

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE INGENIERÍA DE PROCESOS
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA QUÍMICA



TESIS

**IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE CONTROL DE
TEMPERATURA PARA EL PROCESO DE FERMENTACIÓN
DE YOGURT EN TIEMPO REAL**

PRESENTADO POR:

Br. YUREMA HUARANCCA QUISPE

Br. FLAVIO CLEVER NINA CONDORI

**PARA OPTAR AL TÍTULO PROFESIONAL
DE INGENIERO QUÍMICO**

ASESOR:

Mgt. WILBER PINARES GAMARRA

**FINANCIADO POR EL PROGRAMA
“YACHAYNINCHIS WIÑARINAMPAQ” -
UNSAAC**

CUSCO - PERÚ

2026



Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco

INFORME DE SIMILITUD

(Aprobado por Resolución Nro.CU-321-2025-UNSAAC)

El que suscribe, el Asesor MGT. WILBER EULOGIO PINARES
..... GAMARRA quien aplica el software de detección de similitud al
trabajo de investigación/tesis titulada: IMPLEMENTACIÓN DE UN
..... SISTEMA DE CONTROL DE TEMPERATURA PARA EL
..... PROCESO DE FERMENTACIÓN DE YOGURT EN TIEMPO
..... REAL

Presentado por: YUREMA HUARANCCA QUISPE DNI N° 70914594
presentado por: FLAVIO CLEVER NINA CONDORI DNI N°: 76152111
Para optar el título Profesional/Grado Académico de INGENIERO QUÍMICO

Informo que el trabajo de investigación ha sido sometido a revisión por 02 veces, mediante el
Software de Similitud, conforme al Art. 6° del **Reglamento para Uso del Sistema Detección de
Similitud en la UNSAAC** y de la evaluación de originalidad se tiene un porcentaje de 1 %.

Evaluación y acciones del reporte de coincidencia para trabajos de investigación conducentes a grado académico o título profesional, tesis

Porcentaje	Evaluación y Acciones	Marque con una (X)
Del 1 al 10%	No sobrepasa el porcentaje aceptado de similitud.	<u>X</u>
Del 11 al 30 %	Devolver al usuario para las subsanaciones.	
Mayor a 31%	El responsable de la revisión del documento emite un informe al inmediato jerárquico, conforme al reglamento, quien a su vez eleva el informe al Vicerrectorado de Investigación para que tome las acciones correspondientes; Sin perjuicio de las sanciones administrativas que correspondan de acuerdo a Ley.	

Por tanto, en mi condición de Asesor, firmo el presente informe en señal de conformidad y **adjunto**
las primeras páginas del reporte del Sistema de Detección de Similitud.

Cusco, 04 de setiembre de 20..26.....


Firma

Post firma..... WILBER EULOGIO PINARES GAMARRA

Nro. de DNI..... 23879839

ORCID del Asesor..... 0000 - 0002 - 6008 - 1522

Se adjunta:

1. Reporte generado por el Sistema Antiplagio.
2. Enlace del Reporte Generado por el Sistemade Detección de Similitud: oid: 27259:620261076

IMPLEMENTACION DE UN SISTEMA DE CONTROL DE TEMPERATURA PARA EL PROCESO DE FERMENTACION DE YO...

 Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::27259:620261076

Fecha de entrega

3 sep 2026, 10:37 p.m. GMT-5

Fecha de descarga

3 sep 2026, 10:40 p.m. GMT-5

Nombre del archivo

IMPLEMENTACION DE UN SISTEMA DE CONTROL DE TEMPERATURA PARA EL PROCESO DE FERME....pdf

Tamaño del archivo

5.8 MB

152 páginas

30.663 palabras

173.654 caracteres

1% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Filtrado desde el informe

- Bibliografía
- Texto citado
- Texto mencionado
- Coincidencias menores (menos de 25 palabras)

Fuentes principales

- 1%  Fuentes de Internet
- 0%  Publicaciones
- 0%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Marcas de integridad

N.º de alerta de integridad para revisión

-  **Caracteres reemplazados**
75 caracteres sospechosos en N.º de páginas
Las letras son intercambiadas por caracteres similares de otro alfabeto.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

DEDICATORIA

A nuestros padres, cuyo esfuerzo, sacrificio y amor incondicional han sido el motor que nos impulsó a llegar hasta aquí. Gracias por enseñarnos a perseverar, a valorar el conocimiento y a nunca rendirnos ante las dificultades. Este logro es tan nuestro como suyo, porque sin su guía y fortaleza, este camino no hubiera sido posible.

A nuestra amada hija, Luz Irene, motivo de cada uno de nuestros pasos. Eres la inspiración que nos impulsa a ser mejores cada día y el recordatorio constante de que todo esfuerzo vale la pena. Este trabajo está dedicado a ti, para que algún día sepas que los sueños se alcanzan con disciplina, valentía y mucho corazón.

A todas las personas que nos brindaron su apoyo durante la realización de este trabajo: familiares, amigos, docentes y compañeros. Cada palabra de aliento, cada consejo y cada gesto de colaboración aportaron al desarrollo de esta investigación. Nuestra gratitud es profunda y sincera; este proyecto también lleva una parte de cada uno de ustedes.

AGRADECIMIENTOS

A nuestro asesor, Mgt. Wilber Eulogio Pinares Gamarra, por su distinguida guía, paciencia y rigor científico, virtudes esenciales que hicieron posible la culminación de esta investigación.

A los honorables miembros del jurado, por su valioso tiempo y por las observaciones constructivas que enriquecieron con excelencia el presente trabajo.

A la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco y al programa Yachayninchis Wiñarinpapaq, por el financiamiento institucional otorgado, pilar fundamental para la ejecución de este proyecto.

A nuestros padres, por su amor incondicional, sus sacrificios y por ser el cimiento ético y moral sobre el cual edificamos nuestro futuro profesional.

Finalmente, nos agradecemos mutuamente. Compartir las aulas, la investigación y la vida misma transformó este desafío académico en un testimonio de complicidad, apoyo incondicional y éxito compartido.

CONTENIDO

RESUMEN	xv
ABSTRACT.....	xvi
INTRODUCCIÓN	xvii
CAPÍTULO I GENERALIDADES	1
1.1. Planteamiento del problema	1
1.2. Formulación del problema.....	2
1.2.1. Problema General	2
1.2.2. Problemas Específicos.....	2
1.3. Justificación e importancia	2
1.4. Objetivos.....	3
1.4.1. Objetivo General	3
1.4.2. Objetivos Específicos.....	3
CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO	4
2.1. Antecedentes.....	4
2.1.1. Antecedentes a nivel Nacional	4
2.1.2. Antecedentes a nivel Internacional	6
2.2. Marco teórico.....	12
2.2.1. Proceso de fermentación	12
2.2.2. Yogurt	15
2.2.3. Sistema de control	18
2.2.4. Comportamiento de sistemas en lazo abierto y lazo cerrado	21
2.2.5. Modelos matemáticos para control de procesos.....	24

2.2.6. Identificación de Sistemas.....	34
2.2.7. Métodos de sintonización del controlador.....	35
CAPÍTULO III MATERIALES Y MÉTODOS	40
3.1. Tipo de investigación.....	40
3.2. Definición de variables.....	40
3.2.1. Variables en el control de procesos.....	40
3.2.2. Variables del proceso	41
3.3. Materiales	42
3.3.1. Equipos, componentes de control, instrumentos e insumos	42
3.3.2. Características del sistema de fermentación.....	44
3.3.3. Sistema de circulación de fluidos.....	47
3.4. Métodos	47
3.4.1. Implementación del prototipo	47
3.4.2. Obtención del modelo dinámico	53
3.4.3. Sintonización del controlador PID	56
3.4.4. Aplicación de la sintonía en lazo cerrado.....	57
3.4.5. Monitoreo del pH y % de acidez durante la fermentación del yogurt.....	58
CAPÍTULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN	62
4.1. Equipo e instrumentación del sistema de control.	62
4.1.1. Equipo construido	62
4.1.2. Captación de datos y monitoreo en tiempo real	65
4.2. Modelo matemático	66

4.2.1. Prueba del sistema en agua.....	66
4.2.2. Identificación del sistema.....	66
4.2.3. Prueba del sistema con leche.....	68
4.2.4. Evaluación factorial de los efectos sobre las respuestas dinámicas	70
4.2.5. Discusión del comportamiento dinámico del biorreactor.....	75
4.3. Sintonía del controlador PID	77
4.3.1. Sintonización del agua	77
4.3.2. Sintonización de la leche.....	81
4.4. Aplicación de la sintonía en el controlador	82
4.4.1. Control en tiempo real en todo el proceso de fermentación de yogurt.....	82
4.4.2. Discusión de sintonización y estabilidad del controlador PID	85
4.5. Variación del pH y del porcentaje de acidez en la fermentación.....	86
4.5.1. Monitoreo del pH en el proceso de fermentación	86
4.5.2. Modelamiento dinámico del pH durante la fermentación	88
4.5.3. Análisis de comportamiento entre pH y % acidez	91
4.5.4. Estimación de un modelo de correlación entre % de acidez y pH	92
CONCLUSIONES	95
RECOMENDACIONES	96
REFERENCIAS.....	97
APÉNDICES	102
ANEXOS	134

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Partes de un fermentador	14
Tabla 2 Composición del yogurt.....	15
Tabla 3 Parámetros dinámicos del modelo de caja blanca.....	30
Tabla 4 Ecuaciones para los controladores de ZN	36
Tabla 5 Ecuaciones de IMC	37
Tabla 6 Ecuaciones de Cohen - Coon	38
Tabla 7 Ecuaciones de Chien-Hrones-Reswick	38
Tabla 8 Comparación de los métodos de sintonización	39
Tabla 9 Matriz de operacionalización de variables del sistema de control	41
Tabla 10 Formulación base para la elaboración de yogurt.....	44
Tabla 11 Verificación del sensor de temperatura.....	53
Tabla 12 Calibración del sensor de pH	53
Tabla 13 Factores y niveles del diseño factorial 2^3	55
Tabla 14 Matriz del Diseño Experimental 2^3	56
Tabla 15 Parámetros de los modelos evaluados con agua	67
Tabla 16. Identificación del modelo dinámico con leche.....	69
Tabla 17 Resumen de parámetros dinámicos (FOPDT) por corrida.....	70
Tabla 18 Análisis de Varianza de K vs. T, Q, A.....	71
Tabla 19 Resumen del modelo y análisis de error para la ganancia del sistema.....	72
Tabla 20 Análisis de Varianza de τ vs. T, Q, A.....	73
Tabla 21 Análisis de Varianza theta vs. T, Q, A.....	74
Tabla 22 Parámetros de sintonización del controlador PID.....	77
Tabla 23 Parámetros de sintonización del controlador	81
Tabla 24 Desempeño del controlador	84
Tabla 25 Evolución Temporal de pH y Acidez Titulable durante la fermentación	87

Tabla 26	Resumen del modelo de regresión	93
Tabla 27	Análisis de Varianza del modelo	93
Tabla 28	Matriz de Consistencia.....	102
Tabla 29	Parámetros de los modelos de validación evaluados con agua	114
Tabla 30	Factores y niveles del diseño factorial	115
Tabla 31	Ziegler Nicol	115
Tabla 32	Cohen Coon	115
Tabla 33	IMC	116
Tabla 34	CHR	116
Tabla 35	Datos mapeados de las conexiones eléctricas y electrónicas	117
Tabla 36	Librerías utilizadas en Arduino.....	119
Tabla 37	Sólidos Totales (%).....	127
Tabla 38	Densidad de la leche experimental.....	128

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Desarrollo del % de acidez del yogurt.....	13
Figura 2 Diagrama de bloques del proceso de elaboración de yogurt	17
Figura 3 Sensor de Temperatura DS18B20	19
Figura 4 Escala de pH.....	20
Figura 5 Sensor de PH-4502C	20
Figura 6 Lazo Abierto.....	21
Figura 7 Lazo cerrado	22
Figura 8 Procedimiento de caja blanca	31
Figura 9 Procedimiento para la identificación de sistemas.....	34
Figura 10 Vistas bidimensionales del reactor y los servicios de agua	44
Figura 11 Configuración del prototipo de fermentación.....	45
Figura 12 Vista interna de la configuración del prototipo de fermentación	46
Figura 13 Diagrama de flujo del proceso de elaboración de yogurt	49
Figura 14 Diagrama P&ID del sistema de fermentación	51
Figura 15 Procedimiento del análisis volumétrico.....	60
Figura 16 Procedimiento para la correlación de las variables	61
Figura 17 Esquema de conexión del sistema de control	64
Figura 18 Interfaz de visualización en LCD de los parámetros operativos y modos de control..	65
Figura 19 Curva de calentamiento y enfriamiento de prueba con agua.....	66
Figura 20 Comportamiento dinámico del agua.....	68
Figura 21 Comportamiento dinámico de la leche	69
Figura 22 Gráfica de probabilidad normal de tau	74
Figura 23 Control de temperatura del reactor con PID ZN.....	78
Figura 24 Control de temperatura del reactor con PID IMC	79
Figura 25 Control de temperatura del reactor con PID CHR.....	79

Figura 26 Control de temperatura del reactor con PID IMC ajustado	80
Figura 27 Comportamiento dinámico de la leche y el yogurt.....	81
Figura 28 Control de temperatura con un set point de 43°C.....	82
Figura 29 Respuesta experimental del sistema	83
Figura 30 Comportamiento dinámico de la temperatura del proceso y del tanque de calentamiento	85
Figura 31 Comportamiento del pH durante la fermentación	87
Figura 32 Identificación de sistema de la primera etapa de cambio de pH.....	89
Figura 33 Identificación de sistema de la segunda etapa de cambio de pH.....	90
Figura 34 Yogurt.....	91
Figura 35 Comportamiento de pH y acidez a través de la fermentación	91
Figura 36 Seguimiento de ácido láctico a 43°C.....	92
Figura 37 Gráfica de línea ajustada acidez vs. pH.....	93
Figura 38 Sistema de Control implementado.....	120
Figura 39 Vista interna del biorreactor	120
Figura 40 Vista del tablero eléctrico operativo.....	121
Figura 41 Vista parte interna del tablero eléctrico.....	121
Figura 42 Fuentes de conexión de 220V AC a 5 V DC.....	122
Figura 43 Válvulas.....	122
Figura 44 Uniones.....	123
Figura 45 Bomba	123
Figura 46 Balanza	124
Figura 47 Instrumentos de laboratorio	124
Figura 48 Sensor de temperatura	125
Figura 49 Sensor de pH	125
Figura 50 Insumos químicos.....	126

Figura 51	Verificación del pH con buffer.....	126
Figura 52	Secado en estufa de leche cruda	127
Figura 53	Análisis de °Brix de la leche	128
Figura 54	Comparación de pesos en picnómetro	128
Figura 55	Análisis de reductasa a temperatura constante	129
Figura 56	Prueba de Leche y alcohol.....	129
Figura 57	°Brix del yogurt.....	130
Figura 58	pH del yogurt.....	130
Figura 59	Preparación de lote de yogurt.....	130
Figura 60	Control del proceso	131
Figura 61	Monitoreo del proceso.....	131
Figura 62	Titulación de acidez.....	132
Figura 63	Sistema implementado	132
Figura 64	Monitoreo con pHmetro externo	133
Figura 65	Equipo de trabajo.....	133

NOMENCLATURA

Símbolos y variables

1. Símbolos y variables del proceso y modelos dinámicos

Símbolo	Descripción	Unidad
(t)	Tiempo	s o min
$(y(t))$	Variable de salida del proceso	—
$(u(t))$	Variable de entrada del proceso	—
(y_{ss})	Valor de la salida en estado estacionario	—
(Δy_{ss})	Cambio de la salida en estado estacionario	—
(Δu)	Cambio aplicado a la variable de entrada	—
$\Delta T(t)$	Desviación de la temperatura	°C
$T(t)$	Temperatura del proceso en el tiempo	°C
(K)	Ganancia estática del proceso	—
(τ)	Constante de tiempo del sistema	s o min
(τ_1)	Primera constante de tiempo del sistema	s o min
(τ_2)	Segunda constante de tiempo del sistema	s o min
(θ)	Tiempo muerto o retardo del proceso	s o min
(ω_n)	Frecuencia natural del sistema	rad/s
(ζ)	Factor de amortiguamiento	—
$(G(s))$	Función de transferencia del sistema	—
(s)	Variable compleja del dominio de Laplace	s ⁻¹
(e)	Base del logaritmo natural	—

2. Variables y parámetros de controladores

Símbolo	Descripción	Unidad
$(p(t))$	Salida del controlador	—
$(\bar{p})$	Valor de sesgo del controlador	—
$(p'(t))$	Variable de desviación de la salida	—
$(e(t))$	Señal de error	—
$(E(s))$	Transformada de Laplace de la señal de error	—
$(P'(s))$	Transformada de Laplace de la salida en desviación	—
(K_c)	Ganancia del controlador	—
(K_p)	Ganancia proporcional	—
(K_I)	Ganancia integral	s^{-1}
(K_D)	Ganancia derivativa	s
(τ_I)	Tiempo integral	s o min
(τ_D)	Tiempo derivativo	s o min
(T_i)	Tiempo integral del controlador	s o min
(T_d)	Tiempo derivativo del controlador	s o min

3. Parámetros estadísticos

Símbolo	Descripción	Unidad
(r)	Coeficiente de correlación de Pearson	—
(R^2)	Coeficiente de determinación	—
(y_i)	Valor de la variable (y) en la observación (i)	—
(S)	Suma de los errores cuadrados	—

4. Operadores matemáticos

Símbolo / Expresión	Descripción
dy/dt	Derivada de primer orden respecto al tiempo
d^2y/dt^2	Derivada de segundo orden respecto al tiempo
$(\int_0^t e(t)dt)$	Integral temporal de la señal de error
(Σ)	Operador de sumatoria
$(\sqrt{})$	Operador raíz cuadrada
(Δ)	Variación o incremento de una variable

Abreviaturas y siglas

Sigla	Significado
PID	Control Proporcional–Integral–Derivativo
PI	Control Proporcional–Integral
P	Control Proporcional
IMC	Internal Model Control
ZN	Ziegler–Nichols
CHR	Chien–Hrones–Reswick
FOPDT	First Order Plus Dead Time
SOPDT	Second Order Plus Dead Time

RESUMEN

Esta investigación implementó un sistema de control de temperatura para la fermentación de yogurt en tiempo real, mitigando la variabilidad en la calidad del producto final generado por equipos artesanales. Se empleó un prototipo de 1.5 L con sensores calibrados de temperatura y pH. Los datos experimentales permitieron determinar la función de transferencia mediante identificación de sistemas, el modelo dinámico del proceso fue de primer orden con tiempo muerto, caracterizado por una ganancia $K = 0.997$, constante de tiempo $\tau = 347.5$ s y tiempo muerto $\theta = 49.42$ s.

Este modelo permitió sintonizar el controlador PID utilizando parámetros de $K_p = 2.588$, $K_i = 0.00068$ y $K_d = 10.3$. Bajo condiciones controladas a 43°C, el tiempo de fermentación fue de 5.5 horas con una desviación respecto al set point de ± 0.20 °C.

Asimismo, se monitoreó la acidez, alcanzando 0.68 % de ácido láctico en el yogurt, y se observó una correlación lineal entre la acidez titulable y el pH, donde la $Acidez = 1,859 - 0,2620 \text{ pH}$, con un $R^2 = 98.55\%$.

El sistema desarrollado demostró ser efectivo para mejorar la estabilidad de la temperatura del proceso de fermentación y la uniformidad del producto, constituyendo un aporte para el estudio de procesos fermentativos en el ámbito académico e industrial.

Palabras clave: *Fermentación, Yogurt, Control, Modelo dinámico, Identificación de sistemas.*

ABSTRACT

This research implemented a real-time temperature control system for yogurt fermentation, mitigating product quality variability associated with artisanal equipment. A 1.5 L prototype equipped with calibrated temperature and pH sensors was used. Experimental data enabled the determination of the transfer function via system identification; the process's dynamic model was a first-order model with dead time, characterized by a gain $K = 0.997$, a time constant $\tau = 347.5 \text{ s}$, and a dead time $\theta = 49.42 \text{ s}$.

This model facilitated the tuning of the PID controller, utilizing the parameters $K_p = 2.588$, $K_i = 0.00068$, and $K_d = 10.3$. Under controlled conditions at 43°C , the fermentation time was 5.5 hours, with a deviation from the set point of $\pm 0.20^\circ\text{C}$.

Additionally, acidity was monitored, reaching 0.68% lactic acid in the yogurt; a linear correlation was observed between titratable acidity and pH, expressed as $\text{Acidity} = 1.859 - 0.2620 \text{ pH}$, with an R^2 of 98.55%.

The developed system proved effective in improving temperature stability during fermentation and ensuring product uniformity, thereby contributing to the study of fermentation processes in both academic and industrial contexts.

Keywords: Fermentation, Yogurt, Control, Dynamic model, System identification.

INTRODUCCIÓN

La fermentación es una operación fundamental en la industria alimentaria y se desarrolla por lo general en equipos especializados como los biorreactores, diseñados para operar bajo condiciones específicas de presión y temperatura, de acuerdo con los procesos unitarios involucrados. En la industria láctea, la fermentación de la lactosa presente en la leche es un proceso dependiente de la temperatura, ya que esta regula la actividad de los cultivos iniciadores y determina la velocidad de acidificación, reflejada en la disminución del pH.

La producción artesanal de yogurt en entornos locales presenta deficiencias críticas en la estandarización de sus parámetros fisicoquímicos. Al respecto, Arriaga y Gonzalo (2024) evidenciaron que el 90% de los productos comercializados en mercados locales del Cusco no cumplen con los rangos de acidez establecidos por la norma técnica, lo que refleja una falta de control en el proceso de elaboración de yogurt. Estas desviaciones subrayan la urgencia de adoptar herramientas de monitoreo y control de la temperatura en el proceso para garantizar la estabilidad y la inocuidad del producto final.

La falta de equipos accesibles que permitan monitoreo y control de temperatura en tiempo real restringe la estandarización del proceso y dificulta el análisis de su comportamiento dinámico, así como el desarrollo de estrategias de control que mitiguen la influencia de perturbaciones externas. En respuesta a esta problemática, la presente investigación propone la implementación de un sistema de control de temperatura en un prototipo de biorreactor enchaquetado destinado a la producción de yogurt batido. La incorporación de automatización busca mejorar la uniformidad entre lotes y generar información cuantitativa confiable para la modelación y evaluación del proceso fermentativo.

El modelado de caja negra permite obtener una representación matemática del comportamiento dinámico del sistema a partir de datos experimentales de entrada y salida. Este enfoque integra de forma global la tendencia del comportamiento de la leche.

CAPÍTULO I GENERALIDADES

1.1. Planteamiento del problema

En el proceso de fermentación de yogurt, los pequeños productores de la región del Cusco emplean equipos artesanales que no permiten un control adecuado de la temperatura del sistema. Esta condición genera variaciones durante la fermentación, provocando fluctuaciones en variables del proceso como el pH y la acidez titulable, lo que afecta la uniformidad y reproducibilidad del producto final.

Estudios sobre yogurt artesanal en la región del Cusco han reportado desviaciones fisicoquímicas significativas entre muestras comercializadas en mercados locales, evidenciando diferencias en parámetros como pH, acidez y composición del producto, asociadas a deficiencias en las condiciones de procesamiento (Arriaga y Gonzalo, 2024). Estas variaciones reflejan la limitada capacidad de estandarización presente en procesos artesanales de fermentación.

Asimismo, la regulación de la temperatura depende principalmente de la intervención del operador, lo que incrementa la variabilidad y limita la estabilidad del proceso. La ausencia de monitoreo y control automático en tiempo real dificulta mantener condiciones térmicas constantes durante la fermentación, afectando el desempeño dinámico del sistema y la calidad del yogurt obtenido (Ray *et al.*, 2026).

En este contexto, resulta necesario implementar un sistema de control de temperatura en tiempo real que permita regular automáticamente el proceso de fermentación de yogurt. Para ello, es necesario obtener un modelo dinámico representativo del sistema mediante identificación de sistemas a partir de datos experimentales, permitiendo posteriormente el diseño y sintonización de un controlador PID orientado a mejorar la estabilidad de la temperatura del proceso.

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema General

¿Cómo influirá la implementación de un sistema de control PID en la estabilidad de temperatura del proceso de fermentación de yogurt en tiempo real?

1.2.2. Problemas Específicos

¿Cuál es el modelo dinámico representativo del sistema de fermentación de yogurt a partir de datos experimentales?

¿Cuál es el método de sintonía idóneo para el controlador PID basado en el modelo dinámico del sistema de fermentación?

¿Cuál es el efecto de aplicar la sintonía del controlador al proceso en lazo cerrado sobre el desempeño dinámico y la estabilidad del sistema?

¿Cuál es el comportamiento del pH y la acidez titulable (en términos de ácido láctico) durante la fermentación de yogurt bajo un sistema de control de temperatura?

1.3. Justificación e importancia

Los equipos de fermentación artesanales provocan una falta de uniformidad en los lotes de producción. Ante esto, la implementación de un sistema de control de temperatura en tiempo real para un biorreactor de yogurt permitirá obtener productos con calidad homogénea. La estabilización de la temperatura evitará fluctuaciones en los parámetros como pH, y acidez, permitiendo la eficiencia del proceso (Mejia, 2021).

Desde el punto de vista tecnológico, el presente proyecto aplica técnicas de control de procesos al sistema de fermentación de yogurt, superando las limitaciones del método artesanal. Esta propuesta se alinea con la investigación de Ray *et al.* (2026), quienes resaltan la importancia de implementar sistemas automatizados de monitoreo y supervisión en tiempo real para mejorar la estabilidad y calidad del proceso fermentativo. Asimismo, los autores evidencian que las variaciones de temperatura influyen significativamente en la cinética fermentativa y en la evolución

del pH durante la producción de yogurt. Por lo tanto, resulta necesario desarrollar sistemas de control térmico capaces de mantener condiciones operativas estables dentro del biorreactor.

En el ámbito social, los pequeños productores podrán mejorar los equipos de fermentación artesanales que presentan limitaciones en el control de la temperatura, lo que genera variabilidad en la calidad del yogurt producido. En este contexto, la implementación de un sistema de control automático en tiempo real busca mejorar la uniformidad del producto y favorecer la estandarización en procesos de producción a pequeña escala.

El control del proceso de producción genera tiempos más cortos y ahorros de energía, disminuyendo los costos y permitiendo un producto viable para todas las personas. Además, la mejora en la calidad del producto puede abrir nuevas oportunidades de mercado y aumentar la demanda; integrando el uso de las tecnologías de la actualidad para el desarrollo de la industria láctea en nuestra región y el país.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo General

Implementar un sistema de control PID de temperatura para el proceso de fermentación de yogurt en tiempo real.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Obtener un modelo dinámico representativo del sistema de fermentación de yogurt a partir de datos experimentales.
- Sintonizar un controlador PID basado en el modelo dinámico del sistema de fermentación.
- Aplicar la sintonía del controlador al proceso en lazo cerrado.
- Analizar el comportamiento del pH y la acidez titulable en términos de ácido láctico durante la fermentación de yogurt bajo un sistema de control de temperatura.

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes

2.1.1. Antecedentes a nivel Nacional

Flores y Tonconi (2012) construyeron un equipo multiproceso con el fin de sistematizar las etapas de fermentación, enfriamiento y batido de yogurt, para lo cual determinaron las características de operación del equipo; además, evaluaron los resultados obtenidos de la fermentación y el enfriamiento mediante un modelo matemático haciendo uso del diseño completamente al azar. Los autores diseñaron un equipo con una capacidad de 15 L, con una altura igual al diámetro de 27 cm, con un agitador tipo turbina de 4 palas planas. Se tomaron 4 pruebas en los tiempos de 2, 2.5, 3 y 5 minutos para la fermentación; de 5, 8, 11, 15 minutos para el enfriamiento. Como resultados, determinaron que para alcanzar una temperatura promedio de 44.67 °C en la fermentación, el equipo requería mantenerse encendido por 5 minutos; mientras que para lograr 4.67 °C en el enfriamiento, se necesitaban 15 min de operación. Asimismo, establecieron que el batido adecuado se obtenía por 30 min a una velocidad de 20 rpm. Los autores concluyen que la integración de sistemas térmicos y mecánicos en un equipo multiproceso facilita la sistematización del proceso productivo y permite realizar evaluaciones experimentales del comportamiento del yogurt bajo distintas condiciones operativas. Este antecedente es de vital importancia para el presente estudio, ya que la velocidad de agitación de 20 rpm establecida por los autores se tomará como parámetro de referencia para el diseño y calibración del sistema de batido, garantizando así la homogeneidad del producto sin romper la estructura del coágulo del yogurt.

Pacco (2022) simuló el control de temperatura en cada etapa del proceso de fabricación de yogurt, incluyendo la pasteurización (80 - 85 °C), enfriamiento (45 °C), fermentación (40 - 43 °C) y el almacenamiento (5 - 10 °C), utilizando el software LabVIEW v20. La metodología fue de tipo aplicada, basada en simulación computacional, en la cual se simularon las etapas del proceso

productivo controlando los rangos de temperatura mediante una interfaz usuario que incorporó termómetros virtuales, indicadores gráficos, diodos LED, un dial de ajuste de velocidad y botón de parada en el panel frontal. Posteriormente, se realizaron los experimentos de control de temperatura con una temperatura de consigna de 40 – 43 °C en el proceso de fermentación. Como resultado, los datos obtenidos del proceso permitieron el análisis gráfico y numérico, demostrando la efectividad del control. En conclusión, el uso de LabVIEW permite mejorar el control de temperatura del proceso de producción de yogurt, especialmente en la etapa de fermentación. Este trabajo sirve como base para la presente investigación, debido a que el rango de 40 - 43 °C se adoptará como la temperatura de consigna para la programación del lazo de control durante la etapa de fermentación.

Arriaga y Gonzalo (2024) describieron las características de control de calidad del yogurt, a través del análisis de muestras recolectadas siguiendo el procedimiento de la norma técnica peruana NTP 202.092 – 2014. Los autores obtuvieron valores medios de acidez expresada en porcentaje de masa (m/m) de ácido láctico de 0.501%, 0.571%, 0.534%, 0.576%, 0.483%, en los mercados de San Pedro, Rosaspata, Casccaparo, Huancaro y Molino II, respectivamente. Estos resultados evidenciaron un incumplimiento de la acidez valorable expresada como % de ácido láctico, la cual debe tener un mínimo de 0.6 g/100g de yogurt entero; además, se encontró variaciones en las propiedades fisicoquímicas y microbiológicas entre los mercados analizados en comparación con la norma de Ministerio de Desarrollo Agrario y Riego (MINAGRI). Los autores concluyeron que la calidad de estos productos puede variar significativamente, lo que resalta la importancia de un control de calidad exhaustivo para garantizar la inocuidad, siendo la acidez un indicador clave del producto final. Esta investigación justifica el presente trabajo, ya que evidencia que el yogurt local no cumple con la acidez normativa, parámetro que se medirá en este estudio para validar el producto.

Salas (2017) diseñó un sistema de control de temperatura con el software LabVIEW, para lo cual adquirió los datos de temperatura con una precisión de 0.5 °C, y de flujo con un error de $\pm 8 \text{ L/h}$, identificó la dinámica del sistema e implementó los controladores P, PI, PID utilizando

3 pruebas de temperatura con valores de consigna de 19, 20 y 21 °C, para su posterior sintonización y finalmente su control y supervisión del proceso de intercambio de calor, mediante una interfaz usuario. Concluyó que el modelo del proceso en el dominio de Laplace del intercambiador de calor es de Primer Orden Más Tiempo Muerto (POMTM), con un valor de ajuste de 92.81%, y los parámetros del modelo son: $K_p = 165.17$, $\tau_p = 9.4385$ y $t_d = 5.584$ y se ajustan en el rango de 17.5 °C hasta 22.5 °C con un flujo de agua de calentamiento de 0 a 0.0286 L/s.

Zegarra (2018) rediseñó un fermentador cilindro-cónico mediante el código ASME para calcular el espesor del recipiente; desarrolló y simuló un sistema de control de temperatura basado en un controlador PID considerando los fenómenos térmicos involucrados en el proceso de fermentación. Se desarrolló el modelamiento del sistema térmico del fermentador, considerando la transferencia de calor entre el fluido de fermentación y la chaqueta de enfriamiento. A partir de este modelo, se diseñó un controlador PID, cuyos parámetros fueron obtenidos mediante técnicas de análisis en el dominio del tiempo y simulados en MATLAB/Simulink para evaluar su desempeño dinámico. Los resultados mostraron que el sistema de control implementado permite regular la temperatura del proceso de fermentación dentro de rangos establecidos, evidenciando un comportamiento estable frente a cambios en el punto de consigna (14 °C y 16 °C). Asimismo, se logró validar el diseño mecánico del fermentador para una capacidad de 500 litros por lote, garantizando condiciones seguras de operación.

El estudio concluye que la integración del diseño estructural del fermentador con un sistema de control automático de temperatura mejora la estabilidad del proceso fermentativo, contribuyendo a una producción más eficiente y controlada en la industria cervecera artesanal.

2.1.2. Antecedentes a nivel Internacional

Gonzales (2006) estableció una curva de acidificación del yogurt, determinando la relación entre la acidez del yogur con el tiempo de incubación y evaluó el efecto de la temperatura sobre dicho proceso. Analizó la acidificación de la leche mediante pruebas de titulación en los tiempos de incubación (0, 1, 2, 2.5, 4.5, 7.5, 9.5, 11.5, 13.5, 15.5 y 17.5 horas después de la inoculación),

como variable dependiente la acidez titulable expresada en porcentaje de ácido láctico (ATECAL), y como covariable la temperatura de incubación. Se formuló una ecuación de regresión lineal múltiple: $y = 0.96 + 0.034 t - 0.015 T$, con un $R^2 = 0.8875$. La validación del modelo mediante prueba t mostró que no existen diferencias significativas entre valores observados y pronosticados ($P < 0.05$), lo que confirmó la capacidad predictiva de la ecuación bajo condiciones controladas. El estudio permitió establecer una herramienta matemática para predecir la acidez del yogur en función del tiempo y la temperatura, constituyendo un aporte relevante para el control y estandarización del proceso.

Camacho (2016) optimizó y modeló cinéticamente el proceso de fermentación del yogurt mediante el análisis fisicoquímico de la fermentación láctica, con el propósito de mejorar la estabilidad del producto y el comportamiento del proceso durante la producción industrial. El autor midió los parámetros de lactosa, grasa, sólidos no grasos, nitrógeno y sinéresis, obteniendo valores promedio de 5.3 %, 4.49 %, 9.90 %, 3.70 % y 58.46 %, respectivamente. Asimismo, propuso un sistema de control de impurezas junto con un variador de frecuencia para la agitación del fermentador. Finalmente, determinó el modelo cinético para la fermentación láctica, obteniendo un valor de concentración final de ácido láctico del 23.63%, un rendimiento observado de sustrato en producto de 45% y una productividad volumétrica de 93.3%. Este estudio sirve como referente para la presente investigación, ya que su gráfica de acidez en función del tiempo se utilizó para comparar y contrastar la tendencia y el comportamiento experimental de la curva de acidificación obtenida en el reactor.

