

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**  
**ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL**



**TESIS**

**ANÁLISIS DE LA EFICIENCIA EN EL AFORAMIENTO DE  
CAUDALES DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED  
DELGADA RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y  
TRIANGULARES MEDIANTE CFD**

**PRESENTADO POR:**

Br. ALONSO ALEXANDER APAZA HUACAC

Br. LUIS ENRIQUE ARREDONDO LIMA

**PARA OPTAR AL TÍTULO**

**PROFESIONAL DE INGENIERO CIVIL**

**ASESOR:**

Ing. CARLOS HUGO LOAIZA SCHIAFFINO

**CUSCO – PERÚ**

**2026**



# UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

## INFORME DE SIMILITUD

(Aprobado por Resolución Nro. CU-321-2025-UNSAAC)

El que suscribe, el Asesor ING. CARLOS HUGO LOAIZA SCHIAFFINO quien aplica el software de detección de similitud al trabajo de investigación/tesis titulada:

**"ANÁLISIS DE LA EFICIENCIA EN EL AFORAMIENTO DE CAUDALES DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES MEDIANTE CFD"**

Presentado por: ALONSO ALEXANDER APAZA HUACAC, DNI N° 77296026;

presentado por: LUIS ENRIQUE ARREDONDO LIMA, DNI N°: 73950180,

Para optar el título Profesional/Grado Académico de INGENIERO CIVIL

Informo que el trabajo de investigación ha sido sometido a revisión por <sup>1</sup> veces, mediante el Software de Similitud, conforme al Art. 6° del **Reglamento para Uso del Sistema Detección de Similitud en la UNSAAC** y de la evaluación de originalidad se tiene un porcentaje de 0.4%.

**Evaluación y acciones del reporte de coincidencia para trabajos de investigación conducentes a grado académico o título profesional, tesis**

Porcentaje	Evaluación y Acciones	Marque con una (X)
Del 1% al 10%	No sobrepasa el porcentaje aceptado de similitud.	X
Del 11% al 30%	Devolver al usuario para las subsanaciones.	
Mayor al 31%	El responsable de la revisión del documento emite un informe al inmediato jerárquico, conforme al reglamento, quien a su vez eleva el informe al Vicerrectorado de Investigación para que tome las acciones correspondientes; Sin perjuicio de las sanciones administrativas que correspondan de acuerdo a Ley.	

Por tanto, en mi condición de Asesor, firmo el presente informe en señal de conformidad y adjunto las primeras páginas del reporte del Sistema de Detección de Similitud.

Cusco, 27 de mayo del 2026

Firma

Post firma: Ing. Carlos Hugo Loaiza Schiaffino

Nro. De DNI: 23870541

ORCID del Asesor: 0000-0003-4405-4185

Se adjunta:

1. Reporte generado por el sistema Antiplagio.
2. Enlace del Reporte Generado por el Sistemade Detección de Similitud: **old:** 27259:59502231

# LUIS ALONSO ARREDONDO APAZA

## 01. ANÁLISIS DE LA EFICIENCIA EN EL AFORAMIENTO DE CAUDALES DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED ...

 Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco

---

### Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::27259:595002237

Fecha de entrega

27 may 2026, 9:47 a.m. GMT-5

Fecha de descarga

27 may 2026, 9:53 a.m. GMT-5

Nombre del archivo

01. ANÁLISIS DE LA EFICIENCIA EN EL AFORAMIENTO DE CAUDALES DE LOS VERTEDEROS SINUSOI....pdf

Tamaño del archivo

18.4 MB

253 páginas

61.219 palabras

306.499 caracteres




# 4% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

## Filtrado desde el informe

- ▶ Bibliografía
- ▶ Texto citado
- ▶ Texto mencionado
- ▶ Coincidencias menores (menos de 20 palabras)

## Fuentes principales

- 4%  Fuentes de Internet
- 1%  Publicaciones
- 3%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

## Marcas de integridad

### N.º de alertas de integridad para revisión

No se han detectado manipulaciones de texto sospechosas.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

## **DEDICATORIA**

Dedico este trabajo, en primer lugar, a Dios, por haberme otorgado la salud y fortaleza que me permitieron llegar hasta esta etapa de mi vida. También lo dedico con profundo agradecimiento a mi madre, por su apoyo incondicional, su cuidado constante y su amor a lo largo de todos estos años. A mi padre, quien con esfuerzo y dedicación me acompañó en cada paso del camino, brindándome siempre su respaldo. Sin ellos, este logro no habría sido posible.

