210	240	60	330	390	420
36	$S_{pp}$				6/7	3/4	3/5	6/11	6/13	3/7
	$k_{w,(P/2)}$				0.548	0.617	0.735	0.783	0.867	0.902
	LCM				252	144	180	396	468	252
42	$S_{pp}$					7/8	7/10	7/11	7/13	1/2
	$k_{w,(P/2)}$					0.538	0.650	0.701	0.790	0.866
	LCM					336	420	462	546	84
48	$S_{pp}$						4/5	8/11	8/13	4/7
	$k_{w,(P/2)}$						0.583	0.630	0.718	0.760
	LCM						240	528	624	336
54	$S_{pp}$						9/10	9/11	9/13	9/14
	$k_{w,(P/2)}$						0.525	0.571	0.656	0.695
	LCM						540	594	702	756

	Category "A"		Category "B"		Category "C"
	Category "D"		Category "E"		Invalid

Figura 6.1: Factor de bobinado para armónico fundamental de diferentes combinaciones de polo y ranura Farshadnia *et al.* (2017)

Una vez elegida la cantidad de ranuras y polos, el siguiente procedimiento es escoger el tipo de bobinado o también conocido como "enrollamiento" que será colocado en las ranuras del estator, para lo cual se consideran algunos criterios como los siguientes:

- Forma de la Onda de la FCEM (fuerza contra electromotriz)
- Densidad de Potencia y Compactación
- Complejidad de Fabricación y Costo
- Eficiencia y Pérdidas
- Requisitos de Control y Respuesta Dinámica



- Aspectos Magnéticos y Diseño del Estator

El bobinado concentrado es una opción atractiva porque permite obtener una fuerza electromotriz (FCEM) con forma senoidal, ofrece una alta densidad de potencia y es sencillo de fabricar. En este trabajo de investigación, dado que se considera un número reducido de ranuras, el bobinado concentrado resulta muy eficaz para maximizar la densidad de potencia que la máquina puede generar.

El bobinado concentrado ha ganado popularidad debido a ciertos atributos técnicos que posee como:

- Menor cantidad de cobre utilizado.
- Mayor factor de llenado de ranura [Jack et al. \(2000\)](#), [Akita et al. \(2003\)](#).
- La inductancia de fuga adicional aumenta la CPSR en máquinas SPM [El-Refaie & Jahns \(2005\)](#).
- Mayor tolerancia a fallas de fase [Bianchi et al. \(2006\)](#).

Sin embargo, el enrollamiento distribuido también tiene algunas ventajas en comparación con el enrollamiento concentrado, algunas de ellas son mencionadas a continuación:

- DW genera menos armónicos de MMF, lo que conduce a menores pérdidas en el núcleo y en los imanes.
- Una mayor relación de saliencia que conduce a un mayor par de reluctancia.
- Técnicas de control de alto rendimiento, incluido el control sin sensores, están disponibles fácilmente.

La elección del enrollamiento concentrado se justifica por varias razones técnicas fundamentales:

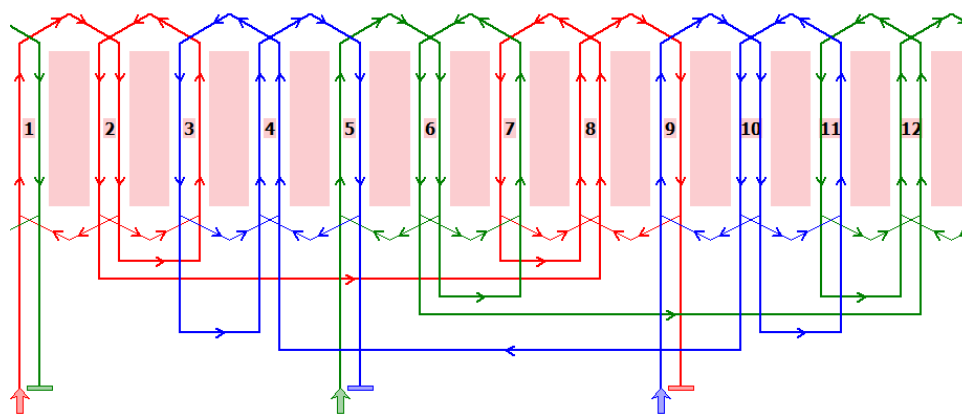


Figura 6.2: Diagrama de enrollamiento en formato diamante - elaboración propia

En primer lugar, el enrollamiento concentrado facilita la construcción del motor al reducir la complejidad del bobinado, lo que simplifica el proceso de fabricación y montaje.

Además, el uso de bobinados concentrados permite utilizar una menor cantidad de cobre en comparación con los bobinados distribuidos, lo que conlleva a una reducción de los costos de materiales y de producción.

Otro factor relevante es que los bobinados concentrados tienden a generar una FCEM (fuerza contra electromotriz) con una menor cantidad de armónicos, lo que se traduce en una operación más suave y eficiente del motor, además de una menor pérdida de energía en el sistema.

En resumen, el enrollamiento concentrado emerge como una elección ventajosa debido a su facilidad de construcción, menor uso de materiales como el cobre y la producción de una FCEM con una menor cantidad de armónicos, lo que contribuye a mejorar el rendimiento y eficiencia del motor.

Finalmente el diagrama de enrollamiento es mostrado en la Figura 6.2, que muestra un enrollamiento concentrado, refiriéndose el color rojo a la fase "a", el color azul fase "b" y el color verde a la fase "c".

### 6.1.2.2. Factor de enrollamiento

El factor de enrollamiento (también conocido como factor de bobinado) es una medida que indica cómo el enrollamiento de un motor o transformador afecta la generación de armónicos y la distribución de la fuerza electromotriz (FEM) en el sistema. Este factor es crucial en el diseño y análisis de máquinas eléctricas, ya que influye en su rendimiento, eficiencia y comportamiento electromagnético.

El factor de enrollamiento se utiliza para calcular la FEM inducida en el bobinado de una máquina eléctrica, teniendo en cuenta la distribución de las vueltas del conductor en relación con el flujo magnético. Un factor de enrollamiento alto indica que el bobinado tiene una alta capacidad para generar armónicos, mientras que un factor bajo indica lo contrario.

El conocimiento del factor de enrollamiento es esencial para predecir con precisión el comportamiento electromagnético de una máquina eléctrica y optimizar su diseño para cumplir con los requisitos específicos de rendimiento y eficiencia. Además, el factor de enrollamiento también se utiliza en el cálculo del enlace de flujo, la FEM y otras características eléctricas importantes del sistema.

En resumen, el factor de enrollamiento es una herramienta crucial en el diseño y análisis de máquinas eléctricas, ya que proporciona información sobre cómo la distribución del bobinado afecta la generación de armónicos y la eficiencia del sistema.

En principio, tenemos tres factores de enrollamiento: un factor de distribución, un factor de paso y un factor de desplazamiento.

### 6.1.2.3. Factor de distribución y factor de paso

El factor de distribución es una medida que compara cómo se distribuyen los fasores de una misma fase. Los fasores representan la cantidad de ranuras que tiene la máquina y son esenciales para comprender su funcionamiento. Además, se analiza el método de

la "estrella de ranuras" para diseñar motores síncronos, como se detalla en las referencias Bianchi *et al.* (2009), Bianchi & Pré (2006) y Pyrhönen *et al.* (2014) que basados en la selección de fasores por cada fase, el factor de distribución para el armónico principal es expresado como.

$$k_{dv} = \frac{\sin v \frac{q \cdot \alpha_u}{2}}{q \cdot \sin v \frac{\alpha_u}{2}} \quad (6.8)$$

donde:

$q$ : es el número de ranuras por polo por fase

$\alpha_u$ : ángulo de paso de las ranuras del estator

$v$ : orden del armónico

Cuando el enrollamiento de una máquina eléctrica presenta un paso corto y los extremos de las bobinas no están separados por 180 grados eléctricos, podemos entender que un paso corto disminuye el factor de enrollamiento fundamental. Este fenómeno se describe mediante un valor llamado factor de paso  $k_{pv}$ . Además, si el número de ranuras por polo y fase es mayor que uno, también necesitamos considerar el factor de distribución  $k_{dv}$  como se mencionó previamente. Por lo tanto, podemos pensar en el factor de enrollamiento como la combinación del factor de paso  $k_{pv}$  y el factor de distribución  $k_{dv}$ , y en algunos casos, incluso un factor de deslizamiento conocido también como "skew" que depende de la construcción de la máquina donde la máquina es segmentada y rotacionada en partes iguales, en este trabajo de investigación no se consideran el efecto de deslizamiento debido a su compleja construcción.

Entonces, el factor de distribución está definido por:

$$K_{pv} = \sin\left(v \frac{y}{y_Q} \frac{\pi}{2}\right) \quad (6.9)$$

donde:

$y$ : paso de bobina

$y_Q$ : paso polar

$v$ : orden del armonico

Finalmente el factor de enrollamiento de la maquina es definido por estos dos factores mencionados, expresado por:

$$K_w = K_{dv} \cdot K_{pv} \quad (6.10)$$

### 6.1.3. Diseño magnetico

#### 6.1.3.1. Calculo de coeficiente de salida

El punto de partida para el diseño de maquinas electricas es determinar las dimensiones del rotor utilizando la expresion de la fuerza tangencial. Si el radio del rotor es  $r_r$ , la longitud equivalente del rotor es  $l'$ , la superficie del rotor orientada hacia el entrehierro es  $S_r$ , y la tensión tangencial promedio en la superficie es  $\sigma_{Ftan}$ , podemos expresar el par  $T$  del rotor como:

$$\begin{aligned} T &= \sigma_{Ftan} \cdot r_r \cdot S_r \\ &= \sigma_{Ftan} \cdot r_r (2\pi \cdot r_r \cdot l') \\ &= \sigma_{Ftan} \cdot 2\pi \cdot r_r^2 \cdot l' \\ &= \sigma_{Ftan} \cdot \pi \cdot \frac{D_r^2}{2} \cdot l' \\ &= 2\sigma_{Ftan} \cdot V_r \end{aligned} \quad (6.11)$$

De esta manera es posible estimar un cierto volumen para producir un determinado torque. De manera análoga, para determinar las dimensiones del rotor se emplea la constante 'C', que indica la cantidad de potencia aparente  $S_i$  o la potencia activa  $P_i$  basada en el volumen del rotor de la máquina. La potencia aparente  $S_i$  para máquinas de campo

rotativo que giran a una velocidad síncrona  $n_{syn}$  es expresado como:

$$S_i = m \cdot E_m \cdot I_s \quad (6.12)$$

Donde  $E_m$  es la fuerza electromotriz inducida sobre la inductancia de magnetización  $L_m$  de la fase y  $I_s$  es la corriente de fase del estator. La fuerza electromotriz  $E_m$  se calcula de la siguiente manera. El flujo principal que penetra en un devanado varía casi sinusoidalmente en función del tiempo.

$$\Phi_m(t) = \hat{\Phi}_m \cdot \sin(\omega t) \quad (6.13)$$

De acuerdo con la ley de inducción de Faraday, los enlaces de flujo en el entre hierro es expresado por  $\Psi_m = N_s \cdot k_w \cdot \omega \hat{\Phi}_m$  donde  $N$  es el número de vueltas en el enrollamiento en una fase y  $K_w$  es el factor de enrollamiento, donde este induce un voltaje en el enrollamiento, este fenómeno se puede expresar como:

$$e_m = -\frac{d\Psi}{dt} = -N K_w \frac{d\phi}{dt} = -N \cdot K_w \cdot \omega \cdot \hat{\phi}_m \cdot \cos \omega t \quad (6.14)$$

El voltaje inducido expresado en RMS es:

$$E_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \hat{e}_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \omega \cdot K_w \cdot N \cdot \hat{\phi}_m \quad (6.15)$$

Entonces substituyendo  $E_m$  en la ecuación 6.18 obtenemos,

$$S_i = m \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \omega \cdot \hat{\Psi}_m \cdot I_s = m \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \omega \cdot N \cdot K_w \cdot \hat{\phi}_m \cdot I_s \quad (6.16)$$

El máximo flujo  $\hat{\Phi}_m$  entrando en una de las fases del enrollamiento, puede ser

calculado integrando la densidad de flujo en el entrehierro  $B_\delta(x)$  a lo largo de la superficie del polo  $S_p$ , como muestra,

$$\hat{\Phi}_m = \int_{S_p} B_\delta(x) \cdot dS_p \quad (6.17)$$

Si la densidad de flujo en el entrehierro no sufre ninguna variación con respecto a la longitud axial de la máquina  $l'$ , la integral de superficie puede simplificarse de la forma,

$$\hat{\Phi} = l' \cdot \tau_p \cdot \alpha_i \cdot \hat{B}_\delta \quad (6.18)$$

El producto  $\alpha_i \hat{B}_\delta$  representa el valor promedio de la densidad de flujo de uno de los polos en el entrehierro. En el caso de una distribución sinusoidal,  $\alpha_i = \frac{2}{\pi}$ . En los casos que la densidad de flujo en el entrehierro no es sinusoidal o se quiere tener un cálculo más refinado el valor adecuado para  $\alpha_i$  debe ser encontrado mediante la integración de la densidad de flujo sobre la superficie del polo. En ese caso el valor promedio de  $\alpha_i$  para la densidad de flujo puede ser definido a partir del ancho efectivo del imán permanente [Pyrhönen et al. \(2014\)](#). El término  $\tau_p$  se refiere al paso polar definido por  $\pi D/2p$ , donde  $D$  es el diámetro interno del estator y  $p$  es la cantidad de polos.

El valor RMS de la corriente lineal  $A$  en el estator puede ser establecida utilizando el paso de ranuras  $\tau_s$  y la intensidad de corriente promedio en las ranuras  $I_u$  suponiendo de que no existen brazos paralelos en el enrollamiento y que éste se realiza con una distribución de paso completo,  $I_u = I_s Z_Q$ . El total de ranuras en el estator se representa como  $Q_s$ . Por ende, la densidad de corriente se puede expresar como [Pyrhönen et al. \(2014\)](#):

$$A = \frac{I_u}{\tau_s} \quad (6.19)$$

sabiendo que el paso polar es  $\tau_s$  expresado como:

$$\tau_s = \frac{\pi D}{Q_s} \quad (6.20)$$

El valor de D representa el diametro interno del estator o el diametro externo del rotor, considerando un entrehierro de 1, 2 o 3 mm.

El nuemro de conductores en la ranura  $Z_Q$  con todas las vueltas en serie es expresado mediante:

$$Z_Q = \frac{N}{p \cdot q} = \frac{N}{p \cdot \frac{Q_s}{2 \cdot p \cdot m}} = \frac{2N \cdot m}{Q_s} \quad (6.21)$$

Entonces se puede escribir la densidad de corriente lineal mediante la expresión a continuación,

$$A = \frac{I_u}{\tau_s} = \frac{I_u \cdot Q_s}{\pi \cdot D} = \frac{I_s \cdot Z_Q \cdot Q_s}{\pi \cdot D} = \frac{2 \cdot I_s \cdot N \cdot m}{\pi \cdot D} \quad (6.22)$$

Despejando el valor de  $I_S$  y sustituyendo en la ecuación 3.18 tenemos,

$$S_i = \frac{m}{\sqrt{2}} \cdot \omega \cdot N \cdot k_w \cdot \hat{\phi}_m \cdot I_s = \frac{m}{\sqrt{2}} \cdot \omega \cdot N \cdot k_w \cdot \hat{\phi}_m \cdot \frac{A \cdot \pi \cdot D}{\sqrt{2} \cdot N \cdot m} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \omega \cdot k_w \cdot \hat{\phi}_m \cdot \frac{A \cdot \pi \cdot D}{2} \quad (6.23)$$

Sustituyendo  $\omega = 2 \cdot p \cdot \pi \cdot n_{sync}$  y el valor pico de la ecuación 3.24 en la ecuación 3.29 tenemos,

$$\begin{aligned} S_i &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 \cdot p \cdot \pi \cdot n_{sync} \cdot k_w \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\pi D}{2p} \cdot \hat{B}_\delta \cdot l' \cdot \frac{A \pi D}{2} \\ &= \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \cdot n_{sync} \cdot k_w \cdot A \cdot \hat{B}_\delta \cdot l' \cdot D^2 \end{aligned} \quad (6.24)$$

Reordenando los terminos tenemos,



$$\begin{aligned}
S_i &= m \cdot E_m \cdot I_s = \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \cdot k_w \cdot A \cdot \hat{B}_\delta \cdot D^2 \cdot l' \cdot n_{sync} \\
&= C \cdot D^2 \cdot l' \cdot n_{sync}
\end{aligned} \tag{6.25}$$

El valor de  $C$  podemos expresarlo como,

$$C = \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \cdot k_w \cdot A \cdot \hat{B}_\delta \tag{6.26}$$

esta expresión esta en función del valor pico de la densidad de flujo, por lo tanto si se quiere trabajar con el valor de la densidad de flujo medio se adopta la relación  $\alpha_i \hat{B}_\delta$  donde  $\alpha_i = 2/\pi$  expuesta anteriormente, que es utilizada cuando se tiene una densidad de flujo senoidal, por lo tanto la expresión final del valor  $C$ , o también denominado coeficiente de salida se expresa como,

$$C = \frac{\pi}{\sqrt{2} \cdot 2} \cdot \pi^2 \cdot k_w \cdot AB_{av} = 1,11 \cdot \pi^2 \cdot k_w \cdot AB_{av} \tag{6.27}$$

Sin embargo esta expresión es para una situación ideal, es decir para una operación de la maquina sin perdidas ya sea por efecto joule o por perdidas magnéticas. Por tratarse de un modelo analítico para obtener el diseño de una maquina inicial colocamos un factor llamado  $\gamma_e$  que de cierta manera permite considerar las perdidas mencionadas, este factor tendrá una alta influencia en los parámetros estructurales de la maquina, es por lo que en secciones mas adelante se realiza un análisis de la sensibilidad variando el factor mencionado. Finalmente la expresión del coeficiente de salida "C" se expresa como:

$$C = \frac{1,11 \cdot \pi^2 \cdot k_w \cdot AB_{av}}{\gamma_e} \tag{6.28}$$

donde:  $k_w$ : es el factor de enrollamiento  $A$ : es la densidad de corriente  $B_{av}$ : es la densidad de flujo medio  $\gamma_e$ : factor de perdidas

### 6.1.3.2. Cálculo de las principales dimensiones

Sabemos por definición que la potencia aparente se rige a la siguiente expresión [Sadiku \(2000\)](#),

$$S = \frac{P}{e_{ff} \cdot fdp} \quad (6.29)$$

donde:  $P$ : es la potencia activa

$e_{ff}$ : es la eficiencia de la maquina

$fdp$ : factor de potencia de la maquina

entonces, sustituyendo en la expresión 6.29 tenemos,

$$P = \frac{1,11 \cdot \pi^2 \cdot k_w \cdot A \cdot B_{av} \cdot e_{ff} \cdot fdp}{\gamma_e} \cdot D^2 l' \cdot n_{sync} \quad (6.30)$$

despejando los términos  $D^2 l'$  encontramos el volumen de la maquina en  $[mm^3]$ .

Para el cálculo del diámetro interno del estator ( $D$ ) y la longitud axial de la maquina ( $L_{stk}$ ). se utiliza el siguiente procedimiento realizado en las referencias [Pyrhönen et al. \(2014\)](#), [J.R. HENDERSHOT \(2009\)](#) y [Sawhney \(1984\)](#), que es basada en un factor importante denominado "relacion de aspecto ( $ar$ )" esta relación se define como la proporción entre la longitud axial de la maquina y el paso polar. Un valor bajo de la relación de aspecto, para una longitud axial fija, se traduce en un paso polar más largo. Esto, a su vez, resulta en un diámetro interior del estator más grande. Por otro lado, una relación más alta indica un diámetro interior del estator más pequeño. Al modificarse esta relación permite satisfacer los requisitos de diseño, por lo que es de suma importancia realizar un análisis de la sensibilidad de esta relación que sera mostrada en las siguientes secciones.

Esta relación se calcula de la siguiente manera, primeramente teniendo en cuenta

la relación,

$$\pi \cdot D = p \cdot \tau \quad (6.31)$$

donde,

$D$ : es el diametro interno del estator

$p$ : cantidad total de polos

$\tau$ : paso polar

entonces, despejando el valor de  $D$  y multiplicando el valor de  $L_{stk}$  al numerador y denominador tenemos,

$$D = \frac{p \cdot L_{stk}}{\pi \cdot \tau \cdot L_{stk}} \quad (6.32)$$

seguidamente, realizando algunos arreglos tenemos,

$$D = \frac{p \cdot l_{stk}}{\frac{l_{stk}}{\tau} \cdot \pi} \quad (6.33)$$

notase que en la ecuación 6.33 aparece el termino  $l_{stk}/\tau$  que anteriormente fue definido como relación de aspecto, por lo que nuestra expresión resulta de la siguiente manera,

$$D = \frac{p \cdot l_{stk}}{ar \cdot \pi} \quad (6.34)$$

donde,

$ar$ : es la relación de aspecto  $ar = L_{stk}/\tau$

finalmente multiplicamos por  $D^2$  a los componentes de nuestra ecuación, con la finalidad de aprovechar el termino ( $D^2 l_{stk}$ ) estimado anteriormente por ende nuestra expresión resulta en,

$$\begin{aligned} D^3 &= \frac{p \cdot D^2 l_{stk}}{ar \cdot \pi} \\ &= \sqrt[3]{\frac{p \cdot D^2 l_{stk}}{ar \cdot \pi}} \end{aligned} \quad (6.35)$$

de esta manera es posible estimar el diámetro interno del estator.

Continuando con el calculo de las principales dimensiones, es posible estimar el paso polar definido por,

$$\tau_p = \frac{\pi \cdot D}{p} \quad (6.36)$$

donde,

$D$ : diámetro interno del estator

$p$ : polos

Mediante la relación de aspecto se puede calcular la longitud axial de la maquina ( $L_{stk}$ ) como se expresa a continuación,

$$L_{stk} = \frac{\tau_p}{ar} \quad (6.37)$$

### 6.1.3.3. Calculo de las dimensiones basadas en densidades de flujo

Con la finalidad de dimensionar los componentes del estator, se realiza un procedimiento para estimar el flujo máximo que atraviesa por el entrehierro, este procedimiento consta de primeramente encontrar el flujo por total, flujo por polo y finalmente el flujo

máximo en el estator considerando solo la componente radial de la densidad de flujo.

Entonces, primeramente se coloca un valor inicial para la densidad de flujo medio ( $B_{av}$ ) mediante el cual es posible estimar el flujo total en el entrehierro mediante la expresión,

$$\phi_{total} = B_{av} \cdot \pi \cdot D \cdot L_{stk} \quad (6.38)$$

por lo tanto, conociendo el valor del flujo total es posible estimar el flujo por polo mediante la siguiente expresión,

$$\phi_{polo} = \frac{\phi_{total}}{p} \quad (6.39)$$

Considerando una distribución de flujo senoidal como ya mencionado anteriormente, podemos expresar el flujo máximo en el estator mediante la siguiente expresión utilizado normalmente para calculo de densidad de flujo [Pyrhönen et al. \(2014\)](#),

$$\phi_{st,max} = \int B \cdot dS \quad (6.40)$$

esta densidad de flujo tiene que ser evaluado en todos las ranuras del estator, por lo que se colocan limiten de integración de  $-\pi/N_s$  hasta  $\pi/N_s$  donde,  $N_s$  es el numero de ranuras. Por otro lado es conocido que la densidad de flujo presenta dos componentes, una tangencial y otra radial por lo que en este caso solo se considera la componente radial debido a que esta componente es la que efectivamente atraviesa la superficie [Sawhney \(1984\)](#).

Por lo tanto nuestra expresión quedaría de la siguiente manera,

$$\phi_{st,max} = \int_{-\pi/N_s}^{\pi/N_s} Br(\theta) \cdot \frac{D}{2} d\theta \cdot L_{stk} \quad (6.41)$$

sabiendo que la componente radial puede ser expresado de la siguiente manera,

$$B_r(\theta) = B_p \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right) = \frac{\pi}{2} B_{av} \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right) \quad (6.42)$$

notase que el valor de la densidad de flujo por polo ( $B_p$ ) es reemplazado por la densidad de flujo medio ( $\pi B_{av}/2$ ) esta relación fue explicada anteriormente, y es debido a la considerando de distribución de flujo senoidal que es características de maquinas con imán en el interior de rotor.

Finalmente reemplazando la ecuación 6.42 en 6.41 y resolviendo la integral, se tiene:

$$\phi_{st,max} = \frac{B_{av} \cdot \pi \cdot D \cdot L_{stk}}{p} \text{sen}\left(\frac{\pi p}{2N_s}\right) \quad (6.43)$$

donde:

$B_{av}$ : densidad de flujo medio

$D$ : diámetro interno del estator

$L_{stk}$ : longitud axial de la maquina

$N_s$ : numero de ranuras

$p$ : polos

notece que el termino  $B_{av} \cdot \pi \cdot D \cdot L_{stk}/p$  es igual a la expresión de flujo por polo, por lo tanto esta expresión también se puede representar mediante la siguiente forma,

$$\phi_{st,max} = \phi_p \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi p}{2N_s}\right) \quad [mWb] \quad (6.44)$$

Con las variables estimadas en esta sección, es posible calcular el ancho del diente del estator mediante la siguiente expresión,

$$W_{st1} = \frac{\phi_{st,max}}{B_{st} \cdot L_{stk} \cdot K_i} \quad (6.45)$$

donde:

$\phi_{st,max}$ : es el flujo máximo en el estator

$B_{st}$ : densidad de flujo máximo en el diente del estator, esta variable es escocida por el diseñador, secciones mas adelante se realizara un análisis de la sensibilidad, sin embargo se tienen algunos valores que son utilizados frecuentemente como muestran las referencias [Sawhney \(1984\)](#), [Pyrhönen et al. \(2014\)](#).

$L_{stk}$ : longitud axial

$K_i$ : factor de aislamiento del hierro

Con ayuda de la Figura 6.3 el valor de  $W_{st2}$  puede conducir a la siguiente relación,

$$\gamma_{wst} = \frac{W_{st1}}{W_{st2}}$$

mediante esta relación se puede escocer un valor que permita al diente obtener una forma trapezoidal o rectangular, sin embargo dependiendo del diseño de la maquina este factor puede variar en un rango de valores, de tal modo que no disminuya el rendimiento de la maquina y no aumente la saturación. Para este trabajo de investigación se considera inicialmente una relación que permita obtener un diente rectangular.

Continuando con el procedimiento para estimar las variables geométricas de la maquina, se procede a calcular el valor del yugo del estator definido por,

$$W_{sy} = \frac{\phi_p}{2 \cdot B_{sy} \cdot L_{stk} \cdot K_i} \quad (6.46)$$

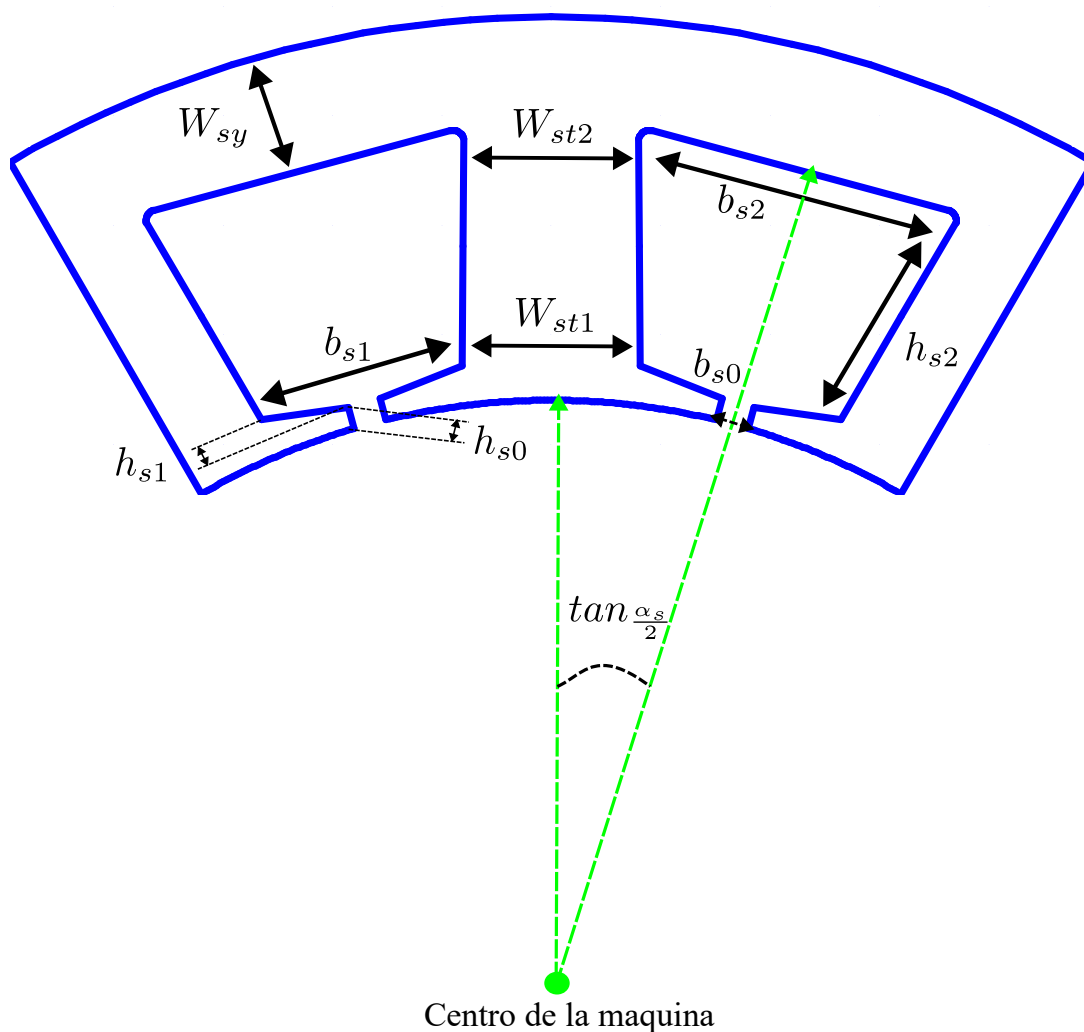


Figura 6.3: Medidas estimadas del estator - elaboración propia

nótele que el valor de  $B_{sy}$  no fue definido anteriormente, por lo que al igual que el valor de  $B_{st}$ , pasan a ser variables de entrada para el diseño de la maquina.

