



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA

TESIS

APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CANÓNICA Y COMPONENTES PRINCIPALES NO LINEALES EN EL ESTUDIO DE LA MOTIVACIÓN Y LOGRO DE APRENDIZAJE EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA DE LOS ESTUDIANTES DEL COLEGIO INCA GARCILASO DE LA VEGA, CUSCO 2022

**PARA OPTAR AL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN
ESTADÍSTICA**

AUTOR:

Br. LUIS ALBERTO HUILLCA VARGAS

ASESOR:

Mtro. ARTURO ZUÑIGA BLANCO

ORCID: 0000-0002-8576-3415

CUSCO – PERÚ

2024



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO VICE
RECTORADO DE INVESTIGACIÓN

INFORME DE ORIGINALIDAD
(Aprobado por Resolución Nro.CU-303-2020-UNSAAC)

El que suscribe, asesor del trabajo de investigación/tesis titulada "APLICACIÓN DEL ANALISIS DE CORRELACIÓN CANÓNICA Y COMPONENTES PRINCIPALES NO LINEALES EN EL ESTUDIO DE LA MOTIVACIÓN Y LOGRO DE APRENDIZAJE EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA DE LOS ESTUDIANTES DEL COLEGIO INCA GARCILASO DE LA VEGA, CUSCO 2022"

Presentado por el: Br.: LUIS ALBERTO HUILLCA VARGAS con código de estudiante: 212805 y numero de DNI: 48008510, para optar el grado académico de **Maestro en Estadística**

Informo que el trabajo de investigación ha sido sometido a revisión por 02 (dos) veces, mediante el Software Antiplagio, conforme al Art. 6° del Reglamento para Uso de Sistema Antiplagio de la UNSAAC y de la evaluación de originalidad se tiene un porcentaje de **9% (nueve por ciento)**.

Evaluación y acciones del reporte de coincidencia para trabajos de investigación, tesis (Art. 7, inc 2 y 3)

Porcentaje	Evaluación y acciones.	Marque con una X
Del 1 al 10 %	No se considera plagio.	X
Del 11 al 30%	Devolver al usuario para las correcciones.	
Mayores a 31 %	El responsable de la revisión del documento emite un informe al inmediato jerárquico, quien a su vez eleva el informe a la autoridad académica para que tome las acciones correspondientes. Sin perjuicio de las sanciones administrativas que correspondan de acuerdo a ley.	

Por tanto, en mi condición de Asesor firmo el presente informe en señal de conformidad y adjunto la primera hoja del reporte del software antiplagio.

Cusco, 24 de Enero de 2024

FIRMA

POST FIRMA: ARTURO ZUÑIGA BLANCO

DNI N°: 46452024

ORCID del Asesor: <https://orcid.org/0000-0002-8576-3415>

Se adjunta:

1. Reporte Generado por el sistema Antiplagio.
2. Enlace del Reporte Generado por el Sistema Antiplagio:
https://unsaac.turnitin.com/viewer/submissions/oid_27259_312061275

NOMBRE DEL TRABAJO

APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CANÓNICA Y COMPONENTES PRINCIPALES NO LINEALES EN EL ESTUDIO

AUTOR

Luis Alberto Huillca Vargas

RECUENTO DE PALABRAS

24095 Words

RECUENTO DE CARACTERES

130396 Characters

RECUENTO DE PÁGINAS

130 Pages

TAMAÑO DEL ARCHIVO

4.0MB

FECHA DE ENTREGA

Jan 24, 2024 12:58 PM GMT-5

FECHA DEL INFORME

Jan 24, 2024 1:00 PM GMT-5

● **9% de similitud general**

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para cada base de datos

- 8% Base de datos de Internet
- Base de datos de Crossref
- 8% Base de datos de trabajos entregados
- 1% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de contenido publicado de Crossref

● **Excluir del Reporte de Similitud**

- Material bibliográfico
- Material citado
- Material citado
- Coincidencia baja (menos de 13 palabras)

Dedicatoria

Dedico el presente trabajo de investigación a mis queridos padres quienes me brindaron todo su apoyo en mi formación personal y profesional. A mis hermanos y hermanas que siempre me acompañaron en los momentos más importantes y creyeron en mi capacidad. Y por último a mis amigos y compañeros de la maestría en Estadística que me apoyaron y alentaron a lograr mis metas.

Luis Alberto

Agradecimientos

A mi asesor de tesis Mtro. Arturo Zúñiga Blanco por haber revisado continuamente mi tesis y brindarme su conocimiento y opiniones con la predisposición de su tiempo y experiencia en la revisión y corrección del trabajo de borrador de tesis. A la escuela de postgrado de la UNSAAC. Al director del colegio Inca Garcilaso de la vega por permitirme realizar la investigación en dicha institución. A mis docentes de la maestría quienes me brindaron conocimiento actualizado sobre estadística. A los docentes del departamento de psicología de la UNSAAC por su apoyo en la validación del instrumento, a la docente Lourdes por apoyarme incondicionalmente a distancia. A mis padres por esa confianza y apoyo depositado en mí.

Luis Alberto

ÍNDICE GENERAL

Dedicatoria.....	i
Agradecimientos	ii
Resumen.....	vii
INTRODUCCION	ix
CAPITULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	1
1.1. Situación problemática.....	1
1.2. Formulación del problema	3
a) Problema general	3
b) Problemas específicos.....	3
1.3. Justificación de la investigación.....	4
1.4. Objetivos de la investigación	5
a) Objetivo general.....	5
b) Objetivos específicos	5
CAPITULO II: MARCO TEORICO CONCEPTUAL.....	6
2.1. Bases teóricas	6
2.1.1. Conceptos generales.....	6
2.1.2. Análisis de componentes principales lineales (ACPL).....	16
2.1.3. Análisis de componentes principales no lineales (ACPNL).....	20
2.1.4. Correlación canónica	26
2.1.5. Motivación	32
2.1.6. Logro de aprendizaje en el área de matemática	34
2.2. Marco conceptual (palabras claves)	39
2.3. Antecedentes empíricos de la investigación (estado del arte).....	40
2.4. Hipótesis.....	44
a) Hipótesis general.....	44
b) Hipótesis específicas	44
2.5. Identificación de variables e indicadores	44
2.6. Operacionalización de variables.....	47
CAPITULO III: METODOLOGÍA	50
3.1. Ámbito de estudio: localización política y geográfica	50
3.2. Tipo y nivel de investigación	50
3.3. Unidad de análisis	52
3.4. Población de estudio.....	53
3.5. Tamaño de muestra	54

3.6. Técnicas de selección de muestra.....	54
3.7. Técnicas de recolección de información	56
3.8. Técnicas de análisis e interpretación de la información.....	57
3.9. Técnicas para demostrar la verdad o falsedad de las hipótesis planteadas	59
CAPITULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN	60
4.1. Procesamiento, análisis, interpretación y discusión de resultados	60
4.2. Pruebas de hipótesis	82
4.3. Presentación de resultados	83
CAPITULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	87
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	91
ANEXOS	94
Anexo 1: Matriz de consistencia.....	95
Anexo 2: Instrumentos de recolección de información	97
Anexo 3: Medios de verificación	109
Anexo 4: Otros.....	113

ÍNDICE DE CUADROS

Tabla 1	<i>Interpretación del coeficiente de correlación de Pearson</i>	32
Tabla 2	<i>Matriz de operacionalización de motivación y logro de aprendizaje en el área de matemática</i>	47
Tabla 3	<i>Composición de la población según sección.</i>	53
Tabla 4	<i>Composición de la muestra según sección.</i>	55
Tabla 5	<i>Validación del instrumento</i>	56
Tabla 6	<i>Confiabilidad del instrumento</i>	57
Tabla 7	<i>Interpretación del coeficiente de confiabilidad</i>	57
Tabla 8	<i>Plan de análisis de datos.</i>	59
Tabla 9	<i>Autovalores y proporción de varianza explicada.</i>	62
Tabla 10	<i>Cargas de los ítems en las dimensiones.</i>	63
Tabla 11	<i>Puntuaciones de los estudiantes</i>	66
Tabla 12	<i>Nivel de la dimensión motivación de logro individual</i>	68
Tabla 13	<i>Nivel de la dimensión motivación de logro grupal</i>	69
Tabla 14	<i>Nivel de la dimensión resuelve problemas de cantidad</i>	71
Tabla 15	<i>Nivel de la dimensión resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio</i>	72
Tabla 16	<i>Nivel de la dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización.</i>	73
Tabla 17	<i>Nivel de la dimensión resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre</i> ..	74
Tabla 18	<i>Matriz de correlación entre las dimensiones de motivación y logro de aprendizaje en el área de matemática.</i>	76
Tabla 19	<i>Coeficientes de correlación canónica</i>	80
Tabla 20	<i>Cargas canónicas</i>	81
Tabla 21	<i>Prueba de hipótesis coeficiente de correlación canónica</i>	82
Tabla 22	<i>Nivel de las dimensiones de motivación obtenido del análisis de componentes principales no lineales</i>	84
Tabla 23	<i>Nivel de las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática</i>	85

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	<i>Gráfico de sedimentación</i>	25
Figura 2	<i>Gráfico de sedimentación del análisis de componentes principales no lineales</i> ...	62
Figura 3	<i>Nivel de la dimensión motivación de logro individual</i>	68
Figura 4	<i>Nivel de la dimensión motivación de logro grupal</i>	69
Figura 5	<i>Nivel de la dimensión resuelve problemas de cantidad</i>	71
Figura 6	<i>Nivel de la dimensión resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio</i>	72
Figura 7	<i>Nivel de la dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización</i> ..	73
Figura 8	<i>Nivel de la dimensión resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre</i> ..	74
Figura 9	<i>Matriz de correlación entre las dimensiones de motivación y logro de aprendizaje en el área de matemática</i>	78

Resumen

La finalidad del presente trabajo de investigación fue analizar la relación entre motivación y logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, el cual fue obtenido mediante la correlación canónica y componentes principales no lineales.

Se utilizó la siguiente metodología: Tipo de investigación básico, nivel correlacional, diseño no experimental-transversal, la población fue de 410 estudiantes del 5to grado de secundaria la muestra fue de 201 estudiantes, la técnica que se utilizó para medir la variable motivación fue la encuesta y el instrumento fue el cuestionario, y para el logro de aprendizaje en el área de matemática fue el acta de notas del año escolar 2022.

La conclusión principal fue que las dimensiones de la motivación obtenido del análisis de componentes principales no lineales y las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 tuvieron un grado de correlación significativa (p-valor 0.00) y moderada de $\rho = 0.486$ obtenido del análisis de correlación canónica, es decir las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática como son resuelve problemas de cantidad, resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio, resuelve problemas de forma, movimiento y localización y resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre dependieron en 23.61% ($\rho^2 = 0.486^2$) de las dimensiones de la motivación que son: motivación de logro individual y motivación de logro grupal

Palabras clave: Motivación, logro de aprendizaje en el área de matemática, componentes principales no lineales y correlación canónica

ABSTRACT

The purpose of this research work was to analyze the relationship between motivation and learning achievement in the area of mathematics of the students of the Inca Garcilaso de la Vega school, which was obtained through canonical correlation and nonlinear principal components.

The following methodology was used: Type of basic research, correlational level, non-experimental-cross-sectional design. The population was 410 students from the 5th grade of secondary school. The sample was 201 students. The technique used to measure the motivation variable was survey and the instrument was the questionnaire, and for learning achievement in the area of mathematics it was the report card for the 2022 school year.

The main conclusion was that the dimensions of motivation obtained from the analysis of non-linear principal components and the dimensions of learning achievement in the area of mathematics of the students of the Inca Garcilaso de la Vega school, Cusco 2022 had a significant degree of correlation (p-value 0.00) and moderate of $\rho = 0.486$ obtained from the canonical correlation analysis, that is, the dimensions of learning achievement in the area of mathematics such as solves quantity problems, solves problems of regularity, equivalence and change, solves problems of shape, movement and location and solve data management problems and uncertainty depended on 23.61% ($\rho^2 = 0.486^2$) of the dimensions of motivation, which are: individual achievement motivation and group achievement motivation.

Keywords: Motivation, learning achievement in the area of mathematics, nonlinear principal components and canonical correlation.

INTRODUCCION

El presente trabajo de investigación tuvo como objetivo general, establecer la relación entre la motivación y el logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 obtenido de la aplicación del análisis de correlación canónica y componentes principales no lineales. En esa medida, el desarrollo del estudio siguió los lineamientos establecidos en la organización de la tesis proporcionados por la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, de acuerdo al detalle siguiente:

I. Planteamiento del problema: Se describe la situación problemática desde un nivel internacional, nacional, regional y local también se formula el problema general y específicos; así como, el desarrollo de la justificación de la investigación; finalmente, se planteó también el objetivo general y específicos del presente estudio.

II. Marco teórico conceptual: Comprende los fundamentos teóricos de conceptos generales de estadística multivariado, componentes principales lineales y no lineales, correlación canónica, las variables de estudio y sus dimensiones, palabras claves del presente trabajo de investigación; asimismo, se desarrolló los antecedentes nacionales, internacionales y locales de trabajos previos a la investigación que sirvieron como base para la presente tesis y se plantea la hipótesis general y específicas en base a los objetivos planteados. Por otro lado, se identificó las variables de estudio, determinando las dimensiones de cada una de ellas; finalmente, se efectuó la matriz de operacionalización de variables.

III. Metodología: Se describió el ámbito de estudio de la institución educativa según su localización política y geográfica, como también el tipo y nivel de la investigación, la unidad de análisis, población de investigación, el tamaño de muestra, método de muestreo,

técnica e instrumentos utilizados para recopilar datos, así como también procesamiento, análisis e interpretación de la información y las pruebas de hipótesis planteadas.

IV. Resultados y discusión: Se realizó el procesamiento, análisis de la información luego procedimos con la explicación y contraste con otros resultados de investigaciones; también se probó las hipótesis y se presentaron los hallazgos.

V. Conclusiones y recomendaciones: Por último, se desarrolló las conclusiones acordes a los objetivos e hipótesis planteadas y recomendaciones para mejorar y solucionar la situación problemática de la institución.

También se muestra las referencias bibliográficas utilizada en la investigación; en la sección de anexos podemos encontrar la matriz de consistencia de la investigación, los instrumentos de recolección de información como las actas de notas, el cuestionario sobre motivación, medios de verificación y otros (instrumentos de validación, actas de notas, autorización, fotos)

CAPITULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Situación problemática

Alvites (2017) indica que el logro del aprendizaje de la matemática es esencial en la formación de los estudiantes que cursan la educación básica regular, aunque las instituciones educativas realicen el mayor de los esfuerzos en la enseñanza de esta asignatura, todavía sigue siendo un problema de aprendizaje a nivel mundial, este problema provoca que los estudiantes demuestren en los exámenes a nivel mundial bajos resultados como los obtenidos en el Informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA, 2018) en el cual participaron 79 países, nuestro país Perú obtuvo el puesto 65 con un puntaje total de 400 puntos ubicándolo por debajo de la media de 420 puntos en la prueba de matemática, en Latinoamérica donde participaron 10 países, Perú se ubica en el quinto puesto por debajo de Costa Rica, Chile, México y Uruguay. Por otro lado, un estudio en Ecuador realizado por los docentes Chacón, Garcia, Ochoa, & Erazo (2022) descubrieron que no todos los estudiantes se sienten motivados antes de iniciar con el aprendizaje de la asignatura de matemática en su institución educativa, además están desinteresados en seguir investigando más sobre los temas de matemática.

A nivel nacional los estudiantes de la educación básica regular están mostrando un bajo nivel de logro en el desarrollo de competencias matemática, esto se refleja en los resultados de la evaluación censal de estudiantes (ECE, 2019) en el cual se obtuvo que el 85,9% de los estudiantes no alcanzan el nivel satisfactorio, específicamente el 32,3% se encuentran en el nivel previo al inicio, el 39.3% en inicio, 16.9% en proceso y 14,1% se encuentra en satisfactorio.

Cárdenas (2019) encontró que los estudiantes de una institución de Comas presentaban un nivel de motivación bajo también presentaban un rendimiento académico bajo en matemática.

A nivel regional los resultados de la prueba ECE (2019) mostraron que el 83,9% de los estudiantes se ubican por debajo del nivel de satisfactorio en la prueba de matemática, específicamente el 35,8% se encuentran en el nivel de previo al inicio, el 31,9% en inicio, 16,2% en proceso y 16,1% se encuentra en el nivel satisfactorio.

En el distrito de Urcos, Quispe (2019) encontró que un gran porcentaje de los estudiantes se encuentra poco motivados en el logro académico obteniendo que un 26,9% se encuentra en el nivel bajo y 37,5% medianamente motivados.

En la ciudad del Cusco, la institución educativa Inca Garcilaso de la Vega tiene como misión formar ciudadanos líderes y competentes para una vida plena o allin kawsay, se espera que los estudiantes al finalizar sus estudios secundarios logren los aprendizajes en matemática correspondientes al séptimo ciclo que establece el currículo nacional de la educación básica (CNEB, 2016). En el año 2022 los estudiantes del quinto grado de secundaria mostraron bajo rendimiento académico en la mayoría de las asignaturas y más aún en matemática, según la prueba diagnóstico realizado a inicios del año escolar según entrevista con la coordinadora de ciencias de la institución. También se evidencio que los estudiantes presentaban poca motivación en el aprendizaje de la matemática según entrevistas a los docentes del área, quienes indicaron que la mayoría de los estudiantes presentan poca preocupación en realizar las tareas de forma correcta y solo lo realizan por el cumplimiento de la obligación, se evidencio que la mayoría de los estudiantes durante las sesiones presentan poco interés en profundizar los temas de matemática.

Es importante realizar un estudio que establezca la relación entre la motivación y logros de aprendizaje en el área de matemática en los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, utilizando métodos estadísticos multivariados como es el análisis de correlación canónica y componentes principales no lineales.

El método de componentes principales no lineales revelara nuevas dimensiones que subyacen en la motivación de los estudiantes a su vez estas aportaran información valiosa como descubrir que ítems de la motivación aportaron en la construcción de cada dimensión y como se manifiesta en la actividad de los estudiantes. Es importante descubrir la relación de estas dimensiones que se encuentran ocultos en la motivación con las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática utilizando el análisis de correlación canónica que mostrara la magnitud y el sentido de la correlación. Estos resultados beneficiaran a las autoridades de la institución como es el director, subdirectores, coordinadores, personal administrativo y docentes con el propósito de tomaran decisiones para mejorar la motivación de los estudiantes teniendo en cuenta las nuevas dimensiones ocultas y mejorar así los aprendizajes que se esperan que los estudiantes en el área de matemática.

1.2. Formulación del problema

a) Problema general

¿Cuál es la relación entre la motivación y logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 obtenido de la aplicación del análisis de correlación canónica y componentes principales no lineales?

b) Problemas específicos

1. ¿Cuáles son los ítems que presentan mayor repercusión en las dimensiones de la motivación de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022, obtenido de la aplicación del análisis de componentes principales no lineales?

2. ¿Cuál es el nivel de las dimensiones de la motivación de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 obtenido del análisis de componentes principales no lineales?
3. ¿Cuál es el nivel de las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022?

1.3. Justificación de la investigación

1.3.1. Conveniencia

El estudio permitirá descubrir nuevas dimensiones que se ocultan en la motivación utilizando el método de componentes principales no lineales, medir la relación de las dimensiones de la motivación con el logro de aprendizajes en el área de matemática de los estudiantes del quinto grado de secundaria de la institución educativa Inca Garcilaso de la Vega de la ciudad del cusco en el año 2022, en base a estos resultados el director y su plana administrativa gestionará un plan para mejorar la motivación de logro académico en el área de matemática priorizar aquellos ítems que representa mayor repercusión en las nuevas dimensiones de la motivación, mejorar las estrategias de enseñanza de la matemática en los estudiantes,

1.3.2. Relevancia social

Medir la relación entre motivación y logros de aprendizaje en matemática impulsara al Ministerio de Educación a invertir más presupuesto en capacitar a nuestros docentes del país e invertir en investigaciones relacionados al tema de motivación, con el fin de mejorar los aprendizajes de los estudiantes en el área de matemática.

1.3.3. Implicación metodológica

En el presente estudio se construirá un cuestionario validado para medir la motivación de los estudiantes la misma que servirá de base para otros estudios. También una metodología para encontrar las dimensiones que subyacen en la motivación utilizando métodos estadísticos multivariados.

1.4. Objetivos de la investigación

a) Objetivo general

Establecer la relación entre la motivación y el logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 obtenido de la aplicación del análisis de correlación canónica y componentes principales no lineales.

b) Objetivos específicos

1. Determinar los ítems que presentan mayor repercusión en las dimensiones de la motivación de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022, obtenido de la aplicación del análisis de componentes principales no lineales
2. Describir el nivel de las dimensiones de la motivación de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 obtenido del análisis de componentes principales no lineales.
3. Describir el nivel de las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022

CAPITULO II: MARCO TEORICO CONCEPTUAL

2.1. Bases teóricas

2.1.1. Conceptos generales

a) Matriz

Stanley (2012) define a una matriz A como elemento del espacio vectorial $A_{np}(K)$

donde K es un cuerpo y se puede representar como:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{np} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

b) Traza de una matriz

Peña (2002) define la traza de una matriz cuadrada M como un escalar que se obtiene de sumar aquellos elementos que se encuentra ubicados en la diagonal principal.

$$tr(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii} \quad (2.2)$$

Propiedades

- $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$
- $tr(\lambda A) = \lambda tr(A)$
- $tr(ABC) = tr(CAB) = tr(BCA)$ en el supuesto que todos los productos estén definidos

c) Determinante de una matriz

Jhonson y Wichern (2007) indican como se obtiene la determinante de una matriz cuadrada A de orden k como:

$$|A| = a_{11} \text{ si } k = 1$$

$$|A| = \sum_{j=1}^k a_{1j} |A_{1j}| (-1)^{1+j} \text{ si } k > 1 \quad (2.3)$$

donde:

A_{1j} es la matriz obtenida al eliminar la primera fila y j-ésima columna de A. Además, la determinante también puede ser construida tomando cualquier fila, es decir.

$$|A| = \sum_{j=1}^k a_{ij} |A_{ij}| (-1)^{i+j} \quad (2.4)$$

Propiedades: Sea A y B dos matrices cuadradas de orden n entonces se cumple

- $|\lambda A| = \lambda^n |A|$
- $|A'| = |A|$
- $|AB| = |A||B|$

d) Inversa de una matriz

Jhonson y Wichern (2007) afirman que la inversa de una matriz cuadrada A de orden k es otra matriz cuadrada del mismo orden denotado por: A^{-1} la cual debe cumplir la siguiente igualdad.

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I \quad (2.5)$$

donde:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \text{ es la matriz identidad}$$

Cada elemento a_{ij} de A^{-1} se puede obtener usando la siguiente formula

$$a_{ij} = \frac{A_{ji}}{|A|}(-1)^{i+j} \quad (2.6)$$

Donde: A_{ij} es la matriz obtenida al eliminar la primera fila y j-ésima columna de A

Propiedades

- $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
- $(A')^{-1} = (A^{-1})'$
- $|A^{-1}| = |A|^{-1}$

e) Valores propios de una matriz cuadrada

Peña (2002) indica el procedimiento para obtener los valores propios de una matriz cuadrada. Sea A una matriz cuadrada de orden k y sea I la matriz identidad de orden k . Los escalares $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ que satisfacen la ecuación polinomial $|A - \lambda I| = 0$, se denominan valores propios (o raíces características) de una matriz A y la ecuación $|A - \lambda I| = 0$ (en función de A) se denomina ecuación característica.

Propiedades

- $|A| = \prod_{i=1}^k \lambda_i$
- $tr(A) = \sum_{i=1}^k \lambda_i$

f) Vector propio de una matriz cuadrada

Peña (2002) indica cómo se obtiene el vector propio de una matriz cuadrada. Sea A una matriz cuadrada de dimensión k y sea λ un valor propio de A.