Chávez (2018) diseñó un reactor tipo batch para la elaboración de yogurt según a la demanda del mercado. Para ello, realizó pruebas utilizando 2 L de leche y obtuvo curvas de acidificación a las temperaturas de fermentación: 35 °C, 41 °C, 43 °C, 45 °C, 47 °C; determinando que la temperatura óptima de fermentación es de 43 °C. Asimismo, estableció el uso del agitador de paletas planas e inclinadas a 45°, con una velocidad de agitación de 90 rpm, condiciones bajo las cuales se obtuvo un yogurt con un pH de 4 en un tiempo aproximado de 6 horas. Este estudio

sirve como referente para la presente investigación, ya que valida técnicamente la selección de los 43 °C como la temperatura óptima de consigna para el proceso de fermentación.

Kumar (2021) caracterizó el proceso de fermentación durante la elaboración de yogurt estilo griego mediante el análisis de los perfiles de temperatura, pH y acidez durante las etapas de calentamiento, incubación y enfriamiento, con la finalidad de optimizar las condiciones de proceso y mejorar la calidad del producto final. Para ello, diseñó un sistema batch de elaboración de yogurt con capacidad de 5 kg, evaluando velocidades de calentamiento de 3, 4 y 5 °C/min y velocidades de agitación de 50, 60 y 70 rpm. Los resultados mostraron que las condiciones óptimas son una velocidad de calentamiento de 5 °C/min y una velocidad de agitación de 70 rpm, alcanzando una deseabilidad de 66.2 %.

Asimismo, se evaluaron cuatro métodos de calentamiento del sistema: con placa base y con agitador, con placa base y sin agitador, sin placa base y con agitador, y sin placa base y sin agitador. El tratamiento T3 (sin placa base y con agitador) presentó el mejor desempeño, alcanzando una deseabilidad de 83,01 %, debido a que mostró menores gradientes de temperatura y un mejor control térmico durante la incubación. Durante esta etapa, realizada a 42 ± 2 °C durante 6 horas, se observó una disminución progresiva del pH de 6.6 a 4.6 y un incremento de la acidez de 0.24 a 0.68 % de ácido láctico, comportamiento característico de la fermentación láctica.

Además, el estudio señala que el monitoreo del pH, la temperatura, la viscosidad y el tiempo de incubación es importante durante el proceso de fermentación, debido a que estas variables influyen directamente en la calidad final del yogurt y en sus propiedades fisicoquímicas y reológicas. El aporte de esta investigación para la presente tesis radica en evidenciar la importancia del monitoreo y control de variables críticas, especialmente la temperatura durante la fermentación, debido a su influencia sobre la estabilidad del proceso y la calidad final del yogurt.

Quispe (2023) diseñó un reactor a escala de laboratorio para la fermentación de yogurt, incorporando un sistema de control de temperatura basado en un controlador PID. El estudio incluyó la implementación de un sistema de calentamiento por resistencias eléctricas (500 y 1000

W) y el modelado dinámico mediante una función de transferencia de primer orden, sintonizando el controlador PID con los métodos de Ziegler-Nichols y Cohen-Coon. Además, analizó la cinética de fermentación del yogurt a 36 °C, 41 °C y 44 °C empleando análisis volumétrico para determinar la concentración de ácido láctico, ajustando los datos experimentales con un modelo cinético de primer orden y la ecuación de Arrhenius. Los resultados evidenciaron que el método de Ziegler-Nichols mostro la mejor respuesta temporal. Asimismo, se determinó que la fermentación óptima ocurrió entre 41 °C y 44 °C, alcanzando un pH final de 4.5 a 4.6.

El autor concluyó que la implementación de un sistema de control PID en un reactor batch regula eficazmente la temperatura durante la fermentación del yogurt, debido a que permite mantener condiciones óptimas de operación, mejorar la estabilidad del proceso y favorecer la reproducibilidad del producto final.

Nurazis *et al.* (2025) mejoraron el diseño de una incubadora de yogur de 15 L controlada mediante un microcontrolador ESP32. Los autores integraron sensores DS18B20 para la medición térmica y una sonda pH-4502C, programados en Arduino IDE para la adquisición de datos en tiempo real. Se realizaron pruebas de funcionamiento durante ocho horas, aplicando un análisis estadístico con desviación estándar y una prueba *t* de muestras pareadas para contrastar el sensor con un termómetro convencional. Los resultados demostraron que el sistema mantuvo un control estable entre 40 °C y 45 °C, registrando diferencias de 0.34 a 0.99 °C con un error inferior al 1%, lo que evidenció una adecuada precisión. Además, el monitoreo del pH mostró una disminución progresiva dentro del rango óptimo de 4.2 a 4.4, reduciendo el tiempo de producción de 12 a 8 horas sin afectar la calidad sensorial. Los autores concluyeron que la incorporación de instrumentación electrónica optimiza el control de variables críticas durante la fermentación.

Putri *et al.* (2024) diseñaron e implementaron un sistema de control de temperatura para la fermentación de yogurt utilizando un controlador PID sintonizado mediante el método de Ziegler-Nichols. El sistema incorporó un sensor PT100 para la medición de temperatura, un sensor de pH 4502C para el monitoreo de la acidez, un calentador eléctrico de 500 W regulado mediante AC

Dimmer y un microcontrolador Arduino Uno R3. Con los parámetros finales del controlador $K_p = 13.69$, $K_i = 0.093$ y $K_d = 83.28$, el sistema alcanzó un tiempo de subida de 169 s, un tiempo de establecimiento de 310 s y un sobreimpulso máximo de 4.71 % a un setpoint de 45 °C. Bajo estas condiciones, la fermentación produjo un yogurt con pH final de 4.54, textura suave y espesa, color blanco lechoso y características sensoriales típicas del producto. Los autores concluyeron que el controlador PID permitió mantener la temperatura de fermentación en condiciones adecuadas durante el proceso de fermentación.

Adeleke *et al.* (2025) desarrollaron un sistema para optimizar y automatizar el monitoreo del proceso de fermentación del *amasi*, un producto lácteo fermentado tradicional, mediante la integración de Internet de las Cosas (IoT) y modelos de aprendizaje automático para el seguimiento en tiempo real de variables críticas como el pH, la temperatura y la conductividad eléctrica (EC). En el estudio se elaboraron tres tipos de muestras de *amasi* (A, B y C). La primera fue fermentada de forma natural, sin pasteurización ni inoculación; la segunda se preparó con leche pasteurizada; y la tercera se elaboró con leche pasteurizada inoculada con 0.4 g de cultivo de bacterias ácido lácticas (LAB) por cada 200 mL de leche. Las fermentaciones se realizaron a 25 °C, 27 °C y 32 °C, con el propósito de analizar el efecto de la temperatura sobre el proceso. La acidez del producto se evaluó mediante la medición del pH y de la acidez titulable total (TTA), parámetros empleados para determinar el avance de la fermentación.

El sistema de monitoreo se implementó sobre una arquitectura IoT basada en Raspberry Pi, encargada de recopilar datos provenientes de sensores de pH, temperatura y conductividad eléctrica, y transmitirlos a una plataforma digital para la supervisión y control en tiempo real. Asimismo, se analizó la relación entre la conductividad eléctrica (EC) y la acidez titulable total (TTA), considerando que la producción de ácido láctico durante la fermentación incrementa la concentración de iones en la leche y, en consecuencia, su conductividad eléctrica.

Para el análisis predictivo, se evaluaron diversos modelos de aprendizaje automático con el fin de estimar la acidez del producto durante la fermentación. Los resultados mostraron que la

red neuronal convolucional (CNN) presentó el mejor desempeño, con un coeficiente de determinación de $R^2 = 0.9475$ y un error cuadrático medio (MSE) de 0.0214. Le siguió la red neuronal *feedforward* (FNN), con $R^2 = 0.9374$ y $MSE = 0.0256$, mientras que el modelo Random Forest obtuvo $R^2 = 0.9242$ y $MSE = 0.0394$. Adicionalmente, se desarrolló un modelo para predecir el tiempo requerido para alcanzar un nivel específico de acidez, obteniendo un coeficiente de determinación de $R^2 = 0.98$ y un error absoluto medio aproximado de 144 minutos.

Finalmente, el sistema propuesto demostró que la integración de sensores IoT, modelos de aprendizaje automático y estrategias automatizadas de monitoreo mejora significativamente el seguimiento y la predicción del proceso de fermentación.

Ray *et al.* (2026) desarrollaron un sistema inteligente de monitoreo y control predictivo en tiempo real para el proceso de fermentación de yogurt, integrando sensores de pH, temperatura, conductividad eléctrica y sólidos disueltos totales con herramientas de inteligencia artificial y adquisición de datos en tiempo real. El objetivo de la investigación fue mejorar el monitoreo y supervisión del proceso fermentativo mediante modelos predictivos capaces de estimar el comportamiento del pH durante la fermentación. La metodología consistió en implementar un sistema basado en Arduino y software desarrollado en MATLAB, además de evaluar diversos modelos de aprendizaje automático y aprendizaje profundo, tales como FFNN, GRU, LSTM, SVR y Transformer, utilizando como variables de entrada el tiempo de fermentación, TDS, conductividad eléctrica y porcentaje de grasa de la leche. Los resultados demostraron que el modelo FFNN N4 presentó el mejor desempeño predictivo, alcanzando un coeficiente de determinación de 0.999 y un RMSE de 0.079, permitiendo una predicción precisa del comportamiento del pH durante el proceso. Los autores concluyeron que el sistema desarrollado permitió optimizar el monitoreo fermentativo y mejorar la toma de decisiones mediante análisis predictivo en tiempo real.

El estudio se centró principalmente en supervisión y predicción del proceso, sin desarrollar estrategias de control automático basadas en modelado dinámico o controladores en lazo cerrado.

2.2. Marco teórico

2.2.1. Proceso de fermentación

Las fermentaciones son procesos bioquímicos donde una materia orgánica es transformada en nuevos productos por acción de microorganismos o enzimas. Su comportamiento depende de variables como la temperatura, disponibilidad de sustrato y la actividad biológica presente en el sistema. Estos procesos pueden clasificarse en: fermentaciones enzimáticas y fermentaciones microbianas, cada una con características y mecanismos propios. (Levenspiel, 2004)

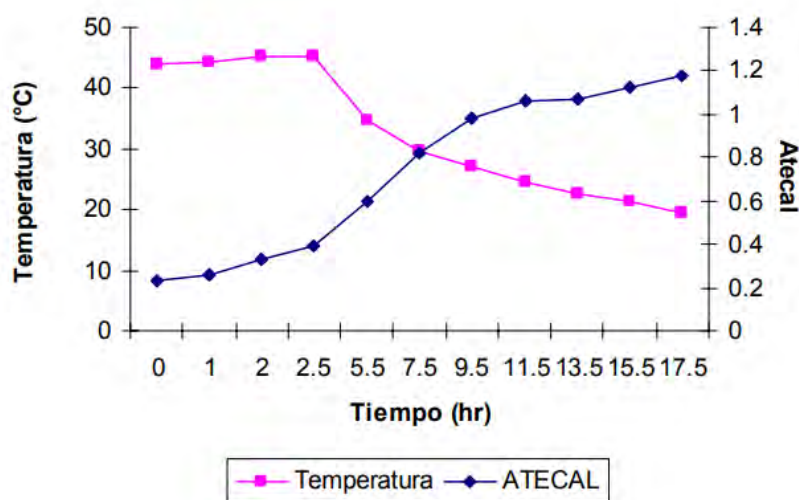
En los sistemas lácteos, la lactosa es el sustrato que viabiliza dos rutas metabólicas: la fermentación láctica y la fermentación lacto-alcohólica. La primera es la más relevante para la elaboración de yogurt, ya que las bacterias ácido lácticas transforman la lactosa en ácido láctico. Esta reacción reduce el pH y modifica las propiedades reológicas del producto. Por el contrario, la ruta lacto-alcohólica produce simultáneamente ácido láctico y compuestos alcohólicos, aunque es menos frecuente y depende de microorganismos específicos. (Pinto, 2015)

En la cinética de fermentación láctica se presentan dos regímenes: un metabolismo primario, donde ocurren las transformaciones de lactosa en ácido láctico; y un metabolismo secundario, en el cual se da la fermentación y término de las reacciones químicas, lo que produce el desarrollo de la textura final. (Trejo *et al.*, 2014)

Según Pinto (2015), durante la fermentación del yogurt, la bacteria *Streptococcus thermophilus* crece inicialmente hasta alcanzar el 95% de la población total del cultivo. Esto genera un pH ácido que favorece el crecimiento de los *Lactobacillus bulgaricus*. Con el tiempo, se estabilizan los niveles de población de ambos microorganismos, aunque al final de la fermentación suele predominar el número de estreptococos sobre el de bacilos. En la Figura 1 se muestra el desarrollo del porcentaje de acidez de los cultivos en acción combinada.

Figura 1

Desarrollo del % de acidez del yogurt



Nota. La figura 1 muestra el comportamiento dinámico de la acidez combinada. ATECAL representa el porcentaje de acidez equivalente en ácido láctico del yogurt. Tomado de *Establecimiento de una curva de acidificación del yogurt* Zamorano (p. 11), por Gonzales A. , 2006.

2.2.1.1. Biorreactor

Según Fogler (2008), “Un biorreactor es un reactor que sostiene y soporta la vida de células y cultivos de tejidos”. Este sistema consiste en un dispositivo mecánico o un recipiente en el que se suministran energía y nutrientes; además, permite controlar las condiciones de temperatura y presión para el óptimo crecimiento microbiano (Hernández-Ixta y González-Hernández, 2021).

En este tanque ocurre una reacción de naturaleza biológica, donde los microorganismos vivos son los principales agentes del proceso. En la fermentación del yogurt, las bacterias *Lactobacillus bulgaricus* y *Streptococcus thermophilus* son las responsables de transformar la lactosa en ácido láctico. Por lo tanto, este recipiente debe mantenerse bajo condiciones controladas de temperatura, tiempo y pH, garantizando una fermentación homogénea y reproducible.

Al-Rekabi y Rushdi (2025) señalan que los componentes básicos de un biorreactor incluyen la agitación, el control de espuma, el intercambio de gases con el organismo de producción, el volumen del espacio libre, los puertos de muestreo, el control de temperatura y pH,

el sistema de esterilización, y las líneas de carga y descarga del reactor. Estos equipos pueden variar ampliamente en tamaño, desde dispositivos de microescala hasta reactores industriales de gran volumen. La selección de los materiales de construcción es fundamental, ya que deben garantizar resistencia a la corrosión, compatibilidad con procesos de esterilización y seguridad del proceso; en este contexto, el vidrio y el acero inoxidable son los materiales más utilizados según la escala de operación.

En la Tabla 1, se muestran las partes de un fermentador y su función.

Tabla 1
Partes de un fermentador

Partes de Fermentador	Función
Impulsor (agitador)	Agitación continua del medio para asegurar la distribución del oxígeno a lo largo del sistema y prevenir que las células se depositen.
Difusor (aireador)	Introduce aire estéril u oxígeno en el medio para la fermentación aeróbica.
Deflectores (ruptor de vórtice)	Mejor mezcla al perturbar la formación del vórtice.
Sonda de temperatura	Medición y monitoreo de los cambios de temperatura del medio durante la fermentación.
Chaqueta de enfriamiento	Mantenimiento de la temperatura del proceso.
Sonda de pH	Evaluación y monitoreo del cambio de pH del medio.
Sonda de nivel	Medición del nivel del medio.
Sonda de espuma	Detección de la presencia de espuma.
Sistema de adición de Ácido	Neutraliza un ambiente básico y mantiene el nivel de pH.
Sistema de adición de Base	Neutraliza un ambiente ácido y mantiene el pH requerido.
Antiespumante	Para descomponer y prevenir la producción de espuma en el medio.
Punto de muestreo	Para muestreo durante el proceso.
Válvulas	Controlar y restringir el flujo de líquidos y gases.

Nota. Adaptado de “Fermentation Process and Bioreactor Design: Concepts, Types and Operational Factors”, por D. Al-Rekabi y S. Rushdi, 2025, *International Research Journal of Innovations in Engineering and Technology (IRJIET)*, 9(7), pp. 1-13.

2.2.2. Yogurt

El yogurt es un producto lácteo obtenido mediante la coagulación de la leche a partir de la fermentación láctica, llevada a cabo principalmente por dos bacterias específicas: *Lactobacillus bulgaricus* y *Streptococcus thermophilus*, cuyo metabolismo transforma la lactosa en ácido láctico y genera los cambios de textura, aroma y sabor característicos del producto. Para que un alimento pueda denominarse yogurt, es indispensable que estas bacterias se encuentren vivas y en cantidades adecuadas al momento del consumo, estableciéndose un mínimo de 1×10^7 colonias por gramo o mililitro, según lo indicado por Babio *et al.* (2017). Esta concentración mínima garantiza tanto la estabilidad microbiológica como los beneficios tecnológicos y nutricionales asociados al producto (Babio *et al.*, 2017).

Respecto a las condiciones operacionales, Chávez (2018) evaluó el comportamiento del proceso de fermentación de yogurt monitorizando las variables de temperatura y pH, concluyendo que la temperatura óptima de fermentación es de 43 °C, con un pH final de 4 a 4.5.

En la Tabla 2, se muestra la composición de yogurt por cada 100 g.

Tabla 2
Composición del yogurt

Componentes	Cantidad (g)
Agua	87
Proteínas	3.88
Grasa	3.75
Hidratos de carbono	4.9
Minerales	0.47

Nota. Adaptado de *Postres lácteos (UF1285)* (p. 164), por Agyre Consulting y C.

Fernández, 2015, IC Editorial.

2.2.2.1. Tipos

La Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación (FAO) y la Organización Mundial de la Salud (OMS) clasifican los tipos de yogurt de la siguiente manera:

- Yogurt: contenido graso mínimo del 3%.
- Yogurt parcialmente desnatado: contenido graso entre 0.5 % y 3 %.
- Yogurt desnatado: contenido graso máximo del 0.5%.

Según su textura, se pueden clasificar en firme o compacta, cuya fermentación ocurre en los propios envases a comercializar, o batidos o líquidos, donde la fermentación se lleva a cabo en los tanques de fermentación. Por tanto, todo el proceso industrial es idéntico para ambos tipos de yogurt hasta el paso posterior al enfriamiento de la leche. (Pinto, 2015)

2.2.2.2. Procesamiento de Yogurt

El procesamiento comienza con el acondicionamiento térmico (pasteurización) de la leche. Este tratamiento destruye entre el 90 y el 99% de microorganismos patógenos y desactiva las enzimas que alteran el producto, sin alterar la composición, sabor, ni valor nutritivo y con ello conserva sus propiedades para evitar que existan microorganismos nocivos para el consumidor final. (Agyre Consulting y Fernández, 2015)

Posteriormente, la leche se enfría hasta alcanzar una temperatura entre 42 y 45 °C, este rango es el óptimo para el desarrollo de los cultivos iniciadores, las bacterias lácticas termófilas, principalmente *Streptococcus thermophilus* y *Lactobacillus bulgaricus* (Lee y Lucey, 2010).

“En la etapa de incubación, se inocula el cultivo láctico en una proporción que oscila entre el 1.5 % y el 3 %” (Pinto, 2015, pp. 104-109). Durante la fermentación, estos microorganismos transforman la lactosa en ácido láctico. Dicho proceso reduce el pH de la leche desde 6.8 hasta valores iguales o inferiores a 4.5, ocurriendo la formación del gel (coágulo) a un pH de entre 5.2 y 5.4 (Lee y Lucey, 2010).

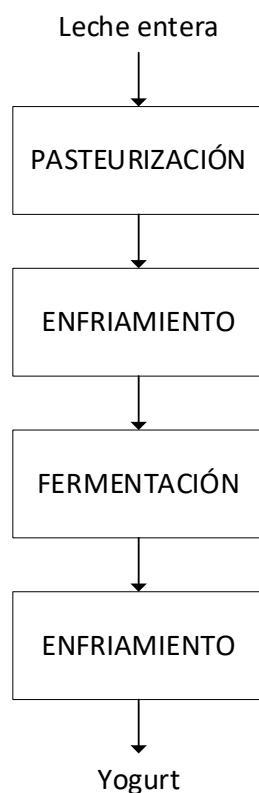
Al concluir esta etapa, “el yogurt contiene una población bacteriana de al menos 10^8 bacterias lácticas/g y una concentración de ácido láctico de 7 a 12 g/L” (Cortada y Rodriguez, 2009, p. 2).

Finalmente, tras alcanzar un pH de 4 a 4.5 y las demás características del producto, se enfría el yogurt a una temperatura de 4 °C, con el fin de parar la fermentación de la leche y evitar la sobreacidificación (Pinto, 2015).

En la Figura 2 se muestran las operaciones unitarias para la elaboración de yogurt natural, partiendo de leche entera y enfocándose en el proceso de fermentación de la leche.

Figura 2

Diagrama de bloques del proceso de elaboración de yogurt



Nota. Adaptado de Manual de Producción de Derivados Lácteos (p. 59), por Centro Ecológico de Promoción y Acción Social Norte, 2016; y de Tecnología de la leche : procesamiento, manufactura y análisis (p. 330), por A. Revilla, 1982.

2.2.3. Sistema de control

Es el conjunto de elementos como: el sensor-transmisor, controlador y el elemento final de control; que permiten controlar un proceso, con el fin de realizar tres operaciones básicas (medición, decisión y acción) que deben estar presentes en todo sistema de control. (Smith y Corripio, 2014)

El sistema de control se encarga de recibir las señales de los sensores, procesarlas y generar las acciones necesarias sobre los actuadores. En este proyecto, el microcontrolador Arduino cumple el papel de unidad central de control, actuando como el “corazón del sistema”. Este dispositivo interpreta las variables medidas y ejecuta algoritmos de control que permiten mantenerlas dentro de los rangos óptimos de fermentación, lo que facilita la implementación de sistemas de monitoreo y control automáticos en tiempo real a bajo costo.

2.2.3.1. Monitoreo o instrumentación de procesos

El monitoreo consiste en la observación, registro y verificación continua de las variables operativas de un sistema. Para cumplir con este objetivo se emplea la instrumentación, definida como el conjunto de estrategias y equipamientos orientados a medir, transmitir y regular los parámetros de interés en cada etapa de un proceso (Rodríguez, 2021). Entre estos elementos destacan los sensores, los cuales son dispositivos capaces de detectar variaciones en una magnitud física y transformarlas en señales eléctricas transducibles (Villegas *et al.*, 2008).

Los métodos de monitoreo han evolucionado desde el registro manual de datos hasta el almacenamiento digital en bases de datos en tiempo real. Este avance tecnológico ha permitido la integración de microcontroladores, sensores y actuadores para optimizar la precisión del sistema, constituyendo la base del control de procesos. El monitoreo y control que destacan son: el monitoreo y control manual, el monitoreo y control semiautomático, automático y, en los sistemas modernos, el monitoreo y control remoto o en red, que permite la supervisión desde dispositivos externos mediante tecnologías de comunicación.

2.2.3.2. Instrumentos

2.2.3.2.1. Sensor de temperatura

Medir la temperatura de un proceso es muy necesario en la industria, casi todos los cambios físicos dependen de la temperatura, es por eso que hacemos uso de esta para inferir otras variables del proceso, por tanto, existe diversos instrumentos para medirla, desde los termómetros de vidrio, de bulbo relleno de líquidos y gases, termómetros de resistencia, termopares, y termómetros de cristal de cuarzo (Creus, 2011).

El elemento primario utilizado para el monitoreo térmico es el sensor de temperatura digital integrado DS18B20, el cual se muestra en la Figura 3. Este dispositivo semiconductor transmite lecturas directamente a la unidad de procesamiento (Arduino) mediante el protocolo de comunicación de un solo hilo (*1-Wire*). El componente cuenta con un rango de operación que abarca desde los $-55\text{ }^{\circ}\text{C}$ hasta los $125\text{ }^{\circ}\text{C}$, con una precisión de $\pm 0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Adicionalmente, posee un encapsulado con sonda de acero inoxidable a prueba de agua, idóneo para su inmersión en medios líquidos (Naylamp Mechatronics, 2024).

Figura 3

Sensor de Temperatura DS18B20



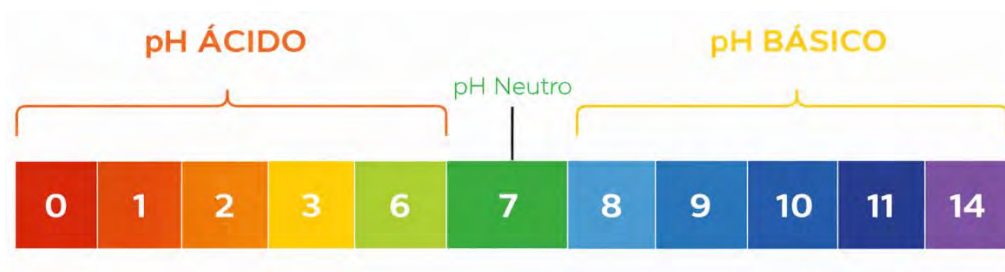
Nota. Tomada de *Sensor de Temperatura Digital DS18B20 Compatible* [Fotografía], por Naylamp Mechatronics, 2024, [Naylamp Mechatronics](#).

2.2.3.2.2. Sensor de pH

Los sensores de pH son dispositivos utilizados para medir el pH de la disolución, estos están hechos de electrodo de vidrio. Estos dispositivos operan bajo el principio del potencial

galvánico, el cual aprovecha la diferencia de potencial generada entre la solución y el electrodo del potenciómetro; este fenómeno produce una señal analógica en milivoltios (mV) directamente proporcional a la concentración de iones (H^{+}), permitiendo su posterior transducción y procesamiento digital.; el sensor empleado para uso con Arduino es el Sensor de PH-4502C, el rango de temperatura de operación del sensor es de 0 a 80 °C (Electromanía, 2023). La escala de pH y la sonda del electrodo se muestran en la Figura 4 y la Figura 5, respectivamente.

Figura 4
Escala de pH



Nota. Adaptado de *Escala de PH*, por Phet-University of Colorado, 2024, Educared - Fundación Telefónica (<https://educared.fundaciontelefonica.com.pe/aula/escala-de-ph/>).

Figura 5
Sensor de PH-4502C



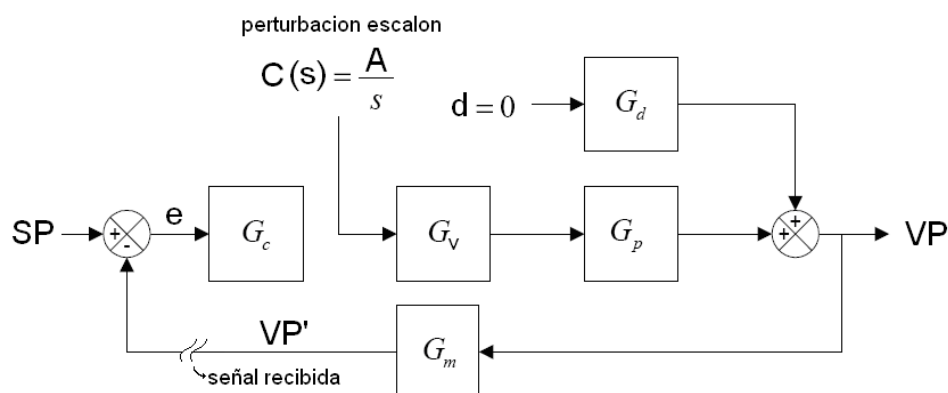
Nota. Tomada de *Sensor de PH con Sonda* [Fotografía], por Electromanía, 2023, Electromanía Perú (electromania.pe).

2.2.4. Comportamiento de sistemas en lazo abierto y lazo cerrado

2.2.4.1. Sistemas de control en lazo abierto

Según Ogata (2010), son aquellos donde la salida no influye en la acción de control, al no medirse ni realimentarse para compararse con la entrada. Esto implica condiciones de operación fijas, alta dependencia de la calibración y la incapacidad de compensar perturbaciones automáticamente. En la Figura 6 se muestra el diagrama de lazo abierto. Este tipo de diagramas se utiliza para estudiar la respuesta en el tiempo de un sistema para calcular la función de transferencia de lazo abierto.

Figura 6
Lazo Abierto



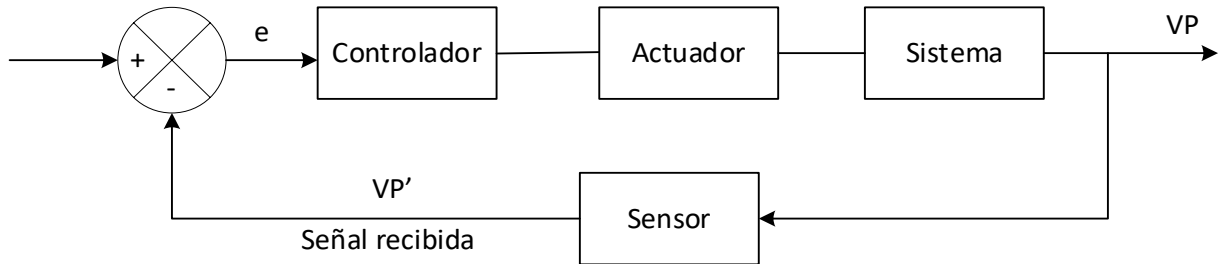
Nota. Adaptado de *Ingeniería de control moderna* (5.ª ed., p. 7), por K. Ogata, 2010, Pearson Educación.

2.2.4.2. Sistemas de control en lazo cerrado o retroalimentados

Definidos como sistemas realimentados, utilizan una señal de error (diferencia entre entrada y salida medida) para alimentar al controlador (Figura 7). Este lazo reduce el error y fuerza a la salida a seguir la referencia. La retroalimentación o realimentación se da con el siguiente flujo de control de proceso: medición de la variable controlada y transmisión de la señal medida al controlador, comparación del valor deseado y la señal medida para obtener el error, luego el controlador elabora la señal de control y esta es conducida al elemento final de control que corregirá

la variable manipulada de entrada al proceso, lo cual provocará una reacción en el proceso y una nueva señal medida y se cierra el circuito. (Roca, 2023)

Figura 7
Lazo cerrado



Nota. Adaptado de *Ingeniería de control moderna* (5.ª ed., p. 21), por K. Ogata, 2010, Pearson Educación.

2.2.4.3. Acciones de controladores

De acuerdo con Seborg *et al.* (2017) las acciones de los controladores son:

2.2.4.3.1. Proporcional

En un controlador proporcional la salida del controlador es proporcional a la señal de error, lo cual se evidencia en la Ecuación 1.

$$p(t) = \bar{p} + K_c e(t) \quad (1)$$

$p(t)$ = salida del controlador

$\bar{p}$ = valor de sesgo (en estado estacionario)

K_c = ganancia del controlador (generalmente adimensional)

$e(t)$ = señal error donde, $e(t) = y_{sp}(t) - y_m(t)$

Definiendo la variable de desviación $p'(t)$ como lo expresa la Ecuación 2.

$$p'(t) = p(t) - \bar{p} \quad (2)$$

Por tanto, la función de transferencia para el control proporcional esta expresado por la Ecuación 3, que representa la relación salida ($P'(s)$) sobre la entrada ($E(s)$) en el dominio de Laplace (s):

$$\frac{P'(s)}{E(s)} = K_c \quad (3)$$

2.2.4.3.2. Integral

Para un controlador integral la salida del controlador $p(t)$ depende de la integral de la señal de error a lo largo del tiempo, como lo muestra la Ecuación 4.

$$p(t) = \bar{p} + \frac{K_c}{\tau_I} \int_0^t e(t) dt \quad (4)$$

Donde:

$p(t), \bar{p}, K_c, e(t)$: corresponden a los mismos términos definidos en la Ecuación 1.

τ_I : tiempo integral

2.2.4.3.3. Derivativo

La función del controlador derivativo es anticipar el comportamiento de la señal de error, expresada por la Ecuación 5.

$$p(t) = \bar{p} + \tau_D \frac{de(t)}{dt} \quad (5)$$

Donde:

τ_D : tiempo derivativo

2.2.4.3.4. Proporcional – Integral

La acción combinada de un controlador proporcional, integral se muestra en la Ecuación 6.

$$p(t) = \bar{p} + K_c \left(e(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t e(t) dt \right) \quad (6)$$

2.2.4.3.5. Proporcional Integral y Derivativo.

Según Seborg *et al.*, (2017) , se utilizan muchas variaciones del control PID en la práctica; a continuación, consideramos las tres formas más comunes.

2.2.4.3.6. Forma paralela

La forma paralela del algoritmo de control PID (sin un filtro derivativo) se da por la Ecuación 7.

$$p(t) = \bar{p} + K_c \left[e(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t e(t) dt + \tau_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (7)$$

Y su correspondiente función de transferencia esta expresada por la Ecuación 8.

$$\frac{P'(s)}{E'(s)} = K_c \left[1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right] \quad (8)$$

2.2.4.3.7. Forma serie

La forma en serie del algoritmo de control PID (sin un filtro derivativo) se da por la Ecuación 9 y su correspondiente ecuación de transferencia por la Ecuación 10.

$$p(t) = \bar{p} + \frac{K_c}{\tau_I} \left[(\tau_I + \tau_D) e(t) + \int_0^t e(t) dt + \tau_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (9)$$

$$\frac{P'(s)}{E'(s)} = K_c \left[\frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s} \right] [\tau_D s + 1] \quad (10)$$

2.2.4.3.8. Forma expandida

La forma expandida del control PID esta expresada mediante la Ecuación 11 y 12. La forma expandida del control PID se utiliza en MATLAB. Esta forma podría parecer adecuada para la sintonización del controlador, porque cada ganancia influye de manera independiente en un único modo de control.

$$p(t) = \bar{p} + K_c e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (11)$$

$$\frac{P'(s)}{E'(s)} = K_c + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (12)$$

2.2.5. Modelos matemáticos para control de procesos

En general un modelo puede definirse como una representación; matemática, estadística o cualitativa de un sistema o proceso, eliminando elementos que resultan innecesarios debido a su escasa relevancia en el comportamiento global del proceso (Willis y Tham, 1994).

2.2.5.1. Clasificación de los modelos matemáticos

2.2.5.1.1. Modelo mecanístico “caja blanca”

El modelo mecanístico conocido también como el modelo de “caja blanca”, es usualmente derivado a partir de los fenómenos físico- químicos que ocurren en los procesos, una serie de ecuaciones diferenciales pueden describir su comportamiento dinámico. Dependiendo del sistema en estudio, la estructura del modelo final puede ser una representación de parámetro concentrado o parámetro distribuido. Los modelos de parámetro concentrado son descritos por las ecuaciones diferenciales ordinarias, EDO, obtenidos a partir de los balances globales de masa y/o energía (Willis & Tham, 1994). Mientras que la representación de los sistemas de parámetro distribuido requiere el uso ecuaciones diferenciales parciales, EDP, obtenidos por medio de los balances diferenciales. Las EDO son usadas para describir el comportamiento en una dimensión, normalmente el tiempo, significa que las variables son independientes de la ubicación o espacio. Los modelos de EDP incluyen el espacio y el tiempo, ejemplo, el perfil de temperatura a lo largo de un reactor tubular como una función del tiempo.

