



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
ESCUELA DE POSGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MENCIÓN EDUCACIÓN SUPERIOR

TESIS

**SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA, EN
ESTUDIANTES DE PREGRADO DEL PROGRAMA DE
MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNSAAC – 2024**

**PARA OPTAR AL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN
EDUCACIÓN MENCIÓN EDUCACIÓN SUPERIOR**

AUTORA

Br. ROCIO LISBETH QUISPE QUISPE

ASESORA:

Dra. LUZ MARÍA CAHUANA FERNÁNDEZ

Código ORCID: 0000-0002-1672-8608

CUSCO – PERÚ

2025



Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco

INFORME DE SIMILITUD

(Aprobado por Resolución Nro.CU-321-2025-UNSAAC)

El que suscribe, el Asesor Dra. Luz María Cahuana Fernandez
..... quien aplica el software de detección de similitud al
trabajo de investigación/tesis titulada: SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN
DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA, EN ESTUDIANTES DE PREGRADO
DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNSAAC - 2024

Presentado por: Br. Rocío Lisbeth Quispe Quispe DNI N° 47700146;
presentado por: DNI N°:
Para optar el título Profesional/Grado Académico de MAESTRO EN EDUCACIÓN MENCIÓN
EDUCACIÓN SUPERIOR.

Informo que el trabajo de investigación ha sido sometido a revisión por 3 veces, mediante el
Software de Similitud, conforme al Art. 6° del **Reglamento para Uso del Sistema Detección de**
Similitud en la UNSAAC y de la evaluación de originalidad se tiene un porcentaje de 1 %.

Evaluación y acciones del reporte de coincidencia para trabajos de investigación conducentes a grado académico o título profesional, tesis

Porcentaje	Evaluación y Acciones	Marque con una (X)
Del 1 al 10%	No sobrepasa el porcentaje aceptado de similitud.	☒
Del 11 al 30 %	Devolver al usuario para las subsanaciones.	☐
Mayor a 31%	El responsable de la revisión del documento emite un informe al inmediato jerárquico, conforme al reglamento, quien a su vez eleva el informe al Vicerrectorado de Investigación para que tome las acciones correspondientes; Sin perjuicio de las sanciones administrativas que correspondan de acuerdo a Ley.	☐

Por tanto, en mi condición de Asesor, firmo el presente informe en señal de conformidad y **adjunto**
las primeras páginas del reporte del Sistema de Detección de Similitud.

Cusco, 06 de julio de 2026


.....
Firma

Post firma Luz María Cahuana Fernandez

Nro. de DNI 23857133

ORCID del Asesor 0000-0002-1672-8608

Se adjunta:

- Reporte generado por el Sistema Antiplagio.
- Enlace del Reporte Generado por el Sistema de Detección de Similitud: **oid:** 27259:605225907

Rocio Quispe

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA, EN EST...

 Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::27259:605225907

Fecha de entrega

6 jul 2026, 7:38 p.m. GMT-5

Fecha de descarga

6 jul 2026, 9:05 p.m. GMT-5

Nombre del archivo

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGO....pdf

Tamaño del archivo

2.7 MB

148 páginas

31.257 palabras

194.922 caracteres

1% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Filtrado desde el informe

- ▶ Trabajos entregados
- ▶ Fuentes de Internet
- ▶ Base de datos de Crossref

Fuentes principales

- 0%  Fuentes de Internet
- 1%  Publicaciones
- 0%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Marcas de integridad

N.º de alertas de integridad para revisión

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO ESCUELA DE POSGRADO

INFORME DE LEVANTAMIENTO DE OBSERVACIONES A TESIS

Dr. TITO LIVIO PAREDES GORDON, director de la Escuela de Posgrado, nos dirigimos a usted en condición de integrantes del jurado evaluador de la tesis intitulada **SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA, EN ESTUDIANTES DE PREGRADO DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNSAAC - 2024** de la Br. Br. ROCIO LISBETH QUISPE QUISPE. Hacemos de su conocimiento que el (la) sustentante ha cumplido con el levantamiento de las observaciones realizadas por el Jurado el día **TRECE DE NOVIEMBRE DE 2025**.

Es todo cuanto informamos a usted fin de que se prosiga con los trámites para el otorgamiento del grado académico de MAESTRO EN EDUCACIÓN MENCIÓN EDUCACIÓN SUPERIOR.

Cusco, 07 de mayo de 2026


DR. ANGEL ZENON CHOCCECHANCA CUADRO
Primer Replicante


MGT. ALAN ALAIN HUAMAN AUCCAPURI
Segundo Replicante


DRA. ELIZABETH DUEÑAS PAREJA
Primer Dictaminante


DR. MAXIMO CORDOVA HUAMANI
Segundo Dictaminante

DEDICATORIA

A mi abuelito Hilario, por sus enseñanzas, consejos y ser parte clave en mi vida.

A mis padres Livia y Facundo, gracias por haberme educado, por su apoyo incondicional y constante en los momentos buenos y difíciles.

A mi amada hija Miriam, por ser la luz de mi vida y mi razón de ser.

Al profesor Nazario Salazar Baca, a quien aprecio mucho, por ser fuente de inspiración y aprendizaje. Por todas sus palabras.

Rocio

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por bendecirme con todas las oportunidades que me brinda, por acompañarme, cuidarme y guiarme durante mi vida y permitirme cumplir con esta meta anhelada.

Agradezco profundamente a la Escuela de Posgrado por brindarme la oportunidad de formar parte de su comunidad académica y por el respaldo constante durante todo el proceso de formación en la maestría. La calidad de la enseñanza, el acompañamiento de los docentes y el rigor académico han sido fundamentales para mi desarrollo profesional y personal. Gracias por propiciar un espacio de aprendizaje enriquecedor, por fomentar la investigación con compromiso ético y por impulsar en cada estudiante el deseo de superación y servicio a la sociedad.

A mi asesora, Dra. Luz María Cahuana Fernández, por su orientación experta, paciencia y dedicación, agradezco su disposición constante para discutir ideas, brindar retroalimentación constructiva y ayudarme a superar los desafíos que se presentaron a lo largo de esta investigación.

A la Mg. Luz Marlene Mendoza Torren por su apoyo incondicional, por motivarme, quien, con sus conocimientos y compromiso, me permitió lograr este trabajo.

A mis familiares y amigos (Kati, Sole y Andre), por el apoyo incondicional, por sus consejos y gestos de apoyo.

A todos aquellos profesores y profesionales que me han inspirado a lo largo de mi carrera.

La tesista.

ÍNDICE GENERAL

DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTO	iii
ÍNDICE GENERAL	iv
ÍNDICE DE TABLAS	vii
ÍNDICE DE FIGURAS	ix
ÍNDICE DE SIGLAS.....	x
RESUMEN	xi
ABSTRACT.....	xii
INTRODUCCIÓN	xiii
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	1
1.1. Situación problemática	1
1.2. Formulación del problema	10
1.2.1. Problema general	10
1.2.2. Problemas específicos.....	10
1.3. Justificación de la investigación.....	11
1.3.1. Justificación teórica	11
1.3.2. Justificación práctica	12
1.3.3. Justificación metodológica	12
1.3.4. Justificación pedagógica	13
1.3.5. Justificación legal	13
1.4. Objetivos de la investigación	14
1.4.1. Objetivo general.....	14
1.4.2. Objetivos específicos	14
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL	16
2.1. Bases teóricas	16
2.1.1. Sistemas de Representación.....	16
2.1.2. Resolución de problemas	35

2.1.3.	La Competencia matemática en estudiantes universitarios	42
2.2.	Marco conceptual	44
2.3.	Antecedentes empíricos de la investigación (estado del arte).....	46
2.3.1.	Antecedentes internacionales.....	46
2.3.2.	Antecedentes nacionales	48
2.4.	Hipótesis general y objetivos	50
2.4.1.	Hipótesis general	50
2.4.2.	Hipótesis específicas.....	50
2.5.	Identificación de Variables	51
2.6.	Operacionalización de variables	52
CAPÍTULO III: METODOLOGÍA.....		54
3.1.	Ámbito de estudio: localización política y geográfica.....	54
3.2.	Tipo y nivel de investigación.....	55
4.2.1.	Tipo de investigación.....	55
4.2.2.	Nivel de investigación	55
4.2.3.	Enfoque y diseño de la investigación.....	55
3.3.	Unidad de análisis	56
3.4.	Población de estudio	56
3.5.	Tamaño de muestra	57
3.6.	Técnicas de selección de muestra	57
3.6.1.	Criterios de inclusión	57
3.6.2.	Criterios de exclusión	58
3.7.	Técnicas de recolección de información.....	58
3.7.1.	Técnicas	58
3.7.2.	Instrumentos.....	58
3.8.	Técnicas de análisis e interpretación de la información	58
3.8.1.	Estructura del instrumento	59
3.8.2.	Procedimiento	60
3.8.3.	Validez del instrumento.....	60
3.9.	Técnicas para demostrar la verdad o falsedad de las hipótesis planteadas	61
3.9.1.	Confiablez del instrumento.....	61

CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN	63
4.1. Procesamiento, análisis, interpretación y discusión de resultados.....	63
4.2. Pruebas de hipótesis	75
4.3. Presentación de resultados	83
4.3.1. Descripción de los hallazgos más relevantes y significativos	83
4.3.2. Comparación con la literatura existente	84
4.3.3. Implicancias del estudio	86
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	88
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	92
ANEXOS.....	97
Anexo 1. Matriz de consistencia	97
Anexo 2. Cuestionario utilizado para la descripción problemática.	99
Anexo 3. Matriz de instrumento.	101
Anexo 4. Instrumento de investigación.	103
Anexo 6. Validación de instrumentos por jurados expertos.	110
Anexo 7. Solicitud para la aplicación y confiabilidad del instrumento.	120
Anexo 8. Autorización para aplicación de instrumento	121
Anexo 9. Constancia de la aplicación para realizar la prueba de confiabilidad	122
Anexo 10. Evidencias de aplicación del instrumento	123
Anexo 11. Prueba de confiabilidad del instrumento, KR -20 (Kuder Richardson)	124
Anexo 12. Datos de la aplicación de la preprueba y posprueba en SPSS versión 27.	125
Anexo 13. Aplicación de la prueba.....	127
Anexo 14. Módulo de Sesiones	128
Anexo 15. Desarrollo del módulo de aprendizaje.....	132
Anexo 16. Aplicación de la posprueba	134

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	<i>Operacionalización de variables</i>	52
Tabla 2	<i>Estudiantes matriculados en el programa de Matemática y Física, durante el semestre académico 2023 – II.....</i>	56
Tabla 3	<i>Estudiantes matriculados en el curso de Taller de elaboración de recursos</i>	57
Tabla 4	<i>Escala valorativa cuantitativa – cualitativa (Unsaac, 2017)</i>	59
Tabla 5	<i>Validación de Instrumentos por Expertos Especialistas</i>	61
Tabla 6	<i>Nivel de logro de resolución de problemas fundamentales de trigonometría</i>	63
Tabla 7	<i>Nivel de logro de la dimensión 1: Modela objetos con formas geométricas.....</i>	65
Tabla 8	<i>Nivel de logro de la dimensión 2: Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas</i>	67
Tabla 9	<i>Nivel de logro de la dimensión 3: Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas</i>	69
Tabla 10	<i>Nivel de logro de la dimensión 4: Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas</i>	71
Tabla 11	<i>Media y desviación estándar de la resolución de problemas fundamentales de trigonometría y sus dimensiones, respecto al grupo experimental.....</i>	73
Tabla 12	<i>Prueba de normalidad con Shapiro Wilk – Kolmogorov Smirnov</i>	76
Tabla 13	<i>Prueba de normalidad con Wilcoxon para muestras relacionadas – Resolución de problemas fundamentales de trigonometría</i>	78
Tabla 14	<i>Prueba de normalidad con Wilcoxon para muestras relacionadas – Dimensión 1: Modela objetos con formas geométricas</i>	79

Tabla 15 *Prueba de normalidad con Wilcoxon para muestras relacionadas – Dimensión 2:**Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas 80***Tabla 16** *Prueba de normalidad con Wilcoxon para muestras relacionadas – Dimensión 3:**Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas..... 81***Tabla 17** *Prueba de normalidad con Wilcoxon para muestras relacionadas – Dimensión 4:**Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas 82*

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	<i>Representación simbólica del área de un triángulo en trigonometría</i>	24
Figura 2	<i>Representación numérica y tabular del seno del ángulo θ</i>	24
Figura 3	<i>Representación gráfica de un triángulo rectángulo.....</i>	25
Figura 4	<i>Componentes y facetas de la cognición matemática</i>	28
Figura 5	<i>Esquema de modelación matemática de acuerdo con Borromeo</i>	39
Figura 6	<i>Ubicación de la Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco</i>	54
Figura 7	<i>Diseño de investigación preexperimental</i>	56
Figura 8	<i>Niveles de confiabilidad de Kuder-Richardson. Unidad de Post Grado de la Facultad de Educación de la UNMSM.....</i>	62
Figura 9	<i>Nivel de logro de resolución de problemas fundamentales de trigonometría.....</i>	65
Figura 10	<i>Nivel de logro de la dimensión 1: Modela objetos con formas geométricas</i>	66
Figura 11	<i>Nivel de logro de la dimensión 2: Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas</i>	68
Figura 12	<i>Nivel de logro de la dimensión 3: Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas</i>	71
Figura 13	<i>Nivel de logro de la dimensión 4: Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas</i>	73
Figura 14	<i>Media y desviación estándar de la resolución de problemas fundamentales de trigonometría y sus dimensiones, respecto al grupo experimental.....</i>	75

ÍNDICE DE SIGLAS

CIAEM	: Conferencia Internacional de Aprendizaje y Enseñanza de la Matemática.
E-A	: Enseñanza – Aprendizaje.
MINEDU	: Ministerio de Educación.
EOS	: Enfoque Onto Semiótico
TRRS	: Teoría de Registros de Representación Semiótica
FED	: Facultad de Educación
UNSAAC	: Universidad nacional de San Antonio Abad del Cusco

RESUMEN

La investigación tuvo como objetivo determinar la influencia de la integración de los sistemas de representación en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría. El estudio fue de tipo aplicado, con un diseño experimental que incluyó preprueba, posprueba y grupo de control. La muestra estuvo conformada por 16 estudiantes del noveno semestre del programa de Matemática y Física de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco (2024). Para la recolección de datos se empleó una prueba escrita de desarrollo, cuya confiabilidad fue de 0.72 según el coeficiente KR-20, junto con una lista de cotejo. El análisis descriptivo se procesó en Excel y el inferencial en SPSS v27. Tras aplicar la prueba de Shapiro-Wilk ($p = 0.000$), se determinó una distribución no normal de los datos. La contrastación de hipótesis se realizó mediante el test de Wilcoxon, obteniendo un valor p de 0.000 ($p < 0.05$). Los hallazgos demuestran de manera estadísticamente significativa que el uso adecuado de los sistemas de representación influye significativamente en la resolución de problemas trigonométricos.

Palabras clave: *Sistemas de representación, Trigonometría fundamental, Lenguaje trigonométrico, Resolución de problemas.*

ABSTRACT

The purpose of this study was to determine the influence of the integration of representational systems on the solving of fundamental trigonometry problems. This was an applied study with an experimental design that included a pretest, posttest, and control group. The sample consisted of 16 students in their ninth semester of the Mathematics and Physics program at the National University of San Antonio Abad in Cusco (2024). Data were collected using an open-ended written test, which had a reliability of 0.72 according to the KR-20 coefficient, along with a checklist. Descriptive analysis was performed in Excel, and inferential analysis in SPSS v27. After applying the Shapiro-Wilk test ($p = 0.000$), the data were found to be non-normally distributed. Hypothesis testing was performed using the Wilcoxon test, yielding a p-value of 0.000 ($p < 0.05$). The findings demonstrate, with statistical significance, that the appropriate use of representation systems significantly influences the solving of trigonometric problems.

Keywords: *Representation systems, Fundamental trigonometry, Trigonometric language, Problem-solving.*

INTRODUCCIÓN

Esta investigación se realizó en el marco de una tesis para obtener el grado de Maestra en Educación, en la mención de Educación Superior en la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco y en este marco se inscribe de manera grata la educación matemática, campo educativo al que me dedico y en el cual he percibido una de las tantas problemáticas que enfrentan gran parte de los estudiantes respecto a la E – A (enseñanza – aprendizaje) de la trigonometría y la resolución de problemas de esta.

Uno de los principales desafíos que los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física confrontan es la dificultad para interpretar y aplicar conceptos trigonométricos en distintos contextos. En este sentido, los sistemas de representación juegan un papel definitivo, ya que permiten visualizar y comprender los problemas desde diferentes enfoques y teorías de aprendizaje, facilitando de esta manera su análisis, resolución e interpretación.

La presente investigación, titulada: Sistemas de representación en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría en estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, Unsaac - 2024, tuvo como objetivo fundamental determinar la influencia del uso de diversos sistemas de representación (verbales, simbólicos, gráficos y numéricos) en la resolución de problemas trigonométricos fundamentales. Se buscó determinar si la integración de múltiples representaciones contribuye a mejorar el desempeño de los estudiantes en la identificación, modelación, planteamiento, solución e interpretación de problemas en trigonometría.

Los resultados de este estudio buscan contribuir al campo de la enseñanza de la trigonometría mediante la evaluación de estrategias didácticas basadas en sistemas de representación. A partir

de los hallazgos obtenidos, se espera proporcionar recomendaciones para optimizar la enseñanza de la trigonometría en niveles superiores, fomentando un aprendizaje significativo y reduciendo las dificultades que enfrentan los estudiantes en la resolución de problemas.

La investigación se estructura en cinco capítulos:

Capítulo I: Presenta la formulación del problema considerando la importancia de que los estudiantes de pregrado (futuros docentes) utilicen las múltiples representaciones en la resolución de problemas trigonométricos para lograr un aprendizaje significativo, los objetivos de la investigación y la justificación del estudio.

Capítulo II: Desarrolla el marco teórico en función de las teorías de registros de representación semiótica (TRRS), incluyendo antecedentes, fundamentos teóricos y la conceptualización de las variables de estudio. Asimismo, se expone las hipótesis de la investigación y la operacionalización de variables.

Capítulo III: Describe la metodología empleada, el enfoque y diseño de investigación, la población y muestra, instrumentos de recolección de datos, validez del instrumento y la confiabilidad de este.

Capítulo IV: Contiene el análisis de resultados descriptivos e inferenciales, la contrastación de hipótesis y la discusión de los hallazgos. Presenta las conclusiones del estudio y las recomendaciones las cuales constituyen propuestas de mejora basadas en el uso de sistemas de representación en la enseñanza de la trigonometría.

Esta investigación busca innovar en las estrategias de E-A en trigonometría a través del uso adecuado de sistemas de representación. Se espera que los resultados de este estudio brinden herramientas efectivas para docentes y estudiantes, y que se promueva el desarrollo de habilidades matemáticas esenciales para su formación académica y profesional.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Situación problemática

En América Latina la Enseñanza – Aprendizaje (E-A) de la matemática, se atribuye a diversos factores. Entre ellos, se destacan la formación y características personales del docente, influenciadas por su propia historia; las cuáles afectan la forma de enseñar y, en consecuencia, el aprendizaje de los estudiantes. En ese mismo contexto, Malaspina (2023) en la XVI conferencia interamericana de educación matemática CIAEM organizada por la universidad de Lima refiere que las investigaciones en este ámbito revelan que las creencias de los docentes desempeñan un papel decisivo en este proceso. A pesar de las críticas de los estudiantes hacia el área de matemática, se cuestiona si los docentes son los causantes del fracaso estudiantil o si la imagen del docente de matemática contribuye a ello.

En el contexto del aula surge la dimensión comunitaria, donde el docente asume un papel como miembro comprometido. Su responsabilidad incluye la organización de los estudiantes, la maximización y optimización de sus capacidades y habilidades para abordar desafíos compartidos, y la valoración de los conocimientos y contribuciones de cada individuo. El docente, como parte de la comunidad, debe comprometerse a elevar el nivel educativo de la población brindando una educación de calidad, reconociendo la importancia de la colaboración y la participación colectiva en la resolución de problemas que atañen a la misma (UNESCO, 2019).

Para Gamboa y Moreira (2017), en su trabajo de investigación del cual participaron 506 estudiantes y 4 profesores, mencionan que los estudiantes captan la matemática como una materia tediosa y compleja, pero reconocen su importancia fundamental para el desarrollo intelectual. Así pues, cuando se les pregunta si la matemática es difícil el 50.4% responde que

está de acuerdo, 25.9% se mantiene neutral a la pregunta, 21.3% está en desacuerdo y 2.4% no respondió. A pesar de la percepción negativa, comprenden que la matemática es esencial para fomentar la lógica, el razonamiento ordenado y una mente preparada para promover el pensamiento crítico y la abstracción, por ello el 67% de los estudiantes reconocen que el aprendizaje de la matemática es valioso, 21.5% se mantiene neutral, 10.9% está en desacuerdo con esa idea y 0.6% no respondió a la pregunta. Adicionalmente, sostienen que no es imprescindible adquirir conocimientos sobre otros procedimientos matemáticos, considerando suficiente el dominio de operaciones básicas y sugieren que, con una explicación adecuada por parte del docente, están dispuestos a aprender y comprender. Recomiendan que los profesores empleen un lenguaje más coloquial y métodos didácticos y divertidos, para que la asignatura sea menos aburrida y complicada. Se destaca también, la necesidad de que los profesores aborden el rechazo que muchos estudiantes sienten hacia el área de matemática, precisamente respecto a los conceptos trigonométricos, reflexionando sobre las representaciones que poseen. La detección y cambio de aspectos negativos son esenciales para superar obstáculos en la adquisición de conocimientos y lograr un aprendizaje significativo. Asimismo, enfatiza la importancia de la renovación y actualización de los contenidos matemáticos para adaptarse a los cambios y evitar la creciente separación entre el área y su evolución.

Las actividades educativas en el área de matemática se adaptan a las características individuales de cada persona, considerando su cultura, condiciones socioeconómicas y geográficas. A medida que el estudiante avanza en sus niveles educativos, revela sus habilidades lógico-matemáticas, determinando así su futuro académico. La elección de carreras universitarias, como ingenierías o licenciatura en matemáticas puras, se basa en la aplicación de conocimientos y destrezas en proyectos que implican análisis, interpretación, cálculo,

verificación de teorías y ecuaciones con sentido práctico. Sin embargo, se destaca que la formación de docentes no siempre está certificada para abordar estos aspectos (Chirino, 2016).

Una de las dificultades críticas en el aprendizaje de la matemática, radica en la capacitación de los docentes encargados de enseñar esta disciplina (Pérez, 2022). No solo es necesario que posean conocimientos sustanciales en matemática, sino también que dominen métodos, estrategias y recursos que faciliten el proceso educativo. Esto adquiere una importancia significativa, ya que contribuye al desarrollo de habilidades lógico-matemáticas en los estudiantes, especialmente en aquellos que tienen aspiraciones de convertirse en ingenieros, matemáticos puros o profesores de esta área; ya que, al ingresar a la educación superior, estos estudiantes a menudo muestran debilidades que pueden ser atribuibles a prácticas educativas anteriores en las aulas.

Severin (2017), citado por Vera et al. (2023), menciona que en el siglo XXI, la educación en el nivel superior se enfoca en alcanzar metas y objetivos, requiriendo que los procesos educativos se lleven a cabo de manera analítica, crítica y reflexiva. Dado que la educación es considerada un paradigma, es fundamental investigar el impacto de la adquisición de conocimientos a nivel superior. Esta evaluación es significativa, especialmente en el ámbito matemático, ya que estos conocimientos constituyen la base para otras disciplinas, y permite determinar el dominio de las habilidades esperadas en los profesionales.

Márquez et al. (2022), enfatizan en el punto de que antagónicamente a la presunción, de que en la educación superior las dificultades son menos notables, es precisamente en este nivel donde se observa una situación delicada mencionando como un ejemplo de estas nuevas dificultades es la arraigada presencia de hábitos y métodos de trabajo, que se manifiestan con una regularidad observable pero difícil de cambiar. Estos patrones de comportamiento están

vinculados con la forma en que se transmite el conocimiento. Los resultados de su investigación demuestran que los estudios revisados confirman que el estilo de aprendizaje influye significativamente en el rendimiento académico con un 72.7% de los estudios realizados. El estilo reflexivo es el más empleado y es junto con el teórico el que mejor se adapta a las formas efectivas de aprendizaje en matemática para alcanzar rendimientos adecuados. Sin embargo, deben aplicarse de manera combinada con el resto de los estilos para que el ciclo de aprendizaje sea el más significativo. Sugiriendo así, la realización de un modelamiento adecuado de objetos y prototipos matemáticos.

Contenidos fundamentales y destrezas matemáticas esenciales generan complicaciones para los estudiantes, quienes arrastran consigo dificultades desde etapas anteriores, al ingresar a la universidad (Soto y Yogui, 2020). Las dificultades que emergen en los estudiantes universitarios que cursan Matemática Básica, por ejemplo, se manifiestan en aspectos conceptuales, procedimentales y también en términos de actitud. Los resultados del estudio identificaron seis principales barreras que afectan el aprendizaje en matemática, las cuales representan las dificultades de los estudiantes, como la comprensión lectora de los enunciados y el entendimiento de los contenidos matemáticos básicos. Estas dificultades se ven agravadas por factores relacionados con la actitud y el compromiso, como la falta de interés y motivación por el curso, la escasa asistencia a clases regulares, la omisión del repaso de temas y la baja participación en tutorías y talleres de reforzamiento.

El análisis efectuado por Vitola (2023), pone de manifiesto la sobre importancia de la trigonometría en el currículo de matemáticas en todos los niveles de formación. Esto se debe a que posibilita la integración de diversos contenidos matemáticos y juega un papel fundamental en el estudio de otras disciplinas. En cuanto a las posibles tendencias de las investigaciones

doctorales vinculadas con la trigonometría, se destaca en primer lugar el análisis de las dificultades que enfrentan los estudiantes al aprender esta unidad temática. Estas dificultades tienen como principales causas la complejidad de los objetos matemáticos estudiados en trigonometría, la necesidad de contar con conocimientos previos en otros contenidos matemáticos como el álgebra y la geometría, la diversidad de representaciones disponibles para las funciones trigonométricas y la necesidad de trabajar en diferentes contextos, tales como la trigonometría de triángulos rectángulos, la trigonometría del círculo unitario y la trigonometría analítica (p.22).

Para Aray et al. (2020) es necesario especificar de qué manera se puede facilitar la comprensión de los elementos fundamentales de la trigonometría para los estudiantes de Bachillerato. Se busca que no solo memoricen las definiciones, sino que también puedan aplicar esos conocimientos para resolver problemas planteados. Es importante señalar que los libros de texto a menudo contribuyen al problema en lugar de ofrecer soluciones, al presentar situaciones que son poco accesibles para los estudiantes, como medir un río, calcular la altura de un acantilado o determinar la altura de un faro desde un barco. Algunos profesores argumentan que esto se debe a la falta de habilidades de lectura de los alumnos, olvidando que los problemas planteados deben ser significativos para captar el interés de los estudiantes. La enseñanza de la trigonometría demanda una apropiación conceptual y la implementación de nuevos procesos educativos que incorporen la innovación por parte de los docentes con el fin de mejorar la enseñanza y el dominio de los contenidos básicos.

En ese entender en su investigación, donde participaron 180 estudiantes, plantean dos preguntas clave, la primera: ¿Cuál ha sido el conocimiento más significativo que ha obtenido de la enseñanza de la trigonometría en el Bachillerato?, a lo cual 31% de los estudiantes menciona

que aprendió estudio de cálculos, 15% estudio de las razones trigonométricas: seno, coseno; tangente, cotangente; secante y cosecante, 14% estudio de las esferas en la geometría del espacio y 40% indicó que nada le pareció significativo porque no aprendió lo suficiente, y la segunda pregunta: ¿Cree usted que la enseñanza de sus profesores fue la adecuada para el aprendizaje de la trigonometría?, 16% responde que siempre, 2% casi siempre, 12% a veces y gravemente el 70% responde que nunca. Estas respuestas para ambas preguntas son un claro indicio de que el docente en aula es una guía clave y esencial para lograr que la enseñanza de la trigonometría sea una estrategia para la comprensión de la realidad y la gestión del desarrollo argumentativo en los estudiantes. Al respecto, a lo largo de su investigación Aray et al. (2020), subrayan la importancia de que los bachilleres adquieran una comprensión más sólida y fundamental de la trigonometría, abordando sus aspectos y procesos clave. Esto es esencial para que puedan aplicar estos conocimientos de manera efectiva durante su carrera académica universitaria y en su futuro profesional.

Así pues, Vitola (2023), reconoce que en lo que respecta al proceso de aprendizaje de la trigonometría, es esencial investigar las dificultades, obstáculos de aprendizaje y errores que enfrentan los estudiantes al abordar esta materia. En esta línea de investigación, resulta fascinante explorar las diversas representaciones mentales utilizadas por los estudiantes para comprender los conceptos trigonométricos y las relaciones que existen entre ellos. Asimismo, se debe prestar una atención especial a la transición entre los diferentes contextos de la trigonometría por parte de los estudiantes, quienes suelen comenzar estudiando las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, para luego pasar al estudio de las funciones trigonométricas en el círculo unitario y, finalmente, abordar las gráficas de las funciones y las series trigonométricas.

En Perú, Valverde (2024) con su investigación se enfoca en que el proceso que sigue el estudiante al enfrentarse a una situación-problema es muy importante, ya que requiere la construcción de un modelo matemático a partir de una descripción literal. Menciona que este proceso de modelación se inicia con la identificación de variables y sus relaciones para generar la estructura del modelo: la descripción inicial del problema, la representación semiótica que incluye el dibujo situacional y el dibujo matemático, y la interpretación final que representa el conocimiento matemático que el estudiante debe aplicar y construir, generalmente a partir de enunciados verbales. Esta acción de modelar permite al docente comprender cómo el estudiante percibe y procesa la información para luego exteriorizarla, al mismo tiempo que el modelamiento, como estrategia didáctica, beneficia el aprendizaje de las matemáticas desarrollando destrezas esenciales como la interpretación, la argumentación y el análisis de variables, incluso con el apoyo de gráficos bidimensionales y tecnología.

Así pues, el abordaje de la Matemática Superior es primordial ya que la misma resulta prioritaria para comprender los procesos complejos de muchas de las carreras universitarias. Gracias al desarrollo y comprensión de sus fundamentos el ser humano ha logrado manejar diferentes leyes, mecanismos y procedimientos para su desenvolvimiento en el entorno, tanto científico como profesional (Vera et al., 2023).

La adaptación del plan de estudios requerida por la ley universitaria 30220 busca promover el pensamiento crítico en los estudiantes de la facultad de Educación del programa de Matemática y Física, y otros programas dentro del sistema universitario. Asimismo, se enfatiza la evaluación formativa, resaltando la retroalimentación, así como el conocimiento y dominio de las teorías actuales en E-A, en función del currículo vigente.

La UNSAAC, en el marco de la reforma curricular de sus programas de pregrado, busca mejorar la competitividad, empleabilidad y movilidad de sus egresados a través de títulos y grados fácilmente comparables. Para ello, se enfoca en la formación de competencias profesionales y de investigación, entendiendo por competencia la capacidad de lograr resultados uniendo actitud y aptitud. Estas competencias se dividen en genéricas, que son transversales a todas las profesiones (instrumentales, personales y sistémicas), y específicas, relacionadas con la profesión. De esta manera se puede observar en el plan curricular del programa de Matemática y Física que las competencias genéricas de aprendizaje incluyen comprensión lectora, redacción, razonamiento lógico-matemático, resolución de problemas y análisis de información (Unsaac, 2019. p.21 y 22).

Consecuentemente el Programa de Matemática y Física de la Escuela Profesional de Educación Secundaria de la UNSAAC busca ofrecer una formación superior integral de calidad, en concordancia con su modelo educativo y estatuto universitario (Unsaac, 2019. p.19). En ese entender, este programa se rige por principios educativos fundamentales, priorizando una educación centrada en el estudiante y el aprendizaje continuo. Este programa fomenta la pasión por el saber, el hacer y el ser, así como la disposición para asumir responsabilidades y la capacidad de innovar. También promueve un espíritu analítico, crítico, creativo, investigador e innovador, junto con la integridad, el respeto, la ética, la tolerancia y la justicia; así como sus principios también incluyen la mejora continua de la calidad académica, el pensamiento sistémico y reflexivo (Unsaac, 2019. p.20).