Sea x es un vector distinto de cero tal que cumpla la siguiente igualdad.

$$Ax = \lambda x \quad (2.7)$$

Entonces se dice que x es un vector propio de la matriz A , asociada con el valor propio λ .

g) Forma cuadrática

Jhonson y Wichern (2007) indican que una forma cuadrática se expresa como $Q(x)$ y está en función de variables x_1, x_2, \dots, x_K de la siguiente forma:

$$Q(x) = x'Ax \quad (2.8)$$

donde:

- $x' = [x_1, x_2, \dots, x_K]$
- A es una matriz simétrica de orden k .

h) Diagonalización de una matriz

Peña (2002) menciona que una característica de las matrices simétricas es la diagonalización

$$U'AU = D \quad (2.9)$$

donde:

A : Es la matriz a diagonalizar

U : Es la matriz cuyas columnas son vectores propios de la matriz A

D : Es la matriz diagonal donde sus elementos son los valores propios de la matriz A

i) Matriz de datos

Jhonson y Wichern (2007) indican que los datos multivariados surgen cada vez que un investigador busca comprender un problema social o fenómeno físico, selecciona un número $p \geq 1$ de variables o caracteres a registrar. Los valores de estas variables se registran todos para cada elemento distinto, individuo o unidad experimental. La notación x_{jk} indicar el valor particular de la k -ésima variable que se observa en el ítem j -ésimo. Eso es,

x_{jk} = Medida de la k-ésima variable en el j-ésimo elemento

Estos datos se pueden mostrar como una matriz rectangular llamada X, de n filas y p columnas:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} & \dots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \dots & \vdots \\ x_{j1} & x_{j2} & \dots & x_{jk} & \dots & x_{jp} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} & \dots & x_{np} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

A esta matriz **X** se le conoce como matriz de datos.

j) **Vector aleatorio**

Jhonson y Wichern (2007) define un vector aleatorio como un vector cuyos elementos son variables aleatorias, así como sus medidas de ubicación, dispersión y asociación lineal.

Esperanza matemática de un vector aleatorio

La esperanza matemática de un vector aleatorio es un vector cuyos componentes son las esperanzas matemáticas de cada una de sus componentes (variables aleatorias).

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(X_1) \\ E(X_2) \\ \vdots \\ E(X_p) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Matriz de varianzas y covarianzas de un vector aleatorio

Jhonson y Wichern (2007) es una matriz Σ en el cual sus elementos de la diagonal principal son las varianzas de las variables y fuera de ella son las covarianzas entre pares de variables, es decir.

$$\Sigma = \text{Cov}(X) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \dots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

donde:

- Los términos de la diagonal principal σ_{ii} son las varianzas marginales de cada componente del vector aleatorio:
- los términos fuera de la diagonal principal σ_{ik} son las covarianzas de pares de variables.

Matriz de correlación de un vector aleatorio

La matriz de correlación de un vector aleatorio se define como:

$$\rho = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1p} \\ \rho_{21} & 1 & \dots & \rho_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{p1} & \rho_{p2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

donde:

$$\rho_{ik} = \frac{\sigma_{ik}}{\sqrt{\sigma_{ii}}\sqrt{\sigma_{kk}}} \quad (2.14)$$

Los términos fuera de la diagonal principal son las correlaciones de Pearson entre pares de variables y mide el grado de correlación lineal

k) Partición de un vector aleatorio

Jhonson y Wichern (2007) indican que a menudo, las características medidas en ensayos individuales caerán naturalmente en dos o más grupos. Como ejemplos, considere las mediciones de variables que representan consumo e ingresos o variables que representan rasgos de personalidad y físico característicos. Un enfoque para manejar estas situaciones es dejar que las características se ubican en distintos grupos como subconjuntos de la colección total de características.

Se puede particionar las p características contenidas en el vector aleatorio X , por ejemplo, dos grupos de tamaño q y $p - q$, respectivamente. Por ejemplo, podemos escribir

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_q \\ \dots \\ X_{q+1} \\ \vdots \\ X_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^{(1)} \\ \dots \\ X^{(2)} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

donde:

- $X^{(1)}$: Es un vector aleatorio conformado por las primeras q variables
- $X^{(2)}$: Es un vector aleatorio conformado por las restantes variables

l) Esperanza matemática de la partición de un vector aleatorio

La esperanza matemática de $X^{(1)}$ y $X^{(2)}$ se obtienen de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \mu^{(1)} \\ \dots \\ \mu^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(X^{(1)}) \\ \dots \\ E(X^{(2)}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(X_1) \\ \vdots \\ E(X_q) \\ \dots \\ E(X_{q+1}) \\ \vdots \\ E(X_p) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

m) Matriz de varianzas y covarianzas de un vector particionado

Jhonson y Wichern (2007) particionan la matriz Σ de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \vdots & \Sigma_{12} \\ \dots & \vdots & \dots \\ \Sigma_{21} & \vdots & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

donde:

- Σ_{11} es la matriz de varianzas de $X^{(1)}$
- Σ_{22} es la matriz de varianzas de $X^{(2)}$
- Σ_{12} es la matriz de covarianzas entre $X^{(1)}$ y $X^{(2)}$

n) Matriz de correlación de un vector aleatorio particionado

La matriz de correlaciones para $X^{(1)}$ y $X^{(2)}$ se obtiene de la siguiente manera:

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \vdots & \rho_{12} \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ \rho_{21} & \vdots & \rho_{22} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

donde:

- ρ_{11} : Es la matriz de correlaciones del vector $X^{(1)}$, cada componente de ρ_{11} mide la relación lineal entre las componentes del vector $X^{(1)}$
- ρ_{22} : Es la matriz de correlaciones del vector $X^{(2)}$, cada componente de ρ_{22} y mide la relación lineal entre las componentes del vector $X^{(2)}$
- ρ_{12} : Es la matriz de correlaciones entre el vector $X^{(1)}$ y $X^{(2)}$, cada componente de ρ_{12} mide la relacion lineal entre las componentes del vector $X^{(1)}$ y $X^{(2)}$

o) Partición de la matriz de datos

Jhonson y Wichern (2007) mencionan que la matriz de datos X de orden $n \times p$ se puede particionar en dos grupos como:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{q1} & \cdots & x_{qp} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{q+1,1} & \cdots & x_{q+1,p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n,1} & \cdots & x_{n,p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^{(1)} \\ \cdots \\ X^{(2)} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

donde:

- $X^{(1)}$: Es la matriz de datos del primer grupo
- $X^{(2)}$: Es la matriz de datos del segundo grupo

p) Partición del vector de promedios muestrales

El vector de promedio muestrales particionado para $X^{(1)}$ y $X^{(2)}$ se obtiene como:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \vdots \\ \bar{x}_q \\ \dots \\ \bar{x}_{q+1} \\ \vdots \\ \bar{x}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x}^{(1)} \\ \dots \\ \bar{x}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

donde:

- $X^{(1)}$: Es la matriz de datos del primer grupo
- $X^{(2)}$: Es la matriz de datos del segundo grupo

q) Partición de una matriz de varianzas y covarianzas de una muestra (S)

Jhonson y Wichern (2007) indican que la partición de S se obtiene como:

$$S_n = \begin{bmatrix} S_{11} & \vdots & S_{12} \\ \dots & \vdots & \dots \\ S_{21} & \vdots & S_{22} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

donde:

- S_{11} es la matriz de varianzas muestrales de $X^{(1)}$
- S_{22} es la matriz de varianzas muestrales de $X^{(2)}$
- S_{12} es la matriz de covarianzas muestrales entre $X^{(1)}$ y $X^{(2)}$

r) Partición de una matriz de correlación muestral (R)

Jhonson y Wichern (2007) indican que la partición de R se obtiene como:

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & \vdots & R_{12} \\ \dots & \vdots & \dots \\ R_{21} & \vdots & R_{22} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

donde:

- R_{11} : Es la matriz de correlación muestral para el primer grupo
- R_{22} : Es la matriz de correlación muestral para el segundo grupo

- $R_{12} = R_{21}$: Es la matriz de correlación muestral entre los dos grupos

s) Esperanza matemática y varianza de transformaciones lineales

Peña (2002) indica cómo se obtiene la esperanza matemática y varianza de un vector Y que sea una transformación lineal de un vector X .

Sea X un vector aleatorio de dimensión $p \times 1$ y definamos un nuevo vector aleatorio Y de dimensión $m \times 1$, ($m \leq p$), como

$$Y = AX \quad (2.23)$$

donde:

A es una matriz rectangular de dimensiones $(m \times p)$. Llamando μ_X, μ_Y , a sus vectores de medias y Σ_X, Σ_Y a las matrices de covarianzas respectivamente, se verifica la relación:

$$\mu_Y = A\mu_X \quad (2.24)$$

$$\Sigma_Y = A\Sigma_X A' \quad (2.25)$$

donde:

A' es la matriz transpuesta de A .

t) Esperanza condicionada

Peña (2002) define la esperanza matemática de un vector $X^{(1)}$ condicionada a un valor concreto de un vector $X^{(2)}$ como:

$$E[X^{(1)}/X^{(2)}] = \int X^{(1)} f(X^{(1)}/X^{(2)}) dX^{(1)} \quad (2.26)$$

En general esta expresión será una función del valor $X^{(2)}$. Cuando $X^{(2)}$ es un valor fijo, la esperanza condicionada será una constante. Si $X^{(2)}$ es una variable aleatoria, la esperanza condicionada será también una variable aleatoria.

u) Varianza condicionada

Peña (2002) indica cómo se obtiene la varianza de $X^{(1)}$ condicionada a $X^{(2)}$ usando la siguiente definición.

$$\text{Var}(X^{(1)}/X^{(2)}) = E[X^{(1)} - \mu^{(1)}/X^{(2)}]^2 \quad (2.27)$$

2.1.2. Análisis de componentes principales lineales (ACPL)

Peña (2002) afirma que el ACPL tiene como objetivo construir nuevas variables incorrelacionadas a partir de un grupo de variables de forma lineal con la condición que represente adecuadamente la información de la variabilidad de las variables originales.

A partir de esto, el ACPL se define como un método estadístico para aprovechar las relaciones existentes entre las variables originales y construir nuevas variables incorrelacionadas desapareciendo el problema de la colinealidad, evitando perder información y pudiendo así explicar mejor la variabilidad de los datos. (González & Taborda, 2015)

a) Contraste de independencia

Peña (2002) analiza la independencia de vectores aleatorios cuantitativos realizando un test sobre la matriz de varianzas y covarianzas V

H_0 : Las variables son independientes

H_a : Las variables no son independientes, existe relación

Bajo el supuesto de normalidad el estadístico de prueba

$$\lambda = n \log \frac{\prod s_{ii}}{|S|} + n \text{tr} \hat{V}_0^{-1} S - np = -n \log |R| \quad (2.28)$$

Se distribuye asintóticamente como una χ^2 con grados de libertad $\frac{p(1-p)}{2}$, donde n es el número de filas de la matriz de datos y p es el número de variables de la misma matriz

b) La primera componente principal

Peña (2002) establece cómo se obtiene la primera componente principal Z_1 , utilizando la información de un grupo de variables y teniendo en cuenta la variabilidad máxima que retiene

Sea X una matriz de datos, cuyas columnas son: X_1, X_2, \dots, X_p variables cuantitativas, Z_1 se obtiene como:

$$Z_1 = Xa_1 \quad (2.29)$$

donde:

$a_1 = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_p)'$ es el vector propio del mayor valor propio λ obtenido de la matriz de varianzas y covarianza muestral asociado a X_1, X_2, \dots, X_p

c) La segunda componente principal

Peña (2002) establece cómo se obtiene la segunda componente principal Z_2 utilizando la información de un grupo de variables asociado a X_1, X_2, \dots, X_p y teniendo en cuenta la variabilidad máxima que retiene, pero con la condición de que este incorrelacionado con la primera componente principal de la siguiente forma.

$$Z_2 = Xa_2, \quad \rho(Z_1, Z_2) = 0 \quad (2.30)$$

donde:

- a_2 : Es el vector propio asociado al segundo mayor valor propio λ obtenido de la matriz de varianzas y covarianza muestral asociado a X_1, X_2, \dots, X_p

- X : es la matriz de datos
- Z_2 : segunda componente principal

Se puede buscar más de dos componentes principales usando el mismo criterio

d) Variabilidad explicada por las componentes principales

Giraldo (2021) afirma que es posible crear un indicador que permita medir cuanta variabilidad conserva cada una de las componentes principales, el cual recibirá el nombre de varianza proporcional (VP) y define como:

$$VP = \frac{\lambda_j}{\sum_{j=1}^p \lambda_j} \quad (2.31)$$

donde:

- λ_j : es el valor propio asociado a la j -ésima componente principal
- p : es el número total de variables

e) Variabilidad acumulada explicada por las componentes principales

Giraldo (2021) afirma que un grupo de componentes principales recogen cierta variabilidad de los datos originales X_1, X_2, \dots, X_p , usando el siguiente indicador:

$$VPA = \frac{\sum_{j=1}^q \lambda_j}{\sum_{j=1}^p \lambda_j} \quad (2.32)$$

donde:

- λ_j : Valor propio asociado a la j -ésima componente principal
- q : Número de componentes principales escogidos

Usualmente se recomienda conservar la cantidad de componentes que representen entre un 80% a 90% de la varianza total, siendo la primera componente principal a conservar

aquella que tiene mayor valor propio asociado, la segunda componente principal aquella con el segundo mayor valor propio asociado y así sucesivamente.

f) Número de componentes principales

González, Llinás, & Tilano (2008) mencionan que es importante determinar el número de componentes principales los cuales deben recoger la mayor variabilidad de las variables originales. Un criterio consiste en retener tantos componentes principales para lograr un alto porcentaje de explicación de la varianza total. Para ello se utiliza los porcentajes acumulados de los valores propios para explicar la varianza total del problema, junto con un criterio personal acerca de qué se considera un buen porcentaje de explicación. Los investigadores sugieren que para datos tipo de laboratorio puede ser fácil explicar más del 95% de la variabilidad total con sólo dos o tres componentes principales y para datos de tipos de personas, negocios, estudios de mercados, etc., puede ser entre el 70% y el 75% de la variación total.

g) Interpretación de las componentes principales

Giraldo (2021) menciona que la interpretación de una componente principal z depende de la magnitud y el signo de los coeficientes que acompañan a las variables originales. Cuanto mayor sea la magnitud en valor absoluto del coeficiente mayor será la importancia o repercusión de la variable en la componente principal, dependiendo de los signos y magnitud se le atribuirá un nombre a la componente principal

h) Biplots en componentes principales

Giraldo (2021) menciona la importancia de utilizar Biplots en el ACPL con el fin de analizar las asociaciones de las variables y buscar patrones en los individuos, un Biplots es un grafica en el plano donde se representa las variables como vectores y los individuos como

puntos, si los vectores son paralelos existe fuerte correlación entre las variables, pero si son perpendiculares no existe correlación entre las variables.

2.1.3. Análisis de componentes principales no lineales (ACPNL)

Giraldo (2021) afirma que el método de ACPNL cumple con los mismos objetivos que el ACPL el de construir un grupo pequeño de variables incorrelacionadas a partir de un grupo grande de variables que explican un buen porcentaje de la variabilidad, con la ventaja de que permite analizar variables del tipo nominal, ordinal o numérica

El análisis estándar de componentes principales asume relaciones lineales entre las variables numéricas. Por otra parte, el método de escalamiento óptimo permite escalar las variables a diferentes niveles. Las variables categóricas se cuantifican de forma óptima en la dimensionalidad especificada. Como resultado, se pueden modelar relaciones no lineales entre las variables (IBM, 2023).

a) Algoritmo de optimización de componentes principales no lineales

Giraldo (2021) menciona que para aproximar una matriz de datos H de orden $n \times p$ se tiene que reducir la función de pérdida.

$$\sigma_j(Y, X, A) = SSQ(Q - XA') \quad (2.33)$$

Donde:

- Y : Valoraciones buscadas de las variables de la matriz H
- X : Matriz de componentes principales de orden $n \times p$ de rango p
- A : Matriz de carga de orden $m \times p$
- $SSQ ()$: representa la suma de cuadrados de los elementos de la matriz que está dentro del paréntesis

- q_j : pertenece a un cono convexo definido en R^n donde su media vale cero y $SSQ(q_j) = 1$ y es el vector columna de la matriz Q ,

Para minimizar la función de pérdida se puede utilizar el algoritmo de mínimos cuadrados alternantes.

b) Escalamiento óptimo mediante mínimos cuadrados alternantes

Tapia (2007) menciona que el algoritmo de mínimos cuadrados alternantes se utiliza cuando se busca minimizar una función sobre matrices de parámetros desconocidos, para esto es necesario actualizar una matriz a la vez mientras se mantienen las otras fijas, con el fin de que cada actualización mejore el valor de la función y sea localmente optimizada sobre el conjunto de las matrices de los parámetros

El algoritmo comienza dando un valor inicial de una matriz $A = A_0$, a continuación, se realiza los siguientes pasos.

- Primer paso construir $X = HA(A'A)^{-1}$
- Segundo paso: construir $A = H'X(X'X)^{-1}$
- Tercer paso se calcula $y_j = D_j^{-1}G_j'Xa_j$ y $q_j = G_jy_j$
- Finalmente se minimiza $SSQ(Q - XA')$

donde:

- $q_j = G_jy_j$
- G_j es la matriz indicadora de las categorías de la variable h_j siendo esta la variable j de la matriz de datos H
- y_j : son las valoraciones buscadas para la variable h_j

Estos pasos se realizan iterativamente hasta lograr encontrar las cuantificaciones de las categorías de las variables cualitativas.

Existen tres procedimientos para minimizar la función $SSQ(Q - XA')$ denominados: MMNFAEX, PRINQUAL y PRINCALS. Estos métodos minimizan la función de pérdida en base a los métodos de mínimos cuadrados alternantes es decir minimiza respecto a X manteniendo fijo a_j , luego minimiza a_j manteniendo fijo X es decir alternando

Procedimiento MMNFAEX

Tapia (2007) menciona que el procedimiento MMNFAEX es usando cuando las variables de estudio son del tipo ordinal y numérico

Procedimiento PRINQUAL Y PRINCALS

Tapia (2007) menciona que los métodos PRINQUAL y PRINCALS se usa cuando las variables de estudio son del tipo cualitativo (ordinal y nominal) y cuantitativo. el método PRINQUAL se encuentra en el paquete estadístico SAS, el método PRINCALS se encuentra disponible en el software estadístico SPSS. Este último método es el más usado en la práctica.

c) Algoritmo de optimización usando el método PRINCALS

Tapia (2007) indica los procedimientos para minimizar la función de pérdida usando el método PRINCALS, la cual se presenta a continuación.

- **Primer paso:** Se inicia con matriz X , y que cumpla $u'X = 0$ y $X'X = nI_p$
- **Segundo paso:** Se calcula las cuantificaciones categóricas múltiples

$$\hat{Y}_j = D_j^{-1}G_jX, \quad j \in J, w_j = y_j'D_jy_j \quad (2.34)$$

- **Tercer paso:** Se estiman los pesos

$$\hat{\alpha}_j = \frac{\hat{Y}_j D_j v_j}{w_j}, \quad j \in J, v_j = a_j' a_j \quad (2.35)$$

- **Cuarto paso:** Se estiman las cuantificaciones categóricas simples a través de:

$$\hat{y}_j = \hat{Y}_j a_j / v_j, \quad j \in J \quad (2.36)$$

- **Quinto paso:** Se relaciona el nivel de medida de la j-ésima variable realizando una regresión lineal o monótona según sea el caso

- **Sexto paso:** Se actualizan las cuantificaciones categóricas múltiples usando:

$$\hat{y}_j = \hat{Y}_j \hat{\alpha}_j, \quad j \in J \quad (2.37)$$

Séptimo paso: Se calculan las puntuaciones de los objetos

$$\hat{X} = J^{-1} \sum_{j=1}^J G_j Y_j \quad (2.38)$$

- **Octavo paso:** Se centran las columnas y ortonormalizan la matriz de puntuaciones de los objetos.
- **Noveno paso:** Se utiliza un criterio de convergencia

d) Supuestos

Giraldo (2021) menciona que el método de ACPNL no requiere de muchos supuestos, se requiere que las variables pueden ser del tipo ordinal, nominal o numérica, para poder realizar el análisis correspondiente.

e) Vectores de cargas

Giraldo (2021) menciona que las cargas son las aportaciones de las variables en la construcción de las dimensiones o componentes y demuestra que viene hacer la correlación entre las nuevas componentes y las variables cuantificadas. Cuanto mayor sea la magnitud en valor absoluto del coeficiente mayor será la importancia o repercusión de la variable en la dimensión o componente, dependiendo de los signos y magnitud se le atribuirá un nombre a la componente.

f) Valores propios en ACPNL

Giraldo (2021) menciona que en el ACPNL la obtención de cada valor propio se realiza por medio del cálculo de la norma de los vectores de cargas correspondiente a cada componente, también se demuestra que el coeficiente de correlación entre una componente principal y una variable cuantificada se define como:

$$\lambda_i = \|v_j\|^2 \quad (2.39)$$

Donde:

- λ_i : i-ésimo autovalor
- v_j : vector de carga de la j-ésima componente

g) Varianza explicada por las componentes

Las componentes obtenidas del análisis de componentes principales no lineales muestran una proporción de variabilidad que explican cada uno de estos componentes.

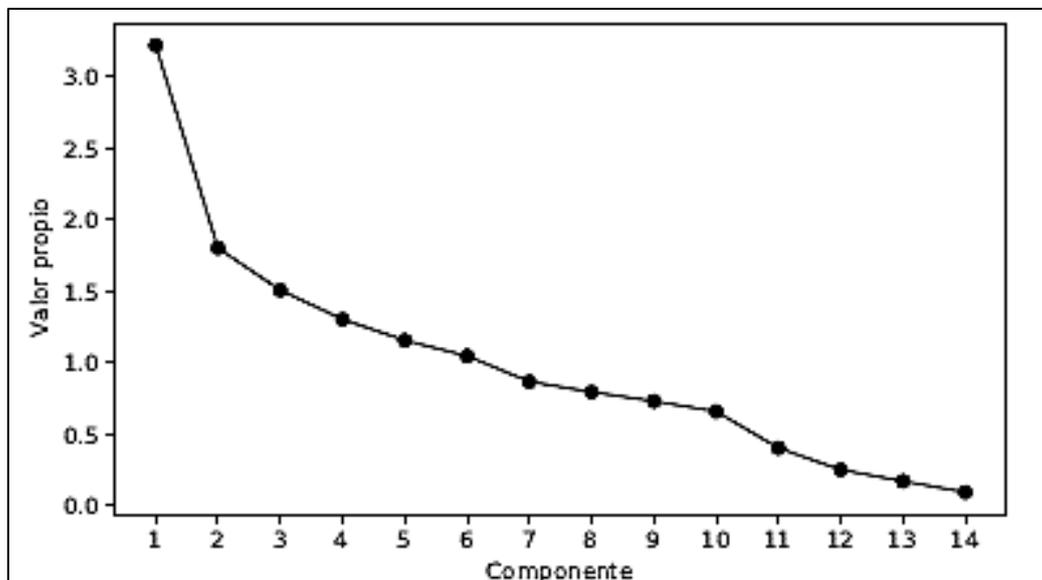
Giraldo (2021)

a) Criterios para determinación del número de dimensione en ACPNL

Giraldo (2021) menciona que una herramienta para determinar el número apropiado de componentes principales no lineales a utilizar, es el gráfico de sedimentación. El gráfico de sedimentación consiste en ubicar los valores propios de mayor a menor asociándolos con sus respectivas componentes y seleccionar aquellos componentes hasta un punto de quiebre en la cual el resto sean constantes

Figura 1

Gráfico de sedimentación



Nota. Obtenido de la tesis. Estudio de las técnicas de reducción de dimensión basadas en componentes principales: Análisis de componentes principales no lineales (p. 100), por Giraldo (2021)

Giraldo (2021) menciona también, en ocasiones el interés del investigador se centra en conservar una determinada proporción de la variabilidad contenida en los datos, para esto es necesario calcular la variabilidad porcentual para cada una de las componentes y decidir por

criterio de la investigación que cantidad de la variabilidad porcentual acumulada se desea retener

Por otro lado, IBM (2023) sugiere como regla general cuando todas las variables son nominales, ordinales o numéricas, el número de dimensiones debe ser igual al número de autovalores mayores que 1.

b) Puntuaciones de los objetos en las dimensiones obtenidas del ACPNL

Giraldo (2021) indica que los individuos obtienen una puntuación que es un número real respecto a cada componente principal, con lo que se puede realizar comparaciones entre ellos, con respecto a cada dimensión o componente. Al igual que en el ACPL estas puntuaciones pueden ser utilizadas para construir un biplot en el que se puedan identificar patrones y relaciones entre los individuos y variables. Además, las variables nominales múltiples pueden ser graficadas dentro de este espacio funcionando como centroides de las diferentes categorías a las que pertenecen los individuos. Este grafico es llamado Triplot

IBM (2023) indica que se puede hacer un listado y un gráfico de puntuaciones de los objetos de estudio en las dimensiones del ACPNL. El gráfico de las puntuaciones de objeto puede ser útil para detectar valores atípicos, detectar grupos típicos de objetos o revelar algunos patrones especiales.