Continuando con el procedimiento, el valor de  $b_{s1}$  mostrado en la figura 6.3 es estimado mediante una aproximación geométrica, expresado de la siguiente manera,

$$b_{s1} = 2\left(\tan\left(\frac{\alpha_s}{2}\right) \cdot \left(\frac{D}{2} + h_{s0} + h_{s1}\right) - \frac{W_{st1}}{\cos(\alpha_s/2)}\right) \quad (6.47)$$

donde:

$N_s$ : numero de ranuras

$D$ : diámetro interno del estator



$h_{s0}$ : altura de apertura de la ranura (colocado como valor de entrada)

$h_{s1}$ : profundidad de la ranura (colocado como valor de entrada)

$\alpha_s$ : ángulo de paso de la ranura del estator definido por,  $360/\text{numeroderanuras}(N_s)$

#### 6.1.3.4. Cálculo de número de vueltas por fase

Según los trabajos de investigación [J.R. HENDERSHOT \(2009\)](#), [Sawhney \(1984\)](#) y [Pyrhönen \*et al.\* \(2014\)](#), el cálculo del número efectivo de vueltas por fase es calculado mediante la expresión,

$$N_{tph} = \frac{E_{ph}}{4,44f \cdot k_w \cdot \phi_p} \quad (6.48)$$

donde:

$E_{ph}$ : es la FCEM de fase

$\phi_p$ : flujo por polo

$f$ : frecuencia nominal del suministro

mediante el cual es posible calcular la cantidad de vueltas en una sola bobina, para estimar esa variable tenemos:

$$N_{tc} = \frac{N_{tph} \cdot N_p}{N_{cph}} \quad (6.49)$$

donde:

$N_p$ : número de brazos paralelos en el enrollamiento (definido por el diseñador),

$N_{cph}$ : número de bobinas por fase

### 6.1.3.5. Factor de carter

La presencia de ranuras en el estator y el rotor de una máquina eléctrica complica el cálculo del voltaje magnético (o fuerza magnetomotriz, MMF) a través del entrehierro. Las ranuras causan una distribución no uniforme del campo magnético, con la densidad de flujo disminuyendo en las aberturas de las ranuras. Para simplificar el cálculo, a menudo utilizamos el concepto del factor de Carter. El factor de Carter tiene en cuenta el efecto de las ranuras al aumentar efectivamente la longitud del entrehierro. Esto nos permite calcular la MMF a través de un entrehierro "equivalente" uniforme [Sawhney \(1984\)](#). El factor de Carter ( $K_c$ ) se calcula mediante,

$$K_c = \frac{1}{1 + 5 \frac{L_{stk}}{W_s}}. \quad (6.50)$$

Con la estimación del factor de carter es posible calcular la razón de reluctancia ( $K_{gs}$ ), según [Sawhney \(1984\)](#), la reluctancia es una medida de la oposición al flujo magnético en un material. En este caso,  $K_{gs}$  se define como la relación de la reluctancia del entrehierro de una armadura ranurada y la reluctancia del entrehierro de una armadura lisa.

En otras palabras, si tienes dos máquinas eléctricas, una con una armadura ranurada y otra con una armadura lisa,  $K_{gs}$  es una medida de cuánto más difícil es para el flujo magnético pasar a través del entrehierro en la máquina con la armadura ranurada en comparación con la máquina con la armadura lisa.

Este valor es importante en el diseño de máquinas eléctricas porque puede afectar la eficiencia y el rendimiento de la máquina. Un valor más alto de  $K_{gs}$  significa que la máquina con la armadura ranurada tiene una mayor oposición al flujo magnético, lo que podría reducir su eficiencia. Por lo tanto, los diseñadores de máquinas eléctricas a menudo tratan de minimizar la reluctancia (y por lo tanto, minimizar  $K_c$ s) para mejorar el rendimiento de la máquina. Este fenómeno magnético está definido mediante la expresión

6.52, que depende del paso de ranura ( $\tau_u$ ) representado mediante la ecuación 6.51,

$$\tau_u = \frac{\pi \cdot D}{N_s} \quad (6.51)$$

donde:

$D$ : es diámetro interno del estator

$N_s$ : es la cantidad de ranuras

consecuentemente la razón de reluctancia esta definido mediante,

$$K_{gs} = \frac{\tau_u}{\tau_u - K_{cs} \cdot b_{s0}} \quad (6.52)$$

donde:

$b_{s0}$ : ancho de la abertura de la ranura, definido por el diseñador

estos factores mencionados, puede interpretarse como en cuanto mas debe incrementarse el entrehierro, para representar de mejor manera, el fenómeno de distribución no uniforme de campo magnético, por lo tanto la longitud del entrehierro efectivo es,

$$g_e = K_{gs} \cdot g \quad (6.53)$$

donde:

$g$ : es la longitud del airgap definido inicialmente

### 6.1.3.6. Punto de operación y calculo de las dimensiones del imán

La operación de una maquina es basada en la interacción de flujos magnéticos ya sea producidos por el rotor y estator o solo por uno de estos, en el caso de una maquina que presenta imanes permanentes en el rotor es necesario encontrar un punto de operación con el objetivo de no desmagnetizar los imanes, es por eso que en [J.R. HENDERSHOT \(2009\)](#) se realiza un análisis del circuito magnético, considerando casos extremos de corto circuito y circuito abierto.

En el contexto de las máquinas eléctricas con imanes permanentes, es esencial identificar un punto de operación óptimo para garantizar la eficiencia y la longevidad del imán. Las IPMSM operan mediante una fuerza magnetomotriz (FMM) que actúa en oposición al flujo del imán. Este fenómeno es vital para el funcionamiento efectivo de la máquina, pero también puede presentar un riesgo de desmagnetización del imán si no se gestiona adecuadamente.

Es así que el figura 6.4 muestra la curva B-H de un imán permanente, nótese que el punto de operación esta por debajo del punto máximo de densidad de flujo remanente del imán, esto por causa de (FMM) que opera en sentido contrario al flujo del imán, la linea que atraviesa el origen de nuestro gráfico B-H y se intersecta con el punto de operación, es denominado linea de carga, por lo que calculando la pendiente de esta recta se calcula el coeficiente de permanecia, que es colocado de acuerdo a las necesidades del diseño como, una temperatura estándar, rendimiento magnético, efectos de la geometría, entre otros.

Basado en [J.R. HENDERSHOT \(2009\)](#) y en consecuencia de los factores explicados anteriormente, la expresión utilizada en este trabajo de investigación para calcular la espesura del imán esta expresado por:

$$d_m = PC \frac{g}{1 - f_{LKG}} \quad (6.54)$$

donde:

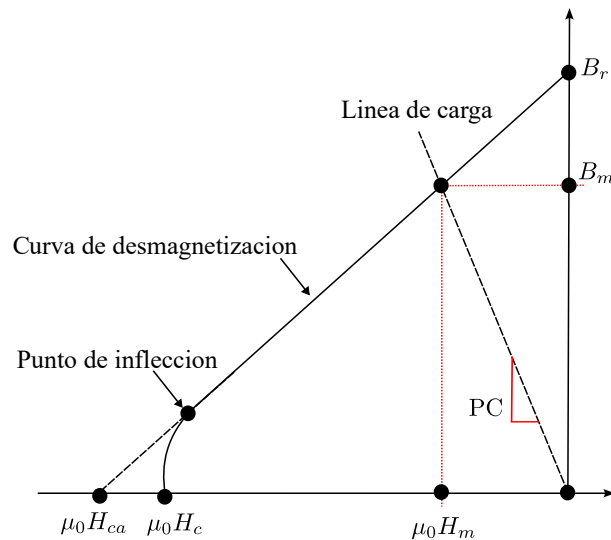


Figura 6.4: Curva padrón de desmagnetizaron de un imán permanente - [J.R. HENDERSHOT \(2009\)](#)

$g$ : es la longitud del entrehierro

$f_{LKG}$ : es el factor de dispersión de flujo

En las máquinas síncronas de imán permanente (PMSM), el paso polar se calcula para determinar la longitud del imán. Sin embargo, en las máquinas síncronas de imán permanente de interior (IPMSM), este cálculo no es tan directo debido a la presencia de barreras de flujo y la geometría única del imán.

En una IPMSM, las barreras de flujo y la geometría del imán pueden afectar la distribución del flujo magnético, lo que a su vez puede influir en la longitud del imán. Por lo tanto, el cálculo de la longitud del imán en una IPMSM no es simplemente análogo al cálculo del paso polar en una PMSM así como muestra la figura 6.5.

Para relacionar estas dos variables en una IPMSM, se utiliza la relación,

$$g_m = \frac{2 \cdot W_m}{\tau_p} \quad (6.55)$$

donde:

$W_m$ : es la longitud del imán

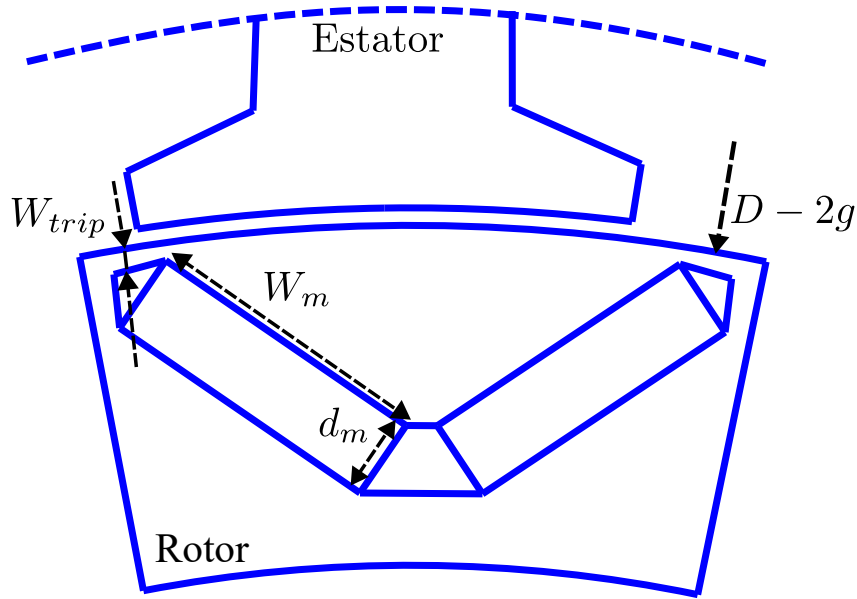


Figura 6.5: Dimensiones del imán - elaboración propia

$\tau_p$ : paso polar

Esta relación permite calcular la longitud del imán en una IPMSM teniendo en cuenta las barreras de flujo y la geometría del imán.

### 6.1.3.7. Cálculo de de la variables geométricas dentro del rotor

En esta sección nos encargaremos de estimar las principales variables geométricas faltantes, mostradas en la figura 6.6.

Primeramente comenzamos con el ángulo entre los imanes denotado por  $\beta_v$ ,

$$\beta_v = 2 \cdot \sin^{-1} \left( \frac{W_m \cdot \sin\left(\frac{\alpha_v}{2}\right) + \frac{W_{rrib}}{2}}{\frac{D}{2} - g - W_{trip}} \right) \quad (6.56)$$

donde:

$W_{rrib}$ : es la distancia de la superficie del rotor hacia la barrera de flujo, esta variable es colocado por el diseñador

$W_{trib}$ : distancia entre los imanes, colocado por el diseñador

seguidamente se calcula la profundidad de los imanes denotado por  $d_{pc}$ ,

$$d_{pv} = \left(\frac{D}{2} - g - W_{trib}\right) \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\beta_v}{2}\right)\right) + W_{trib} + W_m \cdot \cos\left(\frac{\alpha_v}{2}\right) \quad (6.57)$$

si bien es cierto esta variable presenta una influencia en la producción de torque y eficiencia de la maquina como muestran algunas investigaciones [Xu et al. \(2016\)](#) y [De Silva Guruwatta Vidanalage et al. \(2017\)](#), sin embargo este análisis es utilizando el método de elementos finitos, por lo tanto, debido a las limitaciones del modelo analítico se colocan valores iniciales para estimar una maquina inicial, sin embargo este análisis utilizando elementos finitos se mostrada secciones mas adelante.

### 6.1.3.8. Cálculo del ancho del yugo del rotor

El ancho del yugo del rotor es un parámetro crucial en el diseño de máquinas eléctricas. Su importancia radica en dos factores principales:

Evitar la saturación del rotor: Un yugo del rotor adecuadamente dimensionado puede ayudar a prevenir la saturación magnética del rotor. La saturación puede llevar a una disminución en la eficiencia de la máquina y puede causar problemas de calentamiento. Por lo tanto, es esencial calcular correctamente el ancho del yugo del rotor para mantener el flujo magnético dentro de los límites aceptables.

Uso eficiente del material: El cálculo preciso del ancho del yugo del rotor también contribuye a un uso más eficiente del material. Un yugo del rotor demasiado grande puede resultar en un desperdicio de material y un aumento en el peso y el costo de la máquina. Por otro lado, un yugo del rotor demasiado pequeño puede no ser capaz de manejar el flujo magnético requerido, lo que podría afectar al rendimiento de la máquina.

Por lo que, basado en la densidad de flujo magnetico podemos estimar este valor de la siguiente manera,

$$\frac{\phi_p}{2} = B_{ry,ave} \cdot (d_{pc} + d_{pm} \cdot \sin(\frac{\alpha_v}{2}) + W_{ry}) \cdot L_{stk} \cdot k_i \quad (6.58)$$

donde:

$\phi_p$ : es el flujo por polo

$B_{ry,ave}$ : densidad de flujo medio en el yugo del rotor, colocado por el diseñador

$L_{stk}$ : longitud axial de la maquina

$k_i$ : factor de apilamiento

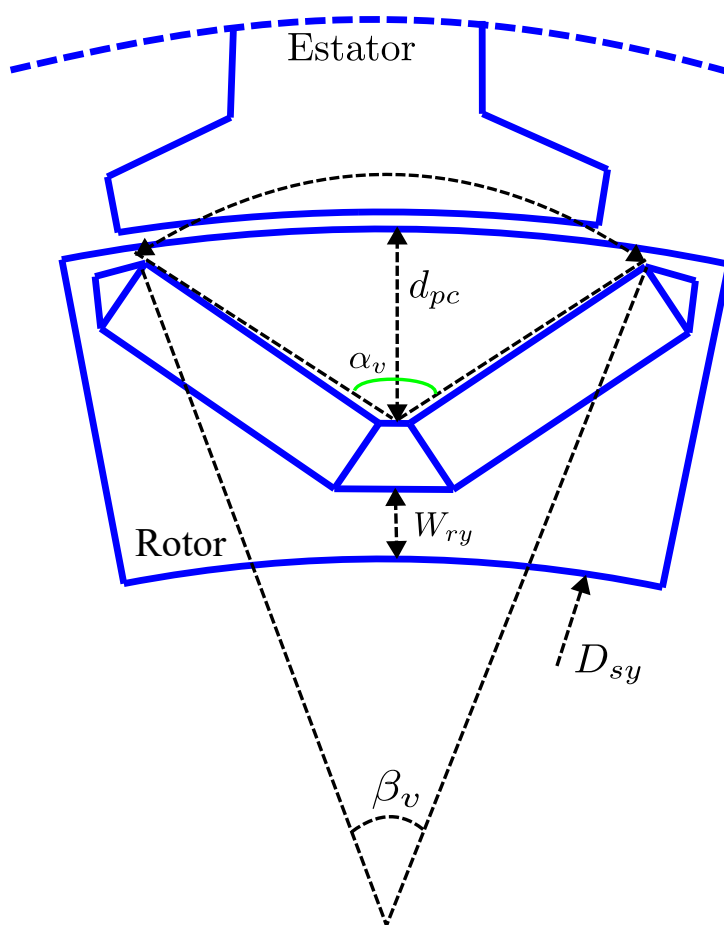


Figura 6.6: Dimensiones del rotor - elaboración propia



### 6.1.4. Calculo de conductores

En esta sección veremos el calculo de los conductores, como que tipo de conductor escojer, y el area necesaria del slot para el conductor escojido basandonos en el factor de llenado comunmente utilizado para calcular el area necesaria para colocar los enrrollamientos. Comenzaremos calculando el área de cobre de un solo conductor definido por:

$$cAsc = \frac{I_c}{J_{sw}} [mm^2] \quad (6.59)$$

donde:

$I_c$ : es la corriente en RMS que circula en una bobina

$J_{sw}$ : se define como la densidad de corriente en los enrollamiento del estator, definido por el proyectista, en algunas referencias como [Pyrhönen et al. \(2014\)](#) se sostiene que se puede colocar valores entre 4 y 6.5.

Mediante este valor calculado, se selecciona algún conductor disponible en el mercado, de tal forma que sea el mas próximo superior o inferior, en este trabajo de investigación utilizaremos la medición de SWG, por lo tanto el diámetro del conductor sera calculado de acuerdo al conductor escogido.

A continuación, se procede a calcular el área total de cobre de una bobina, teniendo en cuenta la cantidad de conductores presentes en la misma,

$$cAca = cAsc * N_{tc} \quad (6.60)$$

### 6.1.5. Calculo del área de ranura basado en el factor de llenado

El factor de llenado es referido a cuanta área es necesaria para colocar esa cantidad de conductores, por que es basado mediante la siguiente relación,

$$gAca = \frac{cAca}{K_f} \quad (6.61)$$

donde:

$K_f$ : es el factor de llenado, normalmente se coloca el valor entre 0.35 a 0.45 según [J.R. HENDERSHOT \(2009\)](#),

es crucial destacar que si el bobinado es de doble capa, lo que implica dos fases ubicadas en una misma ranura, el valor  $gAca$  se duplica. A este valor resultante del área total requerida para la ranura del estator lo denominaremos  $gAss$ ,

### 6.1.6. Cálculos finales del dimensionamiento del estator

Como muestra la figura 6.3 las expresiones para dimensionar  $h_{s2}$  y  $b_{s2}$  no fueron dimensionadas anteriormente por lo que conociendo el área necesaria de la ranura es posible estimar las dimensiones faltantes.

El cálculo de la dimensión  $b_{s2}$  se realiza mediante un proceso iterativo, en el cual se prueban valores sucesivos para  $h_{s2}$  hasta alcanzar el área requerida para la ranura calculada previamente, por lo que el  $b_{s2}$  definiremos como.

$$b_{s2} = 2 \cdot (\tan(\alpha/2) \cdot (\frac{D}{2} + h_{s0} + h_{s1} + h_{s2}) - \frac{W_{st}/2}{\cos(\alpha_s/2)}) \quad (6.62)$$

donde:

$\alpha_s$ : ángulo de paso de la ranura del estator

$D$ : diámetro interno del estator

$h_{s0}$ : altura de apertura de la ranura (colocado como valor de entrada)

$h_{s1}$ : profundidad de la ranura (colocado como valor de entrada)

$W_{st2}$ : base superior del diente

La siguiente expresión nos permite calcular el área ( $g_{Ass}$ ) al aproximar la ranura a un trapecio, utilizando valores colocados iterativamente. Esta aproximación nos permite compararla con el área necesaria de la ranura ( $g_{Aca}$ ). Por lo tanto, al comparar estos dos valores, podemos establecer un patrón de referencia a través del error inicialmente considerado.

$$\frac{(b_{s1} + b_{s2})}{2} \cdot h_{s2} = g_{Ass} \quad (6.63)$$

Es generado un pseudocódigo que describe cómo se ajusta iterativamente el valor de  $h_{s2}$  hasta que el área calculada ( $g_{Ass}$ ) sea lo más cercana posible al área necesaria de la ranura ( $g_{Aca}$ ), con un error menor al establecido. De esta manera, se garantiza que el diseño de la ranura satisfaga las exigencias del proyecto.

```

1: recursos para proceso iterativo
2: D, hs0, hs1, wst2, alpha_s_rad, bs1, gAss
3: inicializacion de varibales
4:   hs2 = 0.1
5:   restricciones
6:   Err = 0.05
7:   numero de iteraciones maxima
8:   Niter = 0
9:   ejecutar mientras
10:     Err > 0.02 Y Niter < 2000
11:     resuelve ecuacion
12:       bs2 = 2 * (tan(alpha_s_rad / 2) * (D / 2 + hs0 + hs1 + hs2)
13:         - wst2 / (2 * cos(alpha_s_rad / 2)))
14:       c_gAss = (bs1 + bs2) * hs2 / 2
15:       evalua el error

```

```

16:      Err = abs(c_gAss - gAss) / gAss
17:      si Err>0.05 entonces hs2 = hs2 + 0.1
18:      si Err<=0.05 entonces ''para simulacion''
19:      contabiliza numero de iteraciones
20:      Niter = Niter + 1

```

Finalmente con todas las dimensiones estimadas, se calcula el diámetro externo de la maquina o el diámetro externo del estator.

$$O_{sd} = D + 2 \cdot (h_{s0} + h_{s1} + h_{s2} + w_{sy}) \quad (6.64)$$

### 6.1.7. Resistencia en los enrollamiento

Para calcular la resistencia en los conductores, es necesario conocer la longitud de vuelta promedio de una bobina. Como se muestra en la Figura 6.7, consideraremos todas las medidas indicadas para calcularla. Por lo que la expresión a utilizar es la siguiente,

$$L_{mt} = 2 \cdot \tau_u + 2 \cdot L_{stk} + 0,35 \cdot w_{st1} + 4 \cdot C_b \quad (6.65)$$

a continuación mostramos la expresión para calcular la resistencia en una sola bobina, el termino 1000 es para estandarizar a metros,

$$R_c = \frac{L_{mt} \cdot N_{tc} \cdot 1000 \cdot \rho_{sw,20}}{cAsc} \quad (6.66)$$

donde:

$\rho_{sw,20}$ : es la resistividad del cobre a 20°C

$N_{tc}$ : numero de conductores en una sola bobina

$cAsc$ : área de un solo conductor

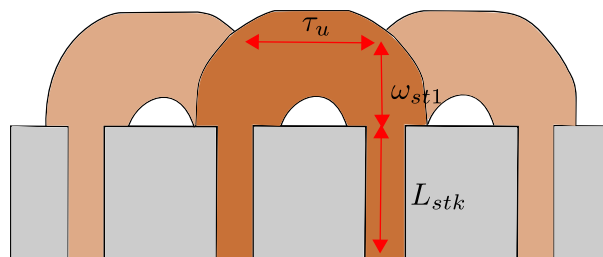


Figura 6.7: Dimensiones del enroscamiento - elaboración propia

si lo que se quiere es encontrar las pérdidas en la resistencia de los enroscamientos de la máquina, este se multiplica por la cantidad de bobinas y por la cantidad de fases, así como muestra la siguiente expresión,

$$P_{cu} = N_{cph} \cdot m \cdot Rc \cdot I_{ph}^2 \quad (6.67)$$

donde:

$N_{cph}$ : es la cantidad de bobinas por fase

$m$ : número de fases

$I$ : corriente nominal

## 6.2. Actualización y sintonización de las variables de diseño

El ajuste y sintonización de los variables de diseño es basado en el número de vueltas en una única bobina, es decir, conociendo el valor de esta variable podemos reajustar y sintonizar las variables geométricas estimadas anteriormente. Entonces la primera variable a actualizar es el número de vueltas por fase, expresado por,

$$N_{tphact} = \frac{N_{tact} \cdot N_{cph}}{N_p} \quad (6.68)$$

donde:

$N_{tcact}$ : se refiere a la cantidad de vueltas en una única bobina actualizado

$N_{cpph}$ : numero de bobinas por fase

$N_p$ : numero de brazos en paralelo, es decir conductores en paralelo

Seguidamente actualizamos el valor de flujo por polo;

$$\phi_{pact} = \frac{E_{ph}}{4,44 \cdot f_s \cdot N_{tphact}} \quad (6.69)$$

como consecuencia podemos actualizar el flujo total;

$$\phi_{totalact} = \phi_{pact} \cdot p \quad (6.70)$$

notase que esta expresión es idéntica a la expresión (6.45) pero considerando valores actualizados. Actualizadas las variables de flujo podemos actualizar el flujo en el diente del estator, estimado anteriormente mediante la expresión (6.49), sin embargo considerando variables actualizadas se obtiene,

$$\phi_{xt,maxact} = \phi_{totalact} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi \cdot p}{2 \cdot N_s}\right). \quad (6.71)$$

Finalmente podemos actualizar el valor de la longitud axial de la maquina mediante la expresión,

$$L_{stkact} = \frac{\phi_{pact} \cdot L_{stk}}{\phi_p} \quad (6.72)$$

# Capítulo 7

## Simulación por elementos finitos

A lo largo de este capítulo mostraremos la máquina diseñada aplicando el procedimiento estudiado en el capítulo 7, el gerenciamiento de los datos obtenidos mediante el método de elementos finitos es mediante el software MATLAB.

Por tratarse de una máquina con niveles de saturación ligeramente elevados, se aplica el método de los tensores desarrollado por Paula (2016), este método nos permite estimar de una manera más correcta la fuerza contra-electromotriz que produce la máquina de imán permanente.

### 7.1. Simulación en elementos finitos

Como ya mencionado aplicando el procedimiento de diseño de máquinas mostrado en el capítulo 6, se obtiene un dimensionamiento de una máquina inicial que cumplan con las características que son requeridas, por lo que la geometría es desarrollada mediante el software MATLAB y el software uso libre "FEMM",

La figura 7.1 a), es la geometría generada, es basada en el procedimiento de diseño, mostrado anteriormente, esta simulación solo toma en cuenta 1/4 de la máquina ya que reduce tiempo de simulación, para reducir a solo 1/4 de la máquina se aplican métodos

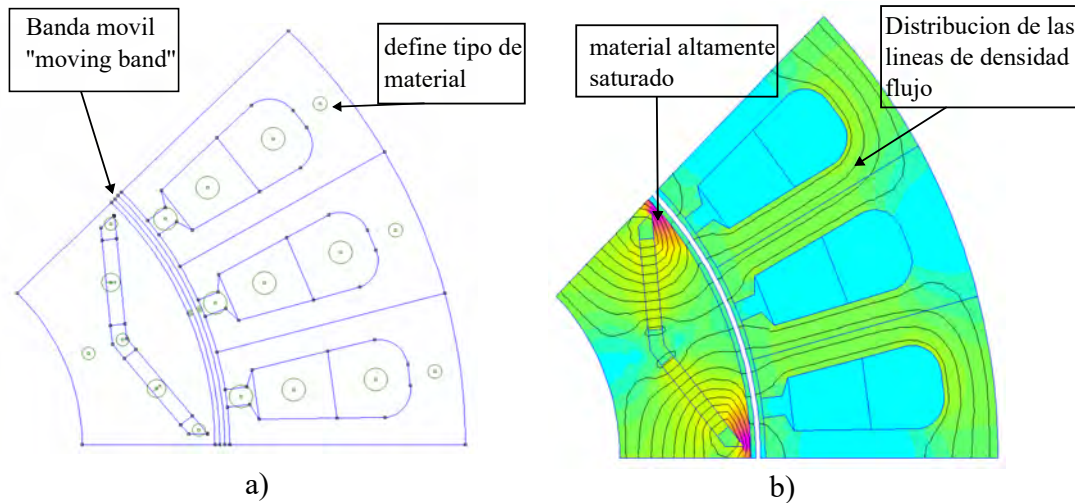


Figura 7.1: Aspectos principales del software de elementos finitos - elaboración propia (FEMM)

propios del software de elementos finitos como [Binns \(1978\)](#), que colocando los extremos laterales de la maquina como periódicos y la parte del entrehierro colocado como "moving band", es posible simular la maquina sin perder precisión o información.

Seguidamente en la figura 7.1 b) se resuelve el sistema no lineal, considerando saturación del material ferromagnético.

## 7.2. Método de los tensores

Una manera general de caracterizar a las maquinas eléctricas es mediante la forma de onda de la fuerza contra electromotriz, según [Yu et al. \(2017\)](#) existen dos tipos, definidos como FCEM, "senoidal" y "trapezoidal", de acuerdo el tipo de aplicación se puede diseñar maquinas para que consigan entregar FCEM trapezoidal. Otro factor a tomar en cuenta es el tipo de accionamiento que se discutirá en capítulos posteriores.