Considerando lo anterior, se puede deducir que el egresado del Programa de Matemática y Física de la UNSAAC se forma para ser competitivo, empleable y adaptable, esto gracias a un enfoque curricular que desarrolla competencias profesionales y de investigación. Este perfil

involucra el dominio de conocimientos específicos, así como las habilidades genéricas clave como comprensión lectora, razonamiento lógico-matemático, capacidad de análisis, aprendizaje continuo y pensamiento sistémico, el egresado demuestra pasión por el conocimiento, innovación, espíritu crítico e investigador, y un fuerte compromiso con la ética y la justicia.

Para llevar a cabo esta investigación se desarrolló una encuesta de diagnóstico, la cual se aplicó a 50 estudiantes (aleatoriamente) del programa de Matemática y física de la FED, la cual reveló una relación ambivalente con el lenguaje trigonométrico y los métodos de enseñanza. Respecto a la familiaridad con los conceptos trigonométricos (*¿Cuál es tu nivel de familiaridad con los conceptos trigonométricos?*), la mayoría de los estudiantes se ubica en un punto Neutral con un 40%, mientras que el 46% de estudiantes respondió Poco familiar y Nada familiar, lo cual indica una clara necesidad de refuerzo conceptual. Coherentemente, la opinión sobre los métodos de enseñanza (*¿Cuál es tu opinión sobre los métodos de enseñanza utilizados para los conceptos trigonométricos?*) es mayoritariamente Neutral 50%, sugiriendo que las estrategias actuales no son percibidas como altamente efectivas. Finalmente, el factor más crítico para la investigación es la Sección III, donde el análisis cualitativo confirma la presunción de la tesis ya que aproximadamente el 70% de los estudiantes demostró desconocimiento o dificultad para identificar los Sistemas de Representación (semiótico, verbal, entre otros), lo que confirma un punto clave para el desarrollo de la investigación. Cuyo instrumento de recojo se adjunta en los anexos.

Así pues, la competencia profesional del docente del área de matemática representa un papel fundamental en su desempeño en el entorno educativo. Este conocimiento especializado no solo facilita la enseñanza de la matemática, específicamente la trigonometría, sino que también

posibilita la realización de adaptaciones y acciones didácticas, la capacidad de abordar las preocupaciones de los estudiantes, entre otras funciones.

Dada la importancia de la trigonometría para el currículo matemático y reconociendo su aplicación en el desarrollo de otras carreras universitarias; y considerando las dificultades persistentes que los estudiantes universitarios arrastran desde etapas previas y que los sistemas de representación son importantes para construir un conocimiento integral y aplicativo de la trigonometría, y que permite a los estudiantes no solo entender sus fundamentos teóricos sino también aplicarlos en contextos prácticos y resolver problemas de manera efectiva, existen inquietudes acerca de cómo los estudiantes emplean y relacionan estos sistemas de representación durante su proceso de aprendizaje y surge la necesidad de investigar cómo los estudiantes del programa de Matemática y Física de la UNSAAC comprenden y aplican el lenguaje trigonométrico (para modelar objetos) a través de los sistemas de representación (mentales y simbólicos) para resolver problemas fundamentales de trigonometría.

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema general

¿Cómo influye la integración de los sistemas de representación en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría, en estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024?

1.2.2. Problemas específicos

P.E.1 ¿Cómo influye la integración de los sistemas de representación en la modelación de objetos con formas geométricas, en estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024?

- P.E.2 ¿Cómo influye la integración de los sistemas de representación en la comunicación sobre la comprensión de las formas y relaciones geométricas, en estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024?
- P.E.3 ¿Cómo influye la integración de los sistemas de representación en el uso de estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas, en estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024?
- P.E.4 ¿Cómo influye la integración de los sistemas de representación en la argumentación de afirmaciones sobre relaciones geométricas, en estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024?

1.3. Justificación de la investigación

La presente investigación busca explorar y conocer cómo los sistemas de representación influyen en la resolución de problemas con lenguaje trigonométrico fundamental, en estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física de la facultad de Educación, de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco en el año 2024.

1.3.1. Justificación teórica

La investigación se basa en la necesidad de profundizar en como la comprensión de los sistemas de representación (mental y simbólico), profundizadas por investigadores como Raymond Duval, Juan Godino, Vincent Font, entre otros; impactan en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría; en estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física. Asimismo, se fundamenta en teorías cognitivas y pedagógicas que sugieren

que la forma en que se presentan los conceptos matemáticos puede influir significativamente en la comprensión y retención de estos. Además, se busca contribuir al cuerpo teórico existente en la educación matemática al explorar cómo diferentes enfoques de representación afectan la construcción del conocimiento trigonométrico.

1.3.2. *Justificación práctica*

Desde el punto de vista práctico, la investigación busca ofrecer conclusiones valiosas para mejorar las estrategias de E-A de la trigonometría en estudiantes del programa de Matemática y Física. Los resultados pueden tener implicaciones directas en la planificación curricular, diseño de materiales educativos y métodos pedagógicos utilizados en el aula, por estos mismos. Al comprender cómo los estudiantes perciben y utilizan los sistemas de representación (mental y simbólico) en trigonometría, así pues, se pueden desarrollar enfoques más efectivos y personalizados para facilitar el aprendizaje, abordando posibles desafíos y mejorar los resultados académicos.

1.3.3. *Justificación metodológica*

La metodología elegida para la investigación se justifica en su capacidad para recopilar datos significativos y relevantes sobre los sistemas de representación (mental y simbólico) y su influencia en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría. Así entonces, el enfoque cuantitativo, permite expresar la frecuencia con la que los estudiantes utilizan diferentes sistemas de representación al estudiar trigonometría, identificando cuáles son los más utilizados y cuáles podrían necesitar mayor énfasis, en el proceso de E-A. Se utilizaron instrumentos específicos, como encuestas y análisis de pruebas de desarrollo, adaptados a la naturaleza del fenómeno estudiado.

1.3.4. Justificación pedagógica

Esta investigación, busca explorar y comprender como los sistemas de representación, (utilizados por los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación) influyen en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría. Además, se pretende profundizar en el análisis de cómo los estudiantes construyen representaciones mentales y gráficas de conceptos trigonométricos (representaciones simbólicas), identificando posibles errores que puedan surgir en este proceso. Esta investigación, se fundamenta en la idea de que las representaciones desempeñan un papel muy importante en la comprensión matemática y que diferentes individuos pueden utilizar diversos sistemas de representación para abordar un mismo concepto. Al centrarse en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría, la investigación pretende contribuir a estrategias pedagógicas más efectivas que se adapten a las diversas formas en que los estudiantes interpretan y utilizan conceptos trigonométricos.

1.3.5. Justificación legal

La presente investigación toma en consideración lo manifestado en:

- La Constitución Política del Perú en el artículo 14, manifiesta que es deber del estado promover el desarrollo científico y tecnológico del país. La formación ética y cívica y la enseñanza de la Constitución y de los derechos humanos son obligatorias en todo el proceso educativo civil o militar.
- La ley Universitaria N° 30220 en su artículo 6, que menciona, que los fines de la universidad son los siguientes: a) 6.1 Preservar, acrecentar y transmitir de modo permanente la herencia científica, tecnológica, cultural y artística de la humanidad. b) 6.5 Realizar y promover la investigación científica, tecnológica y humanística, la creación intelectual y artística. Los docentes, estudiantes y graduados participan en la actividad investigadora en su propia

institución o en redes de investigación nacional o internacional, creadas por las instituciones universitarias públicas o privadas.

-La ley general de educación, Ley N° 28044, en su artículo 8 de los principios de la educación en el inciso d) La calidad, que asegura condiciones adecuadas para una educación efectiva, la cual enfatiza la importancia de la actualización y mejora continua de la enseñanza, así como la Ley de Reforma Magisterial, Ley N° 29944, que reconoce la innovación educativa como un pilar fundamental para el desarrollo profesional docente.

-El marco del buen desempeño docente, el cual establece los criterios de calidad en la práctica pedagógica para garantizar un aprendizaje significativo en los estudiantes, destacando los dominios 1 y 2 (competencia del 1 al 5) que hacen referencia a la preparación y la enseñanza para el aprendizaje de los estudiantes.

1.4. Objetivos de la investigación

1.4.1. Objetivo general

Explicar en qué medida los sistemas de representación influyen en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría en estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

1.4.2. Objetivos específicos

O.E.1 Establecer de qué manera la integración de los sistemas de representación influyen en la modelación de objetos con formas geométricas, en estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

O.E.2 Establecer de qué manera la integración de los sistemas de representación influyen en la comunicación sobre la comprensión de las formas y relaciones geométricas,

en estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

O.E.3 Establecer de qué manera la integración de los sistemas de representación influyen en el uso de estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas, en estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

O.E.4 Establecer de qué manera la integración de los sistemas de representación influyen en la argumentación de afirmaciones sobre relaciones geométricas, en estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

2.1. Bases teóricas

2.1.1. *Sistemas de Representación*

2.1.1.1. Definición

Los sistemas de representación desempeñan un papel fundamental en la construcción del conocimiento matemático y abarcan una variedad de registros semióticos que incluyen lo icónico, lo gráfico, lo simbólico y lo lingüístico (Duval, 2017).

La evaluación de la competencia matemática se lleva a cabo a través de los sistemas de representación al observar cómo los estudiantes emplean y alternan entre diversos registros semióticos al enfrentar problemas matemáticos. Se crean tareas específicas que exigen la manipulación consciente de múltiples modos de representación para abordar problemas particulares (Duval, 2017).

Rico (2009) señala que, las representaciones matemáticas incluyen todas las herramientas, ya sean signos o gráficos, que facilitan la presentación de conceptos y procedimientos matemáticos. Estas posibilitan que los individuos aborden e interactúen con el conocimiento matemático al registrar y comunicar su comprensión sobre las matemáticas. Es esencial trabajar con estas representaciones, ya que a través de ellas las personas asignan significados y comprenden las estructuras matemáticas, subrayando así su importancia didáctica.

La noción general de representación ha sido examinada de manera fructífera en la investigación en Didáctica de la Matemática, a pesar de que resulta ser un concepto complejo y sujeto a controversias. En consecuencia, se pone atención a la representación de conceptos matemáticos y su papel en los procesos de enseñanza y aprendizaje. El autor del

libro se concentra específicamente en el conocimiento matemático, excluyendo de estas reflexiones otras cuestiones vinculadas con las diversas representaciones que el profesor realiza en el aula sobre estos procesos o sobre otros componentes del sistema educativo (Rico y Sierra, 2000).

2.1.1.2. Lenguaje matemático - trigonométrico

Godino et al. (2016), resaltan que el lenguaje en sus diversas manifestaciones se incorpora como una categoría de objeto esencial, reconociendo su papel representativo como instrumental en relación con los elementos matemáticos. En este marco, se identifican ciertos componentes primordiales (lenguajes, situaciones, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos) como objetos centrales para analizar la actividad matemática, enfatizando los lenguajes como un aspecto fundamental y básico del proceso de aprendizaje.

En la práctica de la Enseñanza -Aprendizaje de la matemática, la diferencia funcional entre sistemas de representación semiótica es esencial, ya que está vinculada a la dinámica de los procesos matemáticos. En un sistema semiótico mono funcional, la mayoría de los procesos se expresan como algoritmos, mientras que, en un sistema semiótico multifuncional, los procesos no pueden reducirse a algoritmos. Por ejemplo, en geometría elemental, no existe un algoritmo para aplicar heurísticamente las figuras, y la formalización de una prueba matemática en lenguaje natural solo es posible mediante el uso de sistemas simbólicos. Es común que los estudiantes enfrenten dificultades para comprender pruebas que utilizan el lenguaje natural (Duval, 1991; 1995; 2016).

Según Duval (2016), en el lenguaje gráfico se utiliza comúnmente el plano cartesiano y ciertas figuras geométricas para visualizar los conceptos expresados en un lenguaje formal o

natural. Respecto al lenguaje natural, este se refiere al uso de la sintaxis y la gramática propias de cada idioma para expresar conceptos matemáticos.

En el proceso de resolver problemas matemáticos es esencial el uso de diversos lenguajes, tanto verbales como simbólicos ya que constituyen la expresión visible de un conjunto de elementos, como definiciones, proposiciones y procedimientos. Estos componentes colaboran de manera conjunta en la construcción de los argumentos necesarios para abordar y resolver el problema planteado. Al llevar a cabo y evaluar una secuencia de prácticas matemáticas, el individuo activa un conjunto complejo que incluye situaciones-problema, lenguajes, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos. Según la teoría del Enfoque Ontosemiótico (EOS), esta interacción se denomina configuración de objetos primarios (Font, Godino y Gallardo, 2013, como es citado en Ledezma et al., 2021).

En el marco del Enfoque Ontosemiótico (EOS), se destaca lo importante que es la noción central de “juego de lenguaje”, en conjunto con la noción de institución, para contextualizar las formas de existencia y presencia de objetos matemáticos. Analizando los objetos matemáticos, tanto aquellos involucrados en las prácticas matemáticas como los que emergen de ellas, a través del juego de lenguaje en el que participan, estos objetos pueden ser comprendidos en diversas modalidades de participación agrupadas en 5 facetas o dimensiones duales: personal-institucional, extensivo-intensivo, unitario-sistémico, ostensivo-no ostensivo y expresión-contenido (Pino-Fan et al., 2013).

2.1.1.3. Teoría de los registros de representación semiótica de Raymond Duval

De acuerdo con Lizana y Antezana (2020), en su artículo mencionan que la Teoría de la Representación Semiótica, propuesta por el filósofo y psicólogo francés Raymond Duval (2004, p. 35), postula que las representaciones son manifestaciones conscientes y externas,

evidenciadas a través de puntos, trazos, caracteres, sonidos, figuras, esquemas, gráficos, expresiones simbólicas, expresiones lingüísticas, entre otros elementos. Con esta manifestación, estos autores recalcan que Duval destaca lo valioso y notable que es el uso de las representaciones en el proceso de desarrollo de la matemática.

La Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS), desarrollada por Raymond Duval en 1995 y que luego fuera ampliada en 2006 y 2016 por el mismo, aborda conceptos que posibilitan el análisis de distintos tipos de representaciones materiales utilizadas en la ejecución de tareas matemáticas, así como las transformaciones de estas representaciones y su función en la comprensión de diferentes objetos matemáticos. Se reconoce la importancia de la disponibilidad y uso de diversos sistemas de representación semiótica, así como sus transformaciones y conversiones, en el proceso de comprender, construir y comunicar conceptos matemáticos. Se sostiene que la producción y comprensión de representaciones materiales no ocurre espontáneamente, y su dominio debe considerarse parte integral de la enseñanza (Godino et al., 2016).

Para Duval (1995, p. 3), como es citado en Godino et al. (2016), las TRRS desde una perspectiva semiótico-cognitiva, propone abordar los desafíos en el proceso de aprendizaje de la matemática a través de la consideración de diversos signos utilizados en la práctica matemática, enfocándose en su función y naturaleza. Estos signos se interpretan como representaciones materiales o externas y no tanto como representaciones mentales. En consecuencia, se argumenta que el acceso a los objetos matemáticos no puede ser directo mediante la percepción, sino que requiere el uso de representaciones.

Font (2001), enfatiza en el punto de vista de Duval (1995) y manifiesta que esto implica afirmar la existencia de representaciones mentales internas y de representaciones semióticas

externas, las cuales están subordinadas a las representaciones mentales internas y que se utilizan como una exteriorización con fines de comunicación y la respuesta afirmativa conlleva la consideración de que la semiosis, que se refiere a la aprehensión o producción de una representación semiótica, está guiada por la noesis, entendida como actos cognitivos como la aprehensión conceptual de un objeto o la comprensión de una inferencia, entre otros.

Pineda et al. (2021), en línea con las ideas presentadas por Duval (1999), sostiene que es esencial usar gran variedad de registros ya que se toma en consideración que la coordinación de dichos registros es primordial para la aprehensión de la noción de objetos matemáticos; ya que al ser objetos ideales necesitan ser representados mediante representaciones semióticas, las cuales pueden ser de tipo gráfico, numérico, tabulares o pictóricas; las cuales se catalogan como registros de representación semiótica siempre y cuando cumplan con tres características cognitivas específicas relacionadas con las representaciones, se consideran como registros de representación semiótica.

En ese entender Olivares (2018), como es citado en Pineda et al. (2021), menciona dichas características en función del pensamiento de Duval (1999). La primera característica (formación) comprende elaborar un conjunto de símbolos mediante los cuales se pueda representar un objeto en un determinado sistema. La segunda actividad (tratamiento) transforma las representaciones del objeto matemático usando propiedades del sistema en el que se encuentra representado, para generar nuevas representaciones para tener un aprendizaje significativo. La última actividad (conversión) pretende convertir las representaciones en las que se encuentra el objeto matemático de un sistema a otro, si el

objeto se representa en el registro algebraico, se transforma a un registro gráfico, de lengua natural o pictórico.

A. Teoría de la representación mental

De acuerdo con Yungan (2020), en su investigación indica que la representación mental se conceptualiza desde diversas perspectivas teóricas, refiriéndose a la manera cognitiva de representar algo real cuando el objeto no está presente. Se trata de construir una representación mental distinta de un mismo objeto para dar significado al entorno mediante experiencias directas. La teoría de la representación mental se refiere al estudio de cómo la mente humana crea, almacena y utiliza representaciones internas de la información, las cuales pueden incluir imágenes, conceptos, símbolos y modelos cognitivos que permiten a las personas procesar y comprender el mundo que les rodea.

Dado que los conceptos matemáticos son abstractos y existen exclusivamente en la mente humana, estos surgen a partir de objetos reales o concebidos a los que se les atribuye una falta de contenido específico. Los cuales son intrínsecamente genéricos, ya que se refieren a conjuntos de objetos que comparten características comunes, estableciendo así una estrecha conexión con la experiencia y la percepción de las cosas, lo que en ocasiones puede generar aparentes contradicciones. Para abordar didácticamente el proceso de formación de conceptos matemáticos, es necesario considerar tres aspectos fundamentales: comprender las etapas y niveles del proceso, explorar las vías y procedimientos utilizados, y tener en cuenta los principios que sustentan dicho proceso (Angulo et al., 2020).

Ausubel propone que nuestras percepciones y conocimientos del mundo no se alcanzan de manera directa, sino a través de la construcción de representaciones mentales que engloban símbolos, esquemas, operaciones, modelos mentales, imágenes, proposiciones y

conceptos. En este contexto, la conducta humana se regula y guía mediante estas representaciones internas, en lugar de estar determinada exclusivamente por factores externos (Yungan, 2020).

Para Bruner la representación mental se describe como un conjunto de reglas que posibilita conservar lo experimentado en diversos eventos. La representación implica almacenar en la memoria aspectos de la experiencia mediante el uso de un código regido por reglas. También propone la existencia de tres sistemas fundamentales de representación en la cognición humana (Urrea, 2022).

Las representaciones mentales se caracterizan como la expresión material o simbólica que refleja algo tangible y se organizan de manera que confieren significado al entorno. Estas representaciones se originan a partir de opiniones, afirmaciones, creencias y la comprensión de hechos o datos, y están compuestas por elementos clave como la percepción, que implica la interpretación de las sensaciones físicas de la realidad; los procesos emocionales, que abarcan los sentimientos, valores y actitudes; y los procesos cognitivos, encargados de la síntesis de las percepciones (De Barros y Hernández, 2016).

B. Teoría de la representación simbólica

El término representación simbólica se entiende como equivalente a una señal externa que exhibe y hace presente un concepto matemático, así como un signo o marca con el cual los individuos piensan las matemáticas, e incluso, como aquellos esquemas o imágenes mentales con los que la mente trabaja sobre ideas matemáticas (Rico, 2009). La Teoría de la Representación Simbólica se enfoca en el estudio de cómo los símbolos, tales como palabras, números, signos y otros elementos simbólicos, son empleados para representar y comunicar

información. Esta teoría encuentra aplicaciones en diversos campos, siendo particularmente relevante en áreas como la lingüística, la matemática y la cognición.

Para reflexionar acerca de ideas y conceptos matemáticos, y comunicarlos, es esencial representarlos de alguna manera. La comunicación implica que estas representaciones sean externas, adoptando la forma de lenguaje oral, símbolos escritos, dibujos u objetos físicos. Al mismo tiempo, para reflexionar sobre ideas matemáticas, necesitamos representarlas internamente, posibilitando así que la mente pueda operar sobre ellas (Hiebert y Carpenter, 1992, p. 66; como es citado en Rico y Sierra, 2000).

Dentro de los modos convencionales de representación, Castro y Castro (como es citado en Rico, 2009), señalan que las representaciones se clasifican comúnmente en dos grandes categorías de sistemas: representaciones simbólicas y representaciones gráficas. Las representaciones simbólicas comprenden aquellas de naturaleza alfanumérica, que pueden ser emuladas con programas informáticos y cuya sintaxis se describe mediante reglas de procedimiento. Por otra parte, los sistemas de representación gráficos engloban representaciones de tipo figurativo, con carácter analógico, cuya sintaxis se rige principalmente por reglas de composición y convenciones de interpretación. Esta clasificación se relaciona con la dicotomía entre representación visual y representación simbólica.

C. Representaciones semióticas en trigonometría

-Representación simbólica, es aquella que se puede interpretar a través de signos algebraicos, como razones trigonométricas, teoremas, entre otros. Algunas de estas representaciones en el trabajo de intervención son:

Figura 1

Representación simbólica del área de un triángulo en trigonometría.

$$\text{AREA}_{\Delta} = \frac{a \cdot b}{2} \text{Sen}\theta$$

-*Representación numérica y tabular*, es aquella representación que simboliza las razones trigonométricas de un ángulo numéricamente. Por ejemplo:

Figura 2

Representación numérica y tabular del seno del ángulo θ .

$$\text{Sen}\theta = \frac{3}{7}$$

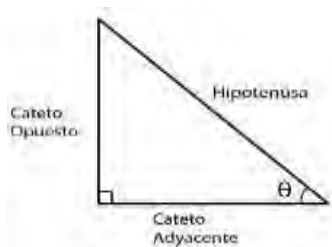
-*Representación verbal*, se refiere a como verbalmente se puede describir los conceptos matemáticos. Por ejemplo: $c^2 = a^2 + b^2$, donde c es hipotenusa, a y b son catetos.

El teorema de Pitágoras establece que, en todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las respectivas longitudes de los catetos.

-*Representación gráfica*, la trigonometría es una disciplina geométrica, por lo que cada concepto tiene una o varias formas de ser representado gráficamente, ya sean en el plano cartesiano o en el espacio. Por ejemplo:

Figura 3

Representación gráfica de un triángulo rectángulo.



-*Representación con materiales manipulativos*, es aquella que apoya la enseñanza de conceptos geométricos o matemáticos con materiales o recursos tecnológicos que facilitan, interactúan y dinamizan el aprendizaje matemático

2.1.1.4. Teorías del aprendizaje

A. Teoría del aprendizaje de la matemática de Jerome Bruner

Para Morales (2021), la teoría de Jerome Bruner del desarrollo cognitivo permite la exploración de los procesos mentales internos asociados al conocimiento, tales como el lenguaje, la memoria, la percepción, la atención, el pensamiento, la resolución de problemas y el aprendizaje. Esta teoría destaca la idea central de la construcción del conocimiento a través de la interacción del estudiante con el aprendizaje y su entorno, fomentando el descubrimiento de las causas de los problemas y posibles soluciones. En ese entender en la teoría de Bruner durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, los individuos categorizan los sucesos y elementos de la realidad. De esta manera, experimentan sus vivencias y construyen sus propios conceptos mediante la asociación de diferentes estímulos. Bruner destaca la importancia de que el aprendizaje sea activo, considerando la estructura cognitiva del individuo y sus conocimientos previos, lo que facilita la construcción de nuevos conocimientos.

Tapia y Murillo (2020) y Carranza (2019) refieren que Bruner propuso tres modos de representación o modelos de aprendizaje que explican la adquisición y codificación del conocimiento en la memoria a lo largo del desarrollo humano. Estos modos son secuenciales e integrados. El primero es la representación enactiva, donde el conocimiento se obtiene a través de la acción y la interacción directa con el objeto a conocer, la cual es típica en los primeros años de vida. El segundo es la representación icónica, donde la información es más visual, en la cual se usan imágenes que representan las acciones. El tercero es la representación simbólica que se refiere al uso del lenguaje y las palabras, donde el mundo se representa mediante símbolos arbitrarios.

Aunque no se ha determinado cuál de estos modos influye más en la educación, Bruner sugiere que las personas a menudo acceden a las etapas enactiva e icónica antes de llegar a la simbólica. Por lo tanto, Rojas (2014) aconseja a los educadores utilizar las dos primeras etapas al enseñar nuevos conocimientos, ya que la relación entre el alumno, las acciones y las imágenes proporciona herramientas para recordar y comprender mejor los algoritmos o símbolos presentados.

Bruner destaca que la tarea central del aprendizaje es crear un mundo que dé significado a nuestras vidas, actos y relaciones. Enfatiza la importancia de comprender no solo la capacidad de resolver conceptos y procedimientos culturales, sino también la capacidad de crear conocimiento de manera independiente. Sostiene que es posible enseñar cualquier materia, respetando su etapa evolutiva y utilizando diversos enfoques según su nivel de representación (Carranza, 2019).

Jerome Bruner, ha dejado una huella significativa en la teoría educativa, especialmente en lo que respecta a la enseñanza de la matemática. Su perspectiva se enfoca en la premisa de

que la educación debe buscar proporcionar a los estudiantes una comprensión profunda de los conceptos, en lugar de limitarse a enseñar procedimientos mecánicos. Su teoría en el contexto de la representación de conceptos trigonométricos proporciona un enfoque integral y completo para comprender el proceso cognitivo de los estudiantes. Así también, se destaca la importancia de considerar diversos registros semióticos como lo icónico, gráfico y simbólico en la representación de conceptos y conocimientos matemáticos. De esta manera, la teoría de Bruner ofrece una perspectiva que enriquece el aprendizaje en los estudiantes y que va más allá de la aplicación de símbolos matemáticos, abarcando la comprensión de los conceptos trigonométricos mediante la interconexión de múltiples modos de representación.

B. Teoría de la percepción y cognición en la resolución de problemas

La percepción es un proceso activo- constructivo, en el cual el que percibe antes de procesar la información archivando la información en su conciencia construye un esquema informativo previo, lo que le permite contrastarlo y posteriormente aceptarlo o rechazarlo, según como lo adecue el individuo en su esquema de aprendizaje (Álvarez, 2018).

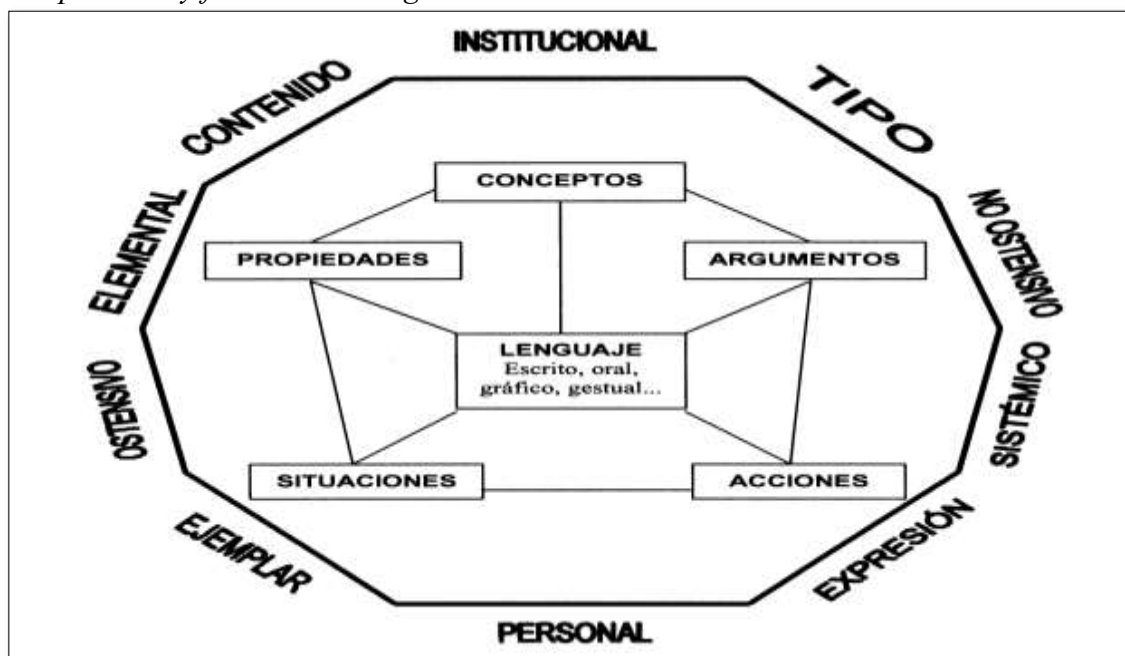
Yakimanskaya (1991, p.97), como es citado en Álvarez (2018) define la “percepción espacial” como una actividad mental que facilita la creación y manipulación de imágenes mentales durante la resolución de problemas prácticos y teóricos. Este proceso implica operaciones verbales y conceptuales, así como situaciones perceptivas necesarias para formar imágenes mentales. La percepción espacial se origina en la cognición sensorial de las relaciones espaciales y puede expresarse mediante diversas formas verbales o gráficas, como diagramas, dibujos y contornos. La relación entre las imágenes mentales y las representaciones visuales externas es fundamental. En este contexto, las imágenes son

consideradas las unidades básicas operativas de la percepción espacial, destacando su necesidad de ser dinámicas, flexibles y operativas.

Godino (2002), resalta que la cognición matemática debe considerar tanto los aspectos personales como los institucionales, los cuales mantienen relaciones dialécticas complejas, pero son fundamentales para la educación en matemática. La “cognición personal” se refiere a cómo un individuo piensa y actúa frente a ciertos problemas, mientras que la “cognición institucional” resulta del diálogo, acuerdo y regulación dentro de un grupo de personas.

Figura 4

Componentes y facetas de la cognición matemática.



Nota. La imagen representa un modelo que describe los distintos componentes del conocimiento matemático (Godino, 2002).

En el centro se encuentra el lenguaje, expresado de forma escrita, oral, gráfica o gestual, que articula todos los elementos del saber matemático. A su alrededor se disponen componentes clave, todos interrelacionados y esenciales para construir y aplicar

conocimientos. Este modelo también muestra cómo el conocimiento puede abordarse desde distintos enfoques: institucional/personal, contenido/tipo, o ejemplar/sistémico, lo que refleja su riqueza y diversidad tanto en la enseñanza como en el aprendizaje. El punto fundamental en los procesos de instrucción matemática no está en el dominio de la sintaxis del lenguaje simbólico matemático, aunque esta sea importante, sino en la comprensión de su semántica, en la naturaleza de los propios conceptos y proposiciones matemáticas y su relación con contextos y situaciones-problemas de cuya resolución provienen (Godino, 2002).

C. Teoría de la Construcción del conocimiento matemático

La construcción social del pensamiento matemático puede ser examinada en dos momentos distintos pero interrelacionados, según lo señalado por Yojcom y Cantoral (2011). En el primer momento se construye y produce a partir de las necesidades individuales-colectivas vinculadas a la funcionalidad. En un segundo momento surge la motivación intrínseca y extrínseca del individuo por adquirir más conocimientos, lo que conduce a un nivel más reflexivo y de naturaleza epistemológica. Por lo tanto, el desarrollo del pensamiento matemático no se limita únicamente a la intención cognitiva, sino que más bien representa una relación simbiótica entre una intención reflexiva y funcional. Aquí la funcionalidad se refiere a algo que posee una intencionalidad, cuyo interés es de carácter colectivo, para modificar o transformar y está vinculado a las prácticas institucionales.

En este contexto, Guerrero (2021) señala que la formación de los estudiantes para profesor de matemática se configura y construye a partir de su conocimiento sobre la matemática, así como sobre su enseñanza y aprendizaje, los cuales se originan a partir del uso de vídeos y la aplicación de principios y herramientas conceptuales proporcionadas por

la didáctica de la matemática. Asimismo, destaca que su investigación contribuye a la agenda de investigación sobre el aprendizaje del profesor de matemática, centrándose especialmente en qué y cómo los estudiantes para profesor de matemática adquieren significado y utilizan instrumentos conceptuales en situaciones de enseñanza de la matemática en entornos virtuales de aprendizaje. En su investigación, sugiere que la presencia de “formas de interacción” en las participaciones de los estudiantes refleja un esfuerzo por la negociación de significados, al tiempo que se observa una evolución en el uso progresivo de los instrumentos conceptuales para interpretar la enseñanza de la matemática.