2.1.4. Correlación canónica

Según Matías (2017) la correlación canónica es un método estadístico multivariado y mide la existencia de correlación de dos grupos de variables cuantitativas.

Peña (2002) afirma que, para medir la relación de dos grupos de variables, se debe buscar una variable que sea una combinación lineal de las variables del primer grupo que este

altamente correlacionado con otra variable que es combinación lineal de las variables del segundo grupo, a estas variables se les denomina variables canónicas.

a) Prueba de hipótesis de existencia de asociación entre dos grupos de variables.

Mardia, Kent y Bibby (1979) indican el procedimiento para saber si existe asociación entre dos grupos usando una prueba de hipótesis

Ho: $\Sigma_{12} = 0$ (los dos conjuntos de las variables no están correlacionadas entre sí)

Ha: $\Sigma_{12} \neq 0$ (los dos conjuntos de las variables si están correlacionadas entre sí)

En el supuesto de normalidad, el estadístico de prueba bajo la hipótesis nula está dado por:

$$\lambda_{\frac{2}{n}} = |I - S_{22}^{-1}S_{21}S_{11}^{-1}S_{12}| = \prod_{i=1}^k (1 - r^2) \quad (2.40)$$

El cual tiene una distribución de Wilks $\lambda_{\frac{2}{n}} \sim \Lambda(p, n - 1 - q, q)$, donde r_1, r_2, \dots, r_k son los coeficientes de correlación canónica de la muestra y $k = \min(p, q)$. usando la aproximación de Barlett's se tiene:

$$-\left\{n - \frac{1}{2}(p + q + 3)\right\} \log \prod_{i=1}^k (1 - r^2) \sim \chi_{pq}^2 \quad (2.41)$$

Asintóticamente para n grande.

b) variables canónicas

Peña (2002) menciona que una variable canónica se construye como una combinación lineal del primer grupo de variables $X^{(1)}$ y la otra variable canónica se construye como combinación lineal del segundo grupo de variables $X^{(2)}$. De tal forma que la correlación de las variables canónicas sea grande.

Sean los vectores aleatorios cuantitativos $X^{(1)}$ y $X^{(2)}$ se definen las variables canónicas como: $U = a'X^{(1)}$ y $V = b'X^{(2)}$.

donde:

- a : Es vector propio ligado al mayor valor propio de la matriz $\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}$
- b : Es el vector propio ligado al mayor valor propio de la matriz $\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}$
- Σ_{11} : Es la matriz asociado a las varianzas y covarianzas de $X^{(1)}$
- Σ_{22} : Es la matriz asociado a las varianzas y covarianzas de $X^{(2)}$
- Σ_{12} Es la matriz de covarianzas entre $X^{(1)}$ y $X^{(2)}$
- Σ_{21} : Es la matriz de covarianzas entre $X^{(2)}$ y $X^{(1)}$

A los vectores a y b se les conoce como cargas canónicas

Demostración

Sea $X^{(1)}$ y $X^{(2)}$ dos vectores aleatorios cuantitativos, se definen las variables escalares $U = a'X^{(1)}$ y $V = b'X^{(2)}$. Donde a y b son dos vectores que se obtiene bajo la condición de obtener un coeficiente de correlación de Pearson máximo entre U y V

$$\rho = \text{Corr}(U, V) \quad (2.42)$$

Modificando la ecuación 2.42 se tiene:

$$\begin{aligned} \rho &= \text{Corr}(U, V) \\ \rho &= \frac{\text{cov}(U, V)}{\sqrt{\text{Var}(U)} \sqrt{\text{Var}(V)}} \\ \rho &= \frac{a' \text{cov}(X^{(1)}, X^{(2)}) b}{\sqrt{a' \text{Var}(X^{(1)}) a} \sqrt{b' \text{Var}(X^{(2)}) b}} \\ \rho &= \frac{a' \Sigma_{12} b}{(a' \Sigma_{11} a)^{1/2} (b' \Sigma_{22} b)^{1/2}} \end{aligned} \quad (2.43)$$

El objetivo es encontrar a y b en la ecuación (2.43) de tal forma que ρ sea máximo

Se maximizará el cuadrado de ρ pues interesa la magnitud de la relación más que el signo que pueda tener y se impondrá las condiciones $a'\Sigma_{11}a = b'\Sigma_{22}b = 1$, para que las variables U y V tengan varianza unitaria

Para obtener los valores de a y b se utilizará el método de multiplicadores de Lagrange

$$M = (a'\Sigma_{12}b)^2 - \lambda(a'\Sigma_{11}a - 1) - \mu(b'\Sigma_{22}b - 1) \quad (2.44)$$

Derivado M respecto a las variables de interés e igualando a cero se obtiene.

$$\Sigma_{12}b = \lambda\Sigma_{11}a \quad (2.45)$$

$$\Sigma_{21}a = \mu\Sigma_{22}b \quad (2.46)$$

$$a'\Sigma_{11}a = 1 \quad (2.47)$$

$$b'\Sigma_{22}b = 1 \quad (2.48)$$

Multiplicando la primera ecuación por a' y la segunda por b' se tiene:

$$a'\Sigma_{12}b = \lambda a'\Sigma_{11}a = \lambda \quad (2.49)$$

$$b'\Sigma_{21}a = \mu b'\Sigma_{22}b = \mu \quad (2.50)$$

De estas dos ecuaciones se concluye que $\lambda = \mu$ reemplazando en la ecuación (2.46) se obtiene el siguiente resultado:

$$\Sigma_{12}b = \lambda\Sigma_{11}a \quad (2.51)$$

$$\Sigma_{21}a = \lambda\Sigma_{22}b \quad (2.52)$$

Al eliminar b de estas dos ecuaciones se obtiene:

$$\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}a = \lambda^2 a \quad (2.53)$$

por tanto a es el vector propio de la matriz $\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}$ ligado al valor propio λ^2 de manera análoga al eliminar a se obtiene :

$$\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}b = \lambda^2 b \quad (2.54)$$

Por tanto b es el vector propio de la matriz $\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}$ ligado al valor propio λ^2 .

c) Coeficiente de correlación canónica

Peña (2002) indica que el coeficiente de correlación canónica mide la relación entre dos grupos de variables $X^{(1)}$ y $X^{(2)}$ para ello se utiliza las variables canónicas $U = a'X^{(1)}$ y $V = b'X^{(2)}$ este coeficiente se obtiene como el coeficiente de correlación de Pearson entre las variables U y V es decir:

$$\rho = \text{Corr}(U, V) \quad (2.55)$$

O también como:

$$\rho^2 = \lambda^2 \quad (2.56)$$

donde:

- λ : es el mayor valor propio de la matriz $\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}$
- Σ_{11} : Es la matriz asociado a las varianzas y covarianzas de $X^{(1)}$
- Σ_{22} : Es la matriz asociado a las varianzas y covarianzas de $X^{(2)}$
- Σ_{12} Es la matriz de covarianzas entre $X^{(1)}$ y $X^{(2)}$
- Σ_{21} : Es la matriz de covarianzas entre $X^{(2)}$ y $X^{(1)}$

d) El k-ésimo par de variables canónicas

Para un par de grupos de variables $X^{(1)}$ y $X^{(2)}$. Peña (2002) indica que se puede obtener las k variables canónicas primero ordenando de mayor a menor los valores propios de la matriz $\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}$ es decir: $\rho_1^{*2} \geq \rho_2^{*2} \geq \dots \geq \rho_p^{*2}$ y escoger los vectores propios: e_1, e_2, \dots, e_p correspondiente a la matriz $\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}$ para construir la variable canónica U_i como:

$$U_i = e_i \quad (2.57)$$

Y escoger los vectores propios: f_1, f_2, \dots, f_p correspondiente a la matriz $\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}$ para para construir la variable canónica V_i como:

$$V_i = f_i \quad (2.58)$$

e) **Estimación muestral**

Peña (2002) menciona si las matrices $\Sigma_{11}, \Sigma_{22}, \Sigma_{12}, \Sigma_{21}$ son desconocidas se usa una muestra aleatoria, se utiliza en su lugar la matriz asociada a las varianzas y covarianzas muestrales $S_{11}, S_{22}, S_{12}, S_{21}$

donde:

- S_{11} : Matriz asociado a las varianza y covarianzas muestrales del primer grupo de variables
- S_{22} : Matriz asociado a las varianza y covarianzas muestrales del segundo grupo de variables
- $S_{12} = S'_{21}$: es la matriz de covarianzas muestral

Por tanto, escogemos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ que son los vectores propios ligados al mayor valor propio de las matrices $S_{11}^{-1}S_{12}S_{22}^{-1}S_{21}$ y $S_{22}^{-1}S_{21}S_{11}^{-1}S_{12}$

Por tanto, el coeficiente de correlación canónica estimado será $\hat{\rho} = cor(\hat{\alpha}'x, \hat{\beta}'y)$

f) **Coefficiente de correlación de Pearson (ρ)**

El coeficiente de correlación de Pearson “ ρ ” es un escalar adimensional y mide la relación lineal entre dos variables cuantitativas, el signo de ρ ya sea positivo o negativo indica la dirección de la relación, es decir: si es positivo indica que la primera variable es directamente proporcional a la segunda variable a valores positivos de una variable corresponde positivos de la segunda variable y si es negativo existe una relación inversa es decir a valores positivos de una variable corresponde valores negativos de la segunda variable. Si r es igual a 0 indica que no hay relación lineal la nube de puntos no se aproximan a una recta, y si ρ se acerca a -1 o 1 indica una fuerte relación lineal. La obtención de este

coeficiente a nivel poblacional en algunas ocasiones conlleva a un costo económico alto debido a la cantidad de datos en su lugar se utiliza el coeficiente de correlación muestral “r” este último viene hacer la estimación de ρ . (Mendenhall, Beaver, & Beaver, 2006).

La tabla 1 muestra la magnitud del coeficiente de correlación muestral “r” para darle una interpretación según una escala de valores.

Tabla 1

Interpretación del coeficiente de correlación de Pearson

Coeficiente de correlación	Magnitud
Desde 0.00 y menores de 0.10	nula
Desde 0.10 y menores de 0.30	débil
Desde 0.30 y menores de 0.50	moderada
Desde 0.50 y menores de 1.00	fuerte

Nota. Recogida de Hernandez et al. (2018), sobre el uso adecuado del coeficiente de correlación de Pearson: definición, propiedades y suposiciones por

2.1.5. Motivación

La motivación se puede definir como un conjunto de procesos inherente del ser humano que desembocan en la activación, persistencia y dirección de su conducta. Los principales indicadores de la motivación son la atención y perseverancia frente a cualquier tarea que se le presente a la persona. (Núñez , 2009)

La motivación es un concepto ligado a varios aspectos de la cotidianidad del ser humano como lo es laboral, de superación, ámbito educativo, etc. Por ello existe una variedad de definiciones de la motivación esta depende del área a la cual hace referencia es decir su definición depende de la perspectiva en la que se esté estudiando. (Quispe, 2020)

Murray (1938), define la motivación en base al logro de superación como la necesidad de un individuo que lo conduce a realizar una meta de manera rápida y efectiva, también encontró en sus investigaciones que aquellas personas que presentan una alta motivación eran más perseverantes que otras y lograban alcanzar sus los objetivos trazados.

McClelland, Atkinson, Clark & Lowell (1953) definen la motivación de logro de objetivos a como aquellos esfuerzos y acciones de forma persistente hasta alcanzar sus metas y objetivos o sobrepasen los estándares de excelencia.

En el ámbito académico Sella (2017) afirma que la motivación en base al logro de aprendizajes está ligado a la disposición del alumno y su interés en el aprendizaje, también contribuye a desarrollar sus capacidades, superar sus limitaciones y satisfacer sus intereses

En el contexto de logro académico Thornberry (2003) define la Motivación como la disposición que presentan los estudiantes hacia la consecución del éxito de las tareas académicas propuestas según los estándares de excelencia establecidos. La motivación está constituida por las siguientes dimensiones de logro:

Acciones orientadas al logro: Se refiere a las conductas y realización de tareas y trabajos que despliega el estudiante hacia el logro académico en base a estándares establecidos.

Aspiraciones orientadas al logro: Se refiere a las aspiraciones con respecto al deseo y futuro laboral del estudiante usando los conocimientos académicos.

Pensamientos orientados al logro, Se refiere a los pensamientos a futuro y percepciones del estudiante, utilizando conocimientos académicos

1.1.1. Logro de aprendizaje

El logro de aprendizaje de los estudiantes consiste en que ellos desarrollen competencias para enfrentar desafíos de su contexto utilizando habilidades, conocimientos, destrezas y toda capacidad que se requiera. La evaluación de las competencias por parte de los maestros se da desde un enfoque formativo es decir una evaluación constante que se da en todo momento de las sesiones de aprendizaje. Es esencial recoger evidencias que valoren el desempeño de los estudiantes en las instituciones educativas. (MINEDU, 2016)

2.1.6. Logro de aprendizaje en el área de matemática

MINEDU (2016) indica que el logro de aprendizaje en el área de matemática se espera que los estudiantes logren desarrollar competencias para resolver problemas en su contexto, vida cotidiana, situaciones significativas en la cual el estudiante utilice un conjunto de capacidades y desempeños

Las dimensiones del logro de aprendizaje en base a las competencias del área de matemática son:

- Resuelve problemas de cantidad,
- Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio,
- Resuelve problemas de forma movimiento y localización
- Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

a) Resuelve problemas de cantidad

Según el MINEDU (2016) esta competencia comprende la solución de problemas utilizando la noción de cantidad que engloba a los números en diversos sistemas como naturales, enteros, racionales y reales como también sus operaciones y propiedades, y la

aplicación de estos. También involucra análisis financiero como es el interés simple y compuesto así mismo el manejo de porcentajes

En el desarrollo de esta competencia se involucran cuatro capacidades:

Traduce cantidades a expresiones numéricas:

Consiste en que el estudiante logre transformar los enunciados de un problema a un lenguaje matemático que involucre el uso de números y operaciones estas expresiones deben reproducir el contenido de los problemas.

Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones

Consiste en que el estudiante muestre su comprensión de los conceptos que involucre los números, operaciones, propiedades y los exprese de forma clara a los demás usando un lenguaje matemático adecuado.

Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo:

Consiste en que el estudiante seleccione, combine, formule estrategias, procedimientos, estimaciones en el cálculo de operaciones matemática que involucre números, para lo cual utilizara métodos de forma mental o escrito.

Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones:

Consiste en que el estudiante argumente, justifique, fundamente y sustente los resultados en las relaciones que involucre propiedades de los de números, operaciones y propiedades.

b) Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

Según el MINEDU (2016) esta competencia involucra variables numéricas que se encuentran en ecuaciones, inecuaciones, funciones, como también equivalencias que se da en

proporciones directas e inversas y progresiones aritméticas y geométricas para solucionar situaciones significativas.

En el desarrollo de esta competencia se involucran cuatro capacidades:

Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas

Consiste en que el estudiante logre transformar enunciados de los problemas a expresiones algebraicas que involucren variables numéricas y relaciones de cambio, esta expresión refleja de forma correcta el enunciado del problema en un lenguaje matemático.

Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas

Consiste en que el estudiante demuestre su comprensión sobre expresiones algebraicas, utilizando un lenguaje matemático. Así como también interpretar la información que subyace en las expresiones algebraicas.

Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales

Consiste en que el estudiante logre establecer relaciones entre dos cantidades, crear patrones que reflejen la secuencia de las expresiones algebraicas utilizando métodos de solución en la obtención de reglas generales que involucre patrones, series numéricas

Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia

Consiste en que el estudiante argumente utilizando un lenguaje algebraico en la obtención de reglas algebraicas, que reflejen el comportamiento de patrones y en la solución de expresiones algebraicas y relaciones de cambio que da en las ecuaciones o funciones

c) Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

Según MINEDU (2016) esta competencia involucra la solución de problemas en la cual se evalúa la posición en el plano y espacio de objetos o cuerpos geométricos planos y

tridimensionales, como también encontrar las propiedades matemática que poseen dichos cuerpos como son el perímetro, área y volumen, también en la elaboración de planos o construcción de maquetas.

En el desarrollo de esta competencia se involucran cuatro capacidades:

Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones

Consiste en que el estudiante reproduzca los modelos reales utilizando objetos geométricos que reflejen sus propiedades, como también su localización en el espacio o plano, con el fin de reproducir el problema planteado.

Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas

Consiste en que los estudiantes logren comprender y comunicar las propiedades de los objetos geométricos como también sus transformaciones en el plano y el espacio, entender las relaciones que existen entre estos objetos.

Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio

Consiste en que el estudiante realiza una combinación de procedimientos utilizando recursos para combinar y seleccionar propiedades para medir, construir, estimar distancias, transformar formas geométricas.

Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

Consiste en que el estudiante argumente de forma correcta los resultados a los que llega utilizando recursos matemáticos estableciendo, relaciones, estimaciones y propiedades entre objetos lo cual tiene que validarlos, justificarlos o refutarlos utilizando un pensamiento deductivo.

d) Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Según MINEDU (2016) esta competencia consiste en que el estudiante logre entender los fines de la investigación utilizando diversos procedimientos que involucren la recolección de datos, organización, análisis, presentación y toma de decisiones como también comprender que vivimos en un mundo donde las decisiones se basan en probabilidades y eventos seguros e improbables como asignarles una medida.

En el desarrollo de esta competencia se involucran cuatro capacidades:

Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas

Esta capacidad el estudiante debe representar el comportamiento de un conjunto de datos, en tablas como también utilizar medidas de tendencia central, dispersión y tablas de frecuencia. Reconocer los tipos de variables o características de la población o muestra de estudio. Esta capacidad hace referencia a una combinación de análisis en diversos sucesos aleatorios como su representación matemática expresada en un número racional o porcentual

Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos

Esta capacidad consiste en que el estudiante logre expresar su comprensión de los temas estadísticos como también los probabilísticos en diversas situaciones significativas o sucesos aleatorios. Esta capacidad consiste en realizar la interpretación correcta de la información contenida en tablas y gráficos estadísticos reconociendo las fuentes primarias y secundarias.

Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos

Esta capacidad consiste en que el estudiante logre seleccionar, realizar un procedimiento de combinar, adaptar y ser creativo en una amplia y compleja diversidad de procesos, ideas, conocimientos para así almacenar o recolectar y trabajar con los datos con el

fin analizarlos, utilizando métodos estadísticos teniendo en cuenta los tipos de muestreo y su procedimiento de diferentes mediciones que ofrece la estadística como lo probabilístico.

Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida

Esta capacidad consiste en que el estudiante en base a resultados tome decisiones correctas de estimaciones con margen de error mínimo y sustente conclusiones utilizando argumentos estadísticos.

2.2. Marco conceptual (palabras claves)

2.2.1. Correlación

La correlación de dos variables se representa mediante un número adimensional que mide que tan cerca está de la línea recta los puntos de dispersión entre dos variables del tipo cuantitativo. Este coeficiente se denota con la letra minúscula, “r”, a nivel muestral formalmente denominado coeficiente de correlación de Pearson. El signo del coeficiente que puede ser positivo o negativo indica el sentido de la relación de las variables que puede ser directa e inversa, en cambio si toma un valor de cero indica que las dos variables no se relacionan de forma lineal, y si r se aproxima a valores muy cercanos a -1 o 1 conlleva a la conclusión de que los puntos de dispersión se aproximan a una recta (Mendenhall, Beaver, & Beaver, 2006).

2.2.2. Nivel de Significancia

En pruebas estadísticas es necesario utilizar indicadores para tomar decisiones por lo que el nivel de significación es el valor más pequeño del coeficiente α para el cual la hipótesis nula se puede rechazar. Es el riesgo real de cometer un error tipo I que consiste en una probabilidad de rechazo de la hipótesis nula cuando esta hipótesis en realidad es verdadero, en el caso de que la hipótesis nula es rechazada siempre será en base a un valor

observado del estadístico de prueba. El valor p mide la fuerza de la evidencia contra la hipótesis nula. (Mendenhall, Beaver, & Beaver, 2006).

2.2.3. Dimensión

Es el factor rasgo de la variable que debe medirse y que permite establecer indicadores; se apoyan en el marco teórico, al igual que la variable operacional. Es un elemento que resulta del análisis y/o descomposición de la misma. (Espinoza, 2018)

2.2.4. Análisis

El análisis estadístico puede utilizarse en la recopilación e interpretación de datos, diseño de encuestas, búsqueda de patrones y tendencias, etc. La secuencia de un análisis estadístico es: describir la naturaleza de los datos, explorar la relación de los datos, crear un modelo estadístico que describa las relaciones de los datos, demostrar o validar el modelo estadístico, predecir resultados en diversos escenarios. (TechTarget, 2021)

2.2.5. Logro

En el diccionario de la Real Academia Española (2023) el significado de la palabra “logro” se refiere a un accionar y efecto de lograr, ganancia o lucro.

2.3. Antecedentes empíricos de la investigación (estado del arte)

2.3.1. Antecedentes internacionales

Regalado (2016) realizó el trabajo “Relación entre la motivación de logro y el rendimiento académico, en los estudiantes de séptimo, octavo y noveno grado de educación básica en el área de actividades prácticas (Tecnología) en el Instituto Departamental San José, Honduras” cuyo objetivo fue establecer la relación entre motivación de logro y rendimiento académico, para este fin el investigador aplicó un cuestionario a una muestra por conveniencia de 40 estudiantes, el estudio se abordó desde un paradigma cuantitativo, alcance

descriptivo correlacional, obteniendo como conclusión que no existe relación estadística con un coeficiente de Pearson de 0.32 con un p-value mayor a 0,05. También se evidencio que los niveles en ambas variables tenían mayor frecuencia los niveles medios.

Armado y delgado (2018) realizaron el trabajo “motivación extrínseca para el aprendizaje de matemática” cuyo objetivo fue analizar la motivación extrínseca para el aprendizaje de matemática en estudiantes del décimo año de la Unidad Educativa Julio Moreno Espinosa, Ecuador, para este fin los investigadores decidieron aplicar un cuestionario a una muestra de tipo censal de 206 estudiantes que cursaban del décimo año de educación, el estudio se abordó desde un paradigma cuantitativo, alcance descriptivo no experimental transversal, obteniendo como conclusión que el 95,15% de los estudiantes en su opinión tienen una motivación extrínseca media por parte de su docente de matemática.

Sánchez (2004) realizo el trabajo “análisis de correlación canónica aplicado para evaluar la eficiencia académica de la EPSOL” cuyo objetivo fue analizar la relación entre producción y recursos de unidades académicas de la EPSOL en la, el cual fue obtenido mediante la correlación canónica, para este fin se aplicó dos cuestionarios a una muestra de 30 docentes uno referido a la motivación docente y lo otro al desempeño docente el estudio se abordó desde un paradigma cuantitativo, alcance descriptivo correlacional, obteniendo como conclusión las dimensiones de la producción y las dimensiones recursos de unidades académicas tuvieron un grado de correlación significativa ($p\text{-valor} = 0.0413$) y alta de 77,5%, Por lo que se concluyó que la producción de unidades académicas estuvo relacionado directamente por los recursos que esta cuenta.

2.3.2. Antecedentes nacionales

Cabrera (2020) realizó el trabajo “Motivación y logro de aprendizaje en matemática en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Gustavo Ríes, Trujillo, 2020”, dicha investigación tuvo como objetivo general establecer la relación entre motivación y logro de aprendizaje en matemática, en este estudio se aplicó un cuestionario a una muestra por conveniencia del investigador a 32 alumnos de primer grado, el estudio se abordó desde un paradigma cuantitativo, alcance descriptivo correlacional, obteniendo como conclusión que Existe una relación positiva alta utilizando el estadístico Rho de Spearman = 0,738 entre motivación y el logro de aprendizaje en matemática.