2.2.5.1.1.1. Modelo cinético del proceso de fermentación

El crecimiento de los microorganismos durante la fermentación puede describirse mediante modelos cinéticos basados en la relación de Monod, la cual relaciona la velocidad específica de crecimiento con la concentración del sustrato limitante (Monod, 1949). En procesos de fermentación láctica, esta formulación ha sido empleada para describir la evolución de la biomasa, el consumo del sustrato y la formación de ácido láctico en biorreactores tipo batch, como se reporta en Mera *et al.* (2022). Sin embargo, debido a que durante la fermentación de yogurt el ácido láctico se acumula progresivamente y puede afectar el crecimiento de los microorganismos, se incorpora al modelo un término de inhibición por producto. Para ello, se emplea la generalización de la ecuación de Monod propuesta por Levenspiel (1980) para situaciones de inhibición por producto. De esta manera, la velocidad específica de crecimiento se representa por la Ecuación 13.

$$\mu = \mu_{max} \frac{S}{K_S + S} \left(1 - \frac{P}{P_m}\right)^n \quad (13)$$

donde:

- (μ) : velocidad específica de crecimiento (h^{-1});
- (μ_{max}) : velocidad específica máxima de crecimiento (h^{-1});
- (S) : concentración del sustrato limitante (g/L);
- (K_S) : constante de saturación de Monod (g/L);
- (P) : concentración del producto inhibidor (g/L);
- (P_m) : concentración máxima de producto asociada con la inhibición (g/L);
- (n) : parámetro que caracteriza la intensidad de la inhibición (adim.).

Las Ecuaciones 13 al 16 representan el crecimiento de la biomasa, el consumo del sustrato y la formación de ácido láctico durante la fermentación. A partir del balance de masa para un biorreactor tipo batch, las ecuaciones diferenciales del modelo cinético se presentan en las Ecuaciones 14 al 16:

Balance de biomasa

$$\frac{dX}{dt} = \mu X - K_d X \quad (14)$$

Balance de sustrato

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{1}{Y_X} \frac{dX}{dt} \quad (15)$$

Balance de producto (ácido láctico)

$$\frac{dP}{dt} = \alpha \frac{dX}{dt} + \beta X \quad (16)$$

El ácido láctico se genera como consecuencia del metabolismo de las bacterias ácido-lácticas. Para representar su formación se utiliza la ecuación de Luedeking y Piret (2000) representado por la Ecuación 16.

donde:

- (X) : concentración de biomasa (g/L);
- (S) : concentración de sustrato limitante (g/L);
- (P) : concentración de ácido láctico (g/L);
- (K_d) : constante de muerte celular ($g/g \cdot h$);
- $(Y_{\frac{X}{S}})$: coeficiente de rendimiento biomasa/sustrato (g/g);
- α : coeficiente de formación de producto asociado al crecimiento [g_P/g_X].
- β : coeficiente de formación de producto no asociado al crecimiento [$g_P/g_X h$].

Las ecuaciones presentadas constituyen un modelo matemático de caja blanca, debido a que describen el proceso de fermentación a partir de relaciones fisicoquímicas y cinéticas previamente establecidas. Este tipo de modelos requiere el conocimiento de los fenómenos internos del proceso, como el crecimiento microbiano, el consumo de sustrato y la formación del producto.

2.2.5.1.1.2. Balance de energía para el proceso

A partir de la ley de conservación de la energía descrita mediante la Ecuación 17.

$$E_{acu} = E_{in} - E_{out} + E_{gen} - E_{cons} \quad (17)$$

Donde:

E_{acu} : energía acumulada.

E_{in} : energía que ingresa al sistema.

E_{out} : energía que sale del sistema.

E_{gen} : energía generada.

E_{cons} : energía consumida.

Para simplificar este balance matemático, se consideran las siguientes suposiciones clave:

- Mezclado perfecto: Las temperaturas son uniformes en cada volumen; solo cambian con el tiempo.

- Propiedades constantes: Las densidades (ρ) y capacidades caloríficas (C_p) no cambian con la temperatura.
- Volúmenes fijos: Los volúmenes del reactor (V_R) y de la chaqueta (V_j) permanecen constantes.
- Sistema exterior adiabático: No hay pérdidas ni ganancias de calor hacia el medio ambiente.
- Transferencia constante: El coeficiente global (U) y el área (A) no varían en el tiempo.
- Sin trabajo mecánico: Se desprecia el calor generado por la fricción del agitador.

Bajo estas premisas, se deducen las ecuaciones diferenciales 18 y 19 para el estado transitorio, correspondientes al volumen de control 1 (reactor) y al volumen de control 2 (chaqueta), respectivamente:

$$V_R \rho_R C_{pR} \frac{dT_R}{dt} = UA[T_j - T_R] + Q_{rxn} \quad (18)$$

$$V_j \rho_j C_{pj} \frac{dT_j}{dt} = F \rho_j C_{pj} [T_{in0} - T_j] - UA[T_j - T_R] \quad (19)$$

Donde los parámetros conceptuales, variables de estado y coeficientes físicos del sistema acoplado se definen matemáticamente a continuación:

- (U): Coeficiente global de transferencia de calor ($\frac{W}{m^2 \cdot K}$).
- (A): Área superficial efectiva de transferencia de calor (m^2).
- (V_R, V_j): Volúmenes teóricos asignados al espacio del reactor y al espacio de la chaqueta (m^3).
- (ρ_R, ρ_j): Densidades estimadas para la mezcla del reactor y el fluido de la chaqueta (kg/m^3).
- (C_{pR}, C_{pj}): Capacidades caloríficas específicas de los fluidos en estudio ($\frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$).
- ($T_R(t)$): Temperatura transitoria calculada para el volumen del reactor ($^\circ C$ o K).
- ($T_j(t)$): Temperatura transitoria calculada para el volumen de la chaqueta ($^\circ C$ o K).
- (T_{in0}): Temperatura de frontera constante para la entrada del fluido a la chaqueta ($^\circ C$ o K).
- ($F(t)$): Caudal volumétrico del fluido de recirculación planteado como variable de entrada ($\frac{m^3}{s}$).

- (Q_{rxn}) : Flujo de calor teórico generado o absorbido por la cinética de reacción o fermentación en el reactor $(W \text{ o } \frac{J}{s})$.

Evaluación en estado estacionario, condición en la cual las derivadas temporales son iguales a cero $(\frac{d}{dt} = 0)$. En consecuencia, se obtuvieron las Ecuaciones 20 y 21.

$$0 = UA(T_{j0} - T_{R0}) + Q_{rxn} \quad (20)$$

$$0 = F_0 \rho_j C_{pj}(T_{in0} - T_{j0}) - UA(T_{j0} - T_{R0}) \quad (21)$$

Posteriormente, las variables del sistema se expresaron como desviaciones respecto al punto de operación nominal mediante las siguientes relaciones: $T_R = T_{R0} + \tilde{T}_R$, $T_j = T_{j0} + \tilde{T}_j$, $F = F_0 + \tilde{F}$, donde $\tilde{T}_R$, $\tilde{T}_j$ y $\tilde{F}$, representan las variables de desviación respecto a sus valores de equilibrio. Se sustituyen en los balances de energía en estado transitorio y se linean mediante una expansión en series de Taylor de primer orden, despreciando los términos de orden superior. Como resultado, se obtiene el siguiente sistema lineal de ecuaciones diferenciales representado por las Ecuaciones 22 y 23.

$$\frac{d\tilde{T}_R}{dt} = \frac{UA}{V_R \rho_R C_{pR}} \tilde{T}_j - \frac{UA}{V_R \rho_R C_{pR}} \tilde{T}_R \quad (22)$$

$$\frac{d\tilde{T}_j}{dt} = \frac{T_{in0} - T_{j0}}{V_j} \tilde{F} - \left(\frac{F_0}{V_j} + \frac{UA}{V_j \rho_j C_{pj}} \right) \tilde{T}_j + \frac{UA}{V_j \rho_j C_{pj}} \tilde{T}_R \quad (23)$$

Estas ecuaciones forman el modelo dinámico lineal en el dominio del tiempo y son la base para calcular la función de transferencia con la Transformada de Laplace. Combinando ambas ecuaciones se obtiene la Ecuación 24.

$$\left(\frac{V_R \rho_R C_{pR} V_j}{U A F_0} \right) \frac{d^2 \tilde{T}_R}{dt^2} + \left[\frac{V_R \rho_R C_{pR}}{U A} + \frac{V_R \rho_R C_{pR}}{F_0 \rho_j C_{pj}} + \frac{V_j}{F_0} \right] \frac{d\tilde{T}_R}{dt} + \tilde{T}_R = \left(\frac{T_{in0} - T_{j0}}{F_0} \right) \tilde{F} \quad (24)$$

Al aplicar la transformada de Laplace bajo condiciones iniciales nulas y factorizar $\tilde{T}_R(s)$, la Ecuación 24 se transforma en la Ecuación 25.

$$\frac{\tilde{T}_R(s)}{\tilde{F}(s)} = \frac{\frac{T_{in0} - T_{j0}}{F_0}}{\left(\frac{V_R \rho_R C_{pR} V_j}{U A F_0}\right) s^2 + \left[\frac{V_R \rho_R C_{pR}}{U A} + \frac{V_R \rho_R C_{pR}}{F_0 \rho_j C_{pj}} + \frac{V_j}{F_0}\right] s + 1} \quad (25)$$

Finalmente, se compara con la forma estándar de un sistema de segundo orden expresado por la Ecuación 33, se identificaron los siguientes parámetros dinámicos representados por las Ecuaciones 26 al 28.

Tabla 3

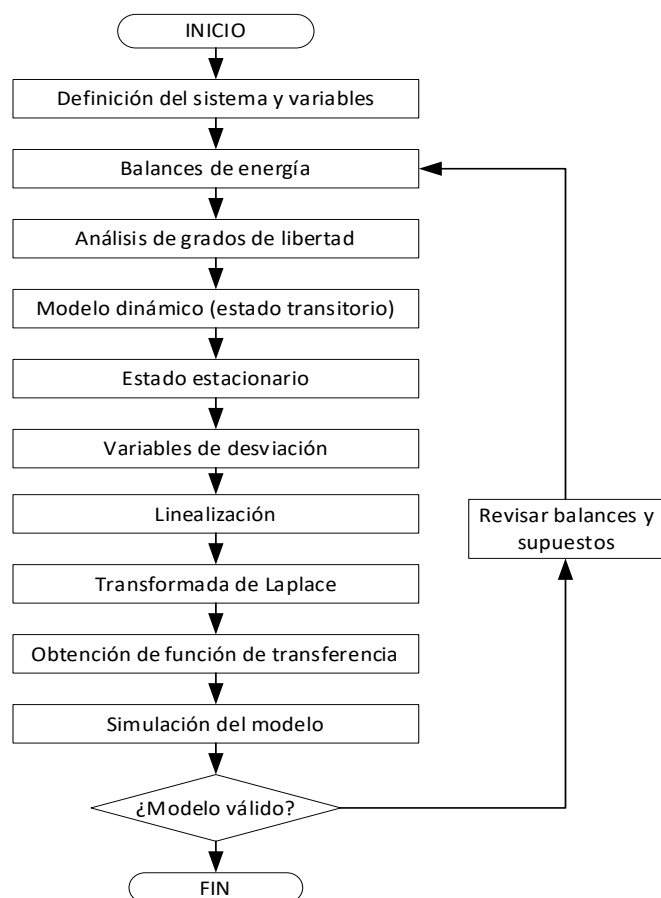
Parámetros dinámicos del modelo de caja blanca

Ganancia estática	Constante de tiempo	Factor de amortiguamiento
$K = \frac{T_{in0} - T_{j0}}{F_0} \quad (26)$	$\tau = \sqrt{\frac{V_R \rho_R C_{pR} V_j}{U A F_0}} \quad (27)$	$\zeta = \frac{\frac{V_R \rho_R C_{pR}}{U A} + \frac{V_R \rho_R C_{pR}}{F_0 \rho_j C_{pj}} + \frac{V_j}{F_0}}{2 \sqrt{\frac{V_R \rho_R C_{pR} V_j}{U A F_0}}} \quad (28)$

Como se aprecia en la Tabla 3 según este método la dinámica es de segundo orden y presenta su propia complejidad, este método se emplea más para realizar simulaciones sin tener acceso al equipo o prototipo. En la Figura 8 se muestra un diagrama que muestra el desarrollo completo de la aplicación de este método.

El balance de energía desarrollado describe el comportamiento de la temperatura del reactor batch a partir de los principios de conservación de la energía. Sin embargo, su utilización para obtener un modelo dinámico requiere la determinación o estimación de parámetros físicos del sistema, tales como el coeficiente global de transferencia de calor (U), la capacidad calorífica específica del yogurt (C_{pR}), el flujo de calor asociado a la fermentación (Q_{rxn}) y demás propiedades termofísicas involucradas en el proceso.

Figura 8
Procedimiento de caja blanca



2.2.5.1.2. Modelo de caja negra

Según Willis y Tham (1994), los modelos de caja negra describen la relación funcional entre las entradas y salidas de un sistema, replicando su comportamiento observado sin considerar los mecanismos internos. Aunque permiten inferir tendencias en el comportamiento del sistema original, sus parámetros carecen de significado físico, lo cual es su principal desventaja frente a los modelos mecanísticos. No obstante, son altamente efectivos para la representación global del proceso debido a su bajo costo de implementación.

2.2.5.2. Comportamiento dinámico de sistemas de primer y segundo orden

En el análisis y control de procesos industriales, los sistemas dinámicos describen cómo la variable de salida de un proceso responde a un cambio en su entrada con el tiempo. La forma y

velocidad de esta respuesta dependen del orden del sistema y de sus parámetros dinámicos característicos.

Un sistema de primer orden presenta una ecuación diferencial del tipo, representado por la Ecuación 29.

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K u(t) \quad (29)$$

donde τ es la constante de tiempo, K la ganancia estática del proceso y $u(t)$ la variable de entrada. Su respuesta al escalón unitario esta expresada por la Ecuación 30.

$$y(t) = K \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (30)$$

El sistema muestra una respuesta exponencial monótona hacia el estado estacionario, siendo τ el tiempo requerido para alcanzar aproximadamente el 63.2 % del valor final.

En cambio, un sistema de segundo orden se representa en la Ecuación 31.

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = K\omega_n^2 u(t) \quad (31)$$

donde ω_n es la frecuencia natural y zeta " ζ " el factor de amortiguamiento. Dependiendo del valor de ζ , la respuesta puede ser subamortiguada ($0 < \zeta < 1$), críticamente amortiguada ($\zeta=1$) o sobreamortiguada ($\zeta > 1$). En procesos industriales térmicos o de flujo, los comportamientos suelen ser de primer o segundo orden con retardo (Seborg *et al.*, 2017; Smith y Corripio, 2014).

2.2.5.2.1. Modelo FOPDT y SOPDT

En la práctica, muchos procesos industriales pueden representarse mediante modelos empíricos simplificados denominados Modelos de Primer Orden con Tiempo Muerto (FOPDT) y Modelos de Segundo Orden con Tiempo Muerto (SOPDT).

Un modelo FOPDT se expresa como la Ecuación 32.

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1} \quad (32)$$

donde K es la ganancia estática del proceso, τ la constante de tiempo y θ el tiempo muerto o retardo.

Este modelo describe adecuadamente sistemas con una única dinámica dominante y un retardo de transporte o medición.

Por otro lado, un modelo SOPDT introduce un segundo polo y se define como lo expresa la Ecuación 33.

$$G(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (33)$$

El modelo SOPDT resulta más preciso cuando existen dos fenómenos de almacenamiento de energía (por ejemplo, masa térmica y transferencia convectiva) o en sistemas con respuesta oscilatoria. Ambos modelos permiten simplificar la identificación y el diseño de controladores PID, conservando la esencia del comportamiento dinámico real del proceso. (Coughanowr y LeBlanc, 2009; Luyben, 1996)

2.2.5.3. Parámetros dinámicos del modelo

Los parámetros dinámicos son fundamentales para describir y controlar el comportamiento de un proceso y son:

2.2.5.3.1. Ganancia del proceso (K)

Relaciona el cambio de salida en estado estacionario con el cambio de entrada, expresado por la Ecuación 34.

$$K = \frac{\Delta y_{ss}}{\Delta u} \quad (34)$$

donde K representa la ganancia estática del proceso, Δy_{ss} corresponde al cambio de la salida en estado estacionario y Δu al cambio aplicado en la variable de entrada.

2.2.5.3.2. Constante de tiempo (τ)

Indica la rapidez de la respuesta. Un valor grande de τ implica un proceso lento; uno pequeño, un proceso rápido.

2.2.5.3.3. Tiempo muerto (0)

Representa el retardo entre la acción de control y la respuesta observable del proceso. Generalmente proviene del transporte de materia, energía o de retardos instrumentales.

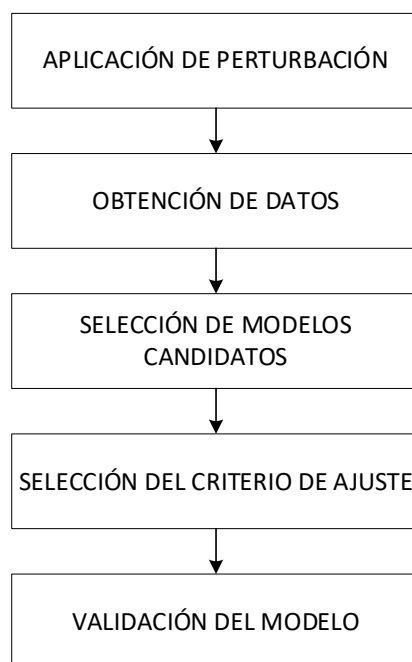
La determinación de estos parámetros permite construir un modelo matemático aproximado que facilita el análisis, la simulación y la sintonización del controlador.

2.2.6. Identificación de Sistemas

La identificación de sistemas es una herramienta para el diseño de estrategias de control, ya que permite obtener un modelo matemático que describe el comportamiento dinámico de un proceso. El procedimiento para la identificación de sistemas se muestra en la Figura 9.

Figura 9

Procedimiento para la identificación de sistemas



Nota. Adaptado de F. A. Salas, 2017, *Sistema de control en un intercambiador de calor de doble tubo* [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco], Repositorio Institucional – UNSAAC (handle.net)

La construcción de un modelo necesita: un conjunto de datos experimentales, modelos candidatos y una regla mediante la cual se puedan evaluar los modelos, como la de selección de mínimos cuadrados (Ljung, 1999)

2.2.6.1. Prueba experimental

La prueba genera datos de entrada y salida correspondientes a las variables del control de procesos.

2.2.6.2. Datos experimentales

“Los datos de entrada y salida se registran durante un experimento de identificación diseñado, donde el usuario puede determinar qué señales medir y la frecuencia, con el fin de obtener información para construir un modelo matemático” (Ljung, 1999, p. 13).

2.2.6.3. Selección de modelos

Es la elección de un conjunto de modelos candidatos, en donde se define la estructura, el tipo, el orden del modelo. Mediante la selección de modelos se obtiene un modelo que representa a la planta en estudio.

2.2.6.4. Ajuste del modelo dinámico

Es el proceso de estimar los parámetros iniciales óptimos, mediante la minimización de una función, comparando la salida experimental con la salida simulada del modelo, representada por la Ecuación 35, la cual minimiza el error.

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{m,i})^2 \quad (35)$$

donde S representa la suma de los errores cuadrados entre los valores experimentales (y_i) y los valores predichos por el modelo ($y_{m,i}$), evaluados para un total de " n " observaciones.

2.2.7. Métodos de sintonización del controlador

2.2.7.1. Ziegler–Nichols por reacción al escalón

Este método utiliza la respuesta al escalón del proceso para identificar la pendiente inicial (método de la tangente) y obtener el tiempo muerto (θ) y la constante de tiempo (τ). A partir de esos parámetros se aplican fórmulas empíricas, que se detallan en la Tabla 4, para ajustar controladores P, PI y PID. Es muy usado en procesos industriales porque solo requiere un ensayo

de escalón y no exige llevar el sistema a oscilación sostenida, siendo aplicable a procesos FOPDT clásicos.

(Con K = ganancia estática del proceso, τ = constante de tiempo, θ = tiempo muerto)

Tabla 4

Ecuaciones para los controladores de ZN

Controlador	K_p	T_i	T_d	
P	$\frac{\tau}{K\theta}$	-	-	(36)
PI	$0.9 \frac{\tau}{K\theta}$	3θ	-	(37)
PID	$1.2 \frac{\tau}{K\theta}$	2θ	0.5θ	(38)

Nota. Adaptado de *Process Dynamics and Control* (4.^a ed.), por D. Seborg, T. Edgar, D. Mellichamp y F. Doyle III, 2017, John Wiley & Sons.

2.2.7.2. Control IMC (Internal Model Control)

El método IMC diseña primero un controlador basado en un modelo interno del proceso y luego lo convierte a una forma equivalente PID. Usa explícitamente los parámetros FOPDT e incorpora un filtro mediante un parámetro λ (lambda), que permite balancear robustez y velocidad. Es uno de los métodos más recomendados para sistemas con tiempo muerto grande, ruido o dinámica lenta. La Tabla 5 muestra las fórmulas para calcular los parámetros del controlador.

Usando λ como parámetro de robustez ($\lambda \approx \tau$ recomendado):

Tabla 5
Ecuaciones de IMC

Controlador	K_p	T_i	T_d	
P	$\frac{\tau}{K(\lambda + \theta)}$	–	–	(39)
PI	$\frac{\tau + \frac{\theta}{2}}{K\left(\lambda + \frac{\theta}{2}\right)}$	$\tau + \frac{\theta}{2}$	–	(40)
PID	$\frac{\tau + \frac{\theta}{2}}{K\left(\lambda + \frac{\theta}{2}\right)}$	$\tau + \frac{\theta}{2}$	$\frac{\tau\theta}{2\tau + \theta}$	(41)

Nota. Adaptado de *Process Dynamics and Control* (4.^a ed.), por D. Seborg, T. Edgar, D. Mellichamp y F. Doyle III, 2017, John Wiley & Sons.

2.2.7.3. Cohen–Coon

Este método se fundamenta en la respuesta del proceso ante un cambio de tipo escalón, diseñado para compensar de forma agresiva los efectos del tiempo muerto y acelerar la velocidad de respuesta del sistema. Aunque es altamente efectivo en procesos químicos y alimentarios con dinámicas lentas, su naturaleza matemática tiende a generar un elevado sobreimpulso y oscilaciones en sistemas con alto nivel de ruido o perturbaciones frecuentes. En la Tabla 6 se presentan las relaciones analíticas empleadas para determinar las acciones de control P, PI y PID mediante este criterio.

Tabla 6*Ecuaciones de Cohen - Coon*

Controlador	K_p	T_i	T_d	
P	$\frac{1}{K} \left(\frac{\tau}{\theta} \right) \left(1 + \frac{\theta}{3\tau} \right)$	–	–	(42)
PI	$\frac{1}{K} \left(\frac{\tau}{\theta} \right) \left(0.9 + \frac{\theta}{12\tau} \right)$	$\tau \left(\frac{30\tau + 3\theta}{9\tau + 20\theta} \right)$	–	(43)
PID	$\frac{1}{K} \left(\frac{\tau}{\theta} \right) \left(1.35 + \frac{\theta}{9\tau} \right)$	$\tau \left(\frac{32\tau + 6\theta}{13\tau + 8\theta} \right)$	$\frac{4\tau\theta}{13\tau + 8\theta}$	(44)

Nota. Adaptado de *Process Dynamics and Control* (4.^a ed.), por D. Seborg, T. Edgar, D. Mellichamp y F. Doyle III, 2017, John Wiley & Sons.

2.2.7.4. Método de Chien–Hrones–Reswick (CHR)

Este método también se basa en la identificación FOPDT y optimiza la respuesta según criterios específicos (mínimo sobreimpulso o mínima desviación). Es adecuado para procesos donde se requiere un control más suave que Cohen–Coon y más rápido que IMC. En la Tabla 7 se recopilan las ecuaciones de CHR diferenciando las sintonías según el objetivo operacional del sistema.

Tabla 7*Ecuaciones de Chien-Hrones-Reswick*

Controlador	K_p	T_i	T_d	
P	$\frac{0.3\tau}{K\theta}$	–	–	(45)
PI	$\frac{0.6\tau}{K\theta}$	4θ	–	(46)
PID	$\frac{0.9\tau}{K\theta}$	2.4θ	0.42θ	(47)

Nota. Adaptado de *Process Dynamics and Control* (4.^a ed.), por D. Seborg, T. Edgar, D. Mellichamp y F. Doyle III, 2017, John Wiley & Sons.

En la Tabla 8 se muestra la comparación de los métodos de sintonización, mostrando las ventajas y desventajas que conlleva su uso.

Tabla 8*Comparación de los métodos de sintonización*

Método	Cuando usarlo	Ventajas	Desventajas
Ziegler–Nichols (step)	Procesos estándar FOPDT sin requerimiento estricto de suavidad.	Fácil, rápido, ampliamente conocido.	Más agresivo, puede generar sobreimpulso.
IMC	Procesos con ruido, tiempo muerto grande, necesidad de robustez.	Muy estable, ajustable con λ ideal para industria moderna.	Respuesta más lenta si λ muy grande.
Cohen–Coon	Procesos lentos donde se busca rapidez y respuesta activa.	Rápido, mejora frente a ZN en tiempo muerto.	Genera mayor sobreimpulso y esfuerzo de control.
CHR	Procesos donde se desea bajo sobreimpulso (ideal alimentos, fermentación).	Suave, estable, buen compromiso entre rapidez y estabilidad.	No tan rápido como Cohen–Coon.

Nota. Adaptado de *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning* (2.^a ed.), por K. Åström

y T. Hägglund, 1995, Instrument Society of America; y de *Process Dynamics and Control* (4.^a ed.), por D. Seborg, T. Edgar, D. Mellichamp y F. Doyle III, 2017, John Wiley & Sons.

CAPÍTULO III MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. Tipo de investigación

La presente investigación siguió un enfoque cuantitativo y se clasificó como aplicada, debido a que se implementó un sistema de control de temperatura para el proceso de fermentación de yogurt, su alcance es descriptivo. El estudio presentó un diseño experimental de laboratorio, mediante el cual se aplicaron estímulos perturbadores controlados en lazo abierto para evaluar y modelar matemáticamente el comportamiento dinámico y la respuesta temporal de las señales del sistema.

3.2. Definición de variables

3.2.1. Variables en el control de procesos

En la Tabla 9 se muestra la matriz de variables, se estructuró bajo los criterios de control en lazo cerrado en tiempo real. Se definieron las componentes de acuerdo con su función operativa en el lazo de control de temperatura del biorreactor:

- **Variable Manipulada (MV):** Caudal del fluido de calentamiento (L/min).
- **Variable Controlada (CV):** Temperatura del yogurt (T_R).
- **Variable de Perturbación:** Temperatura del fluido de calentamiento (T_T), agitación (A).

Tabla 9*Matriz de operacionalización de variables del sistema de control*

Tipo de Variable	Variable de Estudio	Indicador / Unidad	Instrumento / Hardware
Controlada (CV)	Temperatura del Reactor	Grados Celsius (°C)	Sensor digital DS18B20
Manipulada (MV)	Caudal del fluido de calentamiento	L/min	Bomba de diafragma con variador de velocidad por PWM de CC
Perturbación (PV)	Temperatura del fluido de calentamiento (T_T)	Grados Celsius (°C)	Sensor digital DS18B20
	Agitación del reactor (A).	rpm	Motor

3.2.2. Variables del proceso

Las variables de todo proceso discontinuo son dependientes del tiempo, por lo tanto, se tiene:

3.2.2.1. Variable Independiente

3.2.2.1.1. Tiempo

Dimensión cronológica lineal continua que determina el avance de la fermentación y la respuesta dinámica del lazo cerrado.

3.2.2.2. Variable Dependiente

3.2.2.2.1. pH

El pH es la medida de acidez o alcalinidad de una disolución, definida matemáticamente por el logaritmo negativo en base 10 de la actividad de iones de hidrogeno (H^+). La escala de pH es de 0 a 14, de 0 a 7 es la zona de las soluciones ácidas, 7 es el punto neutro, de 7 a 14 es la zona de las soluciones básicas o alcalinas.

3.2.2.2.2. Porcentaje de acidez de leche

La acidez en la leche se define como el grado o medida de la cantidad de ácidos presentes en el producto, expresados comúnmente como gramos de ácido láctico por cada 100 ml de leche o en grados Dornic o porcentaje de ácido láctico. Este parámetro es fundamental para evaluar la calidad del alimento, su estado de conservación y su aptitud para procesos posteriores como la fermentación, la determinación de acidez permite identificar variaciones en la composición química de la leche y establecer criterios de control necesarios para asegurar su inocuidad y estabilidad (HANNA Instruments, 2021).

El pH y la acidez se evaluaron como variables de respuesta para verificar el desempeño del proceso de fermentación bajo condiciones controladas.

3.2.2.2.3. Temperatura

La temperatura es la medida del grado de agitación molecular de un cuerpo o sustancia. También se le conoce como la magnitud escalar que indica cuan caliente o frío se encuentra una sustancia, por tanto, la temperatura mide la concentración de energía (Rodríguez, 2021).

La temperatura es una variable dependiente y dinámica que evoluciona en el tiempo para el proceso de fermentación de yogurt.

3.3. Materiales

3.3.1. Equipos, componentes de control, instrumentos e insumos

Los materiales empleados en el desarrollo del proyecto fueron los siguientes:

Equipos

- Sistema de fermentación controlado (1 fermentador prototipo, 2 tanques).
- Computadora portátil (PC)
- Tablero eléctrico.
- Fuente de alimentación (Switching 12V)
- Bomba de diafragma

- Motor de Agitación

Componentes electrónicos y de control

- 2 tarjetas Arduino Nano
- 2 Protoboard
- 2 reguladores de velocidad driver PWM (5V – 12V)
- 2 servomotores
- Módulo relé.
- Componentes auxiliares de conectividad y aislamiento (Cables USB, jumpers, diodos LED y potenciómetros y cinta aislante de PVC).

Instrumentos

- 1 sensor de pH (PH-4502C)
- 2 sensores de temperatura DS18B20
- Balanza digital.
- Multímetro digital.

Material de laboratorio

- Bureta de 50 mL
- Pipeta de 10 mL
- Probeta de 10 mL

Insumos

- Materia prima: leche, leche en polvo, azúcar blanca.
- Cultivos (*Lactobacillus bulgaricus*, *Streptococcus thermophilus*)
- Reactivos químicos: solución de hidróxido de sodio (NaOH) a 0.1 N, indicador de fenolftaleína y agua destilada.

Para la elaboración del yogurt se utilizó una formulación estándar basada en el peso total de la leche entera líquida, tal como se detalla en la Tabla 10.

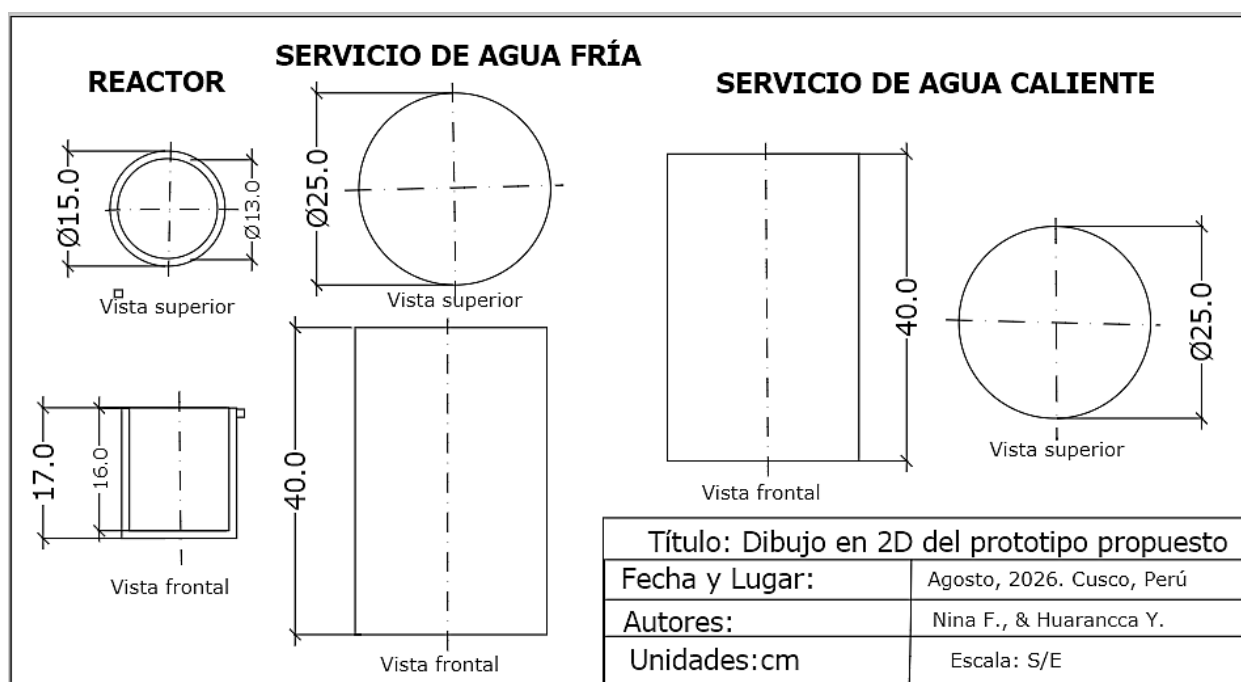
Tabla 10*Formulación base para la elaboración de yogurt*

Ingredientes	Relación/L de LE
Leche entera (LE)	1L
Azúcar	90 g de azúcar/L de LE
Leche en polvo (LP)	30 g de LP/ L de LE
Cultivo (C)	30 g de C/ L de LE

Nota. El cultivo utilizado fue yogurt griego de la marca “Gloria”.

3.3.2. Características del sistema de fermentación

El sistema de fermentación controlado está constituido por un biorreactor prototipo y un sistema de servicio de agua caliente y fría compuesto por dos tanques cilíndricos acoplados. En la Figura 10 se muestra una representación del sistema de fermentación con sus especificaciones técnicas.

Figura 10*Vistas bidimensionales del reactor y los servicios de agua*

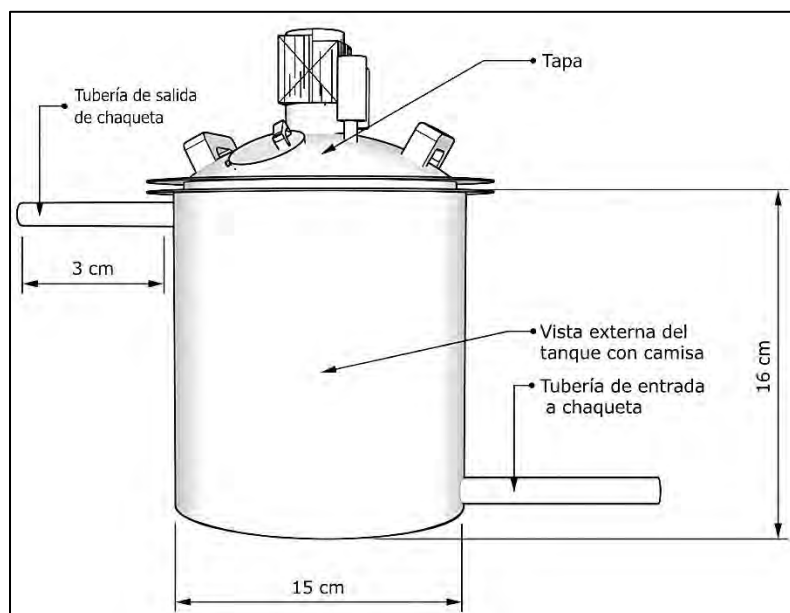
3.3.2.1. Fermentador prototipo (Biorreactor)

- Capacidad útil: Volumen de trabajo de 1.5 L.
- Material de fabricación: Acero inoxidable de grado sanitario AISI 304.
- Sistema de tapa: Tapa con puertos mecanizados para la inserción de sensores.
- Sistema de agitación: Agitador de acero inoxidable tipo ancla, acoplado a un motor reductor con un rango de operación de 12 a 20 rpm.
- Chaqueta de calefacción: cavidad externa destinada a la circulación de agua caliente, la cual permite mantener la temperatura del proceso.