D. Teoría del aprendizaje matemático

Rivas (2023) destaca que las teorías del aprendizaje proporcionan diversas perspectivas sobre el proceso de adquisición de conocimientos. En este contexto, explica cómo se presentan estas teorías. Por un lado, la teoría del aprendizaje por asociación enfatiza que el aprendizaje se lleva a cabo mediante la asociación de estímulos. Por otro lado, la teoría cognitiva que se centra en el procesamiento y almacenamiento de la información, en la cual se considera al aprendizaje como un proceso activo en el cual los estudiantes interactúan con el contenido. Asimismo, la teoría constructivista la cual resalta la construcción personal del conocimiento a través de la interacción con el entorno sugiere que el aprendizaje es un proceso dinámico en el cual los estudiantes construyen su comprensión a partir de la información recibida.

La Matemática se configura como un lenguaje formal, y en este sentido incorpora un sistema simbólico matemático junto con nuevas estrategias de enseñanza que faciliten el aprendizaje significativo de los estudiantes. Estas estrategias tienen como objetivo comprender la adquisición, desarrollo y retención del conocimiento en el proceso de

aprendizaje de conceptos matemáticos. En este contexto, destacan el enfoque constructivista, el aprendizaje basado en problemas, la teoría de juegos cognitivos, la teoría de campos conceptuales, la teoría de representaciones y la teoría de la motivación. De acuerdo con Sarmiento (2004), estas teorías no solo buscan explicar cómo los estudiantes obtienen conocimientos matemáticos, sino que también ofrecen pautas específicas sobre cómo los profesores pueden aplicarlas de manera efectiva para fomentar el aprendizaje en esta disciplina.

A lo largo del tiempo, las teorías del aprendizaje han experimentado una evolución significativa, y han sido perfeccionadas a medida que descubren nuevos conocimientos y tecnologías. En este contexto, los investigadores han llegado a la conclusión de que el proceso de aprendizaje es más complejo de lo que se creía previamente, reconociendo que la interacción entre el estudiante, el contenido y el contexto desempeña un papel fundamental en el proceso de aprendizaje (Rivas, 2023).

En la medida en que descubren nuevas estrategias para abordar el proceso de aprendizaje, resulta muy importante el mantenerse actualizado mediante la revisión constante de las investigaciones más recientes. Esto posibilita una comprensión más profunda sobre cómo los estudiantes aprenden y, a su vez, cómo puede perfeccionar el ámbito educativo (Sarmiento, 2004). Este enfoque nos capacita para desarrollar métodos de enseñanza más efectivos, contribuyendo así a que los estudiantes alcancen sus metas de aprendizaje. A pesar de estos avances, aún queda mucho por descubrir acerca del proceso de aprendizaje y cómo los seres humanos adquieren, retienen y aplican el conocimiento.

David Ausubel propuso una teoría centrada en el concepto de aprendizaje significativo, según indican Arce et al. (2019, p. 32). La premisa fundamental de esta teoría es que, para

que el aprendizaje sea genuino, debe ser significativo para el estudiante, es decir, lograr que la nueva información integre de manera coherente sus conocimientos y su bagaje cultural previos.

Torres (2023) hace referencia a la teoría de David Ausubel, indicando que el aprendizaje significativo implica la adquisición de conocimiento genuino y solo se produce cuando los nuevos contenidos adquieren significado a la luz de los conocimientos previos. En este sentido, aprender implica que las nuevas adquisiciones conecten con las experiencias anteriores, no porque sean idénticas, sino porque establecen una relación que genera un nuevo significado. En consecuencia, identifica tres clases de aprendizaje significativo:

-Aprendizaje de representaciones: Esta forma elemental de aprendizaje implica atribuir significado a símbolos al asociarlos con partes específicas y objetivas de la realidad, haciendo uso de conceptos fácilmente disponibles.

-Aprendizaje de conceptos: Similar al aprendizaje de representaciones, esta modalidad de aprendizaje significativo se apoya en la primera para existir, complementándose y encajando entre sí. A pesar de las similitudes, existe una distinción entre ambas.

-Aprendizaje de proposiciones: En este nivel más avanzado de aprendizaje significativo, el conocimiento emerge de la combinación lógica de conceptos. Por lo tanto, constituye la forma más sofisticada de aprendizaje significativo, permitiendo la apreciación de conceptos científicos, matemáticos y filosóficos complejos. Dado que requiere un mayor esfuerzo, se lleva a cabo de manera voluntaria y consciente, aprovechando los dos tipos de aprendizaje significativo mencionados anteriormente.

Así pues, cuando el docente presenta nuevos contenidos, busca maximizar su potencial para que sean significativos para los estudiantes, lo cual implica incorporar diversos

elementos. Entre estos, incluyen la utilización de organizadores previos y gráficos de información, la progresión de lo general a lo particular, la formulación de preguntas o tareas que estimulen la creación de conexiones con los conocimientos previos de los estudiantes o con la realidad, y que consoliden el conocimiento, entre otros aspectos.

E. Teoría de la motivación en el aprendizaje de las matemáticas

El temor y la reticencia de los estudiantes hacia el campo de la matemática específicamente en la parte trigonométrica representan problemas frecuentes que pueden surgir debido a la falta de comprensión, experiencias previas desfavorables o simplemente la falta de interés en la asignatura. Para abordar estas cuestiones, es esencial que los profesores del área se sometan a una formación continua, adoptando estrategias que estimulen a los estudiantes y fomenten su interés en el aprendizaje de la matemática. La contextualización, el enfoque gradual, la aplicación práctica, el entorno de apoyo y el uso de tecnología son algunas estrategias recomendadas para superar estos desafíos y crear un entorno de aprendizaje positivo. Además, la colaboración entre docentes, la actualización constante de contenidos y la retroalimentación continua son elementos fundamentales para mejorar la calidad de la enseñanza en el área de matemática (Calle et al., 2020).

La motivación juega un papel indispensable en el desempeño académico de los estudiantes. Ya que, no solo tiene impacto en los resultados académicos, sino que también facilita la identificación de métodos efectivos para el desarrollo de competencias en el aula. Contar con estudiantes motivados puede mejorar de manera significativa los procesos de adquisición de contenido en el entorno educativo (Torres y Alchundia, 2024).

Ramírez y Olmos (2020) destacan que la motivación crea un ambiente propicio para el aprendizaje en el aula, convirtiéndose así en un factor muy importante para el desarrollo

académico. Este impulso adquiere una importancia primordial al mantener a los estudiantes alerta e interesados en el contenido, promoviendo relaciones intrapersonales más sólidas. La creación de un entorno interactivo en el aula, donde docentes y estudiantes compartan un enfoque común, es esencial. Esto implica actividades que despierten el interés de los estudiantes y fomenten un aprendizaje significativo, donde el objetivo del docente va más allá de las calificaciones, centrándose en mantener la motivación y asegurarse de que el conocimiento (aprehensión de conceptos trigonométricos) perdure en la mente de los estudiantes.

La motivación, al contribuir al establecimiento de un ambiente propicio para el desenvolvimiento en el aula, se convierte en un elemento adicional que impulsa al aprendizaje, haciéndola una pieza importante para la actividad académica en el entorno escolar. En este sentido, la motivación es primordial al mantener a los estudiantes alerta e interesados en el contenido, generando así relaciones intrapersonales más sólidas (Ramírez y Olmos, 2020).

Ramírez y Olmos (2020), también destaca la importancia de crear un entorno de aula diferente con un enfoque interactivo. En este sentido, subraya la necesidad de que el docente y los estudiantes compartan una perspectiva común sobre cómo llevar a cabo el desarrollo de la sesión de aprendizaje, mediante actividades que despierten su interés y los motiven involuntariamente a aprender más de lo que reciben del profesor. En este enfoque, el docente debería dejar de lado el objetivo de que los estudiantes obtengan simplemente una buena calificación y en cambio centrarse en trabajar para mantenerlos motivados y asegurarse de que lo que aprendan tenga un impacto duradero en su conocimiento.

Cabe resaltar la importancia de la motivación en todos los aspectos. En este contexto, Batista et al. (2010), como es citado en Calle et al. (2020), resaltan que en el proceso de enseñanza-aprendizaje, la motivación representa una etapa muy valiosa al dirigir el esfuerzo y el comportamiento del estudiante respecto de dicho proceso. El objetivo sería que el estudiante desarrolle una actitud más positiva y afable, mientras que el docente logra alcanzar resultados efectivos en el proceso educativo, buscando constantemente perfeccionarlo.

2.1.2. Resolución de problemas

2.1.2.1. Competencia matemática

Suárez (2021), resalta de manera clara y pertinente la importancia y sustancialidad de la matemática como ciencia fundamental para la vida cotidiana y como base para el desarrollo del conocimiento en múltiples áreas. Al señalar que las matemáticas permiten contar, calcular, medir y describir formas (geométricas y trigonométricas), evidencia su carácter práctico y su presencia constante en las actividades humanas. Además, menciona que resulta valioso reconocer que la matemática no solo es útil, sino también esencial en la construcción sociocultural de los pueblos, pues responde a necesidades reales que surgen del entorno. Esto nos invita a ver la matemática no como un conjunto de reglas abstractas, sino como una actividad viva, dinámica y transformadora que estimula el pensamiento lógico, la creatividad y el razonamiento crítico.

La competencia matemática se entiende como un conjunto de habilidades, conocimientos y disposiciones que los estudiantes deben poseer al ingresar a los ciclos formativos de grado superior, necesarias para enfrentar con éxito las demandas matemáticas de su formación profesional. Esta competencia no se define explícitamente de manera técnica, sino que se presenta desde la percepción subjetiva y experiencial de los profesores, quienes observan y

valoran las capacidades matemáticas de los estudiantes en el contexto práctico del aula. El estudio cualitativo revela preocupaciones sobre las carencias en esta competencia, lo cual sugiere que la competencia matemática implica no solo el dominio de contenidos, sino también la capacidad de aplicarlos en situaciones reales dentro de cada familia profesional.

Además, reconoce la necesidad de profundizar en su estudio mediante investigaciones más amplias y cuantitativas, por lo que considera a la competencia matemática como un fenómeno complejo y contextual, cuya comprensión debe adaptarse a las particularidades de los distintos itinerarios formativos (Blanco y Franco, 2021).

2.1.2.2. Enfoque que sustenta el desarrollo de las competencias en el área de matemática

De acuerdo con MINEDU (2016), en el ámbito educativo se adopta el enfoque centrado en la Resolución de Problemas, el cual se distingue por concebir las matemáticas como un producto cultural en continuo desarrollo y cambio.

El proceso de E-A en el área de matemática, se fundamenta en la resolución de problemas originados en situaciones significativas, organizadas en categorías tales como cantidad, regularidad, equivalencia, cambio, forma, movimiento, localización, gestión de datos e incertidumbre. Cuando los estudiantes enfrentan problemas de su contexto deben llevar a cabo un proceso de observación, comprensión, indagación y reflexión para superar obstáculos, construyendo y reconstruyendo sus conocimientos matemáticos. De esta manera se promueve la creatividad al plantear y resolver problemas, reconociendo al mismo tiempo la influencia de las emociones, actitudes y creencias en el proceso de aprendizaje. Además, se resalta la importancia de que los estudiantes sean capaces de autorregular su propio aprendizaje y reflexionar sobre sus logros y desafíos (Minedu, 2016).

2.1.2.3. Competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

En términos del Minedu, se fomenta a través de esta competencia que el estudiante dirija su atención hacia la posición y el movimiento tanto de objetos como de sí mismo en el espacio. Este proceso implica visualizar, interpretar y establecer relaciones entre las características de los objetos y las formas geométricas bidimensionales y tridimensionales. Requiere que el estudiante realice mediciones, ya sean directas o indirectas, de la superficie, el perímetro, el volumen y la capacidad de los objetos. Asimismo, es esencial que pueda construir representaciones de formas geométricas para diseñar objetos, planos y maquetas, haciendo uso de instrumentos, estrategias y procedimientos de construcción y medida. Además, se espera que pueda describir trayectorias y rutas mediante el uso de sistemas de referencia, así como el lenguaje geométrico y trigonométrico (Minedu, 2016).

El desarrollo de la competencia de forma, movimiento y localización es notable para el aprendizaje de conceptos trigonométricos, ya que proporciona el marco visual y conceptual necesario para entenderlos. La trigonometría tiene como base el triángulo rectángulo y usa los conceptos geométricos de ángulos para definir catetos e hipotenusa y posteriormente sus funciones principales (seno, coseno y tangente). Así como el teorema de Pitágoras que representa el punto de partida para definir las identidades trigonométricas fundamentales.

2.1.2.4. Dimensiones de la variable resolución de problemas fundamentales de trigonometría

A. Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones

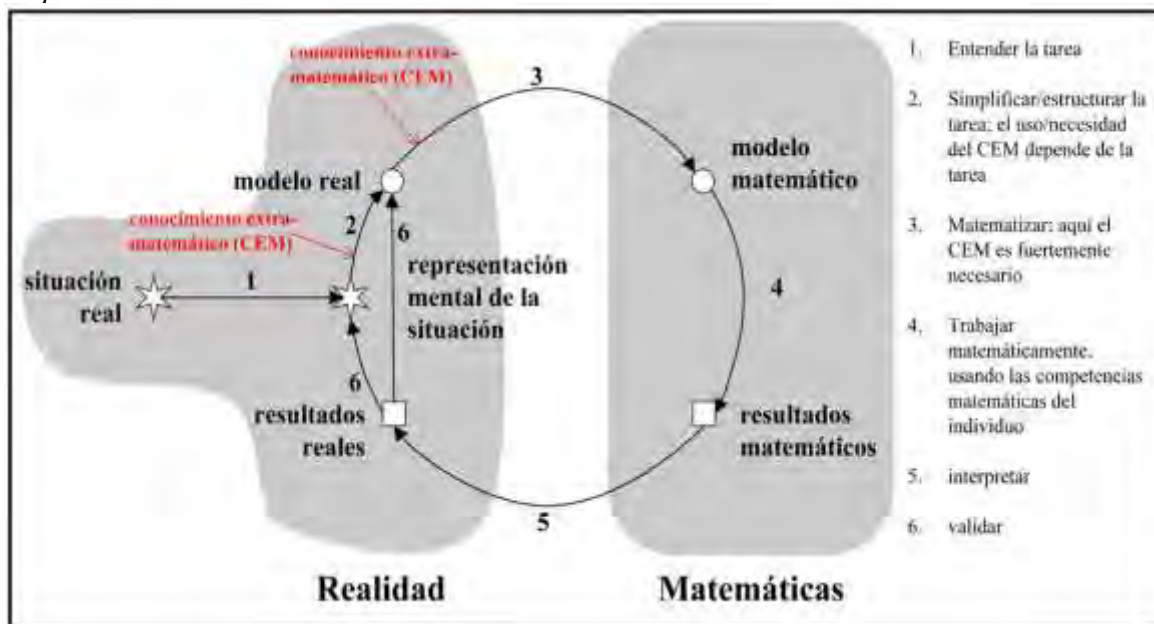
Según Minedu (2016), se trata de construir un modelo que replique las particularidades de los objetos, incluyendo su posición y movimiento, mediante el uso de formas geométricas, sus elementos y propiedades, considerando la ubicación y transformaciones en el plano.

Además, es necesario evaluar si el modelo satisface las condiciones establecidas en el problema.

En palabras de Godino, Batanero y Font, al examinar la actividad matemática, es pertinente cuestionarse qué contribuciones puede ofrecer un enfoque desde un modelo general de análisis de la actividad matemática al estudio de una actividad matemática específica, como la modelización o modelación. Para abordar esta pregunta, han elegido un modelo específico para analizar la actividad matemática de la modelización, así como un modelo general para analizar la actividad matemática en su conjunto. Estos modelos se han empleado para examinar el mismo proceso de modelización matemática. En particular, se han utilizado las herramientas del Enfoque Onto-Semiótico (Ledezma et al., 2021) para analizar la complejidad inherente a la actividad matemática relacionada con la generación de un modelo. Además, se ha considerado, en términos generales, el proceso de modelización matemática utilizando el ciclo propuesto por Borromeo (Ledezma et al., 2021) desde la perspectiva cognitiva, el cual consiste en explicar el proceso que permite una transición entre una situación del mundo real y su descripción en términos matemáticos.

Figura 5

Esquema de modelación matemática de acuerdo con Borromeo.



Nota. En la imagen se observa el ciclo de modelización matemática desde la perspectiva cognitiva. Adaptado desde Borromeo Ferri (2018, p. 15).

B. Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas

Consiste en expresar la comprensión sobre las propiedades de las formas geométricas, sus transformaciones y su ubicación en un sistema de referencia. Además, implica establecer relaciones entre estas formas, empleando tanto el lenguaje geométrico como representaciones gráficas o simbólicas (Minedu, 2016).

Sánchez y Vargas (2016) señalan en su artículo que la habilidad de comunicación matemática implica la capacidad de transmitir información, ideas, procesos y resultados matemáticos de manera oral, escrita o visual, integran el lenguaje matemático. El término “lenguaje matemático” refiere la simbología específica utilizada en el área de matemática, así como a la estructura y presentación de los contenidos matemáticos. Esta herramienta

inherente a la disciplina matemática resulta fundamental para comprender, clarificar, organizar y estructurar tanto los conocimientos como los problemas matemáticos.

Según la perspectiva de Ortega y Ortega (2001), citada por Sánchez y Vargas (2016), la comunicación matemática tiene el propósito de fomentar la argumentación, profundización y conexión entre las ideas matemáticas que se exploran durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esto, a su vez, facilita que los estudiantes comprendan, desarrollen, internalicen y puedan expresar con precisión las ideas matemáticas.

C. Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio

Consiste en elegir, ajustar, combinar o generar una diversidad de estrategias, procedimientos y recursos con el objetivo de construir formas geométricas, trazar rutas, medir o estimar distancias y superficies, así como transformar las formas bidimensionales y tridimensionales (Minedu, 2016).

La preparación de estudiantes para su futura labor como docentes en una disciplina o área específica implica abordar características particulares. Esto no implica, de ninguna manera, que su carrera sea más desafiante que otras, ya sean de ciencias o humanidades. Sin embargo, a lo largo de los años, se ha desarrollado un cierto tabú en torno a la matemática, principalmente debido a la percepción de padres, estudiantes y profesores de otras áreas, quienes consideran que esta disciplina es compleja. Vale la pena recordar que, en la historia, la humanidad recurrió al mundo de los números usando estrategias para sintetizar operaciones y eventos que se vinculaban cada vez más con la realidad circundante. Esto se debió a la necesidad imperante de subsistencia, que incluía contar objetos, personas, raciones de alimentos, entre otros aspectos. De esta manera, la matemática ha evolucionado desde el

pensamiento concreto hasta el pensamiento abstracto, y del pensamiento abstracto al concreto (Oscoco et al., 2019).

D. Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

Consiste en formular afirmaciones acerca de las posibles relaciones entre los elementos y propiedades de las formas geométricas a partir de su exploración o visualización. Además, implica respaldar, validar o contradecir estas afirmaciones basándose en la experiencia, ejemplos o contraejemplos, así como en conocimientos sobre propiedades geométricas y trigonométricas. Este proceso lleva a cabo el uso del razonamiento inductivo o deductivo (Minedu, 2016).

Jiménez y Pineda (2013), hacen referencia a que la práctica de la argumentación matemática es una parte preponderante en la formación de los estudiantes en diversas etapas escolares y su importancia debe ser considerada en la capacitación de los docentes. Durante este proceso identifican dificultades prácticas e interpretativas en torno a la argumentación matemática. Asimismo, sugieren realizar investigaciones más detalladas que analicen el uso que tanto docentes como estudiantes hacen de la argumentación.

Si una sesión de clase es estructurada en torno a la comunicación como elemento central, se puede afirmar que los estudiantes no solo mejorarán sus habilidades comunicativas, sino que también serán capaces de construir conocimientos matemáticos a través de la argumentación.

La sesión del área de matemática proporciona un espacio valioso que debe ser aprovechado para que los estudiantes fortalezcan y desarrollen la capacidad de argumentar. La situación actual puede transformarse, y para lograrlo, es importante que el docente proponga actividades dinámicas y utilice estrategias de comunicación. Esto implica que tanto

el docente como el estudiante tengan igualdad de oportunidades para participar, interactuar, expresar opiniones, discutir, justificar, explicar y persuadir, es decir, para argumentar.

2.1.3. La Competencia matemática en estudiantes universitarios

Las habilidades y destrezas matemáticas esenciales que los estudiantes adquieren mediante un enfoque educativo centrado en competencias les otorga la capacidad de utilizar el lenguaje matemático en la resolución de situaciones cotidianas. Esto les posibilita cultivar destrezas lógicas, como la capacidad de pensar y razonar, así como de plantear diversas formas de identificación, discriminación, diferenciación, cuantificación, búsqueda y comprensión de la vida desde sus aspectos fundamentales (Jimenez, 2022).

Dada la necesidad de hacer frente a un entorno globalizado y a un desarrollo internacional en la sociedad contemporánea, se requiere que la educación incorpore competencias en sus planes de estudio. Esto implica la entrega de conocimientos generales que resulten relevantes y considerables para profesionales de diversas disciplinas. En este contexto, las estrategias de enseñanza relacionadas con los fundamentos matemáticos se apoyan en sistemas numéricos. Este enfoque tiene como objetivo permitir a los estudiantes desarrollar competencias esenciales de abstracción, análisis y síntesis, habilidades fundamentales y aplicables en diversas actividades profesionales a nivel mundial (UNESCO, 2019). Ante este escenario, se destaca la imperante necesidad de fortalecer la formación en todas las ramas de la matemática en todos los programas académicos.

Ramón y Vilchez (2019) y Jimenez (2022), sostienen que el desarrollo de competencias matemáticas no se limita únicamente al contenido, sino que también está influido por el método utilizado. La enseñanza debe enfocarse en los procesos de pensamiento matemático esenciales para la resolución de problemas, los cuales suelen trascender el contenido específico. En este

contexto, los conceptos e ideas matemáticas encuentran su base en su relación con los fenómenos que los originaron y en su aplicación dentro del proceso educativo.

En este orden de ideas, es muy importante que los docentes de educación secundaria cuenten con habilidades que abarquen diversas competencias matemáticas. Estas áreas incluyen el pensamiento algebraico, las relaciones numéricas, la geometría de figuras y cuerpos, el manejo de planos cartesianos, la comprensión de funciones, los procesos de cambio o variación, así como la aplicación de conceptos como medición, cálculo geométrico, procesos cognitivos, cambio conceptual en matemáticas y ciencias, el uso de escalas, la semejanza, el conocimiento histórico de las matemáticas, la predicción, el azar, y la presentación y tratamiento de información, entre otros (Rutas del aprendizaje, 2015).

La competencia universitaria relacionada con la resolución de problemas es fundamental en la formación de estudiantes que se preparan para ser profesores y profesoras de matemática, ya que les permite no solo dominar los conocimientos matemáticos, sino también desarrollar habilidades esenciales para enseñar estos conceptos de manera efectiva. Los futuros docentes deben ser capaces de abordar situaciones matemáticas complejas, identificar los problemas que enfrentan sus estudiantes, analizar los procesos de enseñanza-aprendizaje y aplicar métodos pedagógicos adecuados para promover el razonamiento crítico y creativo. Además, deben ser capaces de adaptarse a diferentes contextos educativos, colaborar con otros profesionales y comunicar de manera clara las soluciones y procedimientos matemáticos. Esta competencia también fomenta la reflexión sobre sus propias estrategias de enseñanza, permitiéndoles aprender de su experiencia y enfrentar los desafíos educativos de manera autónoma y efectiva, mejorando así su capacidad para formar a los futuros estudiantes en la resolución de problemas matemáticos.

La competencia matemática es importante para los estudiantes del programa de Matemática y Física de la UNSAAC, ya que les permite resolver problemas de su contexto, usando lenguaje matemático y desarrollando habilidades lógicas y de razonamiento, superando así la mecanización de procesos y memorización de contenidos. Actualmente, esta formación va más allá del aula, ya que impulsa el desarrollo de habilidades de abstracción, análisis y síntesis aplicables en diversos contextos profesionales. Así, el egresado de este programa no solo domina conceptos matemáticos clave, sino que también posee la capacidad de adaptar y aplicar sus conocimientos, fungiendo como futuro docente con habilidades pedagógicas para fomentar el pensamiento crítico y creativo en sus estudiantes, lo que lo convierte en un profesional adaptable, innovador y ético, preparado para los retos del mercado laboral y el desarrollo sociocultural.

2.2. Marco conceptual

- a) **Aprendizaje matemático:** Es el proceso gradual mediante el cual una persona construye y comprende ideas matemáticas, desarrollando habilidades para razonar, comunicar y aplicar estos conocimientos en diversos contextos.
- b) **Competencia:** Es la capacidad de una persona para actuar de manera eficaz frente a una situación, en la cual combina conocimientos, habilidades, actitudes y valores, para tomar decisiones acertadas y resolver problemas en diversos contextos.
- c) **Competencia matemática:** Es la habilidad de aplicar el pensamiento lógico, el razonamiento numérico, la comunicación matemática y las estrategias de resolución para enfrentar y comprender situaciones de la vida real o académica en las que interviene la matemática.

- d) **Noesis:** Es la capacidad de comprender de forma profunda una idea, fenómeno o concepto; en matemáticas, refiere el momento en que el estudiante logra una comprensión significativa más allá de la simple aplicación mecánica.
- e) **Objeto matemático:** Es cualquier entidad abstracta que se construye dentro del pensamiento matemático, como los números, figuras, funciones, operaciones, entre otros, que son utilizados para razonar, demostrar y resolver problemas.
- f) **Problemas matemáticos:** Son situaciones planteadas que implican el uso de conocimientos y habilidades matemáticas para ser comprendidas, representadas y solucionadas, ya sea dentro del ámbito académico o en la vida cotidiana.
- g) **Representación:** Es la manera en que se expresan ideas, conceptos o situaciones utilizando distintos recursos como dibujos, gráficos, palabras, símbolos o esquemas para facilitar su análisis y comprensión.
- h) **Representación mental:** Es la imagen o idea que una persona forma internamente en su mente para interpretar o resolver una situación, basada en sus conocimientos previos y su experiencia con el contenido.
- i) **Representación simbólica:** Es el uso de signos, letras, números y otros símbolos específicos del lenguaje matemático para expresar relaciones, operaciones o propiedades de manera precisa y abreviada.
- j) **Resolución de problemas:** Es el proceso mediante el cual una persona analiza una situación desafiante, identifica lo que se busca, selecciona herramientas o estrategias adecuadas y llega a una solución con base en el razonamiento lógico y reflexivo.

- k) **Semiosis:** Es el proceso mediante el cual un signo adquiere sentido para una persona, estableciendo conexiones entre lo que representa, cómo interpreta y el contexto en el que utiliza.
- l) **Semiótica:** Es el estudio del significado de los signos y símbolos, y de cómo estos se utilizan para representar, comunicar y construir conocimiento, especialmente útil en el lenguaje matemático.
- m) **Sistemas de representación:** Son los diferentes modos organizados que utilizamos para expresar ideas matemáticas, como los numéricos, gráficos, algebraicos, geométricos o verbales, que nos permiten observar un mismo concepto desde distintas perspectivas.

2.3. Antecedentes empíricos de la investigación (estado del arte)

2.3.1. Antecedentes internacionales

Irua (2022), en su tesis titulada como “Estilos de aprendizaje y la enseñanza de la trigonometría para tercer año de bachillerato en ciencias”. La cual es una tesis de maestría en Educación en la mención en Enseñanza de la Matemática presentada en la Universidad Técnica de Ámbato, Ecuador. El objetivo fue determinar la relación entre los estilos de aprendizaje y la enseñanza de la Trigonometría; para esto se estudió una muestra no probabilística por conveniencia, conformada por setenta estudiantes entre 16 y 19 años de tercero de Bachillerato en Ciencias, a quienes se aplicó el cuestionario Estilos de Aprendizaje Honey y Alonso CHAEA, compuesto por ochenta preguntas dicotómicas adaptadas al contexto educativo, y también un test de rendimiento, compuesto por diez reactivos de opción múltiple con cuatro (4) opciones; estos instrumentos de investigación fueron validados por el juicio de dos expertos y según los coeficientes de Kuder Richardson ($KR20 > 0.6$) y de estabilidad ($r_{xy} = 0.78$) se determinaron niveles de confiabilidad moderado y alto respectivamente. El enfoque fue cuantitativo, diseño

cuasi experimental de pre test y post test con grupo de control no equivalente y alcance correlacional permitió concluir que existe diferencias significativas ($p = 0,002$, $r = 0,37$) al implementar los estilos de aprendizaje a la enseñanza de la Trigonometría; además se determinó una relación moderada y directa entre los estilos de aprendizaje Reflexivo ($\tau = 0.404$, $p < 0,05$) y Teórico ($\tau = 0.404$, $p = 0,008$) con el nivel educativo de los estudiantes, destacándose el estilo de aprendizaje Reflexivo como predominante con un nivel de preferencia “MODERADO”. Tras haber finalizado la investigación se presentaron los resultados a través de un discurso científico con el objetivo de dar a conocer las aportaciones en la enseñanza de la Trigonometría, concluyendo en una reflexión positiva hacia la identificación de los estilos de aprendizaje de los estudiantes de Tercero de Bachillerato en Ciencias.

Molano (2022), en su investigación titulada como “Estrategia Pedagógica Soportada en EXeLearning para la Comprensión de Funciones Trigonométricas y sus Diferentes Representaciones, en la I.E. Santa Rosa de Lima de Arbela en La Vega – Cauca”. La cual constituye una tesis de maestría y fue presentada en la Universidad de Cartagena – Arbela, La vega, Cauca de Colombia. El objetivo fue fortalecer la comprensión de las funciones trigonométricas y sus diferentes representaciones, a partir de la incorporación de una estrategia pedagógica soportada en eXeLearning. La muestra estuvo constituida por 24 estudiantes de décimo grado de la institución ya mencionada. La metodología se desarrolló con base al modelo de investigación-acción pedagógica (IAP). Los instrumentos utilizados fueron la prueba de desarrollo, las actividades interactivas y el análisis documental. En cuanto a los resultados hubo un nivel de aceptación significativo, donde los participantes mismos reconocen el objetivo de aprendizaje del sitio web educativo, su funcionalidad, y su relevancia para innovar estrategias basadas en las TIC; siendo fundamental para incentivar el aprendizaje significativo.

2.3.2. Antecedentes nacionales

Aire y Vilcahuamán (2019), en su investigación “Influencia de la Metodología Aula invertida en el aprendizaje de razones trigonométricas de ángulos coterminales y cuadrantales del área de matemática en estudiantes preuniversitarios de la Institución Educativa Privada Los Andes – 2018”, la cual es una tesis de maestría y fue presentada en la universidad continental de Huancayo. Cuyo objetivo fue determinar la influencia de la metodología aula invertida en el aprendizaje de razones trigonométricas de ángulos coterminales y cuadrantales del área de matemática en estudiantes pre – universitarios. La muestra estuvo constituida por 17 estudiantes. La metodología fue de tipo aplicado, con nivel explicativo y diseño cuasi- experimental. El instrumento fue la prueba de desarrollo y en cuanto a los resultados se determinó que la metodología aula invertida influyó en el aprendizaje de razones trigonométricas de ángulos coterminales y cuadrantales del área de matemática en estudiantes pre – universitarios de la Institución Educativa Privada Los Andes 2018; dada la diferencia significativa de los resultados del postest en favor del grupo experimental respecto al grupo control, obtenida después de haber realizado la prueba t de Student con un valor de confianza de 95% y un $p=0,045$ que resulta menor al margen de error asumido $p<0,05$.

Marroquín (2021) en su tesis “Análisis de la aplicación de talleres y evaluaciones cortas en el rendimiento académico de los estudiantes del curso de Geometría Fundamental y Trigonometría”, la cual es una tesis de maestría en Educación y fue presentada en la Universidad de Piura. El objetivo fue analizar el aporte de la aplicación de los talleres y evaluaciones cortas en el rendimiento académico de los estudiantes del curso de Geometría Fundamental y Trigonometría en el semestre 2018-I de la Universidad de Piura. La muestra fue conformada por 333 estudiantes de la facultad de ingeniería. El diseño fue cuantitativa transeccional descriptivo

de un solo grupo. El instrumento fue la prueba de desarrollo. Los resultados indican que en general, los talleres fueron de gran ayuda para los alumnos y tuvieron un impacto significativo en el rendimiento académico lo cual se vio reflejado en el promedio de prácticas. Tal como lo indicaron Herrada y Baños (2018), Mato-Vázquez et al. (2017) y Villarreal (2015), se pudo ver que el trabajo colaborativo hace que la enseñanza-aprendizaje del alumno gire en torno a él, y esto trae como consecuencia que el alumno se motive y sociabilice generando a la vez un aprendizaje significativo. Es por ello por lo que se pudo afirmar que la incidencia del taller se vio reflejada directamente en su rendimiento académico.

Valverde (2024), en su trabajo de investigación “La comprensión matemática, la representación semiótica y la interpretación en la modelación matemática de los estudiantes de pregrado de la Facultad de Ingeniería Ambiental de la Universidad Nacional de Ingeniería, 2021”, la cual es una tesis de doctorado en Educación y fue presentada en la universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle. Cuyo objetivo fue determinar la correlación que existe entre la comprensión matemática, la representación semiótica y la interpretación en la modelación matemática que realizan los estudiantes de pregrado de la Facultad de Ingeniería Ambiental de la Universidad Nacional de Ingeniería, 2021. El enfoque fue cuantitativo, de tipo observacional, prospectivo, transversal y analítico; de diseño descriptivo correlacional bivariado. La población estuvo compuesta por 115 estudiantes de la asignatura Ecuaciones diferenciales de los cuales se tomó una muestra de 56, obtenidos por muestreo intencionado, no probabilístico. Al grupo muestral se le aplicó tres encuestas; creadas para esta investigación, válidas y confiables; sobre comprensión matemática, representación semiótica e interpretación en la modelación matemática de 24, 20 y 19 preguntas respectivamente; todas con una escala de cinco categorías de respuestas. Para confirmar la información recogida en las encuestas se recurrió a otra fuente:

la producción de los estudiantes en situación auténtica. Los resultados de las pruebas de correlación de Spearman para la data de las encuestas y de la producción de los estudiantes indicaron la existencia de la correlación bivalente, con un nivel de intensidad alto, de las tres variables en estudio. Se concluyó que existe relación positiva y fuerte entre la comprensión matemática, la representación semiótica y la interpretación en la modelación matemática de los estudiantes de pregrado de la Facultad de Ingeniería Ambiental de la Universidad Nacional de Ingeniería, 2021.

2.4. Hipótesis general y objetivos

2.4.1. Hipótesis general

La integración de los sistemas de representación influye en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría, en estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

2.4.2. Hipótesis específicas

H.E.1. La integración de los sistemas de representación influye en la modelación de objetos con formas geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

H.E.2. La integración de los sistemas de representación influye en la comunicación sobre la comprensión de las formas y relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

H.E.3. La integración de los sistemas de representación influye en el uso de estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas, en los estudiantes de

pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación,
UNSAAC – 2024.

H.E.4. La integración de los sistemas de representación influye en la argumentación de afirmaciones sobre relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

2.5. Identificación de Variables

Variable Independiente: Sistemas de Representación.

Variable dependiente: Resolución de problemas fundamentales de trigonometría.

2.6. Operacionalización de variables

Tabla 1

Operacionalización de variables

VARIABLE INDEPENDIENTE: SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN.		
DEFINICION CONCEPTUAL	DEFINICION OPERACIONAL	PLAN DE EJECUCIÓN
Los sistemas de representación son un conjunto de herramientas y técnicas visuales, simbólicas o gráficas utilizadas por los estudiantes para expresar, interpretar y comunicar conceptos matemáticos. Son esenciales para la construcción del conocimiento matemático y comprenden una diversidad de registros semióticos que incluyen lo icónico, lo gráfico, lo simbólico y lo lingüístico. (Duval, 2017)	Se va a evaluar la resolución de problemas fundamentales en trigonometría a través de los sistemas de representación, observando cómo los estudiantes utilizan y transitan entre los diferentes registros semióticos al abordar problemas trigonométricos.	SESIÓN 1: <i>Desciframos el lenguaje trigonométrico.</i>
		SESIÓN 2: <i>Importancia del uso de los sistemas de representación.</i>
		SESIÓN 3: <i>Gráficos y conceptos, una relación fundamental</i>
		SESIÓN 4: <i>Símbolos en Acción: Integrando Representaciones</i>
		SESIÓN 5: <i>Exploramos preferencias y estilos de representación</i>
		SESIÓN 6: <i>Exploramos preferencias y estilos de representación</i>
		SESIÓN 7: <i>Visualizamos conceptos trigonométricos</i>
		SESIÓN 8: <i>Aplicamos conceptos trigonométricos para modelar situaciones de nuestro contexto.</i>
		SESIÓN 9: <i>Aplicamos conceptos trigonométricos para modelar situaciones de nuestro contexto.</i>
		SESIÓN 10: <i>Aplicamos conceptos trigonométricos para modelar situaciones de nuestro contexto.</i>
		SESIÓN 11: <i>Construimos problemas simples usando conceptos trigonométricos.</i>
		SESIÓN 12: <i>Evaluación y Creatividad en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría.</i>

VARIABLE DEPENDIENTE: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA

DEFINICION CONCEPTUAL	DEFINICION OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS
Consiste en que el estudiante se oriente y describa la posición y el desplazamiento de objetos y de sí mismo en el espacio, mediante la visualización, interpretación y vinculación de las características de los objetos con formas geométricas bidimensionales y tridimensionales. Requiere realizar mediciones directas o indirectas de la superficie, el perímetro, el volumen y la capacidad de los objetos, así como la capacidad de construir representaciones de las formas geométricas para diseñar objetos, planos y maquetas, empleando instrumentos, estrategias y procedimientos de construcción y medida. Además, implica la habilidad para describir trayectorias y rutas, utilizando sistemas de referencia y lenguaje geométrico. (Minedu, 2017).	Esta variable se va a medir a través de una prueba de desarrollo.	Modela objetos con formas geométricas.	Identifica y define las razones trigonométricas.	1, 2, 3
			Evalúa si el modelo (representación verbal o simbólica) cumple con las condiciones dadas en el problema.	4, 5
			Interpreta la definición de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo.	6, 7, 8
		Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Comunica resultados de manera clara y precisa, usando la definición de triángulo y sus características (objeto matemático en mención).	9, 10
			Usa estrategias para construir relaciones trigonométricas con los lados de un triángulo rectángulo.	11, 12
			Utiliza de manera efectiva diferentes objetos como estrategias para plantear (realiza modelamiento de objetos) adecuadamente un problema.	13, 14, 15
		Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Construye un esquema (boceto) a partir de la comprensión del problema (representación verbal).	16
			Reconoce y justifica el uso de ciertas propiedades y relaciones que se dan en un triángulo rectángulo.	17, 18
			Explica con claridad y justifica el boceto que construyó para resolver un problema contextualizado.	19
			Justifica el algoritmo que usó para resolver un problema.	20

Nota. La variable dependiente se dimensiona según las capacidades de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” del CNEB-MINEDU 2016, la cual incluye contenidos trigonométricos. En el sentido de que los estudiantes del programa de Matemática y Física, en su formación inicial docente busquen y diseñen estrategias de enseñanza y aprendizajes orientadas a desarrollar estas capacidades en sus futuros estudiantes.

Nota. La sede principal de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco se encuentra entre las avenidas de La Cultura, Universitaria, Collasuyo Víctor Raúl Haya de la Torre.

3.2. Tipo y nivel de investigación.

4.2.1. Tipo de investigación

El presente trabajo de investigación fue de tipo aplicada, ya que tuvo como objetivo abordar de manera práctica los problemas que afectan a un grupo de personas, ya sea resolviéndolos por completo o abordando preguntas específicas que surgen en determinadas situaciones, a su vez estuvo apoyada en conocimientos teóricos, los cuales fueron consolidados a partir de la aplicación del estudio (Caballero, 2014; p.38).

4.2.2. Nivel de investigación

La investigación tuvo un nivel explicativo, pues como indican (Hernandez- Sampieri y Mendoza, 2018) “Se enfoca en responder por las causas de los eventos y fenómenos físicos o sociales, su interés se centra en explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se manifiesta o por qué se relacionan dos o más variables” (p.95); en relación a ello esta investigación determinó el nivel de influencia de los sistemas de representación respecto a la resolución de problemas fundamentales de trigonometría, que realizaron los estudiantes a partir de situaciones significativas que involucraron a enunciados verbales y situaciones gráficas ,y viceversa.

4.2.3. Enfoque y diseño de la investigación

La investigación que se realizó tuvo un enfoque cuantitativo. En esa perspectiva, se aplicó un diseño preexperimental (Hernández-Sampieri y Mendoza, p. 163), ya que es de suma importancia obtener datos estadísticos, para brindar mayor confiabilidad a la investigación.

Figura 7

Diseño de investigación preexperimental.



Nota.

G_E : Grupo experimental

M_1 : Momento inicial (Momento 1)

M_2 : Momento final (Momento 2)

3.3. Unidad de análisis

La unidad de análisis estuvo constituida por los estudiantes de pregrado matriculados en el programa de Matemática y Física de la Facultad de Educación, de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco durante el año 2024.

3.4. Población de estudio

La población del presente estudio estuvo delimitada por todos los estudiantes de pregrado matriculados en el programa de Matemática y Física de la Facultad de Educación, de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco durante el año 2024.

Tabla 2

Estudiantes matriculados en el programa de Matemática y Física, durante el semestre académico 2023 – II.

Estudiantes matriculados	Varones	Mujeres	Total
	135	74	209

Nota: Nomina de matrícula del semestre 2023-II. FED - UNSAAC. Dicho semestre concluyó en febrero de 2024.

3.5. Tamaño de muestra

El presente trabajo de investigación tuvo como muestra a los estudiantes del programa de Matemática y Física, estudiantes que se encontraban desarrollando el curso de formación docente: Taller de elaboración de recursos, de la facultad de Educación, de la universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco, durante el semestre académico 2023-II.

Tabla 3

Estudiantes matriculados en el curso de Taller de elaboración de recursos.

Cursos	Varones	Mujeres	Total
Taller de elaboración de recursos	9	7	16

Nota: Nomina de matrícula del semestre 2023-II. FED. UNSAAC.

3.6. Técnicas de selección de muestra

En esta investigación se trabajó con una muestra no probabilística por conveniencia, debido a que la elección de los elementos dependió de las causas relacionadas con las características de la investigación y el propósito, asimismo estas muestras están formadas por los casos disponibles a los cuales se tuvo acceso. (Hernandez-Sampieri & Mendoza, 2018; p.651)

Para determinar la muestra, se tomó en consideración los siguientes criterios:

3.6.1. Criterios de inclusión

- Estudiantes del programa de la especialidad de Matemática y Física, de la facultad de Educación, de la UNSAAC.
- Estudiantes que se encontraban desarrollando cursos de formación docente – prácticas pre - profesionales.
- Estudiantes con asistencia regular.
- Estudiantes que cuenten con dispositivos electrónicos (celulares, tabletas y/o laptop).

- Estudiantes que tengan acceso a internet.

3.6.2. Criterios de exclusión

- Estudiantes con asistencia irregular.
- Estudiantes que no puedan participar por otros motivos.

3.7. Técnicas de recolección de información

3.7.1. Técnicas

Por la naturaleza del tipo de investigación, se consideró la técnica de la prueba escrita, ya que dentro del desarrollo de la búsqueda e indagación se aplicó una preprueba como evaluación inicial, y posteriormente una posprueba como evaluación final.

3.7.2. Instrumentos

Por tratarse de un análisis, con enfoque cuantitativo se utilizó la prueba de desarrollo como instrumento, la cual fue diseñada con 20 preguntas acorde al nivel cognitivo de los estudiantes, dicha prueba de desarrollo fue diseñada teniendo en cuenta las dimensiones que caracterizan a la resolución de problemas fundamentales de trigonometría.

3.8. Técnicas de análisis e interpretación de la información

Para la confiabilidad de las técnicas, que se aplicaron a los estudiantes del curso de Taller de elaboración de recursos, en este caso la prueba de desarrollo (preprueba y posprueba), se presentó la matriz del instrumento y el prototipo de la prueba de desarrollo para que fuera validado por juicio de 5 expertos. Posteriormente a la aplicación de la investigación se realizó la calificación, procesamiento de datos, así como el análisis estadístico y finalmente se elaboraron las conclusiones y los resultados de estos.

3.8.1. Estructura del instrumento

El objetivo principal de la investigación fue determinar en qué medida los sistemas de representación influyen en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría, de los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC 2024; lo cual se estructuró en cuatro dimensiones: Modela objetos con formas geométricas, Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas, Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas, y Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

Para la prueba de desarrolló el total de ítems fue de 20; 5 en la primera dimensión, 5 en la segunda dimensión, 5 en la tercera dimensión y 5 en la cuarta dimensión; cada ítem con peso de 1, puntaje máximo 20. El criterio para la calificación fue dicotómico: Respuesta correcta = 1, Respuesta incorrecta = 0. La puntuación total fue vigesimal (20 puntos) y se obtuvo al sumar los puntajes de cada ítem.

Tabla 4

Escala valorativa cuantitativa – cualitativa (Unsaac, 2017).

<i>Escala cuantitativa</i>	<i>Escala cualitativa</i>
0 a 8 puntos	Deficiente
9 a 13 puntos	Malo
14 a 16 puntos	Regular
17 a 18 puntos	Bueno
19 a 20 puntos	Excelente

Nota. Los puntajes obtenidos se tradujeron a una valoración cualitativa, de acuerdo con la escala.

En cuanto a la distribución de preguntas (ítems) en la matriz de instrumento:

Modela objetos : 01 – 05

Comunica su comprensión : 06 – 10

Usa estrategias y procedimientos : 11 – 15

Argumenta afirmaciones : 16 – 20

3.8.2. Procedimiento

El procedimiento seguido para la aplicación fue:

- a) Para la selección del grupo de estudiantes, que fueron parte de la muestra se aplicó muestreo no aleatorio simple o por conveniencia entre los estudiantes del programa de la especialidad de Matemática y Física de la facultad de Educación, de los cuales se eligió a aquellos que se encontraban matriculados y desarrollando el curso de Taller de elaboración de recursos, durante el semestre académico 2023 – II.
- b) Durante la primera sesión se dio lugar a la aplicación de la prueba de desarrollo de diagnóstico (preprueba).
- c) Se ejecutaron las sesiones en el orden propuesto en el módulo de aprendizaje.
- d) Finalmente, el grupo experimental rindió la prueba de desarrollo de salida (posprueba), colocando sus nombres y apellidos para identificar a los estudiantes.

3.8.3. Validez del instrumento

Primero se solicitó la revisión respectiva de la asesora y con el visto bueno, pasó a ser sometido a criterio de 5 expertos especialistas en Educación Matemática. Los resultados obtenidos garantizan la validez del instrumento el cual fue usado para la aplicación durante la investigación. La siguiente tabla detalla los porcentajes de calificación, que superan el 81%, y así alcanzan la calificación aprobatoria para la aplicación del instrumento.

Tabla 5*Validación de Instrumentos por Expertos Especialistas.*

Validadores	Especialidad	Valor de validación	Resultado
Dr. Ángel Zenón Choccechanca Cuadro	Educación Matemática y Física	86%	Aplicable
Dra. Gloria Vigoria Valle	Educación Matemática y Física	89%	Aplicable
Mg. Luz Marlene Mendoza Torren	Educación Matemática y Física	90%	Aplicable
Dr. Hermitaño Ayala Huillca	Matemática pura	89%	Aplicable
Dra. Elizabeth Dueñas Pareja.	Educación Matemática y Física	89%	Aplicable
Promedio		89%	Aplicable

Nota. Los 5 expertos son docentes en actividad, en la Unsaac.

3.9. Técnicas para demostrar la verdad o falsedad de las hipótesis planteadas

3.9.1. Confiabilidad del instrumento

Para la confiabilidad del instrumento se aplicó la fórmula (KR-20) de Kuder-Richardson, que calcula una medida de confiabilidad de la consistencia interna para las medidas con opciones dicótomas (acierto - error), a través de una prueba piloto que rindieron 15 estudiantes pertenecientes al programa de Matemática y Física, específicamente del curso de Trigonometría durante el semestre académico 2023 - II, la cual tuvo un resultado de 0.72 que se interpreta como

excelente confiabilidad, de acuerdo al cuadro sugerente que se tomó en consideración para la presente investigación (Mejía, 2005).

Figura 8

Niveles de confiabilidad de Kuder-Richardson. Unidad de Post Grado de la Facultad de Educación de la UNMSM.

0,53 a menos	=	Confiabilidad nula
0,54 a 0,59	=	Confiabilidad baja
0,60 a 0,65	=	Confiable
0,66 a 0,71	=	Muy confiable
0,72 a 0,99	=	Excelente confiabilidad
1,0	=	Confiabilidad perfecta

Nota. En la imagen se puede apreciar que el instrumento respondió a la escala de 0.72 de los niveles de confiabilidad de Kuder Richardson.

CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Procesamiento, análisis, interpretación y discusión de resultados

La importancia de los sistemas de representación en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría para los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física de la Facultad de Educación radica en la capacidad para facilitar la comprensión y aplicación de conceptos y definiciones trigonométricas complejas. Estos sistemas, que incluyen representaciones verbales y simbólicas, permiten a los estudiantes visualizar relaciones trigonométricas, identificar patrones y resolver problemas de manera más efectiva, ya que proporcionan múltiples formas para abordar y entender los problemas. Para realizar el análisis descriptivo se consideraron los datos de las valoraciones de la preprueba y posprueba aplicadas, en escala vigesimal, que luego fue traducida a la calificación cualitativa de la Universidad nacional de San Antonio Abad del Cusco. Además, se presentan los resultados antes y después de haber realizado el experimento.

Tabla 6

Nivel de logro de resolución de problemas fundamentales de trigonometría.

<i>Nivel</i>	<i>Rango</i>	<i>Grupo experimental</i>			
		<i>Preprueba</i>		<i>Posprueba</i>	
		<i>n</i>	<i>%</i>	<i>n</i>	<i>%</i>
<i>Deficiente</i>	<i>0 - 8</i>	<i>11</i>	<i>68.75%</i>	<i>10</i>	<i>62.50%</i>
<i>Malo</i>	<i>9 - 13</i>	<i>5</i>	<i>31.25%</i>	<i>2</i>	<i>12.50%</i>
<i>Regular</i>	<i>14 - 16</i>	<i>0</i>	<i>0%</i>	<i>2</i>	<i>12.50%</i>
<i>Bueno</i>	<i>17 - 18</i>	<i>0</i>	<i>0%</i>	<i>2</i>	<i>12.50%</i>
<i>Excelente</i>	<i>19 - 20</i>	<i>0</i>	<i>0%</i>	<i>0</i>	<i>0%</i>
<i>Total</i>		<i>16</i>	<i>100%</i>	<i>16</i>	<i>100%</i>

Nota. Datos tomados de la evaluación aplicada para medir el nivel de logro de los estudiantes respecto a la resolución de problemas fundamentales en trigonometría.

La tabla muestra el nivel de logro en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría antes y después de una intervención educativa en el grupo experimental.

Inicialmente, la mayoría de los estudiantes, 68.75% se encontraban en el nivel Deficiente y el 31.25% en el nivel Malo, sin ningún estudiante en los niveles Regular, Bueno o Excelente.

Después de la intervención, aunque todavía hay una alta proporción de estudiantes en el nivel Deficiente del 62.50%, se observa una mejora, con un 12.50% de los estudiantes avanzando al nivel Malo y un 12.50% alcanzando tanto el nivel Regular como el nivel Bueno. Esta mejora sugiere que la intervención tuvo un impacto positivo en el rendimiento de algunos estudiantes, aunque una gran mayoría sigue necesitando apoyo adicional para alcanzar niveles más altos de desempeño.

El hecho de que algunos estudiantes hayan avanzado a niveles más altos de desempeño sugiere que la intervención educativa tuvo un impacto positivo en la comprensión y resolución de problemas de trigonometría. Este avance refleja una mejora en las habilidades matemáticas de ciertos estudiantes, lo que indica que las estrategias implementadas favorecieron el desarrollo del pensamiento lógico y la aplicación de conceptos trigonométricos en la resolución de ejercicios y problemas. La reducción en los niveles Deficiente y Malo demuestra que una parte del grupo pudo superar dificultades previas, logrando un mejor desempeño en la posprueba.

A pesar de este progreso, la mayoría de los estudiantes aún se encuentra en los niveles más bajos, lo que evidencia que, si bien hubo mejoras, estas no fueron uniformes en todo el grupo. Es necesario reforzar el aprendizaje a través de metodologías más efectivas o adaptadas a las necesidades individuales de los estudiantes, con el objetivo de que un mayor número de ellos alcance niveles superiores de desempeño. Esto sugiere la importancia de continuar con

estrategias pedagógicas que fomenten la comprensión profunda de la trigonometría y el desarrollo de habilidades matemáticas más sólidas.

Figura 9

Nivel de logro de resolución de problemas fundamentales de trigonometría.

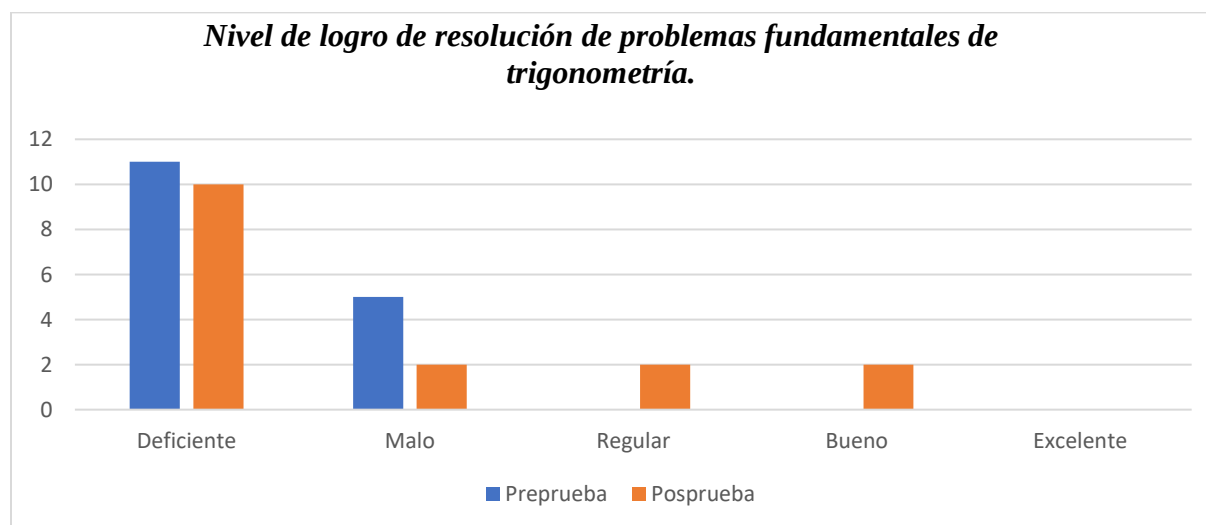


Tabla 7

Nivel de logro de la dimensión 1: Modela objetos con formas geométricas.

Nivel	Rango	Grupo experimental			
		Preprueba		Posprueba	
		n	%	n	%
Deficiente	0 - 1	4	25.00%	1	6.25%
Malo	2 - 2	4	25.00%	1	6.25%
Regular	3 - 3	4	25.00%	9	56.25%
Bueno	4 - 4	4	25.00%	2	12.50%
Excelente	5 - 5	0	0%	3	18.75%
Total		16	100%	16	100%

Nota. Datos tomados de la evaluación aplicada para medir el nivel de logro de los estudiantes respecto al modelamiento de formas geométricas en la resolución de problemas fundamentales en trigonometría.

La tabla muestra el nivel de logro en la primera dimensión denominada como Modela objetos con formas geométricas, antes y después de la intervención educativa en el grupo experimental. Como se puede observar en los niveles Deficiente, Malo, Regular y Bueno se encontraban 4 estudiantes respectivamente y ningún estudiante logró el nivel de Excelente. Después de la intervención, se visualiza que en los niveles Deficiente y Malo solo se encuentran a 1 estudiante respectivamente, mientras que 9 estudiantes logran avanzar al nivel de Regular, 2 estudiantes al nivel Bueno y 3 estudiantes al nivel de Excelente. Se puede observar una mejora significativa en la capacidad de los estudiantes para modelar objetos con formas geométricas, lo que indica un progreso en su comprensión y uso de sistemas de representación. Este mejoramiento es un indicador de que los estudiantes han desarrollado una mayor habilidad para interpretar y emplear sistemas de representación en la modelación de formas geométricas y trigonométricas. El hecho de que más de la mitad del grupo se sitúe en el nivel Regular y que algunos hayan alcanzado el nivel Excelente refleja un aprendizaje efectivo en la identificación, manipulación y abstracción de las formas geométricas.

Figura 10

Nivel de logro de la dimensión 1: Modela objetos con formas geométricas.

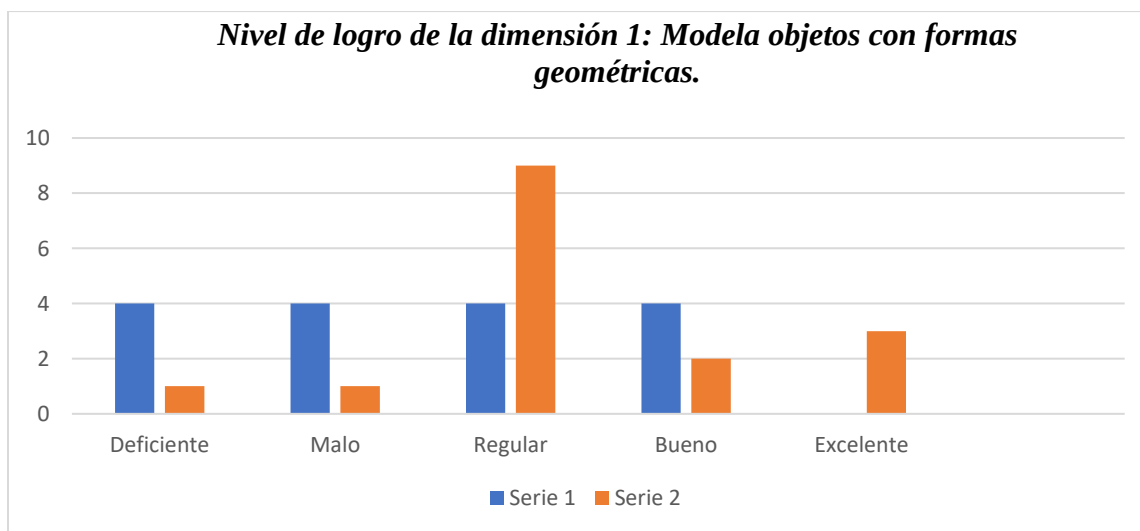


Tabla 8

Nivel de logro de la dimensión 2: Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.

Nivel	Rango	Grupo experimental			
		Preprueba		Posprueba	
		n	%	n	%
Deficiente	0 - 8	11	68.75%	7	43.75%
Malo	9 - 13	3	18.75%	5	31.25%
Regular	14 - 16	2	12.50%	1	6.25%
Bueno	17 - 18	0	0%	3	18.75%
Excelente	19 - 20	0	0%	0	0%
Total		16	100%	16	100%

Nota. Datos tomados de la evaluación aplicada para medir el nivel de logro de los estudiantes respecto a la comunicación de su comprensión de formas geométricas en la resolución de problemas fundamentales en trigonometría.

La tabla muestra el nivel de logro en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría antes y después de una intervención educativa en un grupo experimental. Inicialmente, la mayoría de los estudiantes, 68.75% se encontraban en el nivel Deficiente y el 31.25% en el nivel Malo, sin ningún estudiante en los niveles Regular, Bueno o Excelente. Después de la intervención, aunque todavía hay una alta proporción de estudiantes en el nivel Deficiente del 62.50%, se observa una mejora, con un 12.50% de los estudiantes avanzando al nivel Malo y un 12.50% alcanzando tanto el nivel Regular como el nivel Bueno. Esta mejora sugiere que la intervención tuvo un impacto positivo en el rendimiento de algunos estudiantes, aunque una gran mayoría sigue necesitando apoyo adicional para alcanzar niveles más altos de desempeño.

La tabla refleja una mejora en la capacidad de los estudiantes para comunicar su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas - trigonométricas, lo que sugeriría que el uso de sistemas de representación ha favorecido su expresión matemática. El mejoramiento en la comunicación trigonométrica se puede atribuir al uso de sistemas de representación simbólica, que permiten a los estudiantes expresar ideas de manera más estructurada. Representaciones gráficas y diagramas pueden haber facilitado la organización de su pensamiento y la articulación de sus explicaciones. A medida que los estudiantes aprenden a utilizar estos sistemas, su lenguaje trigonométrico se vuelve más preciso y coherente, permitiéndoles describir propiedades, relaciones y transformaciones con mayor claridad. Este proceso de traducción entre representaciones visuales y verbales favorece una comprensión más profunda y una comunicación más efectiva del conocimiento trigonométrico.

Figura 11

Nivel de logro de la dimensión 2: Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.

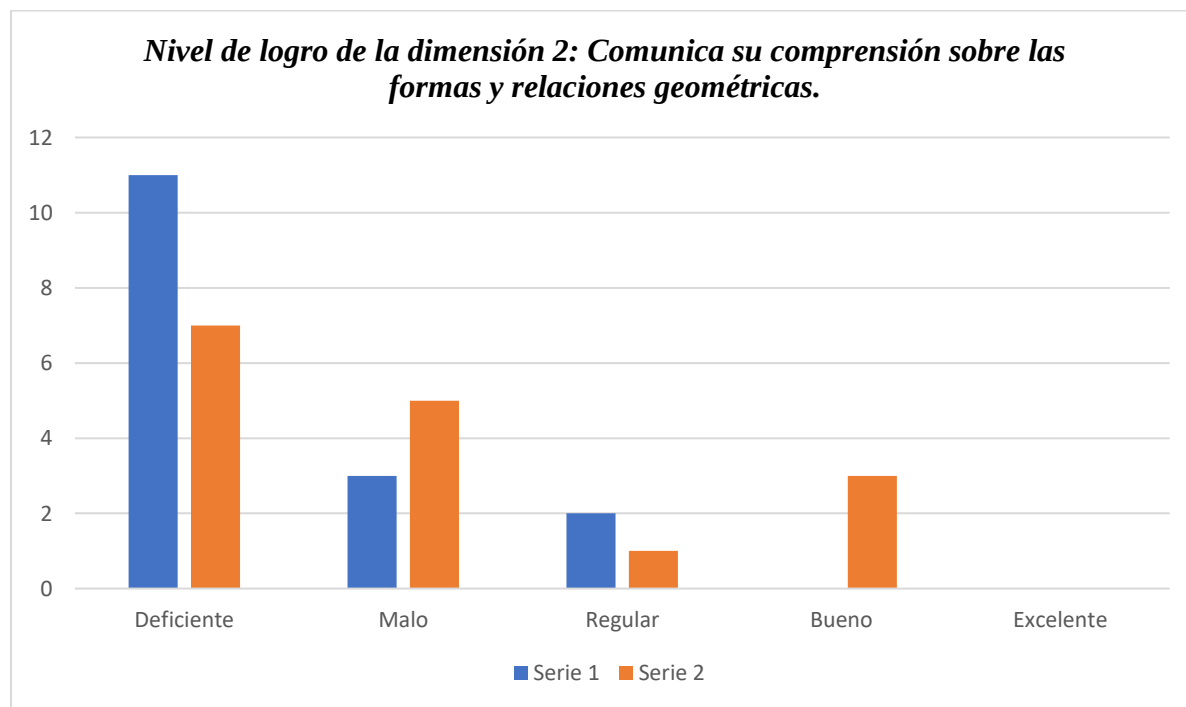


Tabla 9

Nivel de logro de la dimensión 3: Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas.