### **Alonso Alexander, Apaza Huacac**

Este trabajo de investigación lo dedico a mi madre; por su amor incondicional, paciencia y por enseñarme el valor de la persistencia. A mi padre; por su sabiduría, los buenos consejos que siempre me brindó y por enseñarme que todo se puede conseguir con esfuerzo y dedicación. A mis hermanas Thirza, Tracy y Thayra; por su cariño, compañía y ser la razón de mi esfuerzo. Y a mi querida Nayda; por su apoyo, comprensión, y por siempre creer en mí y mis capacidades. A todos ustedes, gracias por ser parte importante de este logro.

### **Luis Enrique, Arredondo Lima**

## AGRADECIMIENTO

*La culminación de esta tesis representa el resultado de un esfuerzo colaborativo que trasciende el trabajo individual, fruto del apoyo incondicional de diversas personas que han sido fundamentales en este proceso.*

*Nuestro reconocimiento más profundo va dirigido al Ing. Carlos Hugo Loaiza Schiaffino, cuya dirección académica y orientación especializada fueron pilares esenciales en el desarrollo de este trabajo. Su experiencia y dedicación permitieron superar los desafíos metodológicos y académicos que surgieron durante la investigación.*

*La Facultad de Ingeniería Civil ha sido un espacio formativo excepcional, donde los docentes no solo compartieron conocimientos técnicos, sino que inspiraron un compromiso genuino con la excelencia académica e investigativa. Su guía ha sido determinante en nuestra formación profesional.*

*Un agradecimiento especial a nuestras familias, quienes con su amor, comprensión y apoyo incondicional han sido el soporte emocional que nos permitió perseverar en momentos de dificultad. Su confianza ha sido el combustible que alimentó nuestra motivación.*

*A nuestros compañeros y amigos, cuyo estímulo y compañerismo han sido fundamentales, ofreciendo perspectivas, críticas constructivas y momentos de motivación que enriquecieron significativamente este proceso.*

*Finalmente, agradecemos a la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco por proporcionar un entorno académico propicio para el aprendizaje y la investigación, así como por los recursos y facilidades brindadas para la culminación de este proyecto.*

***Alonso Alexander y Luis Enrique***

## RESUMEN

La presente investigación tuvo como objetivo general analizar la factibilidad técnica y operativa de los vertederos sinusoidales de pared delgada como dispositivos de aforo, comparando su desempeño hidráulico frente a los vertederos rectangulares y triangulares tradicionales. La metodología adoptó un enfoque mixto, combinando ensayos experimentales en el Laboratorio de Hidráulica de la UNSAAC con simulaciones numéricas (CFD) mediante el software ANSYS R24.

Para la determinación del caudal del vertedero sinusoidal, se dedujo una ecuación teórica simplificada basada en un factor geométrico adimensional ( $\psi$ ), logrando un ajuste con un error medio de 0.46%. Experimentalmente, se determinó que el Coeficiente de Descarga ( $C_d$ ) del vertedero sinusoidal oscila entre 0.74 y 0.98, demostrando una eficiencia hidráulica comparable a las geometrías clásicas.

El análisis hidrodinámico reveló que la geometría sinusoidal favorece la estabilidad del flujo, registrando un pico de velocidad normalizada ( $V/V_m$ ) de 5.91, significativamente menor al generado por el vertedero triangular (11.53), lo que implica una reducción en el potencial erosivo aguas abajo. Finalmente, la validación numérica presentó una discrepancia promedio de apenas 2.20 mm (3.72%) respecto a los datos físicos, confirmando la fiabilidad del modelo computacional. Se concluye que el vertedero sinusoidal es una alternativa viable, versátil y segura para la medición de caudales en regímenes de flujo variables.