La problemática surge al querer estimar la FCEM utilizando el concepto fundamental que es definido como:

$$e = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d\phi \cdot d\theta}{dt \cdot d\theta} = \frac{d\phi}{d\theta} \cdot \omega \quad (7.1)$$



donde, el error numérico al aplicar el operador de la derivada, conlleva y genera a un error de estimación como es mostrado en la Figura 7.2(a), presentando una forma y amplitud erradas, por lo tanto el método de los tensores es una herramienta altamente útil para obtener una estimación de la FCEM que refleje el comportamiento físico de la maquina.

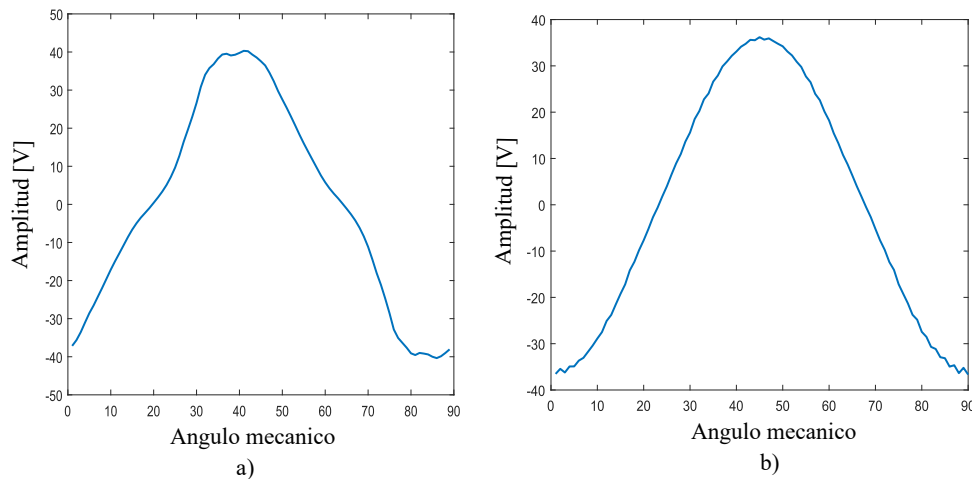


Figura 7.2: Fuerza contra electromotriz en vacío, utilizando método convencional y método de los tensores - elaboración propia

En la Figura 7.2. a) se muestra la estimación de fuerza contra electromotriz de la fase "A" utilizando la derivada de flujo, donde se aprecia una forma y amplitud que no refieren a una estimación correcta, esto producido por la aplicación del método de derivada conocido como "diferencias finitas". Por otro lado se tiene muestra la Figura 7.2. b) que muestra una correcta estimación de la fuerza contra electromotriz.

Este método fue propuesto por Paula (2016), que trabaja conjuntamente con el método de la permeabilidad fija propuesto en Shuto *et al.* (2019) y los tensores de Maxwell, el método utiliza informaciones de la densidad de flujo en el entrehierro, extraídos de la simulación por el método de método de elementos finitos, el método de los tensores permite calcular separadamente el torque mutuo y torque por reluctancia, lo cual resulta muy útil al momento de simular maquinas que presentan diferencia de reluctancia.

El torque expresado mediante tensores de Maxwell es expresado por,

$$T_{el} = \frac{l_{fe}}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2 (B_{OP})_R (B_{OP})_T d\theta \quad (7.2)$$

Donde,

$l_{fe}$ : Es la longitud axial de la maquina

$\mu_0$ : Permeabilidad del vacío

$r$ : Radio del entrehierro

$(B_{OP})_R$ : Componente radial de la densidad de flujo magnético

$(B_{OP})_T$ : Componente tangencial de la densidad de flujo magnético

Considerando el método de la permeabilidad fija, la expresión 7.2, podemos expresar de la siguiente manera,

$$T_{el} = \frac{l_{fe}}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2 (B_{PM-FP} + B_{i-FP})_R (B_{PM-FP} + B_{i-FP})_T d\theta \quad (7.3)$$

Desglosando la expresión 7.3, obtenemos,

$$T_{el} = \frac{l_{fe}}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2 (B_{PM-FP})_R (B_{PM-FP})_T d\theta + \frac{l_{fe}}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2 (B_{i-FP})_R (B_{i-FP})_T d\theta + \left[ \frac{l_{fe}}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2 (B_{PM-FP})_R (B_{i-FP})_T d\theta + \frac{l_{fe}}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2 (B_{i-FP})_R (B_{PM-FP})_T d\theta \right] \quad (7.4)$$

El primer termino se refiere al torque de borda, o por su nombre en ingles "cogging torque" que depende solo de la interacción entre la componente radial y tangencial de la densidad de flujo del imán. Seguidamente el segundo termino es la interacción de los componentes radial y tangencial de la corriente, este termino comúnmente se conoce como "torque por reluctancia", finalmente el ultimo termino que esta expresado entre corchetes es el torque mutuo, que representa la interacción de la densidad de flujo del imán y la densidad de flujo producido por la corriente, ambos interactuando entre

las componentes tangencial y radial.

Seguidamente una forma de relacionar el torque y la fuerza contra electromotriz es mediante la expresión 7.5, que esta expresado en función de la fuerza contra electromotriz de fase, por lo que tenemos,

$$\omega_{mec} = T_{mutuo} = i_A(\theta)e_A(\theta) + i_B(\theta)e_B(\theta) + i_C(\theta)e_C(\theta) \quad (7.5)$$

donde, como ya mencionado,  $e_A, e_B, e_C$  representan a la fuerza contra electromotriz de fase y  $i_A, i_B, i_C$ , representa a las corrientes de fase.

La expresion 7.4 se puede reorganizar de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} T_{Mutuo} &= T_{Mutuo_A} + T_{Mutuo_B} + T_{Mutuo_C} \\ T_{Mutuo_A} &= \frac{i_A(\theta)e_A(\theta)}{\omega_{mec}} \\ T_{Mutuo_B} &= \frac{i_B(\theta)e_B(\theta)}{\omega_{mec}} \\ T_{Mutuo_C} &= \frac{i_C(\theta)e_C(\theta)}{\omega_{mec}} \end{aligned} \quad (7.6)$$

Considerando un modelo linealizado utilizado en el método de la permeabilidad fija, podemos expresar,

$$B_{i-FP} = B_{i-FP_A} + B_{i-FP_B} + B_{i-FP_C} \quad (7.7)$$

Los terminos presentados en la expresion 7.6 caracterizan las densidades de flujo debido a la corriente de fase A,B y C, respectivamente. De esta manera sustituyendo la expresion 7.6 en el termino entre corchetes de la expresion 7.4 que representa al torque mutuo, por lo tanto tenemos,

$$\begin{aligned}
T_{Mutuo_A} &= \frac{i_A(\theta)e_A(\theta)}{\omega_{mec}} = \frac{l_{fe}}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2(B_{PM-FP})_R(B_{i-FP})_T d\theta \\
&\quad + \frac{l_{fe}}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2(B_{i-FP})_R(B_{PM-FP})_T d\theta \\
T_{Mutuo_B} &= \frac{i_B(\theta)e_B(\theta)}{\omega_{mec}} = \frac{l_{fe}}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2(B_{PM-FP})_R(B_{i-FP})_T d\theta \\
&\quad + \frac{l_{fe}}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2(B_{i-FP})_R(B_{PM-FP})_T d\theta \\
T_{Mutuo_C} &= \frac{i_C(\theta)e_C(\theta)}{\omega_{mec}} = \frac{l_{fe}}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2(B_{PM-FP})_R(B_{i-FP})_T d\theta \\
&\quad + \frac{l_{fe}}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2(B_{i-FP})_R(B_{PM-FP})_T d\theta
\end{aligned} \tag{7.8}$$

Con la expresión mostrada en la ecuación 7.8 podemos despejar  $e_A$ , y considerando una corriente de fase = 1 tenemos,

$$\begin{aligned}
e_A &= \frac{\omega_{mec}}{1} \left( \frac{l_{fe}}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2(B_{PM-FP})_R(B_{i-FPA})_T d\theta \right. \\
&\quad \left. + \frac{l_{fe}}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2(B_{i-FPA})_R(B_{PM-FP})_T d\theta \right)
\end{aligned} \tag{7.9}$$

Mediante esta expresión es posible estimar la fuerza contra electromotriz (FCEM), considerando el efecto de la saturación magnética.

### 7.3. Proceso de simulación

En esta sección explicaremos el proceso de simulación, el cual consta de simulaciones recursivas gerenciado por el software MATLAB, y la simulación no lineal es realizado por el software FEMM, por lo tanto son divididos en los siguientes pasos,

1. Simulación de la geometría utilizando MATLAB y FEMM, como mostrado en la figura 7.1 se generan puntos y líneas con condiciones de contorno para realizar la simulación por elementos finitos.
2. Simulación por ángulo mecánico de la maquina, es decir se procede a simular recur-

sivamente para cada posición diferente del rotor.

3. Extracción de los componentes radial y tangencial de la simulación para cada posición del rotor, para estimar la (FCEM) utilizando el método de los tensores y permeabilidad fija
4. Calculo de torque mutuo, ondulaciones de torque y torque de borda
5. Análisis de los resultados parciales

Para mejorar el entendimiento es elaborado una interfaz utilizando PYTHON, que tiene como objetivo calcular las principales dimensiones de la maquina utilizando el procedimiento de diseño mostrado en el capitulo 6.

## 7.4. Elaboracion de interfaz

La elaboración es realizada utilizando el software Python, como funcionamiento principal tenemos las entradas del procedimiento de diseño para obtener una maquina inicial que cumpla con las restricciones de potencia o restricciones geométricas.

Como es mostrado en la interfaz desarrollada el botón de calcular realiza el procedimiento para calcular las dimensiones de la maquina. Seguidamente para observar los resultados del procedimiento es encontrado en la parte de resultados como se muestra en la Figura 7.3.

Finalmente en la Figura 7.4 es mostrado los botones de exportar para a archivo formato JSON para así poder reutilizar los cálculos iniciales realizado. El botón con nombre "exportar a FEMM" tiene como objetivo exportar toda geometría estimada inicialmente al software de elementos finitos.

Entrada de Variables

Variables de Entrada | Resultados

Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco, Escuela Profesional de Ingeniería Eléctrica

Diseño de maquina sincrona con iman permanente en el interior del rotor

P_out (kW):	1.7	Bst (Tesla):	1.1	Ke:	1.34676
Speed (RPM):	1000	Bsy (Tesla):	1.1	Kex:	0
V_t (Voltaje):	380	Bry_ave (Tesla):	0.7	Calcular	
Wmax (RPM max):	1100	ElectricalSteel:	M350-50A		
Connection:	star	g_m:	0.7		
dEff:	0.9	Kt:	0.9		
dPF:	0.9	Kr:	1.4		
Bav (Tesla):	0.65	Magnet Grade:	N42UH_60C		
ac (kA/m):	15	bs0 (mm):	8		
Kw:	0.933	hs0 (mm):	2		
Jsw (A/mm2):	6.5	hs1 (mm):	3		
g (mm):	1	g_wst:	1		
P (Número de polos):	14	wtrib (mm):	1		
Ns (Número de ranuras del estator):	12	wrib (mm):	0.7		
ar:	2.5	dms (mm):	0.8		
g_emf:	0.9	g_alpha_v:	0.6		
g_prot:	0.01	Tamb (°C):	40		
k_R:	1.1	Tr (°C):	80		
Kf:	0.35	g_PFe:	1.2		
Np (Número de caminos paralelos en el bobinado):	1	rho_sw_20:	1.72414e-8		
Lend (mm):	15	alpha_t_sw:	0.00381		
ssq (Stator slot skew):	0	Kh:	182.455		
Nlayers:	Double Layer	alpha:	1		
Winding Material:	Copper	beta:	2		

Figura 7.3: Interfaz para valores de entrada del proceso de diseño - elaboración propia

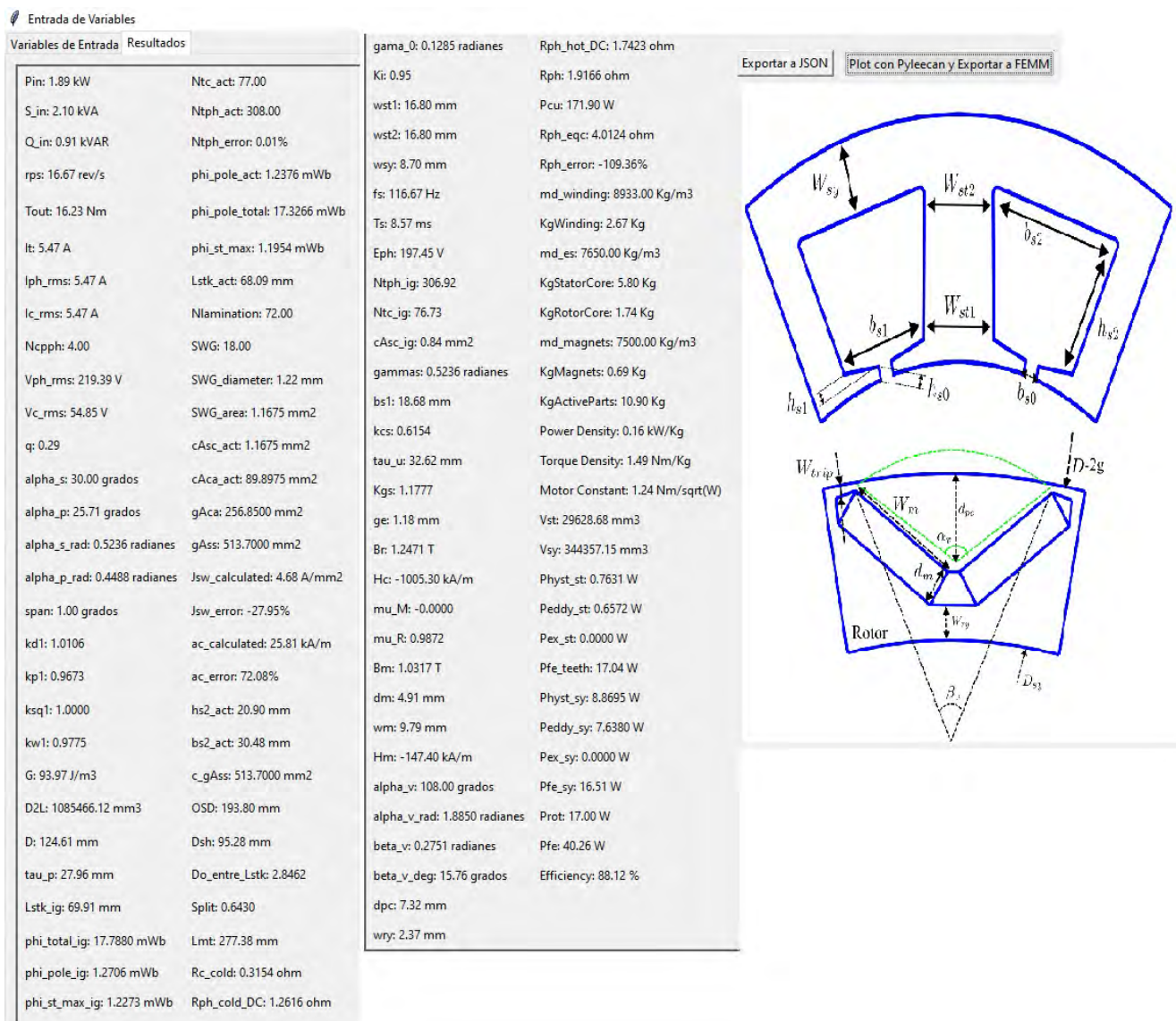


Figura 7.4: Resultados del proceso de diseño - elaboración propia

# Capítulo 8

## Algoritmos de optimización

### 8.1. Optimización por enjambre de (PSO)

Fue desarrollado por Kennedy y Eberhart [Eberhart & Kennedy \(1995\)](#), inspirado en el comportamiento social observado en grupos de individuos como bandadas de pájaros, enjambres de insectos y bancos de peces.

Este algoritmo busca la mejor solución para cada uno de sus individuos y ha probado ser muy efectivo en la resolución de problemas multiobjetivo de [Eberhart & Kennedy \(1995\)](#).

La metaheurística PSO se basa en un algoritmo iterativo basado en una población de individuos denominada enjambre, en el que a cada individuo se le denomina partícula para que esta partícula se distribuya por toda la región de posibles soluciones (espacio de decisión) realizando un proceso de búsqueda hasta encontrar una mejor solución

Dado un espacio de decisión N-dimensional, cada partícula  $i$  conoce su posición actual  $X_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]$ , velocidad  $V_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in}]$  con la que llegaste a dicha posición y la mejor posición  $P_i = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in}]$  en el que se encontró el llamado "*personal best*", con esta información las partículas ya conocen la mejor posición ubicada



en el enjambre  $G = g_1, g_2, \dots, g_n$  nombrado "global mejor" [Mutluer & Bilgin \(2012\)](#).

Dado el espacio de decisión, la posición de cada partícula  $x_i$  debe evaluarse en función de una función de costo  $F(x_i)$ .

$$F(x_i) = f_1(x_i) + f_2(x_i) + f_3(x_i) + \dots + f_p(x_i) \quad (8.1)$$

donde  $p$  representa el número de objetivos en la optimización.

Asumiendo el uso de la mejor información global, en cada iteración  $t$  del algoritmo PSO, cada componente de velocidad  $j$  y la posición de cada partícula  $i$  en el enjambre se actualiza de la siguiente manera:

$$v_{ij}^{t+1} = \omega \times v_{ij}^t + C_1 \times rand() \times (p_{ij}^t - x_{ij}^t) + C_2 \times rand() \times (g_j^t - x_{ij}^t) \quad (8.2)$$

$$x_{ij}^{t+1} = x_{ij}^t + v_{ij}^{t+1} \quad (8.3)$$

donde  $\omega$  es el parámetro de inercia que rige el impacto de las velocidades anteriores en la nueva velocidad de la partícula,  $C_1$  es el parámetro cognitivo que indica la influencia máxima de la mejor experiencia individual de la partícula en su nueva velocidad, y  $C_2$  es el parámetro social que significa la mayor influencia de la información social en el nuevo valor de velocidad de la partícula. Mientras que  $rand()$  es una función que devuelve un número aleatorio en el intervalo  $[0, 1]$ , a través del cual se determina la influencia real de la información individual y social sobre la nueva velocidad de la partícula [Mutluer & Bilgin \(2012\)](#).

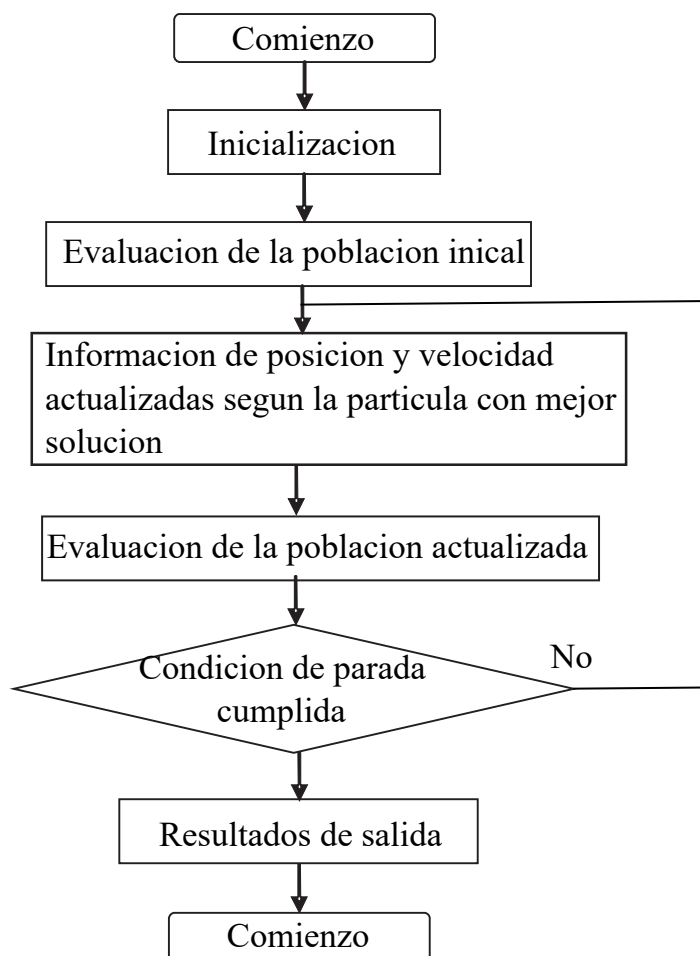


Figura 8.1: Diagrama de flujo para el algoritmo PSO - elaboración propia.

## 8.2. Método de optimización lobo plomo (GWO)

Este algoritmo se inspiró en el comportamiento de los lobos simulando la exploración y explotación que es el ataque a la presa, además de diferenciar las jerarquías que se encuentran en las camadas de los lobos como alfa, beta, delta y omega, teniendo en cuenta esta jerarquía matemáticamente la mejor solución es alfa, por lo tanto, la segunda solución es beta, la tercera solución es delta y el resto de soluciones candidatas son omega [MIR \(2014\)](#).

Con base en estas posiciones de las tres soluciones óptimas, los lobos omega pueden actualizar sus posiciones. El GWO tiene características de fuerte convergencia, es decir, puede converger con pocas iteraciones, pocos parámetros y fácil implementación [Nadimi-Shahraki \*et al.\* \(2021\)](#).

Por lo tanto, la posición de los lobos se puede expresar de la siguiente manera:

$$\vec{D} = |\vec{C} \cdot \vec{X}_p(t) - \vec{X}_i(t)| \quad (8.4)$$

$$\vec{X}_i(t+1) = \vec{X}_i(t) - \vec{A} \cdot \vec{D} \quad (8.5)$$

donde  $x_i$  y  $x_p$  son los vectores de posición de  $i$  y presa respectivamente,  $t$  representa el número de iteraciones y los vectores  $A$  y  $C$  son los coeficientes de los vectores que se calculan de la siguiente manera:

$$\vec{A} = 2\vec{a} \cdot \vec{r}_1 - \vec{a} \quad (8.6)$$

$$\vec{C} = 2 \cdot \vec{r}_2 \quad (8.7)$$

en el proceso de iteración, a decrece linealmente de 2 a 0 mientras que  $\vec{r}_1$  y  $\vec{r}_2$  son vectores aleatorios entre  $[0,1]$ .

### 8.2.1. Desarrollo del algoritmo

La cacería de lobos se basa en la posible localización de presas a través del conocimiento de los lobos alfa, beta y delta mientras que los lobos omega se ven obligados a seguir a los lobos de mayor jerarquía, por lo que las siguientes expresiones describen matemáticamente el comportamiento de cacería [MIR \(2014\)](#).

$$\begin{aligned}\vec{D}_\alpha &= |\vec{C}_1 \cdot \vec{X}_\alpha - \vec{X}|, \\ \vec{D}_\beta &= |\vec{C}_2 \cdot \vec{X}_\beta - \vec{X}|, \\ \vec{D}_\delta &= |\vec{C}_3 \cdot \vec{X}_\delta - \vec{X}|\end{aligned}\tag{8.8}$$

donde  $C_1, C_2, C_3$  se calculan mediante la ecuación 8.7.

$$\begin{aligned}X_{i1}(t) &= X_\alpha(t) - A_{i1} \times D_\alpha(t), \\ X_{i2}(t) &= X_\beta(t) - A_{i2} \times D_\beta(t), \\ X_{i3}(t) &= X_\delta(t) - A_{i3} \times D_\delta(t)\end{aligned}\tag{8.9}$$

$$X_{t+1} = \frac{X_{i1}(t) + X_{i2}(t) + X_{i3}(t)}{3}\tag{8.10}$$

donde  $X_\alpha, X_\beta, X_\delta$  son las primeras tres mejores soluciones en la iteración  $t$ , por otro lado  $D_\alpha, D_\beta, D_\delta$  representan respectivamente las distancias entre  $\alpha, \beta$  y  $\delta$ .

Teniendo en cuenta este algoritmo de búsqueda, la manada de lobos tiene dos fases fundamentales, la fase de exploración para buscar presas potencialmente altas, y una vez

elegida esta presa, comienza la fase de ataque a la presa denominada exploración.

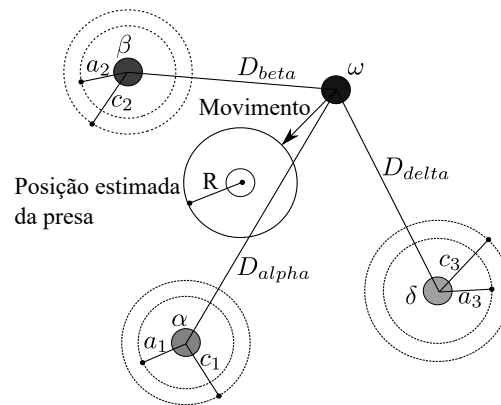


Figura 8.2: Comportamiento del algoritmo de optimización GWO - GREY Wolf Optimizer  
Advances in Engineering Software

### 8.3. Procedimiento para calculo de los objetivos de optimización

El diagrama de flujo explicado en la figura 8.3 tiene como finalidad obtener los objetivos de optimización, obteniendo estos objetivos se procede a aplicar el proceso de optimización, mediante los algoritmos de PSO Y GWO.

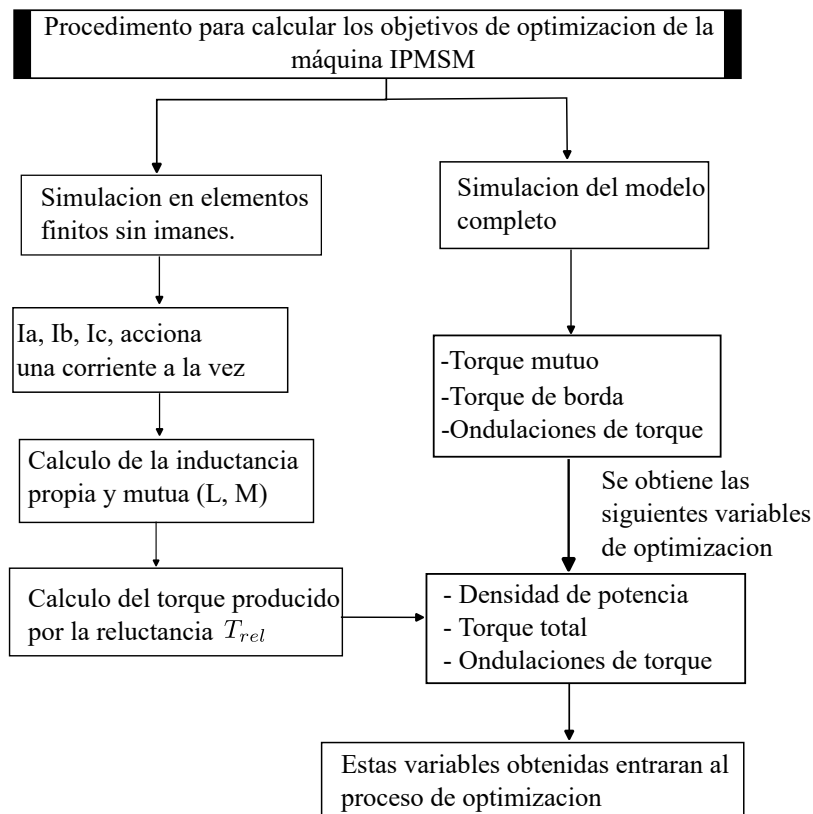


Figura 8.3: Diagrama de flujo para cálculo de los objetivos de optimización - elaboración propia

# Capítulo 9

## Resultados iniciales y del proceso de optimización

### 9.1. Evaluación de la maquina inicial

La maquina inicial dimensionada mediante el procedimiento mostrado en el capitulo 6 es mostrada en la Figura 9.1, simulado utilizando el software FEMM.

El post-procesamiento de los datos extraídos a partir del software de elementos finitos es utilizando el software MATLAB, gerenciando los datos y aplicando los diferentes métodos para una correcta estimación de las variables de la maquina.

La Figura 9.2 a), muestra la estimación de la fuerza contra electromotriz de la fase "a" utilizando el método de los tensores de esa manera produciendo un valor pico de 264 voltios. Seguidamente la Figura 9.2 b) muestra la corriente nominal de la maquina, es importante mencionar que en este trabajo de investigación se considera una corriente senoidal, debido a que la fuerza contra electromotriz tiene en mayor cantidad armónicos de primer orden.