Cárdenas (2019) realizó el trabajo “Motivación de logro y aprendizaje significativo de matemática en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Pública N° 2026 Simón Bolívar de Comas”, cuyo objetivo fue establecer la relación entre motivación del logro y aprendizaje significativo de matemática para tal fin se realizó y se aplicó un cuestionario a una muestra probabilística estratificada de 100 estudiantes de quinto grado, el estudio se abordó desde un paradigma cuantitativo, alcance descriptivo correlacional, obteniendo como conclusión que existe correlación positiva alta utilizando el estadístico (Rho de Spearman = 0,715 entre motivación de logro y aprendizaje significativo del área de matemática).

Quiroz y Vásquez (2016) realizó el trabajo “Motivación y logros de aprendizaje en estudiantes del primer grado de secundaria de la Institución Educativa El Nazareno, Nuevo Chimbote, 2019 ” cuyo objetivo fue identificar la relación que existe entre la motivación y el logro de aprendizaje, para este fin se utilizó un cuestionario aplicando a una muestra de tipo censal a 25 que cursaban el primer grado de secundaria, el estudio se abordó desde un paradigma cuantitativo, alcance descriptivo correlacional, obteniendo como conclusión que

existe correlación positiva alta utilizando el estadístico Rho de Spearman = 0,757 entre motivación y logros de aprendizaje, también se evidencio que los niveles de ambas variables eran en mayor frecuencia niveles medios.

2.3.3. Antecedentes locales

Olivares (2019) realizo el trabajo “análisis de correlación canónica aplicado al Estudio de la relación entre motivación y Desempeño docente en la universidad nacional de San Antonio Abad de Cusco sede, Andahuaylas, 2017” cuyo objetivo fue analizar la relación entre motivación y desempeño docente, el cual fue obtenido mediante la correlación canónica, para este fin se aplicó dos cuestionarios a una muestra de 30 docentes uno referido a la motivación docente y lo otro al desempeño docente el estudio se abordó desde un paradigma cuantitativo, alcance descriptivo correlacional, obteniendo como conclusión las dimensiones de la motivación y del desempeño docente tuvieron un grado de correlación significativa (p-valor 0.0413) y alta de 81.3403%, Por lo que se concluyó que la motivación estuvo relacionado directamente con el desempeño docente

Huaman y Valenzuela (2021) realizaron el trabajo “motivación y rendimiento académico en el área de matemática en Estudiantes de primer grado de educación secundaria de la Institución educativa mixta Fortunato I. Herrera-cusco-2020” cuyo objetivo fue determinar la relación entre motivación y rendimiento académico en el área de matemática, para este fin se aplicó se elaboró y se aplicó un cuestionario para la motivación en cuanto al rendimiento académico se utilizó la libretas de notas de matemática de los estudiantes, los investigadores consideraron utilizar una muestra no probabilística de 37 estudiantes de primer grado se abordó desde un paradigma cuantitativo, alcance descriptivo correlacional, obteniendo como conclusión que existe relación directa utilizando una prueba no paramétrica de Tau B de Kendall; 0,811. entre motivación y rendimiento académico.

2.4. Hipótesis

a) Hipótesis general.

Existe correlación significativa entre motivación y logros de aprendizajes en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, cusco 2022, obtenido de la aplicación del análisis de correlación canónica y componentes principales no lineales

b) Hipótesis específicas

1. Los ítems que presentan mayor repercusión en las dimensiones de la motivación de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022, obtenido de la aplicación del análisis de componentes principales no lineales son: Me gusta estudiar matemática y Prefiero resolver los problemas de matemática con un compañero que domine matemática
2. El nivel de las dimensiones de la motivación de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 obtenido del análisis de componentes principales no lineales están en mayor frecuencia en nivel medio
3. El nivel de las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 están en mayor frecuencia en nivel de proceso

2.5. Identificación de variables e indicadores

Variable independiente

Motivación

Dimensión 1: Acciones orientadas al logro

Indicadores:

- Conductas que despliega el alumno hacia la matemática
- Realización de tareas y trabajos de matemática

Dimensión 2: Aspiraciones de logro**Indicadores:**

- Aspiraciones con respecto al deseo académico en la matemática
- Aspiraciones en el futuro laboral usando la matemática

Dimensión 3: Pensamientos orientados al logro**Indicadores:**

- Pensamiento a futuro del estudiante
- Percepciones del alumno relacionado a la matemática

Variable dependiente

Logro de aprendizaje en el área de matemática

Dimensión 1: Resuelve problemas de cantidad**Indicadores:**

- Traduce cantidades a expresiones numéricas.
- Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.
- Usa estrategias Y procedimientos de estimación y cálculo.
- Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

Dimensión 2: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambios**Indicadores:**

- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.
- Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.
- Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.
- Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia

Dimensión 3: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

Indicadores:

- Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.
- Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
- Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
- Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

Dimensión 4: Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Indicadores:

- Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilidades.
- Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.
- Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.
- Sustenta conclusiones o decisiones en base a información obtenida.

2.6. Operacionalización de variables

Tabla 2

Matriz de operacionalización de motivación y logro de aprendizaje en el área de matemática

VARIABLE	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍTEMS O ÍTEMS	ESCALA DE MEDICIÓN
Variable Independiente Motivación	En el contexto de logro académico Thornberry (2003) define la Motivación como la disposición que presentan los estudiantes hacia la consecución del éxito de las tareas académicas propuestas según los estándares de excelencia establecidos.	Thornberry (2002) Define tres dimensiones de la motivación Acciones orientadas al logro: Se refiere a las conductas y realización de tareas y trabajos que despliega el estudiante hacia el logro académico en base a estándares establecidos. Aspiraciones orientadas al logro: Se refiere a las aspiraciones con respecto al deseo y futuro laboral del estudiante usando los conocimientos académicos. Pensamientos orientados al logro,	Acciones orientadas al logro	Conductas que despliega el alumno hacia la matemática Realización de tareas y trabajos de matemática	<ul style="list-style-type: none"> • Cuando hay que formar grupos de trabajo en el área de matemática, busco juntarme con alguien que domine matemática. • Me molesta que la clase de matemática se pase de la hora. • Me esfuerzo por obtener las mejores notas en matemática en mi libreta de notas. • En el salón, me junto con compañeros estudiosos que dominen matemática. • Me gusta estudiar matemática. • Me gusta escuchar las clases de matemática. • Presto atención en clase de matemática. • Me divierte las clases de matemática • Me gusta hacer las tareas del curso de matemática • Cuando estoy resolviendo problemas de matemática y no me sale bien, sigo intentando hasta que me salga • Cuando llego a mi casa después del colegio, prefiero hacer primero la tarea de matemática antes que ponerme a jugar. • Cuando tengo que hacer una tarea de matemática trato de terminarla lo más rápido posible, aunque no me salga perfecta. 	Ordinal, Nunca= 0 A veces = 1 Siempre = 2 Nivel de la variable Motivación Alto:36 a mas Medio: 32-35 Bajo: 31 a menos Nivel de la dimensión: Acciones orientadas al logro Alto:20 a mas Medio: 16-19 Bajo: 15 a menos Nivel de la dimensión: Aspiraciones de logro

Se refiere a los pensamientos a futuro y percepciones del estudiante, utilizando conocimientos académicos

Aspiraciones de logro	Aspiraciones con respecto al deseo académico en la matemática	<ul style="list-style-type: none"> • Al hacer las tareas de matemática me esfuerzo por mantener mi atención • Cuando resuelvo problemas de matemática, trato de hacerlo de manera perfecta. 	<p>Alto: 11 a mas Medio: 9-10 Bajo: 8 a menos</p>
	Aspiraciones en el futuro laboral usando las matemática	<ul style="list-style-type: none"> • Estudio porque quiero sacarme la nota más alta en la asignatura de matemática • Cuando veo la nota de matemática en mi libreta estudio más. • Prefiero resolver los problemas de matemática con un compañero que domine matemática • En el futuro quisiera utilizar bastante la matemática en mi trabajo • Me gustaría tener un trabajo en el que pueda solucionar los problemas de manera eficiente utilizando la matemática. • Admiro a las personas que han logrado mucho en su Trabajo utilizando la matemática 	<p>Nivel de la dimensión: Pensamientos orientados al logro Alto: 9 a mas Medio: 8 Bajo: 7 a menos</p>
Pensamientos orientados al logro	Pensamiento a futuro del estudiante	<ul style="list-style-type: none"> • Hago planes para mi futuro que involucren el uso de la matemática. • Pienso sobre mi futuro en el largo plazo utilizando la matemática para resolver problemas. 	
	Percepciones del alumno relacionado a la matemática	<ul style="list-style-type: none"> • Creo que los demás piensan que yo estudio mucho el área de matemática • Creo que el profesor de matemática piensa que soy aplicado en su curso. • En mi casa, solo me siento tranquilo después de terminar la tarea de matemática. 	

VARIABLE	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADORES	ESCALA DE MEDICIÓN
Variable Dependiente Logros de aprendizaje en el área de matemática	El logro de aprendizaje en el área de matemática se espera que los estudiantes logren desarrollar las competencias en el área de matemática: (MINEDU, DCN, 2016).	MINEDU, DCN, (2016). El logro de aprendizajes en el área de matemática es el resultado de la evaluación del nivel de aprendizaje o logro adquirido por los estudiantes, a través de una calificación vigesimal, obtenida del acta consolidada de evaluación de las competencias correspondiente a la asignatura de matemática: Resuelve problemas de cantidad, resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, resuelve problemas de forma, movimiento y localización y resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	Resuelve problemas de cantidad	<ul style="list-style-type: none"> • Traduce cantidades a expresiones numéricas. • Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. • Usa estrategias Y procedimientos de estimación y cálculo. • Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones. 	La nota en cada competencia es en escala vigesimal de 0 a 20. Nivel de la variable y dimensiones Logro Destacado 18-20 Logro Esperado 14-17 En proceso 11-13 En inicio 00-10
			Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambios,	<ul style="list-style-type: none"> • Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. • Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. • Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. 	
			Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	<ul style="list-style-type: none"> • Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. • Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. • Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas. 	
			Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	<ul style="list-style-type: none"> • Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilidades. • Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos. • Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos. Sustenta conclusiones o decisiones en base a información obtenida.	

CAPITULO III: METODOLOGÍA

3.1. Ámbito de estudio: localización política y geográfica

3.1.1. Localización política

El trabajo de investigación se desarrolló en el departamento del Cusco el cual es uno de los veinticuatro departamentos que forman la participación política y administrativa de la república peruana. Su ubicación se encuentra en el centro del país, en la región andina, limitando al norte con los departamentos de Junín y de Ucayali, al este con Madre de Dios, al sureste con Puno, al sur con Arequipa y al oeste con Apurímac y Ayacucho. Con 71 986 km² de superficie es el cuarto departamento más extenso.

3.1.2. Localización geográfica

La Institución Educativa Emblemática Inca Garcilaso de la Vega se ubica en la avenida de La Cultura 700 en el distrito del Cusco, provincia del Cusco, departamento del Cusco, la institución cuenta con una selecta plana docente, personal administrativo todos profesionales y capacitados permanentemente. La Institución Educativa se crea por Resolución Suprema N° 1605 el 24 de agosto de 1949, por el gobierno de la junta militar del General Manuel A. Odría

3.2. Tipo y nivel de investigación

3.2.1. Tipo de investigación

El presente trabajo de investigación está enmarcado en el tipo básico. Según, Alvarez Risco (2020) este tipo de investigación se orienta a conseguir un nuevo conocimiento de modo sistemático, con el objetivo de incrementar y fortalecer el conocimiento existente de una realidad concreta.

En cuanto al procesamiento y análisis de los datos se utilizó la metodología de enfoque cuantitativo. Según, Hernández & Mendoza (2018) se utiliza cuando se desea estimar magnitudes o cantidades que describan los fenómenos y probar hipótesis y teorías, como resultado del análisis estadístico de datos.

El enfoque cuantitativo ofrece varias posibilidades de difundir ampliamente los resultados que se obtienen del proceso investigativo. Facilita controlar los fenómenos de estudio, también ofrece la posibilidad de ser replicado y comparado con otros estudios similares (Otero, 2018).

3.2.2. Nivel de investigación

El presente trabajo de investigación es de nivel descriptivo correlacional.

Una investigación descriptiva tiene como finalidad describir características de variables, hechos, fenómenos en un tiempo y contexto específico (Hernández & Mendoza, 2018).

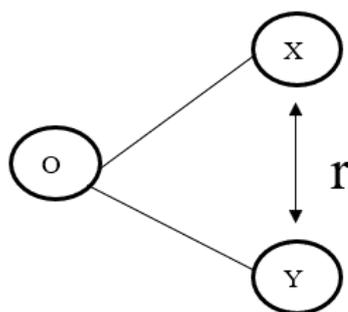
Una investigación correlacional surge de la necesidad de relacionar dos o más conceptos, fenómenos, hechos o variables a partir de una hipótesis, en el enfoque cuantitativo dicha relación se mide en términos estadísticos (Ramos, 2020).

3.2.3. Diseño de investigación

Se asume el diseño no experimental, de corte transversal. Pues nuestro diseño no manipulo directamente las variables de estudio es decir es no experimental, es transversal porque las observaciones de los hechos se dan en un contexto temporal y espacial determinado

Estos diseños son útiles para establecer o medir relaciones entre dos variables, dimensiones, categorías en un tiempo y espacio determinado cuando un requisito es no manipular las variables (Hernández & Mendoza, 2018).

El esquema del diseño, es el siguiente:



O= Objeto de estudio (estudiantes)

x= Es la variable Motivación

y= Es la variable logros de aprendizaje en el área de matemática

r= La relación entre las variables

3.3. Unidad de análisis

Según Millones et al. (2018, p. 15), la unidad de análisis corresponde a la entidad representativa que será objeto de análisis, el “qué” o “quién” es objeto de interés en un estudio. Presentan una o más características observables de interés

En nuestro estudio la unidad de análisis vendría ser estudiante de quinto grado de secundaria del colegio Inca Garcilaso de la Vega de la ciudad del Cusco en el año 2022 seleccionado en la muestra

3.3.1. Criterio de inclusión

Estudiante que registra matrícula

3.3.2. Criterio de exclusión

En nuestro estudio se excluyeron aquellos estudiantes con permisos personales ya sea por estudios preuniversitario, salud, viajes y otros como también aquellos estudiantes que abandonaron sus estudios o traslados.

3.4. Población de estudio

Según Millones et al. (2018, p. 16), una población se refiere a un conjunto de unidades de análisis correspondientes al estudio, de los cuales se desea describir su comportamiento y obtener conclusiones.

En tal sentido para nuestra investigación se consideró que la población de estudio sean los estudiantes del quinto grado de secundaria del colegio Inca Garcilaso de la Vega de la ciudad del Cusco en el año 2022, siendo un total de 410 estudiantes, los cuales se distribuyen en secciones tal como lo muestra la tabla 3.

Tabla 3

Composición de la población según sección.

TURNO MAÑANA		TURNO TARDE	
SECCIONES	MATRICULADOS	SECCIONES	MATRICULADOS
A	30	H	28
B	26	I	32
C	28	J	32
D	34	K	27
E	30	L	28
F	28	M	27
G	31	N	29
TOTAL	207	TOTAL	203

3.5. Tamaño de muestra

Según Millones et al. (2018), Una muestra viene a ser una parte representativa de la población. La muestra es representativa si lo que se necesita conocer de la población está presente en la muestra, es decir, si los datos asociados a la muestra se asemejan a la población en estudio; y es aleatoria porque los datos registrados fueron obtenidos de manera espontánea sin preferencia alguna

Para el presente trabajo se desarrolló un muestreo probabilístico. El tamaño de muestra se obtiene a partir de la siguiente relación:

$$n \geq \frac{Z_{(1-\alpha/2)}^2 * NP(1 - P)}{Z_{(1-\alpha/2)}^2 * P(1 - P) + (N - 1)(\varepsilon)^2}$$

Donde:

n: Es el tamaño de muestra buscado

N=410: Tamaño de la población.

P=0.50: Probabilidad de éxito

$Z_{(1-\frac{\alpha}{2})} = 1.96$: Valor de la tabla normal al 95% de confianza.

$\varepsilon = 5\% = 0.05$: Error del estudio.

Reemplazando los valores se tiene:

$$n \geq \frac{1.96^2 * 410 * 0.50(1 - 0.50)}{1.96^2 * 0.50(1 - 0.50) + (410 - 1)(0.05)^2}$$

$$n \geq 198.57$$

En base a la relación que se obtiene, como investigador se decidió considero utilizar un tamaño de muestra de 201 estudiantes

3.6. Técnicas de selección de muestra

Para nuestro estudio se consideró utilizar un muestreo aleatorio por conglomerados, ya que las unidades de análisis son estudiantes que se encuentran en catorce secciones que

constituyen los conglomerados, la selección de las secciones o conglomerados fue de forma aleatoria utilizando las funciones de Excel 2019.

Según Martínez (2019, p. 447) el muestreo aleatorio por conglomerados, se realiza cuando la unidad básica de muestreo se encuentra en la población en grupos o conglomerados y la selección de la unidad permite la observación del total de elementos de cada conglomerado elegido. Cada conglomerado tiene las mismas características de la población; puede hacerse un segundo muestreo dentro del conglomerado seleccionado, denominándose de doble etapa o bietápico.

En nuestra investigación el tamaño de muestra fue de 201 estudiantes, teniendo en cuenta que pueda haber estudiantes que se retiraron del colegio, se trasladaron o estén con permiso debido a enfermedades o estudios académicos, por esta razón se realizó el muestreo considerando 8 secciones, 4 de turno mañana y 4 de turno tarde, la selección de las secciones se realizó de forma aleatoria para cada turno

La distribución de la muestra por secciones se muestra en la tabla 4.

Tabla 4

Composición de la muestra según sección.

TURNO MAÑANA		TURNO TARDE	
SECCIONES	N°	SECCIONES	N°
C	26	M	21
B	24	J	26
G	28	N	28
F	22	H	26
TOTAL	100	TOTAL	101

3.7. Técnicas de recolección de información

El uso de técnicas e instrumentos de recolección de los datos dependieron de las variables de estudio:

Para medir la variable logro de aprendizaje en el área de matemática se hizo uso de la técnica de revisión de registros de notas y el instrumento fue el acta de notas finales de las cuatro competencias en el área de matemática de los estudiantes de quinto grado de secundaria

Para medir la variable motivación se utilizó la técnica de la encuesta y el instrumento para recolectar los datos fue el cuestionario en escala de Likert diseñado por el investigador tomando como referencia los conceptos teóricos de la motivación

Validez y Confiabilidad del Instrumento para la variable motivación

Validación de expertos

Este instrumento se validó mediante juicio de expertos. A continuación, se presenta la cuantificación de la validación por los expertos.

Tabla 5

Validación del instrumento

Nro	Expertos	% de validación
1	Mgt. Eliana Magda Ibarra Cabrera	82%
2	Mgt. Karola Espejo Abarca	85%
3	Mgt. Esperanza Lourdes Dueñas Pareja	82%
	Promedio	83%

Confiabilidad del instrumento

Para este fin se utilizó una muestra piloto conformado por 30 estudiantes de forma aleatoria obteniendo el siguiente resultado

Tabla 6

Confiabilidad del instrumento

Variable	Alfa de Cronbach
Motivación	0.879

De los resultados de alfa de Cronbach, se desprende que la confiabilidad del instrumento es muy alta, debido a que el valor de alfa de Cronbach es mayor que 0.81 según la tabla 7 de valoración:

Tabla 7

Interpretación del coeficiente de confiabilidad

Rangos	Magnitud
Desde 0.80 y menores de 0.90	Muy buena
Desde 0.70 y menores de 0.80	respetable
Desde 0.65 y menores de 0.70	Mínimamente aceptable
Desde 0.60 y menores de 0.65	indeseable
Menores a 0.60	Inaceptable

Nota. Estadística con SPSS y metodología de la investigación (pp.139-166). Por García (2006)

3.8. Técnicas de análisis e interpretación de la información

El procesamiento de la información fue efectuado considerando el tipo de dato obtenido de los instrumentos aplicados, para lo cual se consideró la matriz de datos y el

análisis de la información fue realizado en el paquete estadístico SPSS versión 29, Excel 2019 y software libre R Studio 4.3.1.

El procesamiento y análisis de datos tubo la siguiente secuencia:

3.8.1. Análisis descriptivo

- a) Aplicación de componentes principales no lineales a la variable motivación
 1. Identificación del número de dimensiones
 2. Identificar los ítems que presentan mayor repercusión en las dimensiones de la motivación obtenidas del análisis de componentes principales no lineales.
 3. Obtención de las Puntuaciones como números reales de los estudiantes en las nuevas dimensiones de la motivación obtenidas del análisis de componentes principales no lineales
- b) Presentar los niveles de las nuevas dimensiones de la motivación obtenido del análisis de componentes principales no lineales en tablas de frecuencia y gráficos de barras.
- c) Presentar los niveles de logro de aprendizaje en el área de matemática en tablas de frecuencia y gráficos de barras.
- d) Aplicación del análisis de correlación canónica
 1. Obtener la matriz de correlación total entre las dimensiones de la motivación obtenido del análisis de componentes principales no lineales y logro de aprendizaje en el área de matemática
 2. Medir la correlación canónica entre las dimensiones de la variable motivación obtenido del análisis de componentes principales no lineales y las dimensiones de la variable logro de aprendizaje en el área de matemática
 3. Obtención de las cargas canónicas y las dimensiones que presentan mayor aporte a la correlación.

3.8.2. Análisis inferencial

El contraste de hipótesis general se realizó con el estadístico Lamda de Wilks, considerando el tipo de variable, que en este caso son variables cuantitativas. Se consideró la siguiente regla de decisiones para la prueba de hipótesis mediante la lectura del valor de p o también denominada probabilidad del valor de error.

Ho: Valor $p > 5\%$ (Hipótesis de trabajo o nula)

H1: Valor $p < 5\%$ (Hipótesis del investigador o alterna)

3.9. Técnicas para demostrar la verdad o falsedad de las hipótesis planteadas

Tabla 8

Plan de análisis de datos.

Hipótesis a ser probada	Existe correlación significativa entre motivación y logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022, obtenidos del análisis de correlación canónica y componentes principales no lineales
Hipótesis nula	No existe correlación significativa entre motivación y logro de aprendizajes en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022, obtenidos del análisis de correlación canónica y componentes principales no lineales
Hipótesis alterna	Existe correlación significativa entre motivación y logro de aprendizajes en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022, obtenidos del análisis de correlación canónica y componentes principales no lineales
Nivel de significancia	5%
Prueba estadística	Correlación canónica
Regla de decisión	si $p < 0.05$ se acepta H_a si $p > 0.05$ se acepta H_o

CAPITULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Procesamiento, análisis, interpretación y discusión de resultados

Para el procesamiento de datos primero se a realizado la limpieza de datos antes de realizar el procesamiento y análisis correspondientes en base a los objetivos que busco nuestro estudio. Analizando cada resultado y realizando su respectiva discusión con otros autores en trabajos similares.

5.1.1. Aplicación de Componentes principales no lineales a la variable motivación.

Este método estadístico se aplicó a la variable motivación para obtener nuevas dimensiones utilizando 25 ítems de esta variable con el propósito de identificar aquellos ítems que presentan mayor repercusión en dichas dimensiones.

La variable motivación está compuesta por 25 ítems cada uno de estos con tres respuestas ordinales Nunca (1), A veces (2) y Siempre (3).

V1: Cuando hay que formar grupos de trabajo en el área de matemática, busco juntarme con alguien que domine matemática.

V2: Me molesta que la clase de matemática se pase de la hora.

V3: Me esfuerzo por obtener las mejores notas en matemática en mi libreta de notas.

V4: En el salón, me junto con compañeros estudiosos que dominen matemática.

V5: Me gusta estudiar matemática.

V6: Me gusta escuchar las clases de matemática.