La configuración del fermentador prototipo se presenta en la Figura 11.

Figura 11

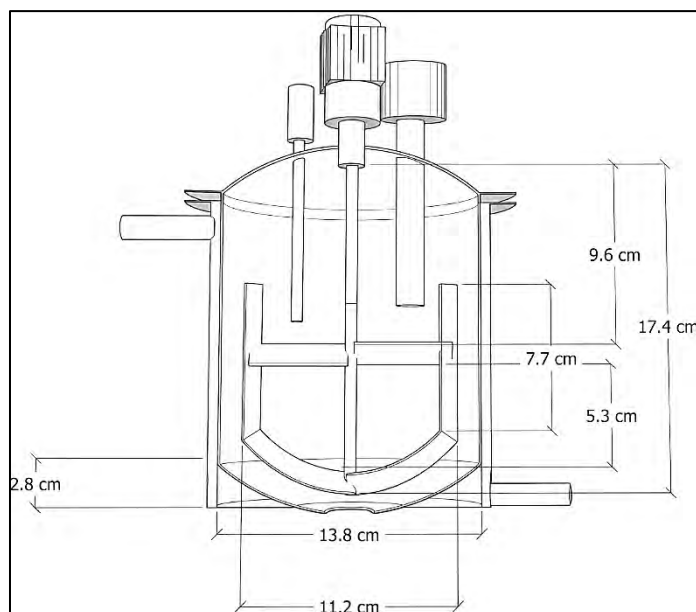
Configuración del prototipo de fermentación



El sistema de agitación mecánica está compuesto por un agitador de acero inoxidable tipo ancla, como se muestra en la Figura 12, acoplado a un motor reductor de baja velocidad con un rango de operación de 12 a 20 rpm.

Figura 12

Vista interna de la configuración del prototipo de fermentación



3.3.2.2. Tanque de agua caliente

El equipo presenta las siguientes características:

- Material: Acero inoxidable AISI 304
- Dimensiones y capacidad: Capacidad total de 15 L, diámetro interno de 25.5 cm y altura de 30 cm.
- Actuador: Resistencia eléctrica de inmersión de 1500 W de potencia.
- Volumen operativo mínimo: 7.2 L.

3.3.2.3. Tanque de agua fría

- Material: Policarbonato (bidón adaptado).
- Dimensiones y capacidad: Capacidad de 20 L, diámetro interno de 25.5 cm y altura de 40 cm.
- Función: Almacenamiento y suministro auxiliar de fluido frío.

3.3.3. Sistema de circulación de fluidos

3.3.3.1. Elemento final de control

La bomba de diafragma de 72 W con variador de velocidad constituyó el elemento final de control, durante las pruebas experimentales.

3.3.3.2. Líneas de conducción

Las líneas de conducción entre los equipos están conformadas por tuberías de poliuretano de 12 mm de diámetro con acoples rápidos. Asimismo, se dispuso de válvulas manuales que permitieron la descarga del fluido de calentamiento de la chaqueta del biorreactor.

3.4. Métodos

3.4.1. Implementación del prototipo

Como primera etapa, se realizó la integración de los subsistemas de recirculación térmica, agitación mecánica, instrumentación y control electrónico. Para verificar la viabilidad operativa del fermentador adquirido, se evaluaron sus características frente a los criterios de configuración para biorreactores definidos por Al-Rekabi y Rushdi (2025), determinándose que el equipo cumple con las condiciones de diseño para el proceso de fermentación láctica.

3.4.1.1. Dimensionamiento del Sistema

3.4.1.1.1. Operación del sistema de agitación

La velocidad del agitador está regulada por el motor reductor a una capacidad constante de 20 rpm, activándose exclusivamente durante la etapa de batido post fermentación. Esta velocidad baja se seleccionó con base en las recomendaciones de Flores y Tonconi (2012), quienes señalan que una velocidad baja permite lograr una textura homogénea en productos lácteos sin afectar la estructura del gel.

3.4.1.1.2. Cálculo de la potencia de la resistencia eléctrica

La potencia de la resistencia de inmersión se dimensionó mediante un balance de energía global para sistemas cerrados (calor sensible) para calentar la masa operativa mínima de agua

($m = 7.2 \text{ kg}$), considerando un coeficiente de calor específico del agua ($C_p = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$) y un gradiente térmico deseado ($\Delta T = 43 - 17 = 26^\circ\text{C}$). El requerimiento de energía se calculó mediante la Ecuación 48.

$$Q = mC_p\Delta T \quad (48)$$

Reemplazando los valores, se obtuvo un calor requerido de ($Q = 783\,667.2 \text{ J}$). Posteriormente, al fijar un tiempo de calentamiento objetivo de ($t = 600 \text{ s}$), se determinó la potencia teórica necesaria mediante la Ecuación 49.

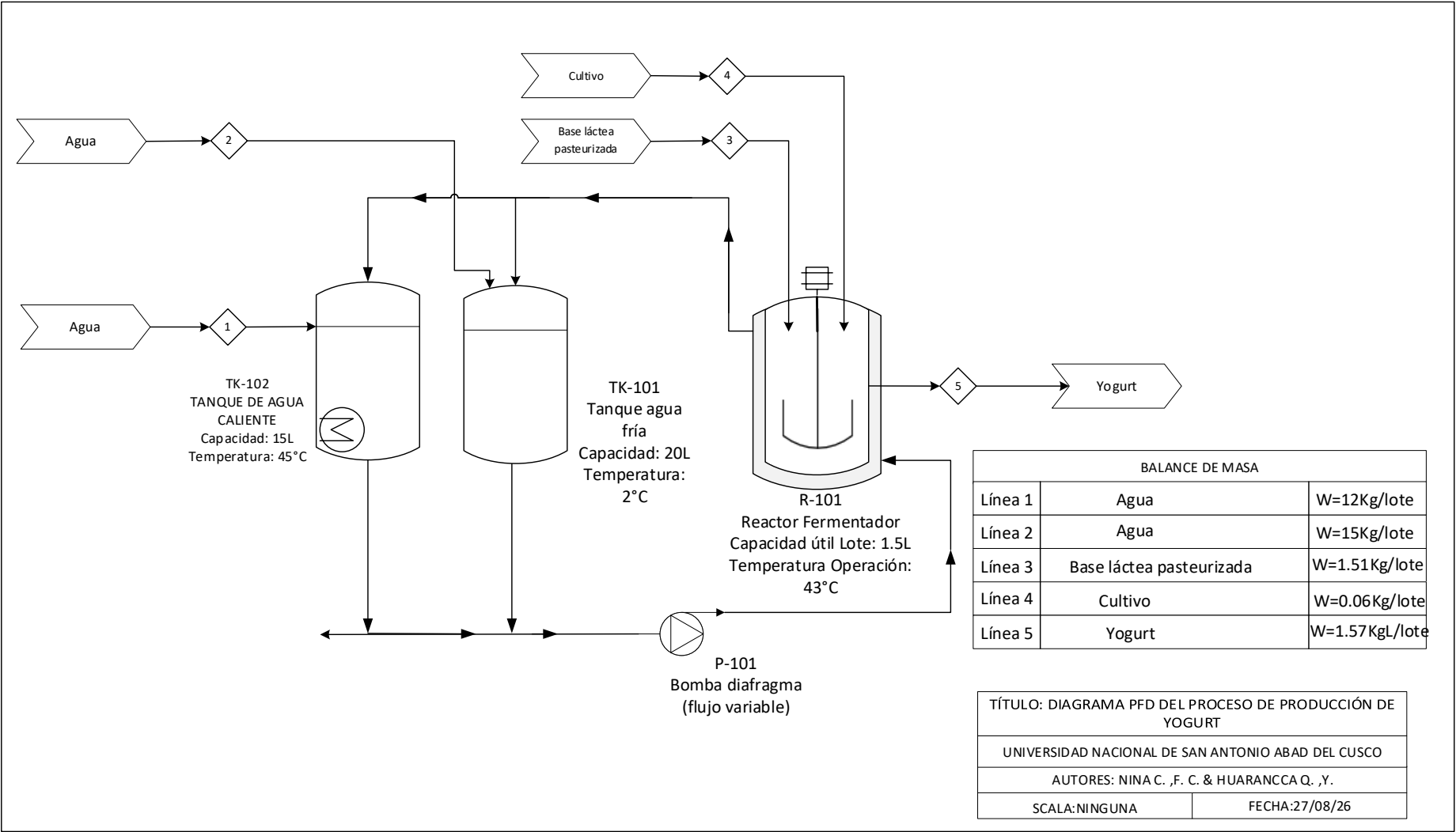
$$P = \frac{Q}{t} \quad (49)$$

El resultado mostró una potencia requerida de 1306.1 W . Por lo tanto, para asegurar un margen de seguridad frente a pérdidas térmicas hacia el entorno, se seleccionó una resistencia comercial de 1500 W .

3.4.1.1.3. Diagrama de flujo del proceso

El diagrama PFD del proceso de producción de yogurt se muestra en la Figura 13, fue elaborado en Visio profesional 2019 con los valores respectivos del prototipo.

Figura 13
Diagrama de flujo del proceso de elaboración de yogurt



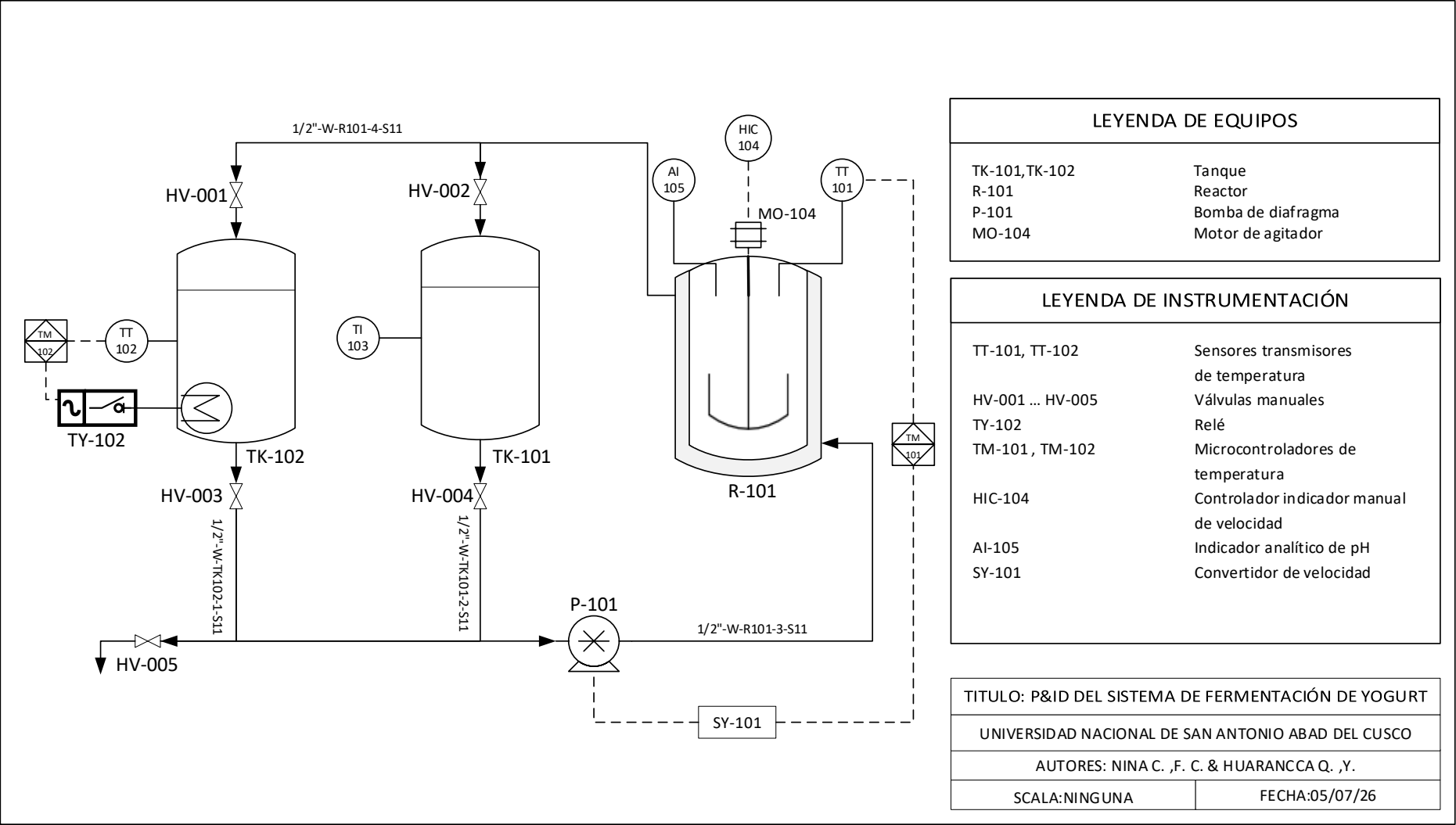
3.4.1.2. Instrumentación del prototipo

3.4.1.2.1. Elaboración del diagrama de lazo de control y P&ID

La selección, distribución espacial y lazos de control de los instrumentos implementados en el prototipo se elaboraron en el diagrama P&ID (Diagrama de Tuberías e Instrumentación) del proyecto. El sistema instrumentado se detalla en la Figura 14 y se describió mediante los siguientes lazos de control:

- Lazo de Control de Temperatura del Reactor (R-101): El sensor transmisor de temperatura TT-101 midió continuamente la temperatura del reactor. Esta señal fue procesada por un controlador de temperatura (TM) mediante un algoritmo de control Proporcional-Integral-Derivativo (PID), con un valor de consigna de 43 °C. El controlador calculó el error y envió la acción correctiva hacia el convertidor de velocidad (SY), el cual moduló dinámicamente el caudal de la bomba de diafragma P-101.
- Monitoreo de Temperatura y pH: El sistema está conformado por un sensor-transmisor analógico de pH (AI-105) sumergido en el reactor R-101 y un transmisor de temperatura (TT-101). Ambos instrumentos registraron continuamente las variaciones de las variables en el reactor; posteriormente, enviaron señales proporcionales hacia la placa Arduino, la cual procesó los datos para el despliegue y almacenamiento de los valores medidos.
- Subsistema de Mezcla Mecánica: El motor eléctrico MO-104 accionó el agitador tipo ancla dentro del reactor R-101. Su operación se comandó de forma local mediante un controlador manual de velocidad (HIC-104).
- Lazo de Control ON – OFF del tanque auxiliar (TK-102): El tanque de agua caliente dispuso de un sensor transmisor TT-102 conectado a un controlador de temperatura local (TM-102) que ejecutó una estrategia ON-OFF con banda de histéresis de +0.8 °C y –0.2 °C con respecto a set point. El algoritmo conmutó el estado del relé de potencia TY-102 para energizar o desenergizar la resistencia eléctrica de inmersión de 1500 W.

Figura 14
Diagrama P&ID del sistema de fermentación



3.4.1.2.2. Arquitectura de Control Primario-Secundario (Arduino 1 y 2)

La adquisición y procesamiento de señales se implementaron mediante dos microcontroladores Arduino Nano, configurados bajo una arquitectura de comunicación Primario - Secundario a través del protocolo serial. El Arduino 1 (controlador primario) captó las señales de temperatura, pH y potenciómetros de ajuste, ejecutó de forma cíclica el algoritmo de control PID y transmitió los resultados al Arduino 2. En el apéndice B2 se detalló la lógica de programación del Arduino Primario.

El Arduino 2 (controlador secundario) recibió los datos, los interpretó y ejecutó las acciones de control correspondientes. Asimismo, este dispositivo gestionó el encendido y apagado de la bomba y de la resistencia eléctrica mediante relés. Durante la operación en modo PID, tradujo la señal de control en ángulos de giro para el servomotor, e imprimió las lecturas en la pantalla LCD. Su código de programación se detalló en el apéndice B3.

Para la supervisión del proceso, se desarrolló un script en Python, conectado a la PC, el cual interceptó las señales con una frecuencia de muestreo de 2 segundos. Todas las mediciones de temperatura y pH se exportaron y almacenaron de forma continua en una hoja de cálculo de Excel. Este intervalo de muestreo garantizó una resolución temporal capaz de caracterizar la dinámica del sistema de fermentación. Los códigos empleados se visualizan en el apéndice B4.

3.4.1.2.3. Calibración y verificación de sensores

Antes de las pruebas experimentales se garantizó la confiabilidad de las mediciones de las variables de proceso mediante los siguientes procedimientos:

- El sensor de temperatura fue verificado mediante comparación directa con un termómetro patrón calibrado, cuyo certificado de calibración se adjuntó en el Anexo A. Se evaluaron tres puntos de referencia dentro del rango operativo de 17.8 °C a 89.0 °C. Los resultados de exactitud se consolidan en la Tabla 11, con el fin de validar la exactitud de la medición.

Tabla 11*Verificación del sensor de temperatura*

N° de prueba	Temperatura patrón(°C)	Lectura de sensor (°C)	Error absoluto (°C)
1	17.8	17.7	- 0.1
2	42.0	42.0	0.0
3	88.9	89.0	0.1

- El sensor de pH fue calibrado utilizando soluciones buffer estándar de pH 4.0, 7.0 y 10.0 a 25 °C, tal como se detalla en la Figura 51 del Apéndice F4. A partir de las lecturas de voltaje obtenidas, detalladas en la Tabla 12, se realizó un ajuste lineal mediante regresión por el método de mínimos cuadrados para establecer la ecuación de conversión entre la señal de voltaje y el pH. Este procedimiento permitió obtener una relación lineal de calibración dentro del rango operativo del proceso, cuya ecuación se presenta en la Ecuación 50.

$$pH = -5.53V + 31.41 \quad (50)$$

Tabla 12*Calibración del sensor de pH*

N° de prueba	Buffer de pH	Voltaje medido(V)	pH estimado del sensor
1	4	4.96	3.98
2	7	4.40	7.08
3	10	3.87	10.01

3.4.2. Obtención del modelo dinámico

El propósito de esta sección fue determinar la función de transferencia que representa el comportamiento térmico del prototipo de biorreactor, sirviendo como base para sintonizar los parámetros del lazo de control en tiempo real. Para ello se sigue el procedimiento mediante el método de caja negra.

3.4.2.1. Modelo empírico “caja negra”

Para el desarrollo del modelo de caja negra se desarrolló a partir de datos experimentales obtenidos de un prototipo de biorreactor, lo que permitió garantizar que la representación matemática reflejara el comportamiento dinámico real del sistema.

3.4.2.1.1. Ensayo en lazo abierto

Tras verificar la instrumentación, se ejecutó una prueba en blanco utilizando agua como fluido de trabajo para caracterizar la respuesta transitoria natural del reactor en ausencia de actividad biológica. El uso de agua garantizó propiedades térmicas estables y conocidas en el rango operativo, aseguró la repetibilidad de los ensayos y previno la coagulación de proteínas en las paredes del prototipo.

El ensayo se desarrolló en lazo abierto con el algoritmo PID desactivado, aplicando un cambio tipo escalón en la variable manipulada (flujo de agua de calentamiento) para evaluar la dinámica de la variable del proceso (temperatura del biorreactor). El sistema operó con un flujo de agua de calentamiento con una temperatura constante de 42°C, un caudal constante de 2.87 L/min (tomada como 100%) ejercida por la bomba y una velocidad de agitación de 20 rpm. Los datos de la respuesta transitoria se registraron durante la fase de calentamiento hasta alcanzar el nuevo estado estacionario, cuyos resultados se ilustran en la Figura 19.

3.4.2.1.2. Identificación del sistema y selección del modelo

Los datos experimentales transitorios de la prueba en blanco se importaron en la aplicación System Identification de MATLAB. Se evaluó el ajuste frente a cuatro estructuras dinámicas candidatas: primer orden (FO), primer orden con tiempo muerto (FOPDT), segundo orden (SO) y segundo orden con tiempo muerto (SOPDT). Los parámetros se estimaron mediante algoritmos de minimización del error, seleccionando el modelo bajo criterios de porcentaje de ajuste (% Fit), indicadores de error (FPE y MSE).

3.4.2.1.3. Evaluación factorial de los efectos dinámicos

A partir del modelo dinámico obtenido, se desarrolló un diseño factorial (2^3) para analizar la influencia de tres condiciones operativas sobre sus parámetros (ganancia (K), constante de tiempo (τ) y tiempo muerto (θ)). Esto se debe a que las ganancias del controlador PID dependen de dichas variables para determinar la robustez del sistema de control implementado. Los factores evaluados correspondieron a la temperatura de fuente caliente (T), el caudal de la bomba (Q) y la agitación del reactor (A). Los niveles definidos se consolidan en la Tabla 13.

Tabla 13

Factores y niveles del diseño factorial 2^3

Factor	Tipo	Niveles	Valores	Unidades
T	Fijo	2	42	°C
			53	
Q	Fijo	2	50	%
			100	
A	Fijo	2	0	rpm
			20	

La combinación aleatoria de estos factores generó una matriz de 8 corridas experimentales (Tabla 14). Para cada condición operativa en lazo abierto, se aplicó un cambio tipo escalón y, con los datos obtenidos de respuesta transitoria, se identificó el sistema basándose en el modelo de primer orden con tiempo muerto (FOPDT) seleccionado previamente. Este procedimiento permitió generar una tabla de resultados con los parámetros dinámicos (K, τ, θ) correspondientes a cada experiencia.

Con esta base de datos se mapearon las interacciones físicas del sistema bajo diferentes escenarios de operación, aportando el sustento cuantitativo de robustez que el lazo de control PID requería absorber antes de la fermentación. Finalmente, los valores obtenidos se sometieron a un

Análisis de Varianza (ANOVA) con un nivel de confianza del 95% ($\alpha = 0.05$) para determinar la significancia estadística de los factores (T, Q, A) y sus interacciones sobre cada parámetro dinámico.

Tabla 14
Matriz del Diseño Experimental 2³

Tratamiento	Factor T	Factor Q	Factor A	Temperatura (Respuesta)
1	-1	-1	-1	41.58
2	1	-1	-1	52.18
3	-1	1	-1	41.83
4	1	1	-1	52.83
5	-1	-1	1	41.85
6	1	-1	1	52.45
7	-1	1	1	41.89
8	1	1	1	52.78

3.4.3. Sintonización del controlador PID

Para determinar los parámetros del controlador se aplicaron cuatro metodologías clásicas de sintonización ampliamente utilizadas:

- Método de Ziegler–Nichols (ZN)
- Método de Cohen–Coon (CC)
- Control basado en IMC (Internal Model Control)
- Método de Chien–Hrones–Reswick (CHR)

La sintonización se realizó empleando los parámetros del modelo dinámico obtenido en la etapa de identificación (ganancia, constante de tiempo y tiempo muerto). A partir de las ecuaciones de cada método, se calcularon los parámetros del controlador (K_p, T_i, T_d), los cuales se compararon

entre sí para su posterior traducción a las constantes del algoritmo digital (K_p, K_i, K_d). Cada conjunto fue implementado en el controlador y se evaluó mediante pruebas preliminares para analizar su estabilidad, rapidez de respuesta, sobreimpulso y capacidad de seguimiento del punto de ajuste (*setpoint*).

3.4.4. Aplicación de la sintonía en lazo cerrado

Con el controlador PID configurado en modo automático, se procedió a cargar en la memoria del microcontrolador primario los parámetros de sintonización previamente calculados (K_p), (K_i) y (K_d).

3.4.4.1. Evaluación del comportamiento del controlador en pruebas con agua

Previo a las pruebas con la leche, se ejecutaron ensayos en lazo cerrado utilizando agua como fluido de prueba para descartar configuraciones inestables o lentas. Durante estas pruebas dinámicas, se analizaron de forma comparativa los cuatro métodos de sintonización (ZN, CC, CHR e IMC), los cuales se detallan en la Tabla 8, bajo los siguientes criterios de desempeño: la magnitud del porcentaje de sobreimpulso ($\% Mp$) y el amortiguamiento de las oscilaciones. El análisis comparativo permitió seleccionar exclusivamente el método de sintonización que demostró el mejor desempeño para ser programado en el microcontrolador primario.

3.4.4.2. Etapas de elaboración del yogurt

El proceso experimental para la manufactura del yogurt se estructuró en tres fases secuenciales:

- **Preparación y Acondicionamiento:** Se realizó fuera del biorreactor en recipientes auxiliares. Comprendió la preparación de la leche con la adición de leche en polvo y azúcar blanca, la pasteurización de la materia prima a 85 °C durante 10 minutos y su posterior enfriamiento.
- **Inoculación e Incubación:** La leche acondicionada se transfirió al reactor R-101 para ser inoculada con el cultivo iniciador (*Lactobacillus bulgaricus* y *Streptococcus*

thermophilus). En esta etapa se activó el lazo cerrado de control para mantener una temperatura constante de 43 °C durante todo el periodo metabólico. La fermentación se determinó concluida cuando el sensor AI-105 registró un pH menor a 4.5.

- Enfriamiento: Se disminuyó la temperatura del producto final con el objetivo de inhibir la actividad microbiana y estabilizar las propiedades reológicas del yogurt obtenido.

3.4.4.3. Validación del controlador con leche

Finalmente, el algoritmo de control seleccionado se evaluó operando con la leche durante la fase de incubación. Esta validación tuvo como propósito verificar la robustez del lazo PID ante variaciones de temperatura, perturbaciones y propiedades físicas (viscosidad y densidad) distintas a las del agua. Durante esta fase se evaluaron dos aspectos específicos:

- La capacidad del controlador para mitigar las diferencias dinámicas observadas respecto a las pruebas con agua sin perder estabilidad.
- El desempeño del controlador para evitar sobre oscilaciones.

3.4.5. Monitoreo del pH y % de acidez durante la fermentación del yogurt

3.4.5.1. Adquisición de las variables del proceso

Durante el experimento de fermentación se registraron de manera simultánea las variables de pH y el porcentaje de acidez para describir su comportamiento. Mientras que el pH se adquirió de forma continua (cada 2 s) mediante el sensor de pH, la acidez titulable se determinó de forma discreta en intervalos de 15 min mediante análisis volumétrico ácido - base, ejecutando los siguientes pasos:

- Muestreo: Se extrajeron alícuotas de 10 mL del medio de fermentación cada 15 minutos utilizando la pipeta volumétrica.
- Preparación: La muestra se vertió en un matraz Erlenmeyer y se adicionaron tres gotas de solución indicadora de fenolftaleína.

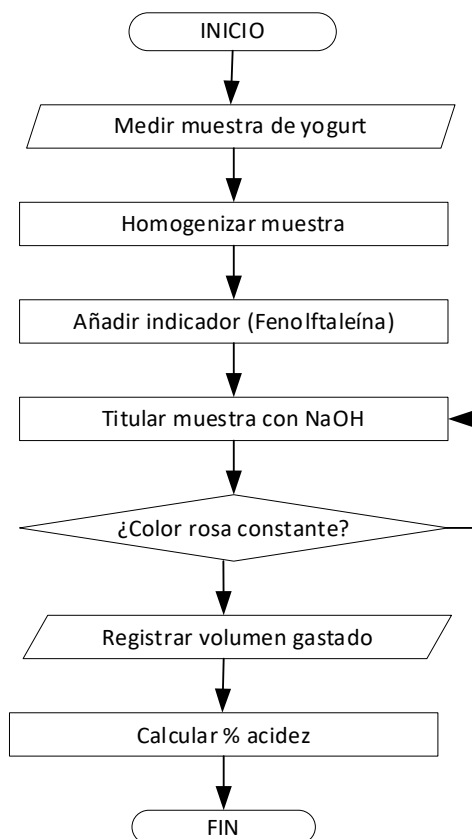
- Titulación: Se neutralizó la muestra mediante el dosificado gota a gota de una solución estándar de hidróxido de sodio (NaOH) a 0.1 N desde la bureta de 50 mL, bajo agitación manual constante, hasta la aparición de un viraje de color rosa tenue persistente por 30 segundos.
- Cálculo: El porcentaje de acidez expresado en ácido láctico se calculó mediante el método volumétrico establecido por el Instituto Nacional de Calidad (INACAL) (2026) ,expresado por la Ecuación 51.

$$\% \text{Ácido láctico} = \frac{(V_{NaOH} \times N_{NaOH} \times 0.09)}{V_{muestra}} \times 100 \quad (51)$$

En la ecuación 51, (V_{NaOH}) representa el volumen gastado de reactivo titulante (mL), N_{NaOH} es la normalidad del NaOH (0.1 N), $V_{muestra}$ es el volumen de la alícuota láctica (10 mL) y 0.09 es el miliequivalente químico del ácido láctico.

Las etapas secuenciales del análisis volumétrico empleado se ilustran en el flujograma de la Figura 15.

Figura 15
Procedimiento del análisis volumétrico



3.4.5.2. Modelado matemático de la relación entre acidez y pH

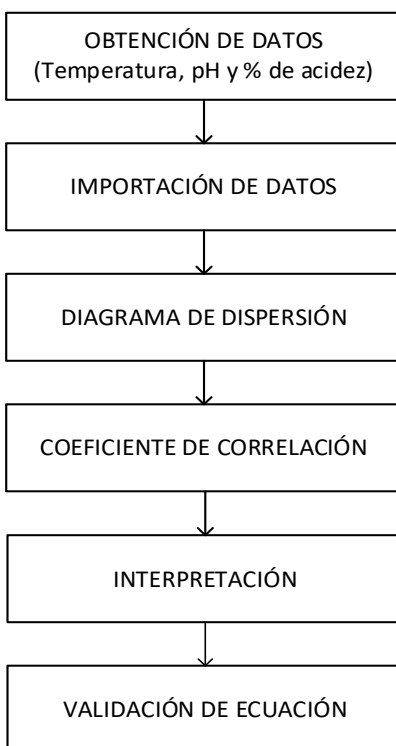
Con la base de datos consolidada, se determinó la relación matemática entre el pH y la acidez titulable mediante el software Minitab (Versión 19). El desarrollo del modelo y la evaluación de su bondad de ajuste se estructuraron bajo los siguientes criterios metodológicos:

- Cálculo de coeficientes estadísticos de correlación.
- Gráficos de dispersión acidez – pH.
- Validación estadística del modelo.

La calidad del ajuste fue evaluada mediante indicadores estadísticos, tales como el coeficiente de determinación (R^2) y el análisis del error cuadrático medio (MSE). El procedimiento general seguido para la correlación de las variables se detalla en la Figura 16.

Figura 16

Procedimiento para la correlación de las variables



CAPÍTULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Equipo e instrumentación del sistema de control.

4.1.1. Equipo construido

El desarrollo del prototipo se realizó acorde al P&ID de la Figura 14 de la metodología; posteriormente, se procedió con el montaje físico del equipo y la implementación de su respectivo tablero eléctrico de control.

En la Figura 17 se detalla la arquitectura de distribución eléctrica diseñada, la cual implementó una división estratégica de las fuentes de alimentación de hardware para optimizar la integración de los reguladores de velocidad SY-101 (SY configurada por variador PWM y servomotor).

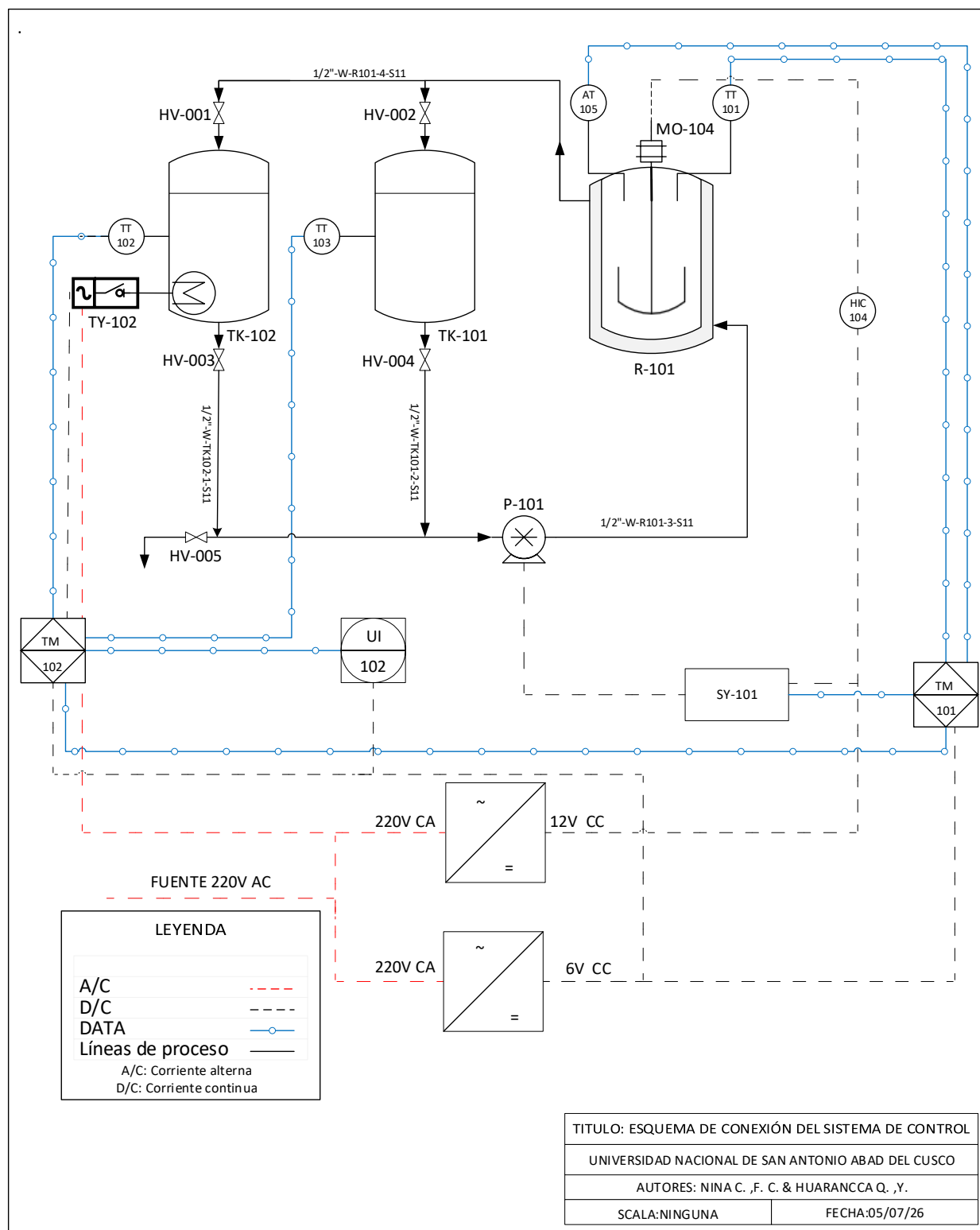
El sistema segmentó la energía en dos redes completamente independientes: una línea de potencia mediante un adaptador de 12V / 10A DC, encargada de energizar directamente al regulador manual de velocidad (HIC – 104) y al convertidor de velocidad (SY – 101) y la bomba de recirculación, para absorber la alta demanda de corriente transitoria durante los arranques o cambios dinámicos de velocidad en los motores; y una línea de control aislada por un adaptador de 6V / 5A DC, destinada exclusivamente al suministro de las unidades de procesamiento principales (TM 101, TM 102) y del módulo de visualización local UI 101 (pantalla LCD). Esta separación funcional eliminó el acoplamiento de ruido electromagnético provocado por la conmutación de alta frecuencia por los reguladores de velocidad, lo que garantizó la estabilidad operativa del hardware al prevenir reinicios inesperados y lecturas erróneas en los lazos de instrumentación del proceso.