**Palabras clave:** Vertedero sinusoidal, Aforo de caudales, Dinámica de fluidos computacional, Coeficiente de descarga.

## ABSTRACT

The present research aimed to analyze the technical and operational feasibility of thin-crested sinusoidal weirs as flow measurement devices, comparing their hydraulic performance against traditional rectangular and triangular weirs. The methodology adopted a mixed approach, combining experimental tests at the UNSAAC Hydraulics Laboratory with computational fluid dynamics (CFD) simulations using ANSYS R24 software.

To determine the discharge of the sinusoidal weir, a simplified theoretical equation based on a dimensionless geometric factor ( $\psi$ ) was derived, achieving a fit with a mean error of 0.46%. Experimentally, it was determined that the Discharge Coefficient ( $C_d$ ) of the sinusoidal weir ranges between 0.74 and 0.98, demonstrating a hydraulic efficiency comparable to classical geometries.

Hydrodynamic analysis revealed that the sinusoidal geometry promotes flow stability, recording a normalized peak velocity ( $V/V_m$ ) of 5.91, significantly lower than that generated by the triangular weir (11.53), which implies a reduction in downstream erosive potential. Finally, numerical validation showed an average discrepancy of merely 2.20 mm (3.72%) compared to the physical data, confirming the reliability of the computational model. It is concluded that the sinusoidal weir is a viable, versatile, and safe alternative for discharge measurement under variable flow regimes.

**Keywords:** Sinusoidal weir, Discharge measurement, Computational Fluid Dynamics, Discharge coefficient.

## TABLA DE CONTENIDO

DEDICATORIA.....	i
AGRADECIMIENTO.....	ii
RESUMEN .....	iii
ABSTRACT .....	iv
TABLA DE CONTENIDO.....	v
ÍNDICE DE FIGURAS .....	ix
ÍNDICE DE TABLAS .....	xiii
INTRODUCCIÓN .....	xv
1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	16
1.1 Situación problemática.....	16
1.2 Formulación del problema.....	19
1.2.1 Problema general.....	19
1.2.2 Problemas específicos.....	19
1.3 Objetivos de la investigación .....	19
1.3.1 Objetivo general .....	19
1.3.2 Objetivos específicos .....	20
1.4 Hipótesis .....	20
1.4.1 Hipótesis general.....	20
1.4.2 Hipótesis específica.....	20
1.5 Justificación .....	21
1.5.1 Justificación practica.....	21
1.5.2 Justificación metodológica .....	22
1.5.3 Justificación teórica.....	22
1.6 Delimitación del problema.....	23
1.6.1 Ámbito temporal y espacial.....	23
1.6.2 Rangos que comprenden el estudio .....	23
1.6.3 Limitaciones de la investigación.....	24
2 MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL .....	25

2.1	Antecedentes históricos .....	25
2.1.1	Antecedentes internacionales .....	25
2.1.2	Antecedentes nacionales .....	28
2.2	Fundamento teórico .....	30
2.2.1	Medición de caudales.....	30
2.2.2	Vertederos .....	33
2.2.3	Dinámica de fluidos computacional (CFD) .....	53
2.3	Definición de términos básicos.....	65
2.3.1	Aforo .....	65
2.3.2	Caudal.....	65
2.3.3	Vertedero .....	65
2.3.4	Coefficiente de descarga.....	65
2.3.5	Sinusoide .....	65
2.3.6	Vertedero sinusoide .....	66
3	DISEÑO METODOLÓGICO.....	67
3.1	Identificación de variables .....	67
3.2	Operacionalización de variables .....	68
3.3	Ámbito de estudio: localización política y geográfica .....	69
3.3.1	Localización política .....	69
3.3.2	Localización geográfica .....	69
3.4	Tipo de investigación.....	69
3.5	Nivel de la investigación.....	70
3.6	Enfoque de la investigación .....	70
3.7	Diseño de la investigación.....	71
3.8	Población y muestra.....	71
3.8.1	Población.....	71
3.8.2	Muestra .....	72
3.9	Etapas experimentales.....	73
3.9.1	Primera etapa: Ensayos en laboratorio del vertedero sinusoidal, rectangular y triangular .....	73