V7: Presto atención en clase de matemática

V8: Me divierte las clases de matemática

V9: Me gusta hacer las tareas del curso de matemática

V10: Cuando estoy resolviendo problemas de matemática y no me sale bien, sigo intentando hasta que me salga

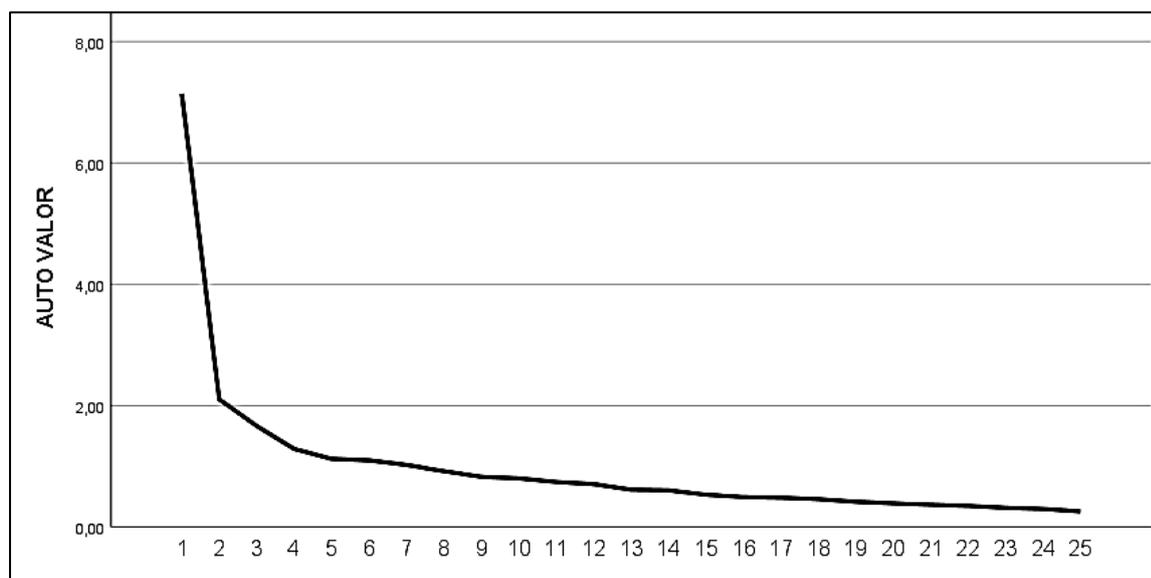
- V11: Cuando llego a mi casa después del colegio, prefiero hacer primero la tarea de matemática antes que ponerme a jugar.
- V12: Cuando tengo que hacer una tarea de matemática trato de terminarla lo más rápido posible, aunque no me salga perfecta.
- V13: Al hacer las tareas de matemática me esfuerzo por mantener mi atención
- V14: Cuando resuelvo problemas de matemática, trato de hacerlo de manera perfecta.
- V15: Estudio porque quiero sacarme la nota más alta en la asignatura de matemática
- V16: Cuando veo la nota de matemática en mi libreta estudio más.
- V17: Prefiero resolver los problemas de matemática con un compañero que domine matemática
- V18: En el futuro quisiera utilizar bastante la matemática en mi trabajo
- V19: Me gustaría tener un trabajo en el que pueda solucionar los problemas de manera eficiente utilizando la matemática.
- V20: Admiro a las personas que han logrado mucho en su Trabajo utilizando la matemática
- V21: Hago planes para mi futuro que involucren el uso de la matemática.
- V22: Pienso sobre mi futuro en el largo plazo utilizando la matemática para resolver problemas.
- V23: Creo que los demás piensan que yo estudio mucho el área de matemática
- V24: Creo que el profesor de matemática piensa que soy aplicado en su curso.
- V25: En mi casa, solo me siento tranquilo después de terminar la tarea de matemática.

5.1.1.1. Selección del número de dimensiones.

Para la selección del número de dimensiones se utilizó el gráfico de sedimentación utilizando el paquete estadístico versión de prueba SPSS 29

Figura 2

Gráfico de sedimentación del análisis de componentes principales no lineales



Nota. Gráfico de sedimentación procesado en SPSS V.29

Tabla 9

Autovalores y proporción de varianza explicada.

Dimensión	Alfa de Cronbach	Varianza contabilizada para	
		Total (autovalor)	% de varianza
1	,896	7,142	28,568
2	,547	2,104	8,418
3	,416	1,665	6,661
4	,232	1,286	5,143
5	,113	1,122	4,489
6	,093	1,098	4,393
7	,023	1,023	4,090
8	-,094	,918	3,670
9	-,218	,827	3,307
10	-,260	,800	3,200
11	-,364	,741	2,964
12	-,434	,706	2,825
13	-,651	,615	2,462
14	-,683	,604	2,416

15	-,919	,531	2,126
16	-1,070	,493	1,973
17	-1,126	,481	1,922
18	-1,232	,458	1,833
19	-1,470	,415	1,659
20	-1,635	,389	1,556
21	-1,808	,366	1,462
22	-1,961	,347	1,388
23	-2,265	,315	1,260
24	-2,468	,297	1,187
25	-3,006	,257	1,029
Total	1,000 ^a	25,000	100,000

Nota. Cuestionario aplicados y procesados en SPSS V.29

Análisis e interpretación

Observando la figura 2 y teniendo en cuenta la teoría se observa que el número de dimensiones para el análisis es dos, puesto que a partir del tercer autovalor se considera todos constantes y solo los dos primeros son elevados formando así en el grafico un codo. El porcentaje de variabilidad por las dos dimensiones es de 36.98% de la variabilidad tal como lo muestra la tabla 9

5.1.1.2. Identificación de los ítems que presentan mayor repercusión en las dimensiones de la motivación obtenidas del análisis de componentes principales no lineales

Tabla 10

Cargas de los ítems en las dimensiones.

	dimensiones	
	1	2
V1	,080	,617
V2	-,019	-,242
V3	,558	,180
V4	,211	,530
V5	,767	-,087
V6	,698	-,205
V7	,682	-,146
V8	,343	-,516
V9	,668	-,220

V10	,458	-,198
V11	,541	,124
V12	,250	,443
V13	,622	-,111
V14	,610	-,031
V15	,640	,076
V16	,511	,196
V17	,085	,712
V18	,710	-,015
V19	,668	-,068
V20	,462	,287
V21	,635	,127
V22	,689	,095
V23	,515	-,209
V24	,432	-,004
V25	,377	,124

Nota. Cuestionario aplicados y procesados en SPSS V.29

Análisis e interpretación

En la tabla 10 se observa las cargas o pesos de los ítems que aportan a las dimensiones obtenidos del análisis de componentes principales no lineales. El reactivo que presenta mayor repercusión en la dimensión 1 es V5: Me gusta estudiar matemática con un peso de 0.767, el reactivo que presenta mayor repercusión en la dimensión 2 es V17: Prefiero resolver los problemas de matemática con un compañero que domine matemática con un peso de 0.712

5.1.1.3. Nombre de las dimensiones

Observando la tabla 10 y tomando en cuenta las cargas o pesos de los ítems sobre las dimensiones, se decidió nombrar a la dimensión 1 “**motivación de logro individual**” ya que está conformado por los ítems de logro a nivel individual los cuales son:

- V2: Me molesta que la clase de matemática se pase de la hora.
- V3: Me esfuerzo por obtener las mejores notas en matemática en mi libreta de notas.
- V5: Me gusta estudiar matemática.

- V6: Me gusta escuchar las clases de matemática.
- V7: Presto atención en clase de matemática
- V9: Me gusta hacer las tareas del curso de matemática
- V10: Cuando estoy resolviendo problemas de matemática y no me sale bien, sigo intentando hasta que me salga
- V11: Cuando llego a mi casa después del colegio, prefiero hacer primero la tarea de matemática antes que ponerme a jugar.
- V12: Cuando tengo que hacer una tarea de matemática trato de terminarla lo más rápido posible, aunque no me salga perfecta.
- V13: Al hacer las tareas de matemática me esfuerzo por mantener mi atención
- V14: Cuando resuelvo problemas de matemática, trato de hacerlo de manera perfecta.
- V15: Estudio porque quiero sacarme la nota más alta en la asignatura de matemática
- V16: Cuando veo la nota de matemática en mi libreta estudio más.
- V18: En el futuro quisiera utilizar bastante la matemática en mi trabajo
- V19: Me gustaría tener un trabajo en el que pueda solucionar los problemas de manera eficiente utilizando la matemática.
- V20: Admiro a las personas que han logrado mucho en su Trabajo utilizando la matemática
- V21: Hago planes para mi futuro que involucren el uso de la matemática.
- V22: Pienso sobre mi futuro en el largo plazo utilizando la matemática para resolver problemas.
- V23: Creo que los demás piensan que yo estudio mucho el área de matemática
- V24: Creo que el profesor de matemática piensa que soy aplicado en su curso.
- V25: En mi casa, solo me siento tranquilo después de terminar la tarea de matemática

Observando la tabla 10 y tomando en cuenta las cargas o pesos de los ítems sobre las dimensiones, se decidió nombrar a la dimensión 2 “**motivación de logro grupal**” ya que está conformado por los ítems donde se muestra el compañerismo hacia un bien común los cuales son:

- V1: Cuando hay que formar grupos de trabajo en el área de matemática, busco juntarme con alguien que domine matemática.
- V4: En el salón, me junto con compañeros estudiosos que dominen matemática.
- V8: Me divierte las clases de matemática
- V17: Prefiero resolver los problemas de matemática con un compañero que domine matemática

5.1.1.4. Puntuaciones de los estudiantes en las dimensiones de la motivación obtenidas del análisis de componentes principales no lineales

Tabla 11

Puntuaciones de los estudiantes

Número del caso	Dimensión	
	1	2
1	,004	,684
2	,477	-,163
3	1,944	1,066
4	-,459	-,520
5	,265	,029
6	-,623	-,953
7	-1,411	-1,027
8	,355	,009
9	-,789	-1,218
10	,167	2,470
11	-,665	,127
12	,440	,189
.	.	.
.	.	.
.	.	.
198	,537	1,100
199	1,560	-,921

200	-,563	-,877
201	-,069	-,480

Nota. obtenido del anexo puntuaciones de las dimensiones

Análisis e interpretación

Como se puede observar en la tabla 11 se obtuvo las puntuaciones en números reales de los estudiantes en las 2 dimensiones (motivación de logro individual y motivación de logro grupal) obtenidas del análisis de componentes principales no lineales, de tal forma que los estudiantes que presenten mayor puntuación en estas dimensiones estarán mayormente motivados. Estos datos son números reales los cuales sirvieron posteriormente en el análisis de la correlación canónica.

5.1.2. Nivel de las dimensiones de la variable motivación obtenidos del análisis de componentes principales no lineales

Para obtener el nivel de cada dimensión se construyó el baremo de la siguiente forma

Rango = puntuación máxima– puntuación mínima

Amplitud = Rango/3

- Nivel bajo = [puntuación mínima; puntuación mínima+amplitud-01]
- Nivel medio = [puntuación mínima + amplitud; puntuación mínima + 2amplitud-0.1]
- Nivel alto = [puntuación mínima + 2amplitud; máxima puntuación]

Nivel de la Dimensión 1: Motivación de logro individual

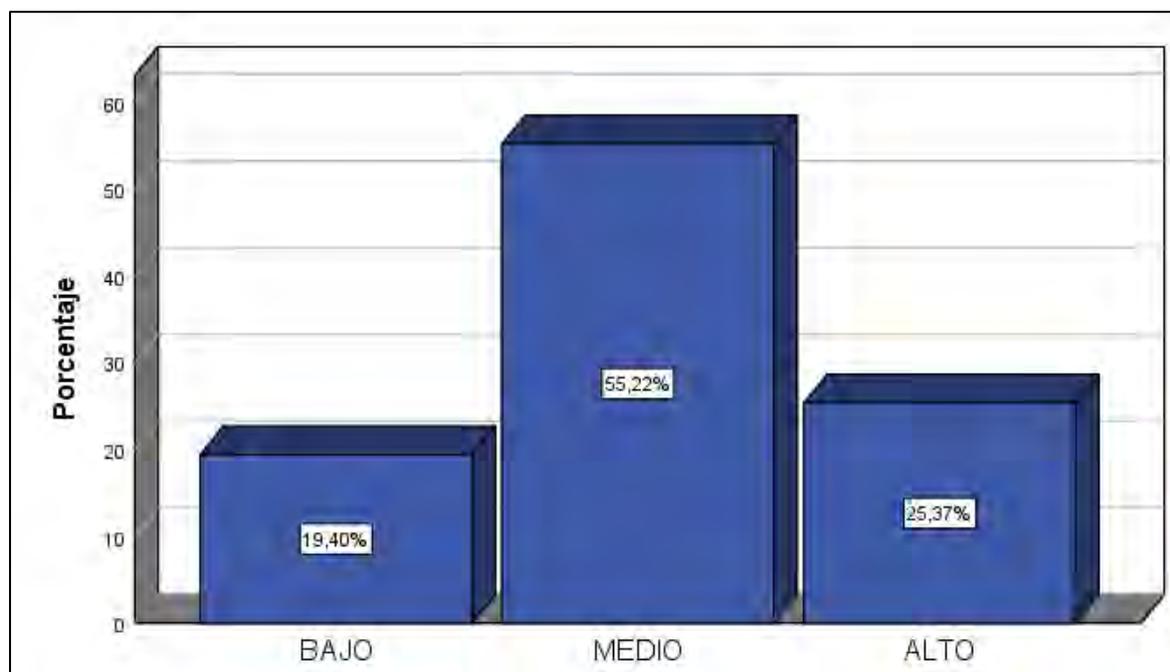
- Nivel bajo = [-2.440; -1.04]
- Nivel medio = [-0.94; 0.46]
- Nivel alto = [0.56; 2.060]

Nivel de la Dimensión 2: Motivación de logro grupal

- Nivel bajo = [-2.600; -1.01]
- Nivel medio = [-0.91; 0.68]
- Nivel alto = [0.78; 2.470]

Tabla 12*Nivel de la dimensión motivación de logro individual*

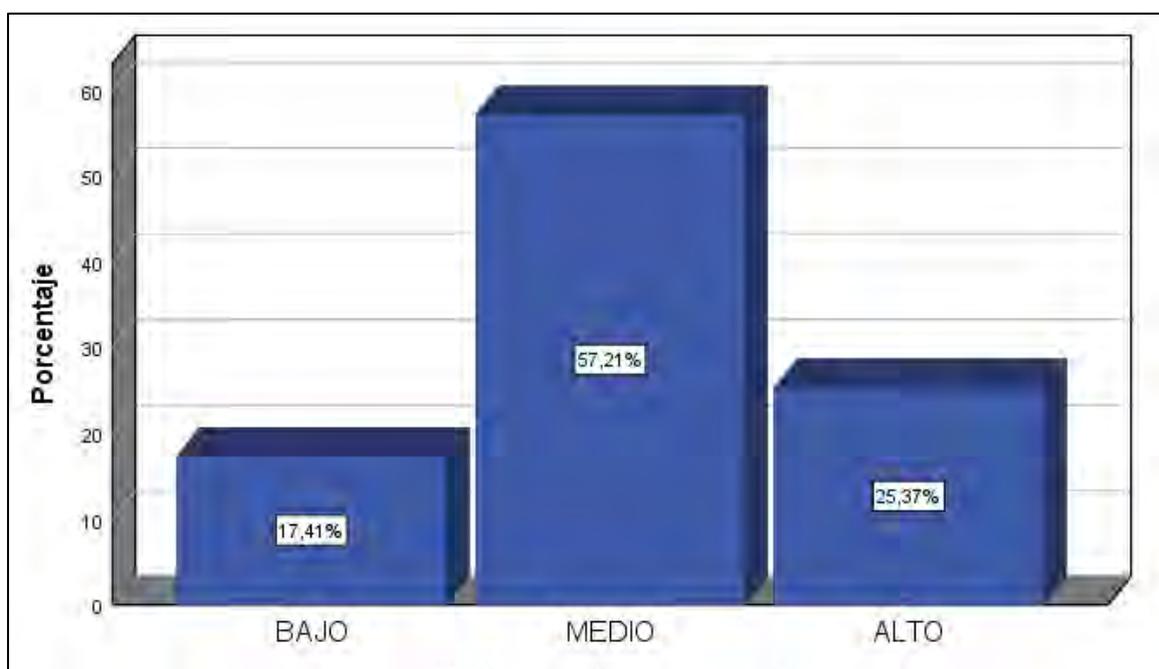
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Válido	BAJO	39	19,4	19,4
	MEDIO	111	55,2	74,6
	ALTO	51	25,4	100,0
	Total	201	100,0	

Nota. Elaboración propia y procesado en SPSS V.29**Figura 3***Nivel de la dimensión motivación de logro individual**Nota.* Elaboración propia y procesado en SPSS V.29**Análisis e interpretación**

En la tabla 12 y figura 3 se observa que los estudiantes mostraron en la dimensión motivación de logro individual, que el 19.40% se encuentra en un nivel bajo, el 55,22% en un nivel medio y el 25.37% se encuentran en un nivel alto. También se puede observar que un gran porcentaje de los estudiantes se encuentran en mayor frecuencia en el nivel medio.

Tabla 13*Nivel de la dimensión motivación de logro grupal*

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Válido	BAJO	35	17,4	17,4
	MEDIO	115	57,2	74,6
	ALTO	51	25,4	100,0
	Total	201	100,0	

Nota. Elaboración propia y procesado en SPSS V.29**Figura 4***Nivel de la dimensión motivación de logro grupal**Nota.* Elaboración propia y procesado en SPSS V.29**Análisis e interpretación**

En la tabla 13 y figura 4 se observa que los estudiantes mostraron en la dimensión motivación de logro grupal, que el 17.41% se encuentra en un nivel bajo, el 57,21% en un nivel medio y el 25.37% se encuentran en un nivel alto. También se puede observar que un gran porcentaje de los estudiantes se encuentran en mayor frecuencia en el nivel medio.

Discusión de los resultados

Los resultados de las tablas 12 y 13 no coinciden con el resultado obtenido por Cárdenas (2019) en su trabajo de investigación “Motivación de Logro y Aprendizaje Significativo de Matemática en los Estudiantes de Quinto Grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Pública N° 2026 Simón Bolívar de Comas” encontró que las dimensiones de la motivación están en mayor frecuencia en nivel bajo es decir: en la dimensión acciones orientadas al logro académico el 14% de los estudiantes alcanzaron niveles altos, el 34% medios y el 52% bajos, en la dimensión aspiraciones orientadas al logro 12% altos, el 31% medios y el 57% bajos, en la dimensión pensamientos orientados al logro académico 4% altos, el 14% medios y el 82% bajos. Lo contrario a lo que obtuvieron Quiroz y Vásquez (2019) en su trabajo de investigación “Motivación y logro de aprendizaje en estudiantes del primer grado de secundaria de la Institución Educativa El Nazareno, Nuevo Chimbote, 2019” encontraron que las dimensiones de la motivación se encuentran en mayor frecuencia e nivel muy alto es decir: en la Motivación intrínseca 48,0% alcanza un nivel muy alto, el 32,0% nivel alto, 12,0% nivel medio, y el 8,0% el nivel bajo y en la motivación extrínseca 48,0% alcanza un nivel muy alto, 28,0% nivel alto, 16,0% nivel medio, y 8,0% alcanza un nivel bajo

5.1.3. Nivel de las dimensiones de la variable logro de aprendizaje en el área de matemática

Para obtener el nivel de cada dimensión se consideró el baremo:

- Inicio = 00-10
- Proceso = 11-13
- Logrado = 14-17
- Logro destacado = 18-20

Tabla 14

Nivel de la dimensión resuelve problemas de cantidad

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
PROCESO	129	64,2	64,2
LOGRADO	61	30,3	94,5
LOGRO DESTACADO	11	5,5	100,0
Total	201	100,0	

Nota. Actas de notas de matemática procesado en SPSS V.29

Figura 5

Nivel de la dimensión resuelve problemas de cantidad



Nota. Actas de notas de matemática procesado en SPSS V.29

Análisis e interpretación

En la tabla 14 y figura 5 se observa que los estudiantes mostraron en esta dimensión que el 64.2% se encuentran en un nivel de proceso, el 30.3% en logrado y el 5.5% en logro destacado. También se puede observar que un gran porcentaje de los estudiantes se encuentran en mayor frecuencia en proceso

Tabla 15

Nivel de la dimensión resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
PROCESO	125	62,2	62,2
LOGRADO	70	34,8	97,0
LOGRO DESTACADO	6	3,0	100,0
Total	201	100,0	

Nota. Actas de notas de matemática procesado en SPSS V.29

Figura 6

Nivel de la dimensión resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio



Nota. Actas de notas de matemática procesado en SPSS V.29

Análisis e interpretación

En la tabla 15 y figura 6 se observa que los estudiantes mostraron en esta dimensión que el 62.2% se encuentran en un nivel de proceso, el 34.8% en logrado y el 3% en logro destacado. También se puede observar que un gran porcentaje de los estudiantes se encuentran en mayor frecuencia en proceso

Tabla 16

Nivel de la dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
PROCESO	146	72,6	72,6
LOGRADO	42	20,9	93,5
LOGRO DESTACADO	13	6,5	100,0
Total	201	100,0	

Nota. Actas de notas de matemática procesado en SPSS V.29

Figura 7

Nivel de la dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización



Nota. Actas de notas de matemática procesado en SPSS V.29

Análisis e interpretación

En la tabla 16 y figura 7 se observa que los estudiantes mostraron en esta dimensión que el 72.6% se encuentran en un nivel de proceso, el 20.9% en logrado y el 6.5% en logro destacado. También se puede observar que un gran porcentaje de los estudiantes se encuentran en mayor frecuencia en proceso

Tabla 17

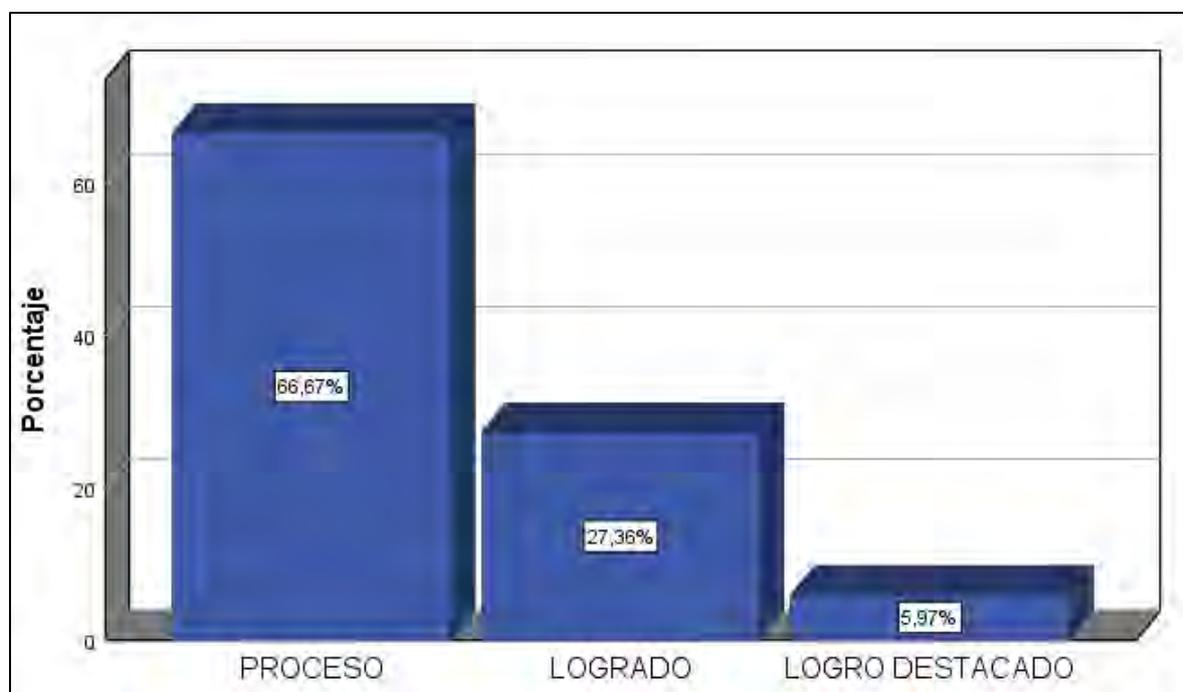
Nivel de la dimensión resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
PROCESO	134	66,7	66,7
LOGRADO	55	27,4	94,0
LOGRO DESTACADO	12	6,0	100,0
Total	201	100,0	

Nota. Actas de notas de matemática procesado en SPSS V.29

Figura 8

Nivel de la dimensión resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre



Nota. Actas de notas de matemática procesado en SPSS V.29

Análisis e interpretación

En la tabla 17 y figura 8 se observa que los estudiantes mostraron en esta dimensión que el 66.7% se encuentran en un nivel de proceso, el 27.4% en logrado y el 6.0% en logro destacado. También se puede observar que un gran porcentaje de los estudiantes se encuentran en mayor frecuencia en proceso

Discusión de los resultados de las tablas 14, 15, 16 y 17

Los resultados que se obtuvieron son concordantes con el resultado obtenido por Cárdenas (2019) en su trabajo de investigación “Motivación de Logro y Aprendizaje Significativo de Matemática en los Estudiantes de Quinto Grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Pública N° 2026 Simón Bolívar de Comas” encontraron que el nivel de aprendizaje significativo de la matemática se encuentra en mayor frecuencia en nivel medio es decir: el 32% de los estudiantes alcanzaron niveles altos, el 60% medios y el 8% bajos. Los mismos resultados obtuvieron Quiroz y Vázquez (2019) en su trabajo de investigación “Motivación y logro de aprendizaje en estudiantes del primer grado de secundaria de la Institución Educativa El Nazareno, Nuevo Chimbote, 2019” encontraron que el logro de aprendizaje en el área de matemática se encuentra en mayor frecuencia en nivel medio, es decir el 34% de los estudiantes alcanzaron niveles altos, el 59% medios y el 7% bajos.