La línea de 220 V AC (señalización roja discontinua) suministra la potencia eléctrica necesaria para alimentar la resistencia del tanque TK-102 durante el proceso. Este flujo energético fue regulado por el relé de conmutación TY-102, un componente que proporcionó el aislamiento galvánico esencial para proteger los circuitos lógicos de baja tensión. El sistema operó de manera automatizada cuando la unidad de control TM-102 detectó la necesidad de calentar el fluido y envió

una señal de bajo voltaje; esto activó la bobina del relé, cerrando el circuito de fuerza y permitiendo el paso seguro de los 220 V AC hacia la resistencia para estabilizar la temperatura del proceso.

Asimismo, todos los equipos y funciones del sistema pudieron ser accionados o detenidos manualmente por el operador a través del tablero eléctrico de control.

Figura 17
Esquema de conexión del sistema de control



4.1.2. Captación de datos y monitoreo en tiempo real

El sistema desarrollado con Arduino permitió el monitoreo y registro en tiempo real de las principales variables del biorreactor. Además, se implementó una pantalla LCD en el tablero eléctrico de control, lo que facilitó la visualización física e inmediata del comportamiento de todas las variables del proceso.

Figura 18

Interfaz de visualización en LCD de los parámetros operativos y modos de control



La Figura 18 muestra las variables de proceso y el estado de los actuadores en la interfaz del sistema. Las lecturas en tiempo real incluyeron la temperatura del reactor (TR), la temperatura del tanque caliente (TT) y el pH de la solución dentro del reactor (pH). Los indicadores SPR y SPT especificaron los valores de referencia (*set-point*) configurados para el reactor y el tanque caliente.

Las condiciones de operación y control se definieron mediante los siguientes parámetros:

- M (Modo de operación): Definió la tarea activa del algoritmo, siendo ($M = 0$) para enfriamiento del reactor controlado, ($M = 1$) para calentamiento del reactor controlado, ($M = 2$) para pruebas en lazo abierto sin control y ($M = 3$) para el calentamiento exclusivo del tanque caliente.
- B y C (Señales de estado): Indicó el estado operativo (ON/OFF) de la bomba de recirculación y la resistencia de inmersión, respectivamente.
- S (Acción de control): Representó el porcentaje de 0 a 100% del caudal de la bomba, determinado por la acción del controlador PID.

4.2. Modelo matemático

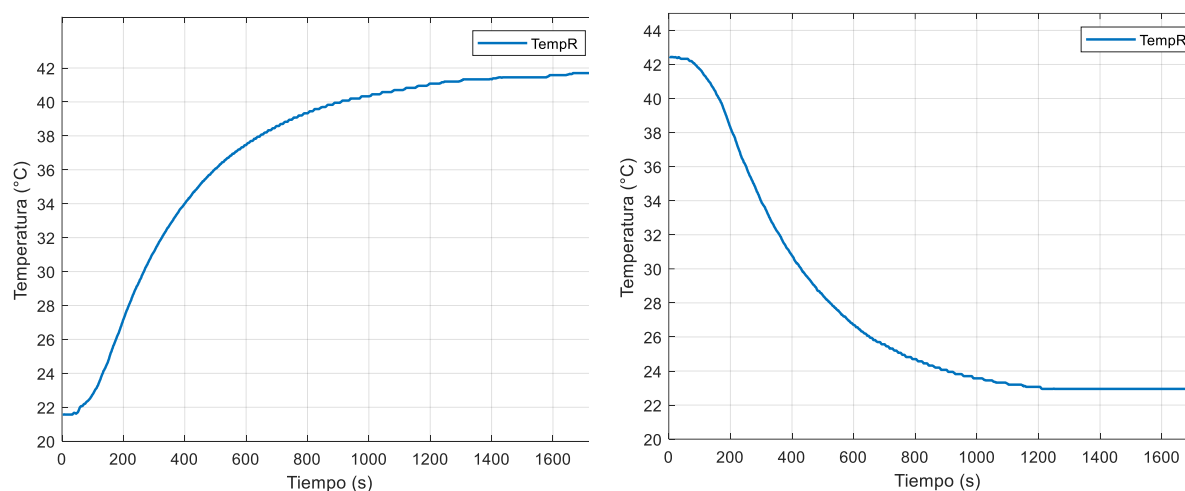
4.2.1. Prueba del sistema en agua

La respuesta obtenida reflejó el comportamiento dinámico intrínseco del sistema. Se aplicó un cambio tipo escalón en la variable manipulada caudal de la bomba y se registró la respuesta. El sistema mostró una respuesta estable y reproducible, lo que facilitó el análisis del comportamiento dinámico.

En la Figura 19, se ilustran las curvas medidas durante la prueba con agua. Las gráficas incluyeron: temperatura vs. tiempo durante de calentamiento hasta alcanzar el estado estacionario y la fase de enfriamiento hasta alcanzar al nuevo estado estacionario.

Figura 19

Curva de calentamiento y enfriamiento de prueba con agua



a) Curva de calentamiento

b) Curva de enfriamiento

Esta prueba permitió aislar los efectos biológicos y fisicoquímicos propios de la fermentación. Esto facilitó la identificación de un modelo dinámico representativo que sirvió como referencia para comparar el comportamiento posterior con leche y yogurt.

4.2.2. Identificación del sistema

Para la identificación del sistema con agua se utilizaron los datos obtenidos en lazo abierto, correspondientes a la respuesta transitoria del proceso hasta alcanzar el nuevo estado

estacionario. La selección del modelo más representativo se realizó considerando el ajuste (Fit), los indicadores de error (FPE y MSE) los cuales se presentan en la Tabla 15.

Tabla 15
Parámetros de los modelos evaluados con agua

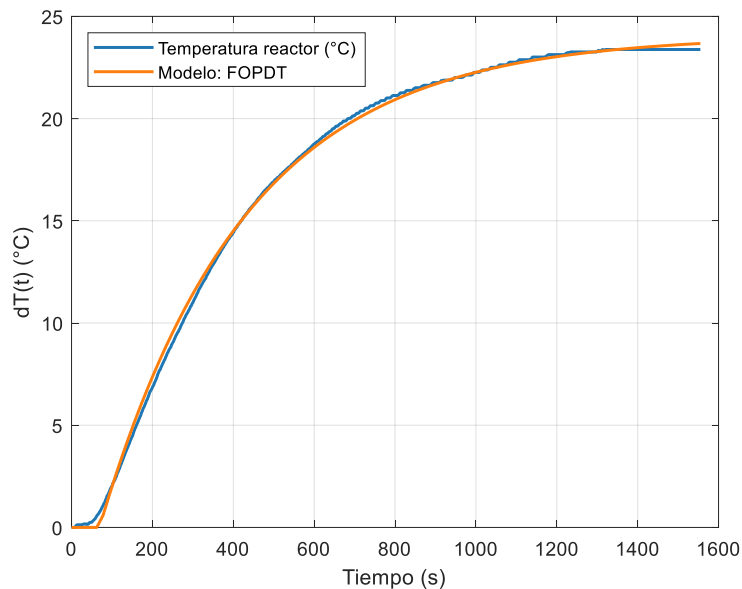
Modelo	K	Tau 1	Tau2	theta	Fit	FPE	MSE
FO	1.0247	393.205	0	0	92.62%	0.2769	0.2747
FOPDT	1.0167	358.395	0	50.89	96.02%	0.08081	0.07998
SO	1.0088	318.4442	70.0397	0	98.92%	0.006006	0.005929
SOPDT	1.009	319.8722	66.9181	19.588	98.94%	0.005762	0.005673

Nota: FO: Primer Orden, FOPDT: Primer Orden con Tiempo Muerto, SO: Segundo Orden, SOPDT: Segundo Orden con Tiempo Muerto.

Entre todos los modelos evaluados, el modelo de Segundo Orden con Tiempo Muerto registró los errores más bajos ($FPE = 0.005762$; $MSE = 0.005673$) y un Fit = 98.94%. No obstante, se seleccionó el modelo FOPDT para la representación del proceso. Aunque este presenta un error mayor ($FPE = 0.08081$; $MSE = 0.07998$), que los modelos de segundo orden su porcentaje de ajuste fue elevado (96.02%) y logró capturar con precisión la dinámica dominante del sistema como se muestra en la Figura 20, donde la gráfica está dada en términos de variables de desviación.

Esta decisión se fundamentó en la literatura sobre selección de modelos, la cual enfatiza que el modelo óptimo no es necesariamente el más complejo o el de menor error bruto, sino aquel que logra la mejor relación entre capacidad predictiva, parsimonia y facilidad de uso en el diseño de estrategias de control (Mangan *et al.*, 2017). En consecuencia, el modelo FOPDT ofreció una descripción adecuada del comportamiento dinámico con un nivel de complejidad matemática manejable para la etapa de sintonización.

Figura 20
Comportamiento dinámico del agua



Los parámetros identificados que caracterizaron al sistema son: ganancia del proceso $K = 1.0167$, constante de tiempo $\tau = 358.395$ s y tiempo muerto $\theta = 50.89$ s. El modelo matemático idóneo para describir la dinámica térmica del sistema correspondió a un Modelo de Primer Orden con Tiempo Muerto (FOPDT), cuya función de transferencia en el dominio de Laplace esta expresado por la Ecuación 52. Asimismo, la validación del modelo se detalla en el Apéndice C1.

$$G(s) = \frac{1.0167 e^{-50.89s}}{358.395 s + 1} \quad (52)$$

Zegarra (2018) planteó un modelamiento analítico fundamentado en ecuaciones teóricas de transferencia de calor para un volumen industrial de 500 litros, en esta investigación se optó por un enfoque experimental de caja negra para un prototipo de 1.5 litros. La obtención de la función de transferencia directamente de los datos de operación del reactor enchaquetado garantizó una sintonización matemática representativa para la dinámica real.

4.2.3. Prueba del sistema con leche

De manera similar al método empleado con agua se aplicó directamente este mismo enfoque para la prueba con leche, mediante la identificación del modelo dinámico usando

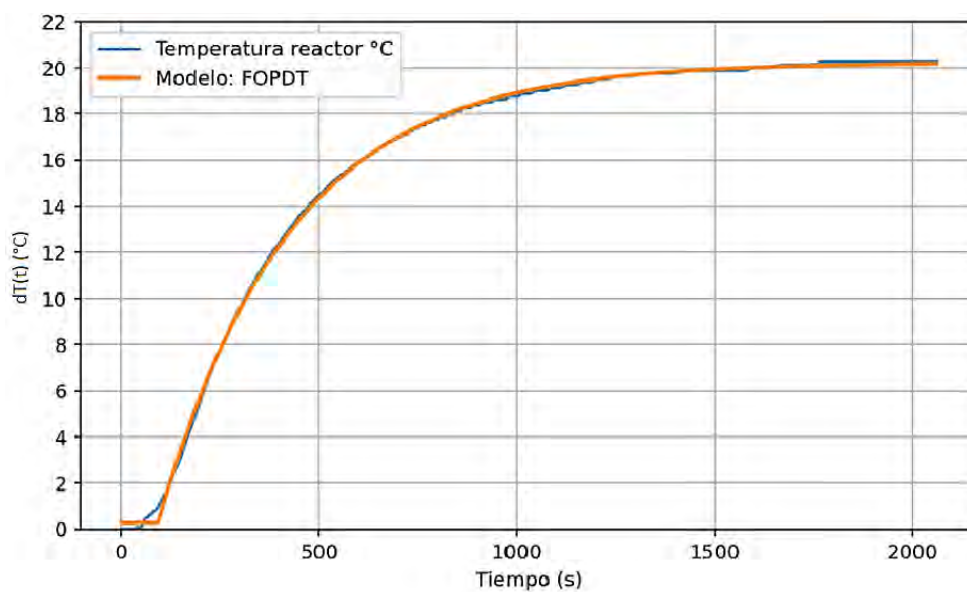
Matlab. En la Tabla 16 se muestran los parámetros obtenidos mediante la identificación de sistemas.

Tabla 16. Identificación del modelo dinámico con leche

Modelo	K	tau1	tau2	theta	Fit	FPE	MSE
FO	1.0012	377.9023	0	0	91.99%	0.2146	0.2134
FOPDT	0.99741	347.5003	0	49.86	95.42%	0.07031	0.06976
SO	0.99459	322.9136	52.3815	0	97.66%	0.01831	0.01813
SOPDT	0.99478	325.362	39.7583	38.988	97.96%	0.01395	0.01378

Entre todos los modelos evaluados, El modelo de Segundo Orden con Tiempo Muerto alcanzó el mejor desempeño numérico y un Fit = 97.96%. No obstante, se seleccionó el modelo FOPDT para la representación del proceso. Aunque este presentó un error mayor (FPE = 0.07031; MSE = 0.06976) y un Fit = 95.42%, su porcentaje de ajuste fue mayor al 95%, por lo que capturó la dinámica dominante necesaria para el control.

Figura 21
Comportamiento dinámico de la leche



El ajuste obtenido por el modelo de FOPDT fue satisfactorio, como se muestra en la Figura 21. Por lo tanto, se obtuvo el siguiente modelo de función de transferencia en el espacio de Laplace, la cual esta expresada por la Ecuación 53.

$$G(s) = \frac{0.997e^{-49.86s}}{347.5s + 1} \quad (53)$$

El modelo dinámico obtenido para el reactor enchaquetado mediante el proceso de identificación correspondió a un modelo FOPDT, este se identificó con el *System Identification Toolbox* de MATLAB, mientras que Quispe (2023) empleó el método de la curva de reacción mediante el procedimiento de Smith de dos puntos, ambos a partir de datos en lazo abierto.

El modelo de esta investigación presentó una ganancia ($K = 0.997$), una constante de tiempo ($\tau = 347.5$ s) y un tiempo muerto ($\theta = 49.86$ s); en contraste, Quispe (2023) reportó ($K = 5.195$), ($\tau = 2987.83$ s) y ($\theta = 474.87$ s). A pesar de que los valores de (τ) y (θ) en el estudio de Quispe fueron 8.6 y 9.5 veces mayores, respectivamente, la relación (θ/τ) fue similar en ambos modelos (0.143 frente a 0.159). Esto indica que la proporción del tiempo muerto respecto a la dinámica del proceso se mantuvo equivalente en ambas investigaciones, aun cuando operan en escalas temporales y de magnitud diferentes.

4.2.4. Evaluación factorial de los efectos sobre las respuestas dinámicas

Se realizó un diseño factorial 2^3 para determinar los efectos de caudal de la bomba (Q), agitación del reactor (A) y temperatura de fuente caliente (T) sobre los parámetros dinámicos del proceso. Los resultados de la identificación para cada corrida, obtenidos mediante la herramienta *System Identification* de MATLAB bajo una estructura FOPDT, se consolidan en la Tabla 17.

Tabla 17
Resumen de parámetros dinámicos (FOPDT) por corrida

T (°C)	Q (%)	A (rpm)	K	tau	theta	Fit	FPE	MSE
-1	1	1	1.0167	358.395	50.89	96.02%	0.08081	0.07998
-1	1	-1	0.99861	351.653	52.35	95.12%	0.05071	0.06598
-1	-1	1	1.0042	505.2085	60	96.34%	0.0456	0.04533
-1	-1	-1	0.99246	492.7603	30	96.50%	0.04266	0.04245
1	1	1	1.0007	316.5206	46.696	96.67%	0.07769	0.07697
1	1	-1	0.99644	323.8701	47.318	96.60%	0.0667	0.06623
1	-1	1	0.99576	474.0104	45.726	96.50%	0.07263	0.07213
1	-1	-1	0.98088	519.4647	59.554	96.83%	0.06817	0.06783

Nota. Los valores reales de los factores fueron codificados donde (-1) representa el

nivel bajo y (+1) el nivel alto.

Se observó que el modelo de primer orden más tiempo muerto obtenido presentó un ajuste (*Fit*) superior al 95% en todas las condiciones evaluadas, lo que garantizó la confiabilidad de los parámetros para la posterior sintonización del controlador PID. Asimismo, se evidenciaron las variaciones en la constante de tiempo (τ) y el tiempo muerto (θ), ante cambios de caudal.

Por el contrario, los valores de K se mantuvieron cercanos a la unidad (entre 0.98 y 1.01) en las ocho corridas experimentales, lo que demostró que la ganancia del sistema es prácticamente independiente de la temperatura, el caudal y la agitación dentro del rango estudiado. Este comportamiento resultó consistente con procesos lineales donde la relación entrada - salida está dominada por las características físicas del sistema (Seborg *et al.*, 2017).

4.2.4.1. Modelo lineal general: K vs. T; Q; A

Para evaluar la influencia de los factores experimentales sobre la ganancia del proceso (K), los datos de la matriz factorial (Tabla 17) se procesaron en el software Minitab mediante un Análisis de Varianza (ANOVA). Este procedimiento permitió determinar la significancia estadística de los efectos principales y evaluar la capacidad predictiva del modelo lineal, cuyos resultados se consolidan en las Tablas 18 y 19.

Tabla 18

Análisis de Varianza de K vs. T, Q, A

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Regresión	3	0.000330	0.000110	1.29	0.393
Temperatura	1	0.000016	0.000016	0.19	0.686
Caudal	1	0.000125	0.000125	1.47	0.293
Agitación	1	0.000189	0.000189	2.21	0.211
Error	4	0.000341	0.000085		
Total	7	0.000671			

Nota. GL = Grados de Libertad; SC Ajust. = Suma de Cuadrados Ajustados; MC Ajust.

= Media de los Cuadrados Ajustados. El nivel de significancia configurado fue ($\alpha = 0.05$).

Como se observó en la Tabla 18, los factores T, Q y A no tuvieron efectos significativos sobre K, dado que en todos los casos el valor de p fue mayor al nivel de significancia ($p > 0.05$). Por ello, se concluyó que K se mantuvo estable ante variaciones de estos factores dentro del rango experimental de estudio.

Tabla 19

Resumen del modelo y análisis de error para la ganancia del sistema

S	R-cuadrado	R-cuadrado(ajustado)	R-cuadrado-(predicho)
0.0092394	49.15%	11.01%	0.00%

Los resultados del índice de ajuste se detallan en la Tabla 19, donde el R^2 ajustado = 49.15% y R^2 predicho = 0.00%, demostraron que el modelo lineal carece de capacidad predictiva.

$$K = 0.99317 - 0.00142T + 0.00395Q + 0.00486A \quad (54)$$

La Ecuación 54 representa la ecuación de regresión obtenida. No obstante, en concordancia con el análisis estadístico, los coeficientes asociados a la temperatura, caudal y agitación carecen de significancia. Por tanto, el parámetro K se definió como una constante invariante.

4.2.4.2. Modelo lineal general: tau vs. T; Q; A

En la Tabla 20 se presenta el análisis de varianza realizado a tau en función de la temperatura, el caudal y la agitación. El análisis de varianza reveló que el caudal “Q” fue el único factor con un efecto estadísticamente significativo sobre la respuesta (τ). Esto se confirmó al obtener un valor ($F_{1,4} = 98.67$), el cual superó el valor crítico de 7.71, y un nivel de significancia altamente significativo ($p = 0.001$). Estos resultados demuestran la influencia directa de Q sobre el comportamiento de τ .

Tabla 20
Análisis de Varianza de τ vs. T , Q , A

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Regresión	3	70673	23557.5	34.79	0.003
T	1	2082	2082.4	3.08	0.154
Q	1	66802	66802.2	98.67	0.001
A	1	1788	1788.0	2.64	0.179
Error	4	2708	677.1		
Total	7	73381			

En contraste, los factores T y A no resultaron significativos ($p = 0,154$ y $p = 0,179$, respectivamente), lo cual indicó que sus variaciones no generan cambios estadísticamente relevantes en el valor de τ dentro del rango experimental evaluado. Estos resultados evidenciaron que el parámetro dinámico τ depende principalmente del caudal, mientras que la temperatura y la agitación no contribuyen de forma importante a su variación.

La Ecuación 55 muestra el comportamiento general del modelo.

$$\tau = 419.02 - 16.13 T - 91.38 Q - 14.95 A \quad (55)$$

El modelo de regresión obtenido para la constante de tiempo τ , dado por la ecuación 55, presentó un desempeño estadístico sólido según los indicadores de ajuste. El valor de $S(pred) = 26.0203$ evidenció un error estándar relativamente bajo respecto a la magnitud de la respuesta, mientras que los coeficientes de determinación $R^2 = 96.31\%$, $R^2 \text{ ajustado} = 93.54\%$ y $R^2_{predicho} = 85.24\%$, indicaron que el modelo explica la mayor parte de la variabilidad observada, y tiene una capacidad predictiva aceptable.

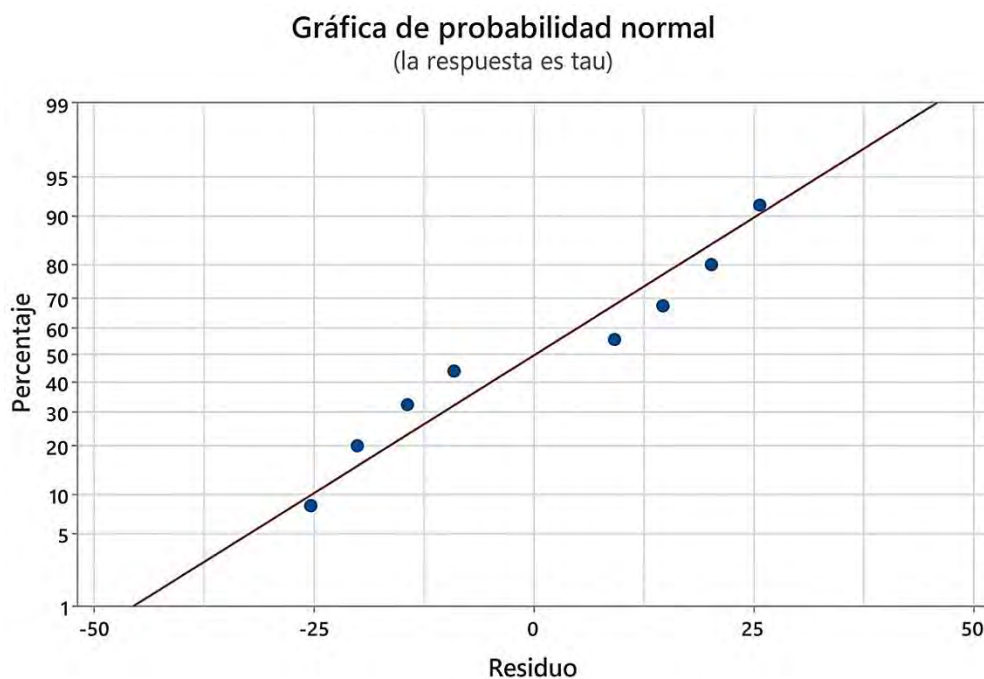
La disminución de la constante de tiempo al incrementar el caudal del fluido térmico indicó que la dinámica del sistema estuvo principalmente gobernada por las condiciones de flujo en la chaqueta.

La Figura 22 ilustra la gráfica de probabilidad normal donde los residuos del modelo se alinearon de manera lineal con la línea de referencia, lo que indicó que siguieron una

distribución normal. Aunque hay desvíos en los extremos, la tendencia general fue lineal, por lo que no se observaron desviaciones significativas al supuesto de normalidad. En conjunto, esta gráfica validó el supuesto de normalidad para el modelo lineal general aplicado a τ .

Figura 22

Gráfica de probabilidad normal de tau



4.2.4.3. Modelo lineal general: theta vs. T; Q; A

Tabla 21

Análisis de Varianza theta vs. T, Q, A

Fuente	L	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Regresión	3	1497.17	499.06	11.92	0.018
T	1	845.41	845.41	20.19	0.011
Q	1	599.88	599.88	14.33	0.019
A	1	51.88	51.88	1.24	0.328
Error	4	167.48	41.87		
Total	7	1664.65			

El análisis del modelo lineal general para la variable theta, se detalla en la Tabla 21, mostró que dos de los factores evaluados, la temperatura (T) y el caudal (Q), ejercieron un efecto estadísticamente significativo sobre el valor de theta, con valores p de 0.011 y 0.019

respectivamente, los cuales son menores al umbral de 0.05. Esto indicó que variaciones en T y Q generan cambios importantes en el tiempo muerto del sistema, lo que evidenció su relevancia en la dinámica del proceso. Por otro lado, la agitación (A) no presentó un efecto significativo ($p = 0.328$), por lo que su influencia sobre θ es marginal dentro del rango de operación ensayado. El estadístico F asociado a la temperatura (20.19) y al caudal (14.33) superó el límite crítico establecido ($F_{1,4} = 7.71$), lo que respalda que ambos factores controlan la variabilidad del tiempo muerto de forma significativa.

La ecuación 56 de regresión que determina el comportamiento es:

$$\theta = 89.55 - 10.28 T - 8.66 Q - 2.55 A \quad (56)$$

El modelo de regresión obtenido para el tiempo muerto θ , representado por la ecuación 56 de regresión, presentó un ajuste adecuado según los indicadores estadísticos del análisis. El valor de $S = 6.47072$ indica un nivel de dispersión moderado de los residuos, mientras que los coeficientes de determinación $R^2 = 89.94\%$, R^2 ajustado = 82.39% y R^2 predicho = 59.76% mostraron que el modelo explica gran parte de la variabilidad observada, mantiene coherencia tras corregir por el número de factores e incluso posee una capacidad predictiva aceptable, aunque menor en comparación con su ajuste general. En conjunto, estos resultados indicaron que la temperatura y el caudal tienen un efecto significativo sobre θ , y que la ecuación generada ofreció una representación estadísticamente válida del comportamiento de esta variable.

En conjunto, el análisis factorial muestra que las condiciones operativas modifican principalmente la rapidez y el retardo de la respuesta, mientras que la ganancia permanece casi invariante. Asimismo, en el Apéndice C2 se presenta la tabla con los resultados de la sintonización obtenidos a partir de los cuatro modelos evaluados en el análisis experimental.

4.2.5. Discusión del comportamiento dinámico del biorreactor

El sistema fue validado mediante ensayos con agua y un diseño factorial para evaluar la estabilidad térmica y la variabilidad de los parámetros dinámicos. La caracterización del biorreactor prototipo en lazo abierto determinó que el modelo de Primer Orden con Tiempo Muerto (FOPDT) describe el comportamiento dinámico de la temperatura del sistema de 1.5 L de capacidad, fabricado en acero inoxidable 304. Aunque los modelos de segundo orden (SO y

SOPDT) redujeron el Error Cuadrático Medio en las pruebas con agua (Tabla 15), se seleccionó la estructura FOPDT siguiendo el criterio de parsimonia y menor complejidad matemática en la programación del controlador planteado por Mangan *et al.* (2017). Este modelo alcanzó un grado de ajuste (*Fit*) del 96.02 % en agua y de 95.42 % en leche.

La constante de tiempo (τ) dependió exclusivamente del caudal de recirculación de la bomba (Q), ($p = 0.001$), (Tabla 20), donde una reducción del caudal al 50% elevó (τ) hasta 519.46 s al disminuir la velocidad del fluido en la chaqueta. La velocidad de agitación de 20 rpm redujo la inercia térmica interna en condiciones de alta temperatura de fuente (Corrida 8 vs 7) debido a que el impulsor tipo ancla homogeniza la temperatura dentro del biorreactor.

Asimismo, el ANOVA aplicado al tiempo muerto (θ) demostró que este parámetro es afectado de forma significativa por la temperatura de fuente caliente (T), ($p = 0.011$) y el caudal (Q), ($p = 0.019$), (Tabla 21). La agitación interna no tuvo efecto sobre el tiempo muerto ($p = 0.287$).

Por otro lado, el ANOVA confirmó que la ganancia del proceso (K) no es afectada por ninguno de los factores experimentales ($p > 0.05$), operando como una constante fija ($K \approx 0.9966$). Este comportamiento estacionario es ideal para la ingeniería de control, ya que facilita la sintonización del PID tradicional y garantiza la estabilidad del lazo cerrado ante perturbaciones operativas.

Los modelos matemáticos obtenidos, donde ambos parámetros se calculan en segundos, corresponden a la Ecuación 55: ($\tau = 419.02 - 16.13 T - 91.38 Q - 14.95 A$) y Ecuación 56: ($\theta = 89.55 - 10.28 T - 8.66 Q - 2.55 A$) representan de forma estadísticamente el comportamiento de los parámetros del modelo dinámico del proceso en lazo abierto.

4.3. Sintonía del controlador PID

4.3.1. Sintonización del agua

Luego de la identificación del sistema mediante el uso del System Identification Toolbox de MATLAB y el cálculo de los parámetros dinámicos K , τ , y θ , se procedió a realizar la sintonía del controlador con el objetivo de obtener una respuesta estable del proceso.

La Tabla 22 muestra los resultados de la sintonización de distintos métodos para el controlador PID para los parámetros de $K = 1.0167$, $\tau = 358.395$ y $\theta = 50.89$, del modelo de primer orden más tiempo muerto de la primera experiencia del diseño factorial.

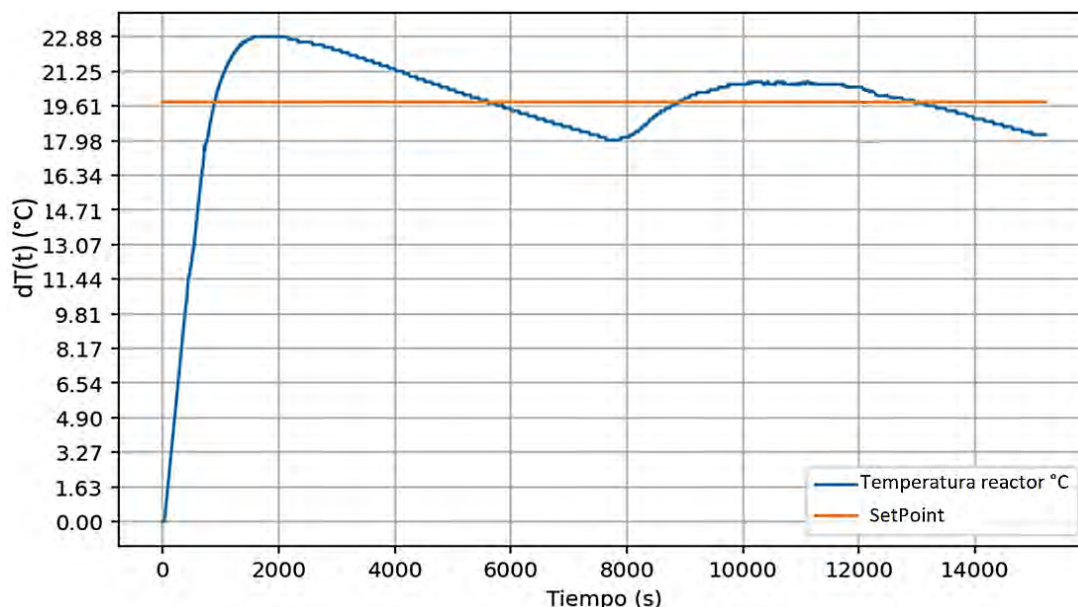
Tabla 22

Parámetros de sintonización del controlador PID

Método	K_p	T_i	T_d	K_i	K_d
Zigler Nichol	4.9870	165.8960	41.4740	0.0301	206.8295
Cohen Coon	20.3779	565.9157	121.6137	0.0360	2478.2282
IMC	2.7377	390.3683	37.0677	0.0070	101.4784
CHR	3.7402	199.0752	34.8382	0.0188	130.3026

La Figura 23 muestra la respuesta del sistema ante la aplicación de un controlador PID sintonizado mediante el método de Ziegler–Nichols. La gráfica se presenta en términos de la variable de desviación de temperatura $dT(t)$ y de la temperatura del reactor $T(t)$. Como se observa, el proceso exhibe un sobreimpulso superando el set point en aproximadamente +3.3 unidades, para posteriormente descender por debajo de este hasta −1.8 unidades. Asimismo, el tiempo de estabilización es mayor a 3.9 horas siendo no apto para el proceso.

Figura 23
Control de temperatura del reactor con PID ZN

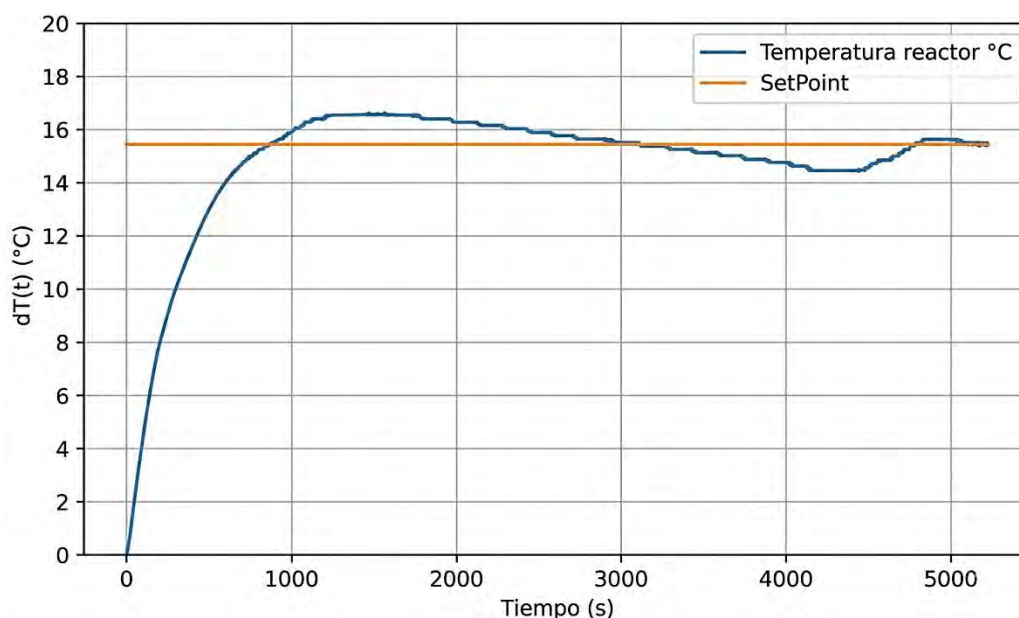


Debido a este comportamiento no deseado y a que los valores de K_p , K_i , y K_d obtenidos con este método son muy elevados; también, el método de Cohen–Coon se descarta sin hacer pruebas porque la ganancia es cuatro veces mayor que Ziegler Nichols, lo que incrementa la agresividad del controlador. Para un proceso térmico que sirve de base al control de microorganismos, este comportamiento es inaceptable por la magnitud de las desviaciones y el riesgo de inestabilidad, motivo por el cual ambos métodos se descartan. Los cálculos de los parámetros del controlador mediante el método de Cohen-Coon se detallan en el Apéndice C2.