La Figura 9.3. presenta el torque total de la maquina es decir el torque debido a la

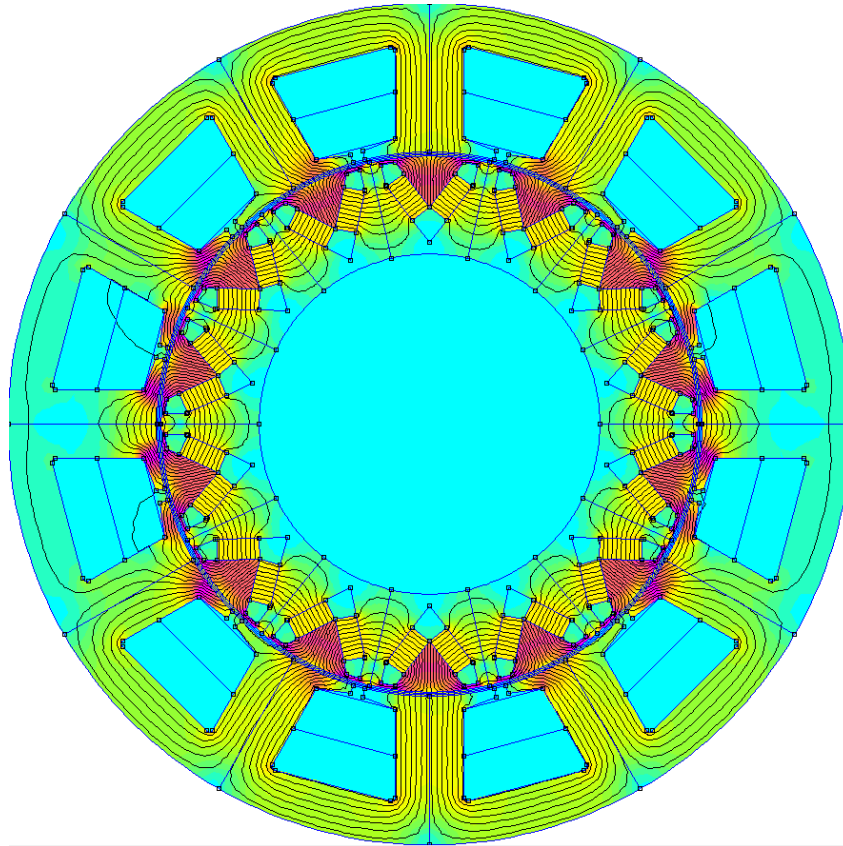


Figura 9.1: Distribución de densidad de flujo de la maquina inicial - elaboración propia

interacción entre flujo del imán y flujo producido por la corriente, además de considerar el torque producido por las inductancias. Esta variable es muy importante en el análisis de este trabajo de investigación ya que el objetivo principal es reducir las ondulaciones de torque que presenta, en el cuadro 9.2. es presentado las ondulaciones de torque con respecto al valor medio.

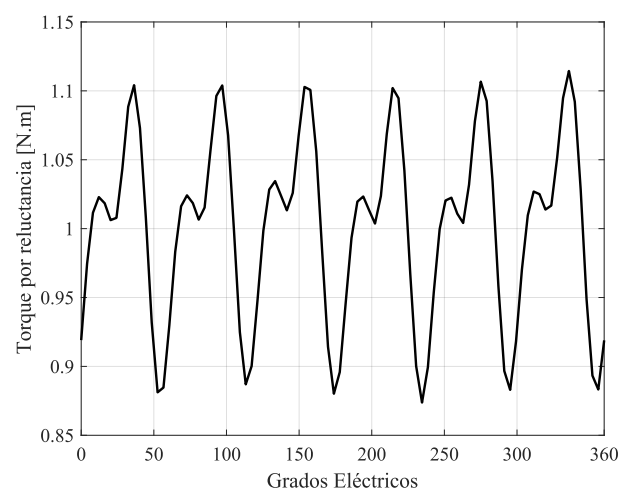


Figura 9.6: Torque por reluctancia de la maquina inicial - elaboración propia



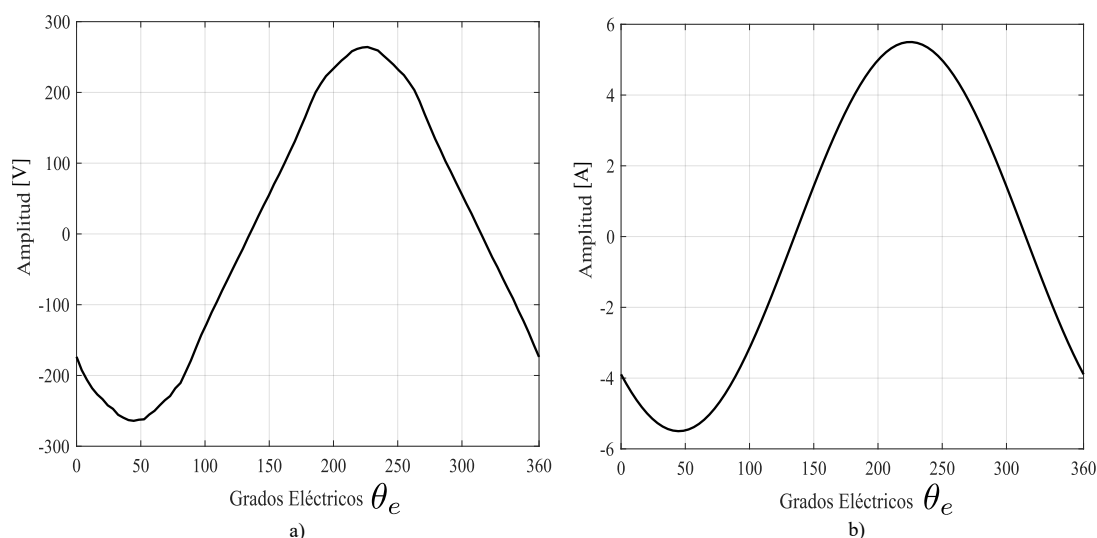


Figura 9.2: Fuerza contra electromotriz y corriente de la maquina inicial - elaboración propia

Las Figuras 9.4 y 9.5, muestran las inductancias propias y mutuas de la fase "a", estimadas de la maquina, como es explicado en capítulos anteriores la maquina con imán en el interior del rotor además de presentar un torque debido a la interacción de flujo con el rotor y estator, también presenta un torque por reluctancia. El torque por reluctancia es mostrado en la Figura 9.6. donde no presenta un elevado valor medio esto debido a que el accionamiento utilizado en este trabajo de investigación es colocando en fase la corriente y la fuerza contra electromotriz. La forma mas eficiente de aprovechar el torque por reluctancia en maquinas con imán en el interior del rotor es realizando un análisis de MTPA, por lo que en este trabajo de investigación no tiene ese objetivo.

## 9.2. Evaluación de la maquina final

La maquina mostrada en esta sección es la maquina final, es decir la maquina después del proceso de optimización, como ya fue mencionado tenemos como objetivo minimizar las ondulaciones de torque que es intrínseco de la maquina con imán permanente, por lo tanto primeramente podemos expresar la función objetivo como sigue:

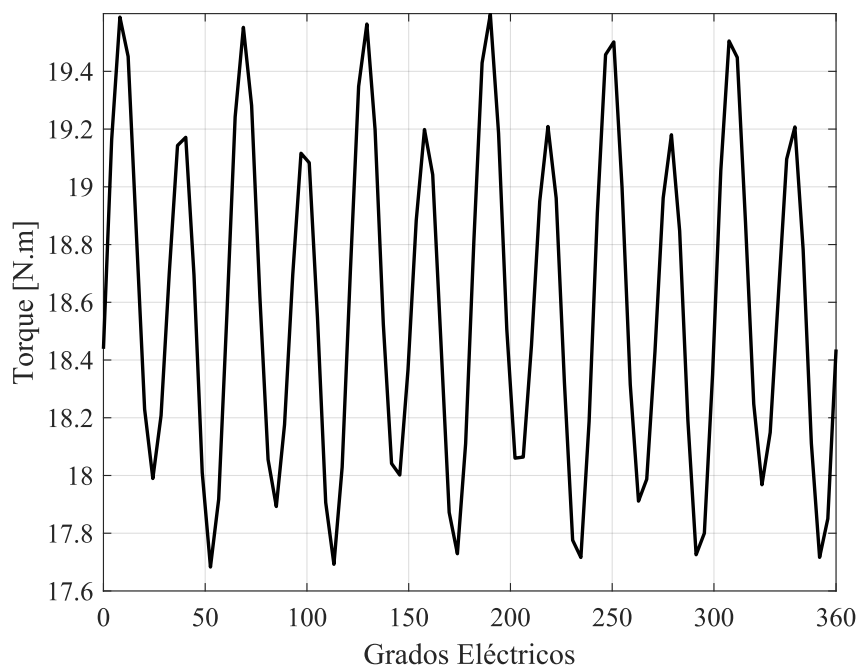


Figura 9.3: Torque de la maquina inicial - elaboración propia

$$f(o) = P_1 \cdot O_t + P_2 \cdot \frac{1}{T_m} \quad (9.1)$$

donde  $O_t$  se refiere a las ondulaciones de torque,  $T_m$  se refiere al torque medio y los valores de  $P_1$  y  $P_2$ , refieren a los pesos de optimización, esto para garantizar un proceso de optimización que no priorice una variable sobre la otra.

El cuadro 9.1 muestra las variables geométricas que fueron consideradas en el proceso de optimización, así como también muestra las dimensiones iniciales de la maquina inicial y final.

Cuadro 9.1: Tabla de dimensiones de la maquina inicial y final - elaboración propia

	$W_m$	$d_m$	$\alpha_v$	$W_{st1}$	$b_{s1}$	$b_{s2}$	$w_{sy}$
Maquina inicia	9.8	5	108°	16.8	18.6	30	8.7
Maquina final	12	4	150°	17.5	18	28	9

La fuerza contra electromotriz de la maquina final es mostrada en la Figura 9.7. presentando así una forma mas senoidal en comparación con la maquina inicial.

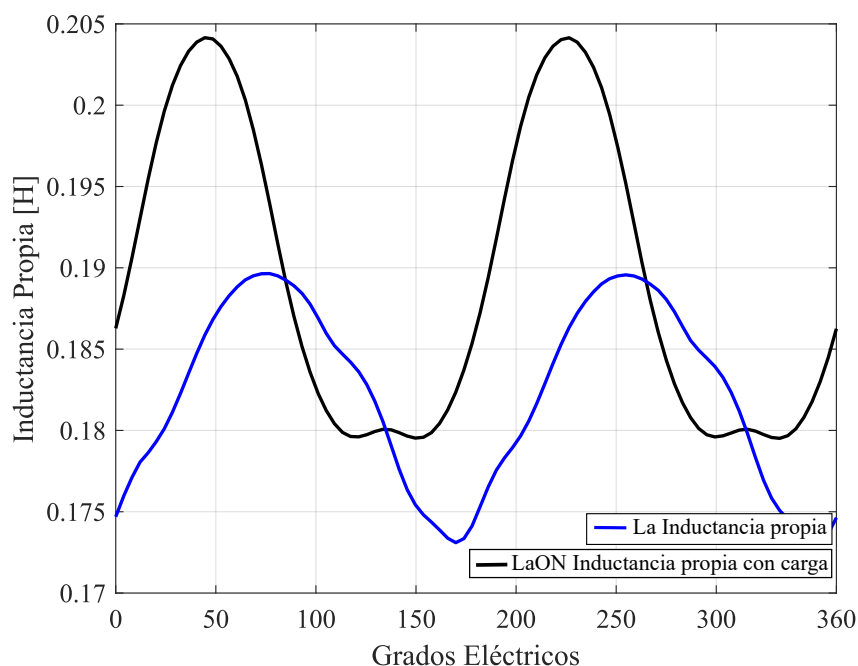


Figura 9.4: Inductancia propia con corriente y sin corriente - elaboración propia

Seguidamente el perfil de torque estimado es mostrado en la Figura 9.8 mostrando una reducción 2.39% en la ondulación de torque con respecto al valor medio que poseen cada un de ellos.

Mediante el método de elementos finitos podemos también estimar las inductancias propias y mutuas que presenta la maquina, que son mostradas en las Figuras 9.9 y 9.10.

La inductancia propia presenta una diferencia entre la inductancia estimada sin corriente y con corriente esto debido a esto debido al efecto de la corriente sobre el flujo magnético y de cuan acollados se encuentren los bobinados de la maquina.

Finalmente se obtiene el perfil del torque por reluctancia, es decir el torque solo debido a la diferencia de inductancias y por corriente, mostrado en la Figura 9.11

Cuadro 9.2: Tabla de objetivos de optimización, comparando maquina inicial y final - elaboración propia

	Ondulación torque %	Torque medio [N.m]	Potencia kW
Maquina inicial	5.37 %	18.59	1.9
Maquina final	2.39 %	22.10	2.3

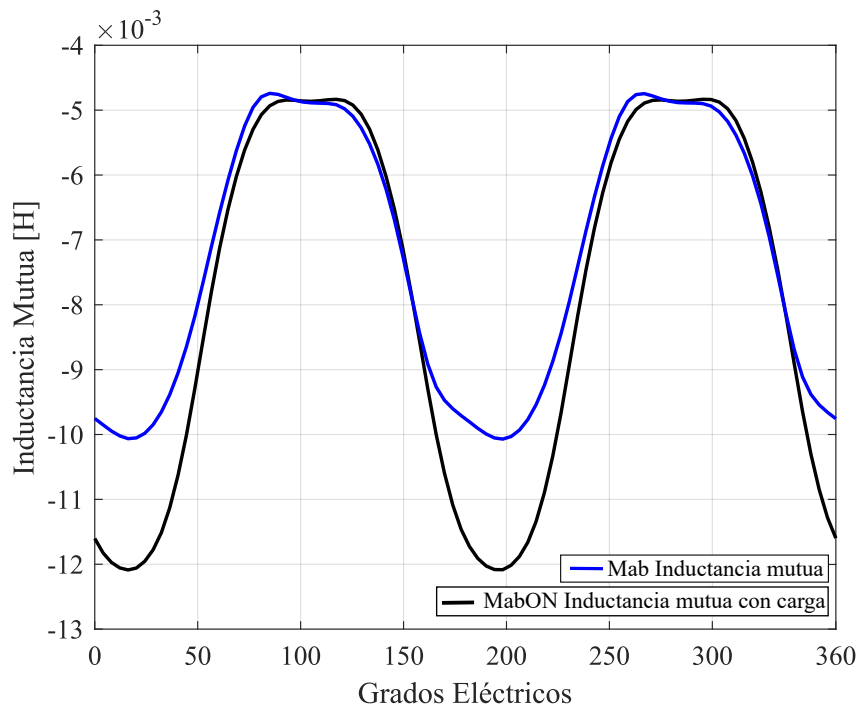


Figura 9.5: Inductancia mutua con corriente y sin corriente - elaboración propia

El cuadro 9.2 muestra un comparativo de los valores porcentuales (%) obtenidos antes y después del proceso de optimización, mostrando así una reducción de 3% en la ondulación de torque. Por otro lado es mostrado también el torque medio de la maquina, representando que además de disminuir las ondulaciones de torque, el torque medio medio es maximizado resultando en una mayor potencia para la maquina.

Como resultado final obtenemos la Figura 9.12 mostrando así el perfil de torque de la maquina inicialmente dimensionada y el perfil de torque de la maquina después del proceso de optimización.

Finalmente la distribución de líneas de densidad de flujo magnético de la maquina final, utilizando el método de elementos finitos es mostrado en la Figura 9.13.

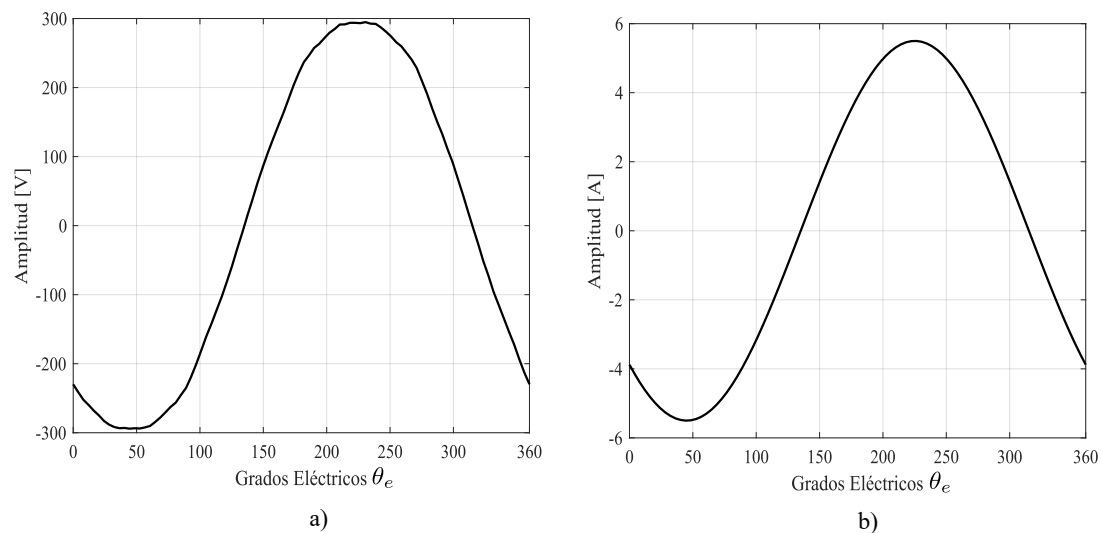


Figura 9.7: Fuerza contra electromotriz de la maquina final y corriente aplicada - elaboración propia

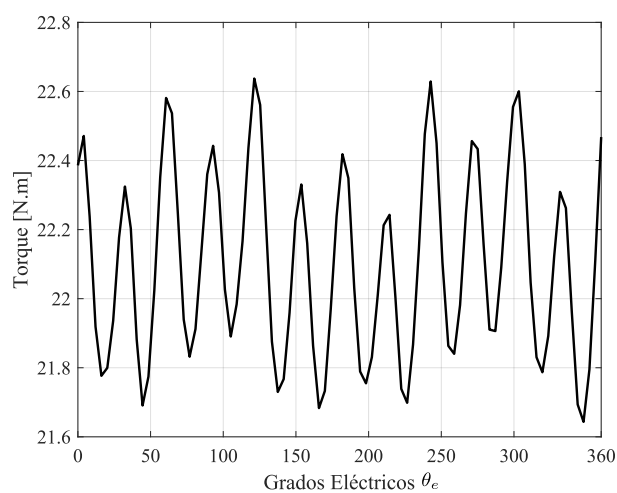


Figura 9.8: Torque total de la maquina final - elaboración propia

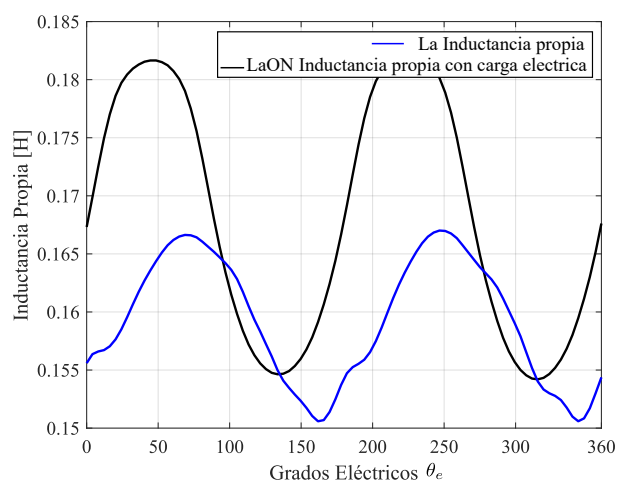


Figura 9.9: Inductancia propia con corriente y sin corriente - elaboración propia

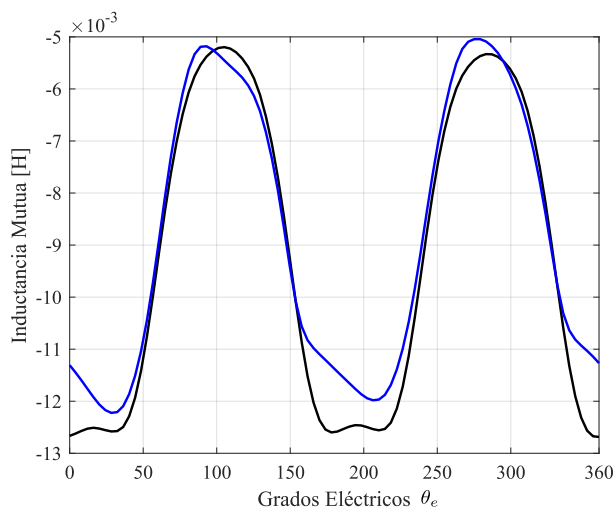


Figura 9.10: Inductancia mutua con corriente y sin corriente - elaboración propia

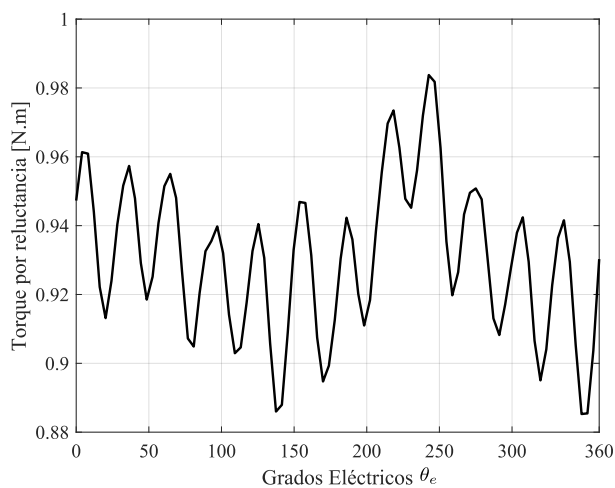


Figura 9.11: Torque por reluctancia de la maquina final - elaboración propia

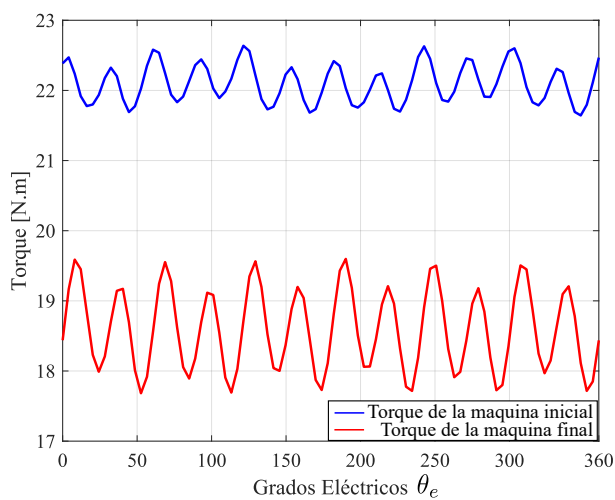


Figura 9.12: Comparativo de perfil de torque de la maquina inicial y final - elaboración propia

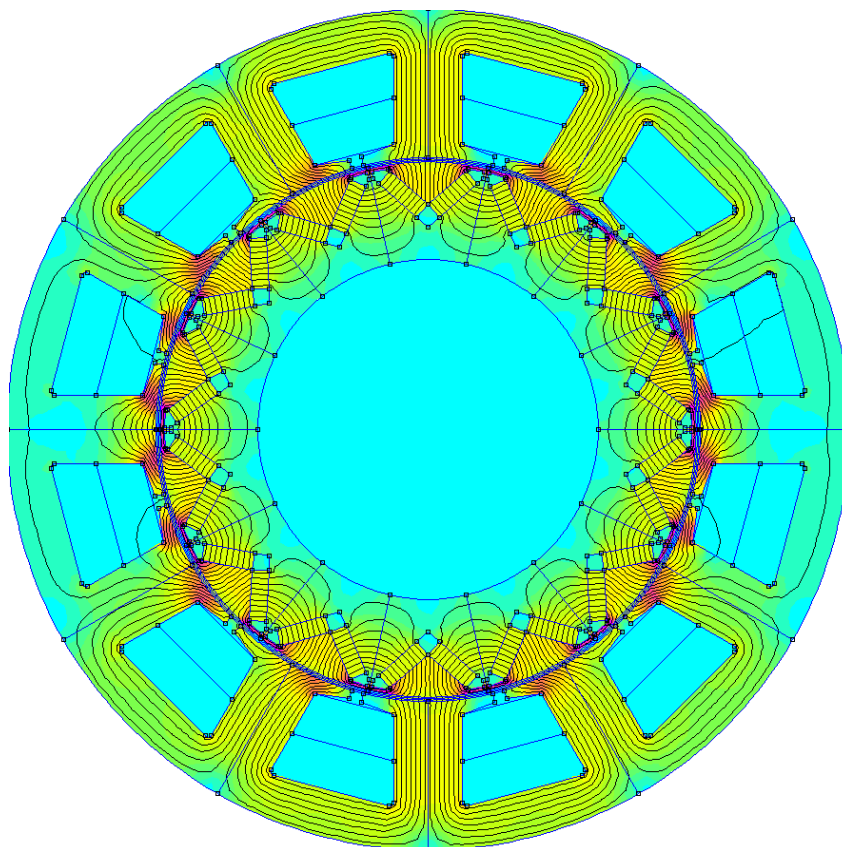


Figura 9.13: Distribución de densidad de flujo de la maquina final - elaboración propia

### 9.3. Validación del método utilizado

En esta sección se presenta la validación experimental de una máquina de imanes permanentes, la cual constituye un paso fundamental para verificar la precisión y fiabilidad de los métodos de simulación propuestos en esta investigación. Para llevar a cabo esta validación, se utilizó una máquina de imanes permanentes de 800 W, cuyas características fueron cuidadosamente medidas y analizadas.

Uno de los parámetros clave evaluados fue la fuerza contraelectromotriz (FCEM), la cual se extrajo experimentalmente utilizando un osciloscopio. Esta medición se comparó con los resultados obtenidos a partir de la simulación mediante el método de elementos finitos (FEM), mostrando una alta concordancia entre ambos enfoques.

Los resultados obtenidos no solo demuestran la confiabilidad del método de simulación propuesto, sino que también subrayan su potencial para aportar significativamente

al campo de la ciencia y la ingeniería, ofreciendo una herramienta robusta para el diseño y análisis de máquinas eléctricas avanzadas.

Por lo tanto el procedimiento para validar el método es mediante la FCEM por fase que es extraída mediante el osciloscopio TEKTRONIK, mostrado en la Figura 9.14.

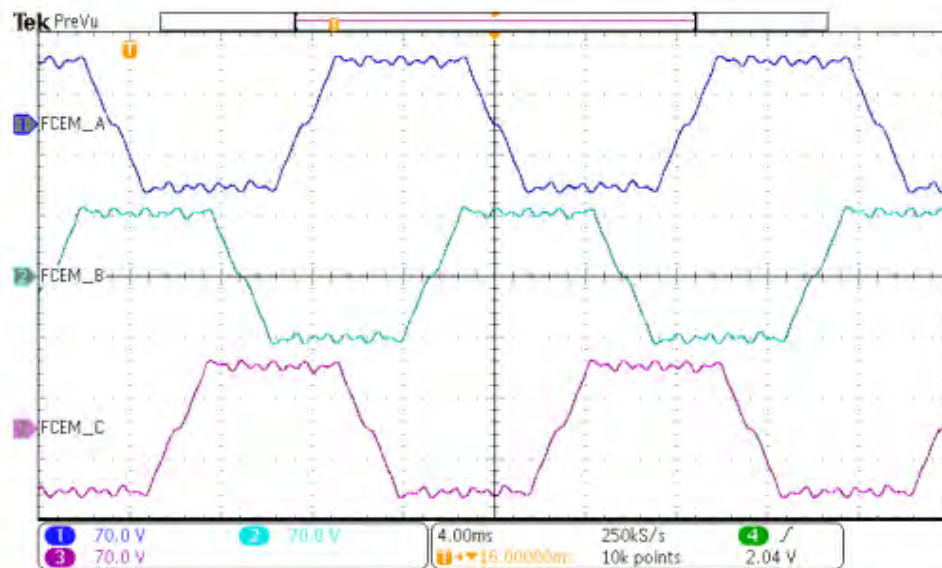


Figura 9.14: Curva de fuerza contra electromotriz extraídas del osciloscopio Tektronic

Los puntos extraídos son comparados en la Figura 9.15 donde se muestra el error obtenido, como es de esperar el error no es constante a lo largo de la curva esto debido a los fenómenos que se desconsideran en el modelo de elementos finitos, como análisis de vibraciones o análisis termino. Sin embargo el error porcentual analizado comparando las curvas obtenidas considerando el pico mas alto de error es de 1.8%, lo que significa que es un error totalmente tolerable si es que se quiere trabajar con altos índices de calidad.