3.9.2	Segunda etapa: Simulación numérica en ANSYS de los vertederos estudiados en laboratorio.....	75
3.9.3	Tercera etapa: Simulaciones numéricas para la obtención de coeficientes de descarga del vertedero sinusoidal.....	76
3.9.4	Cuarta etapa: Demostración práctica del uso de vertederos sinusoidales en campo .....	78
3.10	Técnicas e instrumentos .....	79
3.10.1	Técnicas de recolección de datos .....	79
3.10.2	Instrumentos .....	80
3.11	Técnicas de análisis e interpretación de la información.....	83
4	DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN.....	87
4.1	Deducción teórica de la ecuación de descarga del vertedero sinusoidal de pared delgada .....	87
4.2	Diseño del modelo en estudio.....	94
4.2.1	Definición geométrica del vertedero .....	94
4.2.2	Materiales de construcción del vertedero .....	96
4.2.3	Etapas de construcción del modelo físico .....	97
4.2.4	Condiciones de operación del modelo.....	99
4.3	Estrategia de recolección de datos .....	100
4.3.1	Ensayos en laboratorio de los vertederos sinusoidal, rectangular y triangular .....	101
4.3.2	Simulaciones computacionales en programa ANSYS.....	112
4.3.3	Experimentación en campo.....	127
5	RESULTADO DE LA INVESTIGACIÓN.....	132
5.1	Validación de las simulaciones computacionales .....	132
5.1.1	Vertedero sinusoidal .....	132
5.1.2	Vertedero triangular .....	136
5.1.3	Vertedero rectangular.....	139
5.2	Coefficientes de descarga del vertedero sinusoidal de pared delgada .....	142
5.3	Evaluación de la precisión en el aforo de caudales: vertederos sinusoidal, rectangular y triangular .....	147
5.3.1	Vertedero sinusoidal .....	148

5.3.2	Vertedero triangular .....	152
5.3.3	Vertedero rectangular .....	156
5.4	Distribución de las velocidades .....	160
6	ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS .....	164
6.1	Análisis de la ecuación del vertedero sinusoidal .....	164
6.2	Caracterización y modelamiento del coeficiente de descarga del vertedero sinusoidal de pared delgada .....	165
6.3	Validación del modelo numérico .....	166
6.4	Comparación de precisión: sinusoidal vs. triangular vs. rectangular.....	167
6.5	Análisis hidrodinámico de velocidades .....	173
7	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	175
7.1	Conclusiones.....	175
7.2	Recomendaciones.....	177
8	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	180
9	ANEXOS .....	182
10	PANEL FOTOGRÁFICO.....	230

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	Forma geométrica del Vertedero sinusoidal estudiado por Journal of Irrigation and Drainage Engineering	25
Figura 2	Medidor Parshall	31
Figura 3	Vertedero rectangular de pared delgada	32
Figura 4	Aforador RBC	33
Figura 5	Presa binacional de Itaipu	34
Figura 6	Bocatoma La Achirana - Perú	34
Figura 7	Esquema de perfil y transversal de un vertedero rectangular de pared delgada	35
Figura 8	Vertedero de pared delgada	36
Figura 9	Vertedero de pared gruesa	37
Figura 10	Vertederos de diferentes formas de sección transversal	38
Figura 11	Vertedero libre	39
Figura 12	Vertedero ahogado	40
Figura 13	Construcción de cresta en vertederos de pared delgada	41
Figura 14	Vista de perfil de un vertedero de pared delgada.	42
Figura 15	Vertederos con contracciones laterales	42
Figura 16	Vertedero de pared delgada de forma general	43
Figura 17	Vertedero rectangular	45
Figura 18	Gráfico para la determinación de KL	49
Figura 19	Coefficiente de descarga $C_e$	50
Figura 20	Vertedero triangular	51
Figura 21	Coefficiente de descarga en vertederos triangulares	53
Figura 22	Malla estructurada y malla no estructurada	62
Figura 23	Sinusoide	66
Figura 24	Forma geométrica del vertedero sinusoidal	66
Figura 25	Esquema del vertedero sinusoidal de pared delgada	72
Figura 26	Flujograma de las etapas experimentