

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

**FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS DE LA COMUNICACIÓN
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA**



TESIS

TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS EN EL APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE LOS NÚMEROS ENTEROS EN EL PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA CHARAMURAY - 2018

PRESENTADA POR:

Br. MARGOT HUAMAN RONDAN

Br. JAIME VERGARA HUALLPARIMACHI

Para optar al Título de Licenciado en Educación Secundaria: Especialidad de Matemática y Física.

ASESORA:

Dra. Luz María Cahuana Fernández

CUSCO - PERÚ

2019

Dedicatoria

A mi familia por su apoyo incondicional,
comprensión y palabras de aliento.

Margot Huaman R.

A Dios que puso en mí, fortaleza,
perseverancia y afán de servicio a la
comunidad educativa.

Margot Huaman R.

A mi madre:
María Huallparimachi Vargas,
a quien debo todo lo que soy y lo que seré.

Jaime Vergara H.

A Ingrid, por su comprensión y apoyo
incondicional para seguir creciendo como
profesional.

Jaime Vergara H.

Agradecimientos

A la Dra. Luz María Cahuana Fernández, por su apoyo incondicional y orientación para la ejecución del presente trabajo. A todos los docentes de la Escuela Profesional de Educación, quienes han contribuido a lo largo de mi formación profesional.

Margot Huaman R.

A mis maestros de la Escuela de Profesional de Educación quienes que con sus experiencias y conocimientos construyeron mis sueños. A mi familia, quienes fueron los artífices de toda mi formación universitaria.

Especial agradecimiento a la Dra. Elizabet Dueñas, por su apoyo incondicional y sincero en todos los aspectos para la realización del presente trabajo de investigación.

Jaime Vergara H.

Presentación

Señora Decana de la Facultad de Educación y Ciencias de la Comunicación, señores miembros de la Unidad de Investigación de la Facultad de Educación y Ciencias de la Comunicación - Escuela Profesional de Educación Secundaria.

Dando cumplimiento al reglamento de Grados y Títulos de la Facultad de Educación y Ciencias de la Comunicación de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, se presenta la tesis de investigación que lleva por título: “Teoría de las Situaciones Didácticas en el Aprendizaje de las Operaciones Básicas de los Números Enteros en el Primer Grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Charamuray, 2018”

El presente trabajo de investigación surge a partir de la necesidad de reinventar el aprendizaje de la matemática por parte de los estudiantes de la escuela secundaria, un aprendizaje centrado en la producción de conocimientos matemáticos para luego validarlos según las reglas de la comunidad matemática, además la necesidad de hacer un viraje para la enseñanza de la matemática por parte del profesorado, proponemos la Teoría de las Situaciones Didácticas planteado por el profesor Guy Brousseau, teoría que trata de comprender las relaciones docente-estudiante que ocurre en aula.

El presente trabajo de investigación se estructura de la siguiente manera:

En el Capítulo I: Se centra en el desarrollo de la delimitación del problema objeto de estudio que comprende el área y línea de investigación, el área geográfica, la descripción del problema, el planteamiento del problema (general y específicas), los objetivos (general y específicas), las hipótesis (general y específicas), la justificación (pertinente, relevante y pedagógica), las variables (dependiente, independiente e intervinientes) y las limitaciones de la investigación.

En el Capítulo II: comprende los antecedentes, las bases legales, las bases teóricas y el mar-

co conceptual de la investigación. Se hizo un exhaustivo revisión de los antecedentes del presente proyecto.

En el Capítulo III: se sitúa la metodología de la investigación: el tipo, nivel y diseño de la investigación, la población y la muestra, las técnicas e instrumentos de la investigación.

En el Capítulo IV: se exponen los resultados y discusiones a los que se arribó una vez ejecutado la parte estadística; así como la prueba de hipótesis y las conclusiones y recomendaciones.

Siempre agradeciendo de manera particular a los docentes de la Facultad de Educación por su apoyo incondicional y al director, docentes y estudiantes de la Institución Educativa Nro 56258 - Charamuray, quienes facilitaron la información solicitada y los respectivos permiso para realizar esta investigación.

INDICE GENERAL

Dedicatoria	II
Agradecimientos	III
Presentación	IV

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACION

1.1	Delimitación del problema	1
1.1.1	Área y línea de investigación	1
1.1.2	Área geográfica	1
1.1.3	Descripción del problema de investigación	1
1.2	Formulación del problema de investigación	2
1.2.1	Problema general	4
1.2.2	Problemas específicos	4
1.3	Formulación de objetivos	4
1.3.1	Objetivo general	4
1.3.2	Objetivo específico	4
1.4	Justificación de la investigación	5
1.4.1	Justificación pertinente	5
1.4.2	Justificación relevante	5
1.4.3	Justificación pedagógica	6
1.5	Limitaciones de la investigación	7

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

2.1	Antecedentes de la investigación	8
2.1.1	Internacionales	8

2.1.2	Nacionales	10
2.2	Bases legales	14
2.3	Bases teóricas	15
2.3.1	La didáctica	15
2.3.2	Didáctica de la matemática	16
2.3.3	Antecedentes de la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau	16
2.3.4	Teoría de las situaciones didácticas (TSD)	17
2.3.5	Situación didáctica	18
2.3.6	Fases o dialécticas de la teoría de las situaciones didácticas	19
2.3.7	Situación A-didáctica	29
2.3.8	Contrato didáctico	29
2.4	Breve reseña histórica de la matemática	30
2.5	El sistema de los números naturales	31
2.6	Definición axiomática del sistema de los números naturales	32
2.6.1	Axiomas para la adición	33
2.6.2	Axiomas para la multiplicación	33
2.6.3	Sustracción de números naturales	34
2.6.4	División de números naturales	34
2.7	Extensión del sistema de los números naturales	34
2.7.1	Adición de números enteros	36
2.7.2	Sustracción de números enteros	36
2.7.3	multiplicación de números enteros	37
2.7.4	División de números enteros	38
2.8	La matemática en el currículo nacional de la educación básica	38
2.8.1	El aprendizaje de los números enteros en el primer grado de educación secundaria dentro del currículo nacional	40
2.9	Bases conceptuales	44
2.10	Hipótesis y variables	45
2.10.1	Formulación de la hipótesis	45
2.11	Variables de estudio	46
2.11.1	Variable independiente	46

2.11.2	Variable dependiente	46
2.11.3	variables intervinientes	46
2.12	Operacionalización de variables	46
CAPÍTULO III		
METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN		
3.1	Tipo de investigación	49
3.2	Nivel de investigación	49
3.3	Diseño de investigación	49
3.4	Población y muestra	50
3.4.1	Población	50
3.4.2	Muestra	50
3.5	Técnicas e instrumentos de investigación	51
3.5.1	Técnicas	51
3.5.2	Instrumentos	51
3.6	Técnicas de análisis e interpretación de datos	52
CAPÍTULO IV		
PRESENTACIÓN DE RESULTADOS		
4.1	Procesamiento, análisis, interpretación y discusión de resultados	53
4.1.1	Análisis de datos para la operación de la adición	53
4.1.2	Análisis de datos para la operación de la sustracción	60
4.1.3	Análisis de datos para la operación de la multiplicación	66
4.1.4	Análisis de datos para la operación de la división	72
4.1.5	Análisis de datos en forma general	78
		86
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		
Conclusiones		86
Recomendaciones		88
Bibliografía		89
Anexos		92
A Matriz de consistencia		93

B Pre test	95
C Sesiones de aprendizaje	101
D Lista de cotejo	159
E Pos test	161
F Matriz de evaluación	166
G Base de Datos	171
H Panel fotográfico	178

Índice de tablas

Tabla 01	Roles del Docente y del estudiante en la fase de acción	21
Tabla 02	Roles del docente y del estudiante en la fase de formulación	23
Tabla 03	Roles del docente y del estudiante en la fase de validación	25
Tabla 04	Roles del docente y del estudiante en la fase de institucionalización	27
Tabla 05	Roles del docente y del estudiante en la fase de evaluación	28
Tabla 06	Operacionalización de variables	47
Tabla 07	Población de docentes y estudiantes de la I.E. N° 56258 - Charamuray	50
Tabla 08	Muestra de los estudiantes del primer grado de la I. E. N° 56258 - Charamuray	51
Tabla 09	<i>Puntajes del pre test y pos test para la operación de la adición</i>	53
Tabla 10	<i>Tabla de frecuencias del pre test para la operación de la adición</i>	54
Tabla 11	<i>Tabla de frecuencias del pos test para la operación de la adición</i>	55
Tabla 12	<i>Tabla de resumen estadístico para la operación de la adición</i>	57
Tabla 13	<i>Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para la operación de la adición</i>	59
Tabla 14	<i>Estadísticos de prueba para rangos con signo de Wilcoxon para la adición</i>	60
Tabla 15	<i>Puntajes del pre test y pos test para la operación de la sustracción</i>	60
Tabla 16	<i>Tabla de frecuencias del pre test para la operación de la sustracción</i>	62
Tabla 17	<i>Tabla de frecuencias del pos test para la operación de la sustracción</i>	63
Tabla 18	<i>Tabla de resumen estadístico para la operación de la sustracción</i>	63
Tabla 19	<i>Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para la operación de la adición</i>	65
Tabla 20	<i>Estadísticos de prueba de rangos con signo de Wilcoxon para la ope- ración de la sustacción</i>	66

Tabla 21	<i>Puntajes del pre test y pos test para la operación de la multiplicación</i>	67
Tabla 22	<i>Tabla de frecuencias para el pre test de la multiplicación</i>	68
Tabla 23	<i>Tabla de frecuencias para el pos test de la multiplicación</i>	68
Tabla 24	<i>Tabla de resumen estadístico para la operación de la multiplicación</i>	69
Tabla 25	<i>Prueba de rangos con signos de Wilcoxon para la operación de la multiplicación</i>	71
Tabla 26	<i>Estadísticos de la prueba para rangos con signo de Wilcoxon para la multiplicación</i>	72
Tabla 27	<i>Puntajes del pre test y pos test para la operación de la división . . .</i>	72
Tabla 28	<i>Tabla de frecuencias para el pre test de la división</i>	74
Tabla 29	<i>Tabla de frecuencias para el pos test de la división</i>	75
Tabla 30	<i>Resumen de resumen estadístico para la operación de la división . .</i>	75
Tabla 31	<i>Prueba de rangos con signos de Wilcoxon para la operación de la división</i>	77
Tabla 32	<i>Estadísticos de prueba de rangos con signo de Wilcoxon para la división</i>	77
Tabla 33	<i>Puntajes del pre test y pos test en forma general</i>	78
Tabla 34	<i>Tabla de frecuencias para el pre test en forma general</i>	79
Tabla 35	<i>Tabla de frecuencias para los puntajes del pos test en forma general</i>	80
Tabla 36	<i>Tabla de resumen estadístico en forma general</i>	82
Tabla 37	<i>Prueba de normalidad Shapiro - Wilk en forma general</i>	83
Tabla 38	<i>Tabla de muestras emparejadas en forma general</i>	84
Tabla 39	<i>Tabla de correlación de muestras en forma general</i>	84
Tabla 40	<i>Tabla de muestras emparejadas en forma general</i>	85
Tabla 41	<i>Matriz de consistencia</i>	94

Índice de figuras

Figura 01	Gráfica de barras de la variación de puntajes de la operación de la adición	56
Figura 02	Gráfica de barras de la variación de puntajes para la operación de la sustracción	62
Figura 03	Gráfica de barras para la operación de la multiplicación	70
Figura 04	Gráfica de barras para la operación de la división	74
Figura 05	Gráfica de barras para los puntajes en general	81

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Delimitación del problema

1.1.1. Área y línea de investigación

La matemática siempre ha desempeñado un rol fundamental en el desarrollo de los conocimientos científicos y tecnológicos, gran parte de los avances científicos se debe al nivel de avance y descubrimientos en la rama de las matemáticas. En ese sentido, la matemática tiene una función instrumental y social que permite resolver la problemática de la sociedad. Pero el aprendizaje de los números se vuelve poco significativa, alejada de la realidad o simplemente aburrida, esto; producto de la utilización de estrategias o metodologías que no son acordes al desarrollo de las competencias que se quiere lograr en el estudiante. Es por eso que la presente investigación está enmarcada dentro del área de la didáctica de la matemática porque toma en cuenta los aspectos de la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau.

1.1.2. Área geográfica

La Institución Educativa Nro 56258 de Charamuray del nivel secundario, se encuentra ubicada en el centro poblado del mismo nombre del distrito de Ccolquemarca y provincia de Chumbivilcas. En la actualidad (2018) la Institución Educativa cuenta con una infraestructu-

ra amplia y propia, con una población estudiantil de 140 estudiantes entre primaria y secundaria que asisten de comunidades aledañas.

1.1.3. Descripción del problema de investigación

Es bastante conocido que la educación en el Perú atraviesa por una situación difícil, esto debido a muchos factores que generalmente se le atribuye a la práctica pedagógica del docente en el aula, que está asociada a la utilización de una didáctica inadecuada y una metodología que no se adapta a las diferentes situaciones culturales y sociales que caracteriza al estudiante.

Un esfuerzo para darle una mirada general al panorama de la problemática de la educación peruana, seguramente nos encontraremos con innumerables situaciones que afectan la normal practica educativa en el aula, entre ellos podemos citar ciertos ejemplos quizás por la mala implementación de las políticas educativas, que actualmente estamos sumidos en reformas tras reformas sin una continuidad en las políticas que se ponen en marcha, o quizás también a la no adecuada formación docente en las aulas universitarias y como consecuencia la mala preparación de los educadores, así como el currículo vigente en el sistema educativo peruano que no toma en cuenta la realidad geográfica, social, económica, etc. del país o la misma situación pluricultural que nos caracteriza como país, pero la única certeza que nos caracteriza en el ámbito educativos es que estamos en la zaga en comparación con los demás sistemas educativos del continente, esto se puede evidenciar con una mirada a los informes PISA que cada tres años evalúa el rendimiento de los escolares de 15 años en las disciplinas de ciencias, matemáticas y letras en la cual estamos entre los últimos lugares. Con una ligera mejora en la evaluación 2015 en comparación al del año 2012 (UMC, 2017).

Las tendencias actuales en el campo de las reformas educativas en el país apuntan en la mejora de las habilidades matemáticas y científicas de los educandos en la edad escolar, esto con la finalidad de mejorar sino revertir la situación en el país en el aspecto educativo, entonces es momento que toda la comunidad educativa sume esfuerzos en beneficio de esa juventud estudiosa que en un futuro no muy lejano serán los que conduzcan los destinos de nuestro país, y para atribuirle semejante responsabilidad es necesario brindarle una educación de calidad y pertinente a las exigencias del mundo moderno donde las tecnologías

de la información y comunicación (TIC) en el ámbito educativo avanzan a pasos agigantados.

Es por ello el presente trabajo de investigación tiene la finalidad aportar los conocimientos científicos en el campo de la ingeniería didáctica, una propuesta desde la perspectiva de la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau para la enseñanza de los números enteros, sabemos que toda la matemática desde lo más simple a lo más complejo descansa sobre los cimientos del concepto de los números, por lo tanto, es de vital importancia que los estudiantes del VI ciclo de la educación básica regular adquieran destrezas y habilidades con para poder mejorar el nivel del rendimiento académico y estar en la capacidad de resolver los problemas de la vida real donde se involucren los números enteros y a partir de ello estar preparados para las pruebas estandarizadas que se aplican con fines de medición de las habilidades matemáticas.

Por experiencia propia que se desempeña con la labor docente en la institución educativa de Charamuray se observa serias dificultades en los estudiantes del primer grado no solo al momento de resolver problemas que involucran números enteros y operaciones básicas en el campo de los números enteros (Z); sino, presenta dificultades en el desempeño que involucra las cuatro competencias que forman parte el área de matemática. Por eso la presente investigación abordará el estudio de los procesos de aprendizaje de los números enteros y sus operaciones en los estudiantes de Primer Grado de Educación Secundaria por medio de una secuencia de problemas basados en aspectos de la Teoría de Situaciones Didácticas.

Esta investigación quiere comprobar que el estudiante puede construir su propio conocimiento por medio de situaciones de aprendizaje, planeadas, diseñadas, elaboradas por el docente, y lograr que el estudiante se apropie de las mismas, por medio de la interacción con el medio, y que un aprendizaje incorrecto sobre los números enteros y sus operaciones puede crear problemas en el aprendizaje de otros objetos matemáticos que necesite del uso de números enteros.

1.2. Formulación del problema de investigación

1.2.1. Problema general

- ¿Cómo influye la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de las operaciones básicas de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la institución educativa Nro 56258, Charamuray - 2018?

1.2.2. Problemas específicos

- ¿Cómo influye la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de la adición de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Nro 56258, Charamuray - 2018?
- ¿Cómo influye la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de la multiplicación de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Nro 56258, Charamuray - 2018?
- ¿Cómo influye la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de la sustracción de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Nro 56258, Charamuray - 2018?
- ¿Cómo influye la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de la división de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Nro 56258, Charamuray - 2018?

1.3. Formulación de objetivos

1.3.1. Objetivo general

- Determinar la influencia de la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de las operaciones básicas de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Nro 56258, Charamuray - 2018

1.3.2. Objetivos específicos

- Determinar la influencia de la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de la adición de los números enteros de los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución educativa Nro 56258, de Charamuray - 2018.
- Determinar la influencia de la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de la multiplicación de números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Nro 56258, Charamuray - 2018.
- Determinar la influencia de la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de la sustracción de números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Nro 56258, Charamuray - 2018.
- Determinar la influencia de la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de la división de números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Nro 56258, Charamuray - 2018.

1.4. Justificación de la investigación

1.4.1. Justificación pertinente

“La matemática es una actividad humana y ocupa un lugar relevante en el desarrollo del conocimiento y de la cultura de nuestras sociedades. Se encuentra en constante desarrollo y reajuste, y, por ello, sustenta una creciente variedad de investigaciones en las ciencias y las tecnologías modernas, las cuales son fundamentales para el desarrollo integral del país” (MINEDU, 2016). En ese sentido, uno de los objetivos de la matemática es formar ciudadanos capaces de buscar, organizar, sistematizar y analizar información para entender el mundo que los rodea, desenvolverse en él, tomar decisiones pertinentes, y resolver problemas en distintas situaciones, usando de manera flexible; estrategias y conocimientos matemáticos.

El escenario de toda actividad matemática es la resolución de problemas que surgen de un contexto real, las cuales se conciben como acontecimientos significativos para los estudiantes, el aprendizaje del sistema de los números enteros es fundamental en el primer grado de

Educación Secundaria para construir otros sistemas numéricos como el sistema de los números racionales y luego los reales. La práctica docente que se desempeña a diario permite ver las dificultades operativas que tienen los estudiantes en la resolución de problemas que involucran el sistema de los números enteros, conscientes de la problemática del estudiante, la presente investigación pretende la puesta en praxis de un modelo de enseñanza centrado en la producción de conocimientos matemáticos que se basa en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau.

1.4.2. Justificación relevante

Los resultados de la competencia matemática en Perú según PISA 2015: “En un análisis más detallado del caso peruano se tiene que el 21.0 % de sus estudiantes se ubica en el nivel 2, el nivel base de la evaluación PISA. Esto indica que estos estudiantes logran interpretar y reconocer situaciones que requieren una inferencia directa; también, que utilizan algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones básicas y efectúan razonamientos directos, así como interpretaciones literales de los resultados”... En el nivel 3 se ubica el 9.8 % de los estudiantes peruanos. Ellos pueden ejecutar procedimientos claramente descritos y tomar decisiones acerca de la secuencia a seguir, así como realizar interpretaciones que sustenten la construcción de un modelo simple o la selección de estrategias de resolución de problemas sencillos. Estos estudiantes pueden utilizar representaciones basadas en diversas fuentes de información y razonar directamente a partir de ellas. También, muestran algunas habilidades de manejo de porcentajes, fracciones y números decimales, y den relaciones de proporcionalidad. Asimismo, el 2.7 % de los estudiantes peruanos se ubica en el nivel 4. Estos muestran eficacia en el trabajo con modelos explícitos en situaciones concretas y complejas. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, relacionándolas con situaciones del mundo real. También, pueden razonar con algunas intuiciones en contextos simples.

Asimismo, pueden elaborar y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones, razonamientos y acciones”(UMC, 2017). Para contribuir con la mejora de la calidad en la formación de los educandos requiere el uso de estrategias metodológicas acordes a los tiempos actuales, metodologías que contribuyan al desarrollo de las competencias y capacidades en los estudiantes. Es así, que el presente trabajo es relevante porque el proceso de enseñanza – aprendizaje se basa en una teoría donde el centro de ese proceso de enseñanza

es el estudiante que a la vez es constructor de su propio aprendizaje.

1.4.3. Justificación pedagógica

El presente trabajo de investigación es por demás novedoso puesto que en la actualidad no se dispone de trabajos similares en la biblioteca de la facultad de educación de la Unsaac es por ello que se tiene el reto de seguir investigando en esta fascinante labor de docentes para poder aportar en la mejora de la calidad educativa de los educandos. La pertinencia del tema radica en que sigue los principios de la didáctica por encontrar una metodología adecuada para facilitar el proceso de la enseñanza-aprendizaje de la matemática y gracias a los esfuerzos necesarios ejecutados para la realización de este proyecto y afirmar la viabilidad del mismo nos dedicamos a seguir investigando para conseguir el material bibliográfico necesario para materializar el cuerpo teórico y fundamento científico del presente, y así justificar la validez y la confiabilidad y contar con un alto rigor científico sentando las bases para las posteriores investigaciones que se pudieran realizar en este campo de la didáctica.

El reto del docente en la actualidad aparte de la preparación científica - académica, es la investigación en el campo de la didáctica de la matemática como una disciplina científica que sea como un instrumento que contribuya a la solución de los problemas que surgen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en el aula.

1.5. Limitaciones de la investigación

La escasa bibliografía con que se cuenta en la actualidad limita de cierta manera la predisposición para proseguir con los trabajos de investigación que posean con un alto rigor científico y confiabilidad. Pues se realizó las respectivas consultas bibliográficas en la biblioteca de la facultad de educación obteniendo resultados negativos con respecto al tema de investigación.

El factor económico no está ausente en las limitaciones porque es necesario que, en un trabajo de investigación contar con los materiales, instrumentos, y otros insumos necesarios para proseguir con el trabajo, luego ponderar el apoyo de los docentes involucrados en el tema.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

2.1. Antecedentes de la investigación

2.1.1. Internacionales

Masías J. (2016), diseño y estudio de situaciones didácticas que favorecen el trabajo con registros semióticos, tesis presentado en la Universidad Complutense de Madrid, para optar al Grado de Doctor en Educación, llegando a las principales conclusiones:

- A partir del estudio realizado de la legislación educativa de los últimos años en el capítulo 2, se concluye que no existe conciencia didáctica del papel que juega la conversión entre registros de representación en el aprendizaje de los conceptos en el área de matemáticas. No está incluido como proceso en ninguno de los bloques de contenidos, tanto en primaria como en secundaria, apareciendo implícitamente en los mismos. Este hecho repercute de manera directa en la práctica del profesorado, los cuales pasan por alto las posibles relaciones que pueden establecer los alumnos entre un objeto y su representación, así como las dificultades que ello conlleva, obviando y desconociendo la importancia que tiene la coordinación de los diferentes registros que hacen referencia a un mismo contenido en la aprehensión de los conocimientos. Si comparamos las conversiones que, según lo marcado en el currículo el estudiante puede efectuar con el total de posibles conversiones que podrían realizar según el desarrollo cognitivo general del alumnado en cada curso, se observa gran diferencia, por lo que podríamos destacar ya un fenómeno didáctico: la actividad reductora del ejercicio de la repre-

sentación La deserción en la IUE es del 45 por ciento y afecta principalmente a los estudiantes menores de 26 años; es decir, a los jóvenes.

- El análisis mostró como los libros de texto promueven un uso simultáneo, no controlado, y en diversas ocasiones carente de sentido y funcionalidad, de algunos registros de representación semiótica, dando por hecho que el estudiante es capaz de interpretar y establecer relaciones entre ellas por sí mismo. Este hecho, junto con los obstáculos derivados por la falta de congruencia entre los diferentes registros semióticos que pueden entrar en juego en la conversión, genera la aparición de dificultades en el alumno debido tanto a la complejidad que ello conlleva como a la falta de destreza a la hora de articular varios sistemas de representación para un mismo concepto. La manera en que los libros de texto de Primaria y Secundaria trabajan los tratamientos y conversiones entre registros no es satisfactorio ni suficiente. En lugar de intentar proponer actividades donde estén realmente presentes múltiples representaciones que ejerciten la movilización cognitiva y la coordinación de diferentes sistemas semióticos por parte del alumno, persiguen proporcionar al alumno herramientas que les conduzcan a la solución de los problemas planteados de manera rápida, generando de este modo, errores y dificultades al obviar los saltos cognitivos que tienen lugar en el paso de unas representaciones a otras.
- A partir del estudio de las Evaluaciones de Diagnóstico podemos inferir, de manera general, que existe cierto interés en lo concerniente y relativo a la utilización de sistemas de representación y conversión y articulación de Registros Semióticos, pero no vas más allá de lo intuitivo y rutinario, sin profundizar en los verdaderos aspectos relacionados con una coordinación correcta y significativa entre la lengua natural, un sistema de números, una expresión algebraica, una gráfica, una figura o cuerpo geométrico, una tabla, un dibujo, un esquema, etc. lo cual permite una comprensión de un concepto a un mayor nivel de abstracción. En contradicción con los marcos teóricos en los que se sustentan las evaluaciones y su diseño, el análisis de los ítems revela cómo en ningún momento los estudiantes deben llevar a cabo la construcción de algún modelo de representación, comparar diferentes representaciones o describir la relación entre distintos sistemas semióticos. Del mismo modo, la conversión, vinculación, integración y traducción con fluidez de diferentes registros semióticos, se reduce a lo sumo a dos registros de representación, existiendo un claro predominio de la articulación

entre el registro de la lenguaje natural y el registro gráfico, en los cuales el alumno tiene que interpretar el gráfico en el contexto y situación que se les presenta para poder responder las cuestiones que se les formulan seguidamente.

2.1.2. Nacionales

Angles, V. (2015), cuyo título de la investigación fue el aprendizaje de la adición y sustracción de fracciones de fracciones en estudiantes de primer grado de educación secundaria basado en la teoría de las situaciones didácticas, tesis presentado en la Pontificia Universidad Católica del Perú, para optar el grado de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas.

En cuya investigación se planteó el siguiente objetivo general: “Analizar el proceso de aprendizaje de la adición y sustracción de fracciones en los estudiantes de Primer Grado de Educación Secundaria por medio de una secuencia de problemas basado en aspectos de la Teoría de Situaciones Didácticas.” Producto de la investigación desarrollada, la autora llegó a los siguientes resultados:

- Analizar el proceso de aprendizaje de la adición y sustracción de fracciones en los estudiantes de Primer Grado de Educación Secundaria por medio de Situaciones Didácticas basados en aspectos de la Teoría de Situaciones Didácticas.
- Se validó la situación 1 (situación didáctica), se observa que no fue trivial llegar a validar, incluso en una primera formulación los tres grupos cometen errores numéricos, como es el de sumar numeradores y denominadores entre sí, sin embargo a raíz de la devolución logran advertir el error y rectificarlo
- En cuanto a la situación 2 (situación didáctica) y la actividad de cierre, podemos afirmar que sólo llegó a validar el grupo 2, a pesar de que el profesor investigador hace la devolución.
- En ningún caso los estudiantes utilizan la técnica, siempre se apoyaron en las figuras para transformar en otras fracciones de un mismo denominador y el único intento de llegar a algún algoritmo estaba en la institucionalización, sin embargo esto no ocurre.
- Concluimos que el trabajo en duplas y la variable (división de figuras, con sus valores, regiones congruentes y/o regiones no congruentes) elegida por el docente investigador, nos ayudó a realizar el análisis según las dialécticas de la TSD; además observamos

que su interrelación entre el estudiante y el medio facilitó el trabajo y la interpretación de los resultados

Figuroa, E.R. (2013), resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de las situaciones didácticas, tesis presentado en la Pontificia Universidad Católica del Perú, para optar al Título de Magister en Enseñanza de las Matemáticas, se planteó como objetivo general: “Diseñar una propuesta didáctica para fortalecer en los alumnos las habilidades de resolución de problemas, relacionados a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables”, llegando a las siguientes conclusiones:

En relación al primer objetivo específico: “Diseñar, aplicar y analizar situaciones didácticas que ayuden a consolidar los aprendizajes relacionados con la resolución de problemas que involucra a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables”

- Este objetivo se cumplió, pues se hizo el diseño de las situaciones didácticas, se aplicó y se hizo los análisis correspondientes. Todo esto, usando los elementos teóricos de la Teoría de Situaciones Didácticas y los aportes de la Ingeniería Didáctica.
- Las situaciones didácticas diseñadas contribuyeron a consolidar los aprendizajes relacionados con la resolución de problemas que involucran a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, porque advertimos lo siguiente:
 1. Los resultados de la pregunta 4 de conocimiento previos, revelan que un 73 por ciento de los alumnos presentaban serias dificultades para resolver problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. El haber trabajado esta propuesta didáctica con problemas contextualizados contribuyó notablemente al aprendizaje de este objeto matemático; estas dificultades fueron disminuyendo conforme avanzaban las actividades. Esto se puede apreciar comparando los resultados de la actividad 1 y la actividad 2, pues todos los grupos mejoraron notablemente en definir una variable, y convertir un enunciado verbal a un registro algebraico. Desarrollaron la actividad con menor dificultad respecto a la primera actividad y los grupos terminaron en el tiempo previsto e incluso antes.
 2. Las dificultades graduadas adecuadamente y propuestas para trabajarlas individual y

grupalmente, son parte importante de la propuesta didáctica. Esto se puede apreciar, por ejemplo, comparando los resultados de la actividad 1 parte I y II con la parte III. Es muy importante usar problemas contextualizados e ir pasando gradualmente a la descontextualización.

3. El haber trabajado en forma grupal permitió a los alumnos pasar por las fases de formulación y validación al comparar sus resultados y tener que dar una única respuesta. Esto se puede apreciar más claramente en la actividad 1 (parte II) y en la actividad 3 (partes II y III). Las partes grupales II fueron diseñadas con este objetivo específico, pues las actividades no son diferentes a las de la parte individual sino seleccionadas de éstas para suscitar la discusión y llegar a una conclusión del grupo

En relación al segundo objetivo específico: “Diseñar, aplicar y analizar situaciones didácticas que estimulen en los alumnos la habilidad de crear problemas relativos a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables”.

- Hay diferencias notables entre los resultados de los ítems sobre creación de problemas en la prueba de conocimientos previos, con los resultados de los ítems de la actividad 4 diseñada para este fin.
- Es importante que para una actividad como la creación de problemas, que no es usual en la educación básica, se diseñen secuencias didácticas grupales. Las experiencias observadas nos llevan a esta conclusión.
- El reto de crear problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales llevó a una mejor comprensión del uso de este objeto matemático; así, observamos que en la actividad 4, específicamente en los ítems (c) y (e), los alumnos trabajaron la creación de problemas correspondientes a un sistema de ecuaciones dado, en forma ordenada, entusiasta y sin complicaciones; no fue necesario hacer una devolución para obtener respuestas correctas. Esta actividad se vio facilitada al proponerles un sistema formado por una función afín implícita y otra función afín explícita, teniendo en cuenta las variables micro-didácticas seleccionadas.

Núñez, N. (2012), la resolución de problemas con inecuaciones cuadráticas. Una propuesta en el marco de la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau; tesis presentada en la Pontificia Universidad Católica del Perú, para optar el Título de Magister En Enseñanza

De La Matemática, logrando las principales conclusiones:

- A partir de la revisión de los textos usados en la enseñanza de matemática de la educación superior y que influyen en el discurso utilizado en las aulas universitarias, se notó que en general inician su presentación con la resolución algebraica de la inecuación cuadrática, detallan los pasos a seguir; algunos hacen una explicación gráfica para resolver inecuaciones cuadráticas pero no utilizan problemas contextualizados que se traduzcan en Inecuaciones Cuadráticas; lo que según investigaciones previas citadas en los antecedentes muestran que estos procedimientos lograrían una adaptación mecánica de los proceso de resolución de las inecuaciones cuadráticas que no son fáciles de comprender, interpretar y controlar y que ocultarían un autentica comprensión de este objeto matemático. Estas consideraciones fueron tomada en cuenta en este trabajo.
- Se pudo observar que los procedimientos de ensayo y error para determinar y comprobar los valores correspondientes a la solución del problema contextualizado y la discusión que se dio sobre estos procedimientos dados en los procesos de resolución grupal, influyeron fuertemente para superar las dificultades en la resolución individual. Es de destacar las dificultades individuales para relacionar la gráfica de una función cuadrática con el conjunto solución de la inecuación cuadrática asociada y la interpretación de todo esto en el contexto del problema (ítems g y h del trabajo individual de la actividad 1). Destacamos la importancia de estas acciones, pues al no haber sido resuelto correctamente de manera individual el problema en la fase de acción, la solución correcta en el grupo no es consecuencia de la influencia de una sola persona, sino de la discusión de todo el grupo.
- En base a los resultados de la experimentación, se ha evaluado positivamente la implementación de esta propuesta para la resolución de problemas con inecuaciones cuadráticas; su aplicación contribuyó a lograr la comprensión de los procesos de resolución de inecuaciones cuadráticas en el marco de problemas que requieren el uso de este objeto matemático y permitió atenuar las dificultades identificadas por algunos investigadores, tal como se detallan en el planteamiento del problema.
- La secuencia didáctica propuesta ha sido respondida satisfactoriamente por los estudiantes y a partir de esta única experimentación no tenemos elementos suficientes para un rediseño en su estructura, en las situaciones problemática o en la graduación de

la secuencia de preguntas; salvo en el tiempo previsto para la primera actividad, que en virtud de la experiencia, tendría que ser mayor en la parte individual para que los estudiantes la realicen con más tranquilidad y puedan responder con más detalles los problemas propuestos.

2.2. Bases legales

Este trabajo de investigación tiene como sustento de base a:

- El artículo 14 del capítulo II del título I, de la constitución política del Perú: “Educación para la vida y el trabajo. Los medios de comunicación social La educación promueve el conocimiento, el aprendizaje y la práctica de las humanidades, la ciencia, la técnica, las artes, la educación física y el deporte. Prepara para la vida y el trabajo y fomenta la solidaridad. Es deber del Estado promover el desarrollo científico y tecnológico del país. La formación ética y cívica y la enseñanza de la Constitución y de los derechos humanos son obligatorias en todo el proceso educativo civil o militar. La educación religiosa se imparte con respeto a la libertad de las conciencias. La enseñanza se imparte, en todos sus niveles, con sujeción a los principios constitucionales y a los fines de la correspondiente institución educativa. Los medios de comunicación social deben colaborar con el Estado en la educación y en la formación moral y cultural.”
- El artículo 9 del título II de la Ley Nro 28044 General de Educación: Son fines de la educación peruana:
 - a) Formar personas capaces de lograr su realización ética, intelectual, artística, cultural, afectiva, física, espiritual y religiosa, promoviendo la formación y consolidación de su identidad y autoestima y su integración adecuada y crítica a la sociedad para el ejercicio de su ciudadanía en armonía con su entorno, así como el desarrollo de sus capacidades y habilidades para vincular su vida con el mundo del trabajo y para afrontar los incesantes cambios en la sociedad y el conocimiento.
 - b) Contribuir a formar una sociedad democrática, solidaria, justa, inclusiva, próspera, tolerante y forjadora de una cultura de paz que afirme la identidad nacional sustentada en la diversidad cultural, étnica y lingüística, supere la pobreza e impulse el desarrollo

sostenible del país y fomenta la integración latinoamericana teniendo en cuenta los retos de un mundo globalizado.

- El artículo 48 del capítulo VI, Ley de la Reforma Universitaria: “La investigación constituye una función esencial y obligatoria de la universidad, que la fomenta y realiza, respondiendo a través de la producción de conocimiento y desarrollo de tecnologías a las necesidades de la sociedad, con especial énfasis en la realidad nacional. Los docentes, estudiantes y graduados participan en la actividad investigadora en su propia institución o en redes de investigación nacional o internacional, creadas por las instituciones universitarias públicas o privadas”.

2.3. Bases teóricas

En este trabajo de investigación se opta como referencia conceptos de diversos autores, libros y revistas acerca de la ingeniería didáctica, teoría de las situaciones didácticas, sistema de números enteros, resolución de problemas y otros.

2.3.1. La didáctica

Etimológicamente didáctica viene del griego didastékene que significa didas- enseñar y tékene- arte. Arte de enseñar. Juan Amos Comenio fue quién acuñó la palabra didáctica en su obra *Didáctica Magna*, desarrollada en 1657. La Didáctica es la disciplina o tratado riguroso de estudio y fundamentación de la actividad de enseñanza en cuanto propicia el aprendizaje formativo de los estudiantes en los más diversos contextos; con singular incidencia en la mejora de los sistemas educativos reglados y las micro y mesocomunidades implicadas (Escolar, familiar, multiculturas e interculturales) y espacios no formales (Rivilla et al., 2009).

Técnicamente la didáctica es la rama de la Pedagogía que se encarga de buscar los métodos y técnicas adecuados para mejorar el proceso de aprendizaje, brinda las pautas necesarias para conseguir que los conocimientos sean adquiridos por los estudiantes efectivamente, se entiende como la disciplina con características científico-pedagógicas que se focaliza en cada una de las etapas del aprendizaje. En cambio para Díaz Barriga et al. (1995) es una disciplina teórica, histórica y política. Tiene su propio carácter teórico porque responde a

concepciones sobre la educación, la sociedad, el sujeto, el saber y la ciencia; es histórica, ya que sus propuestas responden a momentos históricos específicos y es política porque su propuesta está dentro de un proyecto social (1995:23).

2.3.2. Didáctica de la matemática

La didáctica de la matemática nació en los años setenta, debido a la preocupación de investigadores en su gran mayoría matemáticos franceses, para conocer los diferentes procesos de adquisición y utilización del conocimiento matemático. Al reflexionar sobre la posibilidad de construir un "área de conocimiento", que explique y sirva de fundamento a la comunicación y adquisición de los contenidos matemáticos, observamos que las didácticas especiales aparecen frecuentemente clasificadas como capítulos.^o enfoques diferenciales de la didáctica, negándoles el calificativo de ciencias de la educación propiamente dichas (Benedito, 1987, p. 91) citada por [Díaz Godino et al. \(1999\)](#). De este modo, estos autores las reducen a meros conocimientos técnicos o a lo sumo tecnológicos, ya que el saber científico pertenecería al ámbito de la didáctica (general) o a la psicología de la educación.

En ese sentido la didáctica de la matemática se encuentra dentro de la didáctica específica ya que explica las normas didácticas al campo concreto de cada disciplina en este caso las matemáticas como una disciplina científica cuyo objeto de estudio son los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, insistiendo sobre el hecho que la problemática didáctica conduce a conservar relativamente, profundamente las herramientas conceptuales o metodológicas, que la investigación le aporta. Dentro de esta disciplina (la Didáctica de la Matemática) de la escuela francesa, Guy Brousseau desarrolla la "Teoría de Situaciones Didácticas".

2.3.3. Antecedentes de la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau

Guy Brousseau es uno de los pioneros de la didáctica de la matemática, en el marco de la cual desarrolló una teoría para comprender las relaciones que operan en el aula durante los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Desde la década de los 70, a Guy Brousseau se le reconoce como uno de los principales investigadores en el campo de la didáctica de la matemática; siendo su principal contribución la Teoría de las Situaciones Didácticas. "La

primera versión de alguna de las nociones básicas de esta teoría podemos encontrar en la publicación de un artículo por la revista de la Asociación de Profesores de Matemática de la enseñanza Pública (APMEP) de Francia. Allí Brousseau formula los primeros resultados de sus reflexiones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática, sobre la base de su propia experiencia como maestro rural y de sus estudios universitarios en matemática y psicología (Fregona, 2007)”. La Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) está fuertemente influenciada por la epistemología piagetiana; “los dispositivos Piagetianos mostraron que los niños podían adaptarse desarrollando conocimientos matemáticos que no habían sido enseñado (Brousseau, 2007, pág. 15)”.

2.3.4. Teoría de las situaciones didácticas (TSD)

Guy Brousseau propone un modelo desde el cual pensar la enseñanza como un proceso centrado en la producción de los conocimientos matemáticos en el ámbito escolar. La producción de conocimientos desde el salón de clases conlleva a nuevas formas de interacción, además; establecer relaciones dentro de la esfera escolar docente - estudiante, o modificar otras según el contexto lo requiera. En todos los casos producir conocimientos implica validarlos, según las normas y los procedimientos aceptados por la comunidad matemática en la que dicha producción tiene lugar (Sadovsky, 2005, pág. 17).

Según (Panizza, 2003) “se trata de una teoría de la enseñanza, que busca las condiciones para una génesis artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea” (pág.60). Es decir, estos conocimientos deben construirse intencionalmente inducidos por el docente o crear las condiciones necesarias. Brousseau, citado por Panizza (2003): “(...) La descripción sistemática de las situaciones didácticas es un medio más directo para discutir con los maestros acerca de lo que hacen o podrían hacer, y para considerar cómo éstos podrían tomar en cuenta los resultados de las investigaciones en otros campos. La teoría de las situaciones aparece entonces como un medio privilegiado, no solamente para comprender lo que hacen los profesores y los alumnos, sino también para producir problemas o ejercicios adaptados a los saberes y a los alumnos y para producir finalmente un medio de comunicación entre los investigadores y con los profesores.” Es así que, esta teoría permite diseñar y explorar un conjunto de secuencias de actividades por el docente en una sesión de clases, con el fin de disponer de un medio para realizar el proceso de enseñanza y aprendizaje de un conocimiento nuevo. Para Brousseau

(2007)(p.12 - 13) “la enseñanza es concebida como las relaciones entre el sistema educativo y el alumno, vinculadas a la transmisión de un saber dado, y de este modo, la relación didáctica se interpreta como una comunicación de informaciones”.

En el proceso de producción de conocimientos en una clase se da principalmente dos tipos de interacciones básicas: el primero es la interacción del alumno con una situación problemática que ofrece resistencias y retroacciones que operan sobre los conocimientos matemáticos puestos en juego, y la segunda interacción se da entre el docente y el alumno a propósito de la situación problemática. Aduciendo que los docentes y los alumnos son actores de las relaciones que se establecen al enseñar un contenido en el aula, con el propósito de que los alumnos los aprendan. Se menciona que el apasionamiento de Brousseau por la enseñanza de las matemáticas, proveniente en parte por la fascinación por las matemáticas, su poder explicativo y su capacidad para formar el pensamiento y por otra parte, la fascinación por la transmisión y la difusión del saber, así como por el estudio de las condiciones que lo hacen posible, que lo condujeron a desarrollar y proponer la teoría más acabada y más coherente de esos treinta últimos años.

2.3.5. Situación didáctica

Una situación es didáctica cuando un individuo (profesor) tiene la intención de enseñar a otro individuo (alumno) un saber o conocimiento matemático dado. El rol fundamental que esta teoría otorga a la “situación” en la construcción del conocimiento se ve reflejado en la descripción que tomamos de Brousseau (2007): “Hemos llamado “situación” a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas “situaciones” requieren de la adquisición anterior de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso “genético” (p.16)”. Entonces podemos afirmar que una situación didáctica es una situación intencionalmente construida por el docente con el fin de que los estudiantes puedan adquirir un determinado conocimiento matemático.

“La perspectiva de diseñar situaciones que ofrecieran al alumno la posibilidad de construir el

conocimiento dio lugar a la necesidad de otorgar un papel central - dentro de la organización de la enseñanza-, a la existencia de momentos de aprendizaje, concebidos como momentos en los cuales el alumno se encuentra solo frente a la resolución de un problema, sin que el maestro intervenga en cuestiones relativas al saber en juego Panizza (2003)”.

Por otro lado tomando referencia al ministerio de educación sostiene que una situación didáctica “es el conjunto de relaciones establecidas explícita o implícitamente entre el alumno, un cierto medio -otros alumnos, eventualmente instrumentos u otros objetos- y un profesor con el fin de que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de construcción (MINEDU, 2007)”. De esta descripción se desprende inmediatamente que el universo de la situación didáctica es el salón de clases.

2.3.6. Fases o dialécticas de la teoría de las situaciones didácticas

El matemático no comunica sus resultados tal como los ha hallado; los reorganiza, le da la forma más general posible; realiza una didáctica práctica que consiste en dar al saber una forma comunicable, descontextualizada, despersonalizada, atemporal. El docente realiza primero el trabajo inverso al del científico, una recontextualización y repersonalización del saber: busca situaciones que den sentido a los conocimientos por enseñar.

En el contexto de la teoría de las situaciones didácticas, Brousseau distingue las situaciones o fases de: acción, de formulación, de validación, institucionalización y evaluación. A estas situaciones están asociadas formas dialécticas que tienen funciones diferentes.

Dialéctica o Fase de Acción:

En esta etapa el alumno es confrontado a una situación que le plantea un problema, para buscar una solución, el alumno realiza acciones que pueden desembocar en la creación de un saber hacer. Él puede explicar más o menos o validar sus acciones, pero la situación no se lo exige. “Para un sujeto, actuar consiste en elegir los estados del medio antagonista en función de sus propias motivaciones. Si el medio reacciona en cierta regularidad, el sujeto puede llegar a relacionar algunas informaciones con sus decisiones (retroalimentación), a acciones futuras (Brousseau, 2007, pág. 24)”. En esta etapa el estudiante toma decisiones para adoptar una estrategia adecuada para resolver la situación problemática, una estrategia

se adopta o rechaza intuitivamente o racionalmente una estrategia anterior. Una estrategia nueva se somete a la experiencia y puede ser aceptada o rechazada según la apreciación que tenga el alumno sobre su eficacia. Así la sucesión de situaciones de acción constituye el proceso por el cual alumno va a aprenderse un método de resolución de su problema. En el siguiente cuadro se describe las acciones del docente y del estudiante en la situación de acción:

Tabla 01: Roles del Docente y del estudiante en la fase de acción

Dialéctica o Fase de Acción	
Cuestiones Didácticas	<p>En la base de todo el proceso cognitivo está la percepción. Por lo tanto, el proceso que denominaremos de “Resolución de situaciones problemáticas debe comenzar analizando los factores que definen al problema como tal y la factibilidad del solucionario. Se comienza a concebir la solución. Aparece mentalmente una representación mediadora entre el sujeto y la situación. Imaginar la situación requiere de conocimientos implícitos o en “acto”. Esta fase involucra tanto aspectos cognitivos como cuestiones de índole práctica, ambos dirigidos a la solución de problemas que es preciso resolver en condiciones específicas y con recursos limitados</p>
Acciones del Docente	<p>Expone la situación y las consignas, y se asegura de que han sido bien comprendidas: si es necesario, parte de los conocimientos anteriores u “organizadores previos” mediante actividades especiales para este fin. Adopta el rol de un “coordinador descentrado” que interviene solamente como mediador de la búsqueda, pero se abstiene de brindar informaciones que condicionen la acción de los estudiantes. Aclara consignas, promueve la aparición de muchas ideas y señala contradicciones en los procedimientos, etc.</p>
Acciones del estudiante	<p>Los estudiantes dan lectura al problema y se analizan los factores que la definen como tal, se identifican los datos, el propósito, la factibilidad de su resolución(es) y solución. Se imaginan la situación apelando a sus saberes previos. En esta fase los estudiantes movilizan aspectos cognitivos así como cuestiones de índole práctica, ambos dirigidos a la solución de problemas</p>

Fuente: Tomadas en forma íntegra de las Rutas de aprendizaje, (2012) y Orientaciones pedagógicas del docente, (2007)

Dialéctica o Fase de Formulación:

Esta etapa está dedicada al necesario intercambio de informaciones y la creación de un lenguaje para asegurar el intercambio. El alumno podría justificar sus posiciones, pero la situación de formulación no se lo exige. “Se puede suponer, que la formulación de un conocimiento implícito cambia a la vez sus posibilidades tratamiento, aprendizaje y adquisición.

La formulación de un conocimiento correspondería a una capacidad del sujeto para retomarlo (reconocerlo, identificarlo, descomponerlo y reconstruirlo en un sistema lingüístico) el medio que exigirá al sujeto usar una formulación debe entonces involucrar (ficticia o efectivamente) a otro sujeto, a quien el primero deberá comunicar una información”(Brousseau, 2007, p.25). De igual manera que la situación de acción, para la situación de formulación describimos en un cuadro los roles que cumplen el docente y el estudiante en la secuencia de resolución de problemas, siempre el medio cambia o se modifica en las sucesivas acciones que el estudiante realiza las formulaciones:

Tabla 02: Roles del docente y del estudiante en la fase de formulación

Dialéctica o Fase de Formulación	
Cuestiones Didácticas	Es la fase en que se “materializan” el plan proyectivo que ordena los recursos y el producto que resuelve los problemas. Concretar la solución exige al alumno que explicita los conocimientos en un lenguaje que los demás puedan entender. Para ello se utilizan medios convencionales de representación que permiten la comunicación tecnológica. Se pone énfasis en el manejo de lenguajes muy variados, ya sea de tipo verbal, escrito, gráfico, plástico, informático y matemático. Se busca la adquisición de destrezas para la utilización de decodificación de los lenguajes más apropiados, y se mejora progresivamente la claridad, el orden y la precisión de los mensajes.
Acciones del Docente	Organizar a los estudiantes de modo que puedan dividirse tareas, diseñar y materializar la solución, seleccionar los materiales, las herramientas, etc. Indicar las pautas para que los estudiantes utilicen los medios de representación apropiados. Sondar el “estado del saber previos” y los aspectos afectivos y actitudinales. Detectar procedimientos inadecuados, prejuicios, obstáculos y dificultades, para trabajarlos con los estudiantes, según convenga a su estrategia.
Acciones del estudiante	Obtiene el plan ordenando, procedimientos, estrategias, recursos y el producto que resuelve los problemas. Explicita los conocimientos en un lenguaje que los demás puedan entender. Para ello, utilizan medios convencionales de representaciones que permiten la comunicación. Pone énfasis en el manejo de lenguajes muy variados, ya sea de tipo verbal, escrito, gráfico, plástico, informático o matemático.

Fuente: Tomadas en forma íntegra de las Rutas de aprendizaje, (2012) y Orientaciones pedagógicas del docente, (2007)

Dialéctica o Fase de Validación:

En esta etapa los intercambios no conciernen solamente a las informaciones sino a las declaraciones. Hay que probar lo que se afirma, no por acciones, sino dando razones apoyadas

en los datos iniciales (hipótesis) o en relaciones pertinentes (teoremas o propiedades). En esta situación los estudiantes organizan enunciados, en demostraciones, construyen teorías en cuanto conjunto de enunciados de referencia y aprenden como convencer a los demás o cómo dejarse convencer sin ceder ni argumentos retóricos ni a la autoridad.

El alumno no solo tiene que comunicar una información sino también tiene que afirmar que lo que dice es verdadero en un sistema determinado, sostener su opinión con argumentos válidos o presentar una demostración. Brousseau (2007) sostiene: “los esquemas de acción y de la formulación conllevan procesos de corrección, ya sea empírica o apoyada en aspectos culturales, para asegurar la pertinencia, adecuación, adaptación o conveniencia de los conocimientos movilizados. Pero la modelización en términos de situación permite distinguir un nuevo tipo de formulación: el emisor ya no es un infórmate, sino un proponente, y el receptor, un oponente. Se supone que poseen las mismas informaciones necesarias para tratar una cuestión” (p.26). en el cuadro siguiente consideramos los roles diferentes que cumplen tanto el docente como el estudiante en la fase de validación:

Tabla 03: Roles del docente y del estudiante en la fase de validación

Dialéctica o Fase de Validación	
Cuestiones Didácticas	Es una fase de balance y representación de resultados, y de confrontación de procedimientos. La situación debe permitir la “autovalidación”; es decir que la verificación de los productos o de los resultados pueden ser efectuados por el propio alumno - como parte de las situaciones mismas sin tener que recurrir al dictamen del o la docente. Un caso típico de estas situaciones es el momento de ensayos y pruebas a los que los alumnos someten sus producciones. Se trata de someter las producciones al “control ajeno”, un proceso de “metacognición” que se completa en la fase siguiente.
Acciones del Docente	El docente estimula y coordina las pruebas, los ensayos, las exposiciones, los debates y las justificaciones. Absuelve las dudas y las contradicciones que aparezcan, señala procedimientos diferentes, lenguajes inapropiados, y busca que el consenso valide los saberes utilizados. En este momento crece el valor de las intervenciones del docente, que debe recurrir a las explicaciones teóricas y metodológicas necesarias de acuerdo con las dificultades surgidas. Esta es una buena oportunidad para tomar datos evaluativos y para introducir nuevas variantes de problematización. Coordina y resume las conclusiones que son clave para la sistematización de la próxima fase.
Acciones del estudiante	Los estudiantes verifican sus productos, representaciones y resultados como parte de las situaciones mismas sin tener que recurrir al dictamen del docente. Las producciones de las situaciones son sometidas a ensayos y pruebas por sus pares en un proceso metacognitivo que se completa en la fase siguiente. Confrontan sus procedimientos.

Fuente: Tomadas en forma íntegra de las Rutas de aprendizaje, (2012) y Orientaciones pedagógicas del docente, (2007)

Dialéctica o fase de institucionalización

En esta fase se generaliza y se abstraen los conocimientos en base a los procedimientos realizados y resultados obtenidos. Al respecto Brousseau (2007) comenta: “en otro momento, creímos que, al considerar las situaciones de acción, formulación y validación, ya teníamos todas las clases de situaciones posibles. Teníamos situaciones de aprendizaje, en el sentido de los psicólogos, y se podía pensar que habíamos reducido la enseñanza a sucesiones de aprendizaje. Pero en el transcurso de las experiencias desarrolladas en la escuela, vimos que los maestros, al cabo de un tiempo, necesitaban ordenar un espacio, no querían pasar de una lección a la siguiente, querían detenerse para “rever lo que habían hecho”. . . nos vimos obligados a preguntarnos por qué se había dado esa resistencia de los docentes a reducir el aprendizaje a los procesos que habíamos concebido . . . debían dar cuenta de lo que habían hecho los estudiantes, describir lo que había sucedido y lo que estaba vinculado con el conocimiento en cuestión, brindarles un estado a los eventos de la clase en cuanto a resultados de los alumnos. . .”. Tomando las consideraciones del Minedu (2007, 2015), presentamos en un cuadro las acciones que le corresponden tanto al docente como al estudiante:

Tabla 04: Roles del docente y del estudiante en la fase de institucionalización

Dialéctica o fase de institucionalización	
Cuestiones Didácticas	El saber se descontextualiza y se despersonaliza para ganar el estatus cultural y social de objeto tecnológico autónomo, capaz de funcionar como herramienta eficaz en otras situaciones. Aquí se debe explicar y redondear el lenguaje apropiado y avanzar en los niveles de abstracción correspondientes. La síntesis conceptual, además de producir un efecto de “cierre” en la elaboración del saber, contribuye a resignificar el aprendizaje en el contexto global del alumno.
Acciones del Docente	Éste es un aspecto decisivo del rol del docente como mediador de códigos de comunicación. Explica, sintetiza, resume y rescata los conocimientos puestos en juego para resolver la situación planteada. Habrá contenidos viejos y nuevos (pero que puedan consolidarse o ampliarse) y éste será el momento en el que el docente destaca su funcionalidad. Mediante esta reflexión (metacognición) compartida con los alumnos sobre “lo que hicimos”, extrae de la experiencia realizada en el aula los contenidos que quiere se enseñar.
Acciones del estudiante	El estudiante descontextualiza y despersonaliza el saber para ganar el estatus cultural y social de objeto tecnológico autónomo, capaz de hacerlo funcionar como herramienta eficaz en otras situaciones. Avanza en los niveles de abstracción correspondientes, formalizando conceptos y procedimientos matemáticos, contribuyendo a re significar el aprendizaje en el contexto global, explicando y redondeando el lenguaje matemático apropiado. El estudiante traduce la situación, interpreta, realiza representaciones simbólicas, discute sus supuestos en su equipo, se comunica, socializa sus resultados, encuentra el error en el compañero, refuta y generaliza superando los errores y el modelo intuitivo instalado.

Fuente: Tomadas en forma íntegra de las Rutas de aprendizaje, (2012) y Orientaciones pedagógicas del docente, (2007)

Fase de evaluación:

La evaluación educativa guarda una íntima relación con los procesos de enseñanza-aprendizaje, haciendo de la evaluación un tema recurrente y característico de cualquier discusión educativa. En esta fase se realiza la autoevaluación del estudiante y la coevaluación entre pares, como instancias de aprendizaje: aprendizaje y evaluación como proceso recursivo. en el cuadro que se presenta a continuación presentamos el texto íntegro del Minedu (2007, 2015):

Tabla 05: Roles del docente y del estudiante en la fase de evaluación

Fase de evaluación	
Cuestiones Didácticas	Tanto la evaluación de los aprendizajes que realiza el docente, como la autoevaluación del alumno y la co-evaluación entre pares, deben ser también instancias de aprendizaje: de este modo, en el aula, aprendizaje y evaluación debieran marchar juntos en un proceso recursivo. Para que el cierre de la secuencia no signifique un corte que le deje aislada, o “descolgada” de la planificación anual, se plantea el escenario de una nueva secuencia articulada con los temas aquí tratados.
Acciones del Docente	El seguimiento del docente desde la aparición de los primeros borradores y bocetos hasta el producto final, pasando por las demás fases, es una de las formas de evaluar la situación y el desempeño de los alumnos. Puede presentar algunos trabajos adicionales con el propósito de obtener más datos evaluativos y permitir la transferencia y la nivelación. Anticipa una nueva secuencia articulada con los temas y/o contenidos tratados en esta.
Acciones del estudiante	Evaluación y la coevaluación entre pares como instancias de aprendizaje: Aprendizaje y evaluación como proceso recursivo.

Fuente: Tomadas en forma íntegra de las Rutas de aprendizaje, (2012) y Orientaciones pedagógicas del docente, (2007)

2.3.7. Situación A-didáctica

Se llama situación a-didáctica a aquel proceso donde solo interviene el estudiante y el medio. El profesor le plantea al estudiante un problema contextualizado y el alumno es capaz de poner en funcionamiento y utilizar por sí mismo sus conocimientos previos sin la intervención directa o indirecta del profesor, sobre el conocimiento que se pretende que el estudiante adquiera. Al respecto [Brousseau \(2007\)](#) sostiene: “concepciones actuales de la enseñanza van a exigir al maestro que provoque en el alumno, por medio de la elección sensata de los problemas contextualizados que propone, las adaptaciones deseadas. Esos problemas, elegidos de modo tal que alumno pueda aceptarlos, deben lograr, por su propio movimiento, que actúe, hable, reflexione y evolucione. Entre el momento en que el alumno acepte el problema como suyo y aquel en que produce su respuesta, el profesor se rehúsa a intervenir en calidad de oferente de los conocimientos que quiere ver aparecer” (p.31). Entonces en una situación a-didáctica el alumno tiene total autonomía para resolver el problema matemático que ha sido planteado por el docente, pero en la resolución de la misma desaparece toda intencionalidad didáctica del docente. Al respecto Brousseau, citado por [Panizza \(2003\)](#) “El término de situación a-didáctica designa toda situación que, por una parte no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego”.

Una vez desarrolladas estos conceptos (situación “didáctica” y “a-didáctica”), nuevos, en el ámbito educativo, es necesario realizar algunas diferencias, para no confundirse con la interpretación de las mismas. La situación didáctica es una situación que contiene intrínsecamente la intención de que alguien aprenda algo. Esta intención no desaparece en la situación o fase a-didáctica: la no intencionalidad contenida en este concepto se refiere a que el alumno debe relacionarse con el problema respondiendo al mismo en base a sus conocimientos, motivado por el problema y no por satisfacer un deseo del docente, y sin que el docente intervenga directamente ayudándolo a encontrar una solución.

2.3.8. Contrato didáctico

Es un sistema de obligaciones (contrato) recíprocas entre docente y los estudiantes referentes al conocimiento matemático que se busca enseñar. Comprende un conjunto de compor-

tamientos que el profesor espera del alumno y comportamientos que el alumno espera del profesor, que regula el funcionamiento de la clase definiendo los roles y la repartición de tarea. Brousseau (1986): “El contrato didáctico es la regla de juego y la estrategia de la situación didáctica: es el instrumento que tiene el maestro de ponerla en escena.

Pero la evolución de la situación modifica el contrato que permite entonces la obtención de situaciones nuevas” (p.12). Por otro lado, Sadovsky (2005) sostiene: “es la relación didáctica entre el docente y el estudiante a raíz de cierto objeto matemático, donde el docente va comunicando implícita o explícitamente asuntos vinculados al funcionamiento del asunto matemático que se está tratando en la clase, donde se negocian significados, se transmiten expectativas mutuas, se sugieren o se infieren modos de hacer se comunican o se interpretan normas matemáticas, a esto se llama contrato didáctico” (p.38). Luego el contrato didáctico de alguna manera son las reglas didácticas del proceso de enseñanza-aprendizaje bajo esta teoría, así en todas las situaciones didácticas es el docente quien intenta hacer saber al estudiante lo que él quiere que haga, de esta manera el estudiante responde a una situación que le exige solución.

2.4. Breve reseña histórica de la matemática

“La matemática es más que una herramienta y un lenguaje para la ciencia. También es principio y fin en sí misma, y, como tal, ha influenciado nuestra visión del mundo a lo largo del tiempo (Hawking, 2006)”. Es bastante complicado llegar a los orígenes de una determinada disciplina científica, pues esto implica encontrarse en la bruma de los días prehistóricos, tan llenos de conjeturas e hipótesis como vacíos de hechos concretos y fidedignos en lo que a matemática se refiere. La historia de la aritmética se remonta hasta el grado más primitivo del desarrollo de la humanidad. Desde el primer instante en que apareció el hombre, mucho antes de que aprendiera a pensar en sí mismo, a razonar o a tener siquiera el primer concepto, todo su pequeño mundo circundante le estaba hablando de matemáticas: la distancia de su cueva al río, el número de planta, la longitud y el peso de una caña, los grupos de animales que veía, el lapso entre el amanecer y el anochecer, y muchos aspectos que se pueden relacionarse con el concepto primitivo de cantidad.

No tardó mucho el hombre en darse cuenta de que en los dedos de las manos tenía un instrumento auxiliar para fijar las colecciones no muy grandes de objetos o animales. Al corresponder un dedo a cada objeto de una colección cualquiera, fue observando entonces que esta comparación podía realizarse con cualquier conjunto de cosas. Más adelante comenzaron a aparecer los símbolos gráficos como señales para contar, por ejemplo, marcas en una vara o simplemente trazos específicos sobre la arena. “Los primeros conceptos numéricos fueron más bien cualitativos que cuantitativos. Al decir, por ejemplo, tres patos o cinco manzanas, no podían concebir la idea del tres o cinco, independientemente de esos patos o esas manzanas (de Ciencias y Humanidades, 2008)[pág. 12]”. Entonces tuvo que transcurrir bastantes generaciones para acercarse a la idea de que un conjunto de cinco ovejas y otros de cinco perros representan la misma pluralidad, y que tenían en común la posibilidad de ser igualados, una vez desarrollada esta conciencia de este hecho se elevó el número a la categoría de ente abstracto.

En la actualidad la existencia de los números naturales es algo evidente, pero para el ser humano primitivo pudo ser un grave problema conceptual al asimilar los objetos de su entorno con una serie de símbolos que designaban cantidad.

2.5. El sistema de los números naturales

Como hemos mencionado líneas arriba antes de que surgieron los números el hombre se las ingenió para indicar órdenes y cantidades, utilizando para tal fin objetos concretos como piedras, palitos de madera, nudos de cuerdas como en el caso de los incas nuestros antepasados, o simplemente los dedos. De alguna manera el ser humano a medida que va avanzando la civilización va encontrando la manera de ordenar y expresarlo en forma sencilla el concepto de número. Por ejemplo, en un salón de clase, si ordenamos los nombres de los estudiantes en orden alfabético, al primero de la lista se ha establecido como estándar el número 1.

- ¿Cómo representamos al segundo de la lista?
por vía natural se establece que es el siguiente al número natural 1(o al sucesor inmediato de 1) y se le denota por dos
- ¿Cómo representamos al tercero de la lista?
Se establece que es el siguiente al número 2(o el sucesor inmediato de 2) y se le denota

por 3. Estas ideas de orden están en nuestra mente, la forma en que representamos o escribimos esas ideas recibe el nombre de numeral.

La obra más conocida sobre los números naturales la presento en 1889 el matemático italiano Giuseppe Peano (1858 – 1932), los axiomas o postulados de Peano definen de manera exacta al conjunto de los números naturales. *Arithmetices Principia Nova Método Exposita*, es el título de la obra escrito por Peano donde aparecen estos famosos axiomas, son cinco los axiomas fundamentales del cual mse pueden construir el sistema de los números naturales. Revisando material bibliográfico con respecto al marco que estamos en desarrollo citamos el material elaborado por el centro Pre-universitario de la Universidad Nacional de Ingeniería; *Aritmética*, en el cual se encuentra los axiomas principales de Peano en [CEPRE-UNI \(2006\)](#):

1. 1 es un número natural.
2. Cada número natural a tiene un sucesor inmediato denotado por $S(a)$, el cual también es un numero natural.
3. 1 no es sucesor de ningún número natural, es el primer elemento del conjunto.
4. Dos números naturales que tienen el mismo sucesor inmediato son iguales.
5. Si el 1 pertenece a un conjunto de números naturales, y dado un elemento cualquiera, el sucesor también pertenece al conjunto, entonces todos los números naturales pertenecen a ese conjunto. Este último axioma es el principio de inducción matemática. En notación conjuntista, el conjunto de los números

En notación conjuntista, el conjunto de los números naturales se representa de la siguiente manera: $N = \{1; 2; 3; 4; 5\}$, Una vez descrita la noción a cerca de los números naturales pasamos a la definición axiomática del sistema propiamente dicho de los números naturales para ello tomamos como base el texto *Álgebra* de [Carranza \(1998\)](#)

2.6. Definición axiomática del sistema de los números naturales

Se llama sistema de los números naturales a un conjunto $N = \{a, b, c, \dots\}$ provisto de dos operaciones totalmente definidas llamadas adición: (a, b) entonces $a + b$ y multipli-

cación: (a, b) entonces $a \times b$, y una relación de orden llamada menor o igual: $a \leq b$ que satisfacen a los axiomas siguientes:

2.6.1. Axiomas para la adición

Axioma de cerradura: o clausura que indica que la suma de dos números naturales es otro número natural, si $a \in \mathbb{N} \wedge b \in \mathbb{N}$, $(a + b) \in \mathbb{N}$.

Axioma de asociatividad: Cuando sumamos tres números naturales cualesquiera, no importa cuáles dos de ellos sumamos primero, el resultado final no se altera. Así: $(a + b) + c = a + (b + c)$

Axioma de conmutatividad: Cuando sumamos dos números naturales cualesquiera, el orden de los sumandos no altera la suma total. Así: $a + b = b + a$

Existencia y unicidad del elemento neutro para la adición: existe un único número natural llamado cero o elemento neutro de la adición, denotado con 0, tal que: $a + 0 = a$, para todo número natural a ($a \in \mathbb{N}$)

Axioma de cancelación: La igualdad: $a + c = b + c$ implica que: $a = b$, pues por estar c en ambos lados de la igualdad se cancela quedando la igualdad última.

2.6.2. Axiomas para la multiplicación

Caso similar como en la adición de números naturales se da algunos axiomas que a continuación desarrollamos:

Axioma de cerradura: o clausura, donde el producto de dos números naturales es otro número natural, si $a \in \mathbb{N} \wedge b \in \mathbb{N}$, $(a \times b) \in \mathbb{N}$

Axioma de asociatividad: Cuando multiplicamos tres números naturales, no importa cuáles dos de ellos multiplicamos primero, el resultado final no se altera. Así: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Axioma de conmutatividad: Cuando multiplicamos dos números naturales cualesquiera, el orden de los multiplicandos no altera el producto final. Así: $a \times b = b \times a$

Existencia y unicidad del elemento neutro para la multiplicación: existe un único número natural diferente de cero llamado uno o elemento neutro de la multiplicación, denotado con 1, tal que: $a \times 1 = a$ para todo número natural a .

Axioma de cancelación: la igualdad $a \times c = b \times c$ y $c \neq 0$, implica que $a = b$

Axioma de distributividad: Cuando multiplicamos un número natural por una suma de dos números naturales, obtenemos el mismo resultado si multiplicamos el número por cada uno de los términos y luego sumamos los resultados. Así: $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$, este primer caso es la distributividad por la izquierda. El segundo caso es la distributividad por la derecha: $(b + c) \times a = a \times b + a \times c$.

Relación de orden mayor o menor en el sistema de los números naturales: se dice que a es menor o igual que b o que b es mayor o igual que a y se escribe $a \leq b$ o $b \geq a$ si existe un número natural c tal que: $a + c = b$. en caso contrario se dice que a no es mayor que b , o que b no es mayor que a .

2.6.3. Sustracción de números naturales

Dados dos números naturales a y b , se llama diferencia de a y b y se denota $a - b$ al número natural c , si existe, tal que $a = b + c$, al respecto (Carranza, 1970) define: "se llama sustracción a la operación que hace corresponder a ciertos pares de números naturales (a, b) su diferencia $a - b$ (p.23)"

2.6.4. División de números naturales

dados los números naturales a y b , con $a \neq 0$, se llama cociente de a y b y se denota por $\frac{a}{b}$ al número natural c , si existe tal que: $a = b \times c$. "se llama división a la operación que hace corresponder a ciertos pares (a, b) de números naturales su cociente $\frac{a}{b}$ (Carranza et al, 1970, p.25)"

Ahora que conocemos el sistema de los números naturales que sirven de base para la construcción axiomática de los números enteros, desarrollamos el concepto de los números enteros como una extensión del sistema de los números naturales.

2.7. Extensión del sistema de los números naturales

Cuando desarrollamos el sistema de los números naturales nos dimos cuenta que tanto la operación de la multiplicación y la suma son operaciones totalmente definidas, es decir si nosotros sumamos dos números naturales por ejemplo $3 + 5$, tanto el número 3 y el número 5 son números naturales, entonces el resultado que es 8 también es un número natural, por

lo tanto decimos que la operación de la suma está totalmente definida en el sistema de los números naturales, similar situación ocurre en la multiplicación de números naturales por ejemplo $7 \times 8 = 56$, el número 7, 8 y el resultado 56 son números naturales, por lo tanto la suma y la multiplicación están totalmente definidas en el sistema de los números naturales, más específicamente cumple con el axioma de cerradura o clausura tanto para la operación de la suma y la operación de la multiplicación.

En cambio las operaciones de la sustracción y la división decimos que están parcialmente definidas, esto ilustramos con un ejemplo: si nosotros tomamos dos números naturales en este caso el número 5 y el número 3, y efectuamos la operación de la sustracción: $5 - 3$ el resultado obviamente es 2 hasta aquí no hay ningún problema pues cumple con la propiedad de la cerradura en los numero naturales, ahora, si aplicamos el axioma de conmutatividad $3 - 5$ el resultado ya no es un número natural, puesto que no existe ningún número natural que sumando con 5 nos dé como resultado. 3. Caso similar ocurre con la operación de la división porque si tomamos un par de números naturales y efectuamos la operación de la división no siempre el resultado es un número natural $\frac{5}{2} = 2,5$ esto tomando como ejemplo se ve claramente que el resultado de dividir el número 5 con el número 2, el resultado no es un numero natural, por lo tanto decimos que las operaciones de la sustracción y la división están parcialmente definidas en el sistema de los números naturales.

Ahora nos proponemos efectuar una ampliación del sistema de los números naturales, es decir considerar un conjunto de nuevos elementos definidos de manera que comprendan como caso particular a los elementos de N y la operaciones que entre ellos se definan comprendan a las definidas sobre N y gocen de las mismas propiedades que estas, además en este nuevo conjunto queremos que se pueda realizar sin ningún tipo de restricciones las operaciones de adición, multiplicación y sustracción. Simbólicamente el sistema de los enteros está representado por Z y está compuesto de la siguiente manera: $Z = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$. Claramente podemos distinguir la incorporación de números negativos por un lado y positivos por el otro, luego el conjunto de los números naturales se vuelve solo un subconjunto de un conjunto más grande en este caso el conjunto de los números enteros $N \subset Z$, Así como en los N , en el sistema de los números enteros se cumplen ciertas propiedades o axiomas.

2.7.1. Adición de números enteros

dados dos números enteros a y b , se denomina suma de a y b la cual se denota como $a + b$ al número entero s , de modo que $a + b = s$, se denomina adición a la operación que hace corresponder a ciertos pares (a, b) su suma $a + b$.

En general; la adición presenta la siguiente forma:

$$a + b = s$$

- a, b sumandos
- s suma o suma total
- $+$ signo de la adición (se lee: más).

luego se cumplen las propiedades siguientes:

Axioma de cerradura: o clausura, simbólicamente: $\forall a, b, c \in Z$ se cumple que: $a + b \in Z$, esto se da en el caso de la adición de números enteros.

Axioma de conmutatividad: el orden de los sumandos no altera la suma total, y, simbólicamente se tiene: si $a \in Z \wedge b \in Z \rightarrow a + b = b + a$.

Axioma de asociatividad: simbólicamente se tiene: si $a \in Z, b \in Z \wedge c \in Z \rightarrow (a + b) + c = a + (b + c)$, no importa que par de números se agrupen primero, el resultado siempre es lo mismo.

Existencia del elemento neutro simbólicamente se tiene: si $a \in Z \rightarrow \exists ! 0$, de modo que $a + 0 = 0 + a$, un claro ejemplo sería: $2 + 0 = 0 + 2 = 2$, el elemento neutro de la adición es el número cero.

2.7.2. Sustracción de números enteros

dados dos números enteros m y s , se llama diferencia de m y s , y se denota como $m - s$ a un número d , de modo que $m - s = d$. Se llama sustracción a la operación que hace corresponder a ciertos pares de números enteros (m, s) su diferencia $m - s$.

En general, la sustracción presenta la siguiente forma:

$$m - s = d$$

- m: minuendo
- s: sustraendo
- d: diferencia
- -: signo de la sustracción (se lee: menos)

La resta o sustracción es una de las cuatro operaciones básicas de la aritmética, y se trata básicamente de la operación inversa a la suma. Por ejemplo, si $a + b = c$, entonces, $c - b = a$.

2.7.3. multiplicación de números enteros

Dados dos números enteros a y b , se llama producto de a y b , lo cual se denota por $a \times b$ al número entero p , de modo que $p = a \times b$. Se denomina multiplicación a la operación que hace corresponder a ciertos pares de números enteros (a, b) su producto $a \times b$. En general, la multiplicación presenta la siguiente forma:

$$M \times m = P$$

- M: multiplicando
- m: multiplicador
- P: Producto
- \times : signo de la multiplicación (se lee: por)

La multiplicación es una operación aritmética que se puede explicar como una manera de sumar números idénticos. La multiplicación se suele indicar con el aspa \times o el punto centrado. En ausencia de estos caracteres se suele emplear el asterisco $*$. El resultado de la multiplicación de números se llama producto. Los números que se multiplican también reciben el nombre de factores o coeficientes. luego se cumplen ciertos axiomas o propiedades

Axioma de cerradura: o clausura, simbólicamente se tiene: si $a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z} \rightarrow (a \times b) \in \mathbb{Z}$. Axioma de conmutatividad: el orden de los factores no altera el producto, simbólicamente: si $a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z} \rightarrow a \times b = b \times a$.

Axioma de asociatividad: simbólicamente se tiene: si $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} \wedge c \in \mathbb{Z} \rightarrow (a \times b) \times c =$

$a \times (b \times c)$.

Axioma de distributividad: simbólicamente se define de la siguiente manera: $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} \wedge c \in \mathbb{Z} \rightarrow a \times (b + c) = a \times b + a \times c$.

Existencia del elemento neutro: simbólicamente se define así: $a \in \rightarrow \exists !1$, de modo tal que, $a \times 1 = 1 \times a = a$.

2.7.4. División de números enteros

El algoritmo de la división es de la siguiente forma : $D = d \times q + r$, donde D dividendo, d es el divisor, q representa al cociente y r es el residuo.

Al dividir dos números, si el cociente es entero, dicha división podrá ser exacta ya que el residuo es cero o inexacta si el residuo es diferente a cero.

2.8. La matemática en el currículo nacional de la educación básica

El ministerio de educación en el año 2016 aprobó el Currículo Nacional de la Educación Básica, documento en el cual se establecen los aprendizajes que se espera que los estudiantes logren en el transcurso de su formación en la educación básica. “Este documento es el marco curricular nacional que contiene el Perfil de egreso de los estudiantes de la Educación Básica, los enfoques transversales, los conceptos clave y la progresión de los aprendizajes desde el inicio hasta el fin de la escolaridad. También presenta una organización curricular y planes de estudio por modalidad, así como orientaciones para la evaluación desde un enfoque formativo y orientaciones para la diversificación curricular, en el marco de las normas vigentes (MINEDU, 2016, pág. 8)”.

Uno de los perfiles de egreso de los estudiantes de la educación básica que plantea el ministerio de educación se refiere al área de matemática que sostiene que: “El estudiante interpreta la realidad y toma decisiones a partir de conocimientos matemáticos que aporten a su contexto (MINEDU, 2016, pág. 15)”. Esto supone que el estudiante una vez concluida su formación

escolar es capaz conocer su realidad, resolver problemas que involucran conocimientos matemáticos, a respecto el MINEDU (2016) aclara: “El estudiante busca, sistematiza y analiza información para entender el mundo que lo rodea, resolver problemas y tomar decisiones relacionadas con el entorno. Usa de forma flexible estrategias y conocimientos matemáticos en diversas situaciones, a partir de los cuales elabora argumentos y comunica sus ideas mediante el lenguaje matemático, así como diversas representaciones y recursos (p.15)”.

Para lograr el perfil de egreso requerido en el estudiante a lo largo de su formación escolar se requieren el logro de competencias, capacidades, estándares de aprendizaje y desempeños, conceptos claves dentro del currículo nacional para el proceso de enseñanza – aprendizaje.

- a) Competencia: El proceso de la enseñanza - aprendizaje basado en competencias, implica una propuesta pedagógica del docente, en la que se pasa del modelo de enseñanza-aprendizaje tradicional hacia la enseñanza orientada al desarrollo de aprendizajes por competencias, fortaleciendo el trabajo del estudiante y el establecimiento de las condiciones idóneas que se puedan conseguir y dominar con éxito los objetivos propuestos. MINEDU (2016) define: “La competencia se define como la facultad que tiene una persona de combinar un conjunto de capacidades a fin de lograr un propósito específico en una situación determinada, actuando de manera pertinente y con sentido ético (p.29)”. Por un lado ser competente supone afrontar las situaciones tomando en cuenta los conocimientos y habilidades que uno mismo posee para luego pasar a la acción, y, por otro lado implica el autoconocimiento de sí mismo, sus habilidades socioemocionales que le permiten interactuar con su alrededor.
- b) Capacidades: el MINEDU (2016), a manera de definición ensaya el siguiente concepto: “Las capacidades son recursos para actuar de manera competente. Estos recursos son los conocimientos, habilidades y actitudes que los estudiantes utilizan para afrontar una situación determinada. Estas capacidades suponen operaciones menores implicadas en las competencias, que son operaciones más complejas (p.30)”. así las capacidades que integran las competencias abarcan saberes un poco más específicos, el desarrollo de una capacidad implica el logro de una competencia.
- c) Estándar de aprendizaje: “Son descripciones del desarrollo de la competencia en niveles de creciente complejidad, desde el inicio hasta el fin de la Educación Bási-

ca, de acuerdo a la secuencia que sigue la mayoría de estudiantes que progresan en una competencia determinada. Estas descripciones son holísticas porque hacen referencia de manera articulada a las capacidades que se ponen en acción al resolver o enfrentar situaciones auténticas (MINEDU, 2016, pág. 36)”. entonces los estándares de aprendizaje son como una especie de metas de aprendizaje que se presentan en forma progresiva que los estudiantes deben lograr en cada competencia en desarrollo. Los estándares de aprendizaje están establecidos en el documento llamado Mapas de Progreso, que se presentan en 8 niveles o estándares.

- d) Indicadores de desempeño o: “Son descripciones específicas de lo que hacen los estudiantes respecto a los niveles de desarrollo de las competencias (estándares de aprendizaje). Son observables en una diversidad de situaciones o contextos. No tienen carácter exhaustivo, más bien ilustran actuaciones que los estudiantes demuestran cuando están en proceso de alcanzar el nivel esperado de la competencia o cuando han logrado este nivel (MINEDU, 2016, pág. 38)”. el desempeño en un estudiante entonces de alguna u otra manera mide el grado de desenvolvimiento o actuación en un determinado contexto de enseñanza – aprendizaje, a la vez la observación por parte del docente el desempeño de un estudiante le provee información necesaria para poder planificar una sesión de clases tomando en cuenta el ritmo de aprendizaje.

2.8.1. El aprendizaje de los números enteros en el primer grado de educación secundaria dentro del currículo nacional

El logro del perfil de egreso de los estudiantes Requiere de diversas competencias dentro del área de matemática que nombramos a continuación:

- Resuelve problemas de cantidad.
- Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambios.
- Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.
- Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Resuelve Problemas De Cantidad: la sociedad actual a través de sus medios de comunicación en sus diferentes plataformas interactúa directa o indirectamente con datos que están expresados en forma de números que requieren ser analizados para una mejor comprensión

de la realidad, diariamente estamos sometidos a una impresionante cantidad de información en contextos numéricos, cifras que requieren interpretación, entonces esta competencia contribuye al logro del perfil del egreso de la educación básica. La competencia resuelve problemas de cantidad “consiste en que el estudiante solucione problemas o plantee nuevos problemas que le demanden construir y comprender las nociones de cantidad, de número, de sistemas numéricos, sus operaciones y propiedades. Además, dotar de significado a estos conocimientos en la situación usarlos para representar o reproducir las relaciones entre sus datos y condiciones (MINEDU, 2016, pág. 133)”. Esta competencia implica desarrollar modelos de solución numérica, comprendiendo el sentido numérico y de magnitud, la construcción del significado de las operaciones, así como la aplicación de diversas estrategias de cálculo y estimación al resolver un problema.

Esta competencia se desarrolla por medio de cuatro capacidades MINEDU (2016):

- a) Traduce cantidades a expresiones numéricas: es transformar las relaciones entre los datos y condiciones de un problema a una expresión numérica (modelo) que reproduzca las relaciones entre estos; esta expresión se comporta como un sistema compuesto por números, operaciones y sus propiedades. Es plantear problemas a partir de una situación o una expresión numérica dada. También implica evaluar si el resultado obtenido o la expresión numérica formulada (modelo), cumplen las condiciones iniciales del problema.
- b) Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones: es expresar la comprensión de los conceptos numéricos, las operaciones y propiedades, las unidades de medida, las relaciones que establece entre ellos; usando lenguaje numérico y diversas representaciones; así como leer sus representaciones e información con contenido numérico
- c) Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo: es seleccionar, adaptar, combinar o crear una variedad de estrategias, procedimientos como el cálculo mental y escrito, la estimación, la aproximación y medición, comparar cantidades; y emplear diversos recursos.
- d) Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones: es elaborar afirmaciones sobre las posibles relaciones entre números naturales, enteros, racionales, reales, sus operaciones y propiedades; basado en comparaciones y experien-

cias en las que induce propiedades a partir de casos particulares; así como explicarlas con analogías, justificarlas, validarlas o refutarlas con ejemplos y contraejemplos.

Estándar de aprendizaje de la competencia: resuelve problemas de cantidad en VI ciclo (Minedu, 2016) Las descripciones de los estándares del VI ciclo (1ro y 2do) de la educación básica regular y los desempeños por grado fueron tomados en su integridad del Programa curricular de Educación Secundaria, documento publicado el año 2016.

resuelve problemas de cantidad en VI ciclo

Resuelve problemas referidos a las relaciones entre cantidades o magnitudes, traduciéndolas a expresiones numéricas y operativas con números naturales, enteros y racionales, y descuentos porcentuales sucesivos, verificando si estas expresiones cumplen con las condiciones iniciales del problema. Expresa su comprensión de la relación entre los órdenes del sistema de numeración decimal con las potencias de base diez, y entre las operaciones con números enteros y racionales; y las usa para interpretar enunciados o textos diversos de contenido matemático. Representa relaciones de equivalencia entre expresiones decimales, fraccionarias y porcentuales, entre unidades de masa, tiempo y monetarias; empleando lenguaje matemático. Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, procedimientos, y propiedades de las operaciones y de los números para estimar o calcular con enteros y racionales; y realizar conversiones entre unidades de masa, tiempo y temperatura; verificando su eficacia. Plantea afirmaciones sobre los números enteros y racionales, sus propiedades y relaciones, y las justifica mediante ejemplos y sus conocimientos de las operaciones, e identifica errores o vacíos en las argumentaciones propias o de otros y las corrige (p.135)”.

Para lograr este estándar el estudiante debe desarrollar o mostrar ciertos desempeños que a continuación desarrollaremos para el primer grado de educación secundaria.

- Establece relaciones entre datos y acciones de ganar, perder, comparar e igualar cantidades, o una combinación de acciones. Las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división con números enteros, expresiones fraccionarias o decimales; y radicación y potenciación con números enteros, y sus propiedades; y aumentos o descuentos porcentuales, en este grado, el estudiante expresa los datos en unidades de masa, de tiempo, de temperatura

o monetarias.

- Comprueba si la expresión numérica (modelo) planteada represento las condiciones del problema: datos, acciones y condiciones.
- Expresa, con diversas representaciones y lenguaje numérico, su comprensión del valor posicional de las cifras de un número hasta los millones ordenando, comparando, componiendo y descomponiendo números naturales y enteros, para interpretar un problema según su contexto y estableciendo relaciones entre sus representaciones. En el caso de la descomposición, comprende la diferencia entre una descomposición polinómica y otra en factores primos.
- Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión de la fracción como medida y del significado del signo positivo y negativo de un número entero para interpretar un problema según su contexto y estableciendo relaciones entre representaciones.
- Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de las operaciones con enteros y expresiones decimales y fraccionarias, así como la relación inversa entre las cuatro operaciones. Usa este entendimiento para asociar o secuenciar operaciones, para interpretar un problema según su contexto estableciendo relaciones entre representaciones.
- Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con números enteros, expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales y simplificar procesos usando propiedades de los números y las operaciones, de acuerdo con las condiciones de la situación planteada.
- Selecciona y usa unidades e instrumentos pertinentes para medir o estimar la masa, el tiempo o la temperatura; realizar conversiones entre unidades; y determinar equivalencias entre las unidades y subunidades de medida de masa, de temperatura, de tiempo y monetarias.
- Selecciona y emplea estrategias de cálculo y de estimación, y procedimientos diversos para determinar equivalencias entre expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales.
- Platea afirmaciones sobre las propiedades de los números y de las operaciones con

números enteros y expresiones decimales, y sobre las relaciones inversas entre las operaciones. Las justifica o sustenta con ejemplos y propiedades de los números y de las operaciones. Infiere relaciones entre estas. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros, y las corrige.

2.9. Bases conceptuales

Didáctica: es una disciplina de naturaleza pedagógica, orientada por las finalidades educativas y comprometidas con el logro de la mejora de todos los seres humanos, mediante la comprensión y transformación de los procesos sociocomunicativos, y la adaptación y el desarrollo apropiado del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Didáctica de la matemática: La didáctica de la matemática o educación matemática es una disciplina científica cuyo objeto de estudio es la relación entre los saberes, la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos propios de la matemática.

Situación didáctica: Una situación es didáctica cuando un individuo (profesor) tiene la intención de enseñar a otro individuo (alumno) un saber matemático dado. Una situación es a-didáctica cuando se da interacción entre un sujeto y un medio para resolver un problema.

Situación a-didáctica: Su objetivo es definir las condiciones con las cuales a los individuos se les conduce a “hacer” matemática, utilizarla o inventarla sin la influencia de condiciones didácticas específicas, determinadas o hechas explícitas por el docente.

Contrato didáctico: también llamado pacto, “es una estrategia didáctica que supone un acuerdo negociado después de un diálogo entre dos partes que se reconocen como tales para llegar a un objetivo que puede ser cognitivo, metodológico o de comportamiento.

Competencia: Las competencias didácticas son las capacidades con diferentes conocimientos, habilidades, pensamientos, carácter y valores de manera integral en las diferentes interacciones que tienen los seres humanos para la vida en el ámbito personal, social y laboral. Las competencias son los conocimientos, habilidades y destrezas que desarrolla una persona para comprender, transformar y practicar en el mundo en el que se desenvuelve.

Capacidad: Las capacidades son recursos para actuar de manera competente. Estos recursos son los conocimientos, habilidades y actitudes que los estudiantes utilizan para afrontar una

situación determinada.

Desempeño: Son descripciones específicas de lo que hacen los estudiantes respecto a los niveles de desarrollo de las competencias (estándares de aprendizaje).

Axioma: Un axioma es una proposición asumida dentro de un cuerpo teórico sobre la cual descansan otros razonamientos y proposiciones deducidas de esas premisas.

Currículo: el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos.

2.10. Hipótesis y variables

2.10.1. Formulación de la hipótesis

Hipótesis general

- La Teoría de las Situaciones Didácticas influye significativamente en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Nro 56258, Charamuray - 2018

Hipótesis específica

- La Teoría de las Situaciones Didácticas influye significativamente en el aprendizaje de la adición de los números enteros de los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Nro 56258, Charamuray - 2018.
- La aplicación de la Teoría de las Situaciones Didácticas influye significativamente en el aprendizaje de la multiplicación de los números enteros de los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Nro 56258, Charamuray - 2018.
- La Teoría de las Situaciones Didácticas influye significativamente en el aprendizaje de la sustracción de los números enteros de los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Nro 56258, Charamuray - 2018.
- La Teoría de las Situaciones Didácticas influye significativamente en el aprendizaje de

la división de los números enteros de los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Nro 56258, Charamuray - 2018.

2.11. Variables de estudio

2.11.1. Variable independiente

- La Teoría de las Situaciones Didácticas

2.11.2. Variable dependiente

- Aprendizaje de las operaciones básicas en el sistema de los números enteros.

2.11.3. variables intervinientes

- Edad
- Nivel socio-económico
- Formación en el nivel primario

2.12. Operacionalización de variables

Tabla 06: Operacionalización de variables

VARIABLE	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIÓN	INDICADOR	ITEM
TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS	Es una teoría de la enseñanza, que busca las condiciones para una Génesis artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea	En la TSD se considera ciertas relaciones dentro de un microsistema o mas preciso la situación didáctica, que se considera como un conjunto de relaciones establecidas explicita o implícitamente entre el alumno, un cierto medio u otros alumnos, eventualmente instrumentos u objetos y un profesor con el fin de que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de construcción	Situación Didáctica	Acción	El estudiante interpreta y plantea un problema dado a partir de sus saberes previos Los estudiantes dan lectura al problema y se analizan los factores que la definen como tal, se identifican los datos, el propósito, la factibilidad de su resolución(es) y solución Los estudiantes movilizan aspectos cognitivos así como cuestiones de índole práctica, ambos dirigidos a la solución de problemas Obtiene el plan ordenando, procedimientos, estrategias, recursos y el producto que resuelve los problemas. Explicita los conocimientos en un lenguaje que los demás puedan entender. Explicita los conocimientos en un lenguaje que los demás puedan entender. Pone énfasis en el manejo de lenguajes muy variados, ya sea de tipo verbal, escrito, gráfico, plástico, informático o matemático. Los estudiantes verifican sus productos, representaciones y resultados como parte de las situaciones mismas sin tener que recurrir al dictamen del docente Las producciones de las situaciones son sometidas a ensayos y pruebas por sus pares en un proceso metacognitivo que se completa en la fase siguiente. Confrontan sus procedimientos con sus compañeros
			Formulación	Validación	El estudiante descontextualiza y despersonaliza el saber para ganar el estatus cultural y social de objeto tecnológico autónomo, capaz de hacerlo funcionar como herramienta eficaz en otras situaciones Avanza en los niveles de abstracción correspondientes, formalizando conceptos y procedimientos matemáticos, contribuyendo a resignificar el aprendizaje en el contexto global, explicando y redondeando el lenguaje matemático apropiado. El estudiante traduce la situación, interpreta, realiza representaciones simbólicas, discute sus supuestos en su equipo, se comunica, socializa sus resultados, encuentra el error en el compañero, refuta y generaliza superando los errores y el modelo intuitivo instalado. Evaluación y la coevaluación entre pares como instancias de aprendizaje Aprendizaje y evaluación como proceso recursivo.
			Situación A-didáctica	Autonomía	El alumno es capaz de poner en funcionamiento y utilizar por sí mismo sus conocimientos previos sin la intervención directa o indirecta del profesor, sobre el conocimiento que se pretende que el estudiante adquiera.
			Contrato Didáctico	Normas	Comprende un conjunto de comportamientos que el profesor espera del alumno y comportamientos que el alumno espera del profesor, que regula el funcionamiento de la clase definiendo los roles y la repartición de tarea.

VARIABLE	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADOR	ITEM
OPERACIONES BÁSICAS EN LOS NÚMEROS ENTEROS	El sistema de los números enteros se presenta como una extensión del sistema de los naturales, a partir de la necesidad de ampliar el sistema numérico para definir las operaciones de la multiplicación, la adición, la sustracción, y parcialmente la división.	Las operaciones fundamentales con los números enteros son la adición, sustracción, multiplicación y división.	Adición	utiliza un modelo referido a la adición de números enteros para resolver problemas	Reconoce datos y relaciones no explícitas en situaciones duales y relativas al expresar un modelo usando un modelo usando números enteros y sus operaciones.
			Multiplicación	Emplea un modelo de solución más pertinente al resolver problemas que involucra multiplicación en los números enteros	Expresa el significado del signo en el número entero en situaciones diversas
			Sustracción	Expresa el significado y uso del signo negativo en situaciones diversas	Selecciona un modelo relacionado a números enteros al plantear o resolver un problema en situaciones duales y relativas.
		División	Utiliza el algoritmo de la división para resolver problemas que involucran número enteros	Expresa en forma y simbólica las relaciones de orden entre números enteros empleando la recta numérica Emplea procedimientos y recursos para realizar operaciones con números enteros . emplea estrategias heurísticas para resolver problemas con números enteros justifica con ejemplos que las operaciones con números enteros se ven afectadas por el signo	

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

3.1. Tipo de investigación

De acuerdo al problema planteado, el tipo de investigación que se va a utilizar es la APLICADA, según Díaz (2005) las investigaciones aplicadas “se distinguen por tener propósitos prácticos inmediatos bien definidos, es decir, se investiga para actuar, transformar, modificar o producir cambios en un determinado sector de la realidad, entre ellos en el ámbito educativo”. la Teoría de las Situaciones didácticas es una teoría científica dentro del ámbito de la pedagogía que va a permitir repensar el proceso de enseñanza – aprendizaje de las operaciones básicas de los números enteros dentro del área de matemática.

3.2. Nivel de investigación

El nivel de la investigación es EXPERIMENTAL, porque vamos a aplicar un nuevo método para mejorar la situación problemática.

3.3. Diseño de investigación

El diseño de investigación es PREEXPERIMENTAL, con preprueba-posprueba y grupo experimental, los estudiantes no van a ser seleccionados al azar, puesto que la sección de

primer grado es sección única y ya está formada. El esquema es lo siguiente:

$$G \quad O_1 \quad X \quad O_2$$

donde:

- G =Estudiantes del primer grado de la institución educativa N° 56258 - Charamuray.
- O_1 = es la observación de la variable dependiente.
- X = Tratamiento, estímulo o condición experimental que se aplica a al grupo experimental.
- O_2 = Es la observación de la variable independiente

3.4. Población y muestra

3.4.1. Población

La población está constituida por 140 estudiantes entre primaria y secundaria, 10 docentes del nivel secundario de la Institución Educativa N° 56258-Charamuray, en el año 2018.

Tabla 07: Población de docentes y estudiantes de la .E. N° 56258 - Charamuray

Docentes y estudiantes de la I.E. N° 56258 - Charamuray	
Categoría	f_i
Estudiantes	140.
Docentes	10

Fuente: Dirección de la Institución Educativa

3.4.2. Muestra

La muestra está conformada por 18 estudiantes del primer grado de educación secundaria la Institución Educativa N° 56258-Charamuray, en el año 2018.

La muestra de los estudiantes ha sido seleccionada en forma intencional no probabilístico. El motivo de la selección de la muestra se debe a que los estudiantes de otros grados más

superiores se observa la dificultad de usar de manera correcta las operaciones dentro del sistema de los números enteros, además es de necesidad prioritaria que los estudiantes desde los primeros años de su formación básica conozcan correctamente el sistema de los números enteros.

Tabla 07: Muestra de los estudiantes del primer grado de la I.E. N° 56258 - Charamuray

Estudiantes del primer grado de la I. E. N° 56258 - Charamuray	
Categoría	f_i
Estudiantes	18

Fuente: Dirección de la Institución Educativa

3.5. Técnicas e instrumentos de investigación

3.5.1. Técnicas

- Observación
- Cuestionario. Se aplicó una prueba de pre test antes de desarrollar las sesiones de aprendizaje, la prueba constaba de 20 preguntas distribuidas de tal manera: (05) preguntas para la operación de la adición, (05) preguntas para la operación multiplicación, otras (05) preguntas para la operación de sustracción y por último (05) preguntas correspondientes para la operación de la división. Luego de aplicar las sesiones de aprendizaje basadas en la Teoría de las Situaciones Didácticas se aplicó otra prueba llamada pos test con el fin de observar el tipo de influencia de la Teoría de las Situaciones Didácticas, el pos test constaba de otras 20 preguntas distribuidas similarmente como el pre test.

3.5.2. Instrumentos

- Lista de cotejo
- Rúbricas de evaluación
- Registro de evaluación

- Sesiones de aprendizaje. Se desarrolló 10 sesiones de aprendizaje basadas en la Teoría de las Situaciones Didácticas, utilizado como indicadores de desempeño del Currículo Nacional de la Educación Básica para el nivel secundario

3.6. Técnicas de análisis e interpretación de datos

Los datos que se obtuvieron se utilizaron dos paquetes estadísticos [R Core Team \(2018\)](#) y [SPSS \(2019\)](#), el primero es software libre de código abierto y el segundo privativo. En concordancia a los objetivos y variables de investigación; se utilizó las herramientas de la estadística descriptiva e inferencial, para el contraste de hipótesis las pruebas de estadística no paramétrica.

CAPÍTULO IV

PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

4.1. Procesamiento, análisis, interpretación y discusión de resultados

4.1.1. Análisis de datos para la operación de la adición

Se desea comparar la diferencia de calificaciones antes y después de aplicar la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau para el aprendizaje de las operaciones básicas que involucran los números enteros. Para obtener los datos se han aplicado dos pruebas en tiempos diferentes, el pre test fue aplicada para conocer la situación real de los estudiantes antes de desarrollar la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau, y el post test se aplicó una vez que las sesiones de aprendizaje utilizadas para desarrollar las operaciones básicas en Z se basaran en su integridad en la Teoría de las Situaciones Didácticas.

Tabla 09: Puntajes del pre test y pos test para la operación de la adición

Estudiantes	Pre Test	Pos Test	Diferencia
E ₁	16.00	16.00	0.00
E ₂	16.00	20.00	4.00
E ₃	8.00	16.00	8.00
E ₄	12.00	16.00	4.00
E ₅	8.00	16.00	8.00

Estudiantes	Pre Test	Pos Test	Diferencia
E ₆	12.00	16.00	4.00
E ₇	16.00	16.00	0.00
E ₈	12.00	16.00	4.00
E ₉	8.00	12.00	4.00
E ₁₀	16.00	16.00	0.00
E ₁₁	12.00	16.00	4.00
E ₁₂	16.00	16.00	0.00
E ₁₃	16.00	16.00	0.00
E ₁₄	16.00	12.00	-4.00
E ₁₅	12.00	16.00	4.00
E ₁₆	12.00	16.00	4.00
E ₁₇	12.00	16.00	4.00
E ₁₈	8.00	16.00	8.00

Como se observa en la tabla 9, existen estudiantes que en el pre test obtuvieron baja calificación y se observa una ligera mejora en la calificación del post test, sin embargo, también se observan a estudiantes que no obtuvieron ninguna mejora después de aplicar las situaciones didácticas de Guy Brousseau para el aprendizaje de la adición en los números enteros.

Tabla 10: Tabla de frecuencias del pre test para la operación de la adición

Notas	f _i	h _i (%)	F _i	H _i (%)
08	4.00	22.20	4.00	22.20
12	7.00	38.90	11.00	61.10
16	7.00	38.90	18.00	100.00

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones del pre test

En la tabla de frecuencias 10 se muestra la información mas organizada para la operación de la adición del pre test, dando la lectura respectiva se puede extraer la información siguien-

te. Los datos se han organizado en una tabla de frecuencias por su facilidad de dar lectura y entender la información que se presenta.

- El 22.22 % de los estudiantes tuvieron calificaciones que alcanzaron los ocho puntos que equivale a cuatro estudiantes. Asimismo, existen siete estudiantes que obtuvieron puntajes de 12 puntos que representa el 38.9 % del total, y finalmente hay otros siete estudiantes que representan el 38.9 % del total que obtuvieron puntajes de 16 puntos.
- El 61.1 % de los estudiantes obtuvieron calificaciones entre ocho y 12 puntos. Además, 11 son los estudiantes que alcanzaron calificaciones entre ocho y 12 puntos en la prueba del pre test para la operación de la adición.

Tabla 11: Tabla de frecuencias del pos test para la operación de la adición

Notas	f_i	$h_i(\%)$	F_i	$H_i(\%)$
12	2.00	11.10	2.00	11.10
16	15.00	83.30	17.00	94.40
20	1.00	5.60	18.00	100.00

Fuente: resultados de las calificaciones del pos test

La tabla de frecuencias 11 del pos test muestra la organización de las calificaciones para la operación de la adición obtenidos por los estudiante al momento de calificar la prueba después de aplicar la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau para el aprendizaje de las operaciones en números enteros, nos brinda algunas datos importantes.

- Se observa que dos estudiantes obtuvieron una calificación de 12 puntos, que representa 11.10 % de la muestra total de estudiantes que participaron de la investigación, del 83.30 % de los estudiantes que representan a 15, sus puntajes ascienden a 16 puntos.
- El puntaje del 5.60 % de los estudiantes que equivale a un individuo, alcanza el puntaje de 20 puntos. Existen 17 estudiantes que representan al 94.40 % del total donde sus puntuaciones se ubican entre 12 y 16 puntos.

Un gráfico de barras, también conocido como gráfico de columnas o gráfico de columnas múltiples, es un gráfico en el que los datos se representan visualmente en forma de barras verticales u horizontales. esto con la finalidad de representar de manera gráfica y de mejor

manera para su posterior visualización de los datos. Según [Espinel et al. \(2009\)](#) los gráficos estadísticos se pueden considerar como representaciones gráficas en las que por medio de diferentes formas geométricas o bien, números, se muestran hechos numéricos o sus relaciones con el objetivo de comunicarlos o analizarlos.

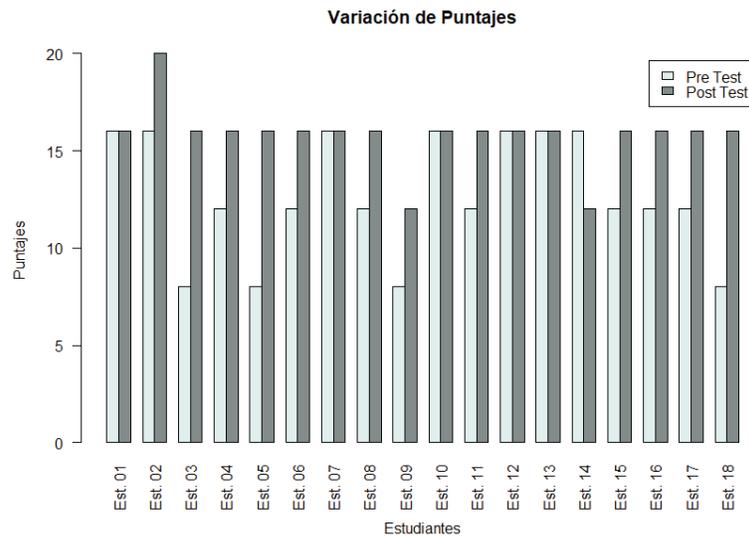


Figura 01: Gráfica de barras de la variación de puntajes de la operación de la adición

En la gráfica de barras 1 se observa la variación de los puntajes de cada uno de los 18 estudiantes que participaron del estudio, se observa con mayor claridad que en la mayoría de los estudiantes los puntajes del pre test fueron superados considerablemente por los puntajes del post test.

En la tabla 12 se muestran los estadísticos de prueba mas elementales que se pueden extraer, para estos fines se utilizó el paquete estadístico [R Core Team \(2018\)](#), que es un software libre de código abierto.

- El promedio de las calificaciones de los estudiantes que participaron de la prueba pre test es de aproximadamente 12,27 puntos, mientras que el promedio de las calificaciones de los estudiantes para la prueba de post test asciende a 15,78, observándose una ligera variación positiva en la variabilidad de las calificaciones después de aplicar la teoría de las situaciones didácticas. También se observa que el promedio de las calificaciones de la diferencia entre el post test y pre test es de aproximadamente de 3,11 puntos.
- La desviación de los puntajes respecto a la media para la pre test es 3,14 puntos y la

Tabla 12: Tabla de resumen estadístico para la operación de la adición

	Pre Test	Post Test	Diferencia
Mínimo	8.00	12.00	-4.000
1st Qu.	12.00	16.00	0.000
Mediana	12.00	16.00	4.000
Media	12.67	15.78	3.111
3rd Qu.	16.00	16.00	4.000
Máximo.	16.00	20.00	8.000
Varianza	9.882	2.771	10.458
Desviación Est.	3.144	1.665	3.234
Z(S-W)	0.80396	0.57652	0.86909
P-valor	0.001729	3.995e-06	0.01719

Fuente: elaboración propia a partir de las calificaciones para la adición

desviación para el post test de la operación de la adición de números enteros es de 1,66 puntos y finalmente la desviación para la diferencia de los puntajes de la pre test y post test es de 3,23 puntos.

- La mínima nota en el pre test es 08 puntos, mientras que la máxima nota es de 16 puntos. Asimismo la mínima nota en la calificación de post test es de 12 puntos y la máxima es de 20 puntos.
- En el pre test, el 25 % de los estudiantes obtuvieron calificaciones iguales o inferiores a 12 puntos, mientras tanto en el pre test luego de aplicar la Teoría de las Situaciones Didácticas, el 25 % de los estudiantes alcanzaron notas inferiores o iguales a 16 puntos.
- El cuartil tres indica aproximadamente el 75 % de los estudiantes tienen notas inferiores o iguales a 16 puntos en el pre test. Asimismo para la prueba de post test aproximadamente el 75 % de los estudiantes obtuvieron notas iguales o inferiores a 16 puntos.
- La mitad o el 50 % de los estudiantes que participaron del pre test obtuvieron puntajes menores o iguales a 12 puntos, mientras la otra mitad obtuvieron notas iguales o por encima de 12 puntos. Finalmente, el 50 % de los estudiantes alcanzaron punta-

jes iguales o inferiores a 16 puntos y la otra mitad puntajes superiores o iguales a 16 puntos.

- La Prueba de Shapiro - Wilk Z(S-W) se realiza para verificar la normalidad de la diferencia de los datos entre el post test y pre test. Como el P-valor es bastante inferior al nivel de significancia se concluye que los datos no tienen una distribución normal. Por lo tanto, no se puede utilizar la prueba de T de Student para muestras relacionadas.

Prueba de hipótesis

H_0 = La calificación de los estudiantes no difiere positivamente después de la aplicación de la teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau para la adición de números enteros.

H_1 = La calificación de los estudiantes difiere positivamente después de la aplicación de la teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau para la adición de números enteros.

Nivel de significancia

El nivel de significancia para esta prueba se va a considerar el valor de (alfa) $\alpha = 5\% = 0.05$.

Prueba de rangos de Wilcoxon:

La prueba estadística que vamos a utilizar para aceptar o rechazar las hipótesis será la prueba de Rangos de Wilcoxon para muestras relacionadas. Según [Gamarra Astuhuamán \(2018\)](#) Este modelo estadístico corresponde a un equivalente de la prueba t de Student, pero se aplica en mediciones en escala ordinal para muestras dependientes. Es una alternativa de aceptable eficacia para contrastar hipótesis. Además, las muestras son pequeñas menores que 25 datos, sí las muestras son grandes (> 25) se intenta lograr la distribución normal (se utiliza la prueba Z). Es frecuente encontrar descrito que, el rangos con signo de Wilcoxon test, compara la mediana de las diferencias, sin embargo, esto solo es correcto bajo determinadas condiciones. A modo general, los rangos con signo de Wilcoxon test compara si las diferencias entre pares de datos siguen una distribución simétrica entorno a un valor. Si dos muestras proceden de la misma población, es de esperar que las diferencias entre cada par de observaciones se distribuyan de forma simétrica entorno al cero. Trabajan sobre rangos de orden, es decir, utilizan las posiciones que ocupan los datos una vez ordenados. Por lo tanto, solo es aplicable a variables cuyos valores se pueden ordenar.

Tabla 13: Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para la operación de la adición

	N	Rango promedio	Suma de rangos
Post Test - Pre Test	Rangos negativos	1 ^a	5,50
	Rangos positivos	12 ^b	7,13
	Empates	5 ^c	
	Total	18	

a. Pos Test < Pre Test

b. Pos Test > Pre Test

c. Pos Test = Pre Test

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones para la operación de la adición

Después de construir la tabla 13 se puede afirmar las siguientes conclusiones.

- Los rangos negativos indican que existe un estudiante que su calificación disminuyó una vez aplicada la teoría de las situaciones didácticas respecto al puntaje obtenido en el pre test, obtuvo mas puntaje en el pre test que en el pos t test.
- Los rangos positivos indican que exactamente 12 estudiantes superaron los puntajes de la primera prueba una vez aplicados la teoría de las situaciones didácticas en rango promedio de 7,13 puntos.
- Los empates indican que cinco estudiantes mantuvieron los mismos puntajes obtenidos en el pre test también en pos test sin mostrar variación alguna en ambas pruebas.

En la tabla 14 el Valor de W calculado es -2.952, mientras que el P-valor es igual 0.003. Como el de P-valor es mucho menor que $\alpha = 0.05$ (P-valor < α), se rechaza la hipótesis nula, luego aceptamos la hipótesis alterna. En conclusión, la aplicación de la Teoría de las situaciones Didácticas de Guy Brousseau muestra una mejora significativamente en el aprendizaje de la adición de números enteros de los estudiantes de la institución educativa No 56258 – Charamuray.

Tabla 14: Estadísticos de prueba para rangos con signo de Wilcoxon para la adición

	Post Test - Pre Test
Z	-2,952 ^b
Sig. asintótica(bilateral)	,003

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon
 b. Se basa en rangos negativos.

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones del pos test

4.1.2. Análisis de datos para la operación de la sustracción

Para el presente análisis se muestra los puntajes obtenidos por los 18 estudiantes del primer grado del nivel secundario que participaron en las pruebas del pre test y el pos test, realizando el respectivo análisis se desea comparar la diferencia de calificaciones antes y después de utilizar sesiones de aprendizaje basadas en la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau para el aprendizaje de la operación de la sustracción de los números enteros.

También se muestra la columna de las diferencias de los puntajes entre el pos test y el pre test, sobre los datos de esta columna recaerá el análisis estadístico para determinar si existe una variación significativa o no de las calificaciones antes y después de las situaciones didácticas.

Tabla 15: Puntajes del pre test y pos test para la operación de la sustracción

Estudiantes	Pre Test	Post Test	Diferencia
E ₁	12.00	16.00	4.00
E ₂	16.00	16.00	0.00
E ₃	12.00	16.00	4.00
E ₄	8.00	12.00	4.00
E ₅	8.00	16.00	8.00
E ₆	8.00	12.00	4.00
E ₇	12.00	16.00	4.00
E ₈	12.00	16.00	4.00
E ₉	8.00	12.00	4.00

Estudiantes	Pre Test	Post Test	Diferencia
E ₁₀	12.00	16.00	4.00
E ₁₁	12.00	16.00	4.00
E ₁₂	12.00	16.00	4.00
E ₁₃	12.00	16.00	4.00
E ₁₄	12.00	12.00	0.00
E ₁₅	8.00	12.00	4.00
E ₁₆	12.00	16.00	4.00
E ₁₇	12.00	16.00	4.00
E ₁₈	8.00	12.00	4.00

Fuente: se obtuvo luego de aplicar el pre y el pos test

En la tabla 15 se puede observar que existen estudiantes que lograron mejoras significativas después de aplicar la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau y asimismo también se observan estudiantes que no lograron ninguna mejoría en sus calificaciones después de aplicar la teoría en mención. Estos datos se analizarán en su conjunto para poder determinar si la aplicación de la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau mejora significativamente el aprendizaje de la operación de la sustracción de los números enteros.

Como se puede apreciar en la figura 2, existen estudiantes que superaron en el post test de manera significativa los puntajes obtenidos en el pre test. Pero así como existen estudiantes que mostraron mejoras significativas tanto en el pre test como el pos test, existen estudiantes que sus calificaciones no variaron absolutamente en nada. El gráfico de barras permite visualizar la variación o comparación de los puntajes del pre test y del pos test de los estudiantes que participaron del estudio. A continuación se presenta una tabla de distribución de frecuencias elaborados a partir de los puntajes obtenidos por los estudiantes que participaron en la prueba del pre test. La tabulación de los valores de frecuencia facilita la representación de la información utilizando herramientas de la estadística descriptiva para su construcción.

De la tabla de frecuencias 4.1.8, se puede extraer las siguientes conclusiones respecto a las calificaciones de los estudiantes participantes en el pre test.

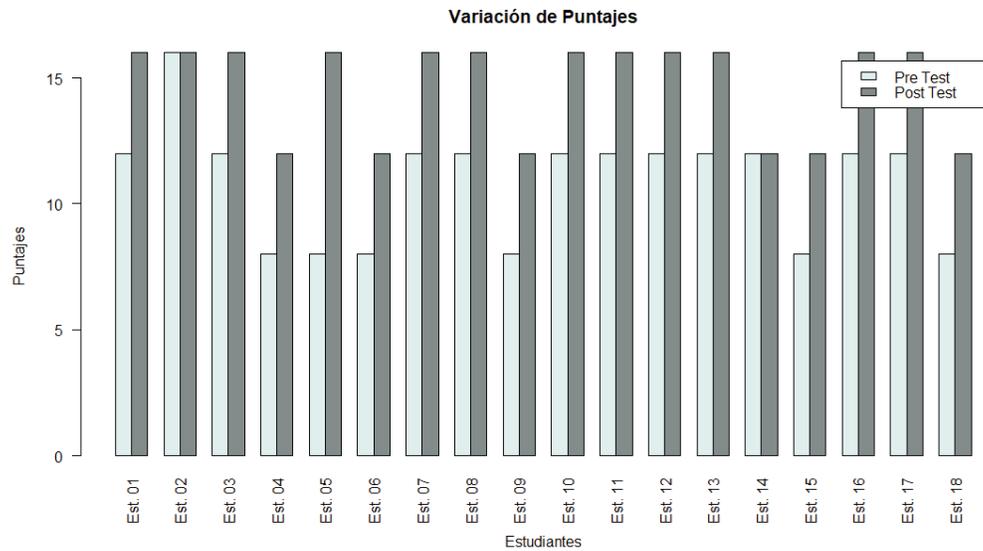


Figura 02: Gráfica de barras de la variación de puntajes para la operación de la sustracción

Tabla 16: Tabla de frecuencias del pre test para la operación de la sustracción

Notas	f_i	$h_i(\%)$	F_i	$H_i(\%)$
08	6.00	33.30	6.00	33.30
12	11.00	61.10	17.00	94.40
16	1.00	5.60	18.00	100.00

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones del pre test.

- La calificación de seis estudiantes que equivale al 33.3 % del total de los participantes asciende a ocho puntos.
- El puntaje de 11 estudiantes que representan el 61.10 % del total de los participantes es de 12 puntos en el pre test para la operación de la sustracción. Y por último, 16 es el puntaje que obtuvo el estudiante que representa el 5.6 % del total.
- El puntaje de 17 estudiantes que equivalen al 94.4 % del total de estudiantes participantes se ubica entre ocho y 12 puntos.

En la tabla siguiente se muestran los resultados de las calificaciones de los estudiantes que participaron en el pos test de la operación de la sustracción organizadas en una tabla de distribución de frecuencias.

Tabla 17: Tabla de frecuencias del pos test para la operación de la sustracción

Notas	f_i	h_i (%)	F_i	H_i (%)
12	6.00	33.30	6.00	33.30
16	12.00	66.70	18.00	100.00

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones del pos test

Los resultados que se muestran en la tabla de distribución de frecuencias 17 permiten realizar la siguiente interpretación. Los puntajes obtenidos por los estudiantes oscilan solamente entre los puntajes 12 y 16.

- El puntaje del 33.30 % de los estudiantes que equivale a seis participantes asciende a 12 puntos
- Hay 12 estudiantes que representan el 66.70 % del total donde sus puntajes alcanzaron a 16 puntos.

Tabla 18: Tabla de resumen estadístico para la operación de la sustracción

	Pre Test	Post Test	Diferencia
Mínimo	8.00	12.00	0.000
1st Qu.	8.00	12.00	4.000
Mediana	12.00	16.00	4.000
Media	10.89	14.67	3.778
3rd Qu.	12.00	16.00	4.000
Máximo	16.00	16.00	8.000
Varianza	5.281	3.765	2.771
Desv. Est.	2.298	1.940	1.665
Z(S-W)	0.741	0.60074	0.57652
P-value	0.0002474	6.883e-06	3.995e-06

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones para la sustracción

La tabla 18 muestra el resumen de los principales estadísticos de las calificaciones de la prueba del pre test de los estudiantes que participaron de la investigación.

- El promedio o la media de los estudiantes es igual a 10.89. Esto indica que la calificación promedio de los estudiantes en la operación de la sustracción es aproximadamente 10.89 puntos para el pre test, inferior a al promedio de la calificación de los estudiantes que obtuvieron en el pos test que bordea el puntaje de 14.67.
- La calificación promedio de la diferencia entre el pos test y pre test es de aproximadamente 3.78 puntos
- La desviación respecto al promedio de las calificaciones de los estudiantes en la operación de la sustracción de los números enteros es de 2.30 puntos en el pre test.
- La desviación respecto al promedio de las calificaciones de los estudiantes en la operación de la sustracción de los números enteros es de 2.30 puntos en el pos test.
- La desviación respecto al promedio de la diferencia de puntos entre el pos test y el pre test es de 1.66 puntos.
- El 25 % de los estudiantes que participaron del pre test alcanzaron calificaciones iguales o inferiores a ocho puntos, y el 75 % de los estudiantes alcanzaron puntajes iguales o mayores a ocho puntos. En los puntajes del pos test el 25 % de los estudiantes obtuvieron puntajes iguales o inferiores a 12 puntos y el 75 % obtuvo puntajes por encima de los 12 puntos.
- El 50 % de los estudiantes que participaron en el pre test, sus notas son iguales o inferiores a 12 puntos y el otro 50 % es igual o superior a los 12 puntos. Similar situación ocurre con los estudiantes que participaron de la prueba de post test que del 50 % de los estudiantes sus notas son menores o iguales a 16 puntos y el otro 50 %, sus notas son mayores o iguales a 16 puntos.
- del 75 % de los estudiantes que participaron en el pre test sus notas son menores o iguales a 12 puntos y del 25 % de los estudiantes sus notas son mayores o iguales a 12 puntos. Para los estudiantes que participaron del pre test, aproximadamente del 75 % de los estudiantes sus notas son menores o iguales a 16 puntos y los 25 % de los restantes sus notas son mayores o iguales a 16 puntos.
- La Prueba de Shapiro - Wilk Z(S-W) se realiza para verificar la normalidad de la diferencia de los datos entre el pos test y pre test. Como el P-valor es bastante inferior al nivel de significancia se concluye que los datos no tienen una distribución normal.

Por lo tanto, no se puede utilizar la prueba de T de Student para muestras relacionadas.

Prueba de hipótesis

H_0 = La calificación de los estudiantes no difiere positivamente después de la aplicación de la teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau para la operación de la sustracción de números enteros.

H_1 = La calificación de los estudiantes difiere positivamente después de la aplicación de la teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau para la operación de la sustracción de números enteros.

Establecer el nivel de significancia

El nivel de significancia que se va a considerar para el presente análisis es el valor de (alfa) $\alpha = 5\% = 0.05$.

Prueba de rangos de Wilcoxon:

La prueba estadística que vamos a utilizar para para aceptar o rechazar las hipótesis será la prueba de Rangos de Wilcoxon para muestras relacionadas.

Tabla 19: Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para la operación de la adición

	N	Rango promedio	Suma de rangos
Post Test – Pre Test	Rangos negativos	0 ^a	,00
	Rangos positivos	16 ^b	8,50
	Empates	2 ^c	
	Total	18	

a. Post Test < Pre Test

b. Post Test > Pre Test

c. Post Test = Pre Test

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones para la operación de la sustracción utilizando el SPSS

De la tabla 19 se puede realizar la siguiente interpretación.

- Los rangos negativos del cuadro anterior indican que no hubo calificaciones de los estudiantes que descienden de la primera prueba a después de aplicar la segunda prueba.
- Los rangos positivos indican que existen exactamente 16 estudiantes que sacaron calificaciones más altas con en la prueba del post test con respecto a la pre test cuyo promedio asciende a 8.5 puntos.
- Los empates indican que exactamente existen dos estudiantes que no variaron el puntaje de la calificación de la prueba de pre test y post test, es decir, se mantuvieron con el mismo puntaje en las dos pruebas aplicadas.

Tabla 20: Estadísticos de prueba de rangos con signo de Wilcoxon para la operación de la sustracción

Estadísticos de Prueba ^a	
	Post Test – Pre Test
Z	-3,900b
Sig. asintótica(bilateral)	0,000096

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon
 b. Se basa en rangos negativos.

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones de la operación de la sustracción utilizando SPSS (2019)

Como se muestra en la tabla 20 el Valor de W calculado es -3,900, mientras que el P-valor es igual 0,000096. Como el de P-valor es mucho menor que $\alpha = 0.05$ ($P\text{-valor} < \alpha$), se rechaza la hipótesis nula, luego aceptamos la hipótesis alterna. En conclusión, la aplicación de la Teoría de las situaciones Didácticas de Guy Brousseau muestra una variación significativamente en el aprendizaje de la operación de la sustracción de números enteros de los estudiantes de la institución educativa No 56258 – Charamuray.

4.1.3. Análisis de datos para la operación de la multiplicación

Se presentan los datos para comparar la diferencia de calificaciones antes y después de aplicar la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau para el aprendizaje que involucran la multiplicación en los números enteros. Se tienen los siguientes puntajes obtenidos en

la calificación recogidos en la prueba de pre test, antes de aplicar la TSD y los puntajes obtenidos después de aplicar la TSD de los 18 estudiantes que participaron de la investigación.

Tabla 21: Puntajes del pre test y pos test para la operación de la multiplicación

Estudiantes	Pre Test	Post Test	Diferencia
E ₁	12.00	12.00	0.00
E ₂	12.00	16.00	4.00
E ₃	8.00	12.00	4.00
E ₄	12.00	12.00	0.00
E ₅	8.00	12.00	4.00
E ₆	12.00	12.00	0.00
E ₇	12.00	16.00	4.00
E ₈	8.00	12.00	4.00
E ₉	8.00	12.00	4.00
E ₁₀	8.00	12.00	4.00
E ₁₁	12.00	16.00	4.00
E ₁₂	12.00	12.00	0.00
E ₁₃	12.00	16.00	4.00
E ₁₄	12.00	16.00	4.00
E ₁₅	12.00	12.00	0.00
E ₁₆	12.00	16.00	4.00
E ₁₇	12.00	12.00	0.00
E ₁₈	8.00	12.00	4.00

Fuente: puntajes obtenidos del pre y pos test

En la tabla 21 se observan estudiantes que tuvieron un puntaje aceptable en la prueba de pre test manteniendo esa misma puntuación después de aplicar la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau, también se observan estudiantes que lograron una calificación baja en la aplicación de la prueba pre test pero logrando una mejora significativa en la prueba de post test después de aplicar las Situaciones Didácticas. La información que brinda es individual de cada estudiante antes y después de la aplicación de las Situaciones Didácticas, esa información es casi irrelevante si se quiere probar la significancia de la metodología aplicada

en el estudio para mejorar el aprendizaje de la operación de la multiplicación en el sistema de los números enteros, se utilizarán estadísticos de prueba para su análisis correspondiente.

Tabla 22: Tabla de frecuencias para el pre test de la multiplicación

Notas	f_i	h_i (%)	F_i	H_i (%)
08	6.00	33.30	6.00	33.30
12	12.00	66.70	18.00	100.00

Fuente: elaboración propia a partir de las calificaciones del pre test

De la tabla de frecuencias 22 se puede realizar la siguiente interpretación.

- El 33.30 % de los estudiantes del total que equivalen a 6, alcanzaron calificaciones de ocho puntos.
- El puntaje de 12 estudiantes que representan al 66.70 % del total que participaron del pre test para la operación de la multiplicación, asciende a 12 puntos.

Tabla 23: Tabla de frecuencias para el pos test de la multiplicación

Notas	f_i	h_i (%)	F_i	H_i (%)
12	12.00	66.70	12.00	66.70
16	6.00	33.30	18.00	100.00

Fuente: elaboración propia con los resultados del pos test

En la tabla de frecuencias 23 se puede visualizar la organización de los puntajes, de ello se puede llevar acabo la siguiente interpretación.

- La cantidad de estudiantes que alcanzaron una calificación de 12 puntos asciende a 12, que representan al 66.70 % del total.
- El 33.30 % de los estudiantes que equivale a 6, alcanzaron el puntaje de 16.

La tabla 4.1.16 muestra el resumen estadístico de llos puntajes del pre test y pos test para la operación de la multiplicación, de allí se realiza la siguiente interpretación.

Tabla 24: Tabla de resumen estadístico para la operación de la multiplicación

	Pre Test	Post Test	Diferencia
Mínimo	8.00	12.00	0.000
1st Qu.	8.00	12.00	0.000
Mediana	12.00	12.00	4.000
Media	10.67	13.33	2.667
3rd Qu.	12.00	16.00	4.000
Máximo	12.00	16.00	4.000
Varianza	3.765	3.765	3.765
Desv. Est.	1.94	1.94	1.94
Z(S-W)	0.60074	0.60074	0.60074
P-value	6.883e-06	6.883e-06	6.883e-06

Fuente: resultados de las calificaciones de la operación de la multiplicación

- El promedio de los estudiantes que participaron del estudio en la prueba del pre test obtuvieron una calificación de 10.67 puntos, mientras que en la prueba de post test el promedio de las calificaciones esta alrededor de 13,33 puntos. Además, el promedio de la diferencia de las calificaciones entre el post test y pre test es de 2.67 puntos aproximadamente, observado una ligera mejora en los promedios de las calificaciones después de aplicar la Teoría de las situaciones Didácticas de Guy Brousseau.
- La desviación respecto al promedio de las calificaciones de los estudiantes en la operación de la multiplicación de los números enteros es de 1.94 puntos en el pre test, similar caso ocurre con la desviación respecto a la media de las calificaciones de los estudiantes en la prueba de post test es aproximadamente de otros 1.94 puntos y igual caso se observa con la desviación para la diferencia de puntajes del pre test y post test.
- Para contrastar la normalidad de la distribución de los puntajes de la diferencia entre el post test y pre test se aplica la Prueba de Kolmogorov-Smirnov Z(S-W). Se observa en la tabla que el P-valor es bastante inferior respecto al valor de α ($P\text{-valor} < \alpha$) entonces los datos no tienen distribución normal limitando utilizar una prueba paramétrica al realizar el respectivo análisis.

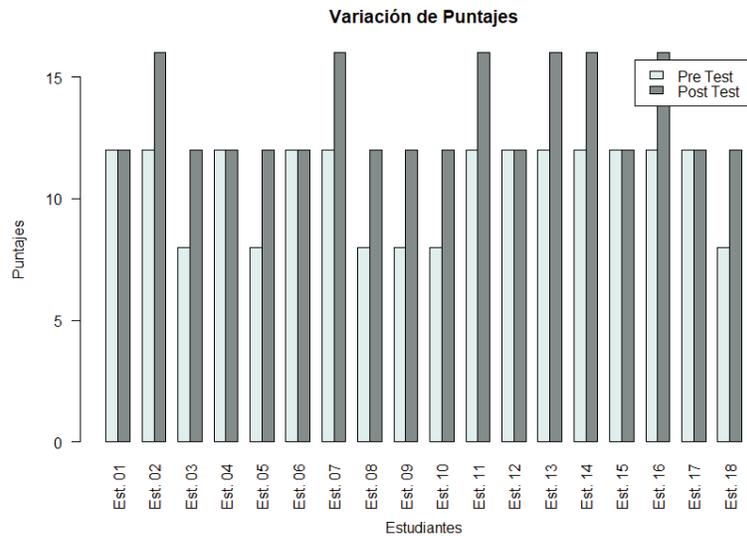


Figura 03: Gráfica de barras para la operación de la multiplicación

La gráfica de barras nos muestra los puntajes obtenidos por los estudiantes, en la mayoría de los casos la barra del pre test es igual al del post test indicando que no hubo variación de puntajes en ambas pruebas. Pero en otros casos la barra del post test es ligeramente mayor al de la barra del post test. No se evidencia la variación negativa de los puntajes del post test con respecto al pre test.

Prueba de Hipótesis

H_0 = La calificación de los estudiantes no difiere positivamente después de la aplicación de la teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau para la operación de la multiplicación de números enteros.

H_1 = La calificación de los estudiantes difiere positivamente después de la aplicación de la teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau para la operación de la multiplicación de números enteros.

Nivel de significancia

El nivel de significancia para este análisis se establecera en el valor de (alfa) $\alpha = 5\% = 0.05$.

Prueba de rangos de Wilcoxon:

Como los puntajes de la diferencia no tienen distribución normal entonces la prueba estadística que vamos a utilizar para aceptar o rechazar las hipótesis será la prueba de Rangos de Wilcoxon para muestras relacionadas.

Tabla 25: Prueba de rangos con signos de Wilcoxon para la operación de la multiplicación

	N	Rango promedio	Suma de rangos
Post Test – Pre Test	Rangos negativos	0a	,00
	Rangos positivos	12b	6,50
	Empates	6c	
	Total	18	

a. Post Test < Pre Test

b. Post Test > Pre Test

c. Post Test = Pre Test

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones de la multiplicación utilizando el SPSS (2019)

- Los rangos negativos muestran que no existen estudiantes que muestren que sus calificaciones del pre test descendiera respecto al post test después de aplicar la metodología de las Situaciones didácticas.
- Los rangos positivos muestran que exactamente 12 estudiantes mejoraron significativamente sus puntajes comparando el pre test y post test en un promedio de 6.5 puntos.
- Los empates indican que existen exactamente seis estudiantes que no se observa ninguna variación en el puntaje de sus calificaciones al momento de aplicar ambas pruebas. Esto indica que obtuvieron el mismo puntaje tanto en el pre test como el post test.
- El Valor de W calculado es -3,464, mientras que el P-valor es igual 0.001. Como el de P-valor es mucho menor que $\alpha = 0.05$ ($P\text{-valor} < \alpha$), se rechaza la hipótesis nula, luego aceptamos la hipótesis alterna. En conclusión, la aplicación de la Teoría de las situaciones Didácticas de Guy Brousseau muestra una mejora significativamente en el

Tabla 26: Estadísticos de la prueba para rangos con signo de Wilcoxon para la multiplicación

Post Test – Pre Test	
Z	-3,464b
Sig. asintótica(bilateral)	,001
a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon	
b. Se basa en rangos negativos.	

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones de la multiplicación utilizando SPSS (2019)

aprendizaje de la operación de la multiplicación de números enteros de los estudiantes de la institución educativa No 56258 – Charamuray.

4.1.4. Análisis de datos para la operación de la división

Se desea comparar la diferencia de calificaciones antes y después de aplicar la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau para el aprendizaje que involucran la operación de la división en los números enteros. Se tienen los siguientes puntajes obtenidos en la calificación recogidos en la prueba de pre test, antes de aplicar la TSD y los puntajes obtenidos después de aplicar la TSD de los 18 estudiantes que participaron de la investigación

Tabla 27: Puntajes del pre test y pos test para la operación de la división

Estudiantes	Pre Test	Pos Test	Diferencia
E ₁	12.00	12.00	0.00
E ₂	12.00	16.00	4.00
E ₃	8.00	12.00	4.00
E ₄	12.00	12.00	0.00
E ₅	8.00	12.00	4.00
E ₆	12.00	12.00	0.00
E ₇	12.00	16.00	4.00

Estudiantes	Pre Test	Pos Test	Diferencia
E ₈	8.00	12.00	4.00
E ₉	8.00	12.00	4.00
E ₁₀	8.00	12.00	4.00
E ₁₁	12.00	16.00	4.00
E ₁₂	12.00	12.00	0.00
E ₁₃	12.00	16.00	4.00
E ₁₄	12.00	16.00	4.00
E ₁₅	12.00	12.00	0.00
E ₁₆	12.00	16.00	4.00
E ₁₇	12.00	12.00	0.00
E ₁₈	8.00	12.00	4.00

Fuente: datos obtenidos del pre y pos test

En la tabla 27 se observa los puntajes de las calificaciones de los 18 estudiantes que participaron del estudio, existen estudiantes con mejora significativa comparando los resultados del pre test antes de aplicar la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau con los resultados de la prueba de pos test después de aplicar la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau. También existen estudiantes donde se observa que sus calificaciones no variaron en absoluto comparando los resultados del pre test y pos test.

La información de la tabla 27 nos brinda información individual de cada estudiante antes y después de la aplicación de las Situaciones Didácticas, esa información es casi irrelevante si se quiere probar la significancia de la metodología aplicada en el estudio para mejorar el aprendizaje de la operación de la división en el sistema de los números enteros, se utilizarán estadísticos de prueba para su análisis correspondiente. Además, la gráfica de barras de la figura 3 muestra la evolución de las calificaciones del post test respecto al pre test observándose variaciones significativas.

En la tabla de frecuencias 28 se observa la siguiente información.

- Existen cinco estudiantes que representan el 27.8% del total que han obtenido un puntaje de ocho puntos en la prueba del pre test que se aplicó para la operación de la adición.

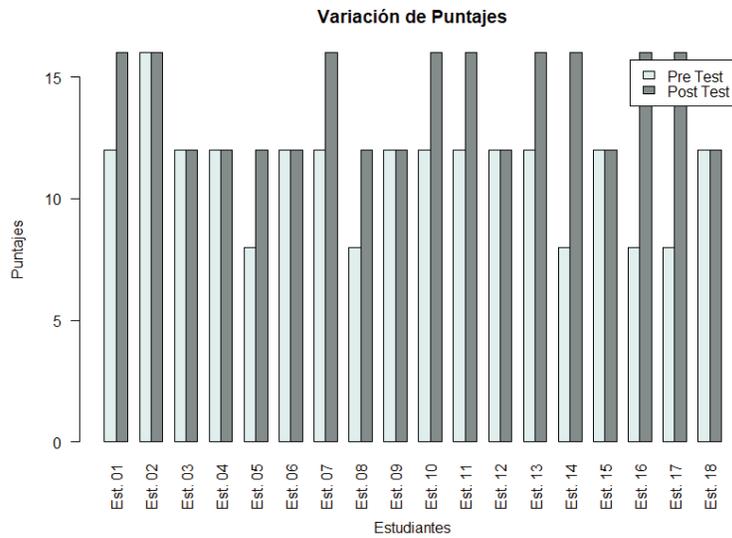


Figura 04: Gráfica de barras para la operación de la división

Tabla 28: Tabla de frecuencias para el pre test de la división

Notas	f_i	$h_i(\%)$	F_i	$H_i(\%)$
8	5.00	27.80	5.00	27.80
12	12.00	66.70	17.00	94.40
16	1.00	5.60	18.00	100.00

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones del pre test

- Hay 12 estudiantes que equivalen al 66.7 % del total que han obtenido el puntaje de 12 puntos. Asimismo hay un estudiante que representa el 5.6 % del total que alcanzó el puntaje de 16 puntos.
- Existen 17 estudiantes que han obtenido puntajes entre ocho y 12 puntos, ellos representan el 94.4 % del total.

De la tabla de frecuencias 29 del pos test se puede concluir la siguiente información.

- El 50 % de los estudiantes que equivale a 9, han alcanzado el puntaje de 12 puntos en la prueba del pos test para la operación de la división.
- Otros nueve estudiantes que representan el otro 50 % del total, han alcanzado el puntaje de 16 puntos.

Tabla 29: Tabla de frecuencias para el pos test de la división

Notas	f_i	h_i (%)	F_i	H_i (%)
12	9.00	50.00	9.00	50.00
16	9.00	50.00	18.00	100.00

Fuente: resultados a partir calificaciones del pre test

Tabla 30: Resumen de estadístico para la operación de la división

	Pre Test	Pos Test	Diferencia
Mínimo	8.00	12	0.000
1st Qu.	9.00	12	0.000
Mediana	12.00	14	4.000
Media	11.11	14	2.667
3rd Qu.:12.00	16	4.000	
Máximo	16.00	16	4.000
Varianza	4.81	4.235	3.765
Desv. Est.	2.193	2.058	1.94
Z(S-W)	0.72035	0.64232	0.60074
P-value	0.0001391	1.834e-05	6.883e-06

Fuente: elaboración propia partir de los puntajes de la división

En la tabla de resumen 30 se muestran los estadísticos mas representativos para la operación de la división, a continuación se detalla la interpretación correspondiente.

- La calificación promedio de los estudiantes que participaron en el pre test es de la operación de la división es de aproximadamente 11.11 puntos, el promedio de las calificaciones obtenidas en el post test para la operación de la división es aproximadamente 14 puntos, se observa una diferencia significativa entre los promedios de la pre test y post test.
- La desviación respecto al promedio de las calificaciones de los estudiantes en la operación de la división de los números enteros es de 2.19 puntos en el pre test, similar caso ocurre con la desviación respecto a la media de las calificaciones de los estudiantes

en la prueba de post test es aproximadamente de otros 2.06 puntos, mientras que la desviación para la diferencia de puntajes del pre test y post test es aproximadamente de tres puntos.

- Para contrastar la normalidad de la distribución de los puntajes de la diferencia entre el post test y pre test se aplica la Prueba de Shapiro - Wilk $Z(s - W)$. Se observa en la tabla que el P-valor es bastante inferior respecto al valor de α ($P\text{-valor} < \alpha$) entonces los datos no tienen distribución normal limitando utilizar una prueba paramétrica al realizar el respectivo análisis

Prueba de Hipótesis

H_0 = La calificación de los estudiantes no difiere positivamente después de la aplicación de la teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau para la operación de la división de números enteros.

H_1 = La calificación de los estudiantes difiere positivamente después de la aplicación de la teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau para la operación de la división de números enteros.

Nivel de significancia

El nivel de significancia establecido para este análisis (alfa) $\alpha = 5\% = 0.05$

Prueba de rangos de Wilcoxon para la operación de la división

Como los puntajes de la diferencia no tienen distribución normal entonces la prueba estadística que vamos a utilizar para aceptar o rechazar las hipótesis será la prueba de Rangos de Wilcoxon para muestras relacionadas.

- Los rangos negativos muestran que no existen estudiantes que muestren que sus calificaciones del pre test descendiera respecto al post test después de aplicar la metodología de las Situaciones didácticas.
- Los rangos positivos muestran que exactamente 10 estudiantes mejoraron significativamente sus puntajes comparando el pre test y post test en un promedio de 5.5 puntos.
- Los empates indican que existen exactamente ocho estudiantes que no se observa ninguna variación en el puntaje de sus calificaciones al momento de aplicar ambas prue-

Tabla 31: Prueba de rangos con signos de Wilcoxon para la operación de la división

	N	Rango promedio	Suma de rangos
Post Test – Pre Test	Rangos negativos	0a	,00
	Rangos positivos	10b	5,50
	Empates	8c	
	Total	18	

a. Post Test < Pre Test
 b. Post Test > Pre Test
 c. Post Test = Pre Test

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones para la operación de la adición

Esto indica que obtuvieron el mismo puntaje tanto en el pre test como el post test.

Tabla 32: Estadísticos de prueba de rangos con signo de Wilcoxon para la división

Estadísticos de Pruebaa	Post Test – Pre Test
Z	-2,919b
Sig. asintótica(bilateral)	,004

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon
 b. Se basa en rangos negativos.

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones de la división

El Valor de W calculado es -2.919, mientras que el P-valor es igual 0.004. Como el de P-valor es mucho menor que $\alpha = 0.05$ ($P\text{-valor} < \alpha$), se rechaza la hipótesis nula, luego aceptamos la hipótesis alterna. En conclusión, la aplicación de la Teoría de las situaciones Didácticas de Guy Brousseau muestra una mejora significativamente en el aprendizaje de la operación de la división de números enteros de los estudiantes de la institución educativa No 56258 – Charamuray.

4.1.5. Análisis de datos en forma general

En esta parte del análisis se realizará el tratamiento estadístico de los datos en forma general, se mostrará los puntajes de la calificaciones del pre test, tanto de las operaciones de la adición, sustracción, multiplicación y así como de la división. esto con la finalidad de inferir en términos generales si la Teoría de las Situaciones Didácticas influye de manera significativamente en el aprendizaje de las operaciones en los números enteros (Z).

Tabla 33: Puntajes del pre test y pos test en forma general

Estudiantes	Pre Test	Post Test	Diferencia
E ₁	13.00	15.00	2.00
E ₂	15.00	17.00	2.00
E ₃	10.00	14.00	4.00
E ₄	11.00	13.00	2.00
E ₅	8.00	14.00	6.00
E ₆	11.00	13.00	2.00
E ₇	13.00	16.00	3.00
E ₈	10.00	14.00	4.00
E ₉	9.00	12.00	3.00
E ₁₀	12.00	15.00	3.00
E ₁₁	12.00	16.00	4.00
E ₁₂	13.00	14.00	1.00
E ₁₃	13.00	16.00	3.00
E ₁₄	12.00	14.00	2.00
E ₁₅	11.00	13.00	2.00
E ₁₆	11.00	16.00	5.00
E ₁₇	11.00	15.00	4.00
E ₁₈	9.00	13.00	4.00

Fuente: datos obtenidos a partir del pre y pos test

Los datos en la tabla 33, representan los puntajes obtenidos por los estudiantes en el pre test, y los puntajes obtenidos en el pos test. Además, se muestra las diferencias de las calificaciones entre las calificaciones del pos test y las calificaciones del pre test por que el

análisis estadístico que se va a desarrollar se aplicara sobre la diferencia de las calificaciones.

Tabla 34: Tabla de frecuencias para el pre test en forma general

L_i	L_s	Marca de clase	Frecuencia	Porcentaje	F_i	H_i
8.00	9.00	8.50	3.00	16.70	3.00	16.70
9.00	10.00	9.50	2.00	11.10	5.00	27.80
10.00	11.00	10.50	5.00	27.80	10.00	55.60
11.00	12.00	11.50	3.00	16.70	13.00	72.20
12.00	13.00	12.50	4.00	22.20	17.00	94.40
13.00	14.00	13.50	0.00	0.00	17.00	94.40
14.00	15.00	14.50	1.00	5.60	18.00	100.00

Fuente: elaboración propia a partir de los resultados en forma global

En la tabla de frecuencias 34 está organizada la información de los puntajes obtenidos en el pre test, de allí se puede extraer algunos datos importantes. El rango de notas varía de 08 puntos hasta 15 puntos en las calificaciones del pre test.

- Existen solamente tres estudiantes que representan el 16.7 % del total que han obtenido puntajes entre ocho y nueve puntos, los estudiantes que obtuvieron puntajes entre nueve y 10 puntos alcanzan al número de dos que representan el 11.1 %. En la misma línea, hay cinco estudiantes que alcanzaron calificaciones entre 10 y 11 puntos que se traduce en el 27.8 % del total, tres estudiantes que alcanzaron puntajes entre 11 y 12 puntos que son el 16.7 % del total de la muestra, puntajes entre 12 y 13 fueron obtenidos por cuatro estudiantes que representan el 22.2 % y finalmente un estudiante alcanzó la nota de 15 puntos que representa el 5.6 % del total.
- Hay 5 estudiantes que representan el 27.8 % del total de la muestra que obtuvieron calificaciones entre ocho y diez puntos, 10 estudiantes que alcanzaron calificaciones entre ocho y 11 puntos, ellos representan el 55.6 % del total. Asimismo, los estudiantes que han obtenido puntajes entre ocho y 12 puntos, son en total 13 que equivale al 72.2 % del total y por ultimo los estudiantes que alcanzaron puntajes entre ocho y 14 suman 17 que representa el 94.4 % del total de estudiantes que han participado del estudio.

En la tabla que se presenta a continuación se presenta la tabla de frecuencias para los puntajes

obtenidos en el pos test.

Tabla 35: Tabla de frecuencias para los puntajes del pos test en forma general

L_i	L_s	Marca de clase	Frecuencia	Porcentaje	F_i	H_i
12.00	13.00	12.50	5.00	27.80	5.00	27.80
13.00	14.00	13.50	5.00	27.80	10.00	55.60
14.00	15.00	14.50	3.00	16.70	13.00	72.20
15.00	16.00	15.50	4.00	22.20	17.00	94.40
16.00	17.00	16.50	1.00	5.60	18.00	100.00

Fuente: resultados de las calificaciones del pos test en forma general

En la tabla de frecuencias 35 se organizaron los datos de tal manera se puede visualizar las frecuencias absolutas, acumuladas para cada intervalo de notas. El rango de notas varía de 12 puntos hasta 17 puntos en el pos test, se han considerado cinco intervalos para representar el conteo de las frecuencias.

- Existen cinco estudiantes que obtuvieron puntajes entre 12 y 13 puntos que representan el 27.8 %, cinco estudiantes que han obtenido calificaciones entre 13 y 14 puntos que representan 27.8 %, también hay 3 estudiantes que han alcanzado calificaciones entre 14 y 15 puntos que representan 16.7 % del total, el 22.2 % de los estudiantes son representados por cuatro estudiantes donde sus puntuaciones están entre 15 y 16 puntos y, por ultimo; hay un estudiante que su puntuación se ubica entre 16 y 17 puntos que se traduce en el 5.6 % del total.
- Hay 10 estudiantes que representan el 55.6 % del total de la muestra que obtuvieron calificaciones entre 12 y 14 puntos, 13 estudiantes que alcanzaron calificaciones entre 12 y 15 puntos, ellos representan el 72.2 % del total. Asimismo, los estudiantes que han obtenido puntajes entre 12 y 16 puntos, son en total 17 que equivale al 94.4 % del total.

En la figura 5 se muestra una gráfica de barras de los puntajes en general obtenidos por los estudiantes en las pruebas del pre test y pos test, se ha optado el uso del gráfico de barras con la finalidad de visualizar la variación ya sea negativa o positiva de las calificaciones de los estudiantes en ambas pruebas.

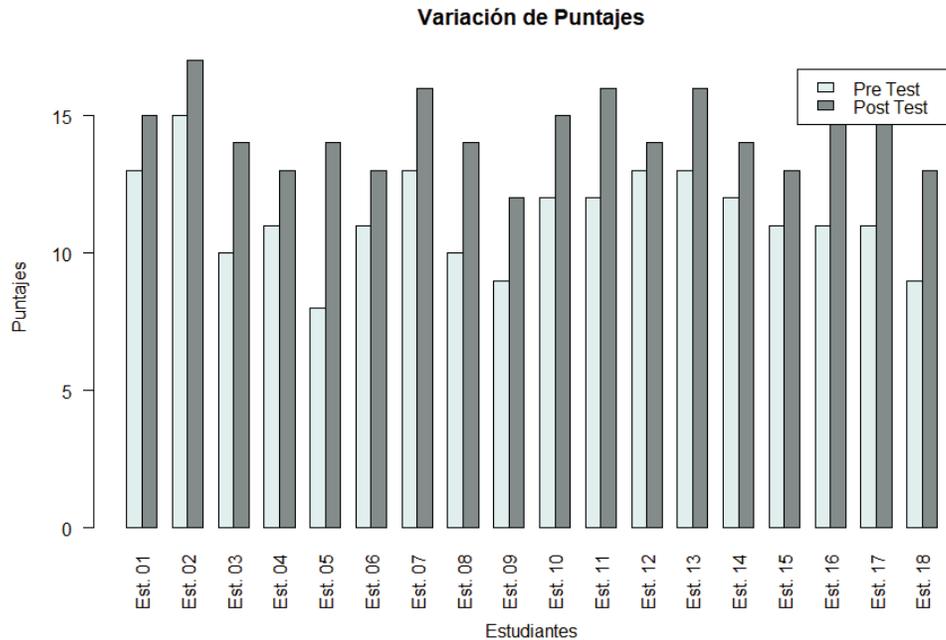


Figura 05: Gráfica de barras para los puntajes en general

Las barras muestran la variación de las calificaciones de cada estudiante que ha participado de la investigación para determinar la influencia de la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau para el aprendizaje de las operaciones en los números enteros.

- De acuerdo a la tabla de resumen 36 se concluye que el puntaje mínimo para la prueba de pre test es de ocho puntos, el puntaje máximo es de 15 puntos, mientras para la prueba de pos test el puntaje más bajo llega a 12 puntos y la más alta se ubica en 17 puntos.
- El 25 % de los estudiantes rindieron la prueba del pre test sus notas son iguales o menores a 10.25 puntos, mientras del otro 75 % de los estudiantes sus calificaciones son mayores o iguales a 10.25 puntos. En el pos test la calificación del 25 % de los estudiantes se sitúa igual o por debajo de 13.25 puntos y del otro 75 % de los estudiantes sus puntajes son iguales o mayores a 13.25.
- El 50 % de los estudiantes que rindieron el pre test sus notas son iguales o menores a 11 puntos, mientras el resto del 50 % se ubica al igual o por encima de los 11 puntos. En el pos test, del 50 % de los estudiantes sus calificaciones son iguales o menores a 14 puntos y del resto del 50 % es igual o mayor a 14 puntos.

Tabla 36: Tabla de resumen estadístico en forma general

	Pre Test	Pos Test	Diferencia
Mínimo	8.00	12.00	1.000
1st Qu.	10.25	13.25	2.000
Mediana	11.00	14.00	3.000
Media	11.33	14.44	3.111
3rd Qu.	12.75	15.75	4.000
Máximo	15.00	17.00	6.000

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones en forma general

- El promedio de las calificaciones de los estudiantes que participaron del pre test es aproximadamente 11.33, mientras el promedio los puntajes del pos test es aproximadamente 14.44 puntos.
- Del 75 % de los estudiantes que participaron del pre test, sus calificaciones son iguales o menores a 12.75 puntos y del 25 % de los estudiantes están iguales o por encima de los 12.75 puntos. Mientras los puntajes del pre test indican que del 75 % de los estudiantes sus puntajes son menores 15.75 y del 25 % de los estudiantes esta por encima de 15.75 puntos.

Prueba de normalidad

La prueba de Shapiro-Wilk es un test estadístico empleado para contrastar la normalidad de un conjunto de datos. Publicado en 1965 por Samuel Shapiro y Martin Wilk. El test de Shapiro-Wilk se usa para contrastar si un conjunto de datos siguen una distribución normal o no. Este hecho es de vital importancia porque otros muchos análisis estadísticos requieren de la normalidad de los datos para poder llevarlos a cabo.

La desviación de las calificaciones respecto al promedio de las puntajes de los estudiantes que participaron en el pre test es aproximadamente 1.75 puntos, y para los puntajes obtenidos en el pos test la desviación es 1.38 puntos. La desviación respecto al promedio de la diferencia de los puntajes es de 1.29 puntos. Para un nivel de significancia de $\alpha = 0,05$ o al 5 %, el P-valor de la prueba de Shapiro - Wilk es bastante inferior a α . Es decir, P - valor

Tabla 37: Prueba de normalidad Shapiro - Wilk en forma general

	Pre Test	Pos Test	Diferencia
Varianza	3.058824	1.908497	1.633987
Desv. Est.	1.748949	1.381484	1.278275
Z(S -W)	0.9636	0.93959	0.92153
P-value	0.6722	0.2851	0.1376

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones en forma general

$> \alpha$ ($0.1376 > 0.05$). Luego se infiere que la distribución de las calificaciones de la diferencia entre el pos test y el pre test tiene distribución normal. Además la distribución de las calificaciones del pre test también tiene distribución normal por que $P - \text{valor} > \alpha$, similar situación se observa con las calificaciones del pos test.

Prueba de Hipótesis

H_0 = No existe una variación significativa en las calificaciones en los estudiantes después de aplicar las sesiones basadas en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau para el aprendizaje de las operaciones básicas en los números enteros.

H_1 = Existe una variación significativa en las calificaciones en los estudiantes después de aplicar las sesiones basadas en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau para el aprendizaje de las operaciones básicas en los números enteros.

Nivel de significancia

El nivel de significancia para este análisis se establecera en el valor de (alfa) $\alpha = 5\% = 0.05$.

Prueba T de Student

La prueba t de Student para muestras relacionadas permite comparar las medias de dos series de mediciones realizadas sobre las mismas unidades estadísticas. Se aplica cuando la población estudiada sigue una distribución normal pero el tamaño muestral es relativamente pequeño, en el caso del presente trabajo de investigación la muestra es $n = 18$ estudiantes además tiene una distribución normal.

Tabla 38: Tabla de muestras emparejadas en forma general

	Media	N	Desv. Típica	Desv. Error promedio
Pre test	11.3333	18	1.74895	0.41223
Pos test	14.4444	18	1.38148	0.32562

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones en forma general

En la tabla 38 se compara la media de ambas distribuciones tanto del pre test como del pos test, asimismo se compara la variación de la desviación típica y desviación del error promedio.

Tabla 39: Tabla de correlación de muestras en forma general

	N	Correlación	Sig.
Pre & Pos	18	0.690	0.002

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones en forma general

En la tabla 39 se muestra los estadísticos que muestran la correlación de las muestras emparejadas así como el valor de la significancia que es inferior a α .

En la tabla 40 la diferencia de las medias del pre test y pos test es de $-3,11$, también se observa que la estimación de la diferencia en las medias de las muestras en las calificaciones de los estudiantes en las pruebas del pos test y pre test $-3,11$. Se afirma con un 95% de seguridad que la media de las muestras esta entre los valores de $-2,475$ y $-3,747$.

Si el valor p es mayor que el nivel de significancia, la decisión es que no se puede rechazar la hipótesis nula, en la prueba T de Student se observa que $P.\text{valor} < \alpha$ ($P - \text{valor} < 0,000$); por lo tanto. se rechaza la hipótesis nula de la investigación asumiendo que la alterna es la correcta donde si Existe una variación significativa en las calificaciones en los estudiantes después de aplicar las sesiones basadas en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau para el aprendizaje de las operaciones básicas en los números enteros.

Tabla 40: Tabla de muestras emparejadas en forma general

Prueba de muestras emparejadas: Pre test - Pos test		
Media		-3.11
Desv. Típica		1.27827
Desv. Error promedio		0.3013
95 % de intervalo de confianza de la diferencia	Superior	-2.47544
	Inferior	-3.74678
t		-10.326
gl		17
Sig. (bilateral)		0.000

Fuente: se elaboró a partir de las calificaciones en forma general

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

- Primera: De acuerdo a lo planteado en el objetivo general, se llega a la primera conclusión con el análisis de resultados obtenidos con la prueba estadística Rangos de Wilcoxon que la teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau influye de manera positiva y significativamente en el aprendizaje de las operaciones básicas de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la institución educativa No 56258 de Charamuray, 2018, observándose que un % del total de estudiantes superan los puntajes obtenidos de la prueba pre test después de aplicar la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau, de la misma forma se muestra el promedio de 11.33 para la pre test y 14.44 para la prueba post test que hay una diferencia de 3.11 puntos de promedio, como se ve en la tabla de las operaciones básicas.
- Segunda: En relación al primer objetivo específico, después de analizar resultados obtenidos de las pruebas pre y post test mediante la prueba estadística Rangos de Wilcoxon con un nivel de significancia de 5 %, se concluye que la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau influye de manera positiva y significativamente en el aprendizaje de la adición de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la institución educativa No 56258 de Charamuray, 2018, considerando que el 66.67 % del total de estudiantes superan los puntajes de la primera prueba una vez aplicados la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau, así mismo se muestra un promedio de 12.67 para la pre test y 15,78 para la prueba pos test que esta asciende en 3.11 puntos en promedio, así como se ve en la tabla de la adición.

- Tercera: Dando respuesta al segundo objetivo específico, tomado en cuenta el análisis de resultados obtenidos de las pruebas de pre y post test con la prueba estadística Rangos de Wilcoxon con un nivel de significancia de 5 %, se llega a la conclusión que la teoría de las situaciones didácticas Guy Brousseau influye positiva y significativamente en el aprendizaje de la sustracción de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la institución educativa No 56258 de Charamuray, 2018, percibiendo que el 88.89 % de los estudiantes evaluados obtuvieron calificaciones más altas en la prueba pos test con respecto a la pre test después aplicar la teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau, de la misma forma se muestra el promedio de 10.89 en la pre test y 14.67 en la prueba de pos test que supera en 3.78 puntos en promedio, así como se muestra en la tabla de la sustracción.
- Cuarta: En concordancia al tercer objetivo específico, después de utilizar la prueba estadística Rangos de Wilcoxon con los resultados obtenidos de las pruebas pre y post test con un nivel de significancia de 5 % se llega a la conclusión que la teoría de las situaciones didácticas Guy Brousseau influye positiva y significativamente en el aprendizaje de la multiplicación de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la institución educativa No 56258 de Charamuray, 2018, viendo que el 66.67 % del total de estudiantes superan los puntajes de la primera prueba una vez aplicados la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau, así mismo se muestra un promedio de 10.67 para la pre test y 13.33 para la prueba pos test que esta asciende en 2,67 puntos en promedio, así como se muestra en la tabla de la multiplicación.
- Quinta:De acuerdo al cuarto objetivo específico, después de analizar los resultados obtenidos de la pre y post test con la prueba estadística Rangos de Wilcoxon con un nivel de significancia de 5 %, se llega a la conclusión que la teoría de las situaciones didácticas Guy Brousseau influye positiva y significativamente en el aprendizaje de la multiplicación de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la institución educativa No 56258 de Charamuray, 2018, se observa que el 55.56 % de los estudiantes evaluados obtuvieron calificaciones más altas en la prueba post test con respecto a la pre test después aplicar la teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau, de la misma forma se muestra el promedio de 11,11 en la pre test y 14 en la prueba de post test que supera en 2.67 puntos en promedio, así como se muestra en la tabla de la división.

Recomendaciones

1. Se sugiere a los docentes animar a los estudiantes que frente a problemas de operaciones básicas de números enteros deduzcan y justifiquen sus conclusiones más que todo practiquen las fases de las situaciones didácticas de Guy Brousseau, así mismo los estudiantes deben entender cada una de las fases y ponerlos en práctica en el desarrollo de cada situación problemática de las operaciones básicas de números enteros.
2. Como se puede observar la conclusión en lo que corresponde al primer objetivo específico, las situaciones didácticas de Guy Brousseau ayuda de manera positiva en el desarrollo de una situación problemática de adición de números enteros por lo que se pide a los docentes poner en práctica de manera continua para que facilite el trabajo y desarrollo de problemas en los estudiantes.
3. Los estudiantes desarrollan con más facilidad situaciones problemáticas con sustracción de números enteros cuando tienen la capacidad de intercambiar información creando un lenguaje que el mismo lo entienda afirmando y comprobando resultados, de esta forma es muy importante que el docente aplique las fases de las situaciones didácticas de Guy Brousseau y mantenerse siempre como un guía para que el proceso siga como tiene que ser, de esta forma se hará más sencillo poder entender para buscar una solución.
4. En el proceso de desarrollo de una situación problemática donde se requiera operar multiplicaciones es muy imprescindible que el docente tome en cuenta las fases de situaciones didácticas de Guy Brousseau por que facilita al estudiante buscar una solución más rápida y donde el mismo pueda validar e intercambiar con sus compañeros las respuestas obtenidas mediante exposiciones, ensayos y debates donde cada estudiante justifica su respuesta con el previo apoyo de su docente.
5. Se observa en la última conclusión cuán importante es la aplicación de las fases de las situaciones didácticas de Guy Brousseau en el aprendizaje de la división de números enteros se propone a los docentes que apliquen con frecuencia estas fases frente a diferentes situaciones problemáticas que conlleva a que los estudiantes puedan traducir la situación, interpreten y busquen una solución así mismo puedan auto-evaluarse y poner en práctica una co-evaluación en pares para que cada uno vea las dificultades

que tuvo durante el desarrollo y pueda mejorar con el apoyo del docente.

Bibliografía

- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática. *Recherches en didactique des mathematiques*, 7(2):33–115. 30
- Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas/ Introduction to study the theory of didactic situations: Didactico/ Didactic to Algebra Study. *Formación docente - matemática*. Editorial Libros Del Zorza. 17, 18, 19, 24, 26, 29
- Carranza, C. (1998). *Álgebra*. Editorial Síntesis. 32
- CEPRE-UNI (2006). *ARITMÉTICA*. Centro de Estudios Pre- Universitarios de la Universidad Nacional de Ingeniería. 32
- de Ciencias y Humanidades, I. (2008). *Aritmética, análisis del número y sus aplicaciones*. Lumbreras Editores. 31
- Díaz, C. (2005). *Metodología de la investigación científica*. Lima: San Marcos. 49
- Díaz Barriga, Á., Barrón, C., Carlos, J., Díaz-Barriga, F., Torres, R., Spitzer, T., and Ysunza, M. (1995). *La investigación en el campo del currículo 1982-1992. Procesos curriculares, institucionales y organizacionales*, México, Consejo Mexicano de Investigación Educativa (COMIE)/Dirección General de Educación Superior, SEP (Col. *La Investigación Educativa en los Ochenta, Perspectivas para los Noventa*), pages 23–172. 15
- Díaz Godino, J., Gomez Alfonso, B., Gutierrez Rodriguez, A., Rico Romero, L., and Sierra Vazquez, M. (1999). *Area de conocimiento; didactica de la matematica*. 16
- Espinel, M. C., González, M. T., Bruno, A., and Pinto, J. (2009). *Las gráficas estadísticas. Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica*, pages 57–74. 56

- Gamarra Astuhuamán, G. (2018). Aplicación de las pruebas estadísticas de wilcoxon y mann. 58
- Hawking, S. (2006). Dios creó los números: los descubrimientos matemáticos que cambiaron la historia. Number Sirsi) i9788484327530. 30
- MINEDU, L. (2007). Aspectos metodológicos en el aprendizaje de los sistemas de números naturales, enteros, racionales y reales en secundaria. Perú: MINEDU. 19
- MINEDU, M. d.-P. (2016). Currículo nacional de la educación básica. Perú: MINEDU. 5, 38, 39, 40, 41
- Panizza, M. (2003). Ii conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas. Recuperado de: http://www.crecerysonreir.org/docs/matematicas_teorico.pdf. 17, 19, 29
- R Core Team (2018). R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 52, 56
- Rivilla, A. M., Mata, F. S., González, R. A., Entonado, F. B., and de Vicente Rodríguez, P. S. (2009). Didáctica general. Pearson Prentice Hall. 15
- Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. Reflexiones teóricas para la educación matemática, 5:13–66. 17, 30
- SPSS, S. (2019). spss. SPSS for Windows. Release, 25(1). 52, 66, 71, 72
- UMC, M. (2017). El Perú en PISA 2015 informe nacional de resultados. 2, 6

ANEXOS

ANEXO A

Matriz de consistencia

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLE	METODOLOGÍA
<p>PROBLEMA GENERAL</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Cómo influye la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de las operaciones básicas de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la institución educativa Nro 56258 de Charamuray, 2018? <p>PROBLEMAS ESPECÍFICOS</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Cómo influye la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de la adición de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución educativa Nro 56258 de Charamuray, 2018? ¿Cómo influye la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de la multiplicación de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución educativa Nro 56258 de Charamuray, 2018? ¿Cómo influye la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de la sustracción de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución educativa Nro 56258 de Charamuray, 2018? ¿Cómo influye la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de la división de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución educativa Nro 56258 de Charamuray, 2018? 	<p>OBJETIVO GENERAL</p> <ul style="list-style-type: none"> Determinar la influencia de la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de las operaciones básicas de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la institución educativa Nro 56258 de Charamuray, 2018. <p>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</p> <ul style="list-style-type: none"> Determinar la influencia de la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de la adición de los números enteros de los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución educativa Nro 56258 de Charamuray, 2018. Determinar la influencia de la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de la multiplicación de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución educativa Nro 56258 de Charamuray, 2018. Determinar la influencia de la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de la sustracción de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución educativa Nro 56258 de Charamuray, 2018. Determinar la influencia de la Teoría de las Situaciones Didácticas en el aprendizaje de la división de los números enteros en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución educativa Nro 56258 de Charamuray, 2018. 	<p>HIPÓTESIS GENERAL</p> <ul style="list-style-type: none"> La Teoría de las Situaciones Didácticas influye significativamente en el aprendizaje de las operaciones básicas de los números enteros en los estudiantes del primer grado de la institución educativa Nro 56258 de Charamuray, 2018. <p>HIPÓTESIS ESPECÍFICAS</p> <ul style="list-style-type: none"> La Teoría de las Situaciones Didácticas influye significativamente en el aprendizaje de la adición de los números enteros de los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución educativa Nro 56258 de Charamuray, 2018. La aplicación de la Teoría de las Situaciones Didácticas influye significativamente en el aprendizaje de la multiplicación de los números enteros de los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución educativa Nro 56258 de Charamuray, 2018. La Teoría de las Situaciones Didácticas influye significativamente en el aprendizaje de la sustracción de los números enteros de los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución educativa Nro 56258 de Charamuray, 2018. La Teoría de las Situaciones Didácticas influye significativamente en el aprendizaje de la división de los números enteros de los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución educativa Nro 56258 de Charamuray, 2018. 	<p>VARIABLE INDEPENDIENTE</p> <ul style="list-style-type: none"> La Teoría de las Situaciones Didácticas <p>VARIABLE DEPENDIENTE</p> <ul style="list-style-type: none"> Aprendizaje de las operaciones básicas en el sistema de los números enteros <p>VARIABLES INTERVINIENTES</p> <ul style="list-style-type: none"> Edad Nivel socio-económico Formación en el nivel primario 	<p>TIPO DE INVESTIGACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> Aplicada <p>NIVEL DE INVESTIGACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> Experimental <p>DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> Pre experimental <p>POBLACIÓN Y MUESTRA</p> <ul style="list-style-type: none"> POBLACIÓN 140 estudiantes MUESTRA 18 estudiantes <p>TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> Observación Cuestionario Entrevista <p>INSTRUMENTO</p> <ul style="list-style-type: none"> Lista de cotejo Rubricas Registro de evaluación

Tabla 41: Matriz de consistencia

ANEXO B

Pre test

ANEXO C

Sesiones de aprendizaje

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 1

DOCENTE: Jaime Vergara Huallparimachi

fecha:

Grado: 1ro Sección: "A"

Duración: 90 minutos

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

Identificamos situaciones que se explican con signos positivos y negativos

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES DE DESEMPEÑO
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	Matematiza situaciones	Reconoce datos y relaciones no explícitas en situaciones duales y relativas, al expresar un modelo usando números enteros y sus operaciones.
	Comunica y representa ideas matemáticas	Expresa el significado del signo en el número entero en situaciones diversas.

III. SECUENCIA DIDACTICA

Inicio: (20 minutos)

El docente da la bienvenida y presenta en la pizarra las siguientes cartillas (también pueden ser presentadas en un PPT).

La señora Juana vende cubos de helado que prepara en su casa. Al poner los cubos en el congelador su temperatura es de 14°C , suponiendo que esta disminuye 2°C cada hora, ¿cuál será la temperatura de los cubos dentro de 9 horas?

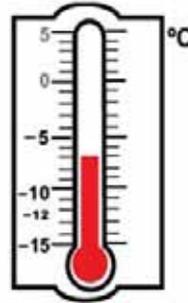
Tiempo	Después de 1 hora	Después de 2 horas	Después de 3 horas	Después de 4 horas	Después de 5 horas	Después de 6 horas
Temperatura de los cubos	14°C	12°C				

1

Mónica parte en ascensor desde la planta cero de su edificio. El ascensor sube 5 plantas, después baja 3, sube 5, baja 8, sube 10, sube 5 y baja 6. ¿En qué planta está?

2

¿Qué significado tienen los números identificados en el termómetro?



3

Augusto, emperador romano, nació en el año 63 a.C. y murió en el 14 d.C.
¿Cuántos años vivió?

4

A partir de las cartillas, el docente realiza las siguientes interrogantes:

- En la situación 1: Dentro de 9 horas, ¿cuál será la temperatura mínima en el congelador?
- En la situación 2: Empleando la recta numérica, ¿cómo representarías tal situación? ¿habrán sótanos en el edificio? ¿Cómo serían expresados los movimientos en la recta numérica?
- En la situación 3: ¿Qué significan los números: -10, -15?
- En la situación 4: ¿Cómo ubicas en la recta numérica el a.C y d.C?

Los estudiantes, de forma individual, manifiestan sus ideas.

El docente comunica a los estudiantes que el propósito de la sesión es, reconocer y expresar el significado del signo en el número entero en diversas situaciones.

Luego, plantea las siguientes pautas de trabajo que serán consensuadas con los estudiantes:

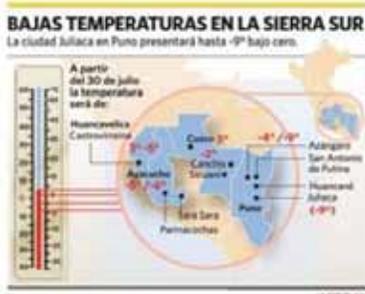
- o Dinamizar el trabajo en equipo y demostrar responsabilidad en el cumplimiento de las actividades relacionada a los números enteros.



Desarrollo: (50 minutos)

El docente presenta el siguiente PPT y explica a los estudiantes que, así como en las situaciones presentadas en las cartillas, los números negativos también los podemos encontrar cuando hablamos de: Temperatura bajo cero: En nuestro país, tenemos zonas que llegan a tener temperaturas bajo cero, como: Puno, Huancavelica y Cusco.

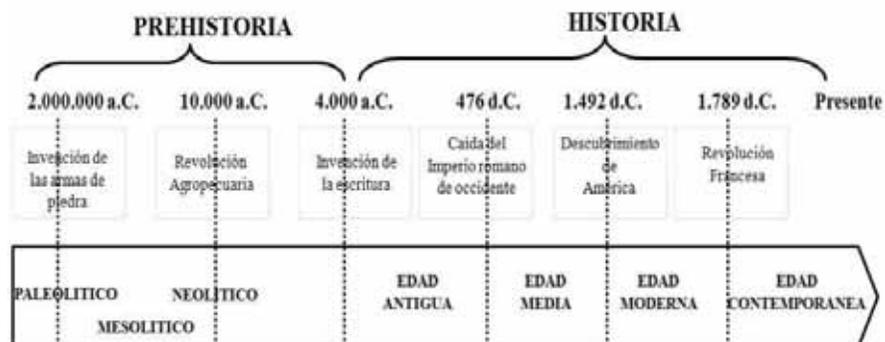
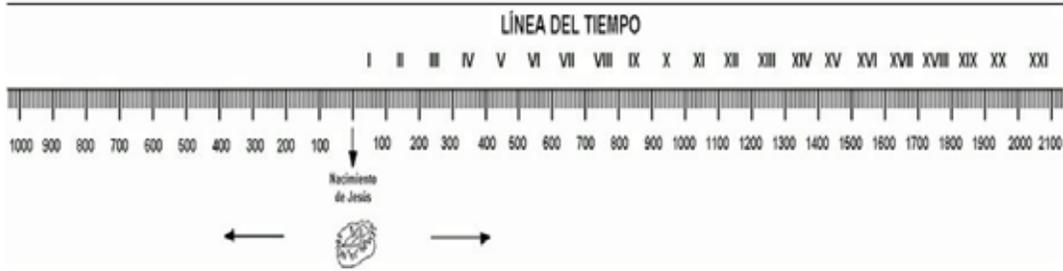




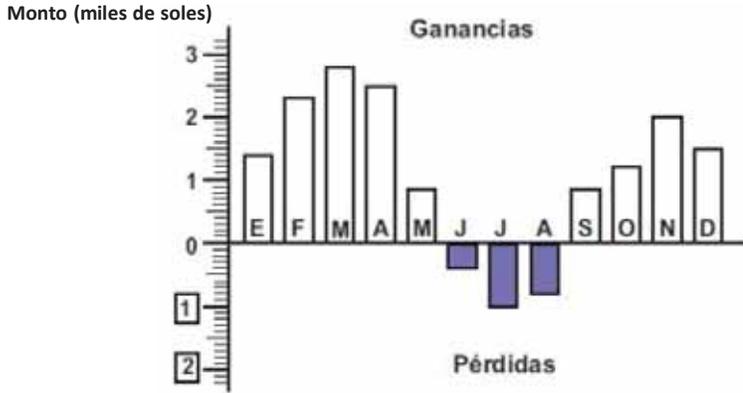
Altitudes sobre el nivel de mar y bajo el nivel del mar:

Utilizamos los términos “sobre el nivel del mar” y “bajo el nivel del mar” cuando hablamos de la altitud de montañas, lugares o lagos. Lo que se indica en metros sobre el nivel del mar o debajo del nivel del mar. Cuando decimos “a nivel del mar” nos referimos al “cero normal”.

Fechas antes y después de Cristo, son un claro ejemplo para explicar la representación de los números enteros en la recta numérica.



Ganancias de una empresa: este gráfico representa las ganancias de una empresa. Las barras que indican las ganancias se levantan del “cero hacia arriba”, y las barras que indican pérdida se dibujan del “cero hacia abajo”.



Para dar significado a los signos, el docente invita a los estudiantes a resolver los planteamientos presentados en las cartillas. El docente sugiere y orienta a los estudiantes para que empleen la recta numérica atribuyendo la trayectoria del signo positivo y negativo con colores distintos, reconociendo situaciones duales y relativas. Para ello, les solicita que consulten el texto de primero de secundaria, página 76.

A partir de la última imagen del PPT, referida a ganancias de una empresa, el docente retoma el proyecto del quiosco escolar y explica a los estudiantes que es importante prever cuales serían las ganancias o pérdidas.

En la sesión anterior, el docente señaló como tarea que investiguen los gastos y costo de los productos a venderse en el quiosco.

El docente les entrega la ficha de trabajo (anexo 2) para que la completen de acuerdo a las indicaciones realizadas por el docente, inducirá en un primer momento que los egresos sean mayores a los ingresos con la finalidad de expresar el significado del signo en el resultado y en segundo momento que los egresos sean menores que los ingresos.

1. Realice el balance del negocio de principales productos de un quiosco escolar tomando en cuenta los ingresos y egresos semanales, según el cuadro que se muestra a continuación. De acuerdo a los resultados obtenidos ¿será conveniente iniciar con un negocio similar?

INGRESOS SEMANALES			
Producto	Precio por unidad (S/)	Cantidad	Total (S/)
Refresco de quinua	0,60	80	48
Postres de frutas	2,00	70	140
Sándwich de pollo	1,50	20	
...

EGRESOS SEMANALES	
Producto	Monto (S/)
Agua	15
Energía eléctrica	20
Pago de personal	
...	...

Después de llenar la ficha, el docente pregunta a cada equipo:

- ¿Cuál es la diferencia entre el ingreso y el egreso?, ¿Qué indica el signo negativo en el resultado?
- ¿Qué sucede si deja de pagar los servicios básicos?, ¿Cuál sería la nueva diferencia entre el ingreso y egreso?, ¿Qué indica el signo positivo en el resultado?



- Para dar respuesta a las preguntas propuestas, el docente debe inducir a los estudiantes a establecer la siguiente relación:

$$\text{Ingreso} - \text{Egreso} = \text{Ganancia o pérdida}$$

El docente estará atento durante el desarrollo de la sesión para absolver dudas y ayudar a expresar el significado de los signos en el número entero.

Cierre: (20 minutos)

Con la finalidad de afianzar el aprendizaje sobre el significado del signo en el número entero, el docente induce a los estudiantes para llegar a las siguientes conclusiones:



Números enteros:

En la vida se presentan muchas situaciones que no pueden expresarse haciendo uso de los números naturales. En esos casos, se necesitan otros números a los cuales les atribuimos un signo “+” o “-“. Estos números se llaman “números enteros”:

- **Positivos:** +1, +2, +3, +4, +5,....
- **Negativos:** -1, -2, -3, -4, -5,....
- **El cero:** 0 (El cero es el único número que no es, ni positivo, ni negativo).

A partir de las situaciones que hemos visto, podemos reconocerlas en situaciones de:

- Valores de temperaturas
- De pisos de edificios
- Los años en las líneas del tiempo
- Ganancia o pérdidas
- Relativas a una posición (sobre y bajo el nivel del mar)

Los números positivos expresan situaciones relacionadas con ‘sumar’, ‘tener’, ‘estar por encima de’, ‘ganancias’, etc. En cambio, los negativos se relacionan con situaciones de ‘restar’, ‘deber’, ‘estar por debajo de’, ‘gastar’, ‘pérdida’, etc.

El docente finaliza la sesión haciendo las siguientes interrogantes ¿Qué aprendimos?, ¿Cómo lo aprendimos?, ¿Nos sirve lo que aprendimos? Y ¿Dónde podemos utilizar lo que aprendimos?

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

El docente solicita a los estudiantes:

1. Elaborar una lista de precios de los productos a venderse en el quiosco escolar.

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

Ministerio de Educación. Texto escolar Matemática 1, (2012) Lima: Editorial Norma S.A.C.

MINEDU, Ministerio de Educación. Fascículo Rutas del Aprendizaje de Matemática ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VI, (2015) Lima: Corporación Gráfica Navarrete.

Papelógrafos, plumones, cartillas, láminas, multimedia, PPT, etc.

Anexo 1

Cartillas

La señora Juana vende cubos de helado que prepara en su casa. Al poner los cubos en el congelador su temperatura es de 14°C , suponiendo que esta disminuye 2°C cada hora hasta llegar a su temperatura mínima al cabo de 9 horas ¿cuál será la temperatura mínima del congelador?

Tiempo	Después de 1 hora	Después de 2 horas	Después de 3 horas	Después de 4 horas	Después de 5 horas	Después de 6 horas
Temperatura de los cubos	14°C	12°C				

1

Mónica parte en ascensor desde la planta cero de su edificio. El ascensor sube 5 plantas, después baja 3, sube 5, baja 8, sube 10, sube 5 y baja 6. ¿En qué planta está?

2

¿Qué significado tienen los números identificados en el termómetro?



3

Augusto, emperador romano, nació en el año 63 a.C. y murió en el 14 d.C. ¿Cuántos años vivió?

4

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 2

DOCENTE: Jaime Vergara Huallparimachi

fecha:

Grado: 1ro Sección: "A"

Duración: 90 minutos

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD	Traduce cantidades a expresiones numéricas	Establece entre datos comparando e igualando cantidades. Las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones con números naturales.

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (20 min.)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y solicita algunos voluntarios para que responda a las siguientes preguntas del siguiente enunciado que plantea en la pizarra:

“La siguiente relación representa la cantidad de dinero que ganaron cinco padres de familia al vender sus productos”

PADRE DE FAMILIA	PRODUCTO	GANANCIA
Juan	papa	-60
Carlos	cebada	100
Oscar	maíz	270
Cesar	trigo	-85
Julio	haba	150

- A continuación, plantea las siguientes preguntas:



- a) ¿Qué tipo de números observas en la tabla?
- b) ¿Qué producto es recomendable trabajar?
- c) ¿Qué productos son los que no trabajarías?
- d) ¿Qué tipos de cantidades se observan en las tablas?

- les da algunos minutos para que puedan analizar el enunciado y enfrentar el problema de manera individual y los estudiantes dan algunas respuestas a las preguntas.
- El docente anuncia que el propósito de la sesión es:
 - Reconoce y diferencia los números naturales y enteros.
- El docente plantea las siguientes pautas que serán consensuadas con los estudiantes:

- Se respetará los acuerdos y los tiempos estipulados garantizando un trabajo efectivo.
- Les recuerda los acuerdos de convivencia.
- las actividades realizadas serán desarrolladas de manera grupal.
- Se respetará las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentará espacios de diálogos y de reflexión.



- El docente anuncia el título de la sesión y lo escribe en la pizarra explica que en la vida real recolectar información de todas las personas relevantes en una investigación muchas veces no es posible ya sea porque el número es muy grande, porque resulta muy costoso y/o requiere de mucho tiempo.
- El docente anuncia que en la sesión elaborarán una estrategia para conocer información sobre un gran número de valores de forma rápida y sencilla (aprendizaje esperado).

Desarrollo (50 min)

- El docente propone el siguiente desafío: *“la madre de Rosa fue de compras al mercado por el cual realiza los siguientes gastos: en verduras 350 soles, emporio 110 soles, ropa 65 soles y fue a comer con 15 soles. Después de haber vuelto a casa todavía tiene un restante de 70 soles”*. *¿Cuánto es el dinero total de dinero que tenía la mamá de Rosa antes de hacer las copras? ¿Qué ocurriría si la madre de Rosa solo cuenta con 200 soles?*
- Los estudiantes forman equipos de 3 personas para que desarrollen la actividad.
- como calcular la cantidad de dinero que tenía en un inicio.
- El docente guía las intervenciones y anima a los estudiantes a deducir la estrategia a partir del título de la sesión: *“conociendo y diferenciando los números naturales y enteros”*.
- El docente define parte la estrategia: en lugar de utilizar todos los datos vamos a calcular el promedio solo de una parte de ellos.
- A continuación plantea una segunda interrogante: *¿Cuánto necesita la madre de Rosa para realizar compras igual que estas cada fin de semana durante un mes?*
- El docente anima a los estudiantes a compartir sus opiniones y comparte con ellos algunos aprendizajes sobre las operaciones básicas con números naturales y enteros.
- Los estudiantes intercambian los resultados obtenidos mediante un procedimiento explicando a sus demás compañeros con un lenguaje matemático.
- A continuación, el docente genera una discusión acerca del procedimiento llevado a cabo. Para ello utiliza algunas preguntas que generen la reflexión entre los estudiantes. Por ejemplo:
- ¿Cuál de los grupos obtuvo los valores más aproximados en cuanto a los resultados obtenidos?
- Cada equipo de trabajo para que los resultados pizarra.
- elije a un representante de cada grupo, obtenidos sean demostrados en la
- Luego el docente corrige los errores y desarrolla paso a paso cada interrogante con la participación activa de los estudiantes, de esta manera logran responder a las preguntas, y con ello construir los aprendizajes esperados sobre los números naturales.
- Una vez definido el número Natural y entero, el docente desarrolla los siguientes subtemas:



- ✓ Números naturales
- ✓ Propiedades de las operaciones de números naturales

- ✓ Representación de números naturales y enteros en la recta numérica.



- El docente entrega una ficha de trabajo para que puedan desarrollar de manera individual (Anexo 1).
- Socializa las respuestas y junto a sus estudiantes define de forma más completa conceptos.
- El docente afina las definiciones
- Finalmente, el docente recuerda el aprendizaje esperado de la sesión y evalúa con los estudiantes si dichos aprendizajes se han logrado.

Cierre (20 min)

- Los estudiantes reflexionan mediante la siguientes preguntas planteadas por el docente:
 - ¿Cuál era el propósito de esta sesión? ¿logramos cumplirlo?*
 - ¿Cómo se diferencia un número natural y un entero?*
 - ¿Qué dificultades tuvimos al momento de resolver los problemas?*
- Finalmente, el docente solicita que cada estudiante realice una autoevaluación en la cual se les hace llegar una ficha de autoevaluación (Anexo 2).

V. TAREA A TRABAJAR EN CASA

- El docente finalmente deja como una actividad para la casa investigar sobre el valor absoluto de un número.

VI. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Fichas de actividades.
- Papelografos.
- Plumones

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 3

DOCENTE: Jaime Vergara Huallparimachi

fecha:

Grado: 1ro Sección: "A"

Duración: 90 minutos

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de la adición con números enteros.

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (20 min.)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y solicita algunos voluntarios para que responda a las siguientes preguntas de un papelógrafo en la pizarra con el siguiente cuadro: "cuál será la cantidad mayor entre columnas que se presenta en el siguiente cuadro "

Numero	Valor absoluto
100	$ -200 $
-17	$ -2 $
0	$ -80 $
45	$ -15 $
50	$ -99 $
-1000	$ -14 $
32	$ -32 $
20	$ -10 $
39	$ -7 $

- A continuación, plantea las siguientes preguntas:



- e) ¿Qué tipo de números observas en la tabla?
- f) ¿Cuál es la diferencia entre las cantidades de ambas columnas?
- g) ¿Qué entiendes por valor absoluto?

- les da algunos minutos para que puedan analizar el enunciado y enfrentar el problema de manera individual y los estudiantes dan algunas respuestas a las preguntas.
- El docente anuncia que el propósito de la sesión es:
 - Conocer el valor absoluto de un número.
- El docente plantea las siguientes pautas que serán consensuadas con los estudiantes:

- Se respetará los acuerdos y los tiempos estipulados garantizando un trabajo efectivo.
- Les recuerda los acuerdos de convivencia.
- las actividades realizadas serán desarrolladas de manera grupal.
- Se respetará las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentará espacios de diálogos y de reflexión.



- el docente anuncia el tema de la sesión de aprendizaje “conociendo el valor absoluto en los números enteros”
- también anuncia que en la sesión elaborarán una estrategia para conocer información sobre las cantidades que representa el valor absoluto de un número (aprendizaje esperado).

Desarrollo (50 min)

- El docente propone el siguiente desafío: *“en equipos de 2 estudiantes, uno de ellos plantea 5 ejemplos de valor absoluto y el segundo miembro del equipo tendrá que responder el resultado de dichos ejemplos. Para luego cambiar los papeles del ejercicio.”*
- Los estudiantes forman equipos de 2 personas para que desarrollen la actividad.
- El docente anima a los estudiantes a compartir sus opiniones y comparte con ellos algunos aprendizajes sobre el valor absoluto de los números enteros.
- Los estudiantes intercambian los resultados obtenidos mediante un procedimiento explicando a sus demás compañeros con un lenguaje matemático.
- A continuación, el docente genera una discusión acerca del procedimiento llevado a cabo en el ejercicio. Para ello utiliza algunas preguntas que generen la reflexión entre los estudiantes. Por ejemplo:



- ¿Cuál de los grupos obtuvo los mejores resultados antes de sus ejemplos de valor absoluto?
 - Cada equipo de trabajo elige a un representante de cada grupo, para que los resultados obtenidos sean demostrados en la pizarra.



- Luego el docente corrige los errores si es que hay y deja aclaraciones para que no haya ninguna duda con la participación activa de los estudiantes, con ello construyen los aprendizajes esperados sobre el valor absoluto de un número entero.

- Una vez definido el valor absoluto de un número entero, el docente desarrolla los siguientes subtemas:

- ✓ Valor absoluto
- ✓ Forma simbólica de un número entero
- ✓ Números enteros opuestos



- El docente entrega una ficha de trabajo para que puedan desarrollar de manera individual (Anexo 1).
- Socializa las respuestas y junto a sus estudiantes define de forma más completa conceptos.
- El docente afina las definiciones
- Finalmente, el docente recuerda el aprendizaje esperado de la sesión y evalúa con los estudiantes si dichos aprendizajes se han logrado.

Cierre (20 min)

- Los estudiantes reflexionan mediante las siguientes preguntas planteadas por el docente:
 - ¿Cuál era el propósito de esta sesión? ¿logramos cumplirlo?*
 - ¿Cuál es la diferencia entre un número entero y su valor absoluto?*
 - ¿Qué dificultades tuvimos al momento de resolver los problemas?*
- Finalmente, el docente solicita que cada estudiante realice una autoevaluación en la cual se les hace llegar una ficha de autoevaluación (Anexo 2).

V. TAREA A TRABAJAR EN CASA

- El docente finalmente deja como una actividad para la casa que operaciones podemos realizar con los números enteros.

VI. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Fichas de actividades.
- Papelografos.
- Plumones

Anexo 1

1. Escriba en el espacio indicado los símbolos o Une con una línea la pregunta y la respuesta que le corresponde.

- | | |
|--|-------|
| a) ¿Cuál es el valor absoluto de -8 ? | • 236 |
| b) ¿Cuál es el módulo de 124? | • 76 |
| c) ¿Cuál es el valor absoluto de 236? | • 44 |
| d) ¿Cuál es el módulo de 76? | • 8 |
| e) Si al módulo de -84 se le resta 40, ¿cuánto se obtiene? | • 124 |

2. Halle los siguientes valores absolutos:

- a) $|-7| =$
- e) $|+643| =$
- b) $|0| =$
- f) $|-1\ 235| =$
- c) $|-476| =$
- g) $|-3\ 005| =$
- d) $|274| =$
- h) $|-369| =$

3. Complete:

- a) -5 es el opuesto de b)
- $+18$ es el opuesto de c)
- $+43$ es el opuesto de d)
- $+47$ es el opuesto de e)
- -63 es el opuesto de f) –
- 279 es el opuesto de

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 4

DOCENTE: Jaime Vergara Huallparimachi

fecha:

Grado: 1ro Sección: "A"

Duración: 90 minutos

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones de adición y sustracción con números enteros.

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (20 min.)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y solicita algunos voluntarios para que responda a las siguientes preguntas del siguiente enunciado que plantea en la pizarra: **“el siguiente cuadro muestra los resultados que obtienen cuatro amigos al realizar 2 apuestas” completar los espacios en blanco**

	1a apuesta	2a apuesta	Resultado final	Representación numérica
Juan Carlos	Gana S/. 200	Gana S/. 300	Gana S/. 500	
Kike	Gana S/. 150	Gana S/. 80	Gana S/. 230	
Martín	Pierde S/. 100	Pierde S/. 350	Pierde S/. 450	
Ángel	Pierde S/. 50	Pierde S/. 100	Pierde S/. 150	

- A continuación, plantea las siguientes preguntas:



- h) *¿de qué forma representas la forma numérica?*
- i) *¿Qué operación se recomienda trabajar?*
- j) *¿Cuál de los chicos perdió más dinero?*
- k) *¿Quién obtuvo más ganancia?*

- les da algunos minutos para que puedan analizar el enunciado y enfrentar el problema de manera individual y los estudiantes dan algunas respuestas a las preguntas.
- Los estudiantes comparten y comparan los resultados obtenidos de las diferentes preguntas sobre el problema planteado.
- El docente anuncia que el propósito de la sesión es:
 - Aplicar la operación de la adición y sustracción con números enteros.
- El docente plantea las siguientes pautas que serán consensuadas con los estudiantes:

- Se respetará los acuerdos y los tiempos estipulados garantizando un trabajo efectivo.
- Les recuerda los acuerdos de convivencia.
- las actividades realizadas serán desarrolladas de manera grupal.
- Se respetará las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentará espacios de diálogos y de reflexión.



- El docente anuncia el título de la sesión y lo escribe en la pizarra “adición y sustracción de números enteros” luego explica que en la vida real a diario siempre utilizamos la operación de la adición y sustracción que es una de las operaciones básicas de las matemáticas y es imprescindible poner en práctica.
- El docente anuncia que en la sesión elaborarán diferentes estrategias para desarrollar la operación de la adición y sustracción de números enteros (aprendizaje esperado).

Desarrollo (50 min)

- El docente propone el siguiente desafío: *“la semana pasada un camión repartidor de gaseosas distribuyo en la comunidad colquemarca 2352 gaseosas, en la comunidad de chumbivilcas 1824 gaseosas, en la comunidad de santo tomas 1752 gaseosas. ¿cuantas gaseosas distribuyo en las tres comunidades?”*
- Los estudiantes forman equipos de 6 personas para que desarrollen la actividad.
- como calcular la cantidad total de gaseosas.
- El docente guía las intervenciones y anima a los estudiantes a deducir la estrategia a partir del título de la sesión: “conociendo la operación de la adición y sustracción de números enteros”.
- A continuación plantea una segunda interrogante: *¿Cuánto les falta por distribuir si en el camión hay 7000 gaseosas?*
- El docente anima a los estudiantes a compartir sus opiniones y comparte con ellos algunos aprendizajes sobre la operación de adición de números enteros.
- Los estudiantes intercambian los resultados obtenidos mediante un procedimiento explicando a sus demás compañeros con un lenguaje matemático.
- A continuación, el docente genera una discusión acerca del procedimiento llevado a cabo. Para ello utiliza algunas preguntas que generen la reflexión entre los estudiantes. Por ejemplo:
 - ¿Cuál de los grupos obtuvo los valores más aproximados en cuanto a los resultados obtenidos?
 - Cada equipo de trabajo elige a un representante de cada grupo, para que los resultados obtenidos sean demostrados en la pizarra.
- Luego el docente corrige los errores y desarrolla paso a paso cada interrogante con la participación activa de los estudiantes, de esta manera logran responder a las preguntas, y con ello construir los aprendizajes esperados sobre la adición de los números enteros.
- Una vez definido la adición de números enteros, el docente desarrolla los siguientes subtemas:
 - ✓ Comparación de números enteros.
 - ✓ Adición de números enteros con el mismo signo.
 - ✓ Adición de números enteros con diferentes signos.



- ✓ Adición de los números enteros en la recta numérica.
- ✓ Sustracción de números enteros



- El docente entrega una ficha de trabajo para que puedan desarrollar de manera individual (Anexo 1).
- Socializa las respuestas y junto a sus estudiantes define de forma más completa conceptos.
- El docente afina las definiciones
- Finalmente, el docente recuerda el aprendizaje esperado de la sesión y evalúa con los estudiantes si dichos aprendizajes se han logrado.

Cierre (20 min)

- Los estudiantes reflexionan mediante las siguientes preguntas planteadas por el docente:
 - ¿Cuál era el propósito de esta sesión? ¿logramos cumplirlo?*
 - ¿Cómo se desarrolla la adición y sustracción con números enteros?*
 - ¿Qué dificultades tuvimos al momento de resolver los problemas?*
- Finalmente, el docente solicita que cada estudiante realice una autoevaluación en la cual se les hace llegar una ficha de autoevaluación (Anexo 2).

V. TAREA A TRABAJAR EN CASA

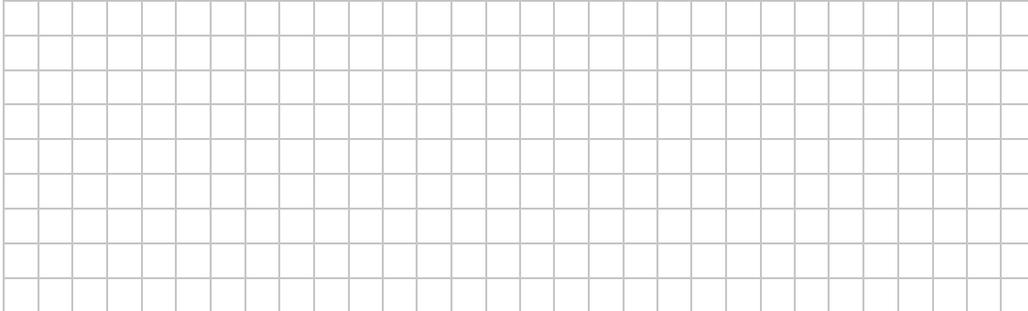
- El docente finalmente deja como una actividad para la casa investigar que propiedades de la adición de números enteros existen.

VI. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

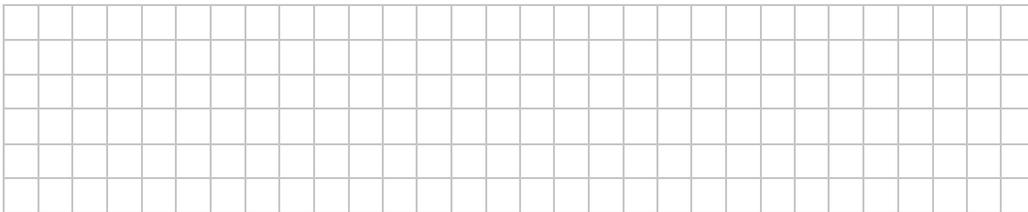
- Fichas de actividades.
- Papelografos.
- Plumones

Anexo 1

1. Se parte de la ubicación del primer sumando, (-3) y para sumarle (+5), nos movemos hacia la derecha 5 unidades, como indica la flecha. El punto final, +2, es la suma buscada.



2. Partimos del primer sumando (+4) y para sumarle (-7), avanzamos 7 unidades hacia la izquierda, el punto final (-3) que señala la flecha, será la suma que se busca.



3. Efectuar $(+3) + (+8) + (-5) + (-7) + (+4)$



4. Halle en su cuaderno el resultado de las siguientes operaciones:

- a) $48 - 37 + 21 - 30 + 23$
- b) $-22 - (-13) + 29 - 17 + (-34)$
- c) $-14 + (-16) - (-32) + (-10)$
- d) $47 + (-13) + (-72) - 48 + 104$
- e) $85 - 37 + 42 - 89 - (-37) + (-25)$

5. Sumar:

1) $(+7) + (+12)$

2) $(+8) + (-16)$

3) $(-34) + (-17)$

4) $(-16) + (+32)$

5) $(-44) + (+44)$

6) $(+36) + (-27)$

7) $(-34) + 0$

8) $(+72) + (-74)$

9) $(+96) + (-42)$

10) $(-150) + (+74)$

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 5

DOCENTE: Jaime Vergara Huallparimachi

fecha:

Grado: 1ro Sección: "A"

Duración: 90 minutos

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD	Traduce cantidades a expresiones numéricas	Establece entre datos comparando e igualando cantidades. Las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones de sustracción con números enteros.

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (20 min.)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y solicita algunos voluntarios para que responda a las siguientes preguntas del siguiente enunciado que plantea en la pizarra:
“el siguiente cuadro muestra los resultados que obtienen cuatro amigos al realizar 2 apuestas” completar los espacios en blanco



	1a apuesta	2a apuesta	Resultado final	Representación numérica
Manuel	Gana S/. 230	Gana S/. 350		
Víctor	Gana S/. 150	Gana S/. 504		
Miguel	Pierde S/. 300	Pierde S/. 350		
Manuel	Pierde S/. 350	Pierde S/. 200		

- A continuación, plantea las siguientes preguntas:



- a) ¿de qué forma representas la forma numérica?
- b) ¿Qué operación se recomienda trabajar?
- c) ¿Cuál de los chicos perdió más dinero?
- d) ¿Quién obtuvo más ganancia?

- les da algunos minutos para que puedan analizar el enunciado y enfrentar el problema de manera individual y los estudiantes dan algunas respuestas a las preguntas.
- El docente anuncia que el propósito de la sesión es:
- Conocer las diferentes propiedades de la adición de números enteros.
- El docente plantea las siguientes pautas que serán consensuadas con los estudiantes:

- Se respetará los acuerdos y los tiempos estipulados garantizando un trabajo efectivo.
- Les recuerda los acuerdos de convivencia.
- las actividades realizadas serán desarrolladas de manera grupal.
- Se respetará las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentará espacios de diálogos y de reflexión.

- El docente anuncia el título de la sesión “propiedades de la adición de números enteros” y lo escribe en la pizarra explica que es necesario aplicar las diferentes propiedades de la adición de números enteros para no tener dificultades al momento de desarrollar cualquier problema.
- El docente anuncia que en la sesión elaborarán una estrategia para conocer información sobre las propiedades de la adición de números enteros (aprendizaje esperado).

Desarrollo (50 min)

- El docente propone el siguiente desafío: *“en un supermercado había 113500 chocolates. Se han vendido 6790 y el encargado ha colocado 5000 chocolates antes de cerrar. ¿Cuántos chocolates había al día siguiente?”*
- *Los estudiantes forman equipos de 2 personas para que desarrollen la actividad.*
- El docente guía las intervenciones y anima a los estudiantes a deducir la estrategia a partir del título de la sesión: “conociendo las propiedades de adición de números enteros”.
- El docente anima a los estudiantes a compartir sus opiniones y comparte con ellos algunos aprendizajes sobre las operaciones básicas con números naturales y enteros.
- Los estudiantes intercambian los resultados obtenidos mediante un procedimiento explicando a sus demás compañeros con un lenguaje matemático.
- A continuación, el docente genera una discusión acerca del procedimiento llevado a cabo. Para ello utiliza algunas preguntas que generen la reflexión entre los estudiantes. Por ejemplo:
- ¿Cuál de los grupos obtuvo los valores más aproximados en cuanto a los resultados obtenidos?
- Cada equipo de trabajo elige a un representante de cada grupo, para que los resultados obtenidos sean demostrados en la pizarra.
- Luego el docente corrige los errores y desarrolla paso a paso cada interrogante con la participación activa de los estudiantes, de esta manera logran responder a las preguntas, y con ello construir los aprendizajes esperados sobre las propiedades de números enteros.
- Una vez definido el número entero, el docente desarrolla los siguientes subtemas:
 - ✓ Propiedad clausura
 - ✓ Propiedad del elemento neutro
 - ✓ Propiedad conmutativa
 - ✓ Propiedad asociativa



- El docente entrega una ficha de trabajo para que puedan desarrollar de manera individual (Anexo 1).
- Socializa las respuestas y junto a sus estudiantes define de forma más completa conceptos.
- El docente afina las definiciones
- Finalmente, el docente recuerda el aprendizaje esperado de la sesión y evalúa con los estudiantes si dichos aprendizajes se han logrado.

Cierre (20 min)

- Los estudiantes reflexionan mediante las siguientes preguntas planteadas por el docente:
 - ¿Cuál era el propósito de esta sesión? ¿logramos cumplirlo?*
 - ¿Cuántas propiedades de la adición recuerdas?*
 - ¿Qué dificultades tuvimos al momento de resolver los problemas?*
- Finalmente, el docente solicita que cada estudiante realice una autoevaluación en la cual se les hace llegar una ficha de autoevaluación (Anexo 2).

V. TAREA A TRABAJAR EN CASA

- El docente finalmente deja como una actividad para la casa investigar sobre las operaciones combinadas de números enteros.

VI. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

6. Fichas de actividades.
7. Papelógrafos.
8. Plumones

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 6

DOCENTE: Jaime Vergara Huallparimachi

fecha:

Grado: 1ro Sección: "A"

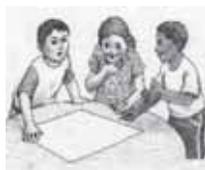
Duración: 90 minutos

III. APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las operaciones combinadas con números enteros.

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (20 min.)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y solicita algunos voluntarios para que responda a las siguientes preguntas del siguiente enunciado que plantea en la pizarra: **"hallar los diferentes ejemplos de adición y sustracción de números enteros"**
 - a) $2+(7) = 2+7 =$
 - b) $7+(-8-2+10) = 7-8-2+10 =$
 - c) $13+(-3) = 13 - 3 =$
 - d) $14+(8 - 3) + (-5 + 1) = 14+8 - 3+1 =$
- A continuación, plantea las siguientes preguntas:



- a) *¿Qué tipo de operaciones observan en los ejemplos?*
- b) *¿cuál sería el primer paso que sigues?*
- c) *¿qué otra forma propones para resolver?*

- les da algunos minutos para que puedan analizar el enunciado y enfrentar el problema de manera individual y los estudiantes dan algunas respuestas a las preguntas.
- El docente anuncia que el propósito de la sesión es:
 - Conocer las operaciones combinadas con adición y sustracción de números enteros.
- El docente plantea las siguientes pautas que serán consensuadas con los estudiantes:

- o Se respetará los acuerdos y los tiempos estipulados garantizando un trabajo efectivo.
- o Les recuerda los acuerdos de convivencia.
- o las actividades realizadas serán desarrolladas de manera grupal.
- o Se respetará las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentará espacios de diálogos y de reflexión.



- El docente anuncia el título de la sesión “conociendo las operaciones combinadas con adición y sustracción de números enteros” y lo escribe en la pizarra explica que en la vida real es importante conocer el procedimiento de desarrollar una operación combinada con adición y sustracción de números enteros.

Desarrollo (50 min)

- **El docente propone el siguiente desafío:**
Halle en su cuaderno el resultado de las siguientes operaciones:
 - a) $48 - 37 + 21 - 30 + 23$
 - b) $-22 - (-13) + 29 - 17 + (-34)$
 - c) $-14 + (-16) - (-32) + (-10)$
 - d) $47 + (-13) + (-72) - 48 + 104$
 - e) $85 - 37 + 42 - 89 - (-37) + (-25)$
 - f) $62 + (-47) - (-52) + (-36)$
 - g) $-82 + 49 - 32 - 27 + 52$
 - h) $93 - (-72) + (-102) - 8$
 - i) $(-32) - (-14) - (-76) + (-48)$
 - j) $(-46) - (-72) + (-30) + (-17) - (-23)$
- Los estudiantes forman equipos de 2 personas para que desarrollen la actividad.
- El docente guía las intervenciones y anima a los estudiantes a deducir la estrategia a partir del título de la sesión: “conociendo las operaciones combinadas de números enteros”.
- El docente anima a los estudiantes a compartir sus opiniones y comparte con ellos algunos aprendizajes sobre las operaciones combinadas de adición y sustracción de números enteros.
- Los estudiantes intercambian los resultados obtenidos mediante un procedimiento explicando a sus demás compañeros con un lenguaje matemático.
- A continuación, el docente genera una discusión acerca del procedimiento llevado a cabo. Para ello utiliza algunas preguntas que generen la reflexión entre los estudiantes. Por ejemplo:
 - ¿Cuál de los grupos obtuvo los valores más aproximados en cuanto a los resultados obtenidos?
 - Cada equipo de trabajo para que los resultados pizarra.
- Luego el docente corrige los errores y desarrolla paso a paso cada interrogante con la participación activa de los estudiantes, de esta manera logran responder



a las preguntas, y con ello construir los aprendizajes esperados sobre las operaciones combinadas de adición y sustracción de números enteros.



- El docente entrega una ficha de trabajo para que puedan desarrollar de manera individual (Anexo 1).
- Socializa las respuestas y junto a sus estudiantes define de forma más completa conceptos.
- El docente afina las definiciones
- Finalmente, el docente recuerda el aprendizaje esperado de la sesión y evalúa con los estudiantes si dichos aprendizajes se han logrado.

Cierre (20 min)

- Los estudiantes reflexionan mediante las siguientes preguntas planteadas por el docente:
 - ¿Cuál era el propósito de esta sesión? ¿logramos cumplirlo?*
 - ¿Cómo se desarrolla una operación combinada?*
 - ¿Qué dificultades tuvimos al momento de resolver los ejercicios?*
- Finalmente, el docente solicita que cada estudiante realice una autoevaluación en la cual se les hace llegar una ficha de autoevaluación (Anexo 2).

V. TAREA A TRABAJAR EN CASA

- El docente finalmente deja como una actividad para la casa investigar que otras maneras se puede desarrollar una operación combinada.

VI. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

6. Fichas de actividades.
7. Papelógrafos.
8. Plumones

Anexo 1

1. Halle el resultado de cada una de las siguientes operaciones combinadas.

a) $(8 - 4 + 7 - 2) + (-13 + 5 - 7) - (-4 - 3 + 8)$

b) $(-16 + 7 - 5) + (12 - 5 - 8) - (-7 + 2 + 9)$

c) $[(-4 + 12) + (7 - 3)] - [(9 + 6 - 5) - (8 - 12)]$

d) $23 - [-(17 + 14 - 35) + 24] - [8 - 4 - (3 + 7)]$

e) $30 - (18 - 19 + 21) - (23 - 20 - 2) - [12 - (8-5)]$

f) $(-36 + 24) + (18 - 15) - (39 + 7 - 42)$

g) $\{87 - [(49 - 26) - 33]\} - 85 + (12 - 7 + 8)$

h) $21 - \{-(31 + 8) + [-5 - (4 - 9)]\} - [-(3 - 7)]$

i) $57 - (41 - 36) - \{53 - [26 + (13 - 45)] + 12\}$

j) $\{39 - [27 - 42 - (19 - 35) + 18] - 37\} + 8$

k) $23 - [-(21 - 56) + 19] - (54 + 8 - 37) + 26$

l) $62 - (14 - 17 + 15) - [12 + (36 + 41) - 18] + 35$

2. Resuelve suprimiendo paréntesis, corchetes y llaves

a) $-9 + \{5 - 2 - [4 + 3 - (7 + 6 - 9) + 5]\} - 4$

b) $3 + \{4 - 5 - 3 + [6 - (2 + 3) - 5] + 9\} + 5$

c) $-[4 + 3 - 5 - 8 + (7 - 9) - 3] + 8$

d) $-(6 + 4 - 7) + [-8 + 5 - (3 - 2) + 7] - 9$

e) $1 - 6 + [4 - 3 - (7 + 6 - 5) - 8] + 9 - (7 + 6)$

f) $13 - (4 + 3 - 5) + [7 - (3 + 2 - 6) + 8] - 3$

g) $22 - [-5 + 7 - (8 + 3 - 4) + 13 - 12 + 6] + 8$

h) $\{-8 + 7 - [-4 + 5 - (3 + 2 - 8) + 9] - 5\} + 4$

i) $18 - \{4 + 7 - [5 + 4 - 3 + (8 - 2) + 6] - 7\}$

j) $(-12 + 7) + (-6 - 5) - [4 + 3 - (5 - 8) + 17]$

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 07

DOCENTE: Jaime Vergara Hualparimachi

fecha:

Grado: 1ro Sección: "A"

Duración: 90 minutos

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

¿Cómo se pueden representar y ordenar los números enteros?

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

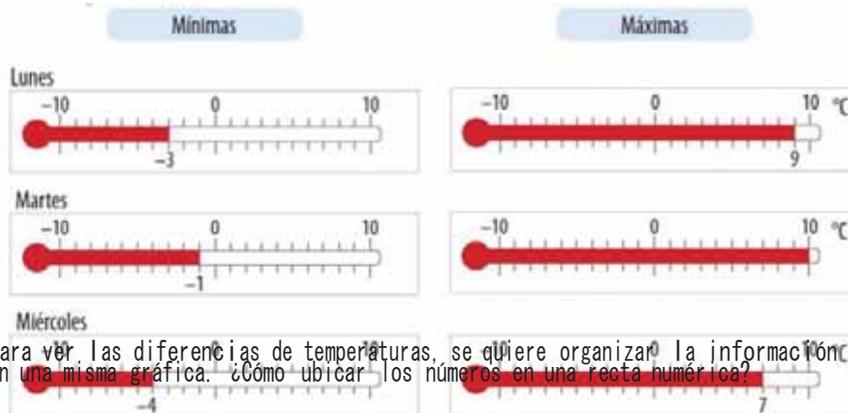
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Representa y ordena números enteros en diferentes contextos.

III. SITUACIÓN DIDÁCTICA

Fase de Acción: 15 minutos

- El docente da la bienvenida a los estudiantes, presenta las competencias, capacidades e indicadores a lograrse en la presente sesión. Además, concertar los acuerdos de convivencia en el salón de clases.
- Además, realiza la siguiente interrogante con respecto a la sesión anterior: ¿Qué aprendimos en la sesión del día anterior?, los estudiantes responden a manera de lluvia de ideas y el docente anota en la pizarra a las conclusiones que se llegaron.
- Seguidamente el docente comenta que la sesión de hoy día consistirá en representar y ordenar los números enteros.
- Presenta la siguiente situación significativa

Se muestran las temperaturas mínimas y máximas de tres días en Ccolquemarca.



Para ver las diferencias de temperaturas, se quiere organizar la información en una misma gráfica. ¿Cómo ubicar los números en una recta numérica?

Fase de Formulación: 30 minutos

- a) En la gráfica anterior, ¿Qué valores numéricos se observan?

.....
.....

- b) ¿qué es una recta numérica?

Observa la posición de los números y compara.

El número 9 está a la _____ del 7, por lo tanto, > . Esto significa que la temperatura máxima del _____ fue **mayor que** la del _____.

El número -4 está a la _____ del -3, por lo tanto, > . Esto significa que la temperatura mínima del _____ fue **menor que** la del _____.

Fase de institucionalización: 10 minutos

El conjunto de los números enteros (\mathbb{Z}) se puede representar en forma ordenada en la recta numérica.

- Al comparar números enteros en la recta numérica horizontal:
- Los números que están a la izquierda (de un valor de referencia) en la recta numérica son menores que él.
- Los números que están a la derecha (de un valor de referencia) en la recta numérica son mayores que él.
- El valor absoluto de un número a se escribe $|a|$ y gráficamente corresponde a la distancia en la recta numérica entre a y cero.



Situación A-didáctica

- El docente plantea una serie de situaciones problemáticas para que los estudiantes puedan resolverlos (Anexo 01)
- Los estudiantes en forma individual resuelven los problemas planteados por el docente, buscan diversas estrategias, procedimientos, métodos para poder resolver la situación.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 08

DOCENTE: Jaime Vergara Huallparimachi

fecha:

Grado: 1ro Sección: "A"

Duración: 90 minutos

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

¿Cómo multiplicar números enteros?

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES DE DESEMPEÑO
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	Traduce cantidades a expresiones numéricas. Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona y usa modelos referidos a operaciones con números enteros en un problema de multiplicación de números enteros.

III. SITUACIÓN DIDÁCTICA

Fase de Acción: 15 minutos

- El docente da la bienvenida a los estudiantes, presenta las competencias capacidades e indicadores a lograrse en la presente sesión. Además, concertan los acuerdos de convivencia en el salón de clases.
- El docente comenta que muchas situaciones cotidianas pueden representarse mediante números enteros negativos. Por ejemplo, los saldos negativos en cuentas bancarias, la disminución constante de temperaturas, la profundidad del hábitat de diversos animales marinos, etc.
- El docente presenta la siguiente situación problemática (anexo 01):

Dos biólogos marinos, simulando en el laboratorio las condiciones climáticas de la Antártica, aplicaron a una muestra de flora marina un descenso de $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ por hora entre las 15:00 y las 20:00 horas. ¿Cuál fue la variación total de temperatura durante la simulación?

- El docente realiza las siguientes interrogantes: ¿de que trata el problema planteado? ¿la expresión de "un descenso de $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ por hora" como lo interpretamos, será un número negativo o positivo? ¿y por qué? ¿durante cuánto tiempo la flora marina se somete al descenso de la temperatura?

Fase de Formulación: 30 minutos

- Una vez que los estudiantes responden las preguntas anteriores los estudiantes sugieren un plan para poder dar con la solución del problema. Para lo cual el docente plantea las siguientes interrogantes: ¿puedes explicar con tus propias palabras la situación problemática? ¿cual sería el plan para resolver el problema?

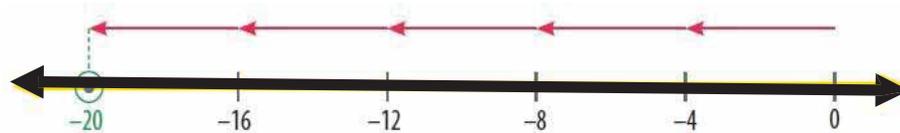
- En todo momento el docente monitorea la actividad de los estudiantes corrigiendo los errores que se cometen
- Los estudiantes intercambian informaciones con sus pares de tal manera llegan a acuerdo común sobre la resolución del problema planteado.
- El docente sugiere que, utilizando los datos de las respuestas a las preguntas de la fase de acción podemos representar los descensos de temperatura usando números negativos. Así, el número -4 indicara un descenso de $4\text{ }^{\circ}\text{C}$. para ello los estudiantes dibujan un termómetro o una recta numérica.
- se plantea las siguientes interrogantes: ¿entre las 15 horas y las 20 horas cuantas horas van a transcurrir? transcurren 5 horas, entonces se generan 5 descensos consecutivos de 4 grados cada uno. ¿qué operación matemática se genera de la respuesta anterior? Se genera la multiplicación, por lo tanto, debes resolver la siguiente operación: $5(-4)$
- ¿Los factores del producto anterior son positivos o negativos? El número cinco es un entero positivo y el factor (-4) es un número negativo.
- ¿Cómo podemos resolver esa operación? ¿el resultado será un número negativo o positivo? ¿Por qué?
- Dibuja una recta numérica y ubica la posición del 0. Desde ahí, traza una flecha de 4 unidades de longitud que apunte hacia la izquierda, para evidenciar que se trata de un valor negativo.



- Para probar su afirmación el estudiante realiza los siguientes pasos para llegar al resultado

Fase de Validación: 15 minutos

- Repite 5 veces esta flecha, poniendo una flecha a continuación de la otra. Señala la posición en la recta numérica a la que apunta la última flecha.



- ¿Qué podemos concluir de la gráfica? ¿Cuánto es el resultado de la multiplicación?
Como la posición señalada con verde es el resultado de la multiplicación, entonces: $5(-4) = -20$
- El estudiante discute con sus pares a cerca del resultado alcanzado. El descenso de temperatura durante la simulación fue de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Fase de institucionalización: 10 minutos

- En esta fase los estudiantes generalizan y abstraen los conocimientos alcanzados.

Al multiplicar un numero positivo, como..... , por un numero negativo, como..... , (o viceversa), obtengo el numero....., que es..... .

- Los estudiantes llegan a esta conclusión con la orientación del docente
- Se plantea otra situación problemática:

- ¿Como resolverías la multiplicación $-4 \cdot 5$? ¿Obtendrías el mismo resultado? ¿Qué propiedad de la multiplicación podrías aplicar para responder?

- El docente indica que para afirmar el resultado podrían seguir la secuencia anterior o en todo caso aplicar alguna propiedad de la multiplicación que se conoce. ¿Qué propiedades de la multiplicación conocemos? Los estudiantes a manera de lluvia de ideas responden algunas propiedades que recuerdan en la multiplicación.
- ¿en que consiste la propiedad conmutativa? Esta propiedad significa que los factores se pueden multiplicar en cualquier orden y que el producto siempre es el mismo.

Situación A-didáctica

- El docente plantea una serie de situaciones problemáticas para que los estudiantes puedan resolverlos (Anexo 02)
- Los estudiantes en forma individual resuelven los problemas planteados por el docente, buscan diversas estrategias, procedimientos, métodos para poder resolver la situación.

ANEXO 01

Actividad 01

Situación problemática

Dos biólogos marinos, simulando en el laboratorio las condiciones climáticas de la Antártica, aplicaron a una muestra de flora marina un descenso de 4 °C por hora entre las 15:00 y las 20:00 horas. ¿Cuál fue la variación total de temperatura durante la simulación?

1. ¿De qué trata el problema planteado? Explica con tus propias palabras
.....
.....
.....
.....
2. ¿la expresión de “un descenso de 4 °C por hora” como lo interpretamos, será un número negativo o positivo? ¿y por qué?
.....
.....
.....
.....
.....
3. ¿Durante cuánto tiempo la flora marina se somete al descenso de la temperatura?
.....
.....
.....
.....
4. ¿Puedes explicar con tus propias palabras la situación problemática?
.....
.....
.....
.....
5. ¿Cuál sería el plan para resolver el problema? Intercambia información con tus compañeros y discute acerca del procedimiento para llegar al resultado
.....
.....
.....
.....
.....

Utilizando los datos de las respuestas a las preguntas anteriores podemos representar los descensos de temperatura usando números negativos. Así, el número -4 indicara un descenso de 4°C .

6. Dibuja una recta numérica o un termómetro para representar la temperatura inicial de descenso.

7. ¿Entre las 15 horas y las 20 horas cuantas horas van a transcurrir?

.....
.....
.....
.....

8. ¿Qué operación matemática se genera de la respuesta anterior?

.....
.....
.....

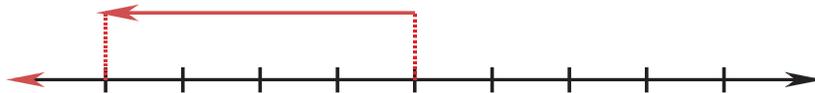
9. ¿Los factores del producto anterior son positivos o negativos?

.....
.....
.....

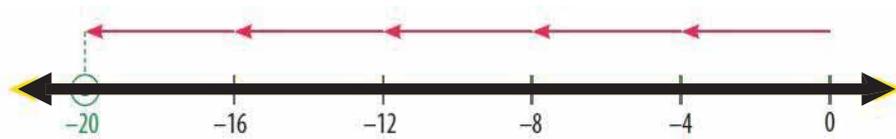
10. ¿Cómo podemos resolver esa operación? ¿el resultado será un número negativo o positivo? ¿Por qué)

.....
.....
.....

11. Dibuja una recta numérica y ubica la posición del 0. Desde ahí, traza una flecha de 4 unidades de longitud que apunte hacia la izquierda, para evidenciar que se trata de un valor negativo.



12. Señala la posición en la recta numérica a la que apunta la última flecha.



13. ¿Qué podemos concluir de la gráfica? ¿Cuánto es el resultado de la multiplicación?

.....

$5(-4) = \dots\dots\dots$

Conclusión

Al multiplicar un numero positivo, como..... , por un numero negativo, como..... , (o viceversa), obtengo el numero....., que es..... .

Actividad 02

¿Como resolverías la multiplicación $-4 \cdot 5$? ¿Obtendrías el mismo resultado? ¿Qué propiedad de la multiplicación podrías aplicar para responder?

a) ¿Qué propiedades de la multiplicación conocemos?

.....

b) ¿En qué consiste la propiedad conmutativa?

.....

c) ¿Cuánto es el resultado de la operación anterior? ¿el resultado de multiplicar $5(-4)$ es lo mismo que multiplicando $-4(5)$? Explica.

.....

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 09

DOCENTE: Jaime Vergara Huallparimachi fecha:

Grado: 1ro Sección: "A"

Duración: 90 minutos

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

Operando con signos positivos y negativos

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Justifica -con ejemplos- que las operaciones con números enteros se ven afectadas por el signo

III. SITUACIÓN DIDÁCTICA

Fase de Acción: 15 minutos

- El docente da la bienvenida a los estudiantes, presenta las competencias capacidades e indicadores a lograrse en la presente sesión. Además, concertan los acuerdos de convivencia en el salón de clases.
- Además, realiza la siguiente interrogante con respecto a la sesión anterior: ¿Qué aprendimos en la sesión del día anterior?, los estudiantes responden a manera de lluvia de ideas y el docente anota en la pizarra a las conclusiones que se llegaron.
- Seguidamente el docente comenta que la sesión de hoy día consistirá en averiguar el resultado de multiplicar dos números negativos.
- El docente pide a los estudiantes que formen grupos de par de estudiantes indistintamente.
- Luego el docente presenta la siguiente situación:

Una persona debe S/.6 a cada una de tres personas. ¿Cuánto debe en total?

Pero luego le dicen "nos gustas tanto que te perdonamos las deudas"... se te acaban de quitar tres veces -6, que luego quedaría así: $(-3 \times -6 = ?)$ ¿cómo sería el resultado final? ¿debe o gana dinero?

- ¿Cómo sería el procedimiento para encontrar la solución del problema?
- ¿Cuál es el resultado de la multiplicación $-3(-6)$?

Fase de Formulación: 30 minutos

- Para representar la multiplicación de números negativos usaremos tarjetas rectangulares, cada una con un 1 escrito en una cara y un -1 escrito en la otra. Además, para usar las tarjetas daremos una regla para la multiplicación por el factor 1 y por el factor -1.
- El docente entrega las cartulinas a cada grupo que se han formado con anterioridad, los estudiantes deben trabajar en equipo apoyándose unos a otros.
- El docente pide que los estudiantes recorten cartulinas en forma rectangular para las tarjetas. Asegurando que todos los pares de estudiantes tengan mínimo seis tarjetas con su respectiva inscripción.



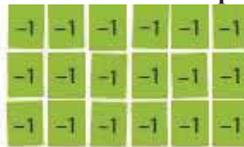
- Si hay que multiplicar por 1 un ordenamiento dado de tarjetas, las tarjetas involucradas permanecen tal y como se encuentran sobre la mesa.
- Si hay que multiplicar por -1 un ordenamiento dado de tarjetas, las tarjetas involucradas se invierten dejando a la vista las caras que estaban ocultas.

- Los estudiantes aplican la regla de multiplicación obtenida en la sesión anterior para establecer que $-6 = -1 \cdot 6$. Por lo tanto, se puede escribir:

$$-6 \cdot (-3) = -1 \cdot 6 \cdot (-3)$$

- Representa el producto $6 \cdot (-3)$ construyendo un ordenamiento rectangular de 6 tarjetas por 3 tarjetas, todas con el -1 en su cara superior.

$$6 \cdot (-3) \rightarrow$$



- ¿Cuál es el resultado de la multiplicación $6 \cdot (-3)$? ¿Coincide con la suma de los valores de las tarjetas del ordenamiento?
- Aplica la regla definida para multiplicar por el factor -1 . En este caso, se invierten las tarjetas del ordenamiento.



- Suma los valores de las caras visibles de las tarjetas.
 $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 18$
- Por lo tanto, el resultado de la multiplicación $-6(-3)$ es 18

Fase de Validación: 15 minutos

- El docente presenta otra situación que los estudiantes deben resolver.

Explica al compañero del equipo de cómo resolverías la multiplicación $-1 \cdot (-1)$ con las tarjetas usadas en la situación anterior, el docente pide a los estudiantes que discutan las soluciones en forma mutua.

- ¿Cuánto es el resultado del producto anterior?
- Cada grupo realiza el mismo procedimiento del caso anterior utilizando las tarjetas para poder llegar a la solución del producto $-1(-1)$
- El docente monitorea la actividad que desarrolla cada grupo disipando algunas dudas, absolviendo dudas que surgen en el proceso de la solución del problema objeto de solución.
- ¿Qué se puede deducir de ambas situaciones?

Fase de institucionalización: 10 minutos

- Una vez resuelto ambas situaciones, el docente realiza las siguientes preguntas ¿Qué se puede afirmar después de encontrar la solución a los dos casos anteriores?
- El docente induce a que lleguen a la siguiente conclusión:

Al multiplicar un numero negativo, como..... , por otro numero negativo, como..... , obtengo el numero..... , que es.....

- Además, el docente indica que, para multiplicar números enteros en forma aritmética, puedes multiplicar los valores absolutos de los números y aplicar la regla de signos que has ido deduciendo en estas aplicaciones.
- Y a modo de conclusión el docente induce a que los estudiantes lleguen a la siguiente conclusión. Antes realiza las interrogantes siguientes ¿Cuándo multiplicas dos números positivos como es el resultado? ¿y si se multiplica un número negativo con otro positivo como es el resultado que se obtiene.

Para multiplicar números enteros puedes usar representaciones concretas, la recta numérica o aplicar las reglas de multiplicación de números naturales y determinar el signo del producto a partir de la siguiente regla de signos:

$$\begin{array}{l} + \cdot + \\ - \cdot - \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} + \cdot + \\ - \cdot - \end{array}} \right\} + \quad \begin{array}{l} + \cdot - \\ - \cdot + \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} + \cdot - \\ - \cdot + \end{array}} \right\} -$$

Situación A-didáctica

- El docente plantea una serie de situaciones problemáticas para que los estudiantes puedan resolverlos (Anexo 02)
- Los estudiantes en forma individual resuelven los problemas planteados por el docente, buscan diversas estrategias, procedimientos, métodos para poder resolver la situación.

Situación problemática

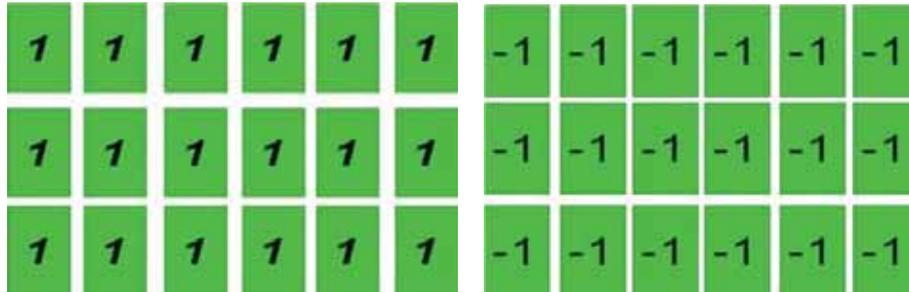
Una persona debe s/.6 a cada una de tres personas. ¿Cuánto debe en total?
 Pero luego le dicen "nos gustas tanto que te perdonamos las deudas"... se te acaban de quitar tres veces -6, que luego quedaría así: $(-3 \times -6 = ?)$ ¿cómo sería el resultado final?
 ¿debe o gana dinero?

1. ¿Cómo sería el procedimiento para encontrar la solución del problema?

.....

Para representar la multiplicación de números negativos usaremos tarjetas rectangulares, cada una con un 1 escrito en una cara y un -1 escrito en la otra. Además, para usar las tarjetas daremos una regla para la multiplicación por el factor 1 y por el factor -1.

2. Recortar las cartulinas de tal manera que obtengas tarjetas rectangulares de igual tamaño como se muestran en la siguiente imagen.



- Si hay que multiplicar por 1 un ordenamiento dado de tarjetas, las tarjetas involucradas permanecen tal y como se encuentran sobre la mesa.
 - Si hay que multiplicar por -1 un ordenamiento dado de tarjetas, las tarjetas involucradas se invierten dejando a la vista las caras que estaban ocultas.
3. Aplicando la regla de multiplicación obtenida en la sesión anterior para establecer que $-6 = -1 \cdot 6$. Por lo tanto, se puede escribir:

$$-6 \cdot (-3) = -1 \cdot 6 \cdot (-3)$$
 4. Representa el producto $6 \cdot (-3)$ construyendo un ordenamiento rectangular de 6 tarjetas por 3 tarjetas, todas con el -1 en su cara superior.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 10

DOCENTE: Jaime Vergara Huallparimachi fecha:

Grado: 1ro Sección: "A"

Duración: 90 minutos

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

¿Cómo dividir números enteros?

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Justifica -con ejemplos- que las operaciones con números enteros se ven afectadas por el signo

III. SITUACIÓN DIDÁCTICA

Fase de Acción: 15 minutos

- El docente da la bienvenida a los estudiantes, presenta las competencias capacidades e indicadores a lograrse en la presente sesión. Además, concertar los acuerdos de convivencia en el salón de clases.
- Además, realiza la siguiente interrogante con respecto a la sesión anterior: ¿Qué aprendimos en la sesión del día anterior?, los estudiantes responden a manera de lluvia de ideas y el docente anota en la pizarra a las conclusiones que se llegaron.
- Seguidamente el docente comenta que la sesión de hoy día consistirá en averiguar el resultado de dividir dos números negativos.
- El docente comenta que, en ciencias, así como en otras ramas del conocimiento, se definen muchas relaciones en las que es necesario resolver divisiones de números enteros. Por ejemplo, al calcular la velocidad media, la aceleración media, etc.
- El docente pide a los estudiantes que formen grupos de par de estudiantes indistintamente y se entrega la ficha de actividades del anexo 01
- Luego el docente presenta la siguiente situación:

Los científicos están preocupados por la disminución de la población de pez payaso, probablemente debido a la contaminación de su hábitat. Durante el primer mes de observaciones la población bajó en 2 individuos, el segundo mes en 4 y el tercer mes en 6.

¿En cuantos individuos a disminuido la población del pez payaso?

¿Cuál fue la variación promedio de la población de pez payaso?

- ¿Cómo sería el procedimiento para encontrar la solución del problema?
- ¿cómo se calcula el promedio de un conjunto de datos?

Fase de Formulación: 30 minutos

- Para representar la **división** de números negativos usaremos tarjetas rectangulares, cada una con un 1 escrito en una cara y un -1 escrito en la otra.

- El docente entrega las cartulinas a cada grupo que se han formado con anterioridad, los estudiantes deben trabajar en equipo apoyándose unos a otros.
- El docente pide que los estudiantes recorten cartulinas en forma rectangular para las tarjetas. Asegurando que todos los pares de estudiantes tengan mínimo 12 tarjetas con su respectiva inscripción.



- Representando estas variaciones con números negativos, podemos afirmar que durante los tres meses la población de peces payaso ha disminuido en:
 - Como cada día la población disminuye, en tres días queda:

$$n = -2 + (-4) + (-6)$$

$$n = -12$$

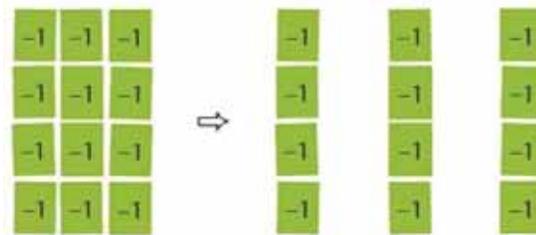
- Donde el signo negativo indica que la población disminuyó en 12 individuos
- ¿Cómo se calcula un promedio?, con la ayuda del docente o/y intervención de los estudiantes se deduce que el promedio se calcula:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=0}^n X_i}{n}$$

- En el caso del problema planteado $n = -12$, luego sería $\bar{x} = \frac{n}{3}$ donde el número 3 representa la cantidad de meses.
- Reemplazando los valores respectivos, la operación queda de la siguiente manera. ¿Qué signo piensas que tendrá el cociente de esta división?

$$\bar{x} = \frac{-12}{3}$$

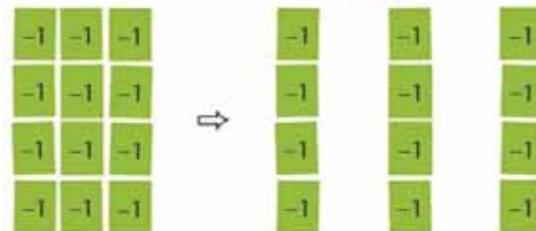
- El docente indica que se va a usar las tarjetas de valor -1 para resolver la división $\frac{-12}{3}$. Para ello, divide el grupo de 12 fichas en tres grupos con la misma cantidad de fichas. Como se muestra en la figura.



- El docente plantea las siguientes preguntas que puedes inferir de la división de las fichas ¿Cómo sería el resultado después de realizar la división de las fichas?

Fase de Validación: 15 minutos

- **¿Cuánto es la suma de los valores de cada grupo de las fichas?**



- Como se observa en la figura. Cada grupo quedo compuesto por cuatro tarjetas, y si sumas sus valores, obtienes como resultado -4 . Por lo tanto, que el cociente de la división es -4 .
- ¿cómo has obtenido el resultado anterior?

Fase de institucionalización: 10 minutos

- Una vez resuelto la situación anterior, el docente realiza las siguientes preguntas ¿Qué se puede afirmar después de encontrar la solución al caso anterior?
- El docente induce a que lleguen a la siguiente conclusión:

En una división, si el dividendo es negativo y el divisor positivo, el cociente es otro número negativo.

- El docente refuerza la idea argumentado que, en una división entre dos números positivos, el resultado siempre va ser otro número positivo. Caso contrario ocurre cuando uno de los números es negativo, en este caso el resultado es negativo.

La variación promedio de la población de pez payaso fue de -4 peces por mes.

Situación A-didáctica

- El docente plantea una serie de situaciones problemáticas para que los estudiantes puedan resolverlos (Anexo 02)
- Los estudiantes en forma individual resuelven los problemas planteados por el docente, buscan diversas estrategias, procedimientos, métodos para poder resolver la situación.

ANEXO D

Lista de cotejo

ANEXO E

Pos test

- gastaron la suma de s/. 350 en la confección de sus camisetas para participar en los juegos deportivos escolares, luego solicitaron apoyo económico al alcalde de la municipalidad distrital de Colquamarca, quién hizo una donación por el valor de s/. 800. Pero en el día del estudiante gastaron el monto de s/. 600 en una excursión que realizaron. ¿Qué expresión permite calcular el dinero que le queda a los estudiantes del quinto grado?
- 7) En un concurso de preguntas, se marca dos puntos por cada pregunta acertada y se quita uno por cada pregunta mal respondida. De 10 preguntas, Oliver acertó las 6 primeras. ¿Cuál fue su puntaje?
- 8) En el distrito de Colquamarca un día de invierno amaneció a 6°C bajo cero. A las doce del mediodía la temperatura había subido 10°C , y hasta las cuatro de la tarde subió 3°C más. Desde las cuatro hasta las doce de la noche bajó 5°C , y desde las doce a las 6 de la mañana bajó 3°C más. ¿Qué temperatura hacía a esa hora?
- 9) En un concurso de conocimientos, por respuesta acertada obtienes 7 puntos y te descuentan 3 puntos por respuesta incorrecta. Si el concursante A respondió acertadamente 60 preguntas de las 100 que respondió, ¿cuánto es el puntaje que obtuvo?
- 10) Dos estudiantes de la institución educativa de Charamuray; Maycol y Alfredo participan en un juego de cartas, Alexander obtiene 36 puntos a favor y 14 puntos en contra. Mientras su compañero Anderson obtiene 56 puntos a favor y 25 en contra. Para encontrar el ganador, a los puntos a favor se le restan los puntos en contra y quien tenga mayor puntaje es el ganador. ¿Cuál de los dos estudiantes ganó el juego?
- 11) Un estudiante de la institución educativa de Chamuray tiene una deuda en el kiosco escolar de 26 soles cada semana. ¿Cuánto será su deuda en 5 meses?

- 12) Un padre de familia de una de las estudiantes del distrito de Colquamarca hace realiza un pago anual de 1500 soles por servicios. Pero durante los 5 años siguientes nos realiza el pago. ¿Cuánto será el ahorro total del padre de familia?
- 13) Por cada 500 metros que se asciende la temperatura del aire baja 15°C . Si subes en un helicóptero desde el mar hasta 6000 metro. ¿Cuánto ha descendido la temperatura?
- 14) El docente de la institución educativa de Chamuray, cada día llega 45 minutos antes de que empiece la sesión de clase. Al cabo de 3 semanas de clase, ¿Cuánto tiempo llego adelantando a los demás docentes?
- 15) La institución educativa, con la finalidad de recaudar fondos para la implementación de la biblioteca escolar, realizará una rifa con la participación de los estudiantes y padres de familia de toda la institución educativa. Para ello el director del colegio encargó a imprimir 750 boletos. Además, cada boleto tiene un costo de 5 soles, después de una reunión sostenida con los docentes se acordó aumentar 240 boletos más. ¿Cuánto de dinero se recaudara en la rifa asumiendo que se van a vender todos los boletos?
- 16) El papá de Fiorela en la cosecha del 2017 cosecho 1500 kilos de maíz y 1000 kilos de haba separo 500 kilos de maíz y 500 kilos de haba para gastarlos en su casa y el resto de la cosecha vendió a 3000 soles el maíz y 1000 soles la haba. ¿Cuánto es el costo en kilos de cada producto?

- 17) En la casa de Eloy Ernesto su mamá prepara refresco de manzana para hacer un negocio diario de lunes a domingo, durante 2 semanas utiliza 140 manzanas, si cada día prepara la misma cantidad de refresco. ¿Cuántas manzanas utilizan cada día?
- 18) Los estudiantes del primer grado de secundaria de la institución educativa requieren una cantidad de 600 soles para realizar un viaje de estudio, pero solo tienen 250 y un padre de familia les apoya con el préstamo del dinero que ellos tendrán que devolver en 10 meses sin ningún interés. ¿Cuánto será el dinero mensual que tiene que recibir el padre de familia?
- 19) Dos comuneros de Colquemarca deciden trabajar a medias 3 chacras diferentes, donde en la cosecha obtienen lo siguiente: 600 kilos de trigo, 780 kilos de maíz y 450 kilos de cebada. Si desean repartirse a partes iguales. ¿Cuántos kilos llevan en total? Y ¿Cuántos kilos llevara cada uno?
- 20) Uno de los conductores que trabaja en la ruta de Cusco – Chumbivilcas. Informa que cada viaje hace 240 kilómetros y que viaja a una velocidad de 80 kilómetros por hora. ¿Cuánto tiempo tarda en hacer su recorrido?

ANEXO F

Matriz de evaluación

MATRIZ DE EVALUACIÓN (PRE TEST)
ÁREA: MATEMÁTICA: OPERACIONES DE NÚMEROS ENTEROS Y SITUACIONES DIDÁCTICAS

ADICIÓN							
COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS	PESO	PUNTAJE	INSTRUMENTO	ITEMS	
RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD	Traduce cantidades a expresiones numéricas	Establece entre datos comparando e igualando cantidades. Las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones de adición con números enteros.	25%	5	Prueba de desarrollo	a) Un hombre nació el año de 1950, se casó a los 28 años, 2 años después nació su primer hijo y murió cuando el hijo tenía 20 años. ¿En qué año murió? b) La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera, a razón de 9°C, cada 300 metros. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de -90°C, si la temperatura al nivel del mar en ese punto es de 15°C? c) Un submarino se encuentra a 1254 metros bajo el nivel del mar y un avión a 1560 metros de altura respecto al nivel del mar. ¿Cuántos metros hay entre el avión y el submarino? Si el avión asciende a 2600 m.s.n.m. ¿A cuántos metros se encuentra del submarino? d) En una prueba científica de la NASA un cohete subió 20 400 km y bajó luego 7 500 km. ¿A cuántos km está del punto de despegue? e) Si Magali sale de su casa y camina 8 cuadras hacia el norte y luego 9 cuadras hacia el sur, ¿Qué distancia de su casa se encuentra?	
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de la adición con números enteros.					
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones de adición con números enteros.					
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Plantea afirmaciones sobre las propiedades de los números y la operación de la adición con números enteros.					
	SUSTRACCIÓN						
	Traduce cantidades a expresiones numéricas	Establece entre datos comparando e igualando cantidades. Las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones de sustracción con números enteros.	25%	5	Prueba de desarrollo	a) En la capital del distrito de Colquamarca un día de invierno amaneció a 3°C bajo cero. A las doce del mediodía la temperatura había subido 8°C, y hasta las cuatro de la tarde subió 2°C más. Desde las cuatro hasta las doce de la noche bajó 4°C, y desde las doce a las 6 de la mañana bajó 5°C más. ¿Qué temperatura había a esa hora? b) Los estudiantes del quinto grado del nivel secundario de la institución educativa de Charamuray realizaron actividades durante el año con el fin de recaudar dinero para realizar el viaje de promoción, la suma asciende a s/. 3000 en efectivo, en un principio gastaron la suma de s/. 450 en la confección de sus camisetas para participar en los juegos deportivos escolares, luego solicitaron apoyo económico al alcalde de la municipalidad distrital de Colquamarca, quien hizo una donación por el valor de s/. 600. Pero en el día del estudiante gastaron el monto de s/. 550 en una excursión que realizaron. ¿Qué expresión permite calcular el dinero que le queda a los estudiantes del quinto grado? c) Dos estudiantes de la institución educativa de Charamuray; Alexander y Anderson participan en un juego de cartas, Alexander obtiene 34 puntos a favor y 16 puntos en contra. Mientras su compañero Anderson obtiene 44 puntos a favor y 20 en contra. Para encontrar el ganador, a los puntos a favor se le restan los puntos en contra y quien tenga mayor puntaje es el ganador. ¿Cuál de los dos estudiantes ganó el juego? d) En un concurso de adivinanzas, se marca dos puntos por cada adivinanza acertada y se quita uno por cada adivinanza mal acertada. De 5 adivinanzas, Lucero acertó las 3 primeras. ¿Cuál fue su puntaje? e) En un concurso de conocimientos, por respuesta acertada obtienes 7 puntos y te descuentan 3 puntos por respuesta incorrecta. Si el concursante A respondió acertadamente 6 preguntas de las 10 que respondió, ¿cuánto es el puntaje que obtuvo?	
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de la sustracción con números enteros.					
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones de sustracción con números enteros.					
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Plantea afirmaciones sobre las propiedades de los números y la operación de la sustracción con números enteros.						
MULTIPLICACION							

Traduce cantidades a expresiones numéricas	Establece entre datos comparando e igualando cantidades. Las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones de multiplicación con números enteros.	25%	5	Prueba de desarrollo	<p>a) La institución educativa, con la finalidad de recaudar fondos para la implementación de la biblioteca escolar, realizará una rifa con la participación de los estudiantes y padres de familia de toda la institución educativa. Para ello el director del colegio encargó a imprimir 500 boletos. Además, cada boleto tiene un costo de 5 soles, después de una reunión sostenida con los docentes se acordó aumentar 123 boletos más. ¿Cuánto de dinero se recaudará en la rifa asumiendo que se van a vender todos los boletos?</p> <p>b) Una de las estudiantes del primer grado de la institución educativa de Chamuray, cada día llega 30 minutos antes de que empiece la sesión de clase. Al cabo de 7 días de clase, ¿Cuánto tiempo llevo adelantando a sus compañeros?</p> <p>c) El papá de Robert gasta 1500 soles cada domingo cuando sale con la familia. Dejan de salir 4 domingos. ¿Cuánto será el ahorro total?</p> <p>d) La deuda que tiene Aldo con el kiosco escolar es de 15 soles semanal. ¿Cuánto se adeuda en 3 meses?</p> <p>e) Por cada 300 metros que se asciende la temperatura del aire baja 9°C. Si subes en un helicóptero desde el mar hasta 3000 metro. ¿Cuánto ha descendido la temperatura?</p>
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de la multiplicación con números enteros.				
Usa estrategias y procedimientos de estimación y calculo	Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones de multiplicación con números enteros.				
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Plantea afirmaciones sobre las propiedades de los números y la operación de la multiplicación con números enteros.				
DIVISIÓN					
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Establece entre datos comparando e igualando cantidades. Las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones de división con números enteros.	25%	5	Prueba de desarrollo	<p>a) Un grupo de estudiantes se van de paseo, recogieron 80 frutos de durazno, a continuación lo gastaron haciendo un pastel. Si en total utilizaron 4 duraznos para cada pastel. ¿Cuántos pasteles hicieron?</p> <p>b) Uno de los conductores que trabaja en la ruta de Cusco – Chumbivilcas. Informa que cada viaje hace 240 kilómetros y que viaja a una velocidad de 80 kilómetros por hora. ¿Cuánto tiempo tarda en hacer su recorrido?</p> <p>c) El padre de Cristhian tiene una deuda en una entidad financiera la suma de 1500 nuevos soles, pagara en medio año sin ningún interés. ¿Cuánto será su cuota mensual?</p> <p>d) Wilfredo y Moisés van al mercado y compran 2 kilos de naranja, 1 kilo de manzana, 1 kilo de peras, 3 kilos tomates y 1 kilo de durazno. ¿Cuántos kilos llevan en total? Si se reparten el peso por igual. ¿Cuántos kilos llevara cada uno?</p> <p>e) Oliver cosecho 500 kilos de durazno de su huerto, separo 150 kilos para gastarlos en su casa y el resto de la cosecha lo repartió en partes iguales entre sus 5 hermanos. ¿Cuántos kilos ha repartido a cada hermano?</p>
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de la división con números enteros.				
Usa estrategias y procedimientos de estimación y calculo	Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones de división con números enteros.				
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Plantea afirmaciones sobre las propiedades de los números y la operación de la división con números enteros.				
Total		100%	20		

MATRIZ DE EVALUACIÓN (POST TEST)
ÁREA: MATEMÁTICA: OPERACIONES DE NÚMEROS ENTEROS Y SITUACIONES DIDÁCTICAS

ADICIÓN							
COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS	PESO	PUNTAJE	INSTRUMENTO	ÍTEMS	
RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD	Traduce cantidades a expresiones numéricas	Establece entre datos comparando e igualando cantidades. Las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones de adición con números enteros.	25%	5	Prueba de desarrollo	<p>a) En una prueba científica de la NASA un cohete subió 30 400 km y bajó luego 8 500 km. ¿A cuántos km está del punto de despegue?</p> <p>b) Si Lucero sale de su casa y camina 10 cuadras hacia el norte y luego 12 cuadras hacia el sur, a ¿Qué distancia de su casa se encuentra?</p> <p>c) Un submarino se encuentra a 1354 metros bajo el nivel del mar y un avión a 1660 metros de altura respecto al nivel del mar. ¿Cuántos metros hay entre el avión y el submarino? Si el avión asciende a 2700 m.s.n.m. ¿A cuántos metros se encuentra del submarino?</p> <p>d) Un hombre nació el año de 1970, se casó a los 26 años, 3 años después nació su primer hijo y murió cuando el hijo tenía 25 años. ¿En qué año murió?</p> <p>e) La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera, a razón de 9°C, cada 300 metros. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de -90°C, si la temperatura al nivel del mar en ese punto es de 15°C?</p>	
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de la adición con números enteros.					
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones de adición con números enteros.					
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Plantea afirmaciones sobre las propiedades de los números y la operación de la adición con números enteros.					
	SUSTRACCIÓN						
	Traduce cantidades a expresiones numéricas	Establece entre datos comparando e igualando cantidades. Las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones de sustracción con números enteros.	25%	5	Prueba de desarrollo	<p>a) Los estudiantes del quinto grado del nivel secundario de la institución educativa de Charamuray realizaron actividades durante el año con el fin de recaudar dinero para realizar la fiesta de promoción, la suma asciende a s/. 4500 en efectivo, en un principio gastaron la suma de s/. 350 en la confección de sus camisetas para participar en los juegos deportivos escolares, luego solicitaron apoyo económico al alcalde de la municipalidad distrital de Colquemarca, quien hizo una donación por el valor de s/. 800. Pero en el día del estudiante gastaron el monto de s/. 600 en una excursión que realizaron. ¿Qué expresión permite calcular el dinero que le queda a los estudiantes del quinto grado?</p> <p>b) En un concurso de preguntas, se marca dos puntos por cada pregunta acertada y se quita uno por cada pregunta mal respondida. De 10 preguntas, Oliver acertó las 6 primeras. ¿Cuál fue su puntaje?</p> <p>c) En el distrito de Colquemarca un día de invierno amaneció a 6°C bajo cero. A las doce del mediodía la temperatura había subido 10°C, y hasta las cuatro de la tarde subió 3°C más. Desde las cuatro hasta las doce de la noche bajó 5°C, y desde las doce a las 6 de la mañana bajó 3°C más. ¿Qué temperatura hacía a esa hora?</p> <p>d) En un concurso de conocimientos, por respuesta acertada obtienes 7 puntos y te descuentan 3 puntos por respuesta incorrecta. Si el concursante A respondió acertadamente 60 preguntas de las 100 que respondió, ¿cuánto es el puntaje que obtuvo?</p> <p>e) Dos estudiantes de la institución educativa de Charamuray; Maycol y Alfredo participan en un juego de cartas, Alexander obtiene 36 puntos a favor y 14 puntos en contra. Mientras su compañero Anderson obtiene 56 puntos a favor y 25 en contra. Para encontrar el ganador, a los puntos a favor se le restan los puntos en contra y quien tenga mayor puntaje es el ganador. ¿Cuál de los dos estudiantes ganó el juego?</p>	
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de la sustracción con números enteros.					
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones de sustracción con números enteros.					
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Plantea afirmaciones sobre las propiedades de los números y la operación de la sustracción con números enteros.						

MULTIPLICACIÓN					
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Establece entre datos comparando e igualando cantidades. Las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones de multiplicación con números enteros.	25%	5	Prueba de desarrollo	<p>a) Un estudiante de la institución educativa de Chamuray tiene una deuda en el kiosco escolar de 26 soles cada semana. ¿Cuánto será su deuda en 5 meses?</p> <p>b) Un padre de familia de una de las estudiantes del distrito de Colquamarca hace realiza un pago anual de 1500 soles por servicios. Pero durante los 5 años siguientes nos realiza el pago. ¿Cuánto será el ahorro total del padre de familia?</p> <p>c) Por cada 500 metros que se asciende la temperatura del aire baja 15°C. Si subes en un helicóptero desde el mar hasta 6000 metro. ¿Cuánto ha descendido la temperatura?</p> <p>d) El docente de la institución educativa de Chamuray, cada día llega 45 minutos antes de que empiece la sesión de clase. Al cabo de 3 semanas de clase, ¿Cuánto tiempo llevo adelantando a los demás docentes?</p> <p>e) La institución educativa, con la finalidad de recaudar fondos para la implementación de la biblioteca escolar, realizará una rifa con la participación de los estudiantes y padres de familia de toda la institución educativa. Para ello el director del colegio encargó a imprimir 750 boletos. Además, cada boleto tiene un costo de 5 soles, después de una reunión sostenida con los docentes se acordó aumentar 240 boletos más. ¿Cuánto de dinero se recaudará en la rifa asumiendo que se van a vender todos los boletos?</p>
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de la multiplicación con números enteros.				
Usa estrategias y procedimientos de estimación y calculo	Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones de multiplicación con números enteros.				
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Plantea afirmaciones sobre las propiedades de los números y la operación de la multiplicación con números enteros.				
DIVISIÓN					
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Establece entre datos comparando e igualando cantidades. Las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones de división con números enteros.	25%	5	Prueba de desarrollo	<p>a) El papá de Fiorela en la cosecha del 2017 cosecho 1500 kilos de maíz y 1000 kilos de haba separo 500 kilos de maíz y 500 kilos de haba para gastarlos en su casa y el resto de la cosecha vendió a 3000 soles el maíz y 1000 soles la haba. ¿Cuánto es el costo en kilos de cada producto?</p> <p>b) En la casa de Eloy Ernesto su mamá prepara refresco de manzana para hacer un negocio diario de lunes a domingo, durante 2 semanas utiliza 140mnazanas, si cada día prepara la misma cantidad de refresco. ¿Cuántas manzanas utilizan cada día?</p> <p>c) Los estudiantes del primer grado de secundaria dela institución educativa requieren una cantidad de 600 soles para realizar un viaje de estudio, pero solo tienen 250 y un padre de familia les apoya con el préstamo del dinero que ellos tendrán que devolver en 10 meses sin ningún interés. ¿Cuánto será el dinero mensual que tiene que recibir el padre de familia?</p> <p>d) Dos comuneros de Colquamarca deciden trabajar a medias 3 chacras diferentes, donde en la cosecha obtienen lo siguiente: 600 kilos de trigo, 780 kilos de maíz y 450 kilos de cebada. Si desean repartirse a partes iguales. ¿Cuántos kilos llevan en total? Y ¿Cuántos kilos llevara cada uno?</p> <p>e) Uno de los conductores que trabaja en la ruta de Cusco – Chumbivilcas. Informa que cada viaje hace 240 kilómetros y que viaja a una velocidad de 80 kilómetros por hora. ¿Cuánto tiempo tarda en hacer su recorrido?</p>
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de la división con números enteros.				
Usa estrategias y procedimientos de estimación y calculo	Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones de división con números enteros.				
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Plantea afirmaciones sobre las propiedades de los números y la operación de la división con números enteros.				
Total		100%	20		

ANEXO G

Base de Datos

PRE TEST

ÍTEMS		PESO	ESTUDIANTE																				
1	Un hombre nació el año de 1950, se casó a los 28 años, 2 años después nació su primer hijo y murió cuando el hijo tenía 20 años. ¿En qué año murió?	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0		
2	La temperatura del aire baja según se asciende en la atmosfera, a razón de 9°C, cada 300 metros. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de - 90°C, si la temperatura al nivel del mar en ese punto es de 15°C?	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	
3	Un submarino se encuentra a 1254 metros bajo el nivel del mar y un avión a 1560 metros de altura respecto al nivel del mar. ¿Cuántos metros hay entre el avión y el submarino? Si el avión asciende a 2600 m.s.n.m. ¿A cuántos metros se encuentra del submarino?	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1		
4	En una prueba científica de la NASA un cohete subió 20 400 km y bajó luego 7 500 km. ¿A cuántos km está del punto de despegue?	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	
5	Si Magali sale de su casa y camina 8 cuadras hacia el norte y luego 9 cuadras hacia el sur, a ¿Qué distancia de su casa se encuentra?	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	
6	En la capital del distrito de Colquamarca un día de invierno amaneció a 3°C bajo cero. A las doce del mediodía la temperatura había subido 8°C, y hasta las cuatro de la tarde subió 2°C más. Desde las cuatro hasta las doce de la noche bajó 4°C, y desde las doce a las 6 de la mañana bajó 3°C más. ¿Qué temperatura hacía a esa hora?	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	
7	Los estudiantes del quinto grado del nivel secundario de la institución educativa de Charamuray realizaron actividades durante el año con el fin de recaudar dinero para realizar el viaje de promoción, la suma asciende a s/. 3000 en efectivo, en un principio gastaron la suma de s/. 450 en la confección de sus camisetas para participar en los juegos deportivos escolares, luego solicitaron apoyo económico al alcalde de la municipalidad distrital de Colquamarca, quien hizo una donación por el valor de s/. 600. Pero en el día del estudiante gastaron el monto de s/. 550 en una excursión que realizaron. ¿Qué expresión permite calcular el dinero que le queda a los estudiantes del quinto grado?	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	
8	Dos estudiantes de la institución educativa de Charamuray; Alexander y Anderson participan en un juego de cartas, Alexander obtiene 34 puntos a favor y 16 puntos en contra. Mientras su compañero Anderson obtiene 44 puntos a favor y 20 en contra. Para encontrar el ganador, a los puntos a favor se le restan los puntos en contra y quien tenga mayor puntaje es el ganador. ¿Cuál de los dos estudiantes ganó el juego?	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
9	En un concurso de adivinanzas, se marca dos puntos por cada adivinanza acertada y se quita uno por cada adivinanza mal acertada. De 5 adivinanzas, Lucero acertó las 3 primeras. ¿Cuál fue su puntaje?	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
10	En un concurso de conocimientos, por respuesta acertada obtienes 7 puntos y te descuentan 3 puntos por respuesta incorrecta. Si el concursante A respondió acertadamente 6 preguntas de las 10 que respondió, ¿cuánto es el puntaje que obtuvo?	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
11	La institución educativa, con la finalidad de recaudar fondos para la implementación de la biblioteca escolar, realizará una rifa con la participación de los estudiantes y padres de familia de toda la institución educativa. Para ello el director del colegio encargó a imprimir 500 boletos. Además, cada boleto tiene un costo de 5 soles, después de una reunión sostenida con los docentes se acordó aumentar 123 boletos más. ¿Cuánto de dinero se recaudará en la rifa asumiendo que se van a vender todos los boletos?	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0
12	Una de las estudiantes del primer grado de la institución educativa de Charamuray, cada día llega 30 minutos antes de que empiece la sesión de clase. Al cabo de 7 días de clase, ¿Cuánto tiempo llegó adelantando a sus compañeros?	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
13	El papá de Robert gasta 1500 soles cada domingo cuando sale con la familia. Dejan de salir 4 domingos. ¿Cuánto será el ahorro total?	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
14	La deuda que tiene Aldo con el kiosco escolar es de 15 soles semanal. ¿Cuánto se adeuda en 3 meses?	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	
15	Por cada 300 metros que se asciende la temperatura del aire baja 9°C. Si subes en un helicóptero desde el mar hasta 3000 metro. ¿Cuánto ha descendido la temperatura?	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
16	Un grupo de estudiantes se van de paseo, recogieron 80 frutos de durazno, a continuación, lo gastaron haciendo un pastel. Si en total utilizaron 4 duraznos para cada pastel, ¿Cuántos pasteles hicieron?	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
17	Uno de los conductores que trabaja en la ruta de Cusco – Chumbivilcas. Informa que cada viaje hace 240 kilómetros y que viaja a una velocidad de 80 kilómetros por hora. ¿Cuánto tiempo tarda en hacer su recorrido?	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
18	El padre de Cristhian tiene una deuda en una entidad financiera la suma de 1500 nuevos soles, págara en medio año sin ningún interés. ¿Cuánto será su cuota mensual?	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1
19	Wilfredo y Moisés van al mercado y compran 2 kilos de naranja, 1 kilo de manzana, 1 kilo de peras, 3 kilos tomates y 1 kilo de durazno. ¿Cuántos kilos llevan en total? Si se reparten el peso por igual. ¿Cuántos kilos llevara cada uno?	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
20	Óliver cosecho 500 kilos de durazno de su huerto, separo 150 kilos para gastarlos en su casa y el resto de la cosecha lo repartió en partes iguales entre sus 5 hermanos. ¿Cuántos kilos ha repartido a cada hermano?	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1
TOTAL		20	13	5	0	1	8	1	3	1	0	8	2	2	3	3	2	1	1	1	1	9	

POST TEST

ÍTEMS		PESO	ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3	ESTUDIANTE 4	ESTUDIANTE 5	ESTUDIANTE 6	ESTUDIANTE 7	ESTUDIANTE 8	ESTUDIANTE 9	ESTUDIANTE 10	ESTUDIANTE 11	ESTUDIANTE 12	ESTUDIANTE 13	ESTUDIANTE 14	ESTUDIANTE 15	ESTUDIANTE 16	ESTUDIANTE 17	ESTUDIANTE 18	
1	En una prueba científica de la NASA un cohete subió 30 400 km y bajó luego 8 500 km. ¿A cuántos km está del punto de despegue?	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	
2	Si Lucero sale de su casa y camina 10 cuadras hacia el norte y luego 12 cuadras hacia el sur, a ¿Qué distancia de su casa se encuentra?	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
3	Un submarino se encuentra a 1354 metros bajo el nivel del mar y un avión a 1660 metros de altura respecto al nivel del mar. ¿Cuántos metros hay entre el avión y el submarino? Si el avión asciende a 2700 m.s.n.m. ¿A cuántos metros se encuentra del submarino?	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	
4	Un hombre nació el año de 1970, se casó a los 26 años, 3 años después nació su primer hijo y murió cuando el hijo tenía 25 años. ¿En qué año murió?	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0
5	La temperatura del aire baja según se asciende en la atmosfera, a razón de 9°C, cada 300 metros. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de -90°C, si la temperatura al nivel del mar en ese punto es de 15°C?	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1
6	Los estudiantes del quinto grado del nivel secundario de la institución educativa de Charamuray realizaron actividades durante el año con el fin de recaudar dinero para realizar la fiesta de promoción, la suma asciende a s/. 4500 en efectivo, en un principio gastaron la suma de s/. 350 en la confección de sus camisetas para participar en los juegos deportivos escolares, luego solicitaron apoyo económico al alcalde de la municipalidad distrital de Colquamarca, quién hizo una donación por el valor de s/. 800. Pero en el día del estudiante gastaron el monto de s/. 600 en una excursión que realizaron. ¿Qué expresión permite calcular el dinero que le queda a los estudiantes del quinto grado?	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	
7	En un concurso de preguntas, se marca dos puntos por cada pregunta acertada y se quita uno por cada pregunta mal respondida. De 10 preguntas, Oliver acertó las 6 primeras. ¿Cuál fue su puntaje?	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	
8	En el distrito de Colquamarca un día de invierno amaneció a 6°C bajo cero. A las doce del mediodía la temperatura había subido 10°C, y hasta las cuatro de la tarde subió 3°C más. Desde las cuatro hasta las doce de la noche bajó 5°C, y desde las doce a las 6 de la mañana bajó 3°C más. ¿Qué temperatura hacía a esa hora?	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	
9	En un concurso de conocimientos, por respuesta acertada obtienes 7 puntos y te descuentan 3 puntos por respuesta incorrecta. Si el concursante A respondió acertadamente 60 preguntas de las 100 que respondió, ¿cuánto es el puntaje que obtuvo?	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	
10	Dos estudiantes de la institución educativa de Charamuray; Maycol y Alfredo participan en un juego de cartas, Alexander obtiene 36 puntos a favor y 14 puntos en contra. Mientras su compañero Anderson obtiene 56 puntos a favor y 25 en contra. Para encontrar el ganador, a los puntos a favor se le restan los puntos en contra y quien tenga mayor puntaje es el ganador. ¿Cuál de los dos estudiantes ganó el juego?	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	
11	Un estudiante de la institución educativa de Chamuray tiene una deuda en el kiosco escolar de 26 soles cada semana. ¿Cuánto será su deuda en 5 meses?	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	
12	Un padre de familia de una de las estudiantes del distrito de Colquamarca hace realiza un pago anual de 1500 soles por servicios. Pero durante los 5 años siguientes nos realiza el pago. ¿Cuánto será el ahorro total del padre de familia?	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
13	Por cada 500 metros que se asciende la temperatura del aire baja 15°C. Si subes en un helicóptero desde el mar hasta 6000 metro. ¿Cuánto ha descendido la temperatura?	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	
14	El docente de la institución educativa de Chamuray, cada día llega 45 minutos antes de que empiece la sesión de clase. Al cabo de 3 semanas de clase, ¿Cuánto tiempo llevo adelantando a los demás docentes?	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
15	La institución educativa, con la finalidad de recaudar fondos para la implementación de la biblioteca escolar, realizará una rifa con la participación de los estudiantes y padres de familia de toda la institución educativa. Para ello el director del colegio encargó a imprimir 750 boletos. Además, cada boleto tiene un costo de 5 soles, después de una reunión sostenida con los docentes se acordó aumentar 240 boletos más. ¿Cuánto de dinero se recaudará en la rifa asumiendo que se van a vender todos los boletos?	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	
16	El papá de Fiorela en la cosecha del 2017 cosecho 1500 kilos de maíz y 1000 kilos de haba separo 500 kilos de maíz y 500 kilos de haba para gastarlos en su casa y el resto de la cosecha vendió a 3000 soles el maíz y 1000 soles las habas. ¿Cuánto es el costo en kilos de cada producto?	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	
17	En la casa de Eloy Ernesto su mamá prepara refresco de manzana para hacer un negocio diario de lunes a domingo, durante 2 semanas utiliza 140 manzanas, si cada día prepara la misma cantidad de refresco. ¿Cuántas manzanas utilizan cada día?	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	
18	Los estudiantes del primer grado de secundaria de la institución educativa requieren una cantidad de 600 soles para realizar un viaje de estudio, pero solo tienen 250 y un padre de familia les apoya con el préstamo del dinero que ellos tendrán que devolver en 10 meses sin ningún interés. ¿Cuánto será el dinero mensual que tiene que recibir el padre de familia?	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
19	Dos comuneros de Colquamarca deciden trabajar a medias 3 chacras diferentes, donde en la cosecha obtienen lo siguiente: 600 kilos de trigo, 780 kilos de maíz y 450 kilos de cebada. Si desean repartirse a partes iguales. ¿Cuántos kilos llevan en total? Y ¿Cuántos kilos llevara cada uno?	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
20	Uno de los conductores que trabaja en la ruta de Cusco – Chumbivilcas. Informa que cada viaje hace 240 kilómetros y que viaja a una velocidad de 80 kilómetros por hora. ¿Cuánto tiempo tarda en hacer su recorrido?	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	
TOTAL		20	1 5	1 7	1 4	1 3	1 4	1 3	1 6	1 4	1 2	1 5	1 6	1 4	1 6	1 4	1 3	1 6	1 5	1 3	

PRE TEST – MULTIPLICACIÓN

ÍTEMS		PESO	ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3	ESTUDIANTE 4	ESTUDIANTE 5	ESTUDIANTE 6	ESTUDIANTE 7	ESTUDIANTE 8	ESTUDIANTE 9	ESTUDIANTE							
			ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3	ESTUDIANTE 4	ESTUDIANTE 5	ESTUDIANTE 6	ESTUDIANTE 7	ESTUDIANTE 8	ESTUDIANTE 9	ESTUDIANTE							
1	La institución educativa, con la finalidad de recaudar fondos para la implementación de la biblioteca escolar, realizará una rifa con la participación de los estudiantes y padres de familia de toda la institución educativa. Para ello el director del colegio encargó a imprimir 500 boletos. Además, cada boleto tiene un costo de 5 soles, después de una reunión sostenida con los docentes se acordó aumentar 123 boletos más. ¿Cuánto de dinero se recaudará en la rifa asumiendo que se van a vender todos los boletos?	4	0	0	4	4	4	4	0	0	0	4	0	0	0	4	4	4	0
2	Una de las estudiantes del primer grado de la institución educativa de Chamuray, cada día llega 30 minutos antes de que empiece la sesión de clase. Al cabo de 7 días de clase, ¿Cuánto tiempo llegó adelantando a sus compañeros?	4	4	0	0	4	0	4	4	4	0	4	4	0	4	4	4	0	4
3	El papá de Robert gasta 1500 soles cada domingo cuando sale con la familia. Dejan de salir 4 domingos. ¿Cuánto será el ahorro total?	4	4	4	4	0	0	0	4	4	0	0	4	0	4	4	0	4	4
4	La deuda que tiene Aldo con el kiosco escolar es de 15 soles semanal. ¿Cuánto se adeuda en 3 meses?	4	4	4	0	4	0	4	4	0	4	0	4	4	4	4	0	0	4
5	Por cada 300 metros que se asciende la temperatura del aire baja 9°C. Si subes en un helicóptero desde el mar hasta 3000 metro. ¿Cuánto ha descendido la temperatura?	4	0	4	0	0	4	0	0	0	4	0	0	4	0	0	4	0	4
TOTAL		20	1	1	8	1	8	1	1	8	8	8	1	1	1	1	1	1	2

PRE TEST – DIVISIÓN

ÍTEMS		PESO	ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3	ESTUDIANTE 4	ESTUDIANTE 5	ESTUDIANTE 6	ESTUDIANTE 7	ESTUDIANTE 8	ESTUDIANTE 9	ESTUDIANTE							
			ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3	ESTUDIANTE 4	ESTUDIANTE 5	ESTUDIANTE 6	ESTUDIANTE 7	ESTUDIANTE 8	ESTUDIANTE 9	ESTUDIANTE							
1	Un grupo de estudiantes se van de pasco, recogieron 80 frutos de durazno, a continuación lo gastaron haciendo un pastel. Si en total utilizaron 4 duraznos para cada pastel. ¿Cuántos pasteles hicieron?	4	4	4	4	4	0	4	4	4	4	0	4	4	4	4	0	4	0
2	Uno de los conductores que trabaja en la ruta de Cusco – Chumbivilcas. Informa que cada viaje hace 240 kilómetros y que viaja a una velocidad de 80 kilómetros por hora. ¿Cuánto tiempo tarda en hacer su recorrido?	4	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	0	0	0	4	0
3	El padre de Crithian tiene una deuda en una entidad financiera la suma de 1500 nuevos soles, pagara en medio año sin ningún interés. ¿Cuánto será su cuota mensual?	4	4	4	4	0	4	0	4	4	4	0	0	4	4	0	4	0	4
4	Wilfredo y Moisés van al mercado y compran 2 kilos de naranja, 1 kilo de manzana, 1 kilo de peras, 3 kilos tomates y 1 kilo de durazno. ¿Cuántos kilos llevan en total? Si se reparten el peso por igual. ¿Cuántos kilos llevara cada uno?	4	4	4	4	4	0	4	4	0	0	4	4	0	4	4	4	4	0
5	Oliver cosecho 500 kilos de durazno de su huerto, separo 150 kilos para gastarlos en su casa y el resto de la cosecha lo repartió en partes iguales entre sus 5 hermanos. ¿Cuántos kilos ha repartido a cada hermano?	4	0	4	0	4	4	4	0	0	4	4	0	4	0	0	4	0	4
TOTAL		20	1	1	1	8	1	1	8	1	1	1	1	1	1	8	1	8	8

POS TEST – ADICIÓN

ÍTEMS		PESO	ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3	ESTUDIANTE 4	ESTUDIANTE 5	ESTUDIANTE 6	ESTUDIANTE 7	ESTUDIANTE 8	ESTUDIANTE 9	ESTUDIANTE							
			ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3	ESTUDIANTE 4	ESTUDIANTE 5	ESTUDIANTE 6	ESTUDIANTE 7	ESTUDIANTE 8	ESTUDIANTE 9	ESTUDIANTE							
1	En una prueba científica de la NASA un cohete subió 30 400 km y bajó luego 8 500 km. ¿A cuántos km está del punto de despegue?	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	4	4	0	4	4	4	4	4
2	Si Lucero sale de su casa y camina 10 cuadras hacia el norte y luego 12 cuadras hacia el sur, a ¿Qué distancia de su casa se encuentra?	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
3	Un submarino se encuentra a 1354 metros bajo el nivel del mar y un avión a 1660 metros de altura respecto al nivel del mar. ¿Cuántos metros hay entre el avión y el submarino? Si el avión asciende a 2700 m.s.n.m. ¿A cuántos metros se encuentra del submarino?	4	0	4	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	4	0	4	4
4	Un hombre nació el año de 1970, se casó a los 26 años, 3 años después nació su primer hijo y murió cuando el hijo tenía 25 años. ¿En qué año murió?	4	4	4	4	0	4	0	4	0	0	4	4	4	0	0	0	4	4
5	La temperatura del aire baja según se asciende en la atmosfera, a razón de 9°C, cada 300 metros. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de -90°C, si la temperatura al nivel del mar en ese punto es de 15°C?	4	4	4	4	4	0	4	0	4	4	0	0	4	4	4	4	4	0
TOTAL		20	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
			6	0	6	6	6	6	6	6	2	6	6	6	6	6	6	6	6

POS TEST – SUSTRACCIÓN

ÍTEMS		PESO	ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3	ESTUDIANTE 4	ESTUDIANTE 5	ESTUDIANTE 6	ESTUDIANTE 7	ESTUDIANTE 8	ESTUDIANTE 9	ESTUDIANTE							
			ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3	ESTUDIANTE 4	ESTUDIANTE 5	ESTUDIANTE 6	ESTUDIANTE 7	ESTUDIANTE 8	ESTUDIANTE 9	ESTUDIANTE							
1	Los estudiantes del quinto grado del nivel secundario de la institución educativa de Charamuray realizaron actividades durante el año con el fin de recaudar dinero para realizar la fiesta de promoción, la suma asciende a s/. 4500 en efectivo, en un principio gastaron la suma de s/. 350 en la confección de sus camisetas para participar en los juegos deportivos escolares, luego solicitaron apoyo económico al alcalde de la municipalidad distrital de Colquemarca, quién hizo una donación por el valor de s/. 800. Pero en el día del estudiante gastaron el monto de s/. 600 en una excursión que realizaron. ¿Qué expresión permite calcular el dinero que le queda a los estudiantes del quinto grado?	4	4	4	0	4	0	4	0	4	0	0	0	4	4	0	4	0	4
2	En un concurso de preguntas, se marca dos puntos por cada pregunta acertada y se quita uno por cada pregunta mal respondida. De 10 preguntas, Oliver acertó las 6 primeras. ¿Cuál fue su puntaje?	4	0	4	4	0	4	0	4	4	4	4	4	4	0	4	0	4	4
3	En el distrito de Colquemarca un día de invierno amaneció a 6°C bajo cero. A las doce del mediodía la temperatura había subido 10°C, y hasta las cuatro de la tarde subió 3°C más. Desde las cuatro hasta las doce de la noche bajó 5°C, y desde las doce a las 6 de la mañana bajó 3°C más. ¿Qué temperatura había a esa hora?	4	4	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	4	4	4
4	En un concurso de conocimientos, por respuesta acertada obtienes 7 puntos y te descuentan 3 puntos por respuesta incorrecta. Si el concursante A respondió acertadamente 60 preguntas de las 100 que respondió, ¿cuánto es el puntaje que obtuvo?	4	4	4	4	0	4	0	4	4	4	4	4	4	4	0	4	4	0
5	Dos estudiantes de la institución educativa de Charamuray; Maycol y Alfredo participan en un juego de cartas, Alexander obtiene 36 puntos a favor y 14 puntos en contra. Mientras su compañero Anderson obtiene 56 puntos a favor y 25 en contra. Para encontrar el ganador, a los puntos a favor se le restan los puntos en contra y quien tenga mayor puntaje es el ganador. ¿Cuál de los dos estudiantes ganó el juego?	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	4	4	0	4	4	4	4	4
TOTAL		20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
			6	6	6	2	6	2	6	6	2	6	6	6	6	6	2	2	6

POS TEST – MULTIPLICACIÓN

ÍTEMS		PESO	ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3	ESTUDIANTE 4	ESTUDIANTE 5	ESTUDIANTE 6	ESTUDIANTE 7	ESTUDIANTE 8	ESTUDIANTE 9	ESTUDIANTE							
			ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3	ESTUDIANTE 4	ESTUDIANTE 5	ESTUDIANTE 6	ESTUDIANTE 7	ESTUDIANTE 8	ESTUDIANTE 9	ESTUDIANTE							
1	Un estudiante de la institución educativa de Chamuray tiene una deuda en el kiosco escolar de 26 soles cada semana. ¿Cuánto será su deuda en 5 meses?	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	4	0	0
2	Un padre de familia de una de las estudiantes del distrito de Colquamarca hace realiza un pago anual de 1500 soles por servicios. Pero durante los 5 años siguientes nos realiza el pago. ¿Cuánto será el ahorro total del padre de familia?	4	4	4	0	4	0	4	4	4	4	0	4	4	4	4	4	0	4
3	Por cada 500 metros que se asciende la temperatura del aire baja 15°C. Si subes en un helicóptero desde el mar hasta 6000 metro. ¿Cuánto ha descendido la temperatura?	4	0	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	4	4
4	El docente de la institución educativa de Chamuray, cada día llega 45 minutos antes de que empiece la sesión de clase. Al cabo de 3 semanas de clase, ¿Cuánto tiempo llevo adelantando a los demás docentes?	4	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	La institución educativa, con la finalidad de recaudar fondos para la implementación de la biblioteca escolar, realizará una rifa con la participación de los estudiantes y padres de familia de toda la institución educativa. Para ello el director del colegio encargó a imprimir 750 boletos. Además, cada boleto tiene un costo de 5 soles, después de una reunión sostenida con los docentes se acordó aumentar 240 boletos más. ¿Cuánto de dinero se recaudara en la rifa asumiendo que se van a vender todos los boletos?	4	4	4	4	0	4	0	4	0	0	4	4	0	4	0	0	4	4
TOTAL		20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
			2	6	2	2	2	2	6	2	2	2	6	2	6	6	2	6	2

POS TEST – DIVISIÓN

ÍTEMS		PESO	ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3	ESTUDIANTE 4	ESTUDIANTE 5	ESTUDIANTE 6	ESTUDIANTE 7	ESTUDIANTE 8	ESTUDIANTE 9	ESTUDIANTE							
			ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3	ESTUDIANTE 4	ESTUDIANTE 5	ESTUDIANTE 6	ESTUDIANTE 7	ESTUDIANTE 8	ESTUDIANTE 9	ESTUDIANTE							
1	El papá de Fiorela en la cosecha del 2017 cosecho 1500 kilos de maíz y 1000 kilos de haba separo 500 kilos de maíz y 500 kilos de haba para gastarlos en su casa y el resto de la cosecha vendió a 3000 soles el maíz y 1000 soles la haba. ¿Cuánto es el costo en kilos de cada producto?	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	4	4
2	En la casa de Eloy Ernesto su mamá prepara refresco de manzana para hacer un negocio diario de lunes a domingo, durante 2 semanas utiliza 140manzanas, si cada día prepara la misma cantidad de refresco. ¿Cuántas manzanas utilizan cada día?	4	4	4	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	4	0	0	4	0
3	Los estudiantes del primer grado de secundaria de la institución educativa requieren una cantidad de 600 soles para realizar un viaje de estudio, pero solo tienen 250 y un padre de familia les apoya con el préstamo del dinero que ellos tendrán que devolver en 10 meses sin ningún interés. ¿Cuánto será el dinero mensual que tiene que recibir el padre de familia?	4	4	4	0	4	4	4	4	4	0	4	4	4	4	4	4	4	4
4	Dos comuneros de Colquamarca deciden trabajar a medias 3 chacras diferentes, donde en la cosecha obtienen lo siguiente: 600 kilos de trigo, 780 kilos de maíz y 450 kilos de cebada. Si desean repartirse a partes iguales. ¿Cuántos kilos llevan en total? Y ¿Cuántos kilos llevara cada uno?	4	0	4	4	4	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	Uno de los conductores que trabaja en la ruta de Cusco – Chumbivilcas. Informa que cada viaje hace 240 kilómetros y que viaja a una velocidad de 80 kilómetros por hora. ¿Cuánto tiempo tarda en hacer su recorrido?	4	4	0	4	0	4	0	4	0	0	4	4	0	0	4	0	4	0
TOTAL		20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
			6	6	2	2	2	2	6	2	2	2	6	2	6	6	2	6	6

ANEXO H

Panel fotográfico