La Figura 24 muestra el comportamiento del sistema al aplicar el controlador PID sintonizado mediante el método IMC. Como se observa, el proceso presenta un sobreimpulso menor que el obtenido con Ziegler–Nichols, superando el set point en +1.2 °C y descendiendo posteriormente hasta cerca de -1 °C.

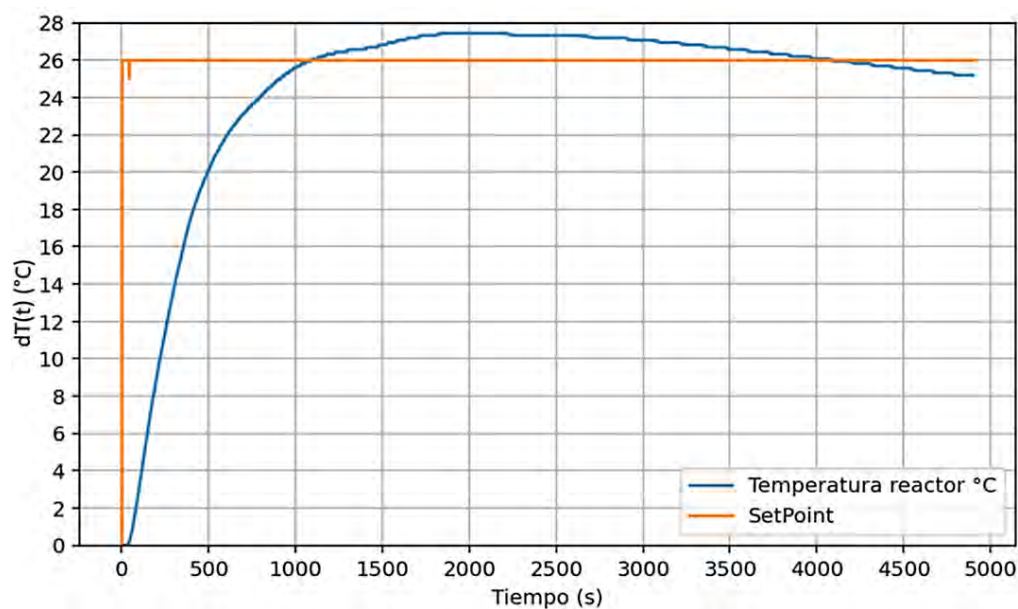
Si bien el tiempo necesario para alcanzar el set point es mayor que en el caso de Ziegler–Nichols, el desempeño general del controlador es más aceptable. No obstante, para aplicaciones que requieren un control preciso de microorganismos, este nivel de desempeño sigue siendo insuficiente.

Figura 24
Control de temperatura del reactor con PID IMC



La Figura 25 muestra el comportamiento del sistema al aplicar el controlador PID sintonizado mediante el método CHR. Como se aprecia, este método genera el menor sobreimpulso en comparación con los demás, alcanzando +1.4 unidades y descendiendo luego hasta alrededor de -1.4 unidades. Aunque el sobreimpulso máximo es similar al del método IMC, la simetría en la sobre oscilación y sub oscilación indica una respuesta más equilibrada, pero todavía lejos del control estricto deseado para bioprocesos sensibles.

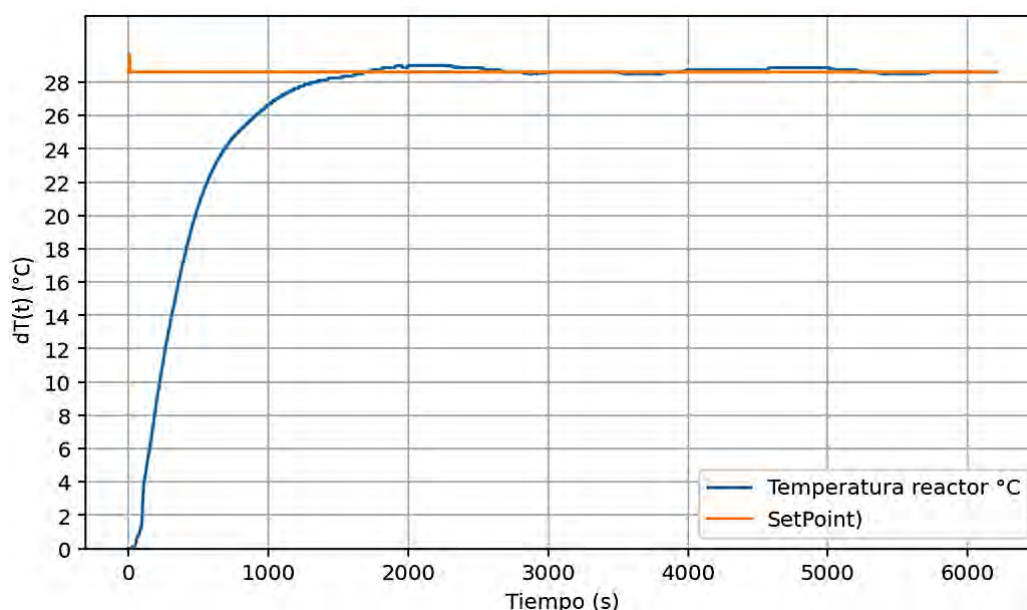
Figura 25
Control de temperatura del reactor con PID CHR



De los cuatro métodos evaluados, el método IMC mostró el mejor desempeño para este proceso. Las ganancias obtenidas mediante el método de sintonización se consideraron como valores de referencia iniciales debido a que el tiempo de estabilización es muy lento. Para disminuir el sobreimpulso y mejorar la estabilidad del sistema, se decidió iniciar las pruebas experimentales utilizando el 10% de los valores calculados para K_i y K_d , manteniendo constante la ganancia proporcional K_p . Los resultados obtenidos en la primera evaluación fueron satisfactorios, evidenciando una respuesta estable y acorde con los objetivos de control establecidos; por ello, no fue necesario realizar incrementos posteriores de K_i y K_d ni continuar con ajustes adicionales.

Los resultados evidenciaron que el ajuste del 10 % ofreció la respuesta más estable al comportamiento deseado, tal como se aprecia en la Figura 26, donde el sistema alcanza la temperatura objetivo y el sobreimpulso es de 0.30 °C y subimpulso de 0.12 °C. Este comportamiento final es apto con los valores de las ganancias es $K_p = 2.74$, $K_i = 0.0007$ y $K_d = 10.14$ para las pruebas preliminares con agua.

Figura 26
Control de temperatura del reactor con PID IMC ajustado



La combinación de una sintonía teórica (IMC) y un ajuste fino posterior permite obtener un comportamiento cercano al ideal para el control de temperatura en sistemas de

fermentación, minimizando sobreimpulso y tiempo de asentamiento sin comprometer la estabilidad.

4.3.2. Sintonización de la leche

Se empleó el método de IMC. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 23 y la simulación se visualiza en la Figura 27, en la cual se puede ver el comportamiento dinámico de la temperatura del proceso aplicando el controlador PID sintonizado con el método de IMC, ajustado al 10% en K_i y K_d .

Tabla 23

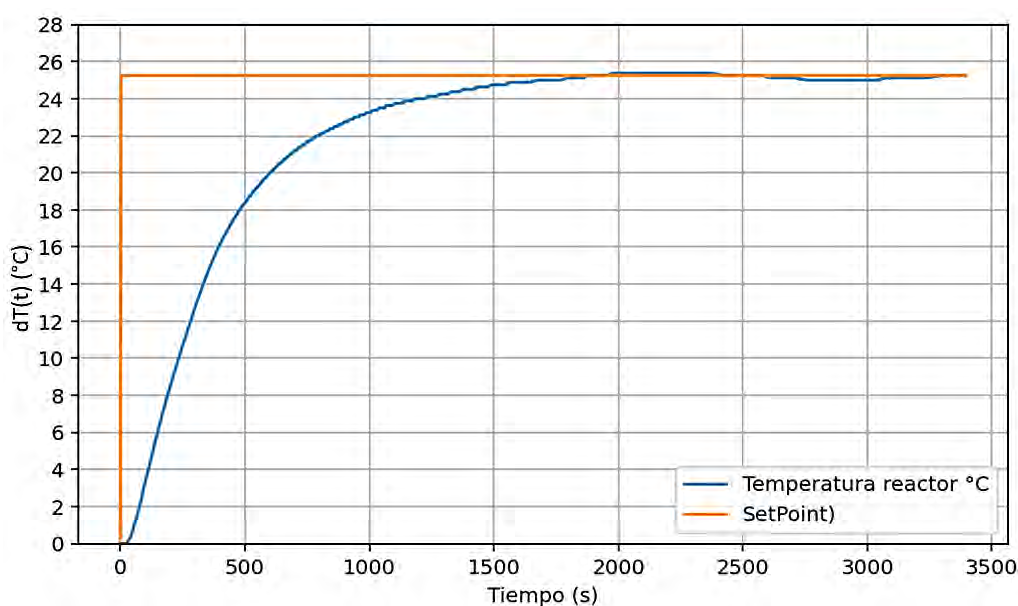
Parámetros de sintonización del controlador

	K_p	K_i	K_d
IMC	2.58815	0.00684	103.06573
IMC ajustado	2.58815	0.00068	10.30657

En la Figura 27 se observa el comportamiento de la temperatura del reactor bajo el control PID IMC ajustado. El sistema presenta una respuesta sin sobreimpulso, validando los parámetros de sintonización calculados.

Figura 27

Comportamiento dinámico de la leche y el yogurt



Los parámetros del controlador PID se determinaron mediante el método de Control de Modelo Interno (IMC) y se ajustaron reduciendo un 10 % las ganancias integral y derivativa.

Esta modificación incrementó la estabilidad del sistema y mitigó las oscilaciones durante el calentamiento de la leche. A diferencia de Putri *et al.* (2024), quienes aplicaron el método de Ziegler-Nichols basado en la curva de reacción, este estudio priorizó la robustez sobre la velocidad de respuesta.

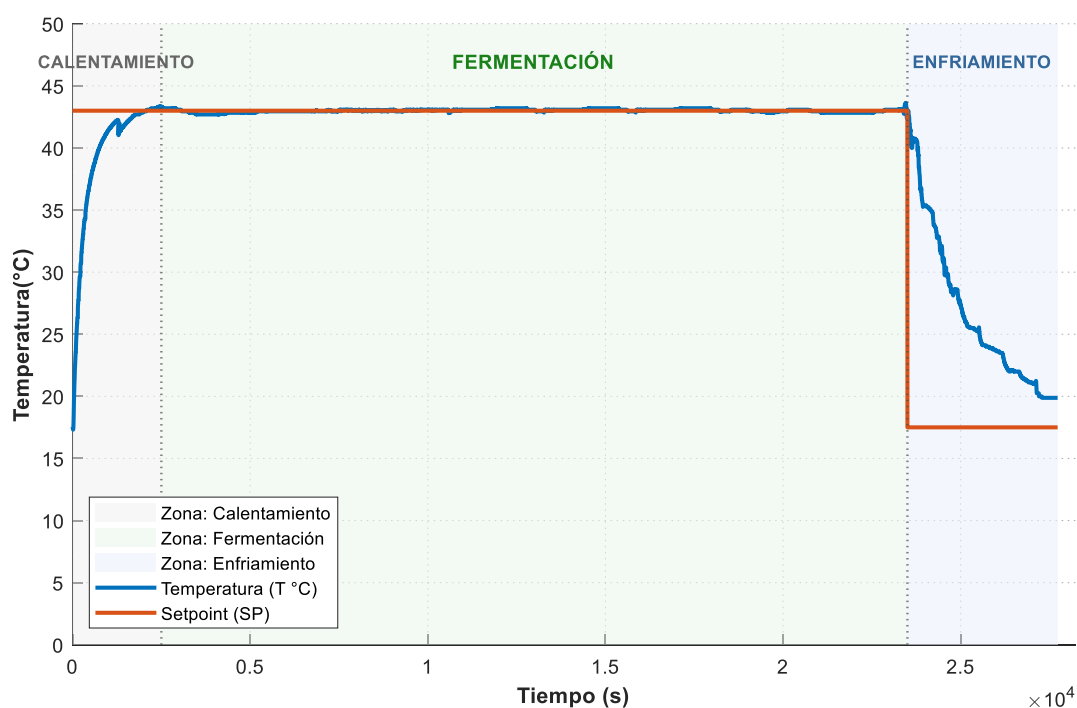
En la presente investigación se evaluó los métodos Ziegler-Nichols, Cohen-Coon, CHR e IMC, y se seleccionó IMC como ajuste final del controlador. En contraste, Quispe (2023) evaluó los métodos Ziegler-Nichols y Cohen-Coon, seleccionando finalmente Ziegler-Nichols. De esta manera, ambos estudios emplearon modelos FOPDT para la sintonización del controlador, aunque se difirió en el conjunto de métodos evaluados y en el método finalmente seleccionado.

4.4. Aplicación de la sintonía en el controlador

4.4.1. Control en tiempo real en todo el proceso de fermentación de yogurt

Los valores obtenidos en la sintonización se implementaron en el controlador del proceso de fermentación del yogurt. La Figura 28 presenta el comportamiento dinámico de la temperatura del reactor ante un set point de 43 °C.

Figura 28
Control de temperatura con un set point de 43°C



En la Figura 28, se aprecia que la temperatura del reactor alcanzó un sobreimpulso de $+ 0.33\text{ }^{\circ}\text{C}$ respecto al valor deseado en la primera etapa, y un valor de $- 0.30\text{ }^{\circ}\text{C}$ de subimpulso antes de estabilizarse cerca del *setpoint* de $43^{\circ}\text{C} \pm 0.20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Esto confirma que el controlador PID logra adaptarse a las variaciones del proceso manteniendo una desviación aceptable.

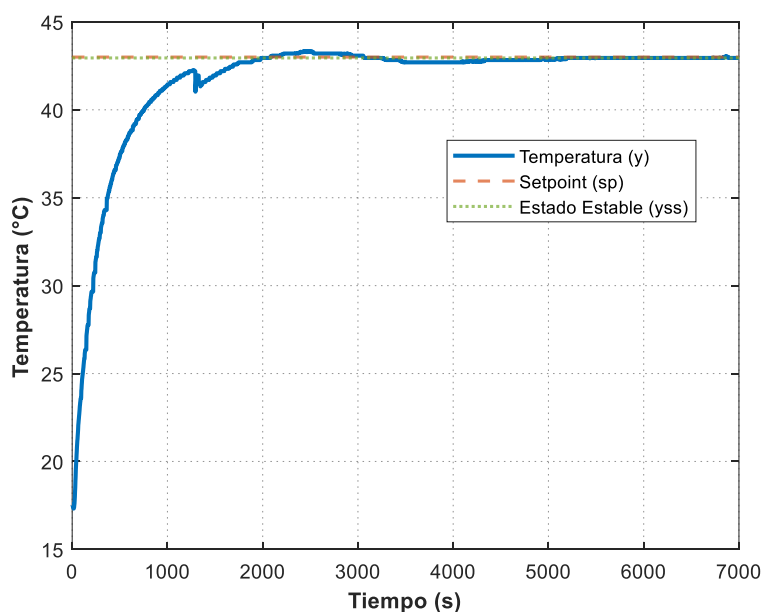
El proceso se divide en tres etapas consecutivas: el calentamiento comprende desde los 0 hasta los 2500 s; la fermentación se extiende desde los 2500 hasta los 23500 s; y el enfriamiento toma lugar desde los 23500 hasta los 28000 s.

A partir de los datos en segundos, el tiempo para cada etapa es:

- Tiempo de calentamiento: 0.69 horas (2500 s)
- Tiempo de fermentación neta: 5.5 horas (19800 s)
- Tiempo de enfriamiento: 1.25 horas (4500 s)

El proceso completo, desde el inicio del calentamiento hasta el final del enfriamiento, tiene una duración total de 7.7 horas (27730 s).

Figura 29
Respuesta experimental del sistema



Como se ilustra en la Figura 29, la respuesta experimental del sistema valida la robustez de la sintonización IMC implementada. El proceso exhibe un calentamiento gradual libre de oscilaciones severas y un sobreimpulso al aproximarse a la temperatura de consigna ($43\text{ }^{\circ}\text{C}$). Asimismo, destaca la capacidad del controlador para rechazar perturbaciones, evidenciada una

recuperación de la temperatura tras una caída abrupta ocurrida cerca de los 1300 s, debido a la adición del cultivo iniciador, logrando finalmente un error en estado estacionario de 0.05 °C a partir de los 4000 s.

En la Tabla 24 se detalla las características del controlador.

Tabla 24
Desempeño del controlador

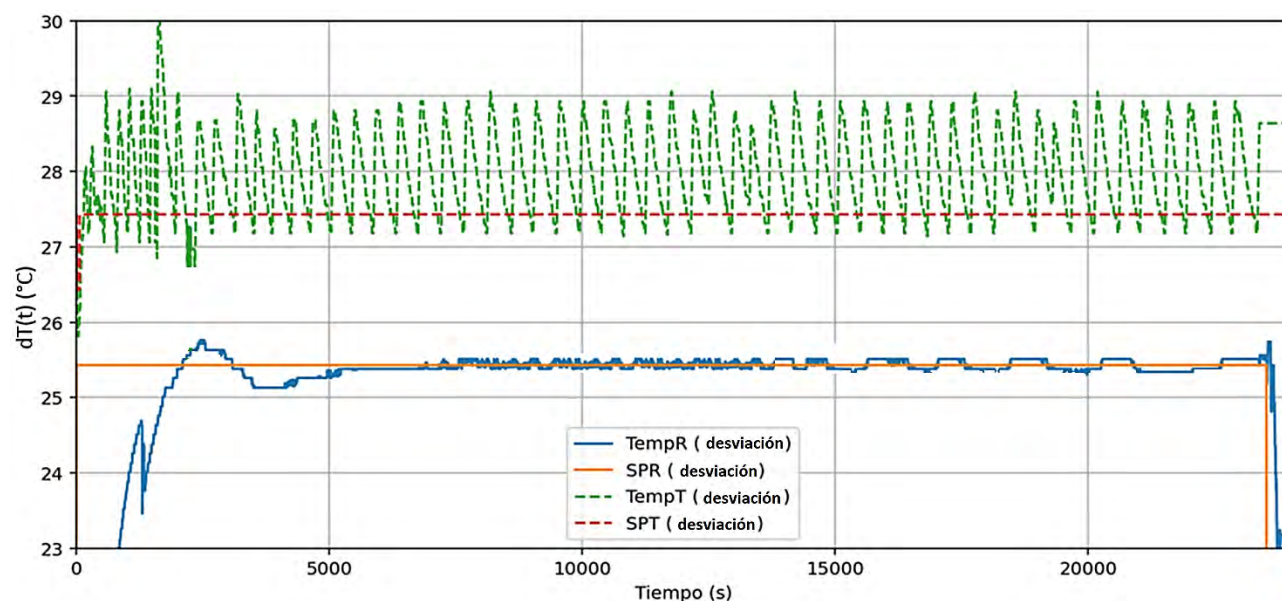
Características de Desempeño	Valor Identificado
Tiempo de Retardo (t_d)	210 s
Tiempo de Levantamiento (t_r)	763.3 s
Tiempo de Asentamiento (t_s)	1655.6 s
Máximo Sobreimpulso (M_p)	0.79 %
Error estacionario	0.05 °C
Error estacionario	0.12 %
Tiempo de pico (stepinfo)	2428 s

El controlador PID implementado registró un tiempo de retardo de 210 s, un levantamiento de 763.3 s, un asentamiento de 1655.6 s, un sobreimpulso máximo de 0.79 % y un error en estado estacionario de 0.12 %. En contraste, Putri *et al.* (2024) reportaron tiempos menores (retardo: 81 s, levantamiento: 169 s, asentamiento: 310 s), pero con un mayor sobreimpulso (4.71 %) y error estacionario (1.82 %). Esta respuesta transitoria más lenta, pero de mayor estabilidad en el presente estudio, se atribuye a las diferencias en los sistemas de calentamiento. Mientras que Putri *et al.* (2024) emplearon calentamiento directo por resistencia eléctrica, esta investigación utilizó un biorreactor enchaquetado de respuesta indirecta. La elevada inercia térmica de la chaqueta incrementó los tiempos de respuesta; no obstante, mitigó las variaciones bruscas de temperatura, minimizando el sobreimpulso y el error. Dinámicamente, estos resultados son adecuados para el proceso fermentativo, ya que aseguran el ambiente térmico estable alrededor de la temperatura deseada, que requiere el desarrollo metabólico de los microorganismos del yogurt.

Asimismo, la Figura 30 se muestra el comportamiento de la temperatura del tanque de calentamiento (TempT) junto con su respectivo set point (SPT) en términos de desviación. En este caso, el control aplicado es ON-OFF, evidenciándose los ciclos característicos de encendido y apagado propios de este tipo de control. El rango de trabajo definido para este sistema es de $-0.2\text{ }^{\circ}\text{C}$ por debajo del set point y $+0.8\text{ }^{\circ}\text{C}$ por encima, lo cual garantiza el aporte térmico necesario hacia el reactor sin provocar sobrecalentamiento.

Figura 30

Comportamiento dinámico de la temperatura del proceso y del tanque de calentamiento



4.4.2. Discusión de sintonización y estabilidad del controlador PID

Las pruebas experimentales con las estrategias de sintonización (Tabla 22) demostraron que los métodos clásicos de Ziegler-Nichols y Cohen-Coon provocan respuestas inadecuadas para este bioproceso. El método de Ziegler-Nichols indujo un sobreimpulso térmico de $+3.3\text{ }^{\circ}\text{C}$ y sub-oscilaciones de $-1.8\text{ }^{\circ}\text{C}$ (Figura 23), lo que elevaría la temperatura del reactor hasta $46.3\text{ }^{\circ}\text{C}$, excediendo los límites tolerados por el cultivo simbiótico de *Streptococcus thermophilus* y *Lactobacillus bulgaricus* analizado por Pinto (2015). Este comportamiento justificó descartar la sintonía de Cohen-Coon debido a que sus fórmulas calculaban ganancias aún mayores ($(K_p = 20.38)$, $(K_d = 2478.23)$), incrementando la agresividad del sistema.

Por el contrario, los métodos basados en modelos o criterios de amortiguamiento mitigaron las oscilaciones, donde Chien-Hrones-Reswick (CHR) exhibió una respuesta

simétrica de $(\pm 1.4\text{ }^{\circ}\text{C})$ y el Control por Modelo Interno (IMC) original registró un sobreimpulso de $+1.2\text{ }^{\circ}\text{C}$ y una inflexión de $-1.0\text{ }^{\circ}\text{C}$. La aplicación de un ajuste fino reduciendo en un 10% las constantes (K_i) y (K_d) del método IMC eliminó la acumulación integral (*integral windup*), fijando las ganancias finales en $(K_p = 2.59)$, $(K_i = 0.00068)$ y $(K_d = 10.31)$. En los ensayos con leche (Figura 29), este lazo absorbió la perturbación térmica negativa ocurrida al inocular el cultivo a temperatura ambiente de $18.3\text{ }^{\circ}\text{C}$, recuperando la consigna de $43\text{ }^{\circ}\text{C}$ con un sobreimpulso de $(\pm 0.33\text{ }^{\circ}\text{C})$.

Durante las 5.5 horas de fermentación, la temperatura varió dentro de una banda de $(\pm 0.08\text{ }^{\circ}\text{C})$ hasta los 11930 s, posterior a ello debido a la estructuración del gel de yogurt aumenta su banda $(\pm 0.20\text{ }^{\circ}\text{C})$. Al volverse el medio un fluido de alta viscosidad, disminuye el coeficiente de transferencia de calor por convección interna, lo que incrementa la inercia del reactor y actúa como un amortiguador natural que estabiliza la variable medida por el sensor.

4.5. Variación del pH y del porcentaje de acidez en la fermentación

4.5.1. Monitoreo del pH en el proceso de fermentación

En la Figura 31 se presenta el comportamiento del pH durante la fermentación del yogurt, una variable fundamental para determinar el avance y la finalización del proceso. La curva describió un perfil bifásico característico: un primer descenso pronunciado hasta un valor de pH de 5.5 (en 2 horas desde la inoculación), producido por la actividad metabólica acelerada de *Streptococcus thermophilus*; seguido de una tasa de caída más suave asociada a la posterior predominancia de *Lactobacillus bulgaricus*. Este descenso continuo del pH es el resultado directo de la fermentación láctica, ruta metabólica donde las bacterias transforman la lactosa en ácido láctico (Pinto, 2015). El proceso se consideró finalizado al alcanzar un pH de 4.5 (en 5.5 horas), punto crítico donde la acumulación de acidez modifica las propiedades reológicas del producto al inducir la gelificación de las caseínas (Pinto, 2015), deteniéndose la incubación para evitar la sobreacidificación y preservar la textura y características sensoriales del yogurt.

Figura 31
Comportamiento del pH durante la fermentación

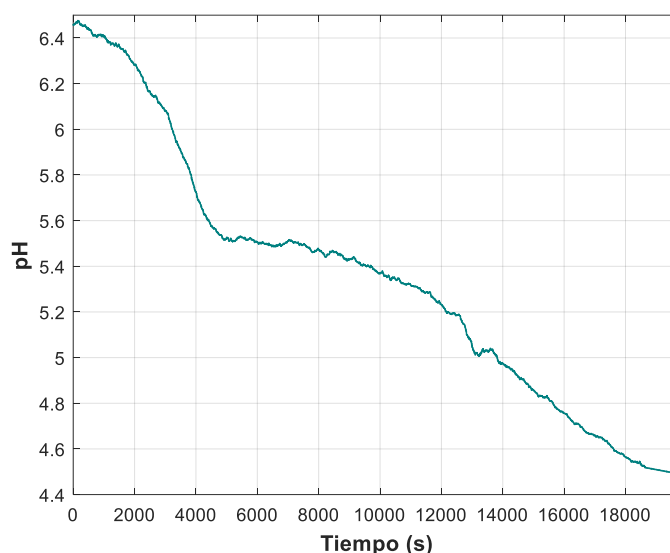


Tabla 25
Evolución Temporal de pH y Acidez Titulable durante la fermentación

Tiempo (Horas)	pH del Medio	Acidez Titulable (% Ácido Láctico)	Consistencia Visual
0.00	6.46	0.17	Líquido - inicio de acidificación
3.00	5.30	0.45	Transición viscosa inicial
4.30	4.8	0.60	Coágulo firme y estructurado
5.50	4.5	0.68	Punto final alcanzado

Nota. Tiempo contabilizado a partir de la inoculación del cultivo iniciador.

Los resultados mostrados en la Tabla 25 evidencian una disminución del pH desde 6.46 hasta 4.5, acompañada por un incremento de la acidez titulable de 0.17 % a 0.68 % de ácido láctico y cambios en la consistencia del producto. El inicio de la transición hacia una estructura viscosa se observó a un pH de 5.3. Este comportamiento coincide con lo reportado por Lee y Lucey (2010) para leche sometida a tratamiento térmico, quienes señalan que la formación del gel inicial ocurre en el intervalo de pH de 5.2 a 5.4; esto es consecuencia directa de las modificaciones estructurales generadas por la desnaturalización de las proteínas séricas y su interacción covalente con las micelas de caseína. Asimismo, el valor final alcanzado de pH 4.5 confirma que la fermentación logró el nivel de acidificación requerido para la obtención del yogurt. Este descenso es fundamental, ya que al alcanzar valores iguales o inferiores a 4.6 ,

correspondiente al punto isoeléctrico de las caseínas, se anulan las fuerzas de repulsión electrostática, lo que permite la agregación definitiva de las partículas coloidales y la consolidación de la estructura gelificada (Lee y Lucey, 2010).

Los resultados obtenidos en la presente investigación muestran una tendencia similar a la reportada por Chávez (2018) y Kumar (2021). Chávez (2018) realizó la fermentación del yogurt a 43 °C durante un periodo de 6 horas y alcanzó un pH de 4.0, identificando esta temperatura como óptima para el proceso. Por su parte, Kumar (2021) reportó que durante una incubación a una temperatura de $42^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$ de 6 horas el pH disminuyó desde 6.6 hasta 4.6, mientras que la acidez titulable aumentó de 0.24 % a 0.68 % de ácido láctico.

En la presente investigación, realizada a 43 °C, el pH disminuyó desde 6.46 hasta 4.5 en 5.5 horas, mientras que la acidez titulable aumentó desde 0.17 % hasta 0.68 % de ácido láctico. Estos resultados evidencian un comportamiento cinético comparable al observado por Kumar (2021), ya que ambos estudios alcanzaron prácticamente el mismo valor final de acidez (0.68 % LA) y valores finales de pH dentro del intervalo característico de coagulación del yogurt. Asimismo, el tiempo de fermentación obtenido fue menor que el reportado por Kumar (2021), alcanzándose el pH objetivo en 5.5 horas frente a las 6 horas reportadas por dicho autor.

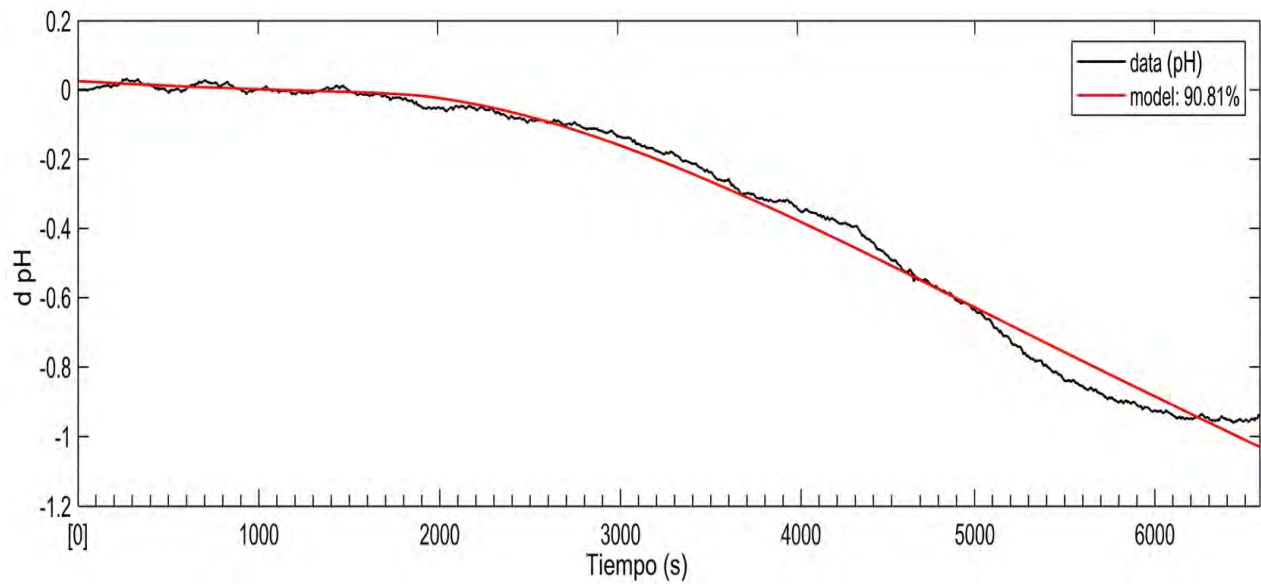
En conjunto, los antecedentes analizados y los resultados obtenidos confirman que la fermentación desarrollada a 43 °C presentó una cinética de acidificación consistente con la literatura reportada para la elaboración de yogurt.

4.5.2. Modelamiento dinámico del pH durante la fermentación

La respuesta no lineal del pH es característica de los procesos biotecnológicos. Desde la perspectiva de la ingeniería de control de procesos, la dinámica del sistema se analizó mediante la identificación de modelos matemáticos en el espacio de Laplace a partir de los datos experimentales obtenidos. El perfil bimodal observado permitió segmentar el proceso en dos etapas dinámicas diferenciadas por un cambio en la pendiente de la señal, ajustando un modelo independiente para cada región de operación.

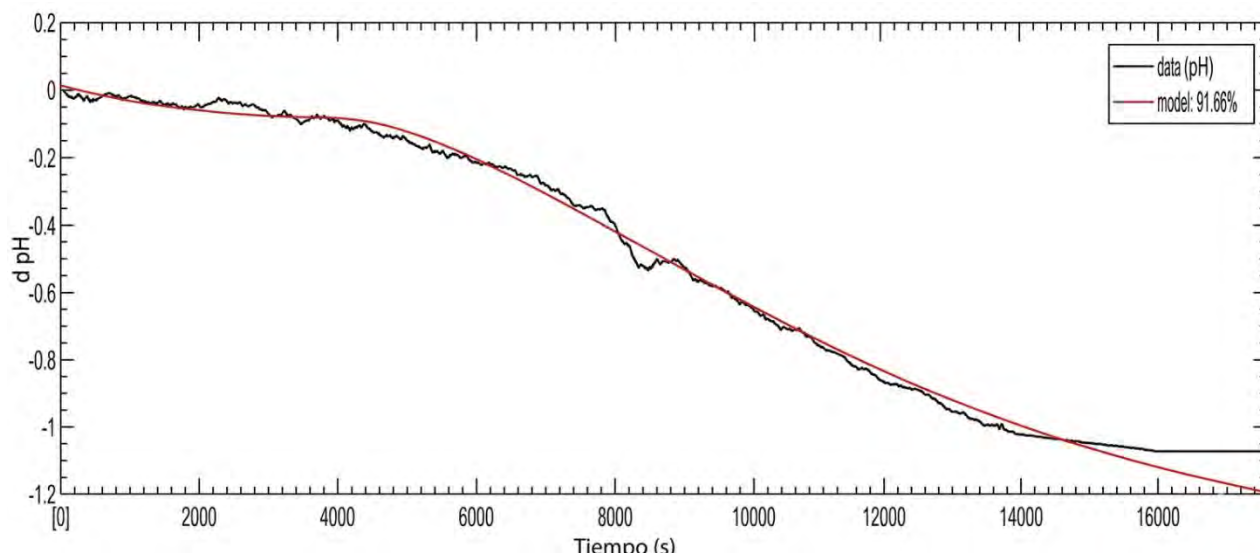
Figura 32

Identificación de sistema de la primera etapa de cambio de pH



La Figura 32 muestra el cambio de pH de la primera etapa en términos de la variable de desviación donde 0 corresponde al pH inicial de 6.5 y -1.2 a pH de 5.3. El comportamiento se ajustó a un modelo de segundo orden con tiempo muerto (SOPDT), con un porcentaje de ajuste del 90.81 %. Los parámetros dinámicos identificados fueron una ganancia $K = -2,617$, constantes de tiempo $\tau_1 = 3509$ y $\tau_2 = 3958$, y un tiempo muerto $\theta = 1674$. A partir de estos parámetros se obtuvo la siguiente función de transferencia representada por la Ecuación 57.

$$G(s) = \frac{-2.617e^{-1674s}}{(3509s + 1)(3958s + 1)} \quad (57)$$

Figura 33*Identificación de sistema de la segunda etapa de cambio de pH*

La Figura 33 muestra el cambio de pH durante la segunda etapa de fermentación en términos de variable de desviación 0 corresponde a pH de 5.5 y -1.2 a pH de 4.3. el comportamiento dinámico es descrito mediante un modelo de segundo orden con tiempo muerto (SOPDT) con un porcentaje de ajuste del 91,66 %. Para esta región, se identificaron los parámetros: $K = -1,433$, $\tau_1 = 4379$ y $\tau_2 = 4289$, y $\theta = 3877$, obteniendo la ecuación de transferencia mostrada en la Ecuación 58.

$$G(s) = \frac{-1.433e^{-3877s}}{(4379s + 1)(4289s + 1)} \quad (58)$$

Se observó que las ganancias negativas en ambos modelos reflejan la disminución del pH a lo largo de la fermentación. Por otro lado, los valores elevados de τ_1 y τ_2 en ambas etapas reflejan una dinámica lenta, característica de procesos biológicos o fisicoquímicos con alta inercia, mientras que el incremento del tiempo muerto θ en la segunda etapa evidencia un retardo más pronunciado en la respuesta del sistema.