Otro importante parámetro a ser analizado es el torque estimado, una de las formas más efectivas de verificar la precisión en la estimación de la fuerza contra electromotriz (FCEM) y la correcta determinación de parámetros clave, como la inductancia, es mediante la comparación entre el torque calculado a partir de los tensores de Maxwell y el torque estimado utilizando la expresión analítica correspondiente. En este enfoque, se emplea la FCEM estimada inicialmente para calcular el torque analítico, permitiendo así validar la exactitud de las estimaciones y la coherencia de los parámetros utilizados en el



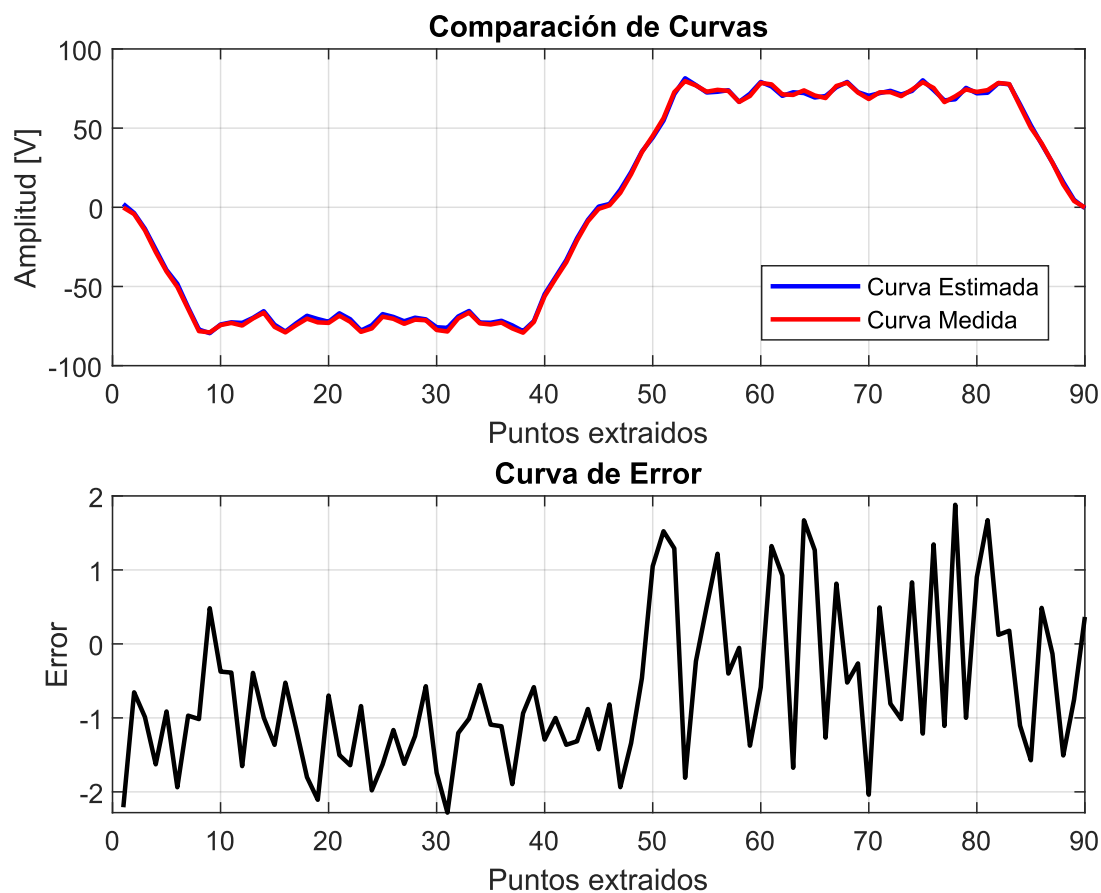


Figura 9.15: Comparativo de fuerza contra electromotriz estimada y medida - elaboración propia

modelo. Por lo tanto en la Figura 9.16 es realizado el comparativo entre torque estimado por tensores de Maxwell y el torque estimado mediante la expresión analítica, obtenido un error de 1.4% de error considerando el valor medio de cada torque correspondientemente.

La Figura 9.17 muestra el ensamblaje final del rotor, seguidamente la Figura 9.18, muestra una de las laminas utilizadas en el rotor, el cual esta compuesta por aproximadamente 100 laminas.

La Figura 9.19 muestra el rotor el estator ensamblados conjuntamente, y finalmente la Figura 9.20 se observa el motor completamente montado, destacando la interacción entre el estator y el rotor, componentes esenciales para el funcionamiento del motor.

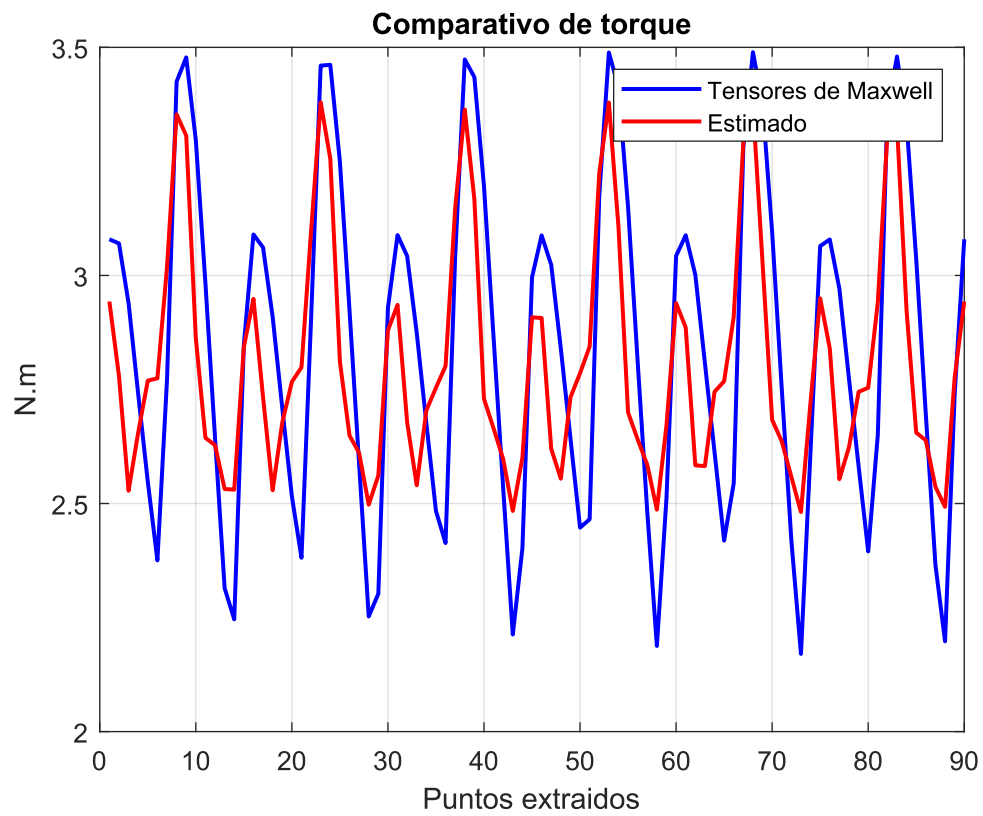


Figura 9.16: Comparativo de torque, mediante tensores de Maxwell y estimado - elaboración propia



Figura 9.17: Rotor utilizado



Figura 9.18: Lamina del rotor utilizado



Figura 9.19: Maquina montada con estator



Figura 9.20: Vista de carga y motor utilizado

# Capítulo 10

## Conclusiones

1. Se ha demostrado que la optimización del diseño de la máquina síncrona con imán permanente en forma de V dentro del rotor con potencia máxima de 1.7 kW permite reducir significativamente las ondulaciones de torque, lo cual es un desafío común en este tipo de máquinas. Mediante la implementación de técnicas avanzadas de optimización, no solo se ha logrado minimizar estas ondulaciones, sino que también se ha maximizado el torque medio. Este avance es de gran relevancia para aplicaciones donde se requiere un desempeño estable y eficiente, mejorando así la vida útil y la eficiencia de la máquina.
2. A través de la aplicación rigurosa de los métodos y técnicas presentadas a lo largo de este trabajo de investigación, se ha logrado desarrollar un modelo que refleja con alta precisión el comportamiento real del sistema bajo estudio. Utilizando el software FEMM de elementos finitos, se ha simulado el motor de imán permanente para diferentes topologías, lo que ha permitido obtener resultados precisos con un margen de error inferior al 1%. Las simulaciones realizadas con FEMM han validado el modelo mediante comparaciones con datos experimentales, demostrando la robustez y fiabilidad del enfoque metodológico adoptado. Esto es fundamental para su futura implementación en aplicaciones prácticas, donde la precisión en la simulación de diferentes topologías es crucial.

3. El uso de los algoritmos metaheurísticos PSO y GWO durante esta investigación ha demostrado una notable capacidad para encontrar una solución óptima local dentro del espacio de diseño en la simulación por elementos finitos de la máquina de imán permanente. Estos algoritmos han sido capaces de identificar una topología que no solo reduce las ondulaciones de torque en un 3%, sino que también incrementa el torque medio en un 18.88%. Estos resultados reflejan el poder de los algoritmos PSO y GWO para mejorar el desempeño de la máquina, optimizando aspectos clave del diseño que son fundamentales para su operación efectiva.
4. El procedimiento de dimensionamiento analítico inicial propuesto ha mostrado ser eficaz en la obtención de una máquina que cumple con las restricciones de diseño inicialmente definidas. Este procedimiento permite una aproximación rápida y precisa a un diseño que puede luego ser refinado mediante técnicas de optimización más detalladas. La capacidad de cumplir con los criterios de diseño desde las primeras etapas de desarrollo es esencial para asegurar un proceso de diseño eficiente y eficaz, que se alinea con los objetivos de rendimiento establecidos.

# Capítulo 11

## Sugerencias

- Optimización considerando múltiples objetivos Una posible extensión sería aplicar técnicas de optimización multiobjetivo, donde no solo se optimice la reducción de ondulaciones de torque, sino que también se consideren otros aspectos como la eficiencia energética, las pérdidas por corrientes parásitas, la disipación térmica, o la minimización de vibraciones mecánicas.

Justificación: La optimización multiobjetivo podría permitir un diseño más robusto, considerando múltiples factores relevantes para el rendimiento global de la máquina.

- Análisis experimental y validación de resultados Aunque el enfoque de este trabajo es computacional, un futuro estudio experimental de un prototipo de la máquina optimizada podría ser altamente beneficioso para validar los resultados obtenidos a través de simulaciones.

Justificación: La validación experimental aporta credibilidad y garantiza que las mejoras en el diseño computacional realmente se traduzcan en mejoras físicas.

- Integración de técnicas de control avanzadas Como trabajo futuro, se podría explorar el desarrollo de técnicas de control avanzadas (como control predictivo o control adaptativo) que mejoren la estabilidad del sistema bajo condiciones de carga variables, además de la reducción de ondulaciones de torque.



Justificación: Una mejor técnica de control puede reducir el impacto de las perturbaciones externas en el rendimiento de la máquina, optimizando aún más su comportamiento dinámico.

- Aplicación de otros algoritmos metaheurísticos Aunque has utilizado algoritmos metaheurísticos específicos en tu trabajo, sería interesante evaluar otros algoritmos como la Optimización basada en Colonias de Hormigas (ACO), Algoritmos Evolutivos Multiobjetivo (MOEA), o Algoritmos Genéticos (GA) para comparar el rendimiento y la eficiencia de cada método en la optimización del diseño.

Justificación: Evaluar diversos algoritmos puede proporcionar mejores soluciones o acelerar el proceso de optimización.

- Aplicaciones en otras topologías de máquinas Ampliar la investigación a diferentes topologías de máquinas, como motores síncronos de reluctancia o motores con diferentes configuraciones de imanes permanentes (por ejemplo, imanes en la superficie) podría proporcionar un nuevo campo de estudio.

Justificación: Esto permitiría verificar si las estrategias de optimización desarrolladas son aplicables a otros tipos de máquinas con características diferentes.

- Optimización para ciclos de operación más largos Otra área interesante sería la optimización del diseño de la máquina para operaciones prolongadas, tomando en cuenta los efectos térmicos y de envejecimiento de los materiales, lo que podría ayudar a predecir y mejorar la vida útil de la máquina.

Justificación: Esto proporcionaría un enfoque más integral y realista para aplicaciones en el mundo real, donde la máquina está sujeta a condiciones variables durante largos periodos.

- Uso de materiales avanzados en el diseño del rotor y estator Investigar cómo el uso de nuevos materiales (por ejemplo, compuestos de baja conductividad térmica o nuevos ferromagnéticos) podría mejorar el rendimiento de la máquina y la reducción de las ondulaciones de torque.

Justificación: La incorporación de materiales avanzados podría ofrecer un incremento significativo en el rendimiento de la máquina, reduciendo pérdidas y mejorando la estabilidad térmica.

- Simulaciones de mayor resolución y análisis tridimensional Un trabajo futuro podría centrarse en la implementación de simulaciones 3D más detalladas que consideren no solo el comportamiento del campo magnético y el torque, sino también los efectos térmicos y mecánicos de manera simultánea.

Justificación: Las simulaciones tridimensionales proporcionan una representación más precisa del comportamiento de la máquina bajo condiciones reales de operación.

# Apéndice A

## Implementación de diseño de maquinas

### A.1. Código principal para diseño de maquinas

```
%DIMENSIONAMIENTO DE LA MAQUINA
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Mon Sep  9 23:09:06 2024

@author: Ivan
"""

import math
import tkinter as tk
from tkinter import ttk
from PIL import Image, ImageTk
import json
from datetime import date
import pyleecan
import SciDataTool
```

```
import re
import pandas as pd
from pyleecan.Classes.LamSlotWind import LamSlotWind
from pyleecan.Classes.SlotW11 import SlotW11
from pyleecan.Classes.Winding import Winding
from pyleecan.Classes.CondType11 import CondType11
from pyleecan.Classes.LamHole import LamHole
from pyleecan.Classes.HoleM57 import HoleM57
from pyleecan.Classes.Shaft import Shaft
from pyleecan.Classes.Frame import Frame
from pyleecan.Functions.load import load
from pyleecan.definitions import DATA_DIR
from pyleecan.Classes.Material import Material
from pyleecan.Classes.MatMagnetics import MatMagnetics
from pyleecan.Classes.MachineIPMSM import MachineIPMSM
from os.path import join
import pytest
from numpy import pi
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.backends.backend_tkagg import
    FigureCanvasTkAgg, NavigationToolbar2Tk # Importar estas
    clases
from pyleecan.Classes.OPdq import OPdq
from pyleecan.Classes.Simu1 import Simu1
from pyleecan.Classes.InputCurrent import InputCurrent
from pyleecan.Classes.MagFEMM import MagFEMM

# Crear la ventana principal
root = tk.Tk()
```

```
root.title("Entrada de Variables")
root.minsize(800, 600)

# Crear un Notebook para las pestañas
notebook = ttk.Notebook(root)
notebook.grid(row=0, column=0, sticky=(tk.W, tk.E, tk.N, tk.S
    ))

# Crear los marcos para las pestañas
frame_inputs = ttk.Frame(notebook, padding="10")
frame_results = ttk.Frame(notebook, padding="10")

notebook.add(frame_inputs, text="Variables de Entrada")
notebook.add(frame_results, text="Resultados")

# Configurar expansión para el notebook
root.grid_rowconfigure(0, weight=1)
root.grid_columnconfigure(0, weight=1)

# Añadir barras de desplazamiento para las pestañas
canvas_inputs = tk.Canvas(frame_inputs)
scrollbar_inputs = ttk.Scrollbar(frame_inputs, orient="
    vertical", command=canvas_inputs.yview)
scrollable_frame_inputs = ttk.Frame(canvas_inputs)

scrollable_frame_inputs.bind(
    "<Configure>",
    lambda e: canvas_inputs.configure(
        scrollregion=canvas_inputs.bbox("all")
```

```
)
)

canvas_inputs.create_window((0, 0), window=
    scrollable_frame_inputs, anchor="nw")
canvas_inputs.configure(yscrollcommand=scrollbar_inputs.set)

canvas_inputs.pack(side="left", fill="both", expand=True)
scrollbar_inputs.pack(side="right", fill="y")

canvas_results = tk.Canvas(frame_results)
scrollbar_results = ttk.Scrollbar(frame_results, orient="
    vertical", command=canvas_results.yview)
scrollable_frame_results = ttk.Frame(canvas_results)

scrollable_frame_results.bind(
    "<Configure>",
    lambda e: canvas_results.configure(
        scrollregion=canvas_results.bbox("all")
    )
)

canvas_results.create_window((0, 0), window=
    scrollable_frame_results, anchor="nw")
canvas_results.configure(yscrollcommand=scrollbar_results.set
)

canvas_results.pack(side="left", fill="both", expand=True)
scrollbar_results.pack(side="right", fill="y")
```

```
# A adir un titulo general en el marco de entradas
title_label = ttk.Label(scrollable_frame_inputs, text="
    Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco, Escuela
    Profesional de Ingenieria Electrica", font=("Helvetica",
    10))
title_label.grid(column=0, row=0, columnspan=4, pady=(0, 20))

title_label = ttk.Label(scrollable_frame_inputs, text="
    Dise o de maquina sincrona con iman permanente en el
    interior del rotor", font=("Helvetica", 13))
title_label.grid(column=0, row=1, columnspan=4, pady=(0, 40))

# Definir las etiquetas y entradas para todas las variables
variables = {
    "P_out (kW)": 1.7,
    "Speed (RPM)": 1000,
    "V_t (Voltaje)": 380,
    "Wmax (RPM max)": 1100,
    "Connection": 'star',
    "dEff": 0.90,
    "dPF": 0.9,
    "Bav (Tesla)": 0.65,
    "ac (kA/m)": 15,
    "Kw": 0.933,
    "Jsw (A/mm2)": 6.5,
    "g (mm)": 1,
    "P (N mero de polos)": 14,
    "Ns (N mero de ranuras del estator)": 12,
```

```
"ar": 2.50,  
"g_emf": 0.9,  
"g_prot": 0.01,  
"k_R": 1.1,  
"Kf": 0.35,  
"Np (N mero de caminos paralelos en el bobinado)": 1,  
"Lend (mm)": 15,  
"ssq (Stator slot skew)": 0,  
"Nlayers": 'Double Layer',  
"Winding Material": 'Copper',  
"Bst (Tesla)": 1.1,  
"Bsy (Tesla)": 1.1,  
"Bry_ave (Tesla)": 0.7,  
"ElectricalSteel": 'M350-50A',  
"g_m": 0.6,  
"Kl": 0.9,  
"Kr": 1.4,  
"Magnet Grade": 'N42UH_60C',  
"bs0 (mm)": 8,  
"hs0 (mm)": 2,  
"hs1 (mm)": 3,  
"g_wst": 1,  
"wtrib (mm)": 1,  
"wrrib (mm)": 0.7,  
"dms (mm)": 0.8,  
"g_alpha_v": 0.6,  
"Tamb ( C )": 40,  
"Tr ( C )": 80,  
"g_Pfe": 1.2,
```



```
"rho_sw_20": 1.72414E-08, # ohm*m Resistivity of stator
    winding at 20C
"alpha_t_sw": 0.00381, # 1/K Temperature coefficient for
    stator winding resistance
"Kh": 182.455, # W/m3 Hysteresis loss coefficient of
    steel
"alpha": 1,
"beta": 2,
"Ke": 1.34676, # W/m3 Eddy current loss coefficient of
    steel
"Kex": 0 # W/m3 Excess loss coefficient of steel
}

# Diccionario para almacenar las entradas
entries = {}

resultados_numericos = {}

# Crear etiquetas y campos de entrada para cada variable en
    el marco de entradas
row = 2
column = 0
for i, (var, val) in enumerate(variables.items()):
    ttk.Label(scrollable_frame_inputs, text=f"{var}:").grid(
        column=1 + 2 * column, row=row, sticky=tk.W)
    entry = ttk.Entry(scrollable_frame_inputs)
    entry.grid(column=2 + 2 * column, row=row, sticky=(tk.W,
        tk.E))
    entry.insert(0, val)
```

```
entries[var] = entry
row += 1
if row > len(variables) // 2:
    row = 2
    column += 1

# Cargar la imagen
image_path = r"C:\Users\Ivan\anaconda3\Lib\site-packages\
    pyleecan\interfgraf1.png"
img = Image.open(image_path)
img = img.resize((500, 800), Image.LANCZOS) # Cambia el
    tamaño de la imagen aquí
img = ImageTk.PhotoImage(img)

# Colocar la imagen en la parte inferior, ocupando columnas
    desde la 0 a la 3
# Colocar la imagen en una columna más hacia la derecha (por
    ejemplo, la columna 6)
image_label = ttk.Label(scrollable_frame_inputs, image=img)
image_label.image = img # Necesario para evitar que Python
    elimine la imagen de la memoria

image_label.grid(column=10, row=2, rowspan=len(variables)//2,
    padx=(20, 0), sticky="n")

# Cargar la imagen en la pestaña de resultados
image_path_results = r"C:\Users\Ivan\anaconda3\Lib\site-
    packages\pyleecan\grafinter.png"
```

```
img_results = Image.open(image_path_results)
img_results = img_results.resize((500, 800), Image.LANCZOS)
    # Cambia el tamaño de la imagen aquí
img_results = ImageTk.PhotoImage(img_results)

# Colocar la imagen en la parte inferior, ocupando columnas
    desde la 0 a la 3 en la pestaña de resultados
image_label_results = ttk.Label(scrollable_frame_results,
    image=img_results)
image_label_results.image = img_results # Necesario para
    evitar que Python elimine la imagen de la memoria

image_label_results.grid(column=10, row=2, rowspan=len(
    variables)//2, padx=(20, 0), sticky="n")

# Ajustar el espaciado en el marco de resultados para evitar
    que la imagen afecte otras variables
for child in scrollable_frame_results.winfo_children():
    child.grid_configure(padx=5, pady=5)

# Función para realizar los cálculos
def calcular():
    try:
        # Obtener los valores de las entradas
        P_out = float(entries["P_out (kW)"].get())
        speed = float(entries["Speed (RPM)"].get())
        V_t = float(entries["V_t (Voltaje)"].get())
```

```
Wmax = float(entries["Wmax (RPM max)"].get())
dEff = float(entries["dEff"].get())
dPF = float(entries["dPF"].get())
Bav = float(entries["Bav (Tesla)"].get())
ac = float(entries["ac (kA/m)"].get())
Kw = float(entries["Kw"].get())
Jsw = float(entries["Jsw (A/mm2)"].get())
g = float(entries["g (mm)"].get())
P = int(entries["P (N mero de polos)"].get())
Ns = int(entries["Ns (N mero de ranuras del estator)
    "].get())
ar = float(entries["ar"].get())
g_emf = float(entries["g_emf"].get())
g_prot = float(entries["g_prot"].get())
k_R = float(entries["k_R"].get())
Kf = float(entries["Kf"].get())
Np = int(entries["Np (N mero de caminos paralelos en
    el bobinado)"].get())
Lend = float(entries["Lend (mm)"].get())
ssq = float(entries["ssq (Stator slot skew)"].get())
Bst = float(entries["Bst (Tesla)"].get())
Bsy = float(entries["Bsy (Tesla)"].get())
Bry_ave = float(entries["Bry_ave (Tesla)"].get())
g_m = float(entries["g_m"].get())
Kl = float(entries["Kl"].get())
Kr = float(entries["Kr"].get())
bs0 = float(entries["bs0 (mm)"].get())
hs0 = float(entries["hs0 (mm)"].get())
hs1 = float(entries["hs1 (mm)"].get())
```

```

g_alpha_v = float(entries["g_alpha_v"].get())
Tamb = float(entries["Tamb ( C )"].get())
Tr = float(entries["Tr ( C )"].get())
g_Pfe = float(entries["g_Pfe"].get())
g_wst = float(entries["g_wst"].get())
wrrib = float(entries["wrrib (mm)"].get())
wtrib = float(entries["wtrib (mm)"].get())
rho_sw_20 = float(entries["rho_sw_20"].get())
alpha_t_sw = float(entries["alpha_t_sw"].get())
Kh = float(entries["Kh"].get())
alpha = float(entries["alpha"].get())
beta = float(entries["beta"].get())
Ke = float(entries["Ke"].get())
Kex = float(entries["Kex"].get())

data = {
    'SWG #': ['(7/0)', '(6/0)', '(5/0)', '(4/0)', '(3/0)', '(2/0)', 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
             10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20,
             21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31,
             32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42,
             43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50],
    'Diameter [mm]': [12.7, 11.786, 10.973, 10.16,
                     9.449, 8.839, 8.23, 7.62, 7.01, 6.401, 5.893,
                     5.385, 4.877, 4.47, 4.064, 3.658, 3.251,
                     2.946, 2.642, 2.337, 2.032, 1.829, 1.626,
                     1.422, 1.219, 1.016, 0.914, 0.813, 0.711,
                     0.61, 0.559, 0.508, 0.4572, 0.4166, 0.3759,
                     0.3454, 0.315, 0.2946, 0.2743, 0.254, 0.2337,

```

```

0.2134, 0.193, 0.1727, 0.1524, 0.1321, 0.1219,
0.1118, 0.1016, 0.0914, 0.0813, 0.0711,
0.061, 0.0508, 0.0406, 0.0305, 0.0254],
'Area [mm^2]': [126.6769, 109.0921, 94.5638,
81.0732, 70.1202, 61.3643, 53.1921, 45.6037,
38.5989, 32.178, 27.273, 22.7735, 18.6793,
15.6958, 12.9717, 10.5071, 8.3019, 6.8183,
5.4805, 4.2888, 3.2429, 2.6268, 2.0755, 1.589,
1.1675, 0.8107, 0.6567, 0.5189, 0.3973,
0.2919, 0.2452, 0.2027, 0.1642, 0.1363, 0.111,
0.0937, 0.0779, 0.0682, 0.0591, 0.0507,
0.0429, 0.0358, 0.0293, 0.0234, 0.0182,
0.0137, 0.0117, 0.0098, 0.0081, 0.0066,
0.0052, 0.004, 0.0029, 0.002, 0.0013, 0.0007,
0.0005]
}

```

```
df = pd.DataFrame(data)
```

```
# Realizar los cálculos
```

```
Pin = P_out / dEff # kW
```

```
S_in = P_out / (dEff * dPF) # kVA
```

```
Q_in = S_in * math.sqrt(1 - dPF**2) # kVAR
```

```
rps = speed / 60 # RPS
```

```
Tout = P_out * 1000 / (2 * math.pi * rps) # Nm
```

```
ke = 0.9*V_t / (Wmax * math.pi/30)
```

```

It = Tout / ke # A
Iph_rms = It # por conexion en estrella
Ic_rms = Iph_rms / Np

Ncpph = Ns / 3
Vph_rms = V_t / math.sqrt(3) # V
Vc_rms = Vph_rms * Np / Ncpph # V

q = Ns / (3 * P) # N mero de bobinas por fase

alpha_s = 360 / Ns # grados
alpha_p = 360 / P # grados

# Convertir a radianes
alpha_s_rad = alpha_s * math.pi / 180
alpha_p_rad = alpha_p * math.pi / 180

span = (Ns / P)+0.14 # Grados el ctricos CORREGIR

# Aqu se deben definir las funciones calculate_kd,
    calculate_kp, calculate_ksq, calculate_bs1,
    calculate_hs2, calculate_bs2, KgWinding,
    KgStatorCore, KgRotorCore, KgMagnets
# como en tu c digo original. Por simplicidad, no se
    incluyen aqu .

from calculations import calculate_kd, calculate_kp,
    calculate_ksq, calculate_bs1, calculate_hs2,

```

```

calculate_bs2, KgWinding, KgStatorCore,
KgRotorCore, KgMagnets

kd1 = calculate_kd(q, alpha_s_rad, 1)
kp1 = calculate_kp(Ns, P, span, 1)
ksq1 = calculate_ksq(Ns, P, ssq, 1)

kw1 = kd1 * kp1 * ksq1 # Winding factor

G = 1.11 * (math.pi**2) * Bav * ac * kw1 * dPF * dEff
    / g_emf # [J/m3]

D2L = P_out * 1e9 / (G * rps) # [mm3]

D = (P * D2L / (math.pi * ar))**(1 / 3) # Di metro
    del rotor

tau_p = math.pi * D / P # Paso polar

Lstk_ig = ar * tau_p # Longitud de apilamiento
    inicial

phi_total_ig = math.pi * D * Lstk_ig * Bav * 0.001 #
    [mWb]

phi_pole_ig = phi_total_ig / P # Flujo por polo
phi_st_max_ig = phi_pole_ig * math.sin((math.pi * P)
    / (2 * Ns)) # Flujo en el diente del estator

```



```
gama_0 = 2 * math.asin(bs0 / D)

Ki = 0.95 # Staking factor

wst1 = phi_st_max_ig * 1000 / (Bst * Lstk_ig * Ki) #
      [mm2]
wst2 = wst1 * g_wst
wsy = phi_pole_ig * 1000 / (2 * Bsy * Ki * Lstk_ig)
      # [mm]

fs = speed * P / 120 # [Hz]

Ts = 1000 / fs # Periodo

Eph = g_emf * Vph_rms # [V]

Ntph_ig = Eph / (4.44 * fs * phi_pole_ig * 0.001 *
      kw1) # N mero inicial de vueltas por fase

Ntc_ig = Ntph_ig * Np / Ncpvh # N mero inicial de
      vueltas en una sola bobina

cAsc_ig = round(Ic_rms / Jsw, 2) # [mm2] # buscar
      este valor en la tabla

gammas = 2 * math.pi / Ns # ngulo de paso de
      ranura

bs1 = calculate_bs1(D, hs0, hs1, wst1, alpha_s_rad)
```

```

kcs = 1 / (1 + 5 * g / bs0) # Carter factor

tau_u = math.pi * D / Ns # Paso de ranura del
    estator [mm]

Kgs = tau_u / (tau_u - kcs * bs0) # Relaci n de
    reluctancia

ge = Kgs * g # Longitud efectiva del entrehierro [mm
    ]

Br = 1.2471 # Tesla
Hc = -1005.3 # kA/m

mu_M = Br * 0.001 / Hc # Permeabilidad del im n
mu_R = 0.987178601 # Permeabilidad relativa del
    im n

Bm = Bav / (g_m * Kl)
dm = Bav * mu_R * g_m * Kl * Kr * ge / (g_m * Kl * Br
    - Bav) # [mm]

wm = g_m * tau_p / 2 # [mm]

Hm = -Bav * g * Kr * 0.001 / (dm * 4 * math.pi * 1e
    -7) # [kA/m]

alpha_v = 180 * g_alpha_v