5.1.4. Aplicación del análisis de correlación canónica en el estudio de la relación entre la motivación y logros de aprendizaje en el área de matemática

El análisis de correlación canónica se utiliza para medir la relación lineal entre dos grupos de variables, en nuestro estudio se utilizó las dimensiones de la motivación que se obtuvieron del análisis de componentes principales no lineales como primer grupo y las dimensiones de la variable logros de aprendizaje en el área de matemática como segundo grupo

Dimensiones de la motivación obtenidas del análisis de componentes principales no lineales

1. MLIndividual: Motivación de logro individual
2. MLGrupal: Motivación de logro grupal

Dimensiones del Logro de aprendizaje en el área de matemática

1. RPCantidad: Resuelve problemas de cantidad
2. RPRregularidad: Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio
3. RPForma: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización
4. RPGestion: Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

5.1.4.1. Matriz de Correlación entre las dimensiones de la variable motivación obtenidos del análisis de componentes principales no lineales y las dimensiones de la variable logro de aprendizaje en el área de matemática

Para este análisis se usó del software libre R versión 4.3.1.

```
> logromotivacion<-select(data1,RPCantidad,RPRregularidad,RPForma,RPGestion, MLIndividual,MLGrupal)
> corr1 <- round(cor(logromotivacion), 3)
> ggcorrplot(corr1,
+   hc.order = TRUE,
+   type = "lower",
+   lab = TRUE)
```

Tabla 18

Matriz de correlación entre las dimensiones de motivación y logro de aprendizaje en el área de matemática.

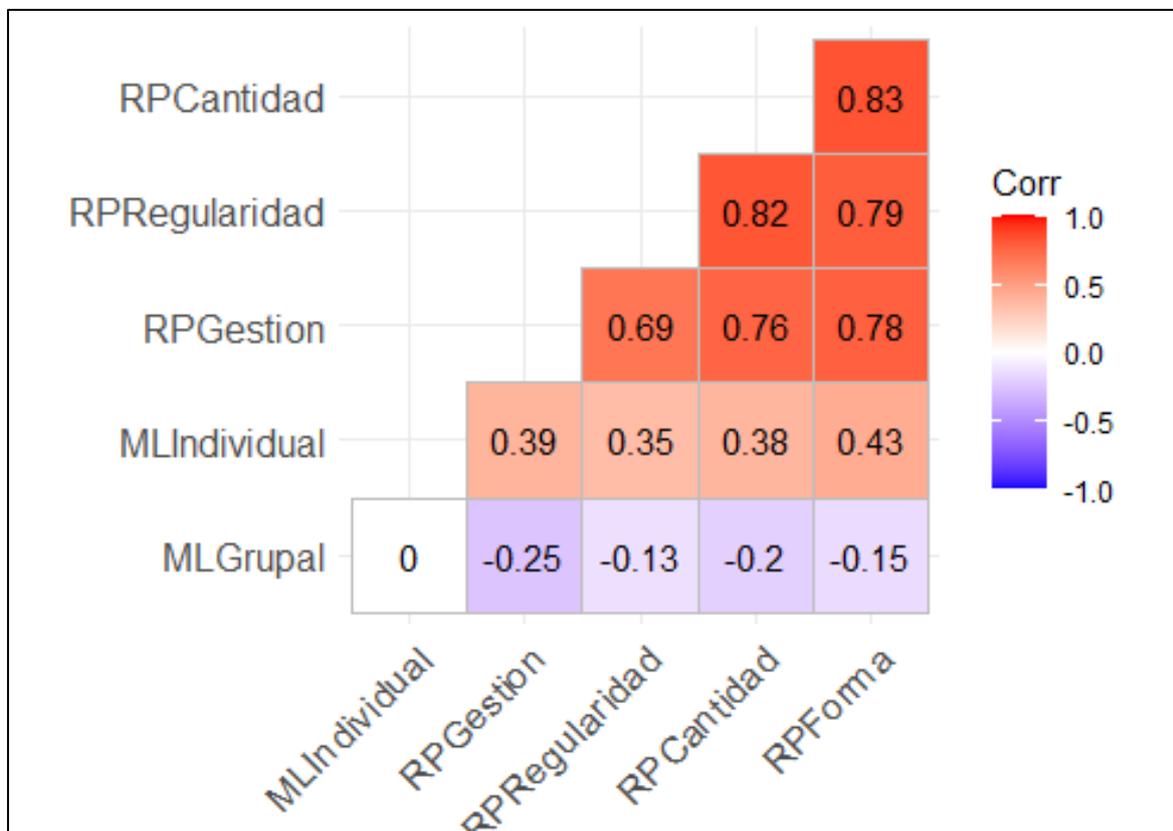
	Resuelve problemas de cantidad	Resuelve problemas de regularidad y cambio	Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	Motivación de logro individual	Motivación de logro grupal
Resuelve problemas de cantidad	1	,819	,830	,755	,375	-,197

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio	,819	1	,790	,692	,353	-,131
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	,830	,790	1	,775	,430	-,154
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	,755	,692	,775	1	,391	-,245
Motivación de logro individual	,375	,353	,430	,391	1	,000
Motivación de logro grupal	-,197	-,131	-,154	-,245	,000	1

Nota. Cuestionario aplicados y procesados en R Studio 4.3.1

Figura 9

Matriz de correlación entre las dimensiones de motivación y logro de aprendizaje en el área de matemática.



Nota. Cuestionario aplicados y procesados en R Studio 4.3.1

Análisis e interpretación

En la tabla 18 y figura 9 se observa las correlaciones dos a dos entre las dimensiones de ambas variables. La dimensión motivación de logro individual esta moderadamente correlacionado con resuelve problemas de cantidad en 0.38, con resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio en 0.35, con resuelve problemas de forma, movimiento y localización en 0.43, con resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en 0.39. la dimensión motivación de logro grupal esta débilmente correlacionado con resuelve problemas de cantidad en -0.20, con resuelve problemas de regularidad equivalencia y

cambio en -0.13, con resuelve problemas de forma movimiento y localización en -0.15, con resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en -0.25.

Este resultado coincide pero en menor magnitud con el resultado obtenido por Cárdenas (2019) en su trabajo de investigación “Motivación de Logro y Aprendizaje Significativo de Matemática en los Estudiantes de Quinto Grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Pública N° 2026 Simón Bolívar de Comas” en el que encontró que las dimensiones de la motivación que son: Acciones orientadas al logro académico, aspiraciones orientadas al logro académico y pensamientos orientados al logro académico están fuertemente correlacionado con el aprendizaje significativo de la matemática con un coeficiente de Spearman de $r= 0.658, 0.582$ y 0.640 respectivamente.

También se puede observar que la dimensión resuelve problemas de cantidad está fuertemente correlacionado con resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio en $0,82$, con resuelve problemas de forma, movimiento y localización en $0,83$, con resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en $0,76$. La dimensión resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio está fuertemente correlacionado con resuelve problemas de forma, movimiento y localización en 0.79 , con resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en 0.69 . La dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización está fuertemente correlacionado con resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en 0.79 . Este resultado es acorde a lo propuesto por MINEDU (2016) en la cual plantea que para resolver problemas de matematica las competencias de esta área están fuertemente relacionadas.

5.1.4.2. Correlación canónica entre las dimensiones de la variable motivación obtenidos del análisis de componentes principales no lineales y las dimensiones de la variable logro de aprendizaje en el área de matemática

```
> cca1<- cc(logro,motivacion)
> cca1
$cor
```

Tabla 19

Coefficientes de correlación canónica

r1	r2
0.4863672	0.1677413

Nota. Cuestionario aplicados y procesados en R Studio 4.3.1

Análisis e interpretación

En la tabla 19 se observa 2 correlaciones canónicas de los cuales el mayor es de 0.486 indicando que las dimensiones de la variable motivación obtenido del análisis de componentes principales no lineales los cuales son: motivación de logro individual y motivación de logro grupal están moderadamente correlacionado con las dimensiones de la variable logro de aprendizaje en el área de matemática, también se puede observar una segunda correlación que es de magnitud débil de 0.167. es decir, las segundas variables canónicas están poco correlacionados.

Este resultado coincide, pero en menor magnitud con el obtenido por Cárdenas (2019) en su trabajo de investigación “Motivación de Logro y Aprendizaje Significativo de Matemática en los Estudiantes de Quinto Grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Pública N° 2026 Simón Bolívar de Comas” en el cual encontró una correlación fuerte con coeficiente de Spearman $r = 0,715$. El mismo resultado obtuvieron Quiroz y Vazquez (2019) en su trabajo de investigación “Motivación y logro de aprendizaje en estudiantes del primer grado

de secundaria de la Institución Educativa El Nazareno, Nuevo Chimbote, 2019” en el cual obtuvieron una correlación positiva y alta con coeficiente de Spearman $r=0,757$

5.1.4.3. Cargas canónicas

```
> cca1<- cc(competencia, motivación)
```

```
> cca1
```

Tabla 20

Cargas canónicas

Dimensiones de la variable logro de aprendizaje en el área de matemática		
	Cargas canónicas en la primera correlación canónica	Cargas canónicas en la segunda correlación canónica
Resuelve problemas de cantidad	-0.08476979	0.4447514
Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio	0.05220462	-0.3108769
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	-0.21275809	-0.7198064
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	-0.24464541	0.5286901
Dimensiones de la variable motivación obtenido del análisis de componente principales no lineales		
Motivación de logro individual	-0.8879590	-0.4544064
Motivación de logro grupal	0.4544435	-0.8879624

Nota. Cuestionario aplicados y procesados en R Studio 4.3.1

Análisis e interpretación

En la tabla 20 se observa que la dimensión de la variable logro de aprendizaje en el área de matemática que mayor aporta en la primera correlación canónica es resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre siendo su coeficiente -0.24. En la variable motivación la dimensión que mayor aporta es motivación de logro individual con coeficiente de -0.89.

4.2. Pruebas de hipótesis

Puesto que las hipótesis específicas 1, 2 y 3 son del tipo descriptivo no se realiza una prueba estadística

5.1.1. Prueba de hipótesis general

H₀: No existe correlación significativa entre motivación y logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022, obtenidos del análisis de correlación canónica y componentes principales no lineales

H_a: Existe correlación significativa entre motivación y logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022, obtenidos del análisis de correlación canónica y componentes principales no lineales

Nivel de significancia $\alpha=0.05$

Estadístico de prueba de Wilks

Tabla 21

Prueba de hipótesis coeficiente de correlación canónica

	Correlación	Autovvalor	Estadístico de Wilks	F	Número D.F	Denominador D.F.	Sig.
1	,486	,310	,742	7,846	8,000	390,000	,000
2	,168	,029	,972	1,892	3,000	196,000	,132

Nota. Elaboración propia y procesado en SPSS V.29

Interpretación y análisis

Considerando que el valor de la significación bilateral $p < \alpha$ ($0.000 < 0.05$), en base a la tabla 21 se rechaza la hipótesis nula y por ende aceptamos la hipótesis alterna; concluimos que existe correlación significativa entre motivación y logro de aprendizajes en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022, obtenidos del análisis de correlación canónica y componentes principales no lineales con un coeficiente $\rho = 0.486$

Este resultado es concordante con lo obtenido por Cárdenas (2019) en su trabajo de investigación “Motivación de Logro y Aprendizaje Significativo de Matemática en los Estudiantes de Quinto Grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Pública N° 2026 Simón Bolívar de Comas” en el cual encontró una correlación significativa con coeficiente de Spearman $r = 0,715$, con un $p\text{valor} = 0,000 < 0,05$. El mismo resultado obtuvieron Quiroz y Vazquez (2019) en su trabajo de investigación “Motivación y logro de aprendizaje en estudiantes del primer grado de secundaria de la Institución Educativa El Nazareno, Nuevo Chimbote, 2019” quienes obtuvieron una correlación alta y positiva con coeficiente de Spearman $r=0,757$ con un $p\text{valor} = 0,000 < 0,05$. Indicando que existe relación significativa entre motivación y logro de aprendizaje.

4.3. Presentación de resultados

El análisis de componentes principales no lineales reveló que existen dos dimensiones ocultas en la motivación los cuales se nombraron: motivación de logro individual y motivación de logro grupal en base a la importancia o pesos de los ítems que conforman dichas dimensiones.

1. El reactivo que presenta mayor repercusión en la dimensión motivación de logro individual es V5: Me gusta estudiar matemática con un peso de 0.767, en la dimensión motivación de logro grupal es V17: Prefiero resolver los problemas de matemática con un compañero que domine matemática con un peso de 0.712,
2. El nivel en las dimensiones de la variable motivación obtenido del análisis de componentes principales no lineales se obtuvo los siguientes resultados en la dimensión motivación de logro individual, que el 19.40% de los estudiantes se encuentra en un nivel bajo, el 55,22% medio y el 25.37% alto. En la dimensión motivación de logro grupal, que el 17.41% se encuentra en un nivel bajo, 57,21% medio y 25.37% alto.

Indicando que un gran porcentaje de los estudiantes están en mayor frecuencia en nivel medio tal como se muestra en la tabla 22.

Tabla 22

Nivel de las dimensiones de motivación obtenido del análisis de componentes principales no lineales

Dimensiones		Bajo	Medio	Alto
Motivación de logro individual	Frecuencia	39	111	51
	Porcentaje	19,4%	55,2%	25,4%
Motivación de logro grupal	Frecuencia	35	115	51
	Porcentaje	17,4%	57,2%	25,4%

Nota. Elaboración propia y procesado en SPSS V.29

- El nivel de las dimensiones de la variable logros de aprendizaje en el área de matemática se obtuvo los siguientes resultados: En resuelve problemas de cantidad el 64.2% de los estudiantes se encuentran en nivel proceso, 30.3% logrado y 5.5% logro destacado. En resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio 62,2% en proceso, 34.8% logrado y 3% logro destacado. En resuelve problemas de forma, movimiento y localización el 72.6% en proceso, 20.9% logrado y 6.5% logro destacado. En resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre el 66.7% en proceso, 27.4% logrado y 6% logro destacado, indicando que un gran porcentaje de los estudiantes se encuentra en mayor frecuencia en un nivel de proceso tal como se muestra en la tabla 23.

Tabla 23

Nivel de las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática

Dimensiones		Proceso	Logrado	logro destacado
Resuelve problemas de cantidad	Frecuencia	129	61	11
	Porcentaje	64,2%	30,3%	5,5%
Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio	Frecuencia	125	70	6
	Porcentaje	62,2%	34,8%	3,0%
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Frecuencia	146	42	13
	Porcentaje	72,6%	20,9%	6,5%
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	Frecuencia	134	55	12
	Porcentaje	66,7%	27,4%	6,0%

Nota. Elaboración propia y procesado en SPSS V.29

4. Del análisis de correlación canónica se muestra los siguientes resultados: Las dimensiones de la motivación obtenido del análisis de componentes principales no lineales y las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática tuvieron un grado de correlación significativa (p-valor 0.00) y moderada de $\rho = 0.486$. Es decir, las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática como son: resuelve problemas de cantidad, resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio, resuelve problemas de forma, movimiento y localización y resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre dependieron en 23.61% ($\rho^2 = 0.486^2$) de las dimensiones de la motivación que son: motivación de logro individual y motivación de logro grupal.

Las dimensiones que aportan en mayor peso en esta correlación canónica son motivación de logro individual con un peso de -0.8879590 y resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre con un peso de -0.24464541,

Existe fuerte correlación dentro de las dimensiones de la variable logro de aprendizaje en el área de matemática es decir: la dimensión resuelve problemas de cantidad está fuertemente correlacionado con resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio en 0,82, con resuelve problemas de forma, movimiento y localización en 0,83, con resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en 0,76. La dimensión resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio está fuertemente correlacionado con resuelve problemas de forma, movimiento y localización en 0.79, con resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en 0.69. La dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización está fuertemente correlacionado con resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en 0.79

CAPITULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

1. Los ítems que presentaron mayor repercusión en las dimensiones de la motivación de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022, obtenido de la aplicación del análisis de componentes principales no lineales son: Me gusta estudiar matemática con un peso de 0.767 en la dimensión motivación de logro individual y prefiero resolver los problemas de matemática con un compañero que domine matemática con un peso de 0.712 en la dimensión motivación de logro grupal
2. El nivel de las dimensiones de la motivación de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 obtenido del análisis de componentes principales no lineales fueron: En la dimensión motivación de logro individual el 19.40% de los estudiantes se encuentra en un nivel bajo, 55,22% medio y 25.37% alto. En la dimensión motivación de logro grupal, el 17.41% bajo, 57,21% medio y 25.37% alto. Demostrando que un buen porcentaje de los estudiantes están en mayor frecuencia en un nivel medio.
3. El nivel de las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 fueron: En resuelve problemas de cantidad el 64.2% de los estudiantes se encuentran en un nivel de proceso, el 30.3% en logrado y el 5.5% en logro destacado. En resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio 62,2% en proceso, 34.8% en logrado y 3% en logro destacado. En resuelve problemas de forma, movimiento y localización el 72.6% en proceso y el 20.9% en logrado y 6.5% en logro destacado. En resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre el 66.7% en proceso, el 27.4% en logrado y 6% en

logro destacado, demostrando que un buen porcentaje de los estudiantes están en mayor frecuencia en nivel de proceso.

4. Las dimensiones de la motivación obtenido del análisis de componentes principales no lineales y las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 tuvieron un grado de correlación significativa (p-valor 0.00) y moderada de $\rho = 0.486$ obtenido del análisis de correlación canónica, es decir las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática como son resuelve problemas de cantidad, resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio, resuelve problemas de forma, movimiento y localización y resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre dependieron en 23.61% ($\rho^2 = 0.486^2$) de las dimensiones de la motivación que son: motivación de logro individual y motivación de logro grupal.

RECOMENDACIONES

1. Debido a que los ítems me gusta estudiar matemática presenta mayor repercusión en la dimensión motivación de logro individual y prefiero resolver los problemas de matemática con un compañero que domine matemática en la dimensión motivación de logro grupal en los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega de la ciudad del Cusco se recomienda a los profesores que imparten el área de matemática que refuercen y prioricen estos aspectos, en su rol de enseñanza lograr que el estudiante encuentre el gusto al aprendizaje de la matemática y en la formación de cada equipo de trabajo poner alumnos que domine matemática con el fin de ayudar a sus compañeros.
2. Debido a que el nivel de las dimensiones motivación de logro individual y motivación de logro grupal se encuentran con mayor frecuencia en nivel medio y seguido de bajo se recomienda a los profesores, tutores, psicólogos, padres de familia mejorar la motivación de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega de la ciudad del Cusco priorizando el aprendizaje individual y el grupal.
3. Debido a que el nivel en las dimensiones de la variable logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega de la ciudad del Cusco se encuentran con mayor frecuencia en proceso (de 62,2% a 72.6%) se recomienda a los profesores de matemática mejorar su metodología de enseñanza y conseguir mayores porcentajes en el nivel logrado y logro destacado de sus estudiantes con el fin de mejorar la imagen institucional y profesional.
4. Debido a que las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática dependen en un 23.61% de las dimensiones de la motivación que son motivación de logro individual y logro grupal se recomienda a las autoridades de la Institución Educativa Inca Garcilaso de la Vega de la ciudad del Cusco mejorar estos dos aspectos

de motivación mediante charlas, talleres, paseos, etc con la ayuda de los profesionales competentes dentro y fuera de la institución educativa

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alvarez Risco, A. (2020). *Clasificación de las investigaciones*. Universidad de Lima, Facultad de Ciencias Empresariales y Económicas, Carrera de Negocios Internacionales. Obtenido de <https://hdl.handle.net/20.500.12724/10818>
- Alvites Huamaní, C. G. (Enero-junio de 2017). Herramientas TIC en el aprendizaje en el área de matemática. *Hamut'ay*, 4(1), 18-30. doi: <http://dx.doi.org/10.21503/hamu.v4i1.1393>
- Astudillo, F., Terán, X., & Deo Oleo, A. (Julio-Septiembre de 2021). Estudio descriptivo de la motivación del estudiante en cursos. *IPSA Scientia*, 6(3), 60-85. doi:<https://doi.org/10.25214/27114406.1112>
- Cabrera, M., & Jherson, J. (s.f.). *Motivación y logro de aprendizaje en matemática en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Gustavo Ríos, Trujillo, 2020*. [Tesis de postgrado, Universidad Cesar Vallejo]. Repositorio institucional. Obtenido de https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/48624/Cabrera_MJJ-SD.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Cardenas, P. (2019). *Motivación de logro y aprendizaje significativo de matemática en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Pública N° 2026 Simón Bolívar de Comas*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle]. Repositorio institucional. Obtenido de <https://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/20.500.14039/4401/TM%20CE%20Em%20C28%202019.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Chacón, L., García, D., Ochoa, S., & Erazo, J. (2022). La motivación en el aprendizaje de la matemática: Perspectiva de estudiantes de básica superior. *Arbitrada Interdisciplinaria Koinonía*, 5(1), 488-507. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7610716>
- ECE. (2019). Perú. Obtenido de <http://umc.minedu.gob.pe/resultadosnacionales2019/>
- Espinoza, E. E. (2018). Las variables y su operacionalización en la investigación educativa parte 1. *Conrado*, 14(65), 36-46. Obtenido de <http://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado>
- García, C. H. (2006). *Estadística con SPSS y metodología de la investigación*. Trillas. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/283732255_La_medicion_en_las_ciencias_sociales_y_en_la_psicologia
- Giraldo, J. D. (2021). *Estudio de las técnicas de reducción de dimensión basadas en componentes principales: Análisis de Componentes principales no lineales*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio institucional. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/80028/1054995955.2021.pdf?sequence=4&isAllowed=y>
- González, N., & Taborda, A. (2015). *Análisis de componentes principales SPARSE Formulación, algoritmos e implicaciones en el análisis de datos* [tesis de maestría]. Repositorio institucional, Salamanca. Obtenido de https://gredos.usal.es/bitstream/handle/10366/126046/TFM_MAADM_Gonz%E11ez_Taborda.pdf;jsessionid=C28AC835E3A8627CE3D5EFEB35EED5E9?sequence=4
- Hernandez, J., Espinoza, F., Rodriguez, J., Chacon, J., Tolosa, C., Arenas, M., . . . Bermudez, V. (2018). Sobre el uso adecuado del coeficiente de correlación de Pearson: definición, propiedades y suposiciones. *Archivos Venezolanos de Farmacología y Terapéutica*, 5(37), 587-595. Obtenido de <https://www.redalyc.org/comocitar.oi?id=55963207025>