En conjunto, estos parámetros confirman diferencias dinámicas entre etapas, sin implicar información sobre las cinéticas ni el crecimiento microbiano del proceso fermentativo.

En la Figura 34 se muestra el yogurt obtenido al finalizar el proceso. La consistencia visual del producto confirma que la detención de la fermentación al alcanzar el pH crítico de 4.6 (punto isoelectrico de las caseínas) permitió la agregación definitiva de las proteínas y la

consolidación de la estructura gelificada. Asimismo, este resultado evidencia que mantener la temperatura estable a 43 °C mediante el control IMC aseguró las condiciones operacionales necesarias para obtener las características físicas esperadas en el producto final.

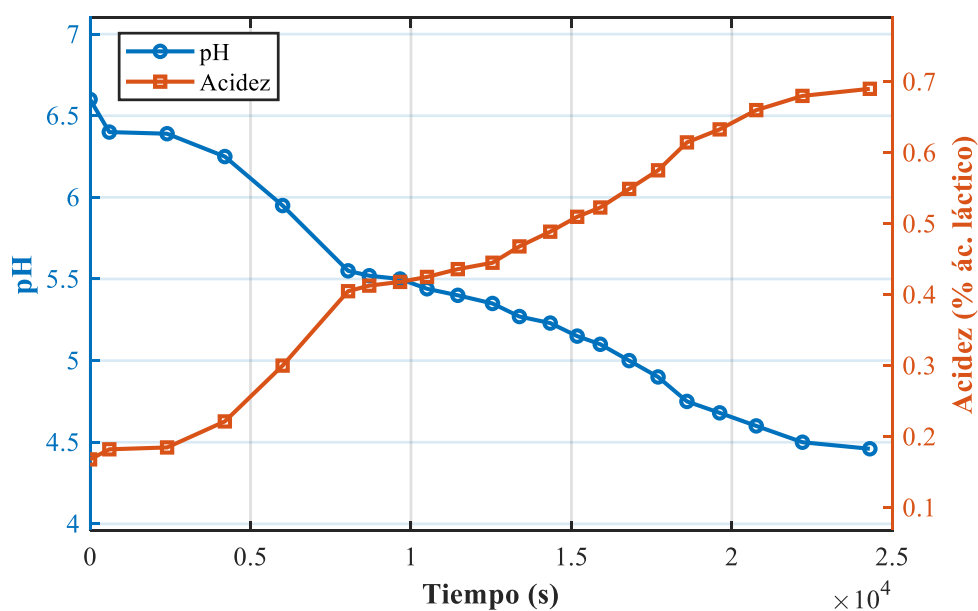
Figura 34
Yogurt



4.5.3. Análisis de comportamiento entre pH y % acidez

Para determinar el comportamiento entre el pH y la acidez, se tomaron muestras del fermento a intervalos de 15 minutos. En cada muestra se determinó la acidez titulable expresada como porcentaje de ácido láctico, mediante el método de titulación estándar; y simultáneamente se midió el pH utilizando un potenciómetro previamente calibrado.

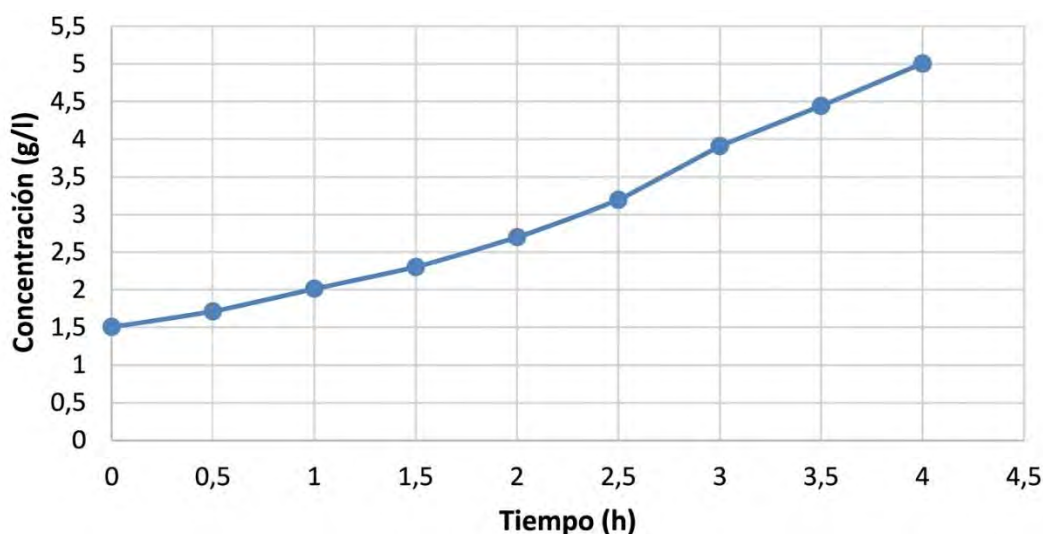
Figura 35
Comportamiento de pH y acidez a través de la fermentación



La Figura 35 muestra la evolución simultánea del pH y de la acidez titulable en (%) a lo largo del proceso de fermentación. Esta representación permite visualizar la relación inversa entre ambas variables: conforme avanza la fermentación, aumenta la concentración de ácido láctico y, en consecuencia, el pH disminuye.

La curva de acidez en función del tiempo obtenida en el reactor de 1.5 litros (Figura 35) presenta una tendencia consistente con la gráfica cinética de Camacho (2016) (Figura 36). En ambos casos se observa un incremento progresivo del ácido láctico conforme transcurre el proceso.

Figura 36
Seguimiento de ácido láctico a 43°C



Nota. Adaptado de *Optimización y modelado cinético del proceso de producción de yogurt en el fermentador lento tipo batch en la empresa Coolactame LTDA* (p. 67), por R. Camacho, 2016, Universidad de Pamplona.

4.5.4. Estimación de un modelo de correlación entre % de acidez y pH

Para predecir la acidez del proceso en tiempo real a partir de lecturas directas de pH, los datos experimentales se procesaron mediante un análisis de regresión lineal en el software estadístico Minitab 19.

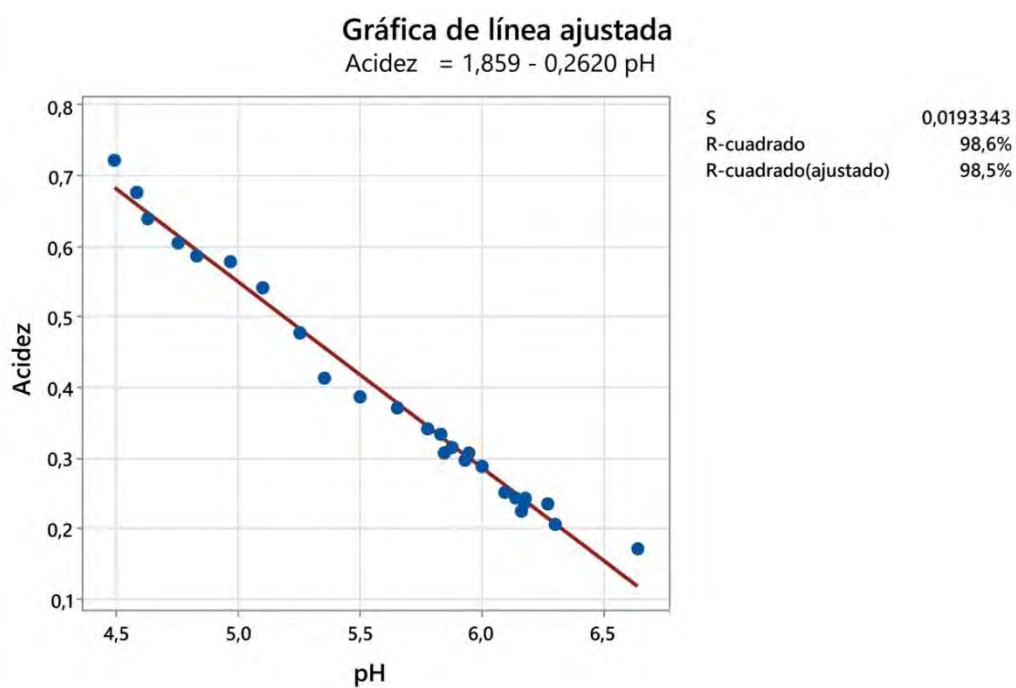
La Tabla 26 sintetiza los estadísticos de bondad de ajuste del modelo lineal desarrollado, mientras que la Tabla 27 detalla el Análisis de Varianza correspondiente para evaluar la significancia estadística de la aproximación.

Tabla 26*Resumen del modelo de regresión*

S	R-cuadrado	R-cuadrado(ajustado)
0.0732456	98.55%	98.50%

Tabla 27*Análisis de Varianza del modelo*

Fuente	GL	SC	MC	F	P
Regresión	1	0.662535	0.662535	1772.37	0.000
Error	26	0.009719	0.000374		
Total	27	0.672254			

Figura 37*Gráfica de línea ajustada acidez vs. pH*

La Figura 37 muestra la relación entre el porcentaje de acidez titulable y el pH durante la fermentación del yogurt se ajusta a un modelo lineal. De acuerdo con el análisis de regresión, se determinó la ecuación del modelo expresado por la Ecuación 59.

$$\text{Acidez} = 1,859 - 0,2620 \text{ pH} \quad (59)$$

El modelo evidencia una tendencia inversa entre ambas variables, de modo que el incremento de la acidez ocasiona una disminución del pH, comportamiento característico de la fermentación láctica.

El coeficiente de determinación ($R^2 = 98.55\%$) de la Tabla 26, demuestra que el modelo lineal explica casi la totalidad de la variabilidad de la acidez a partir de los cambios en el pH. El valor ajustado (98.5%) confirma la reproducibilidad del modelo, sin indicios de sobreajuste. Esto significa que el pH es una variable altamente predictiva de la acidez en este proceso.

El error estándar de los residuos ($S = 0.0732$) refleja una dispersión mínima entre las determinaciones volumétricas destructivas de laboratorio y las estimaciones matemáticas de la recta de ajuste. El pH demostró una capacidad predictiva sobre la acidez del sistema, respaldado por un nivel de significancia significativo ($p < 0.001$). El estadístico F superó ampliamente el límite crítico establecido ($F_{1,26} = 1772.37 > F_{crítico} = 4.23$).

CONCLUSIONES

Se obtuvo un modelo matemático dinámico representativo de primer orden con tiempo muerto (FOPDT) mediante la técnica de identificación de sistemas. El análisis factorial confirmó que el modelo es confiable.

Se implementó un sistema de control de temperatura basado en un controlador PID incorporado en un microcontrolador Arduino. Se sintonizó con éxito el controlador PID utilizando el método de Control por Modelo Interno (IMC) con un ajuste del 10% del valor teórico. Este enfoque permitió calcular los parámetros óptimos del algoritmo de control considerando la dinámica, el retraso térmico y el tiempo muerto inherentes al sistema de fermentación.

La aplicación del controlador PID en lazo cerrado sobre el prototipo validó la robustez de la sintonía. El sistema compensó eficazmente el tiempo muerto ante perturbaciones externas, manteniendo la temperatura de fermentación en un punto de consigna de 43 °C con una desviación máxima de ± 0.20 °C durante las 5.5 horas de fermentación.

El monitoreo bajo temperatura controlada demostró una correlación lineal e inversa entre el pH y la acidez titulable. La parametrización matemática por tramos (SOPDT) demostró que el pH en línea es un predictor confiable de la acidez, lo que viabiliza la eliminación de muestreos destructivos en laboratorio.

Se logró la implementación del sistema de control PID de temperatura en tiempo real para la fermentación de yogurt. El desempeño global del prototipo demuestra la viabilidad técnica y tecnológica de la propuesta como una solución eficiente para estandarizar este proceso de fermentación.

RECOMENDACIONES

Se recomienda continuar con la validación del modelo dinámico de primer orden bajo diferentes condiciones operativas (volumen de mezcla, proporción de inóculo y temperatura tanque), a fin de confirmar la robustez del modelo propuesto. Aunque el comportamiento identificado resultó adecuado para las pruebas realizadas, podrían presentarse variaciones no lineales cuando cambien las cargas térmicas o las características del fermento.

Se recomienda profundizar en la relación entre las variables fisicoquímicas y la calidad sensorial del yogurt, integrando análisis de textura, aroma y sabor con los parámetros controlados de temperatura y acidez. De este modo, se podría establecer una base de control más completa que no solo mantenga las condiciones del proceso, sino que también optimice la calidad del producto final, permitiendo la escalabilidad del sistema hacia una aplicación industrial o semiindustrial.

Se recomienda encontrar otros análisis de pH y acidez titulable bajo diferentes formulaciones, con el fin de determinar la variación en tiempos de fermentación de yogurt.

Se recomienda investigar el uso de un soft sensor para el control de la acidez, porque este análisis no se realiza en línea.

Se recomienda analizar la factibilidad del uso de un PLC u otro control industrial.

Se recomienda la adquisición de un biorreactor para este tipo de investigación.

Se sugiere evaluar los parámetros involucrados en el modelo del proceso isotérmico de fermentación de la leche.

REFERENCIAS

- Adeleke, I., Adebo, O. A., & Nwulu, N. (2025). Leveraging IoT and machine learning for smart fermentation of amasi: A predictive framework for acidity control. *Journal of Agriculture and Food Research*, 24, 102409. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jafr.2025.102409>
- Agyre Consulting, S. L., & Fernández, C. (2015). *Postres lácteos (UF1285)*. IC Editorial. <https://elibro.net/es/ereader/unsaac/43478>
- Al-Rekabi, D., & Rushdi, S. (2025). Fermentation Process and Bioreactor Design : Concepts , Types and Operational Factors. *International Research Journal of Innovations in Engineering and Technology (IRJIET)*, 9(7), 1-13. <https://doi.org/10.47001/IRJIET/2025.907001>
- Arriaga, J., & Gonzalo, J. M. (2024). *Control de calidad Fisicoquímica, Microbiológica y Probiótica de yogurt artesanal de mercados de los distritos de Santiago y Cusco, 2023* [Tesis de pregrado, Escuela Profesional de Farmacia y Bioquímica, Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco]. <http://repositorio.unsaac.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12918/5181/253T20201002.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Aström, K. J., & Hägglund, T. (1995). *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. Wiley. <https://books.google.com.pe/books?id=FsyhngEACAAJ>
- Babio, N., Mena-Sánchez, G., & Salas-Salvadó, J. (2017). Beyond the nutritional value of yogurt: a diet quality indicator? *Nutricion Hospitalaria*, 34(4), 26-30. <https://doi.org/10.20960/NH.1567>
- Camacho, R. A. (2016). *Optimización y modelado cinético del proceso de producción de yogurt en el fermentador lento tipo batch en la empresa Coolactame LTDA* [Tesis de pregrado, Escuela Profesional de Ingeniería Química, Universidad de Pamplona]. <http://repositoriodspace.unipamplona.edu.co/jspui/handle/20.500.12744/2289>
- Centro Ecológico de Promoción y Acción Social Norte. (2016). *Manual de Producción de Derivados Lácteos* (1.ª ed.). CEDEPAS Norte. http://www.cedepas.org.pe/sites/default/files/manual_lacteos.pdf

- Chávez, M. (2018). *Diseño de un reactor tipo batch para la elaboración de yogurt en la quesera Doña Isabelita localizada en la parroquia de San Gerardo, Cantón Guano, provincia de Chimborazo* [Tesis de pregrado, Escuela de Ingeniería Química, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo]. <http://dspace.esPOCH.edu.ec/bitstream/123456789/10429/1/96T00481.PDF>
- Cortada, A., & Rodríguez, O. (2009). Principales métodos de conservación de leches fermentada. *Ciencia y Tecnología de Alimentos*, 18(2), 70-78. <https://elibro.net/es/ereader/unsaac/13397>
- Coughanowr, D. R., & LeBlanc, S. E. (2009). *Process Systems Analysis and Control* (3.^a ed.). McGraw-Hill.
- Creus, A. (2011). *Instrumentación industrial* (8.^a ed.). Alfaomega / Marcombo.
- Electromania. (2023). *Sensores de pH con Sonda*. Electromanía Perú. <https://www.electromania.pe/producto/sensor-de-ph-con-sonda/>
- Flores, A. V., & Tonconi, D. E. (2012). *Construcción de un equipo de fermentación, refrigeración y batido de yogurt* [Tesis de pregrado, Escuela Profesional de Ingeniería Agroindustrial, Universidad Nacional del Altiplano]. https://biblioteca.unap.edu.pe/opac_css/index.php?lvl=notice_display&id=64735
- Fogler, H. S. (2008). *Elementos de ingeniería de las reacciones químicas* (4.^a ed.). Pearson Prentice Hall.
- Gonzales, M. (2006). *Establecimiento de una curva de acidificación del yogurt Zamorano* [Tesis de grado, Escuela Profesional de Ingeniería Agroindustrial, Universidad de Zamorano]. <https://bdigital.zamorano.edu/server/api/core/bitstreams/f1d75060-968c-4859-9f08-a9f394671a8e/content>
- HANNA Instruments. (2021). *¿Qué es la acidez de la leche y cómo se interpreta?* Blog de Hanna Instruments. <https://www.hannainst.es/blog/1692/Que-es-la-acidez-de-la-leche-y-como-se-inter>
- Hernández-Ixta, S., & González-Hernández, J. (2021). Biorreactores: Protagonistas de los bioprocesos. *Sabermás*, 58. <https://www.sabermas.umich.mx/archivo/tecnologia/519-numero-58/1016-biorreactores-protagonistas-de-los-bioprosos.html>
- INACAL. (2026). *Leche y productos lácteos. Leche. Determinación de acidez de la leche por el método volumétrico (NTP 202.116)*. Instituto Nacional de Calidad.

- Kumar, A. (2021). *Study of Fermentation Process during Manufacturing of Greek Style Yoghurt*. Tesis de maestría, ICAR – National Dairy Research Institute (Deemed University).
- Lee, W. J., & Lucey, J. A. (2010). Formation and Physical Properties of Yogurt. *Asian-Australasian Journal of Animal Sciences*, 23(9), 1127-1136.
- Levenspiel, O. (1980). The Monod equation: A revisit and a generalization to product inhibition situations. *Biotechnology and Bioengineering*, 22(8), 1671-1687.
[https://doi.org/https://doi.org/10.1002/bit.260220810](https://doi.org/10.1002/bit.260220810)
- Levenspiel, O. (2004). *Ingeniería de las reacciones químicas* (3.^a ed.). Limusa Wiley.
- Ljung, L. (1999). *System Identification Theory for the User* (2.^a ed.). Prentice Hall PTR.
- Luedeking, R., & Piret, E. L. (2000). A kinetic study of the lactic acid fermentation: Batch process at controlled pH. *Biotechnology and Bioengineering*, 67(6), 636-644.
[https://doi.org/10.1002/\(sici\)1097-0290\(20000320\)67:6<636::aid-bit3>3.0.co;2-u](https://doi.org/10.1002/(sici)1097-0290(20000320)67:6<636::aid-bit3>3.0.co;2-u)
- Luyben, W. (1996). *Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers*. McGraw-Hill.
- Mangan, N. M., Kutz, J. N., Brunton, S. L., & Proctor, J. L. (2017). Model selection for dynamical systems via sparse regression and information criteria. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 473(2204), 20170009.
<https://doi.org/10.1098/rspa.2017.0009>
- Mejia, S. (2021). *Control de calidad en el proceso de elaboración del yogurt* [Monografía de pregrado, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle].
<https://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/8282>
- Mera, G., Reinozo, P., Gómez-Salcedo, Y., & Riera, M. (2022). Diseño de un biorreactor tipo batch para la producción de ácido láctico. *Impacto Científico*, 17(1), 197-211.
- Monod, J. (1949). The Growth of Bacterial Cultures. *Annual Review of Microbiology*, 3(1), 371-394.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1146/annurev.mi.03.100149.002103>
- Naylamp Mechatronics. (2024). *Sensor de Temperatura Digital DS18B20*. Blog de Naylamp Mechatronics. <https://naylampmechatronics.com/sensores-temperatura-y-humedad/16-sensor-de-temperatura-digital-ds18b20.html>

- Nurazis, A. S., Yunita, D., Juanda, J., Nasution, I. S., & Saputra, K. (2025). Upgrading a 15L yogurt incubator with power supply , water heater , pH probe , buzzer , and setting button. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 1510(1), 012062. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1510/1/012062>
- Ogata, K. (2010). *Ingeniería de control moderna* (5.^a ed.). Pearson Educación.
- Pacco, H. C. (2023). Simulation in the temperature parameters control in the yogurt manufacturing process. *Procedia Computer Science*, 217, 286-295. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.procs.2022.12.224>
- Phet-University of Colorado. (2024). *Escala de PH*. Educared - Fundación Telefónica. <https://educared.fundaciontelefonica.com.pe/aula/escala-de-ph/>
- Pinto, J. (2015). *Yogures, leches fermentadas y pastas untables: elaboración de leches de consumo y productos lácteos (UF1284)* (1.^a ed.). IC Editorial. <https://elibro.net/es/lc/unsaac/titulos/43477>
- Putri, Y. A., Fitri, & Rifa'i, M. (2024). Kendali Suhu dan Monitoring pH Pada Fermentasi Yoghurt Dengan Metode PID. *METROTECH (Journal of Mechanical and Electrical Technology)*, 3(3), 149-156. <https://doi.org/https://doi.org/10.70609/metrotech.v3i3.5196>
- Quispe, A. (2023). *Diseño y construcción de un reactor batch a escala laboratorio para la producción de yogurt, implementando un sistema de control automático de temperatura* [Tesis de Grado, Escuela Profesional de Ingeniería Química, Universidad Mayor de San Andres]. <https://repositorio.umsa.bo/handle/123456789/35151>
- Ray, A., Sinha, C., Sharma, A. K., Khamrui, K., Hussain, S., Dabas, J., & Mohanty, T. (2026). AI-driven real-time monitoring and predictive control system for yoghurt fermentation. *Food Control*, 182, 111857. <https://doi.org/10.1016/j.foodcont.2025.111857>
- Revilla, A. (1982). *Tecnología de la leche : procesamiento, manufactura y análisis* (2.^a ed.). Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA).
- Roca, A. (2023). *Control automático de procesos industriales con práctica de simulación y análisis por ordenador PC* (2.^a ed.). Ediciones Díaz de Santos.
- Rodríguez, J. J. (2021). *Instrumentación de Procesos*. Editorial Universidad de la Costa.

- Salas, F. A. (2017). *Sistema de control en un intercambiador de calor de doble tubo* [Tesis de grado, Escuela Profesional de Ingeniería Química, Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco]. <http://hdl.handle.net/20.500.12918/2714>
- Seborg, D., Edgar, T., Mellichamp, D., & Doyle, F. (2017). *Process Dynamics and Control* (4.^a ed.). John Wiley & Sons, Inc.
- Smith, C., & Corripio, A. (2014). *Control automático de procesos: Teoría y práctica* (2.^a ed.). Limusa.
- Trejo, A., Vargas, S., Hernández, A., & Rodríguez, R. (2014). Cinética de transformación de la leche a yogur natural usando *Lactobacillus johnsonii*(Lal) y *Streptococcus thermophilus*. *Quimica Hoy*, 4(1), 7-11. <https://doi.org/10.29105/qh4.1-29>
- Villegas, A., Herrera, I., Gómez, G., Rodríguez, J., Lugo, E., & Pacheco, J. (2008). Aplicación para el monitoreo y control de procesos industriales basada en el estándar de comunicaciones OPC. *Revista Ingeniería UC*, 15(3), 7-18. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=70712293002>
- Willis, M., & Tham, M. (1994). *Advanced Process Control*. Department of Chemical and Process Engineering, University of Newcastle upon Tyne.
- Zegarra, J. E. (2018). *Diseño mecánico y simulación de control de temperatura de un fermentador de Cerveza Artesanal* [Tesis de grado, Escuela Profesional de Ingeniería Mecatrónica, Universidad Tecnológica del Perú]. <https://hdl.handle.net/20.500.12867/3504>

APÉNDICES

APÉNDICE A.

TÍTULO: “IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE CONTROL DE TEMPERATURA PARA EL PROCESO DE FERMENTACIÓN DE YOGURT EN TIEMPO REAL”

Tabla 28

Matriz de Consistencia

POI (Pregunta)	Objetivos	Variables del Proceso	Indicadores	Métodos
GENERAL: ¿Cómo influirá la implementación de un sistema de control PID en la estabilidad de temperatura del proceso de fermentación de yogurt en tiempo real? PE₁: ¿Cuál es el modelo dinámico representativo del sistema de fermentación de yogurt a partir de datos experimentales? PE₂: ¿Cuál es el método de sintonía idóneo para el controlador PID basado en el modelo dinámico del sistema de fermentación? PE₃: ¿Cuál es el efecto de aplicar la sintonía del controlador al proceso en lazo cerrado sobre el desempeño dinámico y la estabilidad del sistema? PE₄: ¿Cuál es el comportamiento del pH y la acidez titulable (en términos de ácido láctico) durante la fermentación de yogurt bajo un sistema de control de temperatura?	GENERAL: Implementar un sistema de control PID de temperatura para el proceso de fermentación de yogurt en tiempo real.	VARIABLE INDEPENDIENTE Tiempo	s	• Tipo de Investigación: Aplicada • Población: Leche destinada a elaboración de yogurt. • Muestra: Lote de 1.5 L. • Técnica de Recolección de Datos: Experimental Registro en tiempo real de las variables. • Técnica Análisis de Datos: Identificación de sistemas.
	OE₁: Obtener un modelo dinámico representativo del sistema de fermentación de yogurt a partir de datos experimentales.	VARIABLE DEPENDIENTE		
	OE₂: Sintonizar un controlador PID basado en el modelo dinámico del sistema.	pH Acidez	[adim] %	
	OE₃: Aplicar la sintonía del controlador al proceso en lazo cerrado.	VARIABLE CONTROLADA Temperatura	°C	
	OE₄: Analizar el comportamiento del pH y la acidez titulable en términos de ácido láctico durante la fermentación de yogurt bajo un sistema de control de temperatura.	VARIABLE MANIPULADA Caudal de la bomba	L/min	

APÉNDICE B. Lógica de códigos empleados.

B.1. Calibración de sensor de pH

En el Código 1 se observa la comparación de la lectura entre sensores de pH, después de aplicar la calibración con el código, verificando la calidad de las mediciones.

Código 1. Código de calibración del sensor de pH

```
// === Medidor de pH calibrado (cálculo automático de m y b) ===
// Calibración con 3 puntos: pH4, pH7, pH10
const int PIN_PH = A0;
const float ADC_REF = 5.0;
const int ADC_MAX = 1023;
const int N_AVG = 30;      // lecturas para promediar (mejora
                             estabilidad)
// Voltajes medidos con soluciones buffer
const float V_ph4 = 4.679; // Voltaje con buffer pH 4
const float V_ph7 = 4.168; // Voltage con buffer pH 7
const float V_ph10 = 3.668; // Voltage con buffer pH 10
// Valores reales de pH correspondientes
const float ph4 = 4.00;
const float ph7 = 7.00;
const float ph10 = 10.00;
// --- Variables para las constantes ---
float m; // pendiente
float b; // intersección
void setup() {
  Serial.begin(9600);
  Serial.println("=== Medidor de pH calibrado (auto m y b) ===");

  // ===== Cálculo de la pendiente (m) e intersección (b) =====
  // Usamos los extremos (pH4 y pH10) para obtener una línea promedio
  m = (ph10 - ph4) / (V_ph10 - V_ph4);
  b = ph7 - (m * V_ph7); // usamos el punto medio para mayor
                           precisión
}
```

```

float leerVoltajePromedio() {
    long suma = 0;
    for (int i = 0; i < N_AVG; i++) {
        suma += analogRead(PIN_PH);
        delay(10);
    }
    float promedio = suma / (float)N_AVG;
    return (promedio * ADC_REF) / ADC_MAX;
}

void loop() {
    float V = leerVoltajePromedio();
    float pH = m * V + b;
    Serial.print("Voltaje: ");
    Serial.print(V, 3);
    Serial.print(" V\tpH: ");
    Serial.println(pH, 2);
    delay(1000);
}

```

B.2. Código del Arduino Primario

Código 2. Librerías empleadas

```

#include <OneWire.h>           // Librería para comunicación 1-Wire
#include <DallasTemperature.h> // Librería para sensores DS18B20

```

Código 3. Variables de entrada – configuración de pines empleados

```

#define PIN_ONEWIRE_REACTOR 5 // Pin del sensor de temperatura
del reactor
#define PIN_ONEWIRE_TANQUE 6 // Pin del sensor de temperatura
del tanque
#define PIN_PH A1 // Pin analógico del sensor de pH
#define PIN_POT1 A2 // Potenciómetro 1 (ajuste de setpoint)
#define PIN_POT2 A0 // Potenciómetro 2 (selección de modo)

```

Código 4. Creación de parámetros y variables

```

float TempR = 0.0, TempT = 0.0;    // Variables de temperatura
reactor/tanque

float ValorPH = 7.0;                // Valor actual de pH

float SP1 = 0.0, SP2 = 0.0;        // Setpoints de temperatura

float ValorP2 = 0.0;                // Lectura del potenciómetro 2

float Kp = 2.588, Ki = 0.00068, Kd = 10.3065; // Ganancias del
controlador PID

float theta=150;                    //Retardo

float IntegralPID = 0.0;            // Acumulador integral

float ErrorPrevio = 0.0;            // Error anterior

float SPAnterior = 0.0;             // Último setpoint usado

float SalidaPID = 0.0;              // Salida del controlador PID

const float V_REF_ADC = 5.00;      // Voltaje de referencia real (V)

const int ADC_MAX = 1023;           // Resolución ADC (10 bits)

const int N_PROM = 30;              // Cantidad de lecturas promediadas

```

Código 5. Calibración de sensor de pH mediante soluciones buffer 4 7 y 10.

```

const float V_PH4 = 4.97;           // Voltaje en buffer pH 4

const float V_PH7 = 4.40;           // Voltaje en buffer pH 7

const float V_PH10 = 3.87;          // Voltaje en buffer pH 10

const float PH4 = 4.00, PH7 = 7.00, PH10 = 10.00; // Valores de
referencia pH

float Pend = 0.0;                   // Pendiente (m)

float Inter = 0.0;                  // Intersección (b)

// Calibración del sensor de pH (regresión lineal)

void iniciarPH() {

    float V[] = {V_PH4, V_PH7, V_PH10}; // Voltajes de calibración

    float pH[] = {PH4, PH7, PH10};      // Valores de pH reales

    int n = 3;                          // Cantidad de puntos

    float sumV = 0, sumPH = 0, sumVP = 0, sumV2 = 0; // Variables
intermedias

    for (int i = 0; i < n; i++) {        // Recorre puntos de calibración

```

```

    sumV += V[i]; // Suma de voltajes
    sumPH += pH[i]; // Suma de valores pH
    sumVP += V[i] * pH[i]; // Producto cruzado
    sumV2 += V[i] * V[i]; // Cuadrado del voltaje
}

Pend = (n * sumVP - sumV * sumPH) / (n * sumV2 - sumV * sumV); //
Cálculo pendiente
Inter = (sumPH - Pend * sumV) / n; // Cálculo intersección
}

// -----
// Lectura del voltaje del sensor de pH (promediado)
// -----

float leerVoltajePH() {
    long suma = 0; // Acumulador de lecturas
    for (int i = 0; i < N_PROM; i++) { // Repite varias
lecturas
        suma += analogRead(PIN_PH); // Lee valor analógico
        delay(10); // Espera entre lecturas
    }
    float prom = suma / (float)N_PROM; // Calcula promedio
    return (prom * V_REF_ADC) / ADC_MAX; // Convierte a voltaje
}

// -----
// Lectura del pH con compensación térmica
// -----

float leerPH() {
    float V = leerVoltajePH(); // Obtiene voltaje promedio
    float pH = Pend * V + Inter; // Convierte usando ecuación
calibrada
    float k = 0.033; // Variación del pH por grado °C
    float pHcomp = pH + k * (TempR - 25.0); // Compensación a
25°C base
    return pHcomp; } // Devuelve valor corregido

```

Código 6. *Función del controlador*

```
float PID(float TempR, float SP, float dt) {
    float error = SP - TempR;      // Diferencia entre deseado y actual
    float derivada = (error - ErrorPrevio) / dt; // Derivada del error
    float salida = Kp * error + Ki * IntegralPID + Kd * derivada; //
    Cálculo PID
    return constrain(salida, 0, 100);      // Limita a 0-100%
}
```

Código 7. *Ejecución del void setup*

```
void setup() {
    Serial.begin(9600);           // Inicia comunicación serial
    sensorReactor.begin();        // Inicia sensor reactor
    sensorTanque.begin();         // Inicia sensor tanque
    sensorReactor.setResolution(11); // Ajusta resolución DS18B20
    sensorTanque.setResolution(11); // Ajusta resolución DS18B20
    sensorReactor.setWaitForConversion(false); // No esperar
    conversión
    sensorTanque.setWaitForConversion(false); // No esperar
    conversión
    iniciarPH();                  // Calibra sensor de pH
}
```

Código 8. *Ejecución de void Loop, lectura.*

```
// 1. LECTURA DE TEMPERATURAS
    tPrevLectura = ahora;        // Actualiza referencia temporal
    sensorReactor.requestTemperatures(); // Solicita temperatura
    reactor
    sensorTanque.requestTemperatures(); // Solicita temperatura
    tanque
    float tR = sensorReactor.getTempCByIndex(0) + 0.2; // Lee y
    corrige reactor
    float tT = sensorTanque.getTempCByIndex(0);          // Lee
    temperatura tanque
```

```

// 2. LECTURA DE pH
if (ahora - tPrevPH >= T_PH) {           // Verifica si toca leer pH
    tPrevPH = ahora;                      // Actualiza tiempo
    ValorPH = leerPH();                   // Calcula valor de pH corregido
}

// 3. LECTURA DE SETPOINT
float  LecturaSP  =  mapearPotTemp(analogRead(PIN_POT1)); //
Convierte potenciómetro a °C
SP1 = LecturaSP;                          // Usa setpoint directo
SP2 = SP1 + 2.0;                          // Segundo setpoint (SP1 + 2°C)
if (SP2 > 90.0) SP2 = 90.0;               // Límite superior

// 4. SELECCIÓN DE MODO DE OPERACIÓN
ValorP2 = analogRead(PIN_POT2);          // Lee segundo potenciómetro
int modo = 0;                            // Variable para modo actual
if (ValorP2 < 256) modo = 0;              // Sin acción
else if (ValorP2 < 512) modo = 1;         // Modo calentamiento
else if (ValorP2 < 768) modo = 2;        // Modo enfriamiento
else modo = 3;                           // Lazo abierto

// 5. CONTROL PID
if (ahora - tPrevPID >= T_PID) { // Verifica si toca ejecutar PID
    float dt = (ahora - tPrevPID) / 1000.0; // Calcula intervalo
en segundos
    tPrevPID = ahora;                      // Actualiza tiempo PID
    float error = SP1 - TempR;             // Calcula error actual
    IntegralPID += error * dt;             // Acumula parte integral
    if (modo == 1) SalidaPID = PIDcalor(TempR, SP1, dt); // Si
calienta
    else if (modo == 2) SalidaPID = PIDfrio(TempR, SP1, dt); // Si
enfria
    else SalidaPID = 0;                    // Otros modos: sin acción
    ErrorPrevio = error;                  // Guarda error actual

```

```

}
// 6. ENVÍO DE DATOS SERIALES
    Serial.print(TempR, 2); Serial.print(","); // Envía temperatura
reactor
    Serial.print(TempT, 2); Serial.print(","); // Envía temperatura
tanque
    Serial.print(ValorPH, 2); Serial.print(",");// Envía pH
    Serial.print(SP1, 2); Serial.print(",");// Envía set point1
    Serial.print(SP2, 2); Serial.print(",");//Envía set point2
    Serial.print(PID, 2); Serial.print(",");//Salida del controlador
    Serial.print(Formato, 2); Serial.println(",");//Envía modo de
ejecución

```

B.3. Código del Arduino Secundario

Código 9. Definición de pines

```

#include <Wire.h> // Librería para comunicación I2C
#include <LiquidCrystal_I2C.h> // Librería del LCD I2C
#include <Servo.h> // Librería para controlar el servomotor

LiquidCrystal_I2C lcd(0x27, 20, 4); // Dirección y dimensiones del
LCD
Servo servo; // Objeto del servo

// Definición de pines usados
#define RELE_CALENTADOR 3
#define RELE_BOMBA 2
#define LED_AZUL 10
#define LED_ROJO 11
#define SERVO_PIN 5

```

Las variables donde se guardan temperaturas, pH, setpoints, salida PID y formato, se muestra en el código 10.