```

```

alpha_v_rad = alpha_v * math.pi / 180

beta_v = 2 * math.asin((wm * math.sin(alpha_v_rad /
    2) + wrrib / 2) / (D / 2 - g - wtrib))
beta_v_deg = beta_v * 180 / math.pi

dpc = (D / 2 - g - wtrib) * (1 - math.cos(beta_v / 2)
    ) + wtrib + wm * math.cos(alpha_v_rad / 2)

wry = phi_pole_ig * 1000 / (2 * Bry_ave * Ki *
    Lstk_ig) - dpc - dm * math.sin(alpha_v_rad / 2)

# Actualizaci n de par metros
Ntc_act = round(Ntc_ig) # Number of turns in single
    coil (updated)
Ntph_act = Ntc_act * Ncpph / Np # Number of turns in
    phase (updated)
Ntph_error = (Ntph_act - Ntph_ig) / Ntc_ig # ERROR
    EN PORCENTAJE

phi_pole_act = Eph * 1000 / (4.44 * fs * Ntph_act) #
    POLO POR FLUJO mWb
phi_pole_total = phi_pole_act * P # TOTAL AIRGAP
    FLUX mWb
phi_st_max = phi_pole_act * math.sin(math.pi * P / (2
    * Ns)) # Tooth flux mWb

Lstk_act = phi_pole_act * Lstk_ig / phi_pole_ig #
    Stack length (updated) mm

```

```
Nlamination = math.ceil(Lstk_act / Ki) # Number of
laminationations

df_filtered = df[df['Area [mm^2]'] >= cAsc_ig]

nearest_value = df.iloc[(df['Area [mm^2]'] - cAsc_ig)
    .abs().argsort()[:1]]
nearest_superior_value = df_filtered.iloc[(
    df_filtered['Area [mm^2]'] - cAsc_ig).abs().
    argsort()[:1]]

#SWG = 18 # ESTE VALOR ES SELECCIONADO DESDE UNA
TABLA
#SWG_diameter = 1.22 # ESTE VALOR ES SELECCIONADO A
PARTIR DE UNA TABLA TAMBIEN mm
#SWG_area = 1.17 # VALOR QUE ES ENCONTRADO A PARTIR
DE UNA TABLA mm2

#SWG = nearest_value['SWG #'].values[0]
#SWG_diameter = nearest_value['Diameter [mm]'].values
[0]
#SWG_area = nearest_value['Area [mm^2]'].values[0]

SWG = nearest_superior_value['SWG #'].values[0]
SWG_diameter = nearest_superior_value['Diameter [mm]']
.values[0]
```

```

SWG_area = nearest_superior_value['Area [mm^2]'].
    values[0]

cAsc_act = nearest_superior_value['Area [mm^2]'].
    values[0] # mm2 copper Area of single conductor (
    updated)
cAca_act = cAsc_act * Ntc_act # mm2 copper Area of
    coil arm (updated)
gAca = cAca_act / Kf # mm2 gross Area of coil arm (
    updated)
gAss = 2 * gAca # mm2 gross Area of stator slot (
    updated)

Jsw_calculated = Ic_rms / cAsc_act # A/mm2
    Calculated current density
Jsw_error = 100 * (Jsw_calculated - Jsw) / Jsw #
    ERROR EN LO QUE SE ESCOGIO LA DENSIDAD DE
    CORRIENTE

ac_calculated = 2 * Ntc_act * 3 * Ncpph * Ic_rms / (
    math.pi * D) # kA/m Calculated electrical loading
ac_error = 100 * (ac_calculated - ac) / ac # ERROR
    EN LO QUE SE ESCOGIO EL CARREGAMENTO ELECTRICO

hs2_act = calculate_hs2(D, hs0, hs1, wst2,
    alpha_s_rad, bs1, gAss) # mm Slot depth
hs2 = hs2_act
bs2_act = calculate_bs2(bs1, hs2, gAss) # mm Slot

```

```

bottom width
c_gAss = (bs2_act + bs1) * hs2_act / 2 # mm2
    calculated gross Area of stator slot

OSD = D + 2 * (hs0 + hs1 + hs2_act + wsy) # mm
    Stator outer diameter
Dsh = D - 2 * (g + dpc + dm * math.sin(alpha_v_rad /
    2) + wry) # mm Shaft diameter

Do_entre_Lstk = OSD / Lstk_act # REVISAR QUE
    SIGNIFICA
Split = D / OSD # Split ratio

Lmt = 2 * Lstk_act + 4 * Lend + 2 * (D / 2 + hs0 +
    hs1 + hs2_act / 2) * span * gammas # mm Mean turn
    length of a coil
Rc_cold = Ntc_act * Lmt * 1000 * rho_sw_20 / cAsc_act
    # ohm Cold coil resistance
Rph_cold_DC = Rc_cold * (Ns / 3) * 1 / Np**2 # ohm
    Phase DC cold resistance
Rph_hot_DC = Rph_cold_DC * (1 + alpha_t_sw * (Tr +
    Tamb - 20)) # ohm Phase DC hot resistance
Rph = Rph_hot_DC * k_R # ohm Phase AC hot resistance
Pcu = 3 * Rph * Iph_rms**2 # W Total copper loss

Rph_eqc = (Vph_rms - Eph) / Iph_rms # ohm
Rph_error = 100 * (Rph - Rph_eqc) / Rph

md_winding = 8933 # Kg/m3 Mass density of stator

```

```

winding SE CONSIGUE A PARTIR DE UNA TABLA
KgWinding = KgWinding(cAca_act, Lmt, md_winding,
    Ncpph) # Kg Kg of winding material
md_es = 7650 # Kg/m3 Mass density of electrical
    steel SE CONSIGUE A PARTIR DE UNA TABLA
KgStatorCore = KgStatorCore(D, OSD, Lstk_act, Ns,
    gAss, md_es) # Kg Kg of stator core
KgRotorCore = KgRotorCore(Dsh, D, Lstk_act, g, wm, dm
    , P, md_es) # Kg Kg of rotor core
md_magnets = 7500 # Kg/m3 Mass density of magnets
KgMagnets = KgMagnets(wm, dm, Lstk_act, P, md_magnets
    ) # Kg Kg magnets
KgActiveParts = KgWinding + KgStatorCore +
    KgRotorCore + KgMagnets # Kg of active parts

Power_density = P_out / KgActiveParts # kW/Kg Power
    density
Torque_Density = Tout / KgActiveParts # N*m/Kg
    Output torque per weight of active parts
Motor_constant = Tout / math.sqrt(Pcu) # N*m/sqrt(W)

Vst = wst1 * ((OSD - D) / 2 - wsy) * Lstk_act # mm^3
    Volume of one stator tooth
Vsy = (OSD - wsy) * math.pi * wsy * Lstk_act # mm^3
    Volume of stator yoke

Physt_st = Kh * fs**alpha * Bst**beta * Vst * 1e-9 #
    W Hysteresis loss in one stator tooth
Peddy_st = Ke * fs**2 * Bst**2 * Vst * 1e-9 # Eddy

```

```

    current loss in one stator tooth
Pex_st = Kex * fs**1.5 * Bst**1.5 * Vst * 1e-9 # W
    Excess loss in one stator tooth
Pfe_teeth = (Physt_st + Peddy_st + Pex_st) * Ns # W
    Total iron losses in stator teeth

Physt_sy = Kh * fs**alpha * Bsy**beta * Vsy * 1e-9 #
    W Hysteresis loss in stator yoke
Peddy_sy = Ke * fs**2 * Bsy**2 * Vsy * 1e-9 # W Eddy
    current loss in stator yoke
Pex_sy = Kex * fs**1.5 * Bsy**1.5 * Vsy * 1e-9 # W
    Excess loss in stator yoke

Pfe_sy = Physt_sy + Peddy_sy + Pex_sy # PERDIDA
    TOTALES EN EL STATOR YOKE

Prot = g_prot * P_out * 1000 # Rotational losses =
    windage + friction
Pfe = (Pfe_sy + Pfe_teeth) * g_Pfe # Iron losses
Eff = 100 * (P_out / (P_out + 0.001 * (Pcu + Prot +
    Pfe))) # Motor efficiency (Analytic)

resultados_numericos['Pin'] = Pin
resultados_numericos['S_in'] = S_in
resultados_numericos['Q_in'] = Q_in
resultados_numericos['rps'] = rps
resultados_numericos['Tout'] = Tout
resultados_numericos['It'] = It

```



```
resultados_numericos['Iph_rms'] = Iph_rms
resultados_numericos['Ic_rms'] = Ic_rms
resultados_numericos['Ncpvh'] = Ncpvh
resultados_numericos['Vph_rms'] = Vph_rms
resultados_numericos['Vc_rms'] = Vc_rms
resultados_numericos['q'] = q
resultados_numericos['alpha_s'] = alpha_s
resultados_numericos['alpha_p'] = alpha_p
resultados_numericos['alpha_s_rad'] = alpha_s_rad
resultados_numericos['alpha_p_rad'] = alpha_p_rad
resultados_numericos['span'] = span
resultados_numericos['kd1'] = kd1
resultados_numericos['kp1'] = kp1
resultados_numericos['ksq1'] = ksq1
resultados_numericos['kw1'] = kw1
resultados_numericos['G'] = G
resultados_numericos['D2L'] = D2L
resultados_numericos['D'] = D
resultados_numericos['tau_p'] = tau_p
resultados_numericos['Lstk_ig'] = Lstk_ig
resultados_numericos['phi_total_ig'] = phi_total_ig
resultados_numericos['phi_pole_ig'] = phi_pole_ig
resultados_numericos['phi_st_max_ig'] = phi_st_max_ig
resultados_numericos['gama_0'] = gama_0
resultados_numericos['Ki'] = Ki
resultados_numericos['wst1'] = wst1
resultados_numericos['wst2'] = wst2
resultados_numericos['wsy'] = wsy
resultados_numericos['fs'] = fs
```

```
resultados_numericos['Ts'] = Ts
resultados_numericos['Eph'] = Eph
resultados_numericos['Ntph_ig'] = Ntph_ig
resultados_numericos['Ntc_ig'] = Ntc_ig
resultados_numericos['cAsc_ig'] = cAsc_ig
resultados_numericos['gammas'] = gammas
resultados_numericos['bs1'] = bs1
resultados_numericos['kcs'] = kcs
resultados_numericos['tau_u'] = tau_u
resultados_numericos['Kgs'] = Kgs
resultados_numericos['ge'] = ge
resultados_numericos['Br'] = Br
resultados_numericos['Hc'] = Hc
resultados_numericos['mu_M'] = mu_M
resultados_numericos['mu_R'] = mu_R
resultados_numericos['Bm'] = Bm
resultados_numericos['dm'] = dm
resultados_numericos['wm'] = wm
resultados_numericos['Hm'] = Hm
resultados_numericos['alpha_v'] = alpha_v
resultados_numericos['alpha_v_rad'] = alpha_v_rad
resultados_numericos['beta_v'] = beta_v
resultados_numericos['beta_v_deg'] = beta_v_deg
resultados_numericos['dpc'] = dpc
resultados_numericos['wry'] = wry
resultados_numericos['Ntc_act'] = Ntc_act
resultados_numericos['Ntph_act'] = Ntph_act
resultados_numericos['Ntph_error'] = Ntph_error
resultados_numericos['phi_pole_act'] = phi_pole_act
```

```
resultados_numericos['phi_pole_total'] =  
    phi_pole_total  
resultados_numericos['phi_st_max'] = phi_st_max  
resultados_numericos['Lstk_act'] = Lstk_act  
resultados_numericos['Nlamination'] = Nlamination  
resultados_numericos['SWG'] = SWG  
resultados_numericos['SWG_diameter'] = SWG_diameter  
resultados_numericos['SWG_area'] = SWG_area  
resultados_numericos['cAsc_act'] = cAsc_act  
resultados_numericos['cAca_act'] = cAca_act  
resultados_numericos['gAca'] = gAca  
resultados_numericos['gAss'] = gAss  
resultados_numericos['Jsw_calculated'] =  
    Jsw_calculated  
resultados_numericos['Jsw_error'] = Jsw_error  
resultados_numericos['ac_calculated'] = ac_calculated  
resultados_numericos['ac_error'] = ac_error  
resultados_numericos['hs2_act'] = hs2_act  
resultados_numericos['bs2_act'] = bs2_act  
resultados_numericos['c_gAss'] = c_gAss  
resultados_numericos['OSD'] = OSD  
resultados_numericos['Dsh'] = Dsh  
resultados_numericos['Do_entre_Lstk'] = Do_entre_Lstk  
resultados_numericos['Split'] = Split  
resultados_numericos['Lmt'] = Lmt  
resultados_numericos['Rc_cold'] = Rc_cold  
resultados_numericos['Rph_cold_DC'] = Rph_cold_DC  
resultados_numericos['Rph_hot_DC'] = Rph_hot_DC  
resultados_numericos['Rph'] = Rph
```

```
resultados_numericos['Pcu'] = Pcu
resultados_numericos['Rph_eqc'] = Rph_eqc
resultados_numericos['Rph_error'] = Rph_error
resultados_numericos['md_winding'] = md_winding
resultados_numericos['KgWinding'] = KgWinding
resultados_numericos['md_es'] = md_es
resultados_numericos['KgStatorCore'] = KgStatorCore
resultados_numericos['KgRotorCore'] = KgRotorCore
resultados_numericos['md_magnets'] = md_magnets
resultados_numericos['KgMagnets'] = KgMagnets
resultados_numericos['KgActiveParts'] = KgActiveParts
resultados_numericos['Power_density'] = Power_density
resultados_numericos['Torque_Density'] =
    Torque_Density
resultados_numericos['Motor_constant'] =
    Motor_constant
resultados_numericos['Vst'] = Vst
resultados_numericos['Vsy'] = Vsy
resultados_numericos['Physt_st'] = Physt_st
resultados_numericos['Peddy_st'] = Peddy_st
resultados_numericos['Pex_st'] = Pex_st
resultados_numericos['Pfe_teeth'] = Pfe_teeth
resultados_numericos['Physt_sy'] = Physt_sy
resultados_numericos['Peddy_sy'] = Peddy_sy
resultados_numericos['Pex_sy'] = Pex_sy
resultados_numericos['Pfe_sy'] = Pfe_sy
resultados_numericos['Prot'] = Prot
resultados_numericos['Pfe'] = Pfe
resultados_numericos['Eff'] = Eff
```

```
# Actualizar las etiquetas de los resultados
result_vars["Pin"].set(f"Pin: {Pin:.2f} kW")
result_vars["S_in"].set(f"S_in: {S_in:.2f} kVA")
result_vars["Q_in"].set(f"Q_in: {Q_in:.2f} kVAR")
result_vars["rps"].set(f"rps: {rps:.2f} rev/s")
result_vars["Tout"].set(f" Tout: {Tout:.2f} Nm")
result_vars["It"].set(f"It: {It:.2f} A")
result_vars["Iph_rms"].set(f"Iph_rms: {Iph_rms:.2f} A
    ")
result_vars["Ic_rms"].set(f"Ic_rms: {Ic_rms:.2f} A")
result_vars["Ncpvh"].set(f"Ncpvh: {Ncpvh:.2f}")
result_vars["Vph_rms"].set(f"Vph_rms: {Vph_rms:.2f} V
    ")
result_vars["Vc_rms"].set(f"Vc_rms: {Vc_rms:.2f} V")
result_vars["q"].set(f"q: {q:.2f}")
result_vars["alpha_s"].set(f"alpha_s: {alpha_s:.2f}
    grados")
result_vars["alpha_p"].set(f"alpha_p: {alpha_p:.2f}
    grados")
result_vars["alpha_s_rad"].set(f"alpha_s_rad: {
    alpha_s_rad:.4f} radianes")
result_vars["alpha_p_rad"].set(f"alpha_p_rad: {
    alpha_p_rad:.4f} radianes")
result_vars["span"].set(f"span: {span:.2f} grados")
result_vars["kd1"].set(f"kd1: {kd1:.4f}")
```

```
result_vars["kp1"].set(f"kp1: {kp1:.4f}")
result_vars["ksq1"].set(f"ksq1: {ksq1:.4f}")
result_vars["kw1"].set(f"kw1: {kw1:.4f}")
result_vars["G"].set(f"G: {G:.2f} J/m3")
result_vars["D2L"].set(f"D2L: {D2L:.2f} mm3")
result_vars["D"].set(f"D: {D:.2f} mm")
result_vars["tau_p"].set(f"tau_p: {tau_p:.2f} mm")
result_vars["Lstk_ig"].set(f"Lstk_ig: {Lstk_ig:.2f}
    mm")
result_vars["phi_total_ig"].set(f"phi_total_ig: {
    phi_total_ig:.4f} mWb")
result_vars["phi_pole_ig"].set(f"phi_pole_ig: {
    phi_pole_ig:.4f} mWb")
result_vars["phi_st_max_ig"].set(f"phi_st_max_ig: {
    phi_st_max_ig:.4f} mWb")
result_vars["gama_0"].set(f"gama_0: {gama_0:.4f}
    radianes")
result_vars["Ki"].set(f"Ki: {Ki:.2f}")
result_vars["wst1"].set(f"wst1: {wst1:.2f} mm")
result_vars["wst2"].set(f"wst2: {wst2:.2f} mm")
result_vars["wsy"].set(f"wsy: {wsy:.2f} mm")
result_vars["fs"].set(f"fs: {fs:.2f} Hz")
result_vars["Ts"].set(f"Ts: {Ts:.2f} ms")
result_vars["Eph"].set(f"Eph: {Eph:.2f} V")
result_vars["Ntph_ig"].set(f"Ntph_ig: {Ntph_ig:.2f}")
result_vars["Ntc_ig"].set(f"Ntc_ig: {Ntc_ig:.2f}")
result_vars["cAsc_ig"].set(f"cAsc_ig: {cAsc_ig:.2f}
    mm2")
result_vars["gammas"].set(f"gammas: {gammas:.4f}")
```

```
    radianes")
result_vars["bs1"].set(f"bs1: {bs1:.2f} mm")
result_vars["kcs"].set(f"kcs: {kcs:.4f}")
result_vars["tau_u"].set(f"tau_u: {tau_u:.2f} mm")
result_vars["Kgs"].set(f"Kgs: {Kgs:.4f}")
result_vars["ge"].set(f"ge: {ge:.2f} mm")
result_vars["Br"].set(f"Br: {Br:.4f} T")
result_vars["Hc"].set(f"Hc: {Hc:.2f} kA/m")
result_vars["mu_M"].set(f"mu_M: {mu_M:.4f}")
result_vars["mu_R"].set(f"mu_R: {mu_R:.4f}")
result_vars["Bm"].set(f"Bm: {Bm:.4f} T")
result_vars["dm"].set(f"dm: {dm:.2f} mm")
result_vars["wm"].set(f"wm: {wm:.2f} mm")
result_vars["Hm"].set(f"Hm: {Hm:.2f} kA/m")
result_vars["alpha_v"].set(f"alpha_v: {alpha_v:.2f}
    grados")
result_vars["alpha_v_rad"].set(f"alpha_v_rad: {
    alpha_v_rad:.4f} radianes")
result_vars["beta_v"].set(f"beta_v: {beta_v:.4f}
    radianes")
result_vars["beta_v_deg"].set(f"beta_v_deg: {
    beta_v_deg:.2f} grados")
result_vars["dpc"].set(f"dpc: {dpc:.2f} mm")
result_vars["wry"].set(f"wry: {wry:.2f} mm")
result_vars["Ntc_act"].set(f"Ntc_act: {Ntc_act:.2f}")
result_vars["Ntph_act"].set(f"Ntph_act: {Ntph_act:.2f}
    }")
result_vars["Ntph_error"].set(f"Ntph_error: {
    Ntph_error:.2f}%")
```

```
result_vars["phi_pole_act"].set(f"phi_pole_act: {
    phi_pole_act:.4f} mWb")
result_vars["phi_pole_total"].set(f"phi_pole_total: {
    phi_pole_total:.4f} mWb")
result_vars["phi_st_max"].set(f"phi_st_max: {
    phi_st_max:.4f} mWb")
result_vars["Lstk_act"].set(f"Lstk_act: {Lstk_act:.2f
    } mm")
result_vars["Nlamination"].set(f"Nlamination: {
    Nlamination:.2f}")
result_vars["SWG"].set(f"SWG: {SWG:.2f}")
result_vars["SWG_diameter"].set(f"SWG_diameter: {
    SWG_diameter:.2f} mm")
result_vars["SWG_area"].set(f"SWG_area: {SWG_area:.4f
    } mm2")
result_vars["cAsc_act"].set(f"cAsc_act: {cAsc_act:.4f
    } mm2")
result_vars["cAca_act"].set(f"cAca_act: {cAca_act:.4f
    } mm2")
result_vars["gAca"].set(f"gAca: {gAca:.4f} mm2")
result_vars["gAss"].set(f"gAss: {gAss:.4f} mm2")
result_vars["Jsw_calculated"].set(f"Jsw_calculated: {
    Jsw_calculated:.2f} A/mm2")
result_vars["Jsw_error"].set(f"Jsw_error: {Jsw_error
    :.2f}%")
result_vars["ac_calculated"].set(f"ac_calculated: {
    ac_calculated:.2f} kA/m")
result_vars["ac_error"].set(f"ac_error: {ac_error:.2f
    }%")
```



```
result_vars["hs2_act"].set(f"hs2_act: {hs2_act:.2f}
mm")
result_vars["bs2_act"].set(f"bs2_act: {bs2_act:.2f}
mm")
result_vars["c_gAss"].set(f"c_gAss: {c_gAss:.4f} mm2
")
result_vars["OSD"].set(f"OSD: {OSD:.2f} mm")
result_vars["Dsh"].set(f"Dsh: {Dsh:.2f} mm")
result_vars["Do_entre_Lstk"].set(f"Do_entre_Lstk: {
Do_entre_Lstk:.4f}")
result_vars["Split"].set(f"Split: {Split:.4f}")
result_vars["Lmt"].set(f"Lmt: {Lmt:.2f} mm")
result_vars["Rc_cold"].set(f"Rc_cold: {Rc_cold:.4f}
ohm")
result_vars["Rph_cold_DC"].set(f"Rph_cold_DC: {
Rph_cold_DC:.4f} ohm")
result_vars["Rph_hot_DC"].set(f"Rph_hot_DC: {
Rph_hot_DC:.4f} ohm")
result_vars["Rph"].set(f"Rph: {Rph:.4f} ohm")
result_vars["Pcu"].set(f"Pcu: {Pcu:.2f} W")
result_vars["Rph_eqc"].set(f"Rph_eqc: {Rph_eqc:.4f}
ohm")
result_vars["Rph_error"].set(f"Rph_error: {Rph_error
:.2f}%")
result_vars["md_winding"].set(f"md_winding: {
md_winding:.2f} Kg/m3")
result_vars["KgWinding"].set(f"KgWinding: {KgWinding
:.2f} Kg")
result_vars["md_es"].set(f"md_es: {md_es:.2f} Kg/m3")
```

```

result_vars ["KgStatorCore"].set(f"KgStatorCore: {
    KgStatorCore:.2f} Kg")
result_vars ["KgRotorCore"].set(f"KgRotorCore: {
    KgRotorCore:.2f} Kg")
result_vars ["md_magnets"].set(f"md_magnets: {
    md_magnets:.2f} Kg/m3")
result_vars ["KgMagnets"].set(f"KgMagnets: {KgMagnets
    :.2f} Kg")
result_vars ["KgActiveParts"].set(f"KgActiveParts: {
    KgActiveParts:.2f} Kg")
result_vars ["Power_density"].set(f"Power Density: {
    Power_density:.2f} kW/Kg")
result_vars ["Torque_Density"].set(f"Torque Density: {
    Torque_Density:.2f} Nm/Kg")
result_vars ["Motor_constant"].set(f"Motor Constant: {
    Motor_constant:.2f} Nm/sqrt(W)")
result_vars ["Vst"].set(f"Vst: {Vst:.2f} mm3")
result_vars ["Vsy"].set(f"Vsy: {Vsy:.2f} mm3")
result_vars ["Physt_st"].set(f"Physt_st: {Physt_st:.4f
    } W")
result_vars ["Peddy_st"].set(f"Peddy_st: {Peddy_st:.4f
    } W")
result_vars ["Pex_st"].set(f"Pex_st: {Pex_st:.4f} W")
result_vars ["Pfe_teeth"].set(f"Pfe_teeth: {Pfe_teeth
    :.2f} W")
result_vars ["Physt_sy"].set(f"Physt_sy: {Physt_sy:.4f
    } W")
result_vars ["Peddy_sy"].set(f"Peddy_sy: {Peddy_sy:.4f
    } W")

```

```

    result_vars["Pex_sy"].set(f"Pex_sy: {Pex_sy:.4f} W")
    result_vars["Pfe_sy"].set(f"Pfe_sy: {Pfe_sy:.2f} W")
    result_vars["Prot"].set(f"Prot: {Prot:.2f} W")
    result_vars["Pfe"].set(f"Pfe: {Pfe:.2f} W")
    result_vars["Eff"].set(f"Efficiency: {Eff:.2f} %")

# Guardar los resultados en un archivo JSON
results = {key: var.get() for key, var in result_vars
            .items()}
with open("resultados.json", "w") as f:
    json.dump(results, f, indent=4)

except ValueError as e:
    print(f"Error en los cálculos: {e}")
    result_vars["Error"].set("Por favor, ingrese valores
    v lidos y aseg rese de que todos los campos
    est n completos.")

# Funci n para exportar resultados a JSON
def exportar_a_json():
    results = {key: var.get() for key, var in result_vars.
               items()}
    with open("resultados.json", "w") as f:
        json.dump(results, f, indent=4)
    print("Resultados exportados a resultados.json")

# Funci n para extraer solo los n meros de una cadena
def extraer_numero(cadena):
    # Usar una expresi n regular para encontrar el primer

```

```

    n mero en la cadena
# Ignorar aquellos que est n seguidos por 'mm2'
match = re.search(r"\b(?:[+-]?\d*\.\d+|\d+(?=\s*mm2\b))
    ([+-]?\d*\.\d+|\d+)", cadena)
return float(match.group()) if match else None

# Funci n para exportar a FEMM
def exportar_a_femm():
    print("Running date: ", date.today().strftime("%B %d, %Y
        "))
    print("Pyleecan version: " + pyleecan.__version__)
    print("SciDataTool version: " + SciDataTool.__version__)

# Cargar las variables desde el archivo JSON
with open('resultados.json', 'r') as f:
    result = json.load(f)

# Extraer los n meros de las variables
OSD = resultados_numericos['OSD'] / 2
D = resultados_numericos['D'] / 2
mm = 1e-3 # Millimeter
# Lamination setup
stator = LamSlotWind(
    Rint=D * mm, # internal radius [m] ESTE VALOR ES EL
        D
    Rext=OSD * mm, # external radius [m] ESTE ES EL
        VALOR DE OSD
    L1=34.95 * mm, # Lamination stack active length [m]
        without radial ventilation airducts but including

```

```
        insulation layers between lamination sheets
Nrvd=0, # Number of radial air ventilation duct
Kf1=0.95, # Lamination stacking / packing factor
is_internal=False,
is_stator=True,
)

# Slot setup
Ns = int(extraer_numero(entries["Ns (N mero de ranuras
del estator)"].get()))
hs0 = float(extraer_numero(entries["hs0 (mm)"].get()))
hs1 = float(extraer_numero(entries["hs1 (mm)"].get()))
hs2 = resultados_numericos['hs2_act']
bs0 = float(extraer_numero(entries["bs0 (mm)"].get()))
bs1 = resultados_numericos['bs1']
bs2_act = resultados_numericos['bs2_act']

stator.slot = SlotW11(
    Zs=Ns, # Slot number CANTIDAD DE SLOTS
    H0=hs0 * mm, # Slot isthmus height
    H1=hs1 * mm, # Height
    H2=hs2 * mm, # Slot height below wedge
    W0=bs0 * mm, # Slot isthmus width
    W1=bs1 * mm, # Slot top width
    W2=bs2_act * mm, # Slot bottom width
    R1=0.5 * mm # Slot bottom radius
)
```

```

P = int(extraer_numero(entries["P (N mero de polos)"].
    get()))//2

# Winding setup
stator.winding = Winding(
    qs=3, # number of phases
    p=P, # number of pole pairs CANTIDAD DE PARES DE
        POLOS
    Nlayer=2, # Number of layers per slots
    coil_pitch=1, # Coil pitch (or coil span or Throw)
    Lewout=0, # staight length of conductor outside
        lamination before EW-bend
    Ntcoil=9, # number of turns per coil
    Npcp=1, # number of parallel circuits per phase
    Nslot_shift_wind=0, # 0 not to change the stator
        winding connection matrix built by pyleecan number
# of slots to shift the coils obtained with pyleecan
        winding algorithm
# (a, b, c becomes b, c, a with Nslot_shift_wind1=1)
is_reverse_wind=False # True to reverse the default
        winding algorithm along the airgap
# (c, b, a instead of a, b, c along the trigonometric
        direction)
)

stator.winding.conductor = CondType11(