- Hernández, R., & Mendoza, C. P. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. Ciudad de México: McGRAW-HILL.
- Huaman, S., & Valenzuela, C. (2021). *Motivación y rendimiento académico en el área de matemática en Estudiantes de primer grado de educación secundaria de la Institución educativa mixta Fortunato I. Herrera-cusco-2020*. [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco]. Repositorio institucional. Obtenido de https://repositorio.unsaac.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12918/6137/253T20210316_TC.pdf?sequence=1
- IBM. (30 de Junio de 2023). *SPSS Statistics*. Obtenido de Análisis de componentes principales categórico: <https://www.ibm.com/docs/es/spss-statistics/saas?topic=systems-number-dimensions>
- Johnson, R., & Dean, W. (2007). *Applied multivariate statistical analysis*. Pearson Prentice Hall.
- Juárez Eugenio, M. d., & Aguilar Zaldívar, M. A. (julio de 2018). El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las matemática en primaria. *Didactica de las Matemática*, 98, 75-86. Obtenido de <http://www.sinewton.org/numeros/>
- León, Á., Llinas, H., & Tilano, J. (2008). Análisis multivariado aplicando componentes principales al caso de los desplazados. *Ingeniería y Desarrollo*(23), 119-142. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=85202310>
- Mardia, K., Keat, J., & Bibby, J. (1995). *Multivariate analysis*. Academic Press.
- Martínez, C. (2019). *Estadística y muestreo*. Bogotá, Colombia: Ecoe Ediciones.
- Matias, B. (Julio de 2017). *Análisis de correlación canónica lineal y no lineal*. [Tesis de doctorado, Universidad Autónoma de Puebla]. Repositorio institucional. Obtenido de <https://www.repositorionacionalcti.mx/recurso/oai:repositorioinstitucional.buap.mx:20.500.12371/1131>
- McClelland, D., Atkinson, J., Clark, R., & Lowell, E. (1953). *The achievement motive*. New York: Appleton Century Clofts.
- Mendenhall, W., Beaver, R. j., & Beaver, B. M. (2006). *Introducción a la probabilidad y estadística*. Cengage Learning.
- Mendoza Vincés, Á. O., & Ramírez Franco, J. M. (2020). *Aprendiendo metodología de la investigación*. Guayaquil Ecuador: Grupo Compás.
- Millones, R., Barreno, E., Vásquez, F., & Castillo, C. (2018). *Estadística descriptiva y probabilidades Aplicaciones en la ingeniería y los negocios*. Universidad de Lima. Fondo Editorial.
- MINEDU. (2016). *CNEB*. Obtenido de <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/>
- MINEDU. (31 de Enero de 2020). Resolución ministerial 033-2020-MINEDU. Obtenido de Plataforma digital única del Estado Peruano: <https://www.gob.pe/institucion/minedu/normas-legales/422385-033-2020-minedu>
- Núñez, J. C. (Septiembre de 2009). Motivación, aprendizaje y rendimiento académico. *Actas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia Braga, Universidade do Minho*, (págs. pp. 41-67). Portugal. Obtenido de <https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/56093244/cc3-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1668962510&Signature=Y6atMeF5aYRE5g6Z5ERPk~GyEnOJRiT BH1xPM7I-NPSXquZQnjIIA5kyGn1kmGQb1FYkrNhFk~ejjVmUZvZJ12XhA9oU4268RqSGsh63j4w2L5mdcHI54rlJRyocluIN241fkzkPKVunTgP0d9W~nP2w>
- ONEM. (2022). Obtenido de <https://www.minedu.gob.pe/onem/ganadores.php>
- Otero, A. (2018). Enfoques de investigación. pag 5,. Métodos para el diseño urbano–Arquitectónico. Obtenido de <https://www.researchgate.net/profile/Alfredo-Otero>

- Ortega/publication/326905435_ENFOQUES_DE_INVESTIGACION/links/5b6b7f9992851ca650526dfd/ENFOQUES-DE-INVESTIGACION.pdf
- Peña, D. (2002). *Análisis de datos multivariantes*. MCGRAW-HILL.
- PISA. (2018). Obtenido de <https://www.oecd.org/pisa/publications/pisa-2018-results.htm>
- Quiroz, C., & Vasquez, R. (2020). *Motivación y logros de aprendizaje en estudiantes del primer grado de secundaria de la Institución Educativa El Nazareno, Nuevo Chimbote, 2019*. [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle]. Repositorio institucional. Obtenido de <https://renati.sunedu.gob.pe/handle/sunedu/3345532>
- Quispe, N. Z. (2020). *Nivel de Motivación de Logro Académico en Estudiantes del Nivel Secundario del Distrito de Urcos - Cusco, 2019*. [Tesis de licenciatura, Universidad Andina del Cusco]. Repositorio Institucional. Obtenido de <https://repositorio.uandina.edu.pe/discover>
- Ramos, C. (Julio – Diciembre de 2020). Los alcances de una investigación. *CienciAmérica*, 9 (3), 1-6. doi:<https://doi.org/10.33210/ca.v9i3.336>
- Real Academia Española. (2023). *logro*. En diccionario de la Lengua Española (edición de tricentenario). Obtenido de <https://dle.rae.es/logro?m=form>
- Regalado, E. M. (Septiembre de 2015). *Relación entre motivación de logro y rendimiento académico en la asignatura de actividades prácticas (tecnología) en los estudiantes de séptimo, octavo y noveno grado del instituto departamental san josé de la ciudad de el progreso, yoro, honduras*. [Tesis de postgrado, Universidad Rafael Landívar]. Repositorio Institucional. Obtenido de <http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesiseortiz/2015/05/83/Regalado-Elder.pdf>
- Sellan Naula, M. E. (2017). Importancia de la motivación en el aprendizaje. *Sinergias Educativas*, 2(1), 13–19. doi:<https://doi.org/10.37954/se.v2i1.20>
- Stanley, G. I. (2012). *Algebra lineal*. McGraw-Hill. Obtenido de <https://www.buscalibre.pe/libro-algebra-lineal/9789701065174/p/1247561>
- Tapia, J. E. (s.f.). *El escalamiento óptimo con base en el análisis de componentes principales no lineales para la construcción de índices de condiciones de vida y soioeconómicos, aplicación en el ámbito nacional*. [Tesis de licenciatura, Escuela Politecnica Nacional]. Repositorio institucional. Obtenido de <https://bibdigital.epn.edu.ec/bitstream/15000/537/1/CD-1037.pdf>
- TechTarget. (Diciembre de 2021). *Análisis estadístico*. Recuperado el 6 de Diciembre de 2023, de computerweekly: <https://www.computerweekly.com/es/definicion/Analisis-estadistico>
- Thornberry, G. (2003). Relación entre motivación de logro y rendimiento académico en alumnos de colegios limeños de diferente gestión. *Persona*, 006, 197-216. doi:<https://doi.org/10.26439/persona2003.n006.931>

ANEXOS

- Matriz de Consistencia
- Instrumentos de Recolección de Información
- medios de verificación
- Otros.

Anexo 1: Matriz de consistencia

TITULO: APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CANÓNICA Y COMPONENTES PRINCIPALES NO LINEALES EN EL ESTUDIO DE LA MOTIVACIÓN Y LOGRO DE APRENDIZAJE EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA DE LOS ESTUDIANTES DEL COLEGIO INCA GARCILAZO DE LA VEGA, CUSCO 2022

PROBLEMA	OBJETIVO	HIPÓTESIS	VARIABLES Y DIMENSIONES	METODOLOGIA	POBLACION Y MUESTRA
<p>Problema General ¿Cuál es la relación entre la motivación y logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 obtenido de la aplicación del análisis de correlación canónica y componentes principales no lineales?</p>	<p>Objetivo General Establecer la relación entre la motivación y el logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 obtenido de la aplicación del análisis de correlación canónica y componentes principales no lineales.</p>	<p>Hipótesis General Existe correlación significativa entre motivación y logros de aprendizajes en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la vega, cusco 2022, obtenido de la aplicación del análisis de correlación canónica y componentes principales no lineales</p>	<p>Independiente Motivación</p> <p>Dimensiones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Acciones orientadas al logro. • Aspiraciones de logro. • Pensamientos orientados al logro. 	<p>Tipo: básico Enfoque: Cuantitativo Nivel: Correlacional Diseño: No experimental transversal correlacional</p> <p>Técnicas e Instrumentos de Recolección de datos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Variable motivación: Técnicas: Encuesta Instrumentos: Cuestionario 	<p>Unidad de análisis Estudiante de 5to grado de secundaria del colegio Inca Garcilaso de la Vega</p> <p>Población La población estará constituida por 410 estudiantes del 5to grado de secundaria de del colegio Inca Garcilaso de la Vega, 2022</p> <p>Muestra: La muestra estará constituida por 201 estudiantes del 5to grado de secundaria de del colegio Inca Garcilaso de la Vega</p> $n \geq \frac{N * Z^2 * p * (1 - p)}{(N - 1) * e^2 + Z^2 * p * (1 - p)}$ <ul style="list-style-type: none"> • Tamaño de población N: 420 • Nivel de confianza $Z_{\frac{\alpha}{2}}$: 1.96 • Proporción de éxito p: 0.5 • Error e: 0.05 • Remplazando: n = 199.8
<p>Problemas Específicos a) ¿Cuáles son los ítems que presentan mayor repercusión en las dimensiones de la motivación de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022, obtenido de la aplicación del análisis de componentes principales no lineales?</p>	<p>Objetivos Específicos a) Determinar los ítems que presentan mayor repercusión en las dimensiones de la motivación de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022, obtenido de la aplicación del análisis de componentes</p>	<p>Hipótesis Específicas a) Los ítems que presentan mayor repercusión en las dimensiones de la motivación de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022, obtenido de la aplicación del análisis de componentes principales no lineales</p>	<p>Variable Dependiente Logros de aprendizaje en el área de matemática</p> <p>Dimensiones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas de cantidad • Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambios, 	<ul style="list-style-type: none"> • Variable logro de aprendizaje en el área de matemática: Técnicas: revisión de registros de notas Instrumentos: acta de notas de las competencias del área de matemática <p>Técnicas de análisis de resultados</p>	

<p>b) ¿Cuál es el nivel de las dimensiones de la motivación de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 obtenido del análisis de componentes principales no lineales?</p> <p>c) ¿Cuál es el nivel de las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022?</p>	<p>principales no lineales</p> <p>b) Describir el nivel de las dimensiones de la motivación de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 obtenido del análisis de componentes principales no lineales.</p> <p>c) Describir el nivel de las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022</p>	<p>son: Me gusta estudiar matemática y Prefiero resolver los problemas de matemática con un compañero que domine matemática</p> <p>b) El nivel de las dimensiones de la motivación de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 obtenido del análisis de componentes principales no lineales están en mayor frecuencia en nivel medio</p> <p>c) El nivel de las dimensiones de logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del colegio Inca Garcilaso de la Vega, Cusco 2022 están en mayor frecuencia en nivel de proceso</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas de forma, movimiento y localización • Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre común. 	<p>El procesamiento de los datos estadísticos descriptivos se hará a través del programa Excel, SPSS, R-estudio versión 4.2.1, además se usará tablas y figuras estadísticas y el análisis e interpretación de resultados.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Análisis descriptivo: Mediante tablas de frecuencia • Análisis inferencial: Contraste de hipótesis 	
--	--	---	---	--	--

Anexo 2: Instrumentos de recolección de información

Motivación de logro académico en la matemática

Apellidos y nombres:

Grado y sección:

En esta prueba encontraras un conjunto de oraciones que describen, como piensas, como actúas y cómo te sientes en el curso de matemática

Hay tres respuestas posibles para cada oración:

Siempre	A veces	Nunca
---------	---------	-------

Lee atentamente cada oración y marca con una X la respuesta que crees que esta más de acuerdo a como piensas, como actúas y cómo te sientes en el curso de matemática

Por ejemplo, una oración puede decir:

Nro	Pregunta	Siempre	A veces	Nunca
1	Me gusta estudiar matemática	X		

Si te gusta estudiar matemática siempre entonces debes marcar con una X en el recuadro debajo de la palabra siempre

- No hay respuesta buena o mala, lo que importa es que digas la verdad y que respondas todas las oraciones.
- No hay límite de tiempo por lo que puedes contestar tranquilamente.
- Tus respuestas son y serán confidenciales, no las verán ni tus profesores, ni tus padres, ni tus amigos, ni el director.

Nro	Pregunta	Siempre	A veces	Nunca
1	Cuando hay que formar grupos de trabajo en el área de matemática, busco juntarme con alguien que domine matemática.			
2	Me molesta que la clase de matemática se pase de la hora.			
3	Me esfuerzo por obtener las mejores notas en matemática en mi libreta de notas.			
4	En el salón, me junto con compañeros estudiosos que dominen matemática.			
5	Me gusta estudiar matemática.			
6	Me gusta escuchar las clases de matemática.			
7	Presto atención en clase de matemática.			
8	Me divierte las clases de matemática			
9	Me gusta hacer las tareas del curso de matemática			
10	Cuando estoy resolviendo problemas de matemática y no me sale bien, sigo intentando hasta que me salga			
11	Cuando llego a mi casa después del colegio, prefiero hacer primero la tarea de matemática antes que ponerme a jugar.			
12	Cuando tengo que hacer una tarea de matemática trato			

	de terminarla lo más rápido posible, aunque no me salga perfecta.			
13	Al hacer las tareas de matemática me esfuerzo por mantener mi atención			
14	Cuando resuelvo problemas de matemática, trato de hacerlo de manera perfecta.			
15	Estudio porque quiero sacarme la nota más alta en la asignatura de matemática			
16	Cuando veo la nota de matemática en mi libreta estudio más			
17	Prefiero resolver los problemas de matemática con un compañero que domine matemáticas.			
18	En el futuro quisiera utilizar bastante la matemática en mi trabajo			
19	Me gustaría tener un trabajo en el que pueda solucionar los problemas de manera eficiente utilizando la matemática.			
20	Admiro a las personas que han logrado mucho en su Trabajo utilizando la matemática			
21	Hago planes para mi futuro que involucren el uso de la matemática.			
22	Pienso sobre mi futuro en el largo plazo utilizando la matemática para resolver problemas.			
23	Creo que los demás piensan que yo estudio mucho el área de matemática			
24	Creo que el profesor de matemática piensa que soy aplicado en su curso			
25	En mi casa, solo me siento tranquilo después de terminar la tarea de matemática			

Ficha técnica del instrumento

1. Nombre: Motivación de logro académico en la matemática
2. Autores:
 - Luis Alberto Huillca Vargas
 - Arturo Zúñiga Blanco
3. Año: 2022
4. Administración: Individual
5. Duración: 20 minutos
6. Nivel de aplicación: Estudiantes de quinto grado de secundaria del
7. Institución Educativa: Inca Garcilaso de la Vega
8. Finalidad: El instrumento permitirá evaluar el nivel de motivación de los estudiantes hacia la matemática
9. Muestra: 201 estudiantes
10. Validación y confiabilidad: Para la validación se consideró el método de juicio de expertos considerando 2 psicólogos con grado de maestría y un docente de educación secundaria especialidad matemática con grado de maestría, la validación tuvo un promedio de 83%. Con referencia a la confiabilidad del instrumento, se realizó mediante la aplicación de una prueba piloto de 30 estudiantes, la confiabilidad del instrumento obtuvo un Alfa de Cronbach de 0.879 considerado Muy buena según García (2006) en su libro metodología de la investigación (pp.139-166).
11. Descripción del instrumento: El instrumento está conformado por 25 ítems con una escala de valoración: Siempre (2), A veces (1) y Nunca (0).

12. Dimensiones:

- Acciones orientadas al logro: Consta de 14 ítems (desde la pregunta 1 hasta la 14)
- Aspiraciones de logro: Consta de 6 ítems (desde la pregunta 15 hasta la 20)
- Pensamientos orientados al logro: Consta de 5 ítems (desde la pregunta 20 hasta la 25)

13. Baremo del instrumento:

Baremos del cuestionario Motivación de logro académico en la matemática

Motivación	Acciones orientadas al logro	Aspiraciones de logro	Pensamientos orientados al logro
Alto:36 a mas	Alto:20 a mas	Alto:11 a mas	Alto: 9 a mas
Medio: 32-35	Medio: 16-19	Medio: 9-10	Medio: 8
Bajo: 31 a menos	Bajo: 15 a menos	Bajo: 8 a menos	Bajo: 7 a menos

14. Materiales que se requiere para su aplicación: Hojas impresa con el instrumento, lápiz o lapicero, borrador o corrector

Acta de notas de las competencias de matemática



ACTA OFICIAL DE EVALUACIÓN DEL NIVEL SECUNDARIA EBR - 2022

Los resultados de aprendizaje de los estudiantes de cada grado y sección se reportan en el Acta Final que se encuentra en el Sistema de Información de Apoyo a la Gestión de la Institución Educativa - SIAGIE, disponible en <http://siagie.minedu.gob.pe/inicio/>. Este formulario TIENE VALOR OFICIAL.

Datos de la Unidad de Gestión Educativa Descentralizada (UGED) (1)		Datos de la Institución Educativa o Programa Educativo					Período Lectivo (2)		Meses		Año		Fecha		Librería Geográfica	
UGED (1)		INCA GARCILAZO DE LA VEGA					I (2022)		I		2022		14/03/2022		Cusco	
Código		Código Módulo - Área (3)					Código de Evaluación (4)		Código de Evaluación (5)		Código de Evaluación (6)		Código de Evaluación (7)		Código de Evaluación (8)	
Nombre de la UGED		Nombre de la Institución Educativa					Módulo (9)		Áreas (10)		Módulo (11)		Módulo (12)		Módulo (13)	
N° de Orden	D.N.I. / Código del Estudiante (14)	Apellidos y Nombres (Orden Alfabético)	Sexo (15)	Ciclo (16)		Grado (17)		Sección (18)		Módulo (19)		Módulo (20)		Módulo (21)		Observaciones (22)
				P	C	1	2	3	4	5	6	7	8			
1	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
2	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
3	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
4	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
5	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
6	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
7	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
8	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
9	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
10	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
11	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
12	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
13	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
14	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
15	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
16	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
17	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
18	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
19	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
20	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
21	7 1 8 9 4 3 9 3	ALDOCA HUAMANI, Maycol	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO

(1) Datos de la Unidad de Gestión Educativa Descentralizada.
 (2) Código del Estudiante asignado en el SIAGIE.
 (3) Modalidad: (I)B, Educación Básica Regular; (F) Educación a Distancia.
 (4) Gestión: (P) Público; (PR) Privado.
 (5) Ciclo: I, II, III, IV.
 (6) Sección: A, B, C, D, ...
 (7) Turno: (M) Mañana; (T) Tarde.
 (8) Según norma que aplica.
 (9) Se refiere a la cantidad de líneas y talleres que no alcanzan el calificación mínima exigido.
 (10) (PRO) Promovido de Grado; (RR) Requiere Recuperación Pedagógica; (PER) Permanencia en el Grado; (T) Traslado; (R) Retiro; (E) Postergación de Evaluación; (AZ) Asiento de Evaluación; (F) Falta; (FC) Promoción Guías.
 (11) (SE) Situación Económica; (AG) Apoyo y atención agrícolas; (TR) Trabajo Intero; (VI) Violencia; (EN) Enfermedad; (AD) Adicción; (OT) Otro (Especificar en columna Observaciones).
 (12) N° y fecha de Resolución para recuperación, adelanto, postergación, ubicación, subsección, convalidación de estudios independientes, convalidación de aprendizajes computados.
 (13) Código de especialidad ocupacional (14) de acuerdo a la Tercera Especialidades - EPT elaborada por el directorio.

N° de Orden	D.N.I. / Código del Estudiante (14)	Apellidos y Nombres (Orden Alfabético)	Sexo (15)	Ciclo (16)		Grado (17)		Sección (18)		Módulo (19)		Módulo (20)		Módulo (21)		Observaciones (22)
				P	C	1	2	3	4	5	6	7	8			
22	7 1 8 9 4 3 9 3	RAFAEL VALENZUELA, Diego Fabian	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
23	7 1 8 9 4 3 9 3	BALDADO QUISEP, Frank Michael	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
24	7 1 8 9 4 3 9 3	SIMARALTA RAMOS, Anderson Insi Juan Piers	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
25	7 1 8 9 4 3 9 3	SUNA BARRIENTOS, Bryan Anthony	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
26	7 1 8 9 4 3 9 3	UGARTE OCAHUANA, Victor Rodrigo	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
27	7 1 8 9 4 3 9 3	VALLE CASTILLO, Juan Piers Jaime	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
28	7 1 8 9 4 3 9 3	VEDA LEVITA, Liam Jhoseth	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
29	7 1 8 9 4 3 9 3	VENA GIL, Javier Robinson	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO
30	7 1 8 9 4 3 9 3	VILLACORTA HUAMANI, Cristian Wilson	M	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	PRO

HOBBIES DEL PROFESOR(A) DEL AREA
 (1) QUISEP SACA, María
 (2) ROSA ARAGON, Sara Cely
 (3) QUISEP MERCADO, Jose Luis
 (4) ROMAN CORTIJA, Ricardo
 (5) BALCENON TUBERO, Marcos
 (6) CABALLERO OSORIO, Wanda Cely

HOBBIES DEL PROFESOR(A) DEL AREA
 (7) CORDOVA PARTAN, Jose Antonio
 (8) TULLOAGA CANDIA, Luz Marce
 (9) SIVINOVA HUAMANI, Juan Piers
 (10) PEREZ ABACHI, Wene

CUSCO 23 de Octubre 2022
 Lugar o ciudad
 Sub Director
 Firma - Post Firma y Sello

SUAREZ-RAMOS, Humberto Videslin
 Director
 Firma - Post Firma y Sello



ACTA OFICIAL DE EVALUACIÓN DEL NIVEL SECUNDARIA EBR - 2022

Los resultados de aprendizaje de los estudiantes de cada grado y sección se reportan en el Acta Final que se encuentra en el Sistema de Información de Apoyo a la Gestión de la Institución Educativa - SIAGIE, disponible en <http://siagie.minedu.gob.pe/inicio/>. Este formulario TIENE VALOR OFICIAL.

Datos de la Institución de Gestión Educativa Descentralizada (UGEL) (*)		Datos de la Institución Educativa o Programa Educativo				Período Lectivo **		Año		Fecha		Página		Página		Ubicación Geográfica		
Código: 000001		Número de Nombre: INCA GARILANO DE LA VEGA				Código Modular - Anexo: 003006 - G		ÁREAS		14/03/2022		14/03/2022		14/03/2022		Cusco		
Nombre de UGEL: UGEL Cusco		R.M. N° 1030				Lenguaje y Comunicación (L2) (L3)		Matemática (M)		Ciencia y Tecnología (C)		Educación Cívica y Democrática (E)		Educación Artística (A)		Educación Física y Deportiva (F)		
D.N.I. / Código del Estudiante (1)		Apellidos y Nombres (Orden Alfabético)				Situación de Evaluación		Situación de Evaluación		Situación de Evaluación		Situación de Evaluación		Situación de Evaluación		Situación de Evaluación		
11	D	N	1	7	2	7	1	8	8	9	2	00	00	00	00	00	00	PRO
12	D	N	1	6	0	8	5	3	8	7	0	00	00	00	00	00	00	PRO
13	D	N	1	7	7	6	7	5	3	8	8	00	00	00	00	00	00	PRO
14	D	N	1	7	6	9	5	3	8	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
15	D	N	1	7	6	9	5	3	8	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
16	D	N	1	7	2	7	1	8	8	9	2	00	00	00	00	00	00	PRO
17	D	N	1	6	0	3	0	3	8	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
18	D	N	1	7	2	6	2	8	8	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
19	D	N	1	7	1	1	4	8	8	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
20	D	N	1	7	1	1	4	8	8	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
21	D	N	1	7	1	1	4	8	8	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
22	D	N	1	6	0	7	3	5	2	8	8	00	00	00	00	00	00	PRO
23	D	N	1	6	0	7	3	5	2	8	8	00	00	00	00	00	00	PRO
24	D	N	1	7	1	1	4	8	8	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
25	D	N	1	7	1	1	4	8	8	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
26	D	N	1	6	0	7	3	5	2	8	8	00	00	00	00	00	00	PRO
27	D	N	1	7	1	1	4	8	8	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
28	D	N	1	7	1	1	4	8	8	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
29	D	N	1	7	1	1	4	8	8	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
30	D	N	1	7	1	1	4	8	8	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO

(1) Datos de la Unidad de Gestión Educativa Local (UGEL) (2) Código del Estudiante (3) Nivel Educativo (4) Gestión (5) Grado (6) Sección (7) Turno (8) Fecha de Evaluación (9) Fecha de Emisión (10) Área (11) Situación Final (12) Método de Riego (13) Observaciones (14) Especial. Ocupac.