Código 10. *Variables globales*

```
float tempReactor = 0, tempTanque = 0, phValue = 0; // Lecturas de
sensores
float setpoint1 = 0, setpoint2 = 0, salidaPID = 0; //
Setpoints y PID
int formato = 0; // Modo de operación
float posActualServo = 14.0; // Posición actual del servo
float posObjetivoServo = 14.0; // Posición objetivo del servo
unsigned long prevTimeLCD = 0; // Temporizador para refrescar LCD
const unsigned long LCD_INTERVAL_MS = 1000;
bool bombaState = false; // Estado de la bomba
bool calentadorState = false; // Estado del calentador
```

Código 11. *Configura LCD, servo, pines digitales y valores iniciales.*

```
void setup() {
  Serial.begin(9600); // Comunicación serial
  lcd.init(); // Inicializa pantalla LCD
  lcd.backlight(); // Activa luz de fondo
  pinMode(RELE_CALENTADOR, OUTPUT); // Configura relés y LEDs
  pinMode(RELE_BOMBA, OUTPUT);
  pinMode(LED_AZUL, OUTPUT);
  pinMode(LED_ROJO, OUTPUT);
  digitalWrite(RELE_CALENTADOR, HIGH); // Relés en reposo (apagados)
  digitalWrite(RELE_BOMBA, HIGH);
  servo.attach(SERVO_PIN); // Conectar el servo
  servo.write((int)posActualServo); // Posición inicial
  prevTimeLCD = millis(); // Guardar tiempo inicial
}
```

Código 12. *Bucle Principal (loop)*

Lectura del puerto serial, actualización del servo y ejecución de lógica.

```
void loop() {
  // Verificar si llegaron datos por serial
  if (Serial.available() > 0) {
    String data = Serial.readStringUntil('\n'); // Leer línea completa
    data.trim(); // Quitar saltos de línea
  }
}
```

```

if (data.length() > 0) {
  parseData(data); // Procesar datos recibidos

  // Si formato 3 → abrir válvula totalmente
  if (formato == 3) posObjetivoServo = 150;
  else posObjetivoServo = constrain(mapSalidaPID(salidaPID), 14,
  150);

  // Movimiento instantáneo del servo (sin suavizado)
  posActualServo = posObjetivoServo;
  servo.write((int)posActualServo);
}
}
ejecutarLogicaSalidas(); // Activar bomba/calentador según reglas
// Actualizar LCD cada 1 segundo
if (millis() - prevTimeLCD >= LCD_INTERVAL_MS) {
  actualizarLCD();
  prevTimeLCD = millis();
}
}

```

Código 13. Fragmento de lógica de control de relés

```

void ejecutarLogicaSalidas() {
  // Control del calentador con histéresis
  if (formato == 0 || formato == 1 || formato == 3) {
    if (tempTanque <= setpoint2 - 0.2) calentadorState = true;
    else if (tempTanque >= setpoint2 + 0.4) calentadorState = false;
  }

  if (formato == 2) calentadorState = false; // Formato 2 →
  calentador apagado

  // Lógica de bomba
  if (formato == 0) bombaState = false;
  else if (formato == 1 || formato == 2 || formato == 3)
    bombaState = (posActualServo > 14); // Bomba ON si servo abierto

  // Aplicar salidas físicas
  digitalWrite(RELE_BOMBA, bombaState ? LOW : HIGH);
  digitalWrite(RELE_CALENTADOR, calentadorState ? LOW : HIGH);
  digitalWrite(LED_AZUL, bombaState ? HIGH : LOW);
  digitalWrite(LED_ROJO, calentadorState ? HIGH : LOW);
}

```

Código 14. Convierte el PID (0–100) en apertura del servo (14–150).

```
int mapSalidaPID(float pid) {
    // Constrain limita el valor y map hace la conversión de rangos
    return map(constrain((int)pid, 0, 100), 0, 100, 14, 150);
}
```

Código 15. Divide la cadena recibida en los 7 parámetros.

```
void parseData(String data) {
    int idx = 0;
    String v[7]; // Arreglo para los 7 valores

    for (int i = 0; i < 7; i++) {
        int comma = data.indexOf(',', idx); // Buscar siguiente coma
        if (comma == -1) comma = data.length(); // Último valor
        v[i] = data.substring(idx, comma); // Extraer texto
        idx = comma + 1;
    }

    // Convertir strings a números
    tempReactor = v[0].toFloat();
    tempTanque = v[1].toFloat();
    pHValue = v[2].toFloat();
    setpoint1 = v[3].toFloat();
    setpoint2 = v[4].toFloat();
    salidaPID = v[5].toFloat();
    formato = v[6].toInt();
}
```

El código 16 muestra los valores principales del sistema.

Código 16. LCD

```
void actualizarLCD() {
    lcd.clear();

    lcd.setCursor(0,0); lcd.print("TR:"); lcd.print(tempReactor,2);
    lcd.setCursor(10,0); lcd.print("TT:"); lcd.print(tempTanque,2);

    lcd.setCursor(0,1); lcd.print("SPR:"); lcd.print(setpoint1,2);
    lcd.setCursor(10,1); lcd.print("SPT:"); lcd.print(setpoint2,2);

    lcd.setCursor(0,2); lcd.print("pH:"); lcd.print(pHValue,2);
}
```

```

lcd.setCursor(10,2); lcd.print("M:"); lcd.print(formato);

lcd.setCursor(0,3); lcd.print(bombaState ? "B ON " : "B OFF");
lcd.setCursor(7,3); lcd.print(calentadorState ? "C ON " : "C OFF");
lcd.print(" S:");
lcd.print(posActualServo, 2);
}

```

B.4. Código Python captación de datos del puerto serial

Código 17. Código de captación de datos de Arduino usando Python

```

import serial
import csv
import time
from datetime import datetime
puerto = 'COM3' # Indica el puerto de conexión
baud_rate = 9600
archivo_csv = 'ProcesoYogurt18_11_25_42.csv'#Nombre conmo se
guardará
ser = serial.Serial(puerto, baud_rate)
time.sleep(2) # Reinicio de Arduino
# Abrir el CSV para escribir
with open(archivo_csv, mode='w', newline='') as file:
    escritor = csv.writer(file)
    # Encabezados
    escritor.writerow(['Hora', 'TempR', 'TempT', 'SensorPH',
'SPR', 'SPT', 'Control', 'formato'])
    print("Guardando datos con hora:minuto:segundo... Presiona
Ctrl+C para detener.")
    try:
        while True:
            linea = ser.readline().decode('utf-8').strip() # Leer
línea del Arduino
            if linea: # Si no está vacía
                datos = linea.split(',') # Separa por comas

```

```

        hora_actual = datetime.now().strftime('%H:%M:%S') #
formato Hora:minuto:segundo
        escritor.writerow([hora_actual] + datos) # Guardar
en CSV
        print([hora_actual] + datos) # Mostrar en consola
except KeyboardInterrupt:
    print("Guardado terminado.")
    ser.close()

```

APÉNDICE C. Identificación y sintonización del modelo

C.1. Validación de la identificación del modelo dinámico

Para la validación de la identificación del modelo dinámico del sistema con agua se utilizaron el 30% de los datos obtenidos en lazo abierto, correspondientes a la respuesta transitoria del proceso hasta alcanzar el nuevo estado estacionario.

Tabla 29

Parámetros de los modelos de validación evaluados con agua

Modelo	K	Tau 1	Tau2	theta	Fit	FPE	MSE
FO	1.0256	396.7452	0	0	92.29%	0.3106	0.3035
FOPDT	1.0169	359.2945	0	51.204	95.92%	0.08771	0.08503
SO	1.0087	317.7355	71.2932	0	98.91%	0.006309	0.006069
SOPDT	1.009	319.7572	66.957	20.934	98.95%	0.00591	0.005642

Nota: FO: Primer Orden, FOPDT: Primer Orden con Tiempo Muerto, SO: Segundo Orden, SOPDT: Segundo Orden con Tiempo Muerto.

La Tabla 29 valida el modelo FOPDT, al registrar un Fit de validación del 95.92%, valor que presenta una desviación despreciable respecto al 96.02% obtenido en la fase de estimación (Tabla 15). La mínima diferencia entre ambos porcentajes bajo el mismo escenario de datos demuestra que los parámetros identificados (K, τ, θ) son altamente representativos y el modelo queda validado para el diseño de estrategias de control.

C.2. Resultados de sintonización por los 4 modelos para el análisis experimental

En la Tabla 30 se muestra las experiencias realizadas con el análisis factorial a diferentes condiciones de temperatura, caudal y agitación.

Tabla 30

Factores y niveles del diseño factorial

Experiencia	T	Q	A
1	42	50	0
2	42	50	1
3	42	100	0
4	42	100	1
5	53	50	0
6	53	50	1
7	53	100	0
8	53	100	1

Tabla 31

Ziegler Nicol

K_p	T_i	T_d	K_i	K_d
5.9564	231.7464	57.9366	0.0257	345.0943
5.3859	220.0947	55.0237	0.0245	296.3513
4.4861	180.9093	45.2273	0.0248	202.8958
4.9870	165.8960	41.4740	0.0301	206.8295
7.4107	169.0367	42.2592	0.0438	313.1722
6.8858	164.8047	41.2012	0.0418	283.7036
4.9649	155.0876	38.7719	0.0320	192.4984
5.1311	145.2395	36.3099	0.0353	186.3103

Tabla 32

Cohen Coon

K_p	T_i	T_d	K_i	K_d
22.2797	964.4552	198.8442	0.0231	4430.1908
21.2525	812.4252	171.6875	0.0262	3648.7861
19.8134	516.6815	115.4661	0.0383	2287.7735
20.3779	565.9157	121.6137	0.0360	2478.2282
24.3573	938.0631	183.0202	0.0260	4457.8747
23.7309	823.1188	163.7592	0.0288	3886.1573
20.6179	510.0101	110.4709	0.0404	2277.6806
20.7412	507.7356	108.5403	0.0409	2251.2579

Tabla 33
IMC

K_p	T_i	T_d	K_i	K_d
3.6472	625.0714	52.5666	0.0058	191.7191
3.2695	546.3899	49.4826	0.0060	161.7846
2.5882	378.4318	39.8221	0.0068	103.0657
2.7377	390.3683	37.0677	0.0070	101.4784
3.9628	560.4892	39.0730	0.0071	154.8372
3.6679	506.0535	37.8467	0.0072	138.8177
2.6575	356.0659	34.5500	0.0075	91.8156
2.6560	347.4617	32.5155	0.0076	86.3599

Tabla 34
CHR

K_p	T_i	T_d	K_i	K_d
4.4673	278.0957	48.6668	0.0161	217.4094
4.0394	264.1136	46.2199	0.0153	186.7013
3.3646	217.0911	37.9909	0.0155	127.8243
3.7402	199.0752	34.8382	0.0188	130.3026
5.5581	202.8441	35.4977	0.0274	197.2985
5.1644	197.7657	34.6090	0.0261	178.7333
3.7237	186.1051	32.5684	0.0200	121.2740
3.8483	174.2874	30.5003	0.0221	117.3755

C.3. Tabla de resumen y mapeado de las conexiones eléctricas electrónicas.

En la Tabla 35 se detalla los elementos usados y sus características.

Tabla 35*Datos mapeados de las conexiones eléctricas y electrónicas*

Elemento / Módulo	Pin Arduino	Tipo de Pin	Dirección de Señal	Descripción / Función
Sensor DS18B20 (Reactor)	D5	Digital	Entrada (OneWire)	Mide la temperatura del reactor. Usa bus OneWire.
Sensor DS18B20 (Tanque)	D6	Digital	Entrada (OneWire)	Mide la temperatura del tanque auxiliar.
Sensor de pH (Analógico)	A1	Analógico	Entrada	Entrada de voltaje del sensor de pH. Se calibra en 4, 7 y 10 pH.
Potenciómetro 1 (Setpoint)	A2	Analógico	Entrada	Controla el setpoint de temperatura (bloqueo incluido).
Potenciómetro 2 (Modo)	A0	Analógico	Entrada	Selecciona el modo de operación (0 = sin acción, 1 = calefacción, 2 = enfriamiento, 3 = off).
Servo (válvula / agitador / salida)	D9	PWM (Digital)	Salida	Control PWM del servo (posición proporcional a la salida PID).
Módulo SD / registro de datos	D10 → CS	Digital	Salida (SPI)	Pin Chip Select (CS) del módulo SD.
	D11 → MOSI	Digital	Salida (SPI)	Comunicación SPI – datos hacia SD.
	D12 → MISO	Digital	Entrada (SPI)	Comunicación SPI – datos desde SD.
	D13 → SCK	Digital	Salida (SPI)	Reloj SPI para sincronización.
Alimentación sensores	5V / GND	Potencia	—	Todos los módulos y sensores se alimentan con 5 V y GND comunes.
Resistencia pull-up DS18B20	4.7 kΩ entre D5/D6 y 5V	—	—	Necesaria para el bus OneWire. Una por cada línea o compartida.
Comunicación Serial	D0 (RX), D1 (TX)	UART	Bidireccional	Envío de datos al monitor serial o PC.

APÉNDICE D. Fallas presentadas en el monitoreo

D.1. Problemas presentados en el monitoreo

Durante los periodos de operación prolongada, el sistema funcionó de manera continua con todos los sensores, motores y actuadores activos, se presentaron problemas de ruido eléctrico. Este ruido afectó principalmente la estabilidad de las mediciones, generando fluctuaciones e inestabilidad en las lecturas de los sensores, especialmente en los de naturaleza analógica.

D.2. Discusión sobre la calidad de la señal

El origen del ruido se asoció al funcionamiento simultáneo de la bomba, el agitador y la resistencia eléctrica, los cuales introducen variaciones transitorias y picos de corriente en el circuito. Estas perturbaciones se acoplan fácilmente a las líneas de señal de sensores sensibles, alterando la precisión del sistema de monitoreo.

Para mitigar este problema, se implementaron capacitores electrolíticos de 100uF de desacoplo en el circuito eléctrico de cada sensor, con el fin de suavizar las variaciones instantáneas de voltaje y estabilizar las señales de entrada al microcontrolador. Adicionalmente, se incorporó un filtro digital mediante código para estabilizar los valores de las señales de entrada (Set point), reduciendo el impacto del ruido residual y evitando cambios bruscos no deseados.

Estas medidas combinadas permitieron mejorar significativamente la calidad de los datos registrados y la confiabilidad del sistema durante corridas de larga duración.

Finalmente, se presentan las librerías empleadas en el entorno Arduino para el monitoreo y control del sistema, indicando sus funciones principales y la forma en que fueron aplicadas dentro del proyecto, tal como se muestra en la Tabla 36.

Tabla 36
Librerías utilizadas en Arduino

Librería	Función principal	Aplicación en el sistema
OneWire.h	Comunicación digital 1-Wire	Lectura de sensores DS18B20
DallasTemperature.h	Manejo de múltiples sensores DS18B20	Lectura y gestión de temperaturas del reactor y tanque
LiquidCrystal_I2C.h	Interfaz I2C con pantalla LCD	Visualización de datos en tiempo real
(sin librería)	Lecturas analógicas / PID	Calibración del sensor pH, control PID y entradas de set point

APÉNDICE F. Registro de fotografías

F.1. Registro físico del sistema

En la Figura 38 se muestra el equipo final del sistema de control de temperatura.

Figura 38
Sistema de Control implementado



Figura 39
Vista interna del biorreactor



F.2. Instrumentación eléctrica y electrónica

Figura 40

Vista del tablero eléctrico operativo

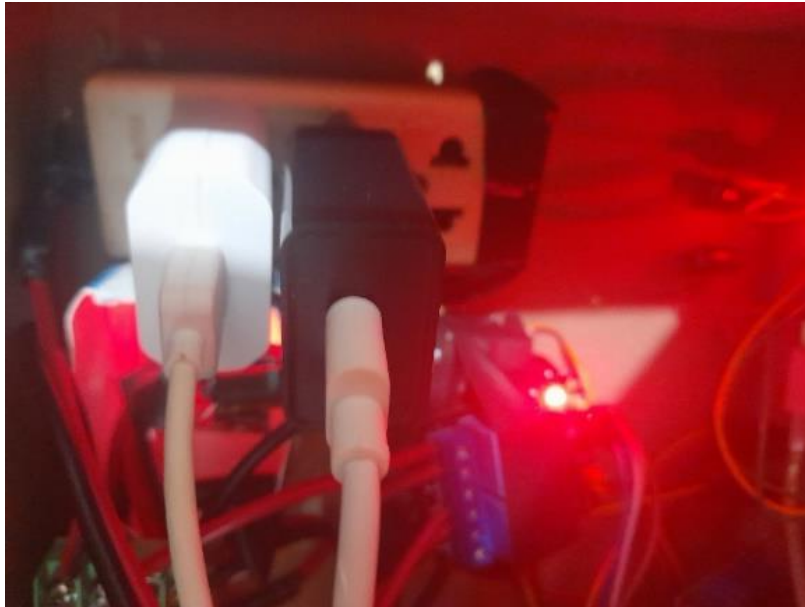


Figura 41

Vista parte interna del tablero eléctrico



Figura 42
Fuentes de conexión de 220V AC a 5 V DC



F.3. Accesorios Empleados

Figura 43
Válvulas



Figura 44
Uniones



Figura 45
Bomba



F.4. Instrumentos de laboratorio empleados

Figura 46
Balanza



Figura 47
Instrumentos de laboratorio



Figura 48
Sensor de temperatura



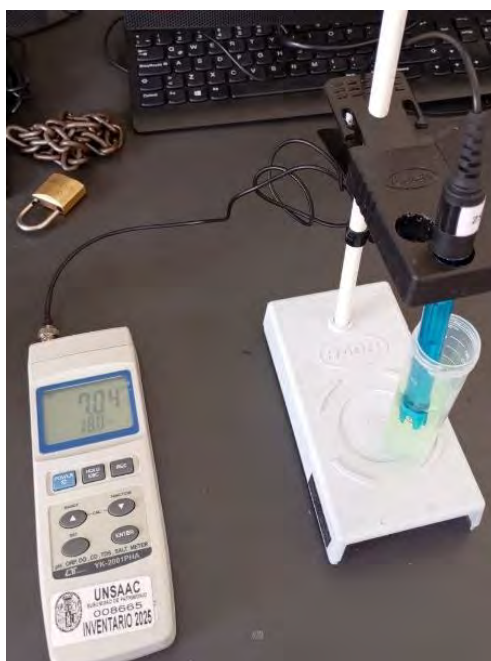
Figura 49
Sensor de pH



Figura 50
Insumos químicos



Figura 51
Verificación del pH con buffer



APÉNDICE G. Control de calidad de la leche

G.1. Análisis de SST de la leche

La leche cruda fue analizada según a la ISO 6731:2010 para análisis de sólidos totales por secado. Y se obtuvo la Tabla 37.

Tabla 37
Sólidos Totales (%)

M cápsula (g)	M cápsula + muestra (g)	M cápsula (g)	M cápsula + muestra (g)	M cápsula + residuo seco (g)	M muestra (g)	M residuo (g)	% Sólidos Totales
35.8	40.8	35.8	40.8	36.4	5.0	0.7	13.8
39.3	44.3	39.3	44.3	40.0	5.0	0.7	13.1
35.8	40.8	35.8	40.8	36.4	5.0	0.6	12.3
39.3	44.3	39.3	44.3	39.9	5.0	0.6	11.8
35.8	40.8	35.8	40.8	36.3	5.0	0.6	11.6
39.3	44.3	39.3	44.3	39.9	5.0	0.6	11.6
35.8	40.8	35.8	40.8	36.3	5.0	0.6	11.5
39.3	44.3	39.3	44.3	39.9	5.0	0.6	11.4
38.4	43.4	38.4	43.4	39.2	5.0	0.8	15.8
41.6	46.6	41.6	46.6	42.3	5.0	0.7	13.3
38.4	43.4	38.4	43.4	39.0	5.0	0.6	11.8
41.6	46.6	41.6	46.6	42.2	5.0	0.6	11.3
38.4	43.4	38.4	43.4	39.0	5.0	0.6	11.5
41.6	46.6	41.6	46.6	42.2	5.0	0.6	11.6
38.4	43.4	38.4	43.4	39.0	5.0	0.6	11.4
41.6	46.6	41.6	46.6	42.2	5.0	0.6	11.5
38.4	43.4	38.4	43.4	39.0	5.0	0.6	11.4
41.6	46.6	41.6	46.6	42.2	5.0	0.6	11.5

Figura 52
Secado en estufa de leche cruda



Figura 53
Análisis de °Brix de la leche



G.2. Análisis de densidad de la leche

Tabla 38
Densidad de la leche experimental

Temp (°C)	M picnómetro vacío (g)	M picnómetro + agua (g)	M picnómetro + muestra (g)	Densidad (g/mL)	Lectura °Brix	SST corregido
19.3	17.4868	27.9479	27.9475	0.999961763	12.8	12.821
19.4	16.8681	26.8582	27.4309	1.057326753	12.8	12.818
19.5	16.8689	26.8582	27.4309	1.057331345	12.3	12.315
19.6	11.4312	21.8923	21.885	0.999302177	12.6	12.612
19.6	10.6137	20.6038	21.1577	1.05544489	12.3	12.312

En la Tabla 38 se muestra la densidad de la leche la cual fue de 1.055 g/ml. Asimismo, se realizó la lectura de °Brix asociándolo con los sólidos totales disueltos.

Figura 54
Comparación de pesos en picnómetro



G.3. Calidad de la leche: Análisis de reductasa

Se realizó el análisis de reductasa para verificar que la leche este apta para la elaboración de yogurt. Lo cual permitió dar el visto bueno al avance del proyecto.

Figura 55

Análisis de reductasa a temperatura constante



G.4. Calidad de la leche: Leche + alcohol

Se realizó el análisis de calidad usando alcohol. En el cual se muestra que si era apta para la elaboración de yogurt al no formar precipitados.

Figura 56

Prueba de Leche y alcohol



G.5. Calidad del yogurt: Análisis de SST de yogurt

Figura 57
°Brix del yogurt



Figura 58
pH del yogurt

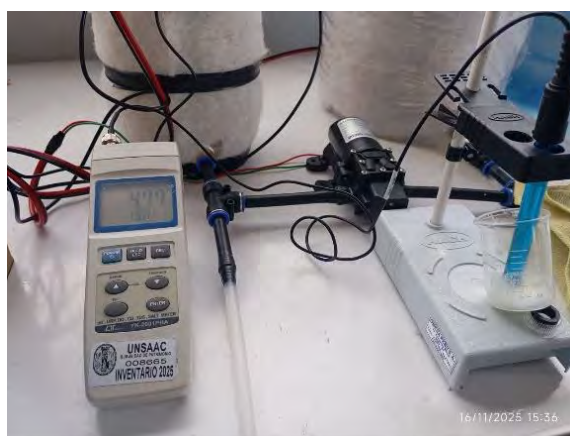


Figura 59
Preparación de lote de yogurt



APÉNDICE H. Fotografías complementarias

H.1. Registro de fotografías en operación

Figura 60
Control del proceso



Figura 61
Monitoreo del proceso



Figura 62
Titulación de acidez

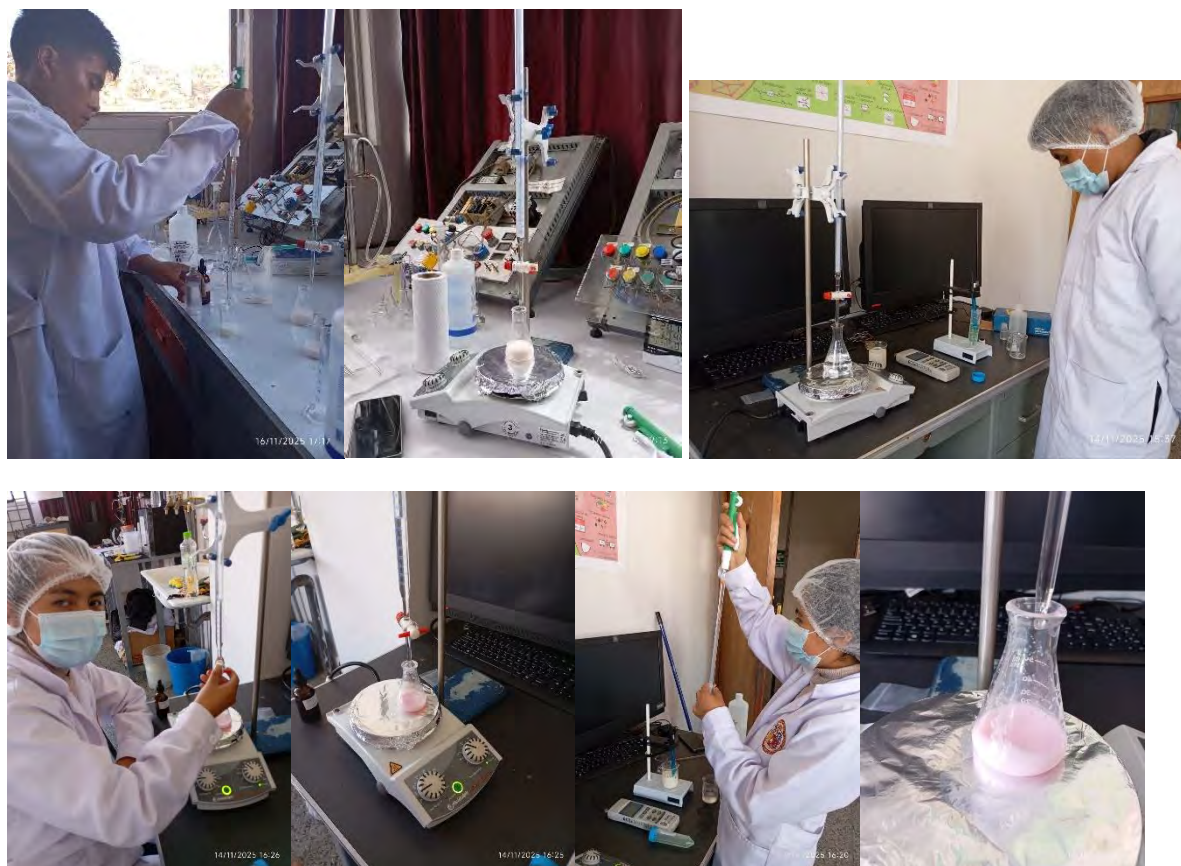


Figura 63
Sistema implementado



Figura 64
Monitoreo con pHmetro externo

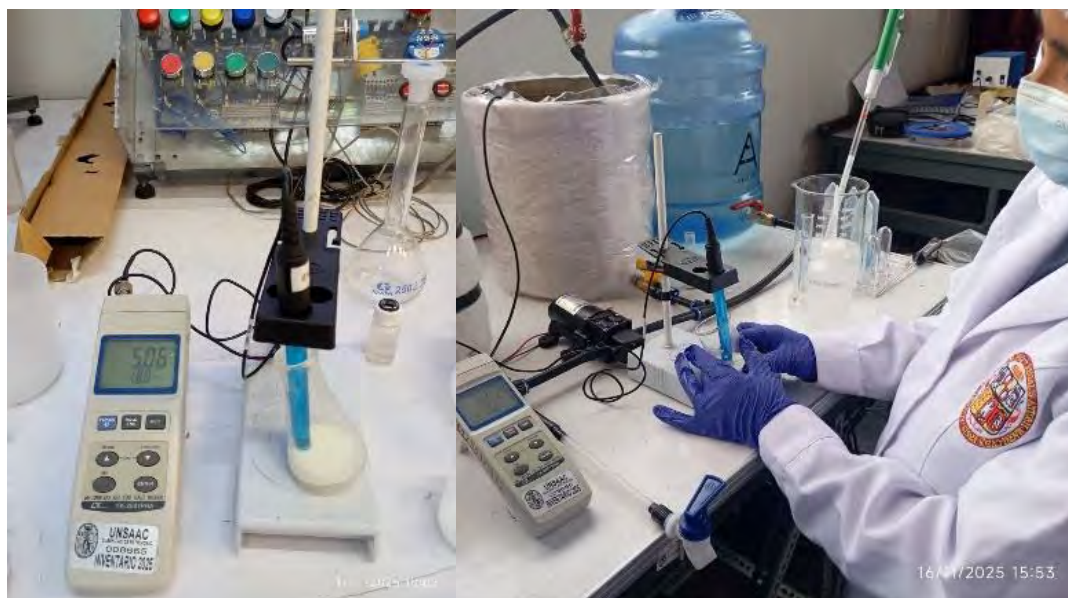


Figura 65
Equipo de trabajo



ANEXOS

Anexo A: Ficha técnica de calibración de sensor



METROLAB Y CALIDAD S.A.C.

Laboratorio de Metrología - Servicio con Tecnología y Calidad

CERTIFICADO DE CALIBRACION N° 1199- LT -2025

Laboratorio de Temperatura

Página 1 de 2

Expediente : 063-MYC-2025

Solicitante : CERVECERIAS CUSCO

Proyecto : Calle Romeritos J - 17 San Jeronimo - Cusco

Instrumento de Medición : TERMÓMETRO DIGITAL

Marca : DIGITAL TERMOMETER

Modelo : TP101

Número de Serie : N/I

Codigo Interno : N/I

Ubicación : ALMACEN

Tipo : DIGITAL

Alcance de Indicación : -50 °C a 300 °C

División de Escala : 1 °C

Sensor : Pt-100

Procedencia : CHINA

Fecha de Calibración : 2025-05-27

Método de Calibración

Según "El Procedimiento para la Calibración de Termómetros Digitales" - PC-017, 2da Edición - Diciembre 2012, del Servicio Nacional de Metrología SNM – INDECOPI.

Lugar de Calibración

Laboratorio de Metrología Metrolabycalidad

Condiciones Ambientales

	Inicial	Final
Temperatura (°C)	15.5	16.8
Humedad Relativa (%HR)	52.8	53.9

La incertidumbre reportada en el presente informe es la incertidumbre expandida de medición que resulta de multiplicar la incertidumbre estándar por el factor de cobertura $k=2$. La incertidumbre fue determinada según la "Guía para la expresión de la incertidumbre en la medición".

Generalmente, el valor de la magnitud está dentro del intervalo de los valores determinados con la incertidumbre expandida con una probabilidad de aproximadamente 95 %.

La periodicidad de la calibración depende del uso mantenimiento y conservación del instrumento de medición.

La periodicidad de la calibración depende del uso mantenimiento y conservación del instrumento de medición.

Este Certificado de Calibración, no podrá ser reproducido total o parcialmente sin la aprobación por escrito del Laboratorio emisor.



Sello

Fecha de Emisión

Jefe de Laboratorio de Metrología

2025/05/29

METROLAB Y CALIDAD S.A.C.

Miguel Angel Ruiz Sulca
JEFE LABORATORIO

METROLAB Y CALIDAD SAC - LABORATORIO DE METROLOGIA

Dirección: PASAJE SANTIAGO MZA. E, LOTE N° 2, SANTIAGO CUSCO - PERU Teléfono: (084) 206172 Cel: 976 648 580

www.metrolabycalidad.com

metrolab@metrolabycalidad.com

ventas@metrolabycalidad.com

metrolabycalidad@gmail.com



METROLAB Y CALIDAD S.A.C.

Laboratorio de Metrología - Servicio con Tecnología y Calidad

CERTIFICADO DE CALIBRACIÓN N° 1199- LT -2025

Laboratorio de Temperatura

Página 2 de 2

Patrones de referencia

Trazabilidad	SNM	Patrón utilizado	Certificado de calibración
Patrones de referencia del INDECOPI - INACAL	SNM	TERMOMETRO DIGITAL Rango de Indicación -50°C a 400 °C	INACAL LT-213-2023; Exp. 1051156
Patrones de referencia del INDECOPI - INACAL	SNM	CRONOMETRO DIGITAL Rango de Indicación 9H59 min 59.999s	METROIL - INACAL 1AT-0131-2023 Exp. N° 1A17482
Patrones de referencia del INDECOPI - INACAL	SNM	Termohigrómetro patrón de resolución 0,5 °C / 1 %HR	METROIL - INACAL 1AT-2530-2024 Exp. 1A24229

Observaciones

Con fines de identificación se colocó una etiqueta autoadhesiva, el cual hace referencia al número del presente informe de calibración.

RESULTADOS

Indicación del Termómetro Patrón (°C)	Indicación del Termómetro (°C)	Corrección (°C)	Incertidumbre (°C)
5.00	4.84	-0.06	0.31
20.00	19.69	0.21	0.32
60.00	59.90	0.22	0.27
70.00	69.84	0.31	0.27

Temperatura Convencionalmente Verdadera (TCV) = Indicación del Termómetro + Corrección

Nota 2.- La profundidad de inmersión del sensor fue de 200 mm aproximadamente

Nota 1.- Tiempo de estabilización no menor a 10 minutos

Incertidumbre

La incertidumbre de medición se ha obtenido multiplicando la incertidumbre estándar de la medición por el factor de cobertura $k=2$ para una distribución normal de aproximadamente 95 %.

Las incertidumbres expandida de medición fueron calculada a partir de los componentes de incertidumbre de los factores de influencia en la calibración. Las incertidumbres indicadas no incluye unas estimaciones de variaciones permisibles a largo plazo



Fin de documento

METROLAB Y CALIDAD SAC - LABORATORIO DE METROLOGIA

Dirección: PASAJE SANTIAGO MZA. E, LOTE N° 2, SANTIAGO CUSCO - PERU Teléfono: (084) 206172 Cel: 976 648 580

www.metrolabycalidad.com

metrolab@metrolabycalidad.com

ventas@metrolabycalidad.com

metrolabycalidad@gmail.com