```

```
Nwppc_tan=1, # stator winding number of preformed
wires (strands)
# in parallel per coil along tangential (horizontal)
direction
Nwppc_rad=1, # stator winding number of preformed
wires (strands)
# in parallel per coil along radial (vertical)
direction
Wire=0.000912, # single wire width without
insulation [m]
Hwire=2e-3, # single wire height without insulation
[m]
Wins_wire=1e-6, # winding strand insulation
thickness [m]
type_winding_shape=0, # type of winding shape for
end winding length calculation
# 0 for hairpin windings
# 1 for normal windings
)

stator.winding.comp_connection_mat() # Compute the
winding pattern with swat-em
wind_mat = stator.winding.get_connection_mat()

# Rotor setup
g = int(extraer_numero(entries["g (mm)"].get()))
Dsh = resultados_numericos['Dsh']/2
```

```

rotor = LamHole(
    Rint=Dsh * mm, # Internal radius
    Rext=(D-2) * mm, # external radius
    is_internal=True,
    is_stator=False,
    L1=stator.L1 # Lamination stack active length [m]
    # without radial ventilation airducts but including
    insulation layers between lamination sheets
)

P = int(extraer_numero(entries["P (N mero de polos)"].
    get()))

rotor.hole = list()
rotor.hole.append(
    HoleM57(
        Zh=P, # Number of Hole around the circumference
        # EXTRA O POR
        # QUE DEFINIR AQUI TAMBIEN LA CANTIDAD DE POLOS
        W0=2.5, # Slot opening
        W1=0, # Tooth width (at V bottom)
        W2=0, # Distance Magnet to bottom of the V
        W3=2 * mm, # Tooth width (at V top)
        W4=9.5 * mm, # Magnet Width
        H1=1 * mm, # Distance from the lamination Bore
        H2=3 * mm, # Additional depth for the magnet
    )
)

```



```
# Set shaft
shaft = Shaft(Drsh=rotor.Rint * 2, # Diamater of the
    rotor shaft [m]
    # used to estimate bearing diameter for
    friction losses
    Lshaft=1.2 # length of the rotor shaft [m]
)

frame = None
# frame = Frame(Rint=stator.Rext, Rext=stator.Rext+0.02,
    Lfra=stator.L1, mat_type=stator.mat_type)

# Loading Materials
M400_50A = load(join(DATA_DIR, "Material", "M400-50A.json
    "))
Copper1 = load(join(DATA_DIR, "Material", "Copper1.json")
    )

# Set Materials
stator.mat_type = M400_50A # Stator Lamination material
rotor.mat_type = M400_50A # Rotor Lamination material
stator.winding.conductor.cond_mat = Copper1 # Stator
    winding conductor material

# Defining magnets
Magnet_prius = Material(name="Magnet_prius")

# Definition of the magnetic properties of the material
Magnet_prius.mag = MatMagnetics(
```

```
mur_lin=1.05, # Relative magnetic permeability
alpha_Br=-0.001, # temperature coefficient for
    remanent flux density / C compared to 20 C
Brm20=1.24, # magnet remanence induction at 20 C [T
    ]
Wlam=0, # lamination sheet width without insulation
    [m] (0 == not laminated)
)

# Definition of the electric properties of the material
Magnet_prius.elec.rho = 1.6e-06 # Resistivity at 20 C

# Definition of the structural properties of the material
Magnet_prius.struct.rho = 7500.0 # mass per unit volume
    [kg/m3]

# Set magnets in the rotor hole
rotor.hole[0].magnet_0.mat_type = Magnet_prius
rotor.hole[0].magnet_1.mat_type = Magnet_prius
rotor.hole[0].magnet_0.type_magnetization = 1
rotor.hole[0].magnet_1.type_magnetization = 1

IPMSM_Prius_2004 = MachineIPMSM(
    name="confe3",
    stator=stator,
    rotor=rotor,
    shaft=shaft,
    frame=frame # None
)
```

```
IPMSM_Prius_2004.save('guardar_maq/confe3.json') #
    GUARDAMOS EL ARCHIVO .JSON

fig, ax = IPMSM_Prius_2004.plot(is_show_fig=False)

@pytest.mark.long_5s
@pytest.mark.MagFEMM
@pytest.mark.SingleOP
def test_FEMM_fast_draw(is_plot=False):
    """Test to check that the fast draw method works on a
        loaded machine and saves the .fem file."""

    # Load the machine from JSON file
    # machine_path = join(DATA_DIR, "Machine", "confe.
        json")
    machine_path = join("guardar_maq", "confe3.json") #
        ABRIMOS EL ARCHIVO .JSON DEFINIDO INCIALMENTE
    machine = load(machine_path)

    # Define the simulation
    simu = Simu1(name="test_fast_draw", machine=machine)

    simu.input = InputCurrent(
        OP=OPdq(N0=1200, Id_ref=0, Iq_ref=0),
        Ir=None,
        Na_tot=2**6,
        Nt_tot=1,
    )
```

```
simu.mag = MagFEMM(  
    type_BH_stator=0,  
    type_BH_rotor=0,  
    is_periodicity_a=True,  
    is_periodicity_t=False,  
    is_fast_draw=True,  
    Kmesh_fineness=0.5,  
)  
  
simu.elec = None  
simu.force = None  
  
# Run the simulation  
out = simu.run()  
  
if is_plot:  
    # Crear una nueva ventana  
    plot_window = tk.Toplevel(root)  
    plot_window.title("Plot de la M quina")  
  
    # Realizar el ploteo  
    fig, ax = plt.subplots(figsize=(8, 8))  
    machine.plot(fig=fig, ax=ax, is_show_fig=False)  
  
    # Convertir la figura en un formato que tkinter  
    pueda manejar  
    canvas = FigureCanvasTkAgg(fig, master=  
        plot_window)
```

```
        canvas.draw()

        canvas.get_tk_widget().pack(side=tk.TOP, fill=tk.
            BOTH, expand=True)

        # Aadir los controles de navegaci n para la
            grafica
        toolbar = NavigationToolbar2Tk(canvas,
            plot_window)
        toolbar.update()
        canvas.get_tk_widget().pack(side=tk.TOP, fill=tk.
            BOTH, expand=True)

# To run it without pytest
if __name__ == "__main__":
    test_FEMM_fast_draw(is_plot=True)
    print("Done")

# Bot n para confirmar las entradas y realizar los c lculos
    en el marco de entradas
    ttk.Button(scrollable_frame_inputs, text="Calcular", command=
        calcular).grid(column=2 + 2 * column, row=row, sticky=tk.E
    )

# Bot n para exportar a JSON en el marco de resultados
    tk.Button(scrollable_frame_results, text="Exportar a JSON",
        command=exportar_a_json).grid(column=3, row=row, sticky=tk.
        .E)
```

```
# Bot n para exportar a FEMM en el marco de resultados
tk.Button(scrollable_frame_results, text="Exportar a FEMM",
          command=exportar_a_femm).grid(column=4, row=row, sticky=tk
          .E)

# Bot n para plot con Pyleecan en el marco de resultados
ttk.Button(scrollable_frame_results, text="Plot con Pyleecan
        y Exportar a FEMM", command=exportar_a_femm).grid(column
        =4, row=row, sticky=tk.E)

# Diccionario para almacenar las variables de resultados
result_vars = {
    "Pin": tk.StringVar(),
    "S_in": tk.StringVar(),
    "Q_in": tk.StringVar(),
    "rps": tk.StringVar(),
    "Tout": tk.StringVar(),
    "It": tk.StringVar(),
    "Iph_rms": tk.StringVar(),
    "Ic_rms": tk.StringVar(),
    "Ncp_ph": tk.StringVar(),
    "Vph_rms": tk.StringVar(),
    "Vc_rms": tk.StringVar(),
    "q": tk.StringVar(),
    "alpha_s": tk.StringVar(),
    "alpha_p": tk.StringVar(),
    "alpha_s_rad": tk.StringVar(),
    "alpha_p_rad": tk.StringVar(),
    "span": tk.StringVar(),
```

```
"kd1": tk.StringVar(),
"kp1": tk.StringVar(),
"ksq1": tk.StringVar(),
"kw1": tk.StringVar(),
"G": tk.StringVar(),
"D2L": tk.StringVar(),
"D": tk.StringVar(),
"tau_p": tk.StringVar(),
"Lstk_ig": tk.StringVar(),
"phi_total_ig": tk.StringVar(),
"phi_pole_ig": tk.StringVar(),
"phi_st_max_ig": tk.StringVar(),
"gama_0": tk.StringVar(),
"Ki": tk.StringVar(),
"wst1": tk.StringVar(),
"wst2": tk.StringVar(),
"wsy": tk.StringVar(),
"fs": tk.StringVar(),
"Ts": tk.StringVar(),
"Eph": tk.StringVar(),
"Ntph_ig": tk.StringVar(),
"Ntc_ig": tk.StringVar(),
"cAsc_ig": tk.StringVar(),
"gammas": tk.StringVar(),
"bs1": tk.StringVar(),
"kcs": tk.StringVar(),
"tau_u": tk.StringVar(),
"Kgs": tk.StringVar(),
"ge": tk.StringVar(),
```

```
"Br": tk.StringVar(),
"Hc": tk.StringVar(),
"mu_M": tk.StringVar(),
"mu_R": tk.StringVar(),
"Bm": tk.StringVar(),
"dm": tk.StringVar(),
"wm": tk.StringVar(),
"Hm": tk.StringVar(),
"alpha_v": tk.StringVar(),
"alpha_v_rad": tk.StringVar(),
"beta_v": tk.StringVar(),
"beta_v_deg": tk.StringVar(),
"dpc": tk.StringVar(),
"wry": tk.StringVar(),
"Ntc_act": tk.StringVar(),
"Ntph_act": tk.StringVar(),
"Ntph_error": tk.StringVar(),
"phi_pole_act": tk.StringVar(),
"phi_pole_total": tk.StringVar(),
"phi_st_max": tk.StringVar(),
"Lstk_act": tk.StringVar(),
"Nlamination": tk.StringVar(),
"SWG": tk.StringVar(),
"SWG_diameter": tk.StringVar(),
"SWG_area": tk.StringVar(),
"cAsc_act": tk.StringVar(),
"cAca_act": tk.StringVar(),
"gAca": tk.StringVar(),
"gAss": tk.StringVar(),
```



```
"Jsw_calculated": tk.StringVar(),
"Jsw_error": tk.StringVar(),
"ac_calculated": tk.StringVar(),
"ac_error": tk.StringVar(),
"hs2_act": tk.StringVar(),
"bs2_act": tk.StringVar(),
"c_gAss": tk.StringVar(),
"OSD": tk.StringVar(),
"Dsh": tk.StringVar(),
"Do_entre_Lstk": tk.StringVar(),
"Split": tk.StringVar(),
"Lmt": tk.StringVar(),
"Rc_cold": tk.StringVar(),
"Rph_cold_DC": tk.StringVar(),
"Rph_hot_DC": tk.StringVar(),
"Rph": tk.StringVar(),
"Pcu": tk.StringVar(),
"Rph_eqc": tk.StringVar(),
"Rph_error": tk.StringVar(),
"md_winding": tk.StringVar(),
"KgWinding": tk.StringVar(),
"md_es": tk.StringVar(),
"KgStatorCore": tk.StringVar(),
"KgRotorCore": tk.StringVar(),
"md_magnets": tk.StringVar(),
"KgMagnets": tk.StringVar(),
"KgActiveParts": tk.StringVar(),
"Power_density": tk.StringVar(),
"Torque_Density": tk.StringVar(),
```

```

"Motor_constant": tk.StringVar(),
"Vst": tk.StringVar(),
"Vsy": tk.StringVar(),
"Physt_st": tk.StringVar(),
"Peddy_st": tk.StringVar(),
"Pex_st": tk.StringVar(),
"Pfe_teeth": tk.StringVar(),
"Physt_sy": tk.StringVar(),
"Peddy_sy": tk.StringVar(),
"Pex_sy": tk.StringVar(),
"Pfe_sy": tk.StringVar(),
"Prot": tk.StringVar(),
"Pfe": tk.StringVar(),
"Eff": tk.StringVar(),
"Error": tk.StringVar()
}

# Crear etiquetas para mostrar los resultados en el marco de
# resultados
result_row = 0
column = 0
for i, (var, val) in enumerate(result_vars.items()):
    ttk.Label(scrollable_frame_results, textvariable=val).
        grid(column=0 + 2 * column, row=result_row, sticky=tk.
            W)
    result_row += 1
if result_row > len(result_vars) // 2:
    result_row = 0
    column += 1

```

```
# Ajustar el espaciado en el marco de entradas
for child in scrollable_frame_inputs.winfo_children():
    child.grid_configure(padx=5, pady=5)

# Ajustar el espaciado en el marco de resultados
for child in scrollable_frame_results.winfo_children():
    child.grid_configure(padx=5, pady=5)

# Iniciar el bucle de la interfaz grafica
root.mainloop()
```

## A.2. Funciones dependientes del codigo principal de diseño de maquinas

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Wed Jul 3 11:42:46 2024

@author: Ivan
"""

# calculations.py
import math

def calculate_kd(q, alpha_s, h):
    kd = math.sin(h * q * alpha_s / 2) / (q * math.sin(h *
        alpha_s / 2))
```

```
return kd
```

```
def calculate_kp(Ns, p, span, h):
```

```
    kp = math.sin(h * span * math.pi / (2 * Ns / p))
```

```
    return kp
```

```
def calculate_ksq(Ns, p, ssq, h):
```

```
    if ssq == 0:
```

```
        ksq1 = 1
```

```
    else:
```

```
        ksq1 = math.sin(h * (p * ssq / Ns) * (math.pi / 2)) /  
                (h * (p * ssq / Ns) * (math.pi / 2))
```

```
    return ksq1
```

```
def calculate_bs1(D, hs0, hs1, wst, alpha_s):
```

```
    bs1 = 2 * (math.tan(alpha_s / 2) * (D / 2 + hs0 + hs1) -  
              (wst / 2) / math.cos(alpha_s / 2));
```

```
    return bs1
```

```
def calculate_hs2(D, hs0, hs1, wst2, alpha_s_rad, bs1, gAss):
```

```
    hs2 = 0.1
```

```
    Err = 0.05
```

```
    Niter = 0
```

```

while Err > 0.02 and Niter < 2000:
    # Primer calculo de bs2
    bs2 = 2 * (math.tan(alpha_s_rad / 2) * (D / 2 + hs0 +
        hs1 + hs2) - wst2 / (2 * math.cos(alpha_s_rad /
        2)))

    # Calculo de c_gAss
    c_gAss = (bs1 + bs2) * hs2 / 2

    # Calculo del error con respecto a gAss
    Err = abs(c_gAss - gAss) / gAss

    hs2 += 0.1
    Niter += 1

    print(Err)

return hs2

```

```
def calculate_bs2(bs1, hs2, gAss):
```

```
    bs2 = 2 * gAss / hs2 - bs1;
```

```
    return bs2
```

```
def KgWinding(cAca, Lmt, md_winding, Ncpvh):
```

```
    KgWinding = cAca * Lmt * md_winding * 0.000000001 * Ncpvh
    * 3;
```

```
    return KgWinding
```

```
def KgStatorCore(D, OSD, Lstk, Ns, gAss, md_es):  
    sla = math.pi * (OSD * OSD - D * D) / 4 - Ns * gAss;  
    KgStatorCore = sla * Lstk * md_es * 0.000000001;  
    #return sla  
    return KgStatorCore  
  
def KgRotorCore(Dsh, D, Lstk, g, wm, dm, Nm, md_es):  
    rla = math.pi * ((D - 2 * g) * (D - 2 * g) - Dsh * Dsh) /  
        4 - 2 * Nm * wm * dm;  
    KgRotorCore = rla * Lstk * md_es * 0.000000001;  
    #return rla  
    return KgRotorCore  
  
def KgMagnets(wm, dm, Lstk, Nm, md_magnets):  
    KgMagnets = 2 * Nm * wm * dm * Lstk * 0.000000001 *  
        md_magnets;  
    return KgMagnets
```

# Apéndice B

## Implementación del método de los tensores

### B.1. Código principal para llamar a el método de los tensores

```
clc
clear

MType = 'Interno';
caminho = 'D:\MAQUINA FINAL\';
nome = 'maquina_final_test1';

p = 8;
n = 90;
dT = (360/p)/(n-1);
```

```
im = 2;
dados.pp = p;
dados.Lstk = 0.060;
dados.ima = 'Magnet_N45';
dados.airgap_radius = 0.1511; %ejemplo 0.0251666666667 =
    25.16mm

parfor (i=1:n)

    theta(i) = (i-1)*dT;

    data_Noload = Onload_par(MType,
        caminho, nome, dados, theta(i), 0,
        0, 0, num2str(i));

    phia(i) = data_Noload.FLUX_A_FEM_ON;
    phib(i) = data_Noload.FLUX_B_FEM_ON;
    phic(i) = data_Noload.FLUX_C_FEM_ON;

    Tc(i) = data_Noload.TORQUE_FEM_ON;

    Ea(i) = data_Noload.BACK_A_FEM_PM;
    Eb(i) = data_Noload.BACK_B_FEM_PM;
    Ec(i) = data_Noload.BACK_C_FEM_PM;

    La_no(i) = data_Noload.LA;
    Lb_no(i) = data_Noload.LB;
```



## B.1. CODIGO PRINCIPAL PARA LLAMAR A EL METODO DE LOS TENSORES203

```
Lc_no(i) = data_Noload.LC;
```

```
MAB_no(i) = data_Noload.MAB;
```

```
MAC_no(i) = data_Noload.MAC;
```

```
MBC_no(i) = data_Noload.MBC;
```

```
dLa(i) = data_Noload.dLA;
```

```
dLb(i) = data_Noload.dLB;
```

```
dLc(i) = data_Noload.dLC;
```

```
dMBA(i) = data_Noload.dMBA;
```

```
dMCA(i) = data_Noload.dMCA;
```

```
dMAB(i) = data_Noload.dMAB;
```

```
dMCB(i) = data_Noload.dMCB;
```

```
dMAC(i) = data_Noload.dMAC;
```

```
dMBC(i) = data_Noload.dMBC;
```

```
RESULT_noload(i) = data_Noload;
```

```
k_Ea(1,i) = 0;
```

```
k_Eb(1,i) = 0;
```

```
k_Ec(1,i) = 0;
```

```
end
```

```
k_Ea(1,:) = Ea;
```

```
k_Eb(1,:) = Eb;
```

```
k_Ec(1,:) = Ec;
```

```
k_E = [k_Ea; k_Eb; k_Ec];
```

```
def_a = angle(fft(k_E(1,1:end-1)));
```

```
def_b = angle(fft(k_E(2,1:end-1)));
```

```
def_c = angle(fft(k_E(3,1:end-1)));
```

```
ddef_a = def_a(2);
```

```
ddef_b = def_b(2);
```

```
ddef_c = def_c(2);
```

```
parfor (i=1:n)
```

```
    theta(i) = (i-1)*dT;
```

```
    ia(i) = 0;
```

```
    ib(i) = 0;
```

## B.1. CODIGO PRINCIPAL PARA LLAMAR A EL METODO DE LOS TENSORES205

```
ic(i) = 0;

%          thetaP = (i-1) * (2*pi/90) -1.045*4;
%
%          D = 0;
%          Q = 20;
%
%          ia(i) = (cos(thetaP)*D-sin(thetaP)*
Q);
%
%          ib(i) = (cos(thetaP-2*pi/3)*D-sin(
thetaP-2*pi/3)*Q);
%
%          ic(i) = (cos(thetaP+2*pi/3)*D-sin(
thetaP+2*pi/3)*Q);

ia(i) = 73*sin(deg2rad(p*theta(i))+
ddef_a+pi/2);
ib(i) = 73*sin(deg2rad(p*theta(i))+
ddef_b+pi/2);
ic(i) = 73*sin(deg2rad(p*theta(i))+
ddef_c+pi/2);

data_Onload = Onload_par(MType,
caminho, nome, dados, theta(i), ia
(i), ib(i), ic(i), num2str(i));

T_total_OnLoad(i) = data_Onload.
TORQUE_FEM_ON;
```

```
phiaON(i) = data_Onload.FLUX_A_FEM_ON  
;  
phibON(i) = data_Onload.FLUX_B_FEM_ON  
;  
phicON(i) = data_Onload.FLUX_C_FEM_ON  
;
```

```
%Tc(i) = data_Noload.TORQUE_FEM_ON;
```

```
EaON(i) = data_Onload.BACK_A_FEM_PM;  
EbON(i) = data_Onload.BACK_B_FEM_PM;  
EcON(i) = data_Onload.BACK_C_FEM_PM;
```

```
La_noON(i) = data_Onload.LA;  
Lb_noON(i) = data_Onload.LB;  
Lc_noON(i) = data_Onload.LC;
```

```
MAB_noON(i) = data_Onload.MAB;  
MAC_noON(i) = data_Onload.MAC;  
MBC_noON(i) = data_Onload.MBC;
```

```
dLa_ON(i) = data_Onload.dLA;  
dLb_ON(i) = data_Onload.dLB;  
dLc_ON(i) = data_Onload.dLC;
```

```
dMBA_ON(i) = data_Onload.dMBA;  
dMCA_ON(i) = data_Onload.dMCA;
```

```
        dMAB_ON(i) = data_Onload.dMAB;
        dMCB_ON(i) = data_Onload.dMCB;

        dMAC_ON(i) = data_Onload.dMAC;
        dMBC_ON(i) = data_Onload.dMBC;

        RESULT_onload(i) = data_Onload;

end
```

## B.2. Método de los tensores

```
function [datafemm] = Onload_par(MType, caminho, nome,
    dados, tetam, ia, ib, ic, index)

global HandleToFEMM
global myfile
global polos lfe PMType
global rotor estator bobinas ar
global pontos ang ang_rad Radius
global Pointx Pointy PABxBy mu0

%
-----

% file path
%
-----
```

```
myfile = strcat(caminho,nome, '.fem');
```

```
%
```

---

```
%
```

---

```
% Machine data
```

```
%
```

---

```
polos = dados.pp;
```

```
lfe = dados.Lstk;
```

```
PType = dados.ima;
```

```
Radius = dados.airgap_radius*1e-3;
```

```
%
```

---

```
%
```

---

```
% defining regions/groups
```

```
%
```

---

```
rotor = 111;    %2222;
estator = 10;  %10;
bobinas = 11; %11;
ar = 0;       %0;
%
-----

%
-----

% Variables needed for On-Load Back-EMF MST
%
-----

pontos = 1440;

ang = linspace(0,45,pontos);
ang_rad = linspace(0,180*pi/180,pontos);

Pointx = (Radius*1e+3).*cos(ang_rad);
Pointy = (Radius*1e+3).*sin(ang_rad);

PABxBy = 0;
```

```
mu0 = 4*pi*(1e-7);
```

```
%
```

---

```
%
```

---

```
% ONLOAD
```

```
%
```

---

```
%
```

---

```
% -- Setting Phase current to Zero (initialization)
```

```
%
```

---

```
currentA = 0;
```

```
currentB = 0;
```

```
currentC = 0;
```

```
%
```

---

```
%
```



---

```
% -- Opening file
```

```
%
```

---

```
openfemm(1);
```

```
hand1 = HandleToFEMM;
```

```
HandleToFEMM=hand1;
```

```
opendocument(myfile)
```

```
%
```

---

```
%
```

---

```
% -- Setting Phase current to Zero
```

```
%
```

---

```
mi_modifycircprop('A',1,0);
```

```
mi_modifycircprop('B',1,0);
```

```
mi_modifycircprop('C',1,0);
```

```
%
```

---

```
%
```

```
-----
```

```
% -- Saving file
```

```
%
```

```
-----
```

```
% mi_saveas(myfile);
```

```
%
```

```
-----
```

```
%
```

```
-----
```

```
% -- Setting Phase current
```

```
%
```

```
-----
```

```
iabc = [ia; ib; ic];
```

```
currentA = iabc(1);
```

```
currentB = iabc(2);
```

```
currentC = iabc(3);
```

```
mi_modifycircprop('A',1,currentA);
```

```
mi_modifycircprop('B',1,currentB);
```

```
mi_modifycircprop('C',1,currentC);
```

```
%
```

---

%

---

% -- Rotating rotor according to TETAM

%

---

% mi\_selectgroup(rotor);

% mi\_moverotate(0, 0, tetam);

% mi\_clearselected();

mi\_modifyboundprop('bnd', 10, tetam);

%

---

%

---

% -- Saving a temporary file with the set rotor position

%

---

```
% mi_saveas(strcat(caminho,'temp.fem'))
mi_saveas(strcat(caminho,'temp',index,'.fem'))
%
-----

%
-----

% -- Proceeding with the non-linear simulation
%
-----

mi_analyze(1);
mi_loadsolution();%SOLO ES EL DISPLAY
%
-----

%
-----

% FLUX LINKAGE
%
-----

aux_FEM = mo_getcircuitproperties('A'); %ENTRE Y SACA LAS
PROPIEDADES DEL CIRCUITO, COMO CORRIENTE VOLTAGE Y FLUJO
EN ESTE CASO
```

```
datafemm.FLUX_A_FEM_ON = aux_FEM(3);           %ESTA GUARDANDO
        EL FLUJO_RE
```

```
aux_FEM = mo_getcircuitproperties('B');
datafemm.FLUX_B_FEM_ON = aux_FEM(3);
```

```
aux_FEM = mo_getcircuitproperties('C');
datafemm.FLUX_C_FEM_ON = aux_FEM(3);
```

```
%
```

```
%
```

```
% Torque MST
```

```
% mo_groupselectblock(rotor);
% datafemm.TORQUE_FEM_ON = mo_blockintegral(22);           %
    <----- Weighted Maxwell Stress Tensor / Arkkios Method
% mo_clearblock();
```

```
datafemm.TORQUE_FEM_ON = mo_gapintegral('bnd', 0);
```

```
%
```

```
mo_close();
```

```
mi_close();
```

```
HandleToFEMM=hand1;
```

```
closefemm;
```

```
%
```

---

```
%
```

---

```
%
```

---

```
%
```

---

```
%
```

---

```
%
```

---

```
%
```

---

```
%
```

```
-----  
%  
-----  
%  
-----  
%  
-----  
%  
-----  
% FROZEN-PERMABILITY METHOD  
%  
-----  
% NO-LOAD BACK-EMF USING BACK-EMF MST METHOD  
%  
-----  
%  
-----  
% -- Saving a temporary file for PM-Only
```

```
%  
  
-----  
  
openfemm(1);  
hand1 = HandleToFEMM;  
HandleToFEMM=hand1;  
  
% opendocument(strcat(caminho, 'temp.fem'))  
opendocument(strcat(caminho, 'temp', index, '.fem'))  
mi_saveas(strcat(caminho, 'temp', index, '_PM.fem'))  
mi_setprevious(strcat('temp', index, '.ans'), 2)  
%  
  
-----  
  
%  
  
-----  
  
% -- Setting Phase current to Zero  
%  
  
-----  
  
mi_modifycircprop('A', 1, 0);  
mi_modifycircprop('B', 1, 0);  
mi_modifycircprop('C', 1, 0);  
  
% mi_saveas(strcat(caminho, 'temp_PM.fem'));  
mi_saveas(strcat(caminho, 'temp', index, '_PM.fem'))  
%
```



```
-----  
  
%  
-----  
  
% -- Carrying out the simulation  
%  
-----  
  
mi_analyze(1);%REALIZA A SIMULACION CONSIDERANDO FROZEN  
mi_loadsolution();  
%  
-----  
  
%  
-----  
  
% -- Reading Bn and Bt point properties  
%  
-----  
  
for i = 1:length(ang_rad)  
  
    PABxBy = mo_getpointvalues(Pointx(i),Pointy(i));  
    aux = [ cos(ang_rad(i)) sin(ang_rad(i)); -sin(ang_rad(i))  
           cos(ang_rad(i))] * [PABxBy(2); PABxBy(3)];  
    Bn_PM(i) = aux(1);  
  
end
```

```
Bt_PM(i) = aux(2);

end

% for i = 1:length(ang)
%
%     PABxBy = mo_getgapb('bc_ag2',i);
%     aux = [PABxBy(1); PABxBy(2)];
%     Bn_PM(i) = aux(1);
%     Bt_PM(i) = aux(2);
%
% end

%
-----

%
-----

% FLUX LINKAGE
%
```

```
-----  
  
aux_FEM = mo_getcircuitproperties('A');  
datafemm.FLUX_A_FEM_PM = aux_FEM(3);  
  
aux_FEM = mo_getcircuitproperties('B');  
datafemm.FLUX_B_FEM_PM = aux_FEM(3);  
  
aux_FEM = mo_getcircuitproperties('C');  
datafemm.FLUX_C_FEM_PM = aux_FEM(3);  
%  
-----  
  
%  
-----  
  
% Torque MST  
%  
-----  
  
% mo_groupselectblock(rotor);  
% datafemm.TORQUE_FEM_PM = mo_blockintegral(22);      %  
    <----- Weighted Maxwell Stress Tensor / Arkkios Method  
% mo_clearblock();  
datafemm.TORQUE_FEM_PM = mo_gapintegral('bnd', 0);
```

```
%
```

```
-----
```

```
mo_close();
```

```
mi_close();
```

```
%
```

```
-----
```

```
%
```

```
-----
```

```
% -- Saving a temporary file for Current-Only
```

```
% -- Back-EMF Assessment by means of MST BEMF
```

```
%
```

```
-----
```

```
% opendocument(strcat(caminho, 'temp.fem'))
```

```
opendocument(strcat(caminho, 'temp', index, '.fem'))
```

```
mi_saveas(strcat(caminho, 'temp', index, '_I.fem'))
```

```
mi_setprevious(strcat('temp', index, '.ans'), 2)
```

```
mi_modifymaterial(PMType, 3, 0)
```

```
%
```

```
-----
```

```
%
```

```
-----  
  
% -- Back-EMF phase A  
%  
-----  
  
% -- Setting Phase current to Zero  
%  
-----  
  
mi_modifycircprop('A',1,1);  
mi_modifycircprop('B',1,0);  
mi_modifycircprop('C',1,0);  
  
mi_saveas(strcat(caminho,'temp',index,'_I.fem'))  
%  
-----  
  
%  
-----  
  
% -- Carrying out the simulation  
%  
-----  
  
mi_analyze(1);  
mi_loadsolution();  
%
```

```

-----

%
-----

% -- Reading Bn and Bt point properties
%
-----

for i = 1:length(ang_rad)