Cambios de Presencia Según Sexo		Total		Promedio		ÁREAS		Situación de Evaluación		Situación de Evaluación		Situación de Evaluación		Situación de Evaluación		Situación de Evaluación		
Total		M	F	M	F	M	F	Lenguaje y Comunicación (L2) (L3)		Matemática (M)		Ciencia y Tecnología (C)		Educación Cívica y Democrática (E)		Educación Artística (A)		
31	D	N	1	5	1	1	6	0	9	1	0	0	0	0	0	0	0	PRO
32	D	N	1	7	6	5	4	4	3	0	0	0	0	0	0	0	0	PRO
33	D	N	1	7	5	7	4	7	8	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
34	D	N	1	7	5	7	4	7	8	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
35	D	N	1	7	5	7	4	7	8	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
36	D	N	1	5	0	8	0	4	2	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
37	D	N	1	7	2	3	8	4	4	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
38	D	N	1	7	0	0	6	2	2	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
39	D	N	1	7	0	0	6	2	2	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
40	D	N	1	7	0	0	6	2	2	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
41	D	N	1	7	0	0	6	2	2	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
42	D	N	1	7	0	0	6	2	2	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
43	D	N	1	7	0	0	6	2	2	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
44	D	N	1	7	0	0	6	2	2	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
45	D	N	1	7	0	0	6	2	2	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
46	D	N	1	7	0	0	6	2	2	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
47	D	N	1	7	0	0	6	2	2	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
48	D	N	1	7	0	0	6	2	2	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
49	D	N	1	7	0	0	6	2	2	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO
50	D	N	1	7	0	0	6	2	2	8	00	00	00	00	00	00	00	PRO

NOMBRE DEL PROFESOR(A) DEL ÁREA		Fecha		NOMBRE DEL PROFESOR(A) DEL ÁREA		Fecha	
(A)	QUISEP BACA, Jaime			(B)			
(B)	VERA FRIASCO, Roberto			(C)	CORDOVA PARRAL, José Antonio		
(C)	QUISEP MERCADO, José Luis			(D)	QUEA HERRERA, Guillermo		
(D)	ROMAN CUSTRA, Roberto			(E)	QUISEP QUISEP, Pedro		
(E)	POLICIANO TORRES, Mateo			(F)	PEREZ AMARON, Wilson		
(F)	CABALLERO OSORIO, Valeria Dora						

CUSCO 23 de 03 de 2022
 Lugar de ciudad de
 Sub Director(a) ALFREDO MORALES (Rubricado y Firmado)
 Firma - Post Firma y Sello Firma - Post Firma y Sello



ACTA OFICIAL DE EVALUACIÓN DEL NIVEL SECUNDARIA EBR - 2022

Los resultados de aprendizaje de los estudiantes de cada grado y sección se reportan en el Acta Final que se encuentra en el Sistema de Información de Apoyo a la Gestión de la Institución Educativa - SIAGIE, disponible en http://siagie.minedu.gob.pe/inicio/. Este formulario TIENE VALOR OFICIAL.

Main evaluation table with columns for student ID, name, grade, subject, and scores. Includes a large watermark 'SIN WAITING' across the table.

Legend and notes for the evaluation table, including symbols for status (PRO, SUS, etc.) and abbreviations for subjects and evaluation types.

Summary table for 'CENTRO DE ESTUDIANTES SEGUN SEXO' and 'AREAS'. It provides totals and percentages for various subjects and evaluation types.

Tables for 'NOMBRE DEL PROFESOR (O) DEL AREA' and 'NOMBRE DEL PROFESIONAL DEL AREA', listing names and surnames.

Administrative information including school name (CUSCO), date (23 de Diciembre 2022), and signatures of the director and teacher.



ACTA OFICIAL DE EVALUACIÓN DEL NIVEL SECUNDARIA EBR - 2022

Los resultados de aprendizaje de los estudiantes de cada grado y sección se reportan en el Acta Final que se encuentra en el Sistema de Información de Apoyo a la Gestión de la Institución Educativa - SIAGIE, disponible en <http://siagie.minedu.gob.pe/inicio/>. Este formulario TIENE VALOR OFICIAL

Dato de la Unidad de Gestión Educativa Descentralizada (UGED) (1)		Dato de la Institución Educativa o Programa Educativo				Período Lectivo (2)		IPEIG		Año		Eje		Ciclo		Ubicación Geográfica	
0 0 0 0 0 1		INCA CARLOS DE LA VEGA				2022-01		ARICAZO		2022		I		I		CUSCO	
Código		Código Móvil - Anexo		Resolución de Creación N°		R.M. N° 1020		CATEDRAL-VALLEJO-UNIVERSIDAD PERUANA (3)		INGLES (4)		MATEMATICA (5)		CIENCIA Y TECNOLOGIA (6)		Evaluación de Aprendizaje (7)	
Nombre de UGED		UGED - Cusco		Movilidad (8)		EBR		Grado (9)		5		Turno (10)		T		Cusco	
N° de Orden		D.N.I. / Código del Estudiante (11)		Apellidos y Nombres (Orden Alfabético) (12)		Sexo (13)		Sueldo (14)		Sueldo (14)		Sueldo (14)		Sueldo (14)		Sueldo (14)	
1	D	1	7	4	0	6	7	3	6	ALCOA CRUZ, Erika	F						
2	D	1	6	0	4	1	6	4	7	ADOLFE GUISPE, Luis Fernando	M						
3	D	1	7	5	2	5	7	0	6	CASTILLO DEZA, Juan David	M						
4	D	1	7	5	3	4	4	7	3	DAVO CARLO, Edil Eduardo	M						
5	D	1	6	0	6	6	9	2	5	CONRADO HUARAYANA, Jonathan	M						
6	D	1	7	4	2	6	2	7	3	SIACALLA HUAMAN, Fabriceo	M						
7	D	1	7	2	8	0	2	3	2	CHACO CHAVEZ, Wilber Iverson	M						
8	D	1	7	6	0	8	8	3	1	CLEMENTE PINEDA, Edwin Dora	M						
9	D	1	7	6	3	3	8	2	6	DELAGO CRUZ, Alex Cesar	M						
10	D	1	6	0	7	2	9	8	3	GUERRA RUIRO, Jose Luis	M						
11	D	1	7	6	9	1	3	9	8	HUAMAN CASTRO, Santiago	M						
12	D	1	6	0	6	0	0	4	7	HUAMAN WAMANI, Alex Ricardo	M						
13	D	1	7	5	1	5	2	5	2	HUAMAN OLIVERA, Yulio Anacleto Lopez	M						
14	D	1	7	4	9	3	9	8	1	HUAMAN MASIAS, Raimundo Juan	M						
15	D	1	7	4	7	0	0	2	1	HUARANCCA LAZAR, Alexander Christian	M						
16	D	1	7	5	8	0	7	7	4	HULLACAMA CANCHA CHOCOR, Juan Manuel	M						
17	D	1	6	0	0	1	7	5	2	JELATTURA DORIS, Alexander Christian	M						
18	D	1	7	4	1	2	3	4	6	CHOCOMAQUI, Luis Alberto	M						
19	D	1	7	6	3	7	7	0	2	RAMALLO GONZALEZ, Zaid Rodrigo	M						
20	D	1	7	3	7	0	0	2	0	OTA PAC, Jorge	M						
21	D	1	7	4	1	0	0	0	0	ALVA TENIENTE, Gabriel Santiago	M						

(1) Dato de la Unidad de Gestión Educativa Descentralizada (UGED) (2) Período Lectivo (3) Según norma que aplica (4) No aplica para desambiguar la promoción de grado (5) Se refiere a la cantidad de áreas y/o talleres que no alcanzan el calificativo mínimo exigido (6) (PRG) Promoción de Grado, (RR) Requiere Recuperación Pedagógica, (PGR) Permanencia en el Grado, (T) Traslado, (R) Retiro, (PT) Promoción de Titulación, (AD) Admisión de Titulación, (T) Promoción, (PG) Promoción de Grado (7) (SE) Situación Económica, (AG) Apoyo a labores agrícolas, (TR) Trabajo Interoft, (V) Violencia, (EN) Enfermedad, (AD) Admisión, (OT) Otras (Especificar en columna Observaciones) (8) N° y letra de Expediente (9) Dirección para recuperación, exámen, postulación, ubicación, subsección, actualización, convalidación de estudios independientes, convalidación de aprendizaje convalidado (10) Código de especialidad ocupacional (11) de acuerdo a la Tabla Especialidades - EPT elaborada por el director/a (12) Observaciones (13) Observaciones (14) Especial Ocupacional

N° de Orden	D.N.I. / Código del Estudiante (11)	Apellidos y Nombres (Orden Alfabético) (12)	Sexo (13)	Sueldo (14)	Cantidad de Estudiantes según Sexo		Total	Porcentaje (%)	ARICAZO (%)		Sueldo (14)						
					M	F			INGLES (4)	MATEMATICA (5)							
22	D	1	7	4	1	3	7	4	0	GUISPE GUARO, Juan	M						
23	D	1	7	6	1	6	7	2	3	GUISPE PINARES, Renato Sebastian	M						
24	D	1	7	3	4	6	3	8	7	GUISPE VALDIVIA, Luis Alberto	M						
25	D	1	7	5	7	8	3	1	6	ROMERO SEQUERO, Cesar Leonardo	M						
26	D	1	7	3	1	1	4	8	9	TAPIE CAYLLARUA, Frank Jose	M						
27	D	1	6	1	1	6	9	9	7	VARGAS CRUZ, Ronald Daniel	M						
28	D	1	7	6	0	6	5	4	9	VARGUEZ MERRA, Renato Smith	M						
29	D	1	7	2	9	7	0	1	5	VERONICA CARRERA, Christian David	M						
30	D	1	6	0	3	4	3	6	7	TANGUI LAZO, Alex Roberto	M						
31	D	1	6	0	4	1	0	6	3	YUCRA MOSCOSO, Eder Luis	M						

Nombre del Profesor(a) del Área: _____ Firma: _____
 Nombre del Profesor(a) del Área: _____ Firma: _____
 Lugar o ciudad: _____ Fecha: _____
 Sub Director(a) _____
 Firma - Post Firma y Sello

Anexo 3: Medios de verificación

Validación de instrumento por juicio de expertos

VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

I. DATOS GENERALES

1.1. **Título del trabajo de investigación:** "APLICACIÓN DEL ANALISIS DE CORRELACIÓN CANÓNICA Y COMPONENTES PRINCIPALES NO LINEALES EN EL ESTUDIO DE LA MOTIVACIÓN Y LOGRO DE APRENDIZAJE EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA DE LOS ESTUDIANTES DEL COLEGIO INCA GARCILASO DE LA VEGA, CUSCO 2022"

1.2. **Nombre del instrumento de evaluación:** Motivación de logro académico en la matemática

1.3. **Instrumento:** cuestionario

1.4. **Apellidos y nombres del experto:** Ibarra Cabrera Eliana María

1.5. **Nombre del investigador:** Luis Alberto Huilca Vargas

1.6. **Fecha:**

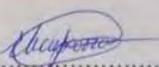
II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

COMPONENTES	INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente	Regular	Bueno	Muy bueno	Excelente
			0-20%	21-40%	41-60%	61-80%	81-100%
FORMA	1. REDACCIÓN	Los indicadores e ítems están redactados considerando los elementos necesarios.			X		
	2. CLARIDAD	Está formulado con un lenguaje apropiado.				X	
	3. OBJETIVIDAD	Esta expresado en conducta observable.					X
CONTENIDO	4. ACTUALIDAD	Es adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					X
	5. SUFICIENCIA	Los ítems son adecuados en cantidad y calidad.					X
	6. INTENCIONALIDAD	El instrumento mide en forma pertinente las variables de la investigación.				X	
ESTRUCTURA	7. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica.					X
	8. CONSISTENCIA	Se basa en aspectos teóricos científicos de la investigación educativa.					X
	9. COHERENCIA	Existe coherencia entre los ítems, indicadores, dimensiones y variables.					X
	10. METODOLOGÍA	Responde al propósito del diagnóstico.					X

III. **APORTE Y/O SUGERENCIA:** Mejorar redacción en algunos ítems.

IV. **PROMEDIO DE VALORACIÓN:** 82%

V. **LUEGO DE REVISADO EL INSTRUMENTO:**
 Procede su aplicación: Debe corregirse:

FIRMA: 
 Nombre: B. Eliana María Ibarra Cabrera
 DNI: 45869512

a.

VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

I. DATOS GENERALES

- 1.1. **Título del trabajo de investigación:** "APLICACIÓN DEL ANALISIS DE CORRELACIÓN CANÓNICA Y COMPONENTES PRINCIPALES NO LINEALES EN EL ESTUDIO DE LA MOTIVACIÓN Y LOGRO DE APRENDIZAJE EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA DE LOS ESTUDIANTES DEL COLEGIO INCA GARCILASO DE LA VEGA, CUSCO 2022"
- 1.2. **Nombre del instrumento de evaluación:** Motivación de logro académico en la matemática
- 1.3. **Instrumento:** cuestionario
- 1.4. **Apellidos y nombres del experto:** *Espejo Abarca Karola*
- 1.5. **Nombre del investigador:** Luis Alberto Huillca Vargas
- 1.6. **Fecha:**

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

COMPONENTES	INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente	Regular	Bueno	Muy bueno	Excelente
			0-20%	21-40%	41-60%	61-80%	81-100%
FORMA	1. REDACCIÓN	Los indicadores e ítems están redactados considerando los elementos necesarios.				X	
	2. CLARIDAD	Está formulado con un lenguaje apropiado.					X
	3. OBJETIVIDAD	Esta expresado en conducta observable.				X	
CONTENIDO	4. ACTUALIDAD	Es adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					X
	5. SUFICIENCIA	Los ítems son adecuados en cantidad y calidad.					X
	6. INTENCIONALIDAD	El instrumento mide en forma pertinente las variables de la investigación.					X
ESTRUCTURA	7. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica.					X
	8. CONSISTENCIA	Se basa en aspectos teóricos científicos de la investigación educativa.				X	
	9. COHERENCIA	Existe coherencia entre los ítems, indicadores, dimensiones y variables.					X
	10. METODOLOGÍA	Responde al propósito del diagnóstico.					X

III. APORTE Y/O SUGERENCIA:

IV. PROMEDIO DE VALORACIÓN:

V. LUEGO DE REVISADO EL INSTRUMENTO:

Procede su aplicación: Debe corregirse:

FIRMA:

Nombre: *Karola Espejo Abarca*
 DNI: *45634597*
 PSICÓLOGA
 DOCENTE UNIVERSITARIO

VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

I. DATOS GENERALES

- 1.1. **Título del trabajo de investigación:** "APLICACIÓN DEL ANALISIS DE CORRELACIÓN CANÓNICA Y COMPONENTES PRINCIPALES NO LINEALES EN EL ESTUDIO DE LA MOTIVACIÓN Y LOGRO DE APRENDIZAJE EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA DE LOS ESTUDIANTES DEL COLEGIO INCA GARCILASO DE LA VEGA, CUSCO 2022"
- 1.2. **Nombre del instrumento de evaluación:** Motivación de logro académico en la matemática
- 1.3. **Instrumento:** cuestionario
- 1.4. **Apellidos y nombres del experto:** Mg. Esperanza Lourdes Dueñas Pareja
- 1.5. **Nombre del investigador:** Luis Alberto Hulla Vargas
- 1.6. **Fecha:** 03 de noviembre de 2022

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

COMPONENTES	INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente	Regular	Bueno	Muy bueno	Excelente
			0-20%	21-40%	41-60%	61-80%	81-100%
FORMA	1. REDACCIÓN	Los indicadores e ítems están redactados considerando los elementos necesarios.				X	
	2. CLARIDAD	Está formulado con un lenguaje apropiado.					X
	3. OBJETIVIDAD	Esta expresado en conducta observable.					X
CONTENIDO	4. ACTUALIDAD	Es adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.				X	
	5. SUFICIENCIA	Los ítems son adecuados en cantidad y calidad.					X
	6. INTENCIONALIDAD	El instrumento mide en forma pertinente las variables de la investigación.				X	
ESTRUCTURA	7. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica.					X
	8. CONSISTENCIA	Se basa en aspectos teóricos científicos de la investigación educativa.					X
	9. COHERENCIA	Existe coherencia entre los ítems, indicadores, dimensiones y variables.				X	
	10. METODOLOGÍA	Responde al propósito del diagnóstico.					X

III. APORTE Y/O SUGERENCIA:

IV. PROMEDIO DE VALORACIÓN:

V. LUEGO DE REVISADO EL INSTRUMENTO:

Procede su aplicación: Debe corregirse:

FIRMA:



.....
Nombre: Esperanza Lourdes Dueñas
 Pareja
DNI : 23831250

Autorización del director de la I.E. Inca Garcilaso de la vega para realizar el estudio de investigación



"Año del Fortalecimiento de la Soberanía Nacional"

DECRETO ADMINISTRATIVO N° 021-2022/DRE-C/UGEL-C/D.I.E.E."IGV"-SEC.D.

Visto, el Expediente N° 2818 de fecha 07-11-2022 presentado por el Lic. Luis Alberto HUILLCA VARGAS, estudiante de la Escuela de Posgrado de la Universidad San Antonio Abad del Cusco, quien pide autorización para la aplicación de encuesta para el trabajo de investigación titulado *"Aplicación del análisis de correlación canónica y componentes principales no lineales en el estudio de la motivación y logro de aprendizaje en el Área de Matemática de los estudiantes del Colegio Inca Garcilaso de la Vega del Cusco"*; para tal fin, adjunta el instrumento - encuesta de aplicación a estudiantes del 5to Grado de Secundaria de ambos turnos y de forma presencial. Además, ajunta los requisitos administrativos que corresponden, y estando dentro de mis facultades mí despacho;

DECRETA:

1. **AUTORIZAR**, por el Lic. Luis Alberto HUILLCA VARGAS, estudiante de la Escuela de Posgrado de la Universidad San Antonio Abad del Cusco, quien pide autorización para la aplicación de encuesta para el trabajo de investigación titulado *"Aplicación del análisis de correlación canónica y componentes principales no lineales en el estudio de la motivación y logro de aprendizaje en el Área de Matemática de los estudiantes del Colegio Inca Garcilaso de la Vega del Cusco"*; a estudiantes del 5to Grado de Secundaria de ambos turnos y de forma presencial.
2. **COORDINAR**, con los Subdirectores del Nivel secundario y la docente Coordinadora Pedagógica del Área de Matemática, para que se le brinde las facilidades necesarias en la aplicación del instrumento de investigación y copia de nóminas de matrícula, copia de actas y/o registros auxiliares.
3. **ENTREGAR** a la docente Coordinadora Pedagógica del Área de Matemática de esta institución una copia del reporte y análisis de los datos y una copia de la tesis al finalizar el trabajo de investigación. Esta información debe ser socializado por el tesista con los docentes del Área de Matemática para la mejora de los aprendizajes.
4. **NOTIFICAR**, la presente a las partes interesadas.

Cusco, 07 de noviembre de 2022.



Av. La Cultura s/n
084-403848
dg@colegiogarcilasocusco.edu.pe
<http://colegiogarcilasocusco.edu.pe>

Anexo 4: Otros**Fotos de la aplicación de la encuesta**

Puntuaciones de las dimensiones

Puntuaciones de los objetos

Número del caso	Dimensión	
	1	2
1	,004	,684
2	,477	-,163
3	1,944	1,066
4	-,459	-,520
5	,265	,029
6	-,623	-,953
7	-1,411	-1,027
8	,355	,009
9	-,789	-1,218
10	,167	2,470
11	-,665	,127
12	,440	,189
13	,349	-,896
14	1,161	1,126
15	-,499	,572
16	1,712	1,025
17	-,423	,373
18	-1,853	-,625
19	1,527	-,613
20	-,784	,615
21	-1,020	-,109
22	-1,167	1,211
23	-,376	-,317
24	,059	-,876
25	-,559	-,288
26	,886	-,867
27	-,536	-,608
28	,810	,838
29	-,231	-1,577
30	-,580	,237
31	-1,433	-,558
32	-1,033	-,111
33	-,091	-,506
34	1,971	-1,929
35	-1,212	-,101
36	,069	1,347

37	-,706	,016
38	-1,306	-,755
39	,453	-,655
40	,410	-,042
41	1,038	,847
42	,289	-1,582
43	,915	,277
44	1,436	,158
45	-,228	,377
46	,324	-1,444
47	-,356	-1,844
48	1,826	-,317
49	,893	-1,591
50	2,045	1,286
51	-,797	1,796
52	-1,248	,792
53	,472	1,039
54	-,932	,018
55	,098	-,687
56	1,635	2,260
57	-1,275	-1,377
58	,882	-,603
59	,545	,738
60	-2,435	1,844
61	-1,051	-,143
62	-,143	2,237
63	,287	1,088
64	-,969	-,757
65	1,041	-1,240
66	-1,173	-,065
67	-,502	,014
68	1,416	1,851
69	1,863	-1,704
70	,204	-,171
71	-2,394	1,375
72	-,470	,033
73	-,021	-2,068
74	-,778	1,916
75	1,294	-,313
76	1,734	-,346

77	-,351	-,533
78	,936	,118
79	-,419	1,707
80	-,928	-1,108
81	1,620	,045
82	-,051	2,024
83	-,474	1,405
84	-1,053	-,219
85	,537	,097
86	,301	1,019
87	-,792	,251
88	-,009	-1,440
89	,305	-1,161
90	1,639	-,397
91	-,120	-1,080
92	-1,146	1,180
93	,140	1,956
94	,048	-,567
95	,350	-,500
96	-,963	-,650
97	1,189	-1,536
98	-1,123	-,861
99	-,741	1,374
100	,014	1,646
101	,684	-,680
102	-1,552	-1,000
103	-,614	1,037
104	-,261	,132
105	,650	,116
106	1,054	-1,957
107	-,017	-,086
108	1,854	,720
109	-,160	,689
110	-1,206	-,729
111	,483	,790
112	,132	-1,399
113	-,186	1,339
114	-1,131	-,836
115	-,006	,850
116	-,882	,629

117	-,907	1,186
118	-,238	,717
119	-,224	,492
120	1,796	-,824
121	1,362	-,354
122	-1,275	-,644
123	,394	-,723
124	1,124	,789
125	-,587	1,016
126	,102	,440
127	-1,381	-,262
128	-,646	,917
129	1,529	,977
130	,316	,330
131	-,909	-,758
132	-1,169	1,153
133	,181	,566
134	,145	,779
135	-1,092	-,292
136	-1,481	1,669
137	-1,056	-,385
138	-,216	-2,595
139	-,154	-,619
140	-,322	,475
141	-1,602	-,793
142	-,480	1,607
143	2,055	,716
144	-1,037	-1,064
145	1,376	,442
146	-,393	-,537
147	1,000	1,041
148	,728	-,424
149	,210	,176
150	,547	-,554
151	1,762	1,823
152	1,820	,913
153	-,645	-,443
154	-,034	,315
155	-1,433	-1,267
156	-,039	-,642

157	,637	-1,234
158	1,477	-,885
159	,654	-1,184
160	-,039	1,001
161	-1,002	,320
162	,021	-1,532
163	1,197	-1,050
164	1,458	-,142
165	,340	,704
166	,399	-,533
167	-,697	,313
168	-1,241	-,260
169	1,194	-,574
170	-,512	,400
171	,480	1,236
172	1,528	-,081
173	-,485	-,167
174	,335	1,493
175	,101	-1,103
176	,341	-,928
177	-1,437	-,278
178	1,915	-1,177
179	-,685	,061
180	1,098	2,007
181	-,600	-,575
182	,172	-,458
183	-2,082	,788
184	-,046	,662
185	-,850	,967
186	,475	1,079
187	,371	-,737
188	1,488	,610
189	-1,103	-1,133
190	-1,397	,100
191	,502	-1,245
192	-,262	-1,859
193	,562	-,572
194	-,721	-,863
195	1,297	-,362
196	-2,342	-,576

197	-1,649	,891
198	,537	1,100
199	1,560	-,921
200	-,563	-,877
201	-,069	-,480

Normalización de principal de variable.