Nivel	Rango	Grupo experimental			
		Preprueba		Posprueba	
		n	%	n	%
Deficiente	0 - 8	11	68.75%	10	62.50%
Malo	9 - 13	5	31.25%	2	12.50%
Regular	14 - 16	0	0%	2	12.50%
Bueno	17 - 18	0	0%	2	12.50%
Excelente	19 - 20	0	0%	0	0%
Total		16	100%	16	100%

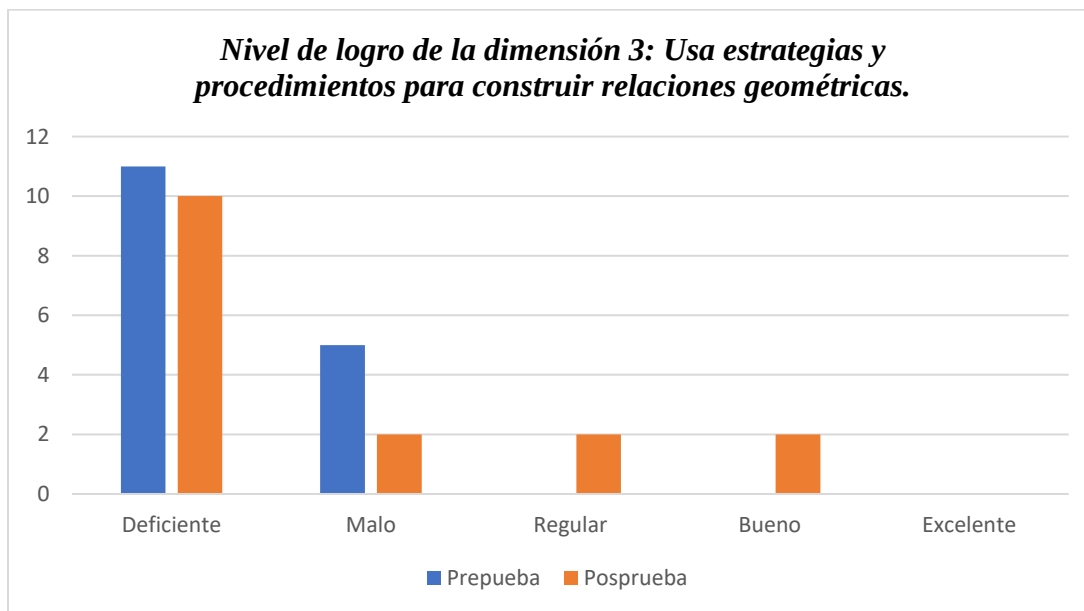
Nota. Datos tomados de la evaluación aplicada para medir el nivel de logro de los estudiantes respecto al uso de estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas en la resolución de problemas fundamentales en trigonometría.

La tabla muestra el nivel de logro en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría antes y después de una intervención educativa en un grupo experimental. Inicialmente, la mayoría de los estudiantes, 68.75% se encontraban en el nivel Deficiente y el 31.25% en el nivel Malo, sin ningún estudiante en los niveles Regular, Bueno o Excelente. Después de la intervención, aunque todavía hay una alta proporción de estudiantes en el nivel Deficiente del 62.50%, se observa una mejora, con un 12.50% de los estudiantes avanzando al nivel Malo y un 12.50% alcanzando tanto el nivel Regular como el nivel Bueno. Esta mejora sugiere que la intervención tuvo un impacto positivo en el rendimiento de algunos estudiantes, aunque una gran mayoría sigue necesitando apoyo adicional para alcanzar niveles más altos de desempeño.

La tabla muestra una mejora en el uso de estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas - trigonométricas, lo que indica que los estudiantes han desarrollado mejores herramientas para resolver problemas a partir del uso de sistemas de representación. En la preprueba, todos los estudiantes se encontraban en los niveles “Deficiente” y “Malo”, lo que indicaría que tenían dificultades para aplicar estrategias geométricas en la resolución de problemas. Sin embargo, en la posprueba, estos niveles disminuyeron respectivamente, y algunos estudiantes avanzaron a niveles superiores como Regular y Bueno. Este progreso indica que ciertos estudiantes han comenzado a utilizar herramientas más estructuradas y eficientes para analizar y resolver problemas geométricos. Los sistemas de representación pueden considerarse estrategias clave en la resolución de problemas, ya que permiten organizar la información de manera visual y simbólica, facilitando la identificación de patrones y relaciones geométricas. Al representar un problema mediante diagramas, gráficos o modelos tridimensionales, los estudiantes pueden descomponer situaciones complejas en elementos más manejables, lo que les ayudaría a encontrar soluciones de manera más estructurada. Además, el uso de representaciones simbólicas, como ecuaciones o expresiones algebraicas, refuerza la conexión entre los conceptos trigonométricos empleados, favoreciendo un enfoque más analítico y lógico en la resolución de problemas.

Figura 12

Nivel de logro de la dimensión 3: Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas.

**Tabla 10**

Nivel de logro de la dimensión 4: Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

Nivel	Rango	Grupo experimental			
		Preprueba		Posprueba	
		n	%	n	%
Deficiente	0 - 8	13	68.75%	12	62.50%
Malo	9 - 13	3	31.25%	1	12.50%
Regular	14 - 16	0	0%	2	12.50%
Bueno	17 - 18	0	0%	1	12.50%
Excelente	19 - 20	0	0%	0	0%
Total		16	100%	16	100%

Nota. Datos tomados de la evaluación aplicada para medir el nivel de logro de los estudiantes respecto a la argumentación de afirmaciones sobre las relaciones geométricas que utiliza en la resolución de problemas fundamentales en trigonometría.

La tabla muestra el nivel de logro en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría antes y después de una intervención educativa en un grupo experimental. Inicialmente, la mayoría de los estudiantes, 68.75% se encontraban en el nivel Deficiente y el 31.25% en el nivel Malo, sin ningún estudiante en los niveles Regular, Bueno o Excelente. Después de la intervención, aunque todavía hay una alta proporción de estudiantes en el nivel Deficiente del 62.50%, se observa una mejora, con un 12.50% de los estudiantes avanzando al nivel Malo y un 12.50% alcanzando tanto el nivel Regular como el nivel Bueno. Esta mejora sugiere que la intervención tuvo un impacto positivo en el rendimiento de algunos estudiantes, aunque una gran mayoría sigue necesitando apoyo adicional para alcanzar niveles más altos de desempeño.

La tabla evidencia una leve mejora en la capacidad de los estudiantes para argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas, lo que sugiere que el uso adecuado de sistemas de representación ha influido en el desarrollo de su razonamiento matemático. Aunque el avance es modesto, muestra que algunos estudiantes han comenzado a mejorar en la formulación y estructuración de argumentos matemáticos. En este caso, el uso de sistemas de representación es fundamental para argumentar de manera efectiva en la resolución de problemas trigonométricos, ya que proporciona herramientas visuales y simbólicas que ayudan a sustentar afirmaciones con mayor claridad. La aplicación de diagramas y gráficos trigonométricos permiten a los estudiantes visualizar relaciones y propiedades, facilitando la construcción de explicaciones más precisas. Asimismo, el empleo de representaciones algebraicas y simbólicas refuerza la conexión entre conceptos y permite justificar soluciones de forma lógica. Cuando los estudiantes pueden traducir información entre distintos sistemas de representación, tienen más recursos para

argumentar sus respuestas de manera coherente y fundamentada, lo que contribuye a una mejor comprensión y comunicación del conocimiento matemático.

Figura 13

Nivel de logro de la dimensión 4: Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

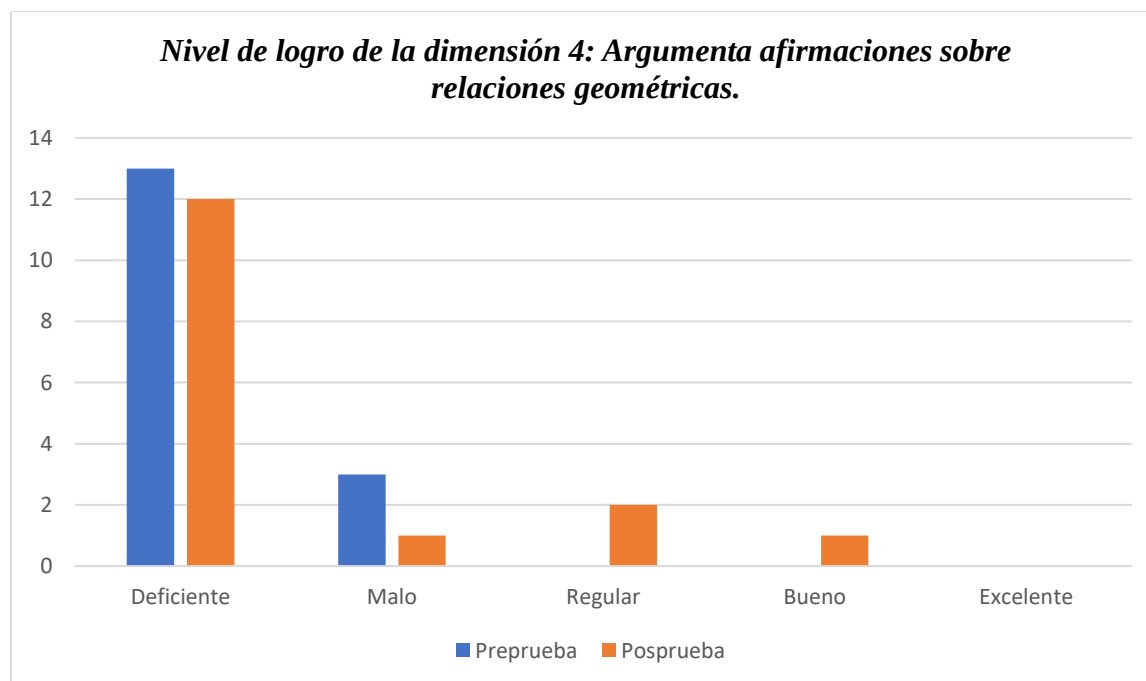


Tabla 11

Media y desviación estándar de la resolución de problemas fundamentales de trigonometría y sus dimensiones, respecto al grupo experimental.

	<i>Media 2</i>	<i>Media 1</i>	<i>Diferencia entre medias</i>	<i>Desviación estándar 2</i>	<i>Desviación estándar 1</i>	<i>Diferencia de la desviación estándar</i>
<i>Resolución de problemas trigonométricos fundamentales de trigonometría.</i>	8.5	5.5	3	4.86	4.21	0.65
<i>Modela objetos con formas geométricas.</i>	3.3125	2.4375	0.875	1.07	1.26	0.19

<i>Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.</i>	1.75	1	0.75	1.43	1.09	0.34
<i>Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas.</i>	2.5	1.5625	0.9375	1.55	1.59	0.04
<i>Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.</i>	0.9375	0.4375	0.5	1.34	0.81	0.53

Nota. Promedio y dispersión estándar en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría y sus componentes, correspondientes al grupo experimental.

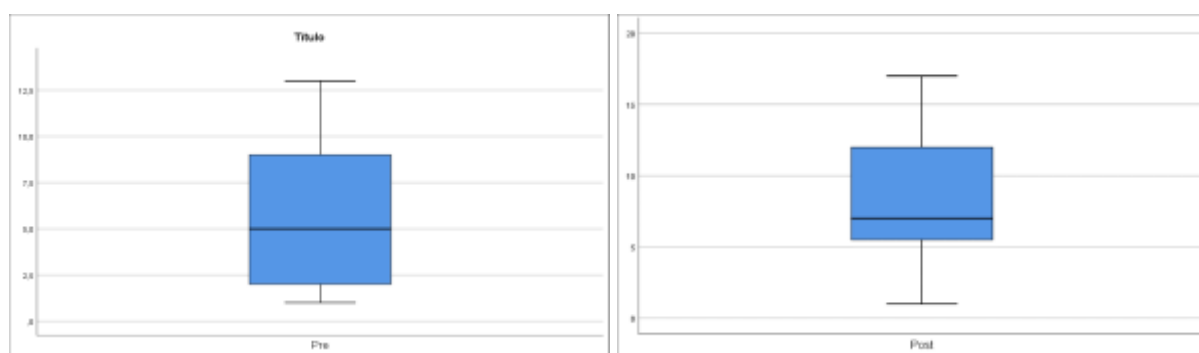
La tabla 10 muestra las diferencias entre medias y de la desviación estándar, luego de haber concluido con la aplicación del experimento. Se puede observar que las diferencias entre las medias son positivas lo que muestra que la aplicación dio buenos resultados y mejoró relativamente el aprendizaje en los estudiantes de pregrado, del programa de matemática y Física de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

El cuadro presentado es importante porque permite analizar cuantitativamente el impacto de una intervención educativa sobre el grupo experimental, específicamente en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría y sus dimensiones. A través del análisis de las medias y desviaciones estándar antes (media 1) y después (media 2) de la intervención, es posible comparar el rendimiento, reflejando así el avance o retroceso en cada una de las dimensiones evaluadas. Además, permite evaluar el efecto del tratamiento ya que un aumento en las medias indica mejoras en las competencias del grupo, mientras que una reducción en la desviación estándar sugiere una mayor homogeneidad en los resultados. También ayuda a identificar fortalezas y debilidades, puesto que algunas dimensiones muestran mejoras significativas —como la resolución de problemas y el uso de estrategias—, lo cual permite valorar qué aspectos del

proceso de enseñanza fueron más efectivos. Finalmente, estos datos respaldan decisiones pedagógicas, ya que ofrecen una base objetiva para ajustar metodologías y estrategias de enseñanza. En resumen, este cuadro es una herramienta clave para medir el progreso, validar la efectividad de la intervención y orientar futuras prácticas docentes.

Figura 14

Media y desviación estándar de la resolución de problemas fundamentales de trigonometría y sus dimensiones, respecto al grupo experimental.



Nota. Las cajas muestran que los sistemas de representación influyen en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría en los estudiantes de pregrado de la especialidad de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

4.2. Pruebas de hipótesis

El análisis e interpretación de la prueba de normalidad es fundamental en una investigación, ya que permite validar los supuestos estadísticos necesarios para aplicar pruebas adecuadas y así obtener conclusiones confiables. Para poder decidir sobre la prueba de hipótesis a emplear, es necesario primero determinar el nivel de distribución de la normalidad de los datos estadísticos, para esto se empleará la prueba de normalidad de Shapiro Wilk y se respaldará con la prueba de Kolmogorov Smirnov, por tratarse de una muestra pequeña de 16 estudiantes. La prueba de Shapiro-Wilk plantea la hipótesis nula que una muestra proviene de una

distribución normal y una hipótesis alterna que sostiene que la distribución no es normal. Para ello, elegimos un nivel de significancia de 0.05 y tenemos:

H_0 (hipótesis nula): La distribución es normal.

H_a (hipótesis alterna): La distribución no es normal.

Si $\text{valor } p < \alpha 0.05 = \text{no normal}$ = Prueba no paramétrica

$\text{valor } p > \alpha 0.05 = \text{normal}$ = Prueba paramétrica

Tabla 12

Prueba de normalidad con Shapiro Wilk – Kolmogorov Smirnov.

Prueba de normalidad						
	Shapiro Wilk			Kolmogorov Smirnov		
	Estadístico	gl	valor p	Estadístico	gl	valor p
PRETEST	0.882	16	0.042	0.235	16	0.019
POSTEST	0.864	16	0.022	0.215	16	0.047

Nota. Elaborado en SPSS v.27 y editado en Microsoft Word.

Hipótesis general

H_0 : Los sistemas de representación no influyen en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

H_a : Los sistemas de representación influyen en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

La Tabla 12 presenta los resultados de las pruebas de normalidad de Shapiro-Wilk y Kolmogorov-Smirnov, para los datos del pretest y posttest. Para el pretest, ambas pruebas muestran significancias menores a 0.05 (Shapiro-Wilk valor $p=0.042$ y Kolmogorov-Smirnov valor $p=0.019$), indicando claramente que los datos no siguen una distribución normal. De manera similar, para el posttest, ambos resultados de significancia son menores a 0.05 (Shapiro-

Wilk valor $p = 0.022$ y Kolmogorov-Smirnov valor $p = 0.047$), lo que también sugiere que los datos no presentan una distribución normal. Este análisis e interpretación de la prueba de normalidad nos permite validar los estadísticos y seleccionar las pruebas adecuadas para obtener conclusiones confiables. En este caso, la no normalidad de los datos tanto en el pretest como en el posttest requiere la aplicación de pruebas estadísticas no paramétricas para evaluar la hipótesis general sobre la influencia de los sistemas de representación en la resolución de problemas de trigonometría. Esta decisión metodológica garantiza la validez y confiabilidad de los resultados al asegurar que se toman decisiones estadísticas basadas rigurosamente en las características reales de la distribución de los datos obtenidos.

Por ello, la prueba de Wilcoxon se utiliza en esta investigación debido a que los datos del pretest no presentan una distribución normal al igual que los datos del posttest, según las pruebas de Shapiro-Wilk y Kolmogórov-Smirnov. Dado que las pruebas paramétricas, como la T de Student, requieren que los datos cumplan con el supuesto de normalidad, su aplicación no sería apropiada en este contexto. En ese entender, la prueba de Wilcoxon para rangos con signo es una prueba estadística no paramétrica diseñada específicamente para comparar dos mediciones relacionadas (como un pretest y un posttest) cuando no se puede asumir la normalidad de los datos. Con esta prueba identificaremos si existen diferencias significativas entre las dos condiciones, respetando la naturaleza de los datos y garantizando conclusiones válidas. Por ello, su uso es adecuado para asegurar la validez de los resultados obtenidos de la presente investigación.

Tabla 13

Prueba de normalidad con Wilcoxon para muestras relacionadas – Resolución de problemas fundamentales de trigonometría.

	<i>Z</i>	<i>gl</i>	<i>p</i>
<i>Resolución de problemas fundamentales de trigonometría.</i>	-2,899 ^b	16	0,004

Nota. Elaborado en SPSS v.27 y editado en Microsoft Word.

Como $p=0,004 < 0,05$, se rechaza la hipótesis nula (H_0) y se acepta la hipótesis alterna (H_a) o del investigador, es decir la media de la posprueba y la preprueba son diferentes, por tanto, los sistemas de representación influyen en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría; en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

Los resultados de la prueba de Wilcoxon evidencian una diferencia estadísticamente significativa en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría entre las dos mediciones relacionadas, lo que indica un cambio real en el desempeño de los estudiantes. El valor negativo del estadístico Z (-2,899) sugiere que los resultados del postest fueron significativamente mejores que los del pretest. Aunque para confirmar la dirección específica del cambio se requiere observar las estadísticas descriptivas, la significancia estadística encontrada asegura que dicha variación no es producto del azar, sino resultado de la intervención aplicada.

Hipótesis específicas

Primera hipótesis específica

H₀: Los sistemas de representación no influyen en la modelación de objetos con formas geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

H_a: Los sistemas de representación influyen en la modelación de objetos con formas geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

Tabla 14

Prueba de normalidad con Wilcoxon para muestras relacionadas – Dimensión 1: Modela objetos con formas geométricas.

	<i>Z</i>	<i>gl</i>	<i>p</i>
<i>Dimensión 1: Modela objetos con formas geométricas.</i>	-3,956 ^b	16	0,001

Nota. Elaborado en SPSS v.27 y editado en Microsoft Word.

Los resultados de la prueba de Wilcoxon revelan una diferencia estadísticamente significativa en la capacidad de los estudiantes para modelar objetos con formas geométricas entre las dos mediciones realizadas, con una mejora notable en el postest. El valor negativo del estadístico Z (-3,956) y el nivel de significancia ($p = 0,001$) indican que este cambio es consistente y no atribuible al azar, lo que sugiere que la intervención educativa tuvo un impacto positivo en el desarrollo de esta competencia específica.

Así pues, los resultados evidencian que los estudiantes fortalecieron significativamente su habilidad para modelar objetos con formas geométricas tras haber participado en la intervención educativa. Este avance no solo refleja un aumento en sus conocimientos y destrezas, sino también una mejora en su comprensión espacial y capacidad de aplicar conceptos geométricos a contextos concretos. El cambio observado sugiere que las estrategias didácticas implementadas fueron efectivas, favoreciendo procesos de aprendizaje más significativos, el desarrollo del pensamiento visual y geométrico, así como una mayor seguridad y autonomía al enfrentarse a situaciones que exigen la construcción o representación de figuras geométricas.

Segunda hipótesis específica

H₀: Los sistemas de representación no influyen en la comunicación sobre la comprensión de las formas y relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

H_a: Los sistemas de representación influyen en la comunicación sobre la comprensión de las formas y relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

Tabla 15

Prueba de normalidad con Wilcoxon para muestras relacionadas – Dimensión 2: Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.

	<i>Z</i>	<i>gl</i>	<i>p</i>
<i>Dimensión 2: Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.</i>	-3,956 ^b	16	0,003

Nota. Elaborado en SPSS v.27 y editado en Microsoft Word.

Los resultados de la prueba de Wilcoxon muestran que hubo una mejora significativa en la capacidad de los estudiantes para comunicar su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas, al compararse las mediciones antes y después de la intervención educativa. El valor negativo del estadístico Z (-3,956) y el nivel de significancia ($p = 0,003$) indican que este progreso es consistente y no atribuible al azar, lo cual sugiere que la intervención tuvo un efecto positivo en el desarrollo de esta competencia comunicativa en el ámbito geométrico.

Los resultados reflejan que la intervención educativa permitió a los estudiantes mejorar notablemente su habilidad para expresar y compartir ideas sobre las formas y relaciones geométricas. Esta mejora no solo implica un dominio más claro del contenido, sino también una mayor capacidad para describir y representar conceptos geométricos con mayor precisión y

confianza. El hecho de que este avance sea estadísticamente significativo refuerza la idea de que los espacios de aprendizaje brindados durante la intervención promovieron un entorno donde los estudiantes pudieron construir y comunicar su comprensión de manera más efectiva, fortaleciendo así una competencia clave en el aprendizaje matemático.

Tercera hipótesis específica

H₀: Los sistemas de representación no influyen en el uso de estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

H_a: Los sistemas de representación influyen en el uso de estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

Tabla 16

Prueba de normalidad con Wilcoxon para muestras relacionadas – Dimensión 3: Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas.

	<i>Z</i>	<i>gl</i>	<i>p</i>
<i>Dimensión 3: Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas.</i>	-3,956 ^b	16	0,001

Nota. Elaborado en SPSS v.27 y editado en Microsoft Word.

Los resultados de la prueba de Wilcoxon evidencian una diferencia estadísticamente significativa en la capacidad de los estudiantes para usar estrategias y procedimientos en la construcción de relaciones geométricas entre las dos evaluaciones realizadas. El valor negativo del estadístico Z (-3,956) y el bajo nivel de significancia ($p = 0,001$) indican que el desempeño en el postest fue considerablemente superior al del pretest, lo cual sugiere que la intervención educativa tuvo un efecto positivo en el desarrollo de esta competencia específica, mejorando la

manera en que los estudiantes abordan y resuelven situaciones geométricas mediante estrategias y procedimientos adecuados.

Los resultados reflejan que la intervención educativa tuvo un impacto significativo en el fortalecimiento de la competencia de los estudiantes para aplicar estrategias y procedimientos en la construcción de relaciones geométricas. Esta mejora se manifiesta en una mayor capacidad para enfrentar problemas espaciales con mayor seguridad, organización y lógica, evidenciando un progreso en su razonamiento geométrico - trigonométrico. Asimismo, sugiere que los estudiantes no solo adquirieron conocimientos teóricos, sino que también lograron interiorizar formas más efectivas de pensar y actuar frente a situaciones geométricas, lo que puede relacionarse con el uso de recursos didácticos, metodologías activas o experiencias prácticas que facilitaron el aprendizaje significativo.

Cuarta hipótesis específica

H₀: Los sistemas de representación no influyen en la argumentación de afirmaciones sobre relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

H_a: Los sistemas de representación influyen en la argumentación de afirmaciones sobre relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.

Tabla 17

Prueba de normalidad con Wilcoxon para muestras relacionadas – Dimensión 4: Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

	<i>Z</i>	<i>gl</i>	<i>p</i>
<i>Dimensión 4: Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.</i>	-2,899 ^b	16	0,004

Nota. Elaborado en SPSS v.27 y editado en Microsoft Word.

Los resultados de la prueba de Wilcoxon muestran que hubo una diferencia estadísticamente significativa en la habilidad de los estudiantes para argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas entre el pretest y el posttest, siendo notable la mejora tras la intervención educativa. El valor negativo del estadístico Z (-2,899) y el bajo nivel de significancia ($p = 0,004$) indican que este progreso no se debe al azar, lo que sugiere que la intervención tuvo un efecto positivo en el desarrollo del razonamiento argumentativo de los estudiantes dentro del contexto geométrico.

Esto indica que la intervención logró mejorar el razonamiento argumentativo de los estudiantes, especialmente en el contexto de las relaciones geométricas, lo que podría implicar una mejor comprensión y capacidad para justificar y explicar conceptos geométricos de manera coherente y lógica. Este tipo de mejora en habilidades argumentativas puede tener un efecto duradero en el desarrollo cognitivo y académico de los estudiantes, ayudándoles a pensar más críticamente y a desarrollar habilidades de razonamiento más sofisticadas en matemáticas.

4.3. Presentación de resultados

4.3.1. Descripción de los hallazgos más relevantes y significativos

El objetivo general de la investigación fue determinar en qué medida el uso de los sistemas de representación influyen en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de educación, UNSAAC – 2024.

En ese sentido, se determinó que la influencia del uso de los sistemas de representación planteados por Raymond Duval mejora la resolución de problemas fundamentales de trigonometría, mostrando un cambio ligeramente positivo, esto debido a que durante la ejecución del experimento se presentaron algunas limitaciones con respecto a los estudiantes, como por

ejemplo, tenían horarios diversos, otras actividades académicas, falta de interés por el desarrollo del contenido trigonométrico así como el desconocimiento de términos clave en cuanto al lenguaje trigonométrico fundamental. Así pues, considerando que en la preprueba la mayoría de los estudiantes se encontraba en el nivel Deficiente (68.75%) y Malo (31.25%), y posterior a la aplicación del experimento se puede observar que se reduce relativamente la cantidad de estudiantes de los niveles Deficiente y Malo, y estos a su vez son promovidos a los siguientes niveles de Regular y Bueno, sin embargo, también se puede observar que ningún estudiante alcanza el nivel de Excelente.

4.3.2. Comparación con la literatura existente

Al respecto, de la resolución de problemas fundamentales de trigonometría:

En la presente investigación se buscó indagar como el estudiante hace uso de los sistemas de representación para resolver problemas fundamentales de trigonometría a partir de la presentación de un enunciado verbal. En complemento con la tesis de Irua (2022), ambas investigaciones confirman que la aplicación de estrategias didácticas específicas (ya sea de representación o de estilo de aprendizaje) genera una mejora significativa o positiva en el rendimiento de los estudiantes en trigonometría. Los hallazgos se complementan al sugerir que una intervención ideal debe integrar ambos enfoques. La presente investigación identifica el desconocimiento de términos clave en cuanto al lenguaje trigonométrico fundamental como una limitación. Y esta idea se refuerza por Irua (2022) cuando en su tesis se orienta a la necesidad del uso de conceptos claros, modelos y terminología precisa.

Para Molano (2022), es importante el uso de una estrategia pedagógica (soporte de EXeLearning) para la comprensión de funciones trigonométricas. Ambas investigaciones reconocen la importancia de las diferentes representaciones en el aprendizaje de la trigonometría.

Sin embargo, la tesis de la UNSAAC es más crítica al identificar limitaciones externas e internas (falta de interés y carencia de conceptos trigonométricos) que obstaculizaron un mayor impacto del experimento, algo que Molano no enfatiza, centrándose más en el éxito de la herramienta TIC.

En conjunto, los resultados de la investigación de Aire y Vilcahuamán (2019) y la intervención educativa indican que el uso de una metodología puede ser una herramienta efectiva para mejorar el aprendizaje de trigonometría. La mejora observada en los niveles de logro post – intervención destaca la influencia de esta metodología para facilitar una comprensión más profunda y un mejor rendimiento académico. Sin embargo, también se subraya la importancia de implementar estrategias complementarias para asegurar que todos los estudiantes puedan beneficiarse plenamente y alcanzar su máximo potencial en el aprendizaje del área de matemática.

Para Marroquín (2021), la intervención educativa demuestra que los talleres y las evaluaciones cortas pueden ser herramientas efectivas para mejorar el rendimiento académico en cursos de geometría y trigonometría. La mejora observada en los niveles de logro post - intervención indica un avance positivo, pero también resalta la importancia de continuar implementando estrategias educativas adicionales para asegurar que todos los estudiantes puedan beneficiarse plenamente y alcanzar su máximo potencial académico. Lo cual se contrasta con los resultados de esta investigación.

Valverde (2024) encontró una correlación fuerte y positiva entre la representación, la comprensión y la interpretación, mientras que esta investigación confirmó una influencia positiva de la representación variada en la resolución de problemas de trigonometría, logrando que el 100% de los estudiantes superara los niveles más bajos. No obstante, la tesis reporta un cambio

solo “ligeramente positivo”, atribuyendo esta limitación no a la estrategia en sí, sino a factores actitudinales y de vocabulario de los estudiantes, lo que sugiere que la plena efectividad de las estrategias de representación depende fundamentalmente de la motivación y el dominio del lenguaje matemático subyacente por parte de los estudiantes.

4.3.3. *Implicancias del estudio*

En cuanto a la investigación ejecutada se puede observar que los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de educación UNSAAC – 2024. La mejora, aunque modesta, sugiere que la intervención educativa tuvo un impacto positivo en el rendimiento de algunos estudiantes. Sin embargo, la persistencia de un alto porcentaje de estudiantes en el nivel Deficiente subraya la necesidad de proporcionar apoyo adicional para que estos estudiantes puedan alcanzar niveles más altos de desempeño. Dentro de los aspectos menos desarrollados en cuanto a la resolución de problemas fundamentales de trigonometría se observa que existe un débil puente para desarrollar la traducción de representaciones verbales a representaciones simbólicas, y posterior a ello la comunicación y argumentación efectivas de las mismas. Con base a lo mencionado, el uso de los sistemas de representación permite mejorar en cuanto a la resolución de problemas fundamentales de trigonometría, ya que juegan un papel imprescindible en la resolución de problemas de trigonometría en estudiantes universitarios. Estos sistemas, que abarcan representaciones numéricas, gráficas, algebraicas y verbales, contribuyen a una mejor comprensión y manejo de conceptos matemáticos complejos.

El empleo de diversas representaciones permite que los estudiantes enfrenten los problemas desde diferentes enfoques, lo que fortalece su comprensión y fomenta un pensamiento más dinámico y adaptable. Por ejemplo, al expresar una función trigonométrica tanto de manera gráfica como algebraica, es posible visualizar su comportamiento y analizar sus características de

forma más completa. La capacidad de alternar entre distintos tipos de representación resulta clave para el desarrollo de habilidades matemáticas sólidas.

En el caso específico de la trigonometría, la capacidad de modelar situaciones del mundo real a través de distintos sistemas de representación es clave. Al abordar problemas relacionados con razones trigonométricas, los estudiantes pueden recurrir a modelos que incluyan representaciones numéricas, gráficas y algebraicas para analizar y resolver situaciones prácticas. Este enfoque integral favorece la comprensión y aplicación de los conceptos trigonométricos en contextos reales. Para concluir, dominar y emplear adecuadamente diversos sistemas de representación es fundamental para la resolución eficaz de problemas trigonométricos en la educación universitaria. Desarrollar la habilidad de interconectar y alternar entre diferentes representaciones no solo fortalece la comprensión conceptual, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos matemáticos con mayor eficacia y creatividad.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

Primera: La integración de los sistemas de representación influye en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría, en estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024, debido a que la intervención educativa implementada de los sistemas de representación muestra resultados positivos en la mejora del rendimiento académico de los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas fundamentales en trigonometría. Aunque una mayoría de estudiantes todavía se encuentra en el nivel Deficiente después de la intervención, hay una disminución en este nivel y un avance de varios estudiantes a niveles más altos (Malo, Regular y Bueno). Estos cambios sugieren que el uso constante de los sistemas de representación tiene el potencial de mejorar la comprensión y el rendimiento en trigonometría, aunque es necesario seguir trabajando para que más estudiantes puedan avanzar a niveles de logro aún más altos, idealmente llegando al nivel Excelente.

Segunda: La integración de los sistemas de representación influye en la modelación de objetos con formas geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024, debido a que la intervención educativa ha tenido un impacto positivo significativo en el rendimiento de los estudiantes en la dimensión “Modela objetos con formas geométricas”. La notable reducción en los niveles Deficiente y Malo, junto con el aumento en los niveles Regular y Excelente, indica que la intervención ayudó a mejorar considerablemente las habilidades de los estudiantes para modelar objetos con formas geométricas. Aunque hay una ligera disminución en el nivel Bueno, el incremento general en los niveles más altos de logro (Regular y Excelente) demuestra un avance significativo en la comprensión y aplicación de conceptos trigonométricos por parte de los estudiantes. Estos

resultados sugieren que la intervención educativa fue eficaz en mejorar el rendimiento académico en esta dimensión específica.

Tercera: La integración de los sistemas de representación influye en la comunicación sobre la comprensión de las formas y relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024, debido a que la intervención educativa ha mostrado un impacto positivo en la mejora del rendimiento de los estudiantes en la dimensión “Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas”. La significativa reducción en el nivel Deficiente y el aumento en el nivel Bueno son indicativos de un progreso considerable. Sin embargo, el incremento en el número de estudiantes en el nivel Malo sugiere que algunos estudiantes que mejoraron su desempeño desde el nivel Deficiente no lograron avanzar suficientemente para alcanzar niveles más altos como Regular o Bueno. Además, la ausencia de estudiantes en el nivel Excelente tanto antes como después de la intervención indica que aún hay margen para mejorar y alcanzar niveles de excelencia en la comprensión y comunicación de conceptos geométricos. La intervención ha sido efectiva en mover a un buen número de estudiantes fuera del nivel Deficiente y en lograr que algunos alcancen el nivel Bueno. Sin embargo, es necesario seguir ajustando y reforzando las estrategias educativas para continuar mejorando el desempeño, especialmente para aquellos estudiantes que aún permanecen en los niveles más bajos y para aquellos que podrían alcanzar niveles de excelencia con el apoyo adecuado.

Cuarta: La integración de los sistemas de representación influyen en el uso de estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024, debido a que la intervención educativa ha tenido un impacto positivo en el rendimiento académico de los

estudiantes en trigonometría. Aunque una mayoría de estudiantes todavía se encuentra en el nivel Deficiente después de la intervención, hay una disminución en este nivel y un avance de varios estudiantes a niveles más altos (Regular y Bueno). Estos cambios sugieren que la intervención ayudó a mejorar el rendimiento de algunos estudiantes, pero todavía hay un número considerable que necesita apoyo adicional para alcanzar niveles más altos de desempeño. No se observó ningún estudiante en el nivel Excelente, lo cual indica que hay un margen significativo para seguir mejorando.

Quinta: La integración de los sistemas de representación influyen en la argumentación de afirmaciones sobre relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024, debido a que La intervención educativa ha tenido un impacto positivo en el rendimiento académico de los estudiantes en trigonometría. Aunque una mayoría de estudiantes todavía se encuentra en el nivel Deficiente después de la intervención, hay una disminución en este nivel y un avance de varios estudiantes a niveles más altos (Regular y Bueno). Estos cambios sugieren que la intervención ayudó a mejorar el rendimiento de algunos estudiantes, pero todavía hay un número considerable que necesita apoyo adicional para alcanzar niveles más altos de desempeño. No se observó ningún estudiante en el nivel Excelente, lo cual indica que hay un margen significativo para seguir mejorando.

Recomendaciones

Primera: Para mejorar el desempeño estudiantil y reducir el número de estudiantes en nivel Deficiente, se recomienda implementar tutorías personalizadas, enfocadas en las áreas de mayor dificultad. Estas pueden ser dirigidas por docentes o estudiantes avanzados, permitiendo una atención más individualizada y efectiva.

Segunda: De acuerdo con los resultados de la intervención educativa en mejorar la habilidad de los estudiantes en el modelado de objetos con formas trigonométricas, se recomienda fortalecer el uso de herramientas digitales como el software de geometría dinámica. Esto facilitará la visualización y experimentación de conceptos geométricos, promoviendo un aprendizaje más profundo y duradero.

Tercera: Para mejorar la comunicación sobre formas y relaciones geométricas, se recomienda fomentar actividades colaborativas como proyectos grupales, presentaciones y debates. Estas dinámicas permitirán a los estudiantes articular y defender sus ideas trigonométricas, fortaleciendo su comprensión y expresión matemática.

Cuarta: Para mejorar los niveles de desempeño, es importante desarrollar estrategias de refuerzo para aquellos estudiantes que aún se encuentran en niveles bajos. Estas estrategias pueden incluir ejercicios adicionales, clases de repaso y el uso de recursos interactivos que permitan a los estudiantes practicar y consolidar sus conocimientos de manera continua.

Quinta: Para mejorar la argumentación de afirmaciones sobre relaciones trigonométricas, se sugiere integrar evaluaciones formativas regulares que proporcionen retroalimentación inmediata a los estudiantes. Estas evaluaciones ayudarán a identificar áreas de mejora y permitirían a los estudiantes ajustar sus estrategias de aprendizaje antes de las evaluaciones sumativas, facilitando un mejor desempeño académico.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aire Correa, J., & Vilcahuamán Tadeo, R. (2019). *Influencia de la Metodología Aula invertida en el aprendizaje de razones trigonométricas de ángulos coterminales y cuadrantales del área de matemática en estudiantes preuniversitarios de la Institución Educativa Privada Los Andes - 2018*. Repositorio Institucional. Universidad Continental. (Tesis de maestría), Huancayo.
- Álvarez Narváez, G. Y. (2018). Percepción espacial de la matemática en los estudiantes de educación media general en la unidad educativa Andrés Bello. *Revista Ciencias de la Educación*, 28(52), 21. <http://servicio.bc.uc.edu.ve/educacion/revista/52/art02.pdf>
- Angulo Vergara, M. L., Arteaga Valdés, E., & Carmenates Barrios, O. A. (2020). La formación de onceptos matemáticos en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática. *Revista Conrado*, 16(74), 8. http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S1990-86442020000300298&script=sci_arttext
- Aray Andrade, C., Guerrero Alcívar, Y., Montenegro Palma, L., & Navarrete Ampuero, S. (2020). La suuperficialidad en la enseñanza de la trigonometría en el bachillerato y su incidencia en el aprendizaje del cálculo en el nivel universitario. *ReHuSo: Revista de Ciencias Humanísticas y Sociales*, 5(2), 62-69. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7408902>
- Arce Sánchez, M., Conejo Garrote, L., & Muñoz Escolano, J. M. (2019). *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*. SÍNTESIS. <https://www.sintesis.com/data/indices/9788491712657.pdf>
- Blanco, T. F., & Franco Ferreira, P. (2021). Percepción de los profesores de Formación Profesional sobre la competencia matemática en los Ciclos de Grado Superior. Profesorado, *Revista De Currículum Y Formación Del Profesorado*, 25(1), 153–175. <https://doi.org/10.30827/profesorado.v25i1.8285>
- Bonacina, M., Malaspina, U., Carranza, P., & Engler, A. (2014). Comunicación en CIDU 2014 Rosario (Argentina). *La enseñanza de la Matemática en carreras profesionales: tensiones entre contenidos y propuesta didáctica*, (pág. 37). Rosario.
- Borromeo Ferri, R. (2018). Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education. Cham, Suiza: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9>
- Calle Chacón, L. P., Garcia-Herrera, D. G., Ochoa Encalada, S. C., & Erazo Álvarez, J. C. (2020). La motivación en el aprendizaje de la matemática: Perspectiva de estudiantes de básica superior. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria KOINONIA*, 5(1), 20. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.35381/r.k.v5i1.794>
- Camargo Uribe, Á., & Hederich Martínez, C. (2010). Jerome Brunner: Dos teorías cognitivas, dos formas de significar, dos enfoques para la enseñanza de la ciencia. *Psicogente*, 13(24), 19. <https://www.redalyc.org/pdf/4975/497552357008.pdf>
- Carranza Rivera, N. A. (2019). *Estrategias lúdicas para mejorar la resolución de problemas matemáticos en estudiantes del 5° grado de la Institución Educativa 11516". Tumán*. Repositorio institucional de la UCV. (tesis para obtener el grado académico de Maestra en psicología educativa), Chiclayo.
- Chirino, E. (2016). *Aula virtual para el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales*. [Trabajo de grado para optar al título de Magíster Artium en Ingeniería y Ciencias Básicas afines. Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela].

- De Barros Camargo, C., & Hernández Fernández, A. (2016). Función simbólica y representaciones mentales. Un enfoque desde el lenguaje. *Revista Internacional de Apoyo a la Inclusión, Logopedia, Sociedad y Multiculturalidad*, 2(4), 12.
<https://revistaselectronicas.ujaen.es/index.php/riai/article/view/4244/3469>
- Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En R. Duval, *Comprensión y aprendizaje en matemáticas : perspectivas semióticas seleccionadas* (págs. 61-94). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. Dunkerque: Springer.
- Font, V. (2001). Representation in Mathematics Education. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 14, 37.
<http://socialsciences.exeter.ac.uk/education/research/centres/stem/publications/pmej/pome14/contents.htm>
- Gamboa Araya, R., & Moreira-Mora, T. E. (2017). Actitudes y creencias hacia las matemáticas: un estudio comparativo entre estudiantes y profesores. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 17(1), 45.
<https://doi.org/http://dx.doi.org/10.15517/aie.v17i1.27473>
- Godino, J. (2002). Un enfoque Ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(23), 48. https://ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/04_enfoque_ontosemiotico.pdf
- Godino, J., Wilhelmi, M., Blanco, T., Contreras, Á., & Giacomone, B. (2016). Análisis de la actividad matemática mediante dos herramientas teóricas: Registros de representación semiótica y configuración ontosemiótica. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*(10), 20.
- Guerrero, O. (2021). Construcción de conocimiento sobre la enseñanza de la matemática en estudiantes para profesores de Matemática a través de vídeos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 24(1), 22.
<https://doi.org/10.12802/relime.21.2413>
- Hernández-Sampieri, R., & Mendoza Torres, C. P. (2018). *METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN: LAS RUTAS CUANTITATIVA, CUALITATIVA Y MIXTA*. Ciudad de México: MCGRAW-HILL INTERAMERICANA EDITORES, S.A.
- Irua Meneses, A. V. (2022). *Estilos de aprendizaje y la enseñanza de la Trigonometría para tercer año de bachillerato en Ciencias*. Repositorio institucional. Universidad Técnica de Ambato. (Tesis de maestría) Ambato, Ecuador.
- Jimenez Beleño, A. (2022). Competencias matemáticas para el desarrollo de habilidades cognitivas en estudiantes universitarios. *Revista Latinoamericana de Difusión Científica*, 4(7), 26. <https://doi.org/https://doi.org/10.38186/difcie.47.10>
- Jiménez Espinoza, A., & Pineda Bohórquez, L. M. (2013). Comunicación y argumentación en clase de matemáticas. *Educación y Ciencia*(16), 16.
<http://funes.uniandes.edu.co/11740/1/Jimenez2013Comunicaci%C3%B3n.pdf>
- Ledezma, C., Font, V., & Sala, G. (2021). Un análisis Onto-Semiótico de la actividad Matemática del proceso de modelización. *Investigación en Educación Matemática*, 9. <https://www.seiem.es/docs/actas/24/Comunicaciones/367.pdf>
- Lizana Chauca, D., & Antezana Iparaguirre, R. P. (2020). Representación semiótica en el aprendizaje de conceptos básicos de la estructura algebraica de grupo. *Horizonte de la*

- ciencia*, 11(21), 12.
<https://doi.org/https://doi.org/10.26490/uncp.horizonteciencia.2021.21.904>
- Malaspina, U. (03 de agosto de 2023). *Universidad de Lima*. Universidad de Lima:
<https://www.ulima.edu.pe/ulima/noticias/formacion-de-docentes-para-la-ensenanza-de-las-matematicas>
- Márquez Sañay, F. R., Bolaños Logroño, P. F., Mantilla Cabrera, C. E., & Tixi Gallegos, K. G. (2022). Estilos de aprendizaje en matemática y rendimiento académico de estudiantes universitarios. *conciencia Digital*, 5(2), 18.
<https://doi.org/https://doi.org/10.33262/concienciadigital.v5i2.2181>
- Marroquín Liu, A. M. (2021). *Análisis de la aplicación de talleres y evaluaciones cortas en el rendimiento académico de los estudiantes del curso de Geometría Fundamental y Trigonometría*. Repositorio institucional. Universidad de Piura. (Tesis de maestría en Educación), Piura.
- Mejía Mejía, E. (2005). *Técnicas e instrumentos de investigación*. Biblioteca Nacional del Perú N.º 2005-8142.
<http://online.aliat.edu.mx/adistancia/InvCuantitativa/LecturasU6/tecnicas.pdf>
- MINEDU. (2003). *Currículo de formación Docente Especialidad Matemática secundaria*. Minedu. http://www.minedu.gob.pe/normatividad/reglamentos/xtras/Curr_MAT_Sec.pdf
- MINEDU. (2016). *Currículo de educación Básica Nacional*. Minedu.
<http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf>
- Molano Pino, F. D. (2022). *Estrategia Pedagógica Soportada en EXeLearning para la Comprensión de Funciones Trigonométricas y sus Diferentes Representaciones, en la I.E. Santa Rosa de Lima de Arbela en La Vega - Cauca*. Repositorio Institucional. Universidad Udec. (Tesis de maestría), Arbela, La Vega, Cauca.
- Morales Mendoza, L. A. (2021). *Incidencia de los principios teóricos de Jerome Brunner en la resolución de problemas*. Universidad de pamplona. (Trabajo de grado para optar por el título de magister en Educación), Pamplona.
- Oscoco Solórzano, R., Salome Villarreal, N., Vilca Llungo, W., Olivares Zegarra, S., & Quispe Pérez, M. (2019). Los materiales didácticos y el aprendizaje de la matemática. *Educa UMCH. Revista sobre Educación y Sociedad*, 14(1), 16.
<https://doi.org/https://doi.org/10.35756/educaumch.v0i14.104>
- Pérez Castellanos, E. T. (2022). Formación del docente para la enseñanza de las matemáticas: una mirada hacia el futuro de los estudiantes universitarios. *Educare*, 26(1), 16.
<http://portal.amelica.org/ameli/journal/375/3753509004/>
- Pineda Moreno, W. A., Sepúlveda Delgado, O., & Romera López, G. N. (2021). Registros de representación semiótica para la comprensión de la elipse interactuando con Geogebra. *REVISTA BOLETÍN REDIFE*, 11(3), 12.
[file:///C:/Users/ROCIO/Downloads/REVISTA+BOLETIN+REDIFE+11-3+MARZO.+REVISADO-258-269%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/ROCIO/Downloads/REVISTA+BOLETIN+REDIFE+11-3+MARZO.+REVISADO-258-269%20(1).pdf)
- Pino-Fan, L., Castro, W., Godino, J., & Vincent, F. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el Currículo de Bachillerato. *PARADIGMA*, 34(2), 28.
<https://ve.scielo.org/pdf/pdg/v34n2/art08.pdf>
- Ramírez, M., & Olmos Castillo, H. I. (2020). Funciones cognitivas y motivación en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Naturaleza y tecnología*(2), 13.
<http://quimica.ugto.mx/index.php/nyt/article/view/383>

- Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática. *PNA*, 4(1), 14.
<https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/6172>
- Rico, L., & Sierra, M. (2000). Didáctica de la matemática e Investigación. En L. Rico, & M. Sierra, *Matemática española en los albores del siglo XXI* (pág. 39). Hergué Editores.
- Rivas, D. (24 de febrero de 2023). *Psicología organizacional.com.mx*. Qué Teorías Psicológicas Y Pedagógicas Explican Los Aprendizajes Matemáticos:
https://psicologiaorganizacional.com.mx/que-teorias-psicologicas-y-pedagogicas-explican-los-aprendizajes-matematicos/?expand_article=1&expand_article=1&expand_article=1
- Rojas Castillo, G. (2014). *Programa de estrategias metodológicas para mejorar la calidad de la enseñanza en la especialidad de Matemática y Computación, FACHSE - Escuela de Educación - UNPRG –Lambayeque – 2014*”. Repositorio institucional de la universidad pedro Ruiz Gallo, (Tesis de maestría), Lambayeque.
- Rutas del aprendizaje. (2015). *¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Área Curricular - Matemática 3º, 4º y 5º grados de Educación Secundaria*. Amauta Impresiones Comerciales S.A.C - <https://www.minedu.gob.pe/DeInteres/pdf/documentos-secundaria-matematica-vii.pdf>
- Sánchez Paredes, G. M., & Vargas D'uniam, C. J. (2016). Uso del Blog para el desarrollo de la capacidad de comunicación matemática en la Educación secundaria. *Revista Complutense de Educación*, 27(3), 24.
https://doi.org/http://dx.doi.org/10.5209/rev_RCED.2016.v27.n3.48462
- Sarmiento Santana, M. (2004). *La enseñanza de las matemáticas y las Ntic. Una estrategia de formación permanente*. Repositorio instiucional. Universitat Rovira i Virgili. (Tesis de doctorado), Tarragona.
- Soto Quiroz, R. I., & Yogui Takaesu, D. N. (2020). Análisis de las dificultades que presentan los estudiantes universitarios en matemática básica . *Apuntes Universitarios*, 16.
<https://doi.org/https://doi.org/10.17162/au.v10i2.433>
- Suárez Laguado, J. A. (2021). *La resolución de problemas como competencia matemática en la educación básica*. Universidad Pedagógica Experimental Libertador Instituto Pedagógico Rural Gervasio Rubio; (Tesis presentada como requisito parcial para optar al Grado Doctor en Educación), Rubio. Obtenido de
<https://espacio.digital.upel.edu.ve/index.php/TD/article/view/287>
- Tapia Reyes, R. A., & Murillo Antón, J. (2020). El método Singapur: sus alcances para el aprendizaje de las matemáticas. *Muro de la Investigación*, 12.
<https://doi.org/https://doi.org/10.17162/rmi.v5i2.1322>
- Torres, A. (29 de julio de 2023). *La Teoría del Aprendizaje Significativo de David Ausubel*.
<https://psicologiaymente.com/desarrollo/aprendizaje-significativo-david-ausubel>
- Torres Moreira, J. E., & Alchundia Mendoza, M. N. (2024). La inteligencia emocional y la motivación en estudiantes de Educación Superior: Revisión sistemática. *Ciencia Y Educación*, 5(11), 33 - 51. <https://doi.org/10.5281/zenodo.14061042>
- Trigueros, M., & Farabello, S. (2023). Comprensión del concepto de transformación de funciones trigonométricas en estudiantes universitarios. *REIEC. Revista electrónica*, 18(1), 14. <https://doi.org/https://doi.org/10.54343/reiec.v18i1.376>

- Unesco. (2019). La Formación Docente en Servicio en el Perú: Proceso de diseño de políticas y generación de evidencias. Primera edición digital: diciembre 2019.
<https://unesdoc.unesco.org/>
- Unsaac. (2017). Reglamentos de la Unsaac. En Unsaac, *Reglamento Académico* (pág. 36).
- Unsaac. (2019). Plan Curricular de la Escuela Profesional de Educación Secundaria. En Unsaac, *Facultad de Educación y Ciencias de la Comunicación* (pág. 19-22)
- Urrea, E. M. (2022). *Una secuencia multirregistro de aprendizaje, para la comprensión de los Racionales en su significado parte-todo, involucrando los registros numérico mixto y figural unidimensional*. (tesis presentada para obtener el grado de maestría en Enseñanza de la Ciencias Exactas y Naturales) Recuperado de:
<https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/81187>
- Valverde Calderon, A. (2024). *La comprensión matemática, la representación semiótica y la interpretación en la modelación matemática de los estudiantes de pregrado de la Facultad de Ingeniería Ambiental de la Universidad Nacional de Ingeniería, 2021*. Repositorio institucional. Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle. Tesis de doctorado. Lima, Perú.
- Vera, D. G., Zambrano, A., & Loor, A. (2023). Desafíos de la educación matemática en estudiantes universitarios. *Revista peruana de investigación e innovación educativa*, 3(1), 6. <https://doi.org/https://doi.org/10.15381/rpiiedu.v3i1.23643>
- Vitola de la Rosa, F. (2023). Enseñanza y aprendizaje de la trigonometría: Un abordaje desde las investigaciones doctorales en educación matemática. *Gaceta de Pedagogía*(45), 228-253. <https://revistas.upel.edu.ve/index.php/gaceta/article/view/1900/1849>
- Yojcom Rocché, D., & Cantoral Uriza, R. (2011). *La Construcción del Conocimiento Matemático desde una Perspectiva Social y Cultural*. Recife.
- Yungan Pinda, C. E. (2020). De la Representación Mental a la lectura comprensiva: Un reto en estudiantes de EGB Media. *Revista Boletín Redipe*, 9(2), 7.
<https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/913/832>

ANEXOS

Anexo 1. Matriz de consistencia

TÍTULO: SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA EN ESTUDIANTES DE PREGRADO DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNSAAC 2024.

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	MÉTODOLOGÍA
Problema general	Objetivo general	Hipótesis General	Variable Independiente: SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN Variable Dependiente: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA.	-Modela objetos con formas geométricas. -Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. -Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas. -Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Tipo: Aplicada Nivel de investigación: Explicativo. Enfoque: Cuantitativo Diseño: Diseño pre – experimental. Población: Estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la carrera profesional de Educación, UNSAAC – 2024. Muestra: Estudiantes del curso de formación docente: Taller de
¿Cómo influye la integración de los sistemas de representación en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024?	Determinar en qué medida la integración de los sistemas de representación influye en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.	La integración de los sistemas de representación influye significativamente en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.			
Problemas específicos	Objetivos específicos	Hipótesis Específicas			
P.E.1 ¿Cómo influye la integración de los sistemas de representación en la modelación de objetos con formas geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024?	O.E.1 Establecer de qué manera la integración de los sistemas de representación influye en la modelación de objetos con formas geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.	H.E.1 La integración de los sistemas de representación influye en la modelación de objetos con formas geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.			
P.E.2 ¿Cómo influye la integración de los sistemas	O.E.2 Establecer de qué manera la integración de	H.E.2 La integración de los sistemas de			

de representación en la comunicación sobre la comprensión de las formas y relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024?	los sistemas de representación influye en la comunicación sobre la comprensión de las formas y relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.	representación influye en la comunicación sobre la comprensión de las formas y relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.			elaboración de recursos. Técnica: Prueba escrita. Instrumento: Prueba de desarrollo.
P.E.3 ¿Cómo influye la integración de los sistemas de representación en el uso de estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024?	O.E.3 Establecer de qué manera la integración de los sistemas de representación influyen en el uso de estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.	H.E.3 La integración de los sistemas de representación influyen en el uso de estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.			
P.E.4. ¿Cómo influye la integración de los sistemas de representación en la argumentación de afirmaciones sobre relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024?	O.E.4 Establecer de qué manera la integración de los sistemas de representación influye en la argumentación de afirmaciones sobre relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.	H.E.4 La integración de los sistemas de representación influye en la argumentación de afirmaciones sobre relaciones geométricas, en los estudiantes de pregrado del programa de Matemática y Física, de la facultad de Educación, UNSAAC – 2024.			

Anexo 2. Cuestionario utilizado para la descripción problemática.

Cuestionario sobre Sistemas de Representación en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría

Estimado(a) estudiante, agradezco tu participación en esta investigación. Tus respuestas son fundamentales para comprender mejor cómo los estudiantes utilizan diferentes sistemas de representación en el aprendizaje de la trigonometría y posteriormente en la resolución de problemas trigonométricos. La información obtenida será muy importante para comprender los sistemas de representación y contribuirá a la descripción de la situación problemática en la tesis.

Sección I: Información Personal

1. Nombre completo: _____
2. Edad: _____
3. Género: _____
4. Nivel académico actual (semestre): _____

Sección II: Experiencia con el Lenguaje Trigonométrico

5. ¿Cuál es tu nivel de familiaridad con los conceptos trigonométricos?
 a) Muy familiar b) Familiar c) Neutral
 d) Poco familiar e) Nada familiar
6. ¿Cuáles son las principales dificultades que has experimentado al estudiar lenguaje trigonométrico?

7. ¿Qué recursos o estrategias utilizas para comprender y recordar los conceptos trigonométricos?

Sección III: Sistemas de Representación y Aplicación Práctica

8. ¿Cómo percibes la aplicación práctica de los conceptos trigonométricos en tu carrera o especialidad?
 a) Muy relevante b) Relevante c) Neutral
 d) Poco relevante e) Nada relevante

9. ¿Qué tipo de Sistemas de Representación conoces?

10. ¿Tienes una preferencia por algún sistema de representación en particular al estudiar trigonometría? En caso de tener preferencia, ¿podrías indicar cuál es tu sistema de representación favorito y por qué?

11. ¿Has experimentado alguna situación en la que los conceptos trigonométricos te hayan sido útiles fuera del ámbito académico?

- a) Sí b) No c) No estoy seguro

Sección IV: Métodos de Enseñanza y Recursos Utilizados

12. ¿Cuál es tu opinión sobre los métodos de enseñanza utilizados para los conceptos trigonométricos?

- a) Muy efectivos b) Efectivos c) Neutrales
d) Poco efectivos e) Nada efectivos

13. ¿Qué tipo de recursos (libros, videos, tutorías, etc.) encuentras más útiles para comprender los conceptos trigonométricos?

Sección V: Sugerencias y Comentarios Finales

14. ¿Tienes alguna sugerencia o comentario adicional sobre la enseñanza de los conceptos trigonométricos en tu especialidad?

Agradezco sinceramente tu participación en este cuestionario. La información que proporcionas será fundamental para la investigación en curso sobre el uso de sistemas de representación en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría.

Anexo 3. Matriz de instrumento.

Dimensiones	Indicadores	Ítems	Escala
Modela objetos con formas geométricas.	Identifica y define las razones trigonométricas.	1. Identifica y define las razones trigonométricas, ¿Cuántas y cuáles son? (1 punto) 2. Describe las razones trigonométricas para un ángulo de 30 grados en un triángulo equilátero. (1 punto) 3. Dibuja un triángulo rectángulo e indica los lados y ángulos. Luego, etiqueta las funciones trigonométricas para uno de los ángulos agudos. (1 punto)	Deficiente. 0 a 8 puntos
	Evalúa si el modelo (representación verbal o simbólica) cumple con las condiciones dadas en el problema.	4. Escribe la identidad trigonométrica fundamental y explica su significado. (1 punto) 5. ¿Cómo se relacionan las coordenadas (x, y) de un punto en el círculo unitario con las funciones trigonométricas? (1 punto)	Malo. 9 a 13 puntos Regular. 14 a 16 puntos
Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Interpreta la definición de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo.	6. Dado un triángulo ABC con ángulos $A = 30^\circ$, $B = 60^\circ$ y lado $AB = 12$ cm, desarrolla el triángulo ABC. (1 punto) 7. Imagina un triángulo rectángulo en el que conoces la longitud de la hipotenusa y la tangente de uno de los ángulos agudos. Desarrolla una expresión para encontrar la longitud del cateto opuesto a ese ángulo. (1 punto) 8. Una escalera de 17 metros de longitud está apoyada en una pared vertical, la distancia de la pared y la escalera en el suelo es de 8 metros. Calcula la altura de la pared. (1 punto)	Bueno. 17 a 18 puntos Excelente. 19 a 20 puntos
	Comunica resultados de manera clara y precisa, usando la definición de triángulo y sus características (objeto matemático en mención).	9. En un triángulo ABC, hallar “b” si $a=\sqrt{2}$, $B=60^\circ$ $A=45^\circ$ (1 punto) 10. Utiliza las razones trigonométricas para un ángulo de 45° para demostrar que $\tan(45^\circ)=1$. (1 punto)	*Escala de valoración cualitativa y cuantitativa de la UNSAAC.

Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas.	Usa estrategias para construir relaciones trigonométricas con los lados de un triángulo rectángulo.	11. Describe brevemente la Ley de senos, utilizando los diferentes tipos de representación. (1 punto)
	Utiliza de manera efectiva diferentes objetos como estrategias para plantear (realiza modelamiento de objetos) adecuadamente un problema	12. Dado un triángulo ABC, hallar el ángulo “B”, si $b=8\text{cm}$, $a=6\text{cm}$ y $A=30^\circ$. (1 punto)
		13. En un triángulo ABC hallar “c”, si $a=\sqrt{6}\text{ cm}$, $b=2\text{cm}$ y $C=75^\circ$ (1 punto)
Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Construye un esquema (boceto) a partir de la comprensión del problema (representación verbal).	14. Describe brevemente una función trigonométrica y luego graficala. (1 punto)
	Reconoce y justifica el uso de ciertas propiedades y relaciones que se dan en un triángulo rectángulo.	15. Crea y resuelve un problema trigonométrico, en el cual debas utilizar los sistemas de representación e identificalos. (1 punto)
	Explica con claridad y justifica el boceto que construyó para resolver un problema contextualizado.	16. Desde la base y la parte superior de una torre se observa la parte superior de un edificio con ángulos de elevación de 60° y 30° respectivamente. Calcula la altura del edificio si la torre mide 24 m. (1 punto)
	Justifica el algoritmo que usó para resolver un problema.	17. Desde la parte superior de una torre, se observa una piedra en el suelo con un ángulo de depresión de 37° . Calcula la altura de la torre, si la piedra se encuentra a 60 m de la base de la torre. (1 punto)
		18. Determina las medidas de los lados en el triángulo rectángulo, si el seno de un ángulo es 0,8. (1 punto)
		19. Un cóndor, vuela horizontalmente sobre un pueblo a 1 km de altura, luego de 3 minutos es visto desde el mismo pueblo con un ángulo de elevación que mide 53° . Determine la velocidad del cóndor. (1 punto)
		20. Determina el área de la región triangular ABC, sabiendo que $AB= 5\text{cm}$, $AC= 6\text{cm}$ y el ángulo comprendido entre dichos lados es igual a 37° . (1 punto)

Anexo 4. Instrumento de investigación.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

FACULTAD DE EDUCACIÓN

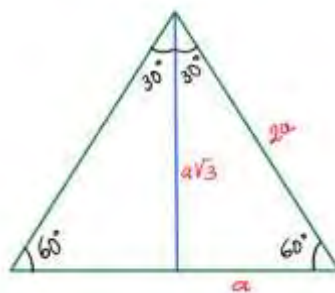
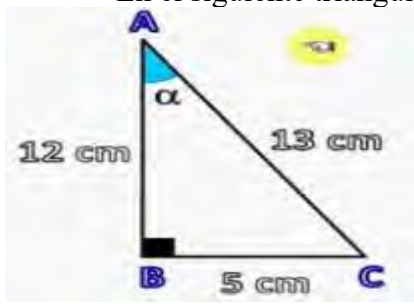
Prueba de Aplicación

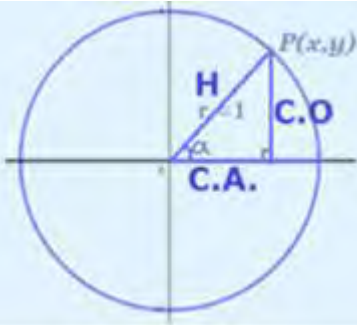
Nombres y apellidos:

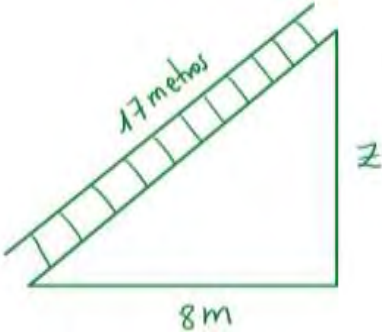
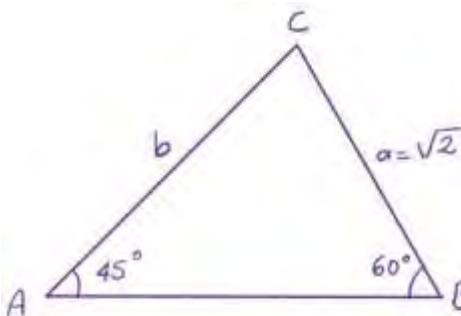
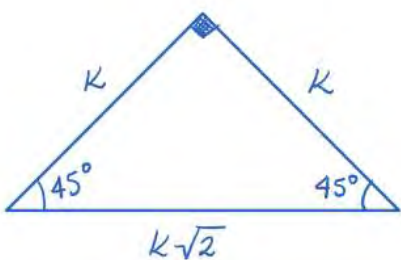
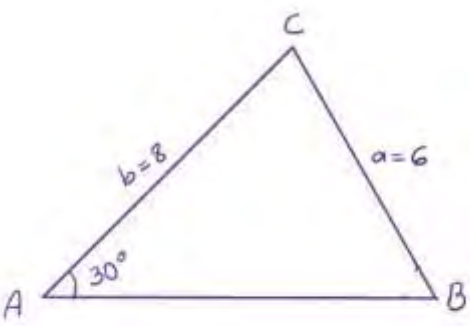
Grado: Sección: Fecha:

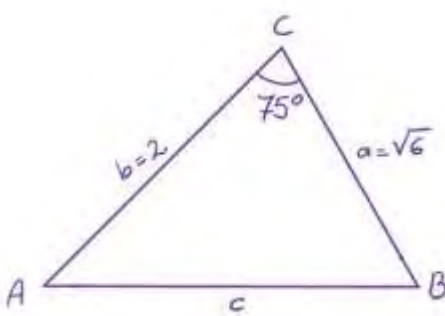
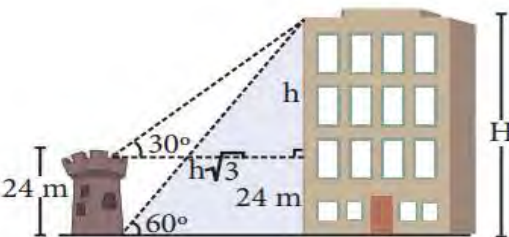
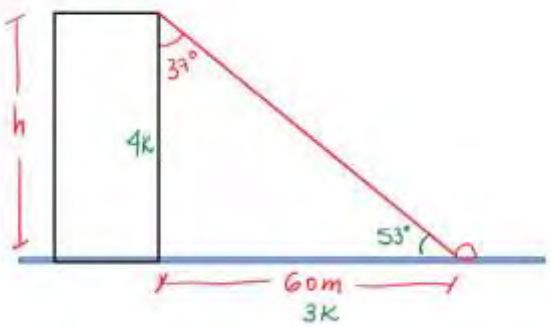
Instrucciones: Estimado(a) estudiante se le invita a resolver esta prueba de desarrollo (20 preguntas) de manera individual. Como parte de un trabajo de investigación, que tiene el propósito de recoger información sobre la resolución de problemas fundamentales de trigonometría a través de los sistemas de representación.

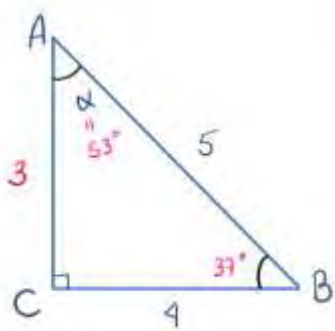
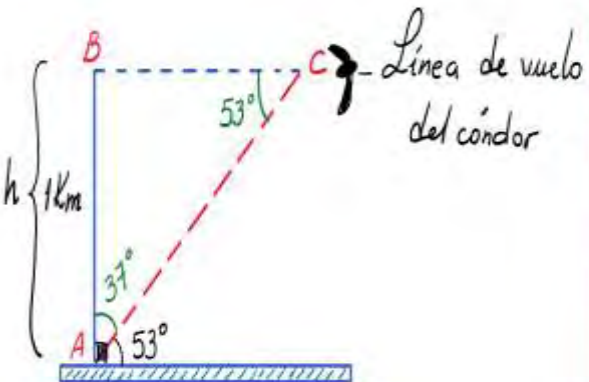
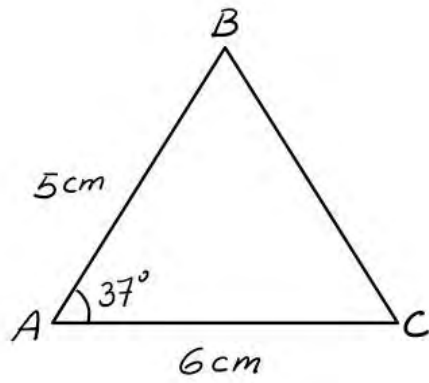
Empecemos:

Nº	Enunciados	PUN TAJE
1	Identifica y define las razones trigonométricas, ¿Cuántas y cuáles son? (1 punto) <i>Solución: Las razones trigonométricas son 6. Se definen a continuación:</i> $\text{sen} \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} \quad \text{cos} \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$ $\text{tan} \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} \quad \text{cot} \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}}$ $\text{sen} \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} \quad \text{sen} \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$	1
2	Describe las razones trigonométricas para un ángulo de 30 grados en un triángulo equilátero. (1 punto) <i>Solución:</i>  $\begin{aligned} \text{sen } 30^\circ &= \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} & \text{csc } 30^\circ &= 2 \\ \text{cos } 30^\circ &= \frac{a\sqrt{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2} & \text{sec } 30^\circ &= \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ \text{tan } 30^\circ &= \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} & \text{cot } 30^\circ &= \sqrt{3} \end{aligned}$	1
3	En el siguiente triángulo rectángulo indica cuáles son los lados y ángulos.  Luego, etiqueta las funciones trigonométricas para uno de los ángulos agudos. (1 punto)	1

	<i>Solución:</i> <i>Lados en el ΔABC.</i> $\overline{AB}, \overline{BC}$ y $\overline{AC}$. <i>Ángulos</i> α, β y 90°. $\text{Sen } \alpha = \frac{5}{13}$ $\text{Cos } \alpha = \frac{12}{13}$ $\text{Tan } \alpha = \frac{5}{12}$ $\text{Cot } \alpha = \frac{12}{5}$ $\text{Sec } \alpha = \frac{13}{12}$ $\text{Csc } \alpha = \frac{13}{5}$	
4	Escribe la identidad trigonométrica fundamental y explica su significado. (1 punto) <i>Solución:</i> $\text{Sen}^2 x + \text{Cos}^2 x = 1$ <i>Esta identidad es fundamental en la trigonometría y se aplica a cualquier ángulo x. Su significado radica en la relación especial entre las funciones trigonométricas seno y coseno de un ángulo en un triángulo rectángulo.</i>	1
5	¿Cómo se relacionan las coordenadas (x, y) de un punto en el círculo unitario con las funciones trigonométricas? (1 punto) <i>Solución:</i>  $\text{sen } \alpha = \frac{\text{Cat. Op.}}{H} = \frac{y}{1} = y$ $\text{cos } \alpha = \frac{\text{Cat. Ad.}}{H} = \frac{x}{1} = x$ $\text{Tan } \alpha = \frac{\text{Cat. Op.}}{\text{Cat. Ad.}} = \frac{y}{x}$	1
6	Dado un triángulo ABC con ángulos $A = 30^\circ$, $B = 60^\circ$ y lado $AB = 12$ cm, desarrolla el triángulo ABC. (1 punto) <i>Solución:</i> 	1
7	Imagina un triángulo rectángulo en el que conoces la longitud de la hipotenusa y la tangente de uno de los ángulos agudos. Desarrolla una expresión para encontrar la longitud del cateto opuesto a ese ángulo. (1 punto) <i>Solución: pregunta abierta</i>	1
8	Una escalera de 17 metros de longitud, está apoyada en una pared vertical, la distancia de la pared y la escalera en el suelo es de 8 metros. Calcula la altura de la pared. (1 punto) <i>Solución:</i>	1

	 $(17)^2 = z^2 + (8)^2$ $289 - 64 = z^2$ $225 = z^2$ $z = 15 \text{ m}$	
9	En un triángulo ABC, hallar “b” si $a = \sqrt{2}$, $B = 60^\circ$ $A = 45^\circ$ (1 punto) <i>Solución:</i>  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{b}{\sin 60^\circ}$ $\frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{b}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ $b = \sqrt{3}$	1
10	Utiliza las razones trigonométricas para un ángulo de 45° para demostrar que $\tan(45^\circ) = 1$. (1 punto) <i>Solución:</i>  $\tan 45^\circ = \frac{K}{K}$ $\tan 45^\circ = 1$	1
11	Describe brevemente la Ley de senos, utilizando los diferentes tipos de representación. (1 punto) <i>Solución: pregunta abierta.</i>	1
12	Dado un triángulo ABC, hallar el ángulo “B”, si $b=8\text{cm}$, $a=6\text{cm}$ y $A=30^\circ$. (1 punto) <i>Solución:</i>  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ $\frac{6}{\sin 30^\circ} = \frac{8}{\sin B}$ $\sin B = \frac{8 \times \frac{1}{2}}{6}$ $\sin B = \frac{2}{3}$ $B = \arcsin \frac{2}{3}$	1
13	En un triángulo ABC hallar “c”, si $a = \sqrt{6}\text{cm}$, $b = 2\text{cm}$ y $C = 75^\circ$ (1 punto) <i>Solución:</i>	1

	 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$ $c^2 = (\sqrt{6})^2 + (2)^2 - 2(\sqrt{6})(2) \times \cos 75^\circ$ $c^2 = 6 + 4 - 4\sqrt{6} \times \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}\right)$ $c^2 = 10 - 6 + 2\sqrt{3}$ $c^2 = 4 + 2\sqrt{3}$ $c = \sqrt{3} + 1$	
14	Describe brevemente una función trigonométrica y luego grafícala. (1 punto) <i>Solución: pregunta abierta.</i>	1
15	Crea y resuelve un problema trigonométrico, en el cual debas utilizar los sistemas de representación e identifícalos. (1 punto) <i>Solución: pregunta abierta</i>	1
16	Desde la base y la parte superior de una torre se observa la parte superior de un edificio con ángulos de elevación de 60° y 30° respectivamente. Calcula la altura del edificio si la torre mide 24 m. (1 punto) <i>Solución:</i>	1
	 $\text{Tg} 60^\circ = \sqrt{3}$ $\frac{h + 24}{24\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ Luego: $H = h + 24$ $H = 12 + 24$ $H = 36 \text{ m}$ $h + 24 = 3h$ $24 = 2h$ $h = 12 \text{ m}$	
17	Desde la parte superior de una torre, se observa una piedra en el suelo con un ángulo de depresión de 37° . Calcula la altura de la torre, si la piedra se encuentra a 60 m de la base de la torre. (1 punto) <i>Solución:</i>	1
	 $3K = 60 \text{ m} \rightarrow K = 20 \text{ m}$ Entonces: $h = 4K$ $h = 4(20 \text{ m})$ $h = 80 \text{ m}$	
18	Determina las medidas de los lados en el triángulo rectángulo, si el seno de un ángulo es 0,8. (1 punto) <i>Solución:</i>	1

	 $\text{Sen } \alpha = 0,8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \rightarrow \text{C.O.} \rightarrow \text{H.}$	
19	Un cóndor, vuela horizontalmente sobre un pueblo a 1 km de altura, luego de 3 minutos es visto desde el mismo pueblo con un ángulo de elevación que mide 53°. Determine la velocidad del cóndor. (1 punto) <i>Solución:</i>  En el $\triangle ABC$, $BC = \tan 37^\circ = \frac{3}{4} \text{ km}$ tiempo: 3 minutos $= \frac{1}{20} \text{ hora}$ $V = \frac{e}{t} \rightarrow V = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{20}} \rightarrow V = 15 \text{ km/h}$	1
20	Determina el área de la región triangular ABC, sabiendo que $AB = 5 \text{ cm}$, $AC = 6 \text{ cm}$ y el ángulo comprendido entre dichos lados es igual a 37°. (1 punto) <i>Solución:</i>  $S = \frac{a \times b}{2} \text{ sen } \theta$ $S = \frac{5 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}}{2} \times \text{sen } 37^\circ$ $S = 15 \text{ cm}^2 \times \frac{3}{5} \rightsquigarrow S = 9 \text{ cm}^2$	1

Anexo 5. Instrumento de apoyo para valorar el uso de los sistemas de representación en la resolución de problemas fundamentales de Trigonometría – Rúbrica.



PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA/ FACULTAD DE EDUCACIÓN/ Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cuzco,

RÚBRICA – SESIÓN 1: Desciframos el lenguaje trigonométrico

Docente aplicador:		Br. Rocío Lisbeth Quispe Quispe		Área curricular:		Matemática		
Semestre académico:		2023 - II		Fecha:		8 de enero de 2024.		
Módulo de aprendizaje:		Sistemas de representación en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría						
Competencia:		Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.						
Capacidades/ Evidencias		Criterios de evaluación		Niveles de evaluación cualitativa				
				Deficiente (1 punto)	Malo (2 puntos)	Regular (3 puntos)	Bueno (4 puntos)	Excelente (5 puntos)
Modela objetos con formas geométricas.		Modela objetos que incorporan conceptos trigonométricos.		La modelación de objetos con conceptos trigonométricos es insatisfactoria y muestra una falta de comprensión de los principios básicos.	La modelación es limitada y presenta imprecisiones en la aplicación de conceptos trigonométricos en la construcción de objetos.	La modelación es básica, con algunas imprecisiones en la aplicación de conceptos trigonométricos en la construcción de objetos.	Modela de manera competente, con precisión y aplicación correcta de conceptos trigonométricos en la construcción de objetos.	Modela de manera excepcional, demostrando una comprensión profunda de los conceptos trigonométricos y su aplicación en la construcción de objetos.
Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.		Comunica conceptos trigonométricos, usando lenguaje trigonométrico en las explicaciones.		La comunicación es insatisfactoria, con un lenguaje trigonométrico confuso o inapropiado que dificulta la comprensión.	La comunicación es limitada, con ocasiones de falta de claridad en el uso del lenguaje trigonométrico para explicar conceptos.	Comunica de manera básica con algunas imprecisiones en el uso de lenguaje trigonométrico para explicar conceptos con claridad y precisión.	Comunica de manera competente, con claridad y precisión, utilizando un lenguaje trigonométrico adecuado para explicar conceptos avanzados.	La comunicación es satisfactoria, con un lenguaje trigonométrico óptimo y apropiado que mejora la comprensión.
Usa estrategias y procedimientos para estudiar relaciones geométricas.		Aplica estrategias y procedimientos trigonométricos.		La aplicación de estrategias y procedimientos trigonométricos es insatisfactoria, con errores significativos y falta de comprensión.	Aplica estrategias y procedimientos de manera limitada, con imprecisiones en la percepción de conceptos trigonométricos y la construcción de objetos.	Aplica estrategias y procedimientos de manera básica en la percepción de conceptos trigonométricos y la construcción de objetos.	Aplica estrategias y procedimientos de manera competente en la percepción de conceptos trigonométricos y la construcción de objetos.	Aplica estrategias y procedimientos de manera excepcional, demostrando una comprensión profunda y habilidad en la resolución de problemas trigonométricos complejos.
Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.		Desarrolla argumentos para respaldar o refutar afirmaciones sobre propiedades trigonométricas.		El desarrollo de argumentos es insatisfactorio, con falta de lógica, coherencia y comprensión al respaldar o refutar afirmaciones trigonométricas.	Desarrolla argumentos de manera básica, con ocasiones de falta de lógica y coherencia al respaldar o refutar afirmaciones sobre propiedades trigonométricas.	Desarrolla argumentos de manera competente, con lógica clara y coherencia al respaldar o refutar afirmaciones sobre propiedades trigonométricas.	Desarrolla argumentos de manera excepcional, con lógica sólida, coherencia y claridad al respaldar o refutar afirmaciones sobre propiedades trigonométricas.	Desarrolla argumentos de manera excepcional, con lógica sólida, coherencia y claridad al respaldar o refutar afirmaciones sobre propiedades trigonométricas.

**RÚBRICA – SESIÓN 12: Evaluación y creatividad en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría.**

Docente aplicador:	Br. Rocío Lisbeth Quispe Quispe	Área curricular:	Matemática
Semestre académico:	2023 - II	Fecha:	22 de enero de 2024.

Módulo de aprendizaje:		Sistemas de representación en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría				
Competencia:		Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.				
Capacidades/ Evidencias	Criterios de evaluación	Niveles de evaluación cualitativa				
		Deficiente (1 punto)	Malo (2 puntos)	Regular (3 puntos)	Buena (4 puntos)	Excelente (5 puntos)
Modela objetos con formas geométricas.	Modela objetos que incorporan conceptos trigonométricos.	La modelación de objetos con conceptos trigonométricos es insatisfactoria y muestra una falta de comprensión de los principios básicos.	La modelación es limitada y presenta imprecisiones en la aplicación de conceptos trigonométricos en la construcción de objetos.	La modelación es básica con algunas imprecisiones en la aplicación de conceptos trigonométricos en la construcción de objetos.	Modela de manera competente, con precisión y aplicación correcta de conceptos trigonométricos en la construcción de objetos.	Modela de manera excepcional, demostrando una comprensión profunda de los conceptos trigonométricos y su aplicación en la construcción de objetos.
Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Comunica conceptos trigonométricos, usando lenguaje trigonométrico en las explicaciones.	La comunicación es insatisfactoria, con un lenguaje trigonométrico confuso o inapropiado que dificulta la comprensión.	La comunicación es limitada, con ocasiones de falta de claridad en el uso del lenguaje trigonométrico para explicar conceptos.	Comunica de manera básica con algunas imprecisiones en el uso de lenguaje trigonométrico para explicar conceptos con claridad y precisión.	Comunica de manera competente, con claridad y precisión, utilizando un lenguaje trigonométrico adecuado para explicar conceptos avanzados.	La comunicación es satisfactoria, con un lenguaje trigonométrico óptimo y apropiado que mejora la comprensión.
Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas.	Aplica estrategias y procedimientos trigonométricos.	La aplicación de estrategias y procedimientos trigonométricos es insatisfactoria, con errores significativos y falta de comprensión.	Aplica estrategias y procedimientos de manera limitada, con imprecisiones en la percepción de conceptos trigonométricos y la construcción de objetos.	Aplica estrategias y procedimientos de manera básica en la percepción de conceptos trigonométricos y la construcción de objetos.	Aplica estrategias y procedimientos de manera competente en la percepción de conceptos trigonométricos y la construcción de objetos.	Aplica estrategias y procedimientos de manera excepcional, demostrando una comprensión profunda y habilidad en la resolución de problemas trigonométricos complejos.
Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Desarrolla argumentos para respaldar o refutar afirmaciones sobre propiedades trigonométricas.	El desarrollo de argumentos es insatisfactorio, con falta de lógica, coherencia y comprensión al respaldar o refutar afirmaciones trigonométricas.	Desarrolla argumentos de manera básica, con ocasiones de falta de lógica y coherencia al respaldar o refutar afirmaciones sobre propiedades trigonométricas.	Desarrolla argumentos de manera competente, con lógica clara y coherencia al respaldar o refutar afirmaciones sobre propiedades trigonométricas.	Desarrolla argumentos de manera excepcional, con lógica sólida, coherencia y claridad al respaldar o refutar afirmaciones sobre propiedades trigonométricas.	Desarrolla argumentos de manera excepcional, con lógica sólida, coherencia y claridad al respaldar o refutar afirmaciones sobre propiedades trigonométricas.

Anexo 6. Validación de instrumentos por jurados expertos.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAID DEL CUSCO
FACULTAD DE EDUCACIÓN



VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

Título de la investigación: SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA, EN ESTUDIANTES DE PREGRADO DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNSAAC 2024.

NOMBRE DE LOS INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN: Prueba de desarrollo (Pre prueba)

I. INVESTIGADORA: Br. Rocio Lisbeth Quispe Quispe

II. DATOS DEL EXPERTO:

1. Nombres y Apellidos: Dr. ANGEL Z. CHOCACHEMA S.A.D.R.C.
2. Especialidad: Docente de Área Matemática, Internacional L.E.D.
3. Lugar y Fecha: Cusco, 22 de diciembre de 2023
4. Cargo e Institución donde Labora: Docente de Matemática, Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco

III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO:

MPO ENTE	Indicadores	Criterios	Deficiente	Regular	Bueno	Muy Bueno	Excelente
			(0-20) %	(21-40) %	(41-60) %	(61-80) %	(81-100) %
FORMA	Claridad	Los indicadores están formulados con un lenguaje claro y apropiado.					X
	Objetividad	Los indicadores que se están midiendo, están expresados en conductas observables.				X	
CONTE- NIDO	Contextualización	El problema que se está investigando está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					X
	Organización	Los ítems guardan un criterio de organización lógica.					X
	Cobertura	Abarca todos los aspectos en cantidad y calidad.				X	
ESTRUC- TURA	Intencionalidad	Sus instrumentos son adecuados para valorar aspectos de las estrategias.					X
	Consistencia	Sus dimensiones e indicadores están basados en aspectos teórico- científicos.					X
	Coherencia	Existe coherencia entre los indicadores y las dimensiones de su variable.					X
	Metodología	La estrategia que se está utilizando responde al propósito de la investigación.					X
	Oportunidad	El instrumento será aplicado en el momento oportuno o más adecuado.					X

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

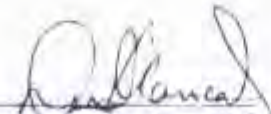
Procede a su aplicación

V. PROMEDIO DE VALORACIÓN:

86 %

VI. LUEGO DE REVISADO EL INSTRUMENTO:

- ☒ Procede a su aplicación
- ☐ Debe corregirse.


Firma y posfirma del Experto:
Dr. Angel Z. Chocachema S.A.D.R.C.
Código ORCID:
0000-0001-6999-0936

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAJ DEL CUSCO
FACULTAD DE EDUCACIÓN



VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

Título de la investigación: SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA, EN ESTUDIANTES DE PREGRADO DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNSAAC 2024.

NOMBRE DE LOS INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN: Prueba de desarrollo (Posprueba)

I. INVESTIGADORA: Br. Rocio Lisbeth Quispe Quispe

II. DATOS DEL EXPERTO:

1. Nombres y Apellidos: Dr. Angel Z. Choqueschanya S. VARGAS
2. Especialidad: DOCENTE AREA MATEMÁTICA FACULTAD DE EDUCACIÓN
3. Lugar y Fecha: CUSCO, 29 de Noviembre de 2023
4. Cargo e Institución donde Labora: MAESTRO MATEMÁTICA SAN ANTONIO ABAJ DEL CUSCO

III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO:

MP U NENTE	Indicadores	Criterios	Deficiente	Regular	Bueno	Muy Bueno	Excelente
			(0-20)%	(21-40)%	(41-60)%	(61-80)%	(81-100)%
FORMA	Claridad	Los indicadores están formulados con un lenguaje claro y apropiado.					X
	Objetividad	los indicadores que se están midiendo, están expresados en conductas observables.				X	
CONTE NIDO	Contextualización	El problema que se está investigando está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					X
	Organización	Los ítems guardan un criterio de organización lógica.					X
	Cobertura	Abarca todos los aspectos en cantidad y calidad.				X	
ESTRU C- TURA	Intencionalidad	Sus instrumentos son adecuados para valorar aspectos de las estrategias.					X
	Consistencia	Sus dimensiones e indicadores están basados en aspectos teórico- científicos.					X
	Coherencia	Existe coherencia entre los indicadores y las dimensiones de su variable.					X
	Metodología	La estrategia que se está utilizando responde al propósito de la investigación.					X
	Oportunidad	El instrumento será aplicado en el momento oportuno o más adecuado.					X

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

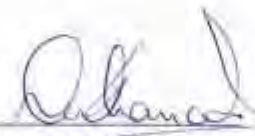
Procede a su aplicación

V. PROMEDIO DE VALORACIÓN: 86 %

VI. LUEGO DE REVISADO EL INSTRUMENTO:

☒ Procede a su aplicación

☐ Debe corregirse


Firma y posfirma del Experto.
Dr. Angel Z. Choqueschanya E.
Código ORCID:
0000-0001-6222-0936



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABADEL CUSCO
FACULTAD DE EDUCACIÓN**



VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

Título de la investigación: **SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA, EN ESTUDIANTES DE PREGRADO DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNSAAC 2024.**

NOMBRE DE LOS INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN: Prueba de desarrollo (Pre prueba)

I. INVESTIGADORA: Br. Rocio Lisbeth Quispe Quispe

II. DATOS DEL EXPERTO: *Glenda Virginia Valle*

1. Nombres y Apellidos: *Glenda Virginia Valle*
2. Especialidad: *Matemática y Física*
3. Lugar y Fecha: *Cusco, 12 de mayo de 2024*
4. Cargo e Institución donde Labora: *Docente - UNSAAC*

III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO:

COMPONENTE	Indicadores	Criterios	Deficiente	Regular	Bueno	May Bueno	Excelente
			(0-20)%	(21-40)%	(41-60)%	(61-80)%	(81-100)%
FORMA	Claridad	Los indicadores están formulados con un lenguaje claro y apropiado.					✓
	Objetividad	Los indicadores que se están midiendo, están expresados en conductas observables.					✓
CONTENIDO	Contextualización	El problema que se está investigando está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					✗
	Organización	Los ítems guardan un criterio de organización lógica.					✓
	Cobertura	Abarca todos los aspectos en cantidad y calidad.					✓
ESTRUCTURA	Intencionalidad	Sus instrumentos son adecuados para valorar aspectos de las estrategias.					✓
	Consistencia	Sus dimensiones e indicadores están basados en aspectos teórico-científicos.					✗
	Coherencia	Existe coherencia entre los indicadores y las dimensiones de su variable.					✗
	Metodología	La estrategia que se está utilizando responde al propósito de la investigación.					✓
	Oportunidad	El instrumento será aplicado en el momento oportuno o más adecuado.					✗

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

V. PROMEDIO DE VALORACIÓN: 89%

VI. LUEGO DE REVISADO EL INSTRUMENTO:

- ☒ Procede a su aplicación
- ☐ Debe corregirse

[Firma]
Firma y posfirma del Experto.

Código ORCID: 0000-0002-8478-998X

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE EDUCACIÓN



VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN
 Título de la investigación: **SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA, EN ESTUDIANTES DE PREGRADO DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNSAAC - 2024.**

NOMBRE DE LOS INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN: Prueba de desarrollo (Posprueba)

I. INVESTIGADORA: Br. Rocio Lisbeth Quispe Quispe

II. DATOS DEL EXPERTO:

1. Nombres y Apellidos: Gloria Vigoria Valle
2. Especialidad: Matemática y Física
3. Lugar y Fecha: Cusco, 12 de enero de 2024.
4. Cargo e Institución donde Labora: Docente - UNSAAC.

III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO:

MP NENTE	Indicadores	Criterios	Deficiente	Regular	Bueno	Muy Bueno	Excelente
			(0-20) %	(21-40) %	(41-60) %	(61-80) %	(81-100) %
FORMA	Claridad	Los indicadores están formulados con un lenguaje claro y apropiado.					✓
	Objetividad	Los indicadores que se están midiendo, están expresados en conductas observables.					✓
CONTE NIDO	Contextualización	El problema que se está investigando está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					✗
	Organización	Los ítems guardan un criterio de organización lógica.					✗
	Cobertura	Abarca todos los aspectos en cantidad y calidad.					✗
ESTRU C- TURA	Intencionalidad	Sus instrumentos son adecuados para valorar aspectos de las estrategias.					✗
	Consistencia	Sus dimensiones e indicadores están basados en aspectos teórico-científicos.					✗
	Coherencia	Existe coherencia entre los indicadores y las dimensiones de su variable.					✗
	Metodología	La estrategia que se está utilizando responde al propósito de la investigación.					✓
	Oportunidad	El instrumento será aplicado en el momento oportuno o más adecuado.					✓

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

V. PROMEDIO DE VALORACIÓN: 89.78

VI. LUEGO DE REVISADO EL INSTRUMENTO:

- ☐ Procede a su aplicación
- ☐ Debe corregirse

Firma y posfirma del Experto.

Código ORCID: 0000-0002-8478-9984



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE EDUCACIÓN



VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

Título de la investigación: SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA, EN ESTUDIANTES DE PREGRADO DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNSAAC – 2024.

NOMBRE DE LOS INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN: Prueba de desarrollo (Pre prueba)

I. INVESTIGADORA: Br. Rocío Lisbeth Quispe Quispe

II. DATOS DEL EXPERTO:

1. Nombres y Apellidos: Mg. Luz Marlene Mendoza Toron
2. Especialidad: Matemática
3. Lugar y Fecha: Cusco, 29 de diciembre de 2023
4. Cargo e Institución donde Labora: Docente de la UNSAAC

III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO:

COMPONENTE	Indicadores	Criterios	Deficiente	Regular	Bueno	Muy Bueno	Excelente
			(0-20) %	(21-40) %	(41-60) %	(61-80) %	(81-100) %
FORMA	Claridad	Los indicadores están formulados con un lenguaje claro y apropiado					×
	Objetividad	los indicadores que se están midiendo, están expresados en conductas observables					×
CONTENIDO	Contextualización	El problema que se está investigando está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					×
	Organización	Los ítems guardan un criterio de organización lógica					×
	Cobertura	Abarca todos los aspectos en cantidad y calidad					×
ESTRUCTURA	Intencionalidad	Sus instrumentos son adecuados para valorar aspectos de las estrategias					×
	Consistencia	Sus dimensiones e indicadores están basados en aspectos teórico- científicos.					×
	Coherencia	Existe coherencia entre los indicadores y las dimensiones de su variable					×
	Metodología	La estrategia que se está utilizando responde al propósito de la investigación.					×
	Oportunidad	El instrumento será aplicado en el momento oportuno o más adecuado.					×

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

Procede a su aplicación

V. PROMEDIO DE VALORACIÓN:

90%

VI. LUEGO DE REVISADO EL INSTRUMENTO:



Procede a su aplicación



Debe corregirse

Luz Marlene Mendoza Toron

Firma y posfirma del Experto.

Luz Marlene Mendoza Toron

Código ORCID:

0000-0003-4243-7035

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE EDUCACIÓN



VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

Título de la investigación: SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA. EN ESTUDIANTES DE PREGRADO DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNSAAC – 2024.

NOMBRE DE LOS INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN: Prueba de desarrollo (Posprueba)

I. INVESTIGADORA: Br. Rocio Lisbeth Quispe Quispe

II. DATOS DEL EXPERTO:

1. Nombres y Apellidos: Mg. Luz Marlene Mendoza Tonen
2. Especialidad: Matemática
3. Lugar y Fecha: Cuzco, 29 de diciembre de 2023
4. Cargo e Institución donde Labora: Decano de la UNSAAC

III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO:

COMPONENTE	Indicadores	Criterios	Deficiente	Regular	Bueno	Muy Bueno	Excelente
			(0-20) %	(21-40) %	(41-60) %	(61-80) %	(81-100) %
FORMA	Claridad	Los indicadores están formulados con un lenguaje claro y apropiado.					X
	Objetividad	los indicadores que se están midiendo, están expresados en conductas observables.					X
CONTENIDO	Contextualización	El problema que se está investigando está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					X
	Organización	Los ítems guardan un criterio de organización lógica.					X
	Cobertura	Abarca todos los aspectos en cantidad y calidad.					X
ESTRUCTURA	Intencionalidad	Sus instrumentos son adecuados para valorar aspectos de las estrategias.					X
	Consistencia	Sus dimensiones e indicadores están basados en aspectos teórico- científicos.					X
	Coherencia	Existe coherencia entre los indicadores y las dimensiones de su variable.					X
	Metodología	La estrategia que se está utilizando responde al propósito de la investigación.					X
	Oportunidad	El instrumento será aplicado en el momento oportuno o más adecuado.					X

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

V. PROMEDIO DE VALORACIÓN: 90%

VI. LUEGO DE REVISADO EL INSTRUMENTO:

- ☒ Procede a su aplicación
- ☐ Debe corregirse

Firma y posfirma del Experto.

Luz Marlene Mendoza Tonen

Código ORCID:

0000-0003-4243-7035



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABADEL CUSCO
FACULTAD DE EDUCACIÓN**



VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

Título de la investigación: SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA, EN ESTUDIANTES DE PREGRADO DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNSAAC - 2024.

NOMBRE DE LOS INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN: Prueba de desarrollo (Pre prueba)

I. INVESTIGADORA: Br. Rocio Lisbeth Quispe Quispe

II. DATOS DEL EXPERTO:

1. Nombres y Apellidos: Hermano Ayala Huilla
2. Especialidad: Matemática
3. Lugar y Fecha: Cusco 15-01-2024
4. Cargo e Institución donde Labora: Docente - UNSAAC

III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO:

MPO ANTE	Indicadores	Criterios	Deficiente	Regular	Bueno	Muy Bueno	Excelente
			(0-20)%	(21-40)%	(41-60)%	(61-80)%	(81-100)%
FORMA	Claridad	Los indicadores están formulados con un lenguaje claro y apropiado.					X
	Objetividad	los indicadores que se están midiendo, están expresados en conductas observables.					X
CONTE- NIDO	Contextualización	El problema que se está investigando está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					X
	Organización	Los ítems guardan un criterio de organización lógica.					X
	Cobertura	Abarca todos los aspectos en cantidad y calidad.					X
ESTRUC- TURA	Intencionalidad	Sus instrumentos son adecuados para valorar aspectos de las actitudes.					X
	Consistencia	Sus dimensiones e indicadores están basados en aspectos teórico- científicos.					X
	Coherencia	Existe coherencia entre los indicadores y las dimensiones de su variable.					X
	Metodología	La estrategia que se está utilizando responde al propósito de la investigación.					X
	Oportunidad	El instrumento será aplicado en el momento oportuno o más adecuado.					X

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

Procede la aplicación

V. PROMEDIO DE VALORACIÓN: 89%

VI. LUEGO DE REVISADO EL INSTRUMENTO:

- ☒ Procede a su aplicación
- ☐ Debe corregirse

Firma y posfirma del Experto.

Código ORCID: 0000-0002-7542-0195

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE EDUCACIÓN



VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

Título de la investigación: **SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA, EN ESTUDIANTES DE PREGRADO DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNSAAC - 2024.**

NOMBRE DE LOS INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN: Prueba de desarrollo (Posprueba)

I. INVESTIGADORA: Br. Rocío Lisbeth Quispe Quispe

II. DATOS DEL EXPERTO:

1. Nombres y Apellidos: Hernán Jairo Ayala Huilca
2. Especialidad: Matemática
3. Lugar y Fecha: Cusco, 11-01-2024
4. Cargo e Institución donde Labora: Docente UNSAAC

III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO:

MP C NENTE	Indicadores	Criterios	Deficiente	Regular	Buena	Muy Buena	Excelente
			(0-20) %	(21-40) %	(41-60) %	(61-80) %	(81-100) %
FORMA	Claridad	Los indicadores están formulados con un lenguaje claro y apropiado.					X
	Objetividad	los indicadores que se están midiendo, están expresados en conductas observables.					X
CONTE NIDO	Contextualización	El problema que se está investigando está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					X
	Organización	Los ítems guardan un criterio de organización lógica.					X
	Cobertura	Abarca todos los aspectos en cantidad y calidad.					X
ESTRU C- TURA	Intencionalidad	Sus instrumentos son adecuados para valorar aspectos de las estrategias.					X
	Consistencia	Sus dimensiones e indicadores están basados en aspectos teórico- científicos.					X
	Coherencia	Existe coherencia entre los indicadores y las dimensiones de su variable.					X
	Metodología	La estrategia que se está utilizando responde al propósito de la investigación.					X
	Oportunidad	El instrumento será aplicado en el momento oportuno o más adecuado.					X

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

Procede a su aplicación

V. PROMEDIO DE VALORACIÓN: 89%

VI. LUEGO DE REVISADO EL INSTRUMENTO:



Procede a su aplicación



Debe corregirse

Firma y posfirma del Experto.

Código ORCID: 0000-0002-7542-0195



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE EDUCACIÓN**



VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

Título de la investigación: SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA, EN ESTUDIANTES DE PREGRADO DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNSAAC 2024.

NOMBRE DE LOS INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN: Prueba de desarrollo (Pre prueba)

I. INVESTIGADORA: Br. Rocio Lisbeth Quispe Quispe

II. DATOS DEL EXPERTO:

1. Nombres y Apellidos: Elizabeth Durán Pareja
2. Especialidad: Matemática y Física
3. Lugar y Fecha: Cusco, 15 de enero de 2024
4. Cargo e Institución donde Labora: Docente - UNSAAC

III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO:

COMPONENTE	Indicadores	Criterios	Deficiente	Regular	Bueno	May Bueno	Excelente
			(0-20)%	(21-40)%	(41-60)%	(61-80)%	(81-100)%
FORMA	Claridad	Los indicadores están formulados con un lenguaje claro y apropiado.					×
	Objetividad	los indicadores que se están midiendo, están expresados en conductas observables.					×
CONTENIDO	Contextualización	El problema que se está investigando está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					×
	Organización	Los ítems guardan un criterio de organización lógica.					×
	Cobertura	Abarca todos los aspectos en cantidad y calidad.					×
ESTRUCTURA	Intencionalidad	Sus instrumentos son adecuados para valorar aspectos de las estrategias.					×
	Consistencia	Sus dimensiones e indicadores están basados en aspectos teórico- científicos.					×
	Coherencia	Existe coherencia entre los indicadores y las dimensiones de su variable.					×
	Metodología	La estrategia que se está utilizando responde al propósito de la investigación.					×
	Oportunidad	El instrumento será aplicado en el momento oportuno o más adecuado.					×

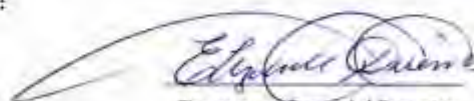
IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

Procede a la aplicación

V. PROMEDIO DE VALORACIÓN: 89%

VI. LUEGO DE REVISADO EL INSTRUMENTO:

- ☒ Procede a su aplicación
- ☐ Debe corregirse


 Firma y posfirma del Experto.

Código ORCID: 0000-0002-5092-1946



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABADEL CUSCO
FACULTAD DE EDUCACIÓN**



VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

Título de la investigación: SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA, EN ESTUDIANTES DE PREGRADO DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNSAAC 2024.

NOMBRE DE LOS INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN: Prueba de desarrollo (Pos prueba)

I. INVESTIGADORA: Br. Rocio Lisbeth Quispe Quispe

II. DATOS DEL EXPERTO:

1. Nombres y Apellidos: Elizabeth Durán Pareja
2. Especialidad: Matemática y Física
3. Lugar y Fecha: Cusco, 15 de enero de 2024
4. Cargo e Institución donde Labora: Docente - UNSAAC

III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO:

COMPONENTE	Indicadores	Criterios	Deficiente	Regular	Bueno	Muy Bueno	Excelente
			(0-20) %	(21-40) %	(41-60) %	(61-80) %	(81-100) %
FORMA	Claridad	Los indicadores están formulados con un lenguaje claro y apropiado.					×
	Objetividad	los indicadores que se están midiendo, están expresados en conductas observables.					×
CONTENIDO	Contextualización	El problema que se está investigando está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					×
	Organización	Los ítems guardan un criterio de organización lógica.					×
	Cobertura	Abarca todos los aspectos en cantidad y calidad.					×
ESTRUCTURA	Intencionalidad	Sus instrumentos son adecuados para valorar aspectos de las estrategias.					×
	Consistencia	Sus dimensiones e indicadores están basados en aspectos teórico- científicos.					×
	Coherencia	Existe coherencia entre los indicadores y las dimensiones de su variable.					×
	Metodología	La estrategia que se está utilizando responde al propósito de la investigación.					×
	Oportunidad	El instrumento será aplicado en el momento oportuno o más adecuado.					×

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

Procede a la aplicación

V. PROMEDIO DE VALORACIÓN: 89%

VI. LUEGO DE REVISADO EL INSTRUMENTO:

- ☒ Procede a su aplicación
- ☐ Debe corregirse

Firma y posfirma del Experto.

Código ORCID: 0000-0002-5092-1946

Anexo 7. Solicitud para la aplicación y confiabilidad del instrumento.

"Año del Bicentenario, de la consolidación de nuestra Independencia, y de la conmemoración de las heroicas batallas de Junín y Ayacucho"

Cusco, 03 de enero de 2024.

Señor :

Lic. Diego Estanislao Huamán Huayta

Presente. –

Asunto: Solicito autorización para aplicar prueba de validación, para la confiabilidad del instrumento de investigación (prueba de desarrollo), en estudiantes del curso de trigonometría del programa de Matemática y Física, de la Facultad de Educación.

De mi especial consideración:

Mediante la presente le saludo muy cordialmente y hago de su conocimiento que, en mi condición de tesista de la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, vengo desarrollando el trabajo de investigación intitulado: **"SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA, EN ESTUDIANTES DE PREGRADO DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y**

FÍSICA, UNSAAC 2024", cuyos instrumentos de recolección de información, están dirigidos a valorar la percepción del lenguaje trigonométrico de los estudiantes que se encuentran cursando el semestre 2023-II, del programa de Matemática y Física, de la Facultad de Educación, de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco.

En tal sentido, solicito autorización para aplicar la prueba de desarrollo para realizar la validación de la misma, a través de la fórmula Kuder Richardson, en el curso que usted dirige.

Concedora de su gesto de apoyo, no dudo que la presente tenga la aceptación esperada.

Atentamente,



Br. Rocio Lisbeth Quispe Quispe
Maestranda de Posgrado de la UNSAAC
DNL 47700146

Anexo 8. Autorización para aplicación de instrumento



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE LA ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN CUSCO



"DECENIO DE LA IGUALDAD DE OPORTUNIDADES PARA MUJERES Y HOMBRES"

"Año del Bicentenario, de la consolidación de nuestra Independencia, y de la conmemoración de las heroicas batallas de Junín y Ayacucho"

PROVEIDO : N°9-2024-DEPED/FED-UNSAAC

DE : DR. ANGEL ZENON CHOCHECHANCA CUADRO
 Director de la Escuela Profesional de Educación Cusco

A : QUISPE-QUISPE-ROCIO LISBETH

ASUNTO : AUTORIZACIÓN PARA APLICAR INSTRUMENTO DE
 INVESTIGACIÓN A LOS ESTUDIANTES DE LA ESPECIALIDAD DE
 MATEMÁTICA Y FÍSICA DE LA FACULTAD DE EDUCACIÓN

FECHA : Cusco, 22 de enero del 2024

Con conocimiento de esta Dirección, se **AUTORIZA** a la recurrente, la aplicación del instrumento de evaluación y recolección de datos a los(as) alumnos(as) en condición de egresante de la especialidad de Matemática y Física de la Escuela Profesional de Educación Secundaria de la Facultad de Educación para realizar el trabajo de investigación intitulado **"SISTEMAS DE REPRESENTACION EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRIA, EN ESTUDIANTES DE PREGRADO DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNSAAC - 2024."** con la condición que coordine con los docentes que regentan las diferentes asignaturas.

Atentamente,

Dr. Angel Z. Chocchechanka Cuadro
 DIRECTOR

Anexo 9. Constancia de la aplicación para realizar la prueba de confiabilidad

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS DE LA COMUNICACIÓN

"Año del Bicentenario, de la consolidación de nuestra Independencia, y de la conmemoración de las heroicas batallas de Junín y Ayacucho"

**CONSTANCIA DE APLICACIÓN DE VALIDACIÓN DE
INSTRUMENTO**

EL DOCENTE A CARGO DEL CURSO DE TRIGONOMETRÍA DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, DE LA FACULTAD DE EDUCACIÓN, DEL SEMESTRE ACADÉMICO 2023-II, LIC. DIEGO ESTANISLAO HUAMÁN HUAYTA.

HACE CONSTAR:

Que, la Bachiller **ROCIO LISBETH QUISPE QUISPE**, estudiante de la escuela de Posgrado, de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, ha aplicado la prueba de desarrollo, para validar dicho instrumento y aplicar en la investigación: **"SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA, EN ESTUDIANTES DE PREGRADO DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNSAAC - 2024"**, el 05 de enero de 2024.

Se expide la presente constancia a solicitud del interesado, para los fines que viera por conveniente.

Cusco, 08 de enero de 2024


Lic. Diego Huamán H.

Anexo 10. Evidencias de aplicación del instrumento

Figura 13 Evidencia de la aplicación del instrumento, para determinar los niveles de confiabilidad con la fórmula KR -20 de Kuder Richardson.



Nota: En la imagen se observa el interior del aula 309 de la Facultad de Educación, el Licenciado Diego Estanislao Huamán Huayta y sus estudiantes del curso de trigonometría.

Figura 14 Evidencia de la aplicación del instrumento, para determinar los niveles de confiabilidad con la fórmula KR -20 de Kuder Richardson.



Nota: En la imagen se observa a los estudiantes del curso de trigonometría desarrollando la prueba de desarrollo (instrumento).

Anexo 11. Prueba de confiabilidad del instrumento, KR -20 (Kuder Richardson)

Kuder Richardson - Excel

Archivo Inicio WPS PDF Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Ayuda Acrobat

Pegar Fuente Alineación Número Estilos Celdas Edición

V17 : =SUMA(B17:U17)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC									
1		PREGUNTAS																																				
2	Individuo	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20																	
3	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	3																
4	2	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5																
5	3	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4																
6	4	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5																
7	5	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4																
8	6	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4																
9	7	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	11																
10	8	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	9																
11	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	15																
12	10	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	8																
13	11	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10																
14	12	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	9																
15	13	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	10																
16	14	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	12																
17	15	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	11																
18	TOTAL	12	13	12	7	7	9	9	8	3	12	8	5	3	5	1	0	2	2	0	2																	
19	p	0.80	0.87	0.80	0.47	0.47	0.60	0.60	0.53	0.20	0.80	0.53	0.33	0.20	0.33	0.07	0.00	0.13	0.13	0.00	0.13																	
20	q	0.20	0.13	0.20	0.53	0.53	0.40	0.40	0.47	0.80	0.20	0.47	0.67	0.80	0.67	0.93	1.00	0.87	0.87	1.00	0.87																	
21	p*q	0.16	0.12	0.16	0.25	0.25	0.24	0.24	0.25	0.16	0.16	0.25	0.22	0.16	0.22	0.06	0.00	0.12	0.12	0.00	1.00																	
22	$\sum p*q$	4.13																																				
23	σ^2	13.14																																				
24	k	20																																				

Donde:
 k = Numero de ítems del instrumento
 p = Porcentaje de personas que responde correctamente cada ítem
 q = Porcentaje de personas que responde incorrectamente cada ítem
 σ^2 = Varianza total del instrumento

$$r_{kr20} = \left(\frac{k}{k-1} \right) \left(1 - \frac{\sum pq}{\sigma^2} \right)$$

$\left(\frac{k}{k-1} \right)$ 1.05

$\left(1 - \frac{\sum pq}{\sigma^2} \right)$ 0.686

0 KR-20 0.72

KR-20	Interpretación
1	Confiabilidad perfecta
0,72 a 0,99	Excelente confiabilidad
0,66 a 0,71	Muy confiable
0,60 a 0,65	Confiable
0,54 a 0,59	Confiabilidad baja
0,53 a menos	Confiabilidad nula

Anexo 12. Datos de la aplicación de la preprueba y posprueba en SPSS versión 27.

*VALOR DE LA SIGNIFICANCIA.sav [ConjuntoDatos1] - IBM SPSS Statistics Editor de datos

Archivo Editar Ver Datos Transformar Analizar Gráficos Utilidades Ampliaciones Ventana Ayuda

34 : Visible: 10 de 10 variables

	PREPRU EBA	POSPRU EBA	D1PRET EST	D2PRET EST	D3PRET EST	D4PRET EST	D1POST EST	D2POST EST	D3POST EST	D4POST EST	var	var	var	var	var	var
1	11	17	3	4	2	2	5	5	4	3						
2	2	5	1	1	0	0	2	2	0	1						
3	7	7	2	3	0	2	1	3	2	1						
4	5	6	2	1	1	1	2	1	1	1						
5	9	10	3	2	2	3	3	2	3	2						
6	1	5	1	0	0	0	2	1	1	1						
7	12	9	4	3	3	2	3	2	3	1						
8	1	5	1	0	0	0	2	1	1	1						
9	5	7	2	1	1	1	3	2	1	1						
10	6	8	2	2	1	1	2	2	2	2						
11	13	20	5	3	3	2	5	5	5	5						
12	9	14	3	2	3	1	5	3	5	1						
13	1	15	1	0	0	0	5	3	5	2						
14	2	3	1	0	1	0	1	1	1	0						
15	2	6	1	0	1	0	2	1	2	1						
16	2	6	1	1	0	0	3	2	0	1						
17																
18																
19																
20																
21																
22																

Vista de datos Vista de variables

IBM SPSS Statistics Processor está listo Unicode:ACTIVADO

Resumen de procesamiento de casos

	Válido		Casos Perdidos		Total	
	N	Porcentaje	N	Porcentaje	N	Porcentaje
pretest	16	100,0%	0	0,0%	16	100,0%
posttest	16	100,0%	0	0,0%	16	100,0%

Descriptivos

			Estadístico	Error estándar
pretest	Media		5,50	1,053
	95% de intervalo de confianza para la media	Límite inferior	3,26	
		Límite superior	7,74	
	Media recortada al 5%		5,33	
	Mediana		5,00	
	Varianza		17,733	
	Desviación estándar		4,211	
	Mínimo		1	
	Máximo		13	
	Rango		12	
	Rango intercuartil		7	
	Asimetría		,517	,564
	Curtosis		-1,174	1,091
posttest	Media		8,94	1,236
	95% de intervalo de confianza para la media	Límite inferior	6,30	
		Límite superior	11,57	
	Media recortada al 5%		8,65	
	Mediana		7,00	
	Varianza		24,463	
	Desviación estándar		4,946	
	Mínimo		3	
	Máximo		20	
	Rango		17	
	Rango intercuartil		8	
	Asimetría		1,101	,564
	Curtosis		,192	1,091

Pruebas de normalidad

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
pretest	,235	16	,019	,882	16	,042
posttest	,215	16	,047	,864	16	,022

a. Corrección de significación de Lilliefors

Anexo 13. Aplicación de la prueba

Figura 15 Aplicación de la preprueba.



Descripción: *Estudiantes participantes de la investigación desarrollando la prueba de entrada (prueba de desarrollo).*

Figura 16 Aplicación de la preprueba.



Descripción: *Estudiantes participantes de la investigación desarrollando la prueba de entrada (prueba de desarrollo).*

Anexo 14. Módulo de Sesiones

MÓDULO DE APRENDIZAJE

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA

I. DATOS GENERALES

Curso	:	Taller de Elaboración de Recursos
Código de la asignatura	:	ED657AEU
Fecha de inicio	:	8 de enero
Fecha de término	:	22 de enero
Duración	:	3 semanas
Modalidad	:	Presencial
Requisito	:	Ninguno
Nº Horas/ semana	:	08 Horas/ semana
Aula y horario	:	Aula 401 /Ma-Ju-Vi/ 11 – 13
Semestre Académico	:	2023 – II
Docente del curso	:	Dra. Luz María Cahuana Fernández
Docente aplicador	:	Br. Rocio Lisbeth Quispe Quispe 233948@unsaac.edu.pe

II. SUMILLA

Este módulo de aprendizaje proporciona una estructura organizada para abordar los diferentes sistemas de representación en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría, desde la introducción y autodiagnóstico hasta la aplicación práctica y evaluación final. Las sesiones están diseñadas para fomentar la comprensión profunda y la aplicación de los conceptos trigonométricos.

III. COMPETENCIA

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

IV. CAPACIDADES

- C1: Modela objetos con formas geométricas.
- C2: Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
- C3: Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas.
- C4: Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

V. EJES TEMÁTICOS

Teorema de Pitágoras, Razones trigonométricas, Razones trigonométricas de ángulos notables, Identidad trigonométrica fundamental, circunferencia trigonométrica, Ángulos verticales, Ley de Senos, Ley de Cosenos, Definición de función trigonométrica.

VI. METODOLOGÍA

La Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, Licenciada por la SUNEDU tiene como fin supremo la formación integral del estudiante, quien es el eje central del proceso educativo de formación profesional; por ello, la estructuración de este módulo de aprendizaje se diseña de manera estratégica de acuerdo con el perfil del egresado que menciona la UNSAAC, para incorporar enfoques pedagógicos que no solo transfieran conocimientos en sistemas de representación y lenguaje trigonométrico, sino que también promuevan el desarrollo de habilidades críticas y la aplicación práctica de los conceptos aprendidos, demostrando capacidad para plantear y resolver problemas. Se busca fomentar un ambiente educativo interactivo que estimule la participación activa del estudiante, permitiéndole explorar y comprender a fondo los sistemas de representación en el contexto del lenguaje trigonométrico. La metodología busca, así, alinear la enseñanza con la misión institucional, asegurando que los estudiantes no solo adquieran conocimientos técnicos, sino que también desarrollen competencias integrales esenciales para su éxito en la formación profesional y su contribución significativa a la sociedad en el ejercicio de su profesión.

VII. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

MÉTODO	PROCEDIMIENTO	FORMAS	TÉCNICAS
Activo-participativo. Métodos interactivos.	Ejemplificación, observación, análisis, síntesis, debate, discusión y exposición.	Individual - socializada.	Aprendizaje Basado en Problemas, Enseñanza Recíproca, Aprendizaje Colaborativo, Utilización de Tecnología Educativa, Juegos Matemáticos, Estudio de Casos Matemáticos, Pruebas de Diagnóstico y Formativas, Demostraciones y Experimentos, Proyectos Aplicados, Retroalimentación Constructiva, Clases Invertidas, Discusiones Guiadas.

VIII. PROGRAMACIÓN

MÓDULO DE APRENDIZAJE N° 1: SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS FUNDAMENTALES DE TRIGONOMETRÍA.					
No. Sesión/ N° de Horas	Propósito	Actividades	Campos temáticos	Evidencia de Aprendizaje	Criterio de evaluación
SESIÓN 1 (08-01-2024) Descifrando el lenguaje trigonométrico 2 horas SESIÓN 2 (09-01-2024) Importancia del uso de los sistemas de representación. 2 horas	<i>Evaluar el nivel inicial de resolución de problemas básicos trigonométricos de los estudiantes sobre los sistemas de representación en trigonometría y la aplicación de estos sistemas en la resolución de problemas.</i>	1. Presentación del objetivo de la investigación y la importancia de comprender los sistemas de representación en trigonometría. 2. Aplicación de la prueba de desarrollo (preprueba). 3. Discusión en grupos pequeños para compartir experiencias y percepciones.	a. Teorema de Pitágoras. b. Razones trigonométricas c. Razones trigonométricas de ángulos notables. d. Identidad trigonométrica fundamental, e. circunferencia trigonométrica. f. Ángulos verticales. g. Ley de Senos h. Ley de Cosenos, i. Definición de función trigonométrica.	-Modela objetos con formas geométricas. -Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. -Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas. -Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	a. Modela objetos que incorporan conceptos trigonométricos. b. Comunica conceptos trigonométricos, usando lenguaje trigonométrico en las explicaciones. c. Aplica estrategias y procedimientos trigonométricos. d. Desarrolla argumentos para respaldar o refutar afirmaciones sobre propiedades trigonométricas.
SESIÓN 3 (10-01-2024) Gráficos y conceptos, una relación fundamental 2 horas	<i>Explorar la conexión esencial entre gráficos y conceptos trigonométricos, fomentando la comprensión profunda de cómo las representaciones visuales impactan la asimilación de los principios trigonométricos.</i>	1. Breve Revisión Teórica: Introducción a la relación entre gráficos y conceptos trigonométricos. 2. Resolución de Problemas Prácticos: Aplicación de gráficos en la resolución de situaciones prácticas.	a. Teoría de los registros de representación semiótica. TRRS. b. Teoría de la percepción y cognición. c. Teoría de la construcción del conocimiento matemático.	-Modela objetos con formas geométricas. -Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas. -Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	a. Reconoce diversos registros de representación utilizados en trigonometría y los aplica para expresar conceptos trigonométricos específicos. b. Describe procesos cognitivos utilizados al interpretar y resolver problemas trigonométricos.
SESIÓN 4 (12-01-2024) Símbolos en Acción: Integrando Representaciones 2 horas	<i>Fomentar una comprensión profunda de cómo los símbolos en acción pueden facilitar la resolución de problemas y mejorar la conexión entre diferentes registros de representación semiótica.</i>	1. Discusión Guiada: Exploración cómo los símbolos matemáticos y las representaciones visuales se combinan para expresar y resolver problemas trigonométricos. 2. Resolución de problemas verbales y presentación de proyectos aplicados.	a. Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS). b. Teoría de la Construcción del Conocimiento Matemático.	-Modela objetos con formas geométricas. -Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. -Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas. -Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	a. Contribuye significativamente en la discusión. b. Demuestra comprensión y aplicación precisa de conceptos trigonométricos. c. Presenta proyectos aplicados que integren la trigonometría de manera efectiva y creativa.
SESIÓN 5 (15-01-2024) Explorando preferencias y estilos de representación I 2 horas	<i>Observar las preferencias individuales de los estudiantes en el uso de sistemas de</i>	1. Presentación breve de los diferentes sistemas de representación en trigonometría. 2. Ejercicios Prácticos. Actividades que permitan a los estudiantes experimentar con diferentes estilos de	a. Tipos de Sistemas de Representación. b. Estilos de Representación Preferidos.	-Modela objetos con formas geométricas.	a. Reconoce los estilos de representación que los estudiantes encuentran más cómodos.

SESIÓN 6 (17-01-2024) Explorando preferencias y estilos de representación II 2 horas	<i>representación en trigonometría y explorar cómo estas preferencias afectan su comprensión de los conceptos.</i>	<i>representación, desde gráficos hasta expresiones simbólicas.</i> 3. <i>Discusión Grupal: Compartir experiencias y reflexionar sobre la influencia de las preferencias en el aprendizaje trigonométrico.</i>	<i>c. Influencia de los sistemas de representación en el aprendizaje de la matemática y en la Comprensión de la Trigonometría.</i>	<i>-Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.</i> <i>-Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas.</i> <i>-Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.</i>	<i>b. Expresa de manera clara y efectiva las preferencias individuales sobre los registros simbólicos.</i> <i>c. Aplica estrategias y procedimientos trigonométricos.</i> <i>d. Reflexiona críticamente sobre la relación entre las preferencias y la comprensión trigonométrica.</i>
SESIÓN 7 (18-01-2024) Visualizamos conceptos trigonométricos					
SESIÓN 8: (18-01-2024) Aplicamos conceptos trigonométricos para modelar situaciones de nuestro contexto. SESIÓN 9: (19-01-2024) Aplicamos conceptos trigonométricos para modelar situaciones de nuestro contexto. SESIÓN 10: (20-01-2024) Aplicamos conceptos trigonométricos para modelar situaciones de nuestro contexto.	<i>Reflexionar sobre las experiencias en las sesiones anteriores, identificar áreas de mejora en la comprensión de la trigonometría y proponer estrategias individuales para fortalecer el aprendizaje.</i>	<i>1. Identificación de Estrategias Personales: Reflexión individual sobre enfoques de estudio efectivos.</i> <i>2. Sesión de Reflexión Grupal: Compartir y discutir lo aprendido en las sesiones anteriores.</i> <i>3. Presentación de Propuestas de Mejora: Compartir estrategias y sugerencias para fortalecer la comprensión trigonométrica.</i>	<i>a. Reflexión sobre el Proceso de Aprendizaje de la Trigonometría.</i> <i>b. Identificación de Estrategias Individuales y colectivas de Estudio.</i> <i>c. Desarrollo de Propuestas de Mejora.</i>	<i>-Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.</i> <i>-Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.</i>	<i>a. Contribuye significativamente en la sesión de reflexión: Participa de forma activa e indica aportes relevantes.</i> <i>b. Explica detalladamente de enfoques de estudio efectivos.</i> <i>c. Muestra claridad en la identificación de estrategias personales.</i>
SESIÓN 11: (21-01-2024) Construimos problemas simples usando conceptos trigonométricos. 2 horas SESIÓN 12 (22-01-2024) Evaluación y Creatividad en la resolución de problemas fundamentales de trigonometría. 2 horas	<i>Evaluar el nivel de comprensión conceptual y de representación semiótica de los estudiantes, al tiempo que se fomenta la creatividad en la aplicación de representación semiótica en contextos trigonométricos.</i>	<i>1. Construcción de problemas simples utilizando conceptos simples de trigonometría.</i> <i>2. Los estudiantes exponen y explican como construyeron dichos problemas.</i> <i>1. Evaluación de Comprensión Conceptual: Aplicación de la prueba de desarrollo (posprueba).</i> <i>2. Expresar agradecimientos a los participantes de la investigación.</i>	<i>a. Teorema de Pitágoras. b. Razones trigonométricas</i> <i>c. Razones trigonométricas de ángulos notables.</i> <i>d. Identidad trigonométrica fundamental,</i> <i>e. Circunferencia trigonométrica.</i> <i>f. Ángulos verticales.</i> <i>g. Ley de Senos</i> <i>h. Ley de Cosenos,</i> <i>i. Definición de función trigonométrica.</i>	<i>-Modela objetos con formas geométricas.</i> <i>-Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.</i> <i>-Usa estrategias y procedimientos para construir relaciones geométricas.</i> <i>-Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.</i>	<i>a. Modela objetos que incorporan conceptos trigonométricos.</i> <i>b. Comunica conceptos trigonométricos, usando lenguaje trigonométrico en las explicaciones.</i> <i>c. Aplica estrategias y procedimientos trigonométricos.</i> <i>d. Desarrolla argumentos para respaldar o refutar afirmaciones sobre propiedades trigonométricas.</i>

IX. EVALUACIÓN

MOMENTOS	TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
Entrada	Prueba escrita	Prueba de desarrollo
Durante el proceso		Rúbrica
Salida	Prueba escrita	Prueba de desarrollo

X. ACUERDOS DE CONVIVENCIA

- ✓ Respeto.
- ✓ Empatía.
- ✓ Responsabilidad.

XI. BIBLIOGRAFÍA

- Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En R. Duval, *Comprensión y aprendizaje en matemáticas : perspectivas semióticas seleccionadas* (págs. 61-94). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. Dunkerque: Springer.
- Font, V. (2001). Representation in Mathematics Education. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 14, 37.
<http://socialsciences.exeter.ac.uk/education/research/centres/stem/publications/pmej/pome14/contents.htm>
- Godino, J. (2002). Un enfoque Ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(23), 48. https://ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/04_enfoque_ontosemiotico.pdf
- Godino, J., Wilhelmi, M., Blanco, T., Contreras, Á., & Giacomone, B. (2016). Análisis de la actividad matemática mediante dos herramientas teóricas: Registros de representación semiótica y configuración ontosemiótica. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática* (10), 20.
- Quispe, R. (2019). Trigonometría. (1° edición). El Garabato.
- MINEDU (2017). *Currículo de educación Básica Nacional*. Minedu.
<http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf>
- Rico, L. (2009). *Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática*. PNA, 4(1), 14. [Dialnet-SobreLasNocionesDeRepresentacionYComprensionEnLaIn-3037582.pdf](http://dialnet-SobreLasNocionesDeRepresentacionYComprensionEnLaIn-3037582.pdf)
- Rico, L., & Sierra, M. (2000). Didáctica de la matemática e Investigación. En L. Rico, & M. Sierra, *Matemática española en los albores del siglo XXI* (pág. 39). Hergué Editores.

Anexo 15. Desarrollo del módulo de aprendizaje

Figura 17 Aplicación del módulo de aprendizaje.



Nota: Estudiantes participantes de la investigación – sesión 1. Se realizó una breve explicación acerca de los sistemas de representación y la importancia de su aplicación para resolver problemas.

Figura 18 Aplicación del módulo de aprendizaje.



Nota: Estudiantes participantes de la investigación – sesión 2. Los estudiantes comparten experiencias sobre el uso de los sistemas de representación.

Figura 19 Aplicación del módulo de aprendizaje.



Nota: Estudiantes participantes de la investigación – sesión 5. Los estudiantes realizan una exposición sobre la resolución de problemas trigonométricos con el uso de los sistemas de representación.

Figura 20 Aplicación del módulo de aprendizaje.



Nota: Estudiantes participantes de la investigación – sesión 6. Los estudiantes realizan una exposición sobre la resolución de problemas trigonométricos con el uso de los sistemas de representación.

Figura 21 Aplicación del módulo de aprendizaje.



Nota: Estudiantes participantes de la investigación – sesión 7. Los estudiantes realizan una exposición sobre la resolución de problemas trigonométricos con el uso de los sistemas de representación y resaltan la importancia de las diferentes representaciones al momento de resolver problemas.

Anexo 16. Aplicación de la posprueba

Figura 22 Evidencia de la aplicación de la posprueba.



Nota: Estudiantes participantes de la investigación, desarrollando la posprueba.

Figura 23 Evidencia de la aplicación de la posprueba.



Nota: Estudiantes participantes de la investigación, desarrollando la posprueba.