    PABxBy = mo_getpointvalues(Pointx(i),Pointy(i));
    aux = [ cos(ang_rad(i)) sin(ang_rad(i)); -sin(ang_rad(i))
           cos(ang_rad(i))] * [PABxBy(2); PABxBy(3)];
    Bn_CURRENT_BEMF(i) = aux(1);
    Bt_CURRENT_BEMF(i) = aux(2);

end

% for i = 1:length(ang)
%
%     PABxBy = mo_getgapb('bc_ag2',i);
%     aux = [PABxBy(1); PABxBy(2)];
%     Bn_CURRENT_BEMF(i) = aux(1);
%     Bt_CURRENT_BEMF(i) = aux(2);
%
% end

```

```
%
```

```
%
```

```
% -- Saving Bn and Bt for Phase A
```

```
%
```

```
Bn_CURRENT_BEMF_A = Bn_CURRENT_BEMF ;
```

```
Bt_CURRENT_BEMF_A = Bt_CURRENT_BEMF ;
```

```
%
```

```
%
```

```
% AQUI EST O PONTO IMPORTANTE PARA O CALCULO DA BACK-EMF ,
```

```
% PRECISO COLETAR AS DENSIDADES NORMAL E TANGENCIAL DO FLUXO
```

```

% MAGNÉTICO NO CENTRADO ENTREFERRO PARA ASIMILAR O COM
    I M E S
% COM CORRENTE.
%
-----

%
-----

% -- Assessing Back-EMF MST
%
-----

aux = Bn_CURRENT_BEMF;
aux1 = Bt_PM';

TMW_NCURRENT_TPM_BEMF_aux = (aux*aux1);
TMW_NCURRENT_TPM_BEMF = (((Radius.^2)*(2*pi/(pontos+1)))*(lfe
    /mu0))*TMW_NCURRENT_TPM_BEMF_aux;

aux = Bn_PM;
aux1 = Bt_CURRENT_BEMF';

TMW_NPM_TCURRENT_BEMF_aux = (aux*aux1);
TMW_NPM_TCURRENT_BEMF = (((Radius.^2)*(2*pi/(pontos+1)))*(lfe
    /mu0))*TMW_NPM_TCURRENT_BEMF_aux;

```



```
datafemm.BACK_A_FEM_PM = TMW_NCURRENT_TPM_BEMF +  
    TMW_NPM_TCURRENT_BEMF;  
  
if isequal(MType, 'Externo')  
    datafemm.BACK_A_FEM_PM = - datafemm.BACK_A_FEM_PM;  
end  
  
%  
-----  
  
%  
-----  
  
% INDUCTANCES ASSESSMENT  
%  
-----  
  
aux_FEM = mo_getcircuitproperties('A');  
datafemm.LA = aux_FEM(3);  
  
aux_FEM = mo_getcircuitproperties('B');  
datafemm.MBA = aux_FEM(3);  
  
aux_FEM = mo_getcircuitproperties('C');  
datafemm.MCA = aux_FEM(3);  
%  
-----
```

```
mo_close();
```

```
%
```

```
-----
```

```
%
```

```
-----
```

```
% -- Back-EMF phase B
```

```
%
```

```
-----
```

```
% -- Setting Phase current to Zero
```

```
%
```

```
-----
```

```
mi_modifymaterial(PMType, 3, 0)
```

```
mi_modifycircprop('A',1,0);
```

```
mi_modifycircprop('B',1,1);
```

```
mi_modifycircprop('C',1,0);
```

```
mi_saveas(strcat(caminho, 'temp', index, '_I.fem'))
```

```
%
```

```
-----
```

```
%
```

```
-----  
  
% -- Carrying out the simulation  
%  
-----  
  
mi_analyze(1);  
mi_loadsolution();  
%  
-----  
  
%  
-----  
  
% -- Reading Bn and Bt point properties  
%  
-----  
  
for i = 1:length(ang_rad)  
  
    PABxBy = mo_getpointvalues(Pointx(i),Pointy(i));  
    aux = [ cos(ang_rad(i)) sin(ang_rad(i)); -sin(ang_rad(i))  
           cos(ang_rad(i))] * [PABxBy(2); PABxBy(3)];  
    Bn_CURRENT_BEMF(i) = aux(1);  
    Bt_CURRENT_BEMF(i) = aux(2);  
  
end
```

```
% for i = 1:length(ang)
%
%     PABxBy = mo_getgapb('bc_ag2',i);
%     aux = [PABxBy(1); PABxBy(2)];
%     Bn_CURRENT_BEMF(i) = aux(1);
%     Bt_CURRENT_BEMF(i) = aux(2);
%
% end
```

```
%
```

---

```
%
```

---

```
% -- Saving Bn and Bt for Phase B
```

```
%
```

---

```
Bn_CURRENT_BEMF_B = Bn_CURRENT_BEMF;
```

```
Bt_CURRENT_BEMF_B = Bt_CURRENT_BEMF;
```

```
%
```

---

```

%
-----

% -- Assessing Back-EMF MST
%
-----

aux = Bn_CURRENT_BEMF;
aux1 = Bt_PM';

TMW_NCURRENT_TPM_BEMF_aux = (aux*aux1);
TMW_NCURRENT_TPM_BEMF = (((Radius.^2)*(2*pi/(pontos+1))))*(lfe
    /mu0))*TMW_NCURRENT_TPM_BEMF_aux;

aux = Bn_PM;
aux1 = Bt_CURRENT_BEMF';

TMW_NPM_TCURRENT_BEMF_aux = (aux*aux1);
TMW_NPM_TCURRENT_BEMF = (((Radius.^2)*(2*pi/(pontos+1))))*(lfe
    /mu0))*TMW_NPM_TCURRENT_BEMF_aux;

datafemm.BACK_B_FEM_PM = TMW_NCURRENT_TPM_BEMF +
    TMW_NPM_TCURRENT_BEMF;

if isequal(MType, 'Externo')

```

```
    datafemm.BACK_B_FEM_PM = - datafemm.BACK_B_FEM_PM;
end
%
-----

%
-----

% INDUCTANCES ASSESSMENT
%
-----

aux_FEM = mo_getcircuitproperties('A');
datafemm.MAB = aux_FEM(3);

aux_FEM = mo_getcircuitproperties('B');
datafemm.LB = aux_FEM(3);

aux_FEM = mo_getcircuitproperties('C');
datafemm.MCB = aux_FEM(3);
%
-----

mo_close();

%
-----
```

```
%  
-----  
  
% -- Back-EMF phase C  
%  
-----  
  
% -- Setting Phase current to Zero  
%  
-----  
  
mi_modifymaterial(PMType, 3, 0)  
mi_modifycircprop('A',1,0);  
mi_modifycircprop('B',1,0);  
mi_modifycircprop('C',1,1);  
%  
-----  
  
mi_saveas(strcat(caminho, 'temp', index, '_I.fem'))  
  
%  
-----  
  
% -- Carrying out the simulation  
%  
-----
```

```

mi_analyze(1);
mi_loadsolution();
%
-----

%
-----

% -- Reading Bn and Bt point properties
%
-----

for i = 1:length(ang_rad)

    PABxBy = mo_getpointvalues(Pointx(i),Pointy(i));
    aux = [ cos(ang_rad(i)) sin(ang_rad(i)); -sin(ang_rad(i))
           cos(ang_rad(i))] * [PABxBy(2); PABxBy(3)];
    Bn_CURRENT_BEMF(i) = aux(1);
    Bt_CURRENT_BEMF(i) = aux(2);

end

% for i = 1:length(ang)
%
%     PABxBy = mo_getgapb('bc_ag2',i);

```



```
%      aux = [PABxBy(1); PABxBy(2)];
%      Bn_CURRENT_BEMF(i) = aux(1);
%      Bt_CURRENT_BEMF(i) = aux(2);
%
% end
```

```
%
```

---

```
%
```

---

```
% -- Saving Bn and Bt for Phase C
```

```
%
```

---

```
Bn_CURRENT_BEMF_C = Bn_CURRENT_BEMF;
```

```
Bt_CURRENT_BEMF_C = Bt_CURRENT_BEMF;
```

```
%
```

---

```
% -- Assessing Back-EMF MST
```

```
%
```

---

```
aux = Bn_CURRENT_BEMF;
```

```

aux1 = Bt_PM';

TMW_NCURRENT_TPM_BEMF_aux = (aux*aux1);
TMW_NCURRENT_TPM_BEMF = (((Radius.^2)*(2*pi/(pontos+1)))*(lfe
    /mu0))*TMW_NCURRENT_TPM_BEMF_aux;

aux = Bn_PM;
aux1 = Bt_CURRENT_BEMF';

TMW_NPM_TCURRENT_BEMF_aux = (aux*aux1);
TMW_NPM_TCURRENT_BEMF = (((Radius.^2)*(2*pi/(pontos+1)))*(lfe
    /mu0))*TMW_NPM_TCURRENT_BEMF_aux;

datafemm.BACK_C_FEM_PM = TMW_NCURRENT_TPM_BEMF +
    TMW_NPM_TCURRENT_BEMF;

if isequal(MType, 'Externo')
    datafemm.BACK_C_FEM_PM = - datafemm.BACK_C_FEM_PM;
end
%
-----

%
-----

% INDUCTANCES ASSESSMENT
%
```

---

```
aux_FEM = mo_getcircuitproperties('A');  
datafemm.MAC = aux_FEM(3);
```

```
aux_FEM = mo_getcircuitproperties('B');  
datafemm.MBC = aux_FEM(3);
```

```
aux_FEM = mo_getcircuitproperties('C');  
datafemm.LC = aux_FEM(3);
```

```
%
```

---

```
mo_close();
```

```
%
```

---

```
mi_close();
```

```
HandleToFEMM=hand1;
```

```
closefemm;
```

```
%
```

---

```
%  
-----  
  
% -- Saving a temporary file for All Current-Only  
%  
-----  
  
openfemm(1);  
hand1 = HandleToFEMM;  
HandleToFEMM=hand1;  
  
opendocument(strcat(caminho, 'temp', index, '.fem'))  
mi_saveas(strcat(caminho, 'temp', index, '_I.fem'))  
mi_setprevious(strcat('temp', index, '.ans'), 2)  
mi_modifymaterial(PMType, 3, 0)  
mi_saveas(strcat(caminho, 'temp', index, '_I.fem'));  
  
%  
-----  
  
% -- Carrying out the simulation  
%  
-----  
  
mi_analyze(1);  
mi_loadsolution();  
  
%  
-----
```

```
% FLUX LINKAGE
%
-----

aux_FEM = mo_getcircuitproperties('A');
datafemm.FLUX_A_FEM_I = aux_FEM(3);

aux_FEM = mo_getcircuitproperties('B');
datafemm.FLUX_B_FEM_I = aux_FEM(3);

aux_FEM = mo_getcircuitproperties('C');
datafemm.FLUX_C_FEM_I = aux_FEM(3);
%
-----

%
-----

% Torque MST
%
-----

% mo_groupselectblock(rotor);
% datafemm.TORQUE_FEM_I = mo_blockintegral(22);          % <-----
    Weighted Maxwell Stress Tensor / Arkkios Method
% mo_clearblock();
```

```

datafemm.TORQUE_FEM_I = mo_gapintegral('bnd', 0);
%
-----

mo_close();
mi_close();

HandleToFEMM=hand1;
closefemm;
%
-----

%
-----

% ASSESSMENT OF INDUCTANCES DERIVATIVES OF ABC REFERENCE
FRAME
%
-----

datafemm.dLA = (((Radius.^2)*(2*pi/(pontos+1))))*(lfe/mu0))*
    Bn_CURRENT_BEMF_A*Bt_CURRENT_BEMF_A '*2;           % W =
    (1/2)*L*(i^2), portanto, dW = (1/2)*d[L*(i^2)]
datafemm.dMBA = (((Radius.^2)*(2*pi/(pontos+1))))*(lfe/mu0))*

```

```

    Bn_CURRENT_BEMF_A*Bt_CURRENT_BEMF_B';                                % W =
    M*i1*i2, portanto, dW = d[M*i1*i2]
datafemm.dMCA = (((Radius.^2)*(2*pi/(pontos+1)))*(lfe/mu0))*
    Bn_CURRENT_BEMF_A*Bt_CURRENT_BEMF_C';                                % W =
    M*i1*i2, portanto, dW = d[M*i1*i2]

datafemm.dMAB = (((Radius.^2)*(2*pi/(pontos+1)))*(lfe/mu0))*
    Bn_CURRENT_BEMF_B*Bt_CURRENT_BEMF_A';                                % W =
    M*i1*i2, portanto, dW = d[M*i1*i2]
datafemm.dLB = (((Radius.^2)*(2*pi/(pontos+1)))*(lfe/mu0))*
    Bn_CURRENT_BEMF_B*Bt_CURRENT_BEMF_B'*2;                            % W =
    (1/2)*L*(i^2), portanto, dW = (1/2)*d[L*(i^2)]
datafemm.dMCB = (((Radius.^2)*(2*pi/(pontos+1)))*(lfe/mu0))*
    Bn_CURRENT_BEMF_B*Bt_CURRENT_BEMF_C';                                % W =
    M*i1*i2, portanto, dW = d[M*i1*i2]

datafemm.dMAC = (((Radius.^2)*(2*pi/(pontos+1)))*(lfe/mu0))*
    Bn_CURRENT_BEMF_C*Bt_CURRENT_BEMF_A';                                % W =
    M*i1*i2, portanto, dW = d[M*i1*i2]
datafemm.dMBC = (((Radius.^2)*(2*pi/(pontos+1)))*(lfe/mu0))*
    Bn_CURRENT_BEMF_C*Bt_CURRENT_BEMF_B';                                % W =
    M*i1*i2, portanto, dW = d[M*i1*i2]
datafemm.dLC = (((Radius.^2)*(2*pi/(pontos+1)))*(lfe/mu0))*
    Bn_CURRENT_BEMF_C*Bt_CURRENT_BEMF_C'*2;                            % W =
    (1/2)*L*(i^2), portanto, dW = (1/2)*d[L*(i^2)]

%
-----

```

```
Tel_eval = currentA.*datafemm.BACK_A_FEM_PM + currentB.*
    datafemm.BACK_B_FEM_PM + currentC.*datafemm.BACK_C_FEM_PM;
datafemm.TPM = Tel_eval + datafemm.TORQUE_FEM_PM;

% TrelA = ((I_a.^2)/2).*D_La;
% TrelB = ((I_b.^2)/2).*D_Lb;
% TrelC = ((I_c.^2)/2).*D_Lc;
%
% TrelAB = (I_a.*I_b).*DMAB;
% TrelAC = (I_a.*I_c).*DMAC;
% TrelBC = (I_b.*I_c).*DMBC;
%
% TrelTotal = TrelA + TrelB + TrelC + TrelAB + TrelAC +
    TrelBC;
%
% Tel_eval2 = ia.*EaON + ib.*EbON + ic.*EcON;

delete(strcat(caminho, 'temp', index, '.fem'))
delete(strcat(caminho, 'temp', index, '_I.fem'))
delete(strcat(caminho, 'temp', index, '_PM.fem'))

delete(strcat(caminho, 'temp', index, '.ans'))
delete(strcat(caminho, 'temp', index, '_I.ans'))
delete(strcat(caminho, 'temp', index, '_PM.ans'))
```



end

# Bibliografía

2014. Grey Wolf Optimizer. *Advances in Engineering Software*, **69**, 46–61.

Akita, H., Nakahara, Y., Miyake, N., & Oikawa, T. 2003. New core structure and manufacturing method for high efficiency of permanent magnet motors. *Pages 367–372 of: Industry Applications Conference, 2003. 38th IAS Annual Meeting. Conference Record of the*, vol. 1.

Andreasson, Jon. 2004. *Analysis of Torque Ripple for Permanent Magnet Synchronous Machines*. M.Phil. thesis, Lund University, Faculty of Engineering, Department of Industrial Electrical Engineering and Automation. Available at: [https://www.iea.lth.se/publications/MS-Theses/Full%20document/5468\\_full\\_document.pdf](https://www.iea.lth.se/publications/MS-Theses/Full%20document/5468_full_document.pdf).

Arnold Magnetic Technologies. 2015. *Understanding Permanent Magnets: Theory and Applications*. Tech. rept. TN 9802. Arnold Magnetic Technologies, Rochester, NY, USA. Rev. 2015a.

Balasubramanian, Lavanya, Bhuiyan, Nurul Azim, Javied, Asad, Fahmy, Ashraf A., Belblidia, Fawzi, & Sienz, Johann. 2023. Design and Optimization of Interior Permanent Magnet (IPM) Motor for Electric Vehicle Applications. *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, **7**(2), 202–209.

Bianchi, N., Bolognani, S., Pre, M. D., & Grezzani, G. A. G. G. 2006. Design considerations for fractional-slot winding configurations of synchronous machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*, **42**, 997–1006.

- Bianchi, Nicola, & Pré, Michele Dai. 2006. Use of the star of slots in designing fractional-slot single-layer synchronous motors.
- Bianchi, Nicola, Bolognani, Silverio, Bon, Diego, & Dai Pre, Michele. 2009. Rotor Flux-Barrier Design for Torque Ripple Reduction in Synchronous Reluctance and PM-Assisted Synchronous Reluctance Motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, **45**(3), 921–928.
- Bianchi, Nicola, Carlet, Paolo Gherardo, Cinti, Luca, & Ortombina, Ludovico. 2022. A Review about Flux-Weakening Operating Limits and Control Techniques for Synchronous Motor Drives. *Energies*, **15**(5).
- Binns, K.J. 1978. Hybrid permanent-magnet synchronous motors. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, **125**(March), 203–208(5).
- Cestriom. 2024. *Demagnetization Basics*. Accessed: 2024-11-08.
- Choi, Gilsu, Jang, Gwan-Hui, Choi, Mingyu, Kang, Jungmoon, Kang, Ye Gu, & Kim, Sehwan. 2024. Optimal Design of a Surface Permanent Magnet Machine for Electric Power Steering Systems in Electric Vehicle Applications Using a Gaussian Process-Based Approach. *Actuators*, **13**(1).
- Cullity, B. D., & Graham, C. D. 1983. *Magnetic Materials and Their Applications*. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley.
- De Silva Guruwatta Vidanalage, Buddhika, Toulabi, Mohammad Sedigh, & Filizadeh, Shaahin. 2017. A comparative study of optimally designed V-shaped magnet IPM synchronous motors. *Pages 1–6 of: 2017 20th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*.
- Eberhart, R., & Kennedy, J. 1995. A new optimizer using particle swarm theory. *Pages 39–43 of: MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*.

- El-Refaie, A. M., & Jahns, T. M. 2005. Optimal flux weakening in surface PM machines using fractional-slot concentrated windings. *IEEE Transactions on Industry Applications*, **41**, 790–800.
- Farshadnia, Mohammad, Cheema, Muhammad Ali Masood, Dutta, Rukmi, & Fletcher, John E. 2017. Analytical Modeling of Armature Reaction Air-Gap Flux Density Considering the Non-Homogeneously Saturated Rotor in a Fractional-Slot Concentrated-Wound IPM Machine. *IEEE Transactions on Magnetics*, **53**(2), 1–12.
- Glass, Myron S. 1957. Straight Field Permanent Magnets of Minimum Weight for TWT Focusing Design and Graphics Aids in Design. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, **45**(8), 1100–1105.
- Gross, E.J. 1986. *Electromagnetic Energy Transmission and Radiation*. New York: John Wiley & Sons.
- HANSELMAN, Dr. DUANE. 2006. *BRUSHLESS PERMANENT-MAGNET MOTOR DESIGN*. ORONO, ME: MAGNA PHYSICS PUBLISHING.
- Hughes, Thomas J.R. 1987. *The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. New York: Dover Publications, Inc.
- Husain, Tausif, Lee, Seong T., & Ma, Cong. 2022. Design Considerations of Magnet Configurations in Interior Permanent Magnet Machines for High-Speed Traction Applications: A Comprehensive Study. *IEEE Industry Applications Magazine*, **28**(6), 14–26.
- Hwang, Myeong-Hwan, Han, Jong-Ho, Kim, Dong-Hyun, & Cha, Hyun-Rok. 2018. Design and Analysis of Rotor Shapes for IPM Motors in EV Power Traction Platforms. *Energies*, **11**(10).
- Ingtelecto. 2024. *Histeresis Magnética: Qué es, curva de histéresis y pérdida magnética*. Accessed: 2024-11-08.
- Jack, A. G., Mecrow, B. C., Dickinson, P. G., Stephenson, D., Burdess, J. S., Fawcett,

- N., & Evans, J. T. 2000. Permanent-magnet machines with powdered iron cores and prepressed windings. *IEEE Transactions on Industry Applications*, **36**, 1077–1084.
- J.R. HENDERSHOT, T.J.E. MILLER. 2009. *DESIGN OF BRUSHLESS PERMANENT-MAGNET MACHINES*. VENICE, FLORIDA: MOTOR DESIGN BOOKS LLC.
- Jung, Woo-Sung, Lee, Hoon-Ki, Lee, Young-Keun, Kim, Su-Min, Lee, Jeong-In, & Choi, Jang-Young. 2023. Analysis and Comparison of Permanent Magnet Synchronous Motors According to Rotor Type under the Same Design Specifications. *Energies*, **16**(3).
- Kim, Insung, & Sul, Seung-Ki. 2005. Minimization of torque ripple in PMSM drives using linear controllers in the synchronous frame. *IEEE Transactions on Industry Applications*, **43**(2), 656–664.
- Kim, Kyu-Seob, & Lee, Byeong-Hwa. 2020. Comparative study of concentrated flux synchronous motor and multi-layer IPMSM for traction drives using non-rare earth permanent magnet. *IET Electric Power Applications*, **14**(9), 1686–1691.
- Kirtley Jr, James L., Beaty, H. Wayne, Ghai, Nirmal K., Leeb, Steven B., & Lyon, Richard H. 1998. *Electric Motor Handbook*. McGraw-Hill Companies, Inc.
- Krause, Paul C., Wasynczuk, Oleg, & Sudhoff, Scott D. 2002. *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*. 2nd edn. New York: IEEE Press/Wiley-Interscience.
- Krings, Andreas, & Monissen, Christian. 2020. Review and Trends in Electric Traction Motors for Battery Electric and Hybrid Vehicles. *Pages 1807–1813 of: 2020 International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, vol. 1.
- Liang, Jingchen, Parsapour, Amir, Moallem, Mehdi, & Fahimi, Babak. 2019. Asymmetric Rotor Surface Design in Interior Permanent Magnet Synchronous Motors for Torque Ripple Mitigation. *Pages 727–732 of: 2019 IEEE International Electric Machines Drives Conference (IEMDC)*.
- lukasz. 2021. Performance analysis of selected metaheuristic optimization algorithms applied in the solution of an unconstrained task. *COMPEL - The international jour-*

- nal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, **unknown**(unknown), unknown.
- Lumertz, Mateus Moro, Gregori de Castro, Allan, dos Santos, Stefan Thiago C. A., Luis de Aguiar, Manoel, & Monteiro, Jose Roberto B. A. 2020. Design of IPMSM with Reduced Torque Ripple Through Advanced Sine-Shaped Poles. *Pages 164–169 of: 2020 2nd Global Power, Energy and Communication Conference (GPECOM)*.
- Magnetic Materials Producers Association. 1996. *Permanent Magnet Guidelines*. Available at [www.smma.org/pdf/permanent-magnet-guideline.pdf](http://www.smma.org/pdf/permanent-magnet-guideline.pdf).
- Merrill, F. W. 1955. Permanent magnet excited synchronous motors. *Electrical Engineering*, **74**(2), 143–143.
- Morimoto, Shigeo. 2007. Trend of permanent magnet synchronous machines. *IEEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, **2**(2), 101–108.
- Moskowitz, L. R. 1976. *Permanent Magnet Design and Application Handbook*. Cahners Books International, Inc.
- Mutluer, Mümtaz, & Bilgin, Osman. 2012. Design optimization of PMSM by particle swarm optimization and genetic algorithm. *Pages 1–4 of: 2012 International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications*.
- Nadimi-Shahraki, Mohammad H., Taghian, Shokooh, & Mirjalili, Seyedali. 2021. An improved grey wolf optimizer for solving engineering problems. *Expert Systems with Applications*, **166**, 113917.
- Parker, Rollin J. 1990. *Advances in Permanent Magnetism*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons.
- Paula, Geyverson Teixeira de. 2016 (April). *Cálculo da força contra eletromotriz em máquinas síncronas com ímãs na superfície do rotor*. PhD Thesis, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brazil. Orientador: José Roberto Boffino de Almeida Monteiro, Banca Examinadora: José Roberto Boffino de Almeida

Monteiro (Presidente), Manoel Luis de Aguiar, Claudionor Francisco do Nascimento, Marcelo Suetake, Julio Carlos Teixeira.

Physics Stack Exchange. 2015. *Do electron shells exist within equipotential regions?* Accessed: 2024-11-08.

Putek, Piotr, Pulch, Roland, Bartel, Andreas, ter Maten, E. Jan W., Günther, Michael, & Gawrylczyk, Konstanty M. 2016. Shape and topology optimization of a permanent-magnet machine under uncertainties. *Journal of Mathematics in Industry*, **6**(1), 11.

Pyrhönen, Juha, Jokinen, Tapani, & Hrabovcová, Valeria. 2014. *Design of Rotating Electrical Machines*. 2nd edn. Chichester, UK: John Wiley & Sons.

Rahman, M., Little, T., & Slemon, G. 1985. Analytical models for interior-type permanent magnet synchronous motors. *IEEE Transactions on Magnetics*, **21**(5), 1741–1743.

Sadiku, Matthew N.O. 2000. *Elements of Electromagnetics*. 3rd edn. New York: Oxford University Press.

Sahdev, S. K. 2018. *Electrical Machines*. Cambridge University Press.

Sawhney, A.K. 1984. *A Course in Electrical Machine Design*. Delhi, India: Dhanpat Rai Sons.

Shimizu, Yuki. 2022. Efficiency Optimization Design That Considers Control of Interior Permanent Magnet Synchronous Motors Based on Machine Learning for Automotive Application. *IEEE Access*, **11**, 41–49.

Shimizu, Yuki, Morimoto, Shigeo, Sanada, Masayuki, & Inoue, Yukinori. 2023. Investigation of Rotor Topologies for Reducing Torque Ripple in Double-Layer IPMSMs for Automotive Applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1–9.

Shuto, Daisuke, Takahashi, Yasuhito, & Fujiwara, Koji. 2019. Frozen Permeability Method for Magnetic Field Analysis of Permanent Magnet Motors Considering Hysteretic Property. *IEEE Transactions on Magnetics*, **55**(6), 1–4.

- Singh, Anant K, Raja, Ramakrishnan, Sebastian, Tomy, & Rajashekara, Kaushik. 2022. Torque Ripple Minimization Control Strategy in Synchronous Reluctance Machines. *IEEE Open Journal of Industry Applications*, **3**, 141–151.
- Song, Tengfei, Zhang, Zhenyang, Liu, Huijuan, & Hu, WenLuan. 2019. Multi-objective optimisation design and performance comparison of permanent magnet synchronous motor for EVs based on FEA. *IET Electric Power Applications*, **13**(8), 1157–1166.
- Sun, Jiyu, Wu, Jie, Chan, Ching-Tim, & Cheung, Norbert C. 2009. High-performance current regulation for IPMSM drives based on sinusoidal internal model. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **56**(6), 2032–2040.
- Vagati, A., Franceschini, G., Marongiu, I., & Troglia, G.P. 1992. Design criteria of high performance synchronous reluctance motors. *Pages 66–73 vol.1 of: Conference Record of the 1992 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*.
- Xu, Lei, Lin, Mingyao, Fu, Xinghe, Liu, Kai, & Lin, Keman. 2016. Torque performance enhancement of V-shaped interior permanent magnet synchronous motor by rotor shape optimization. *Pages 1–6 of: 2016 19th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*.
- Xu, Liang, Rahman, Mahmudur, & Slemon, Gordon. 2007. Control of interior permanent magnet synchronous motor drive for wide speed range operation. *IEEE Transactions on Industry Applications*, **30**(4), 922–928.
- Yu, D., Huang, X.Y., Fang, Y.T., & Zhang, J. 2017. Design and comparison of interior permanent magnet synchronous traction motors for high speed railway applications. *Pages 58–62 of: 2017 IEEE Workshop on Electrical Machines Design, Control and Diagnosis (WEMDCD)*.
- Zhao, Junchen, Wang, Jin, Zhou, Libing, Huang, Weihua, Ma, Yiming, & Zhang, Zhiwei. 2019. Cogging Torque Reduction by Stepped Slot-Opening Shift for Interior Permanent Magnet Motors. *Pages 1–4 of: 2019 22nd International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*.



Zheng, Ping, Liang, Xiaoyu, Wang, Mingqiao, Gao, Jialin, & Li, Wanquan. 2024. Comparison and research on load characteristics of PM in different permanent magnet synchronous machines. *AIP Advances*, **14**(2), 025120.

Zhou, P., Rahman, M.A., & Jabbar, M.A. 1994. Field circuit analysis of permanent magnet synchronous motors. *IEEE Transactions on Magnetics*, **30**(4), 1350–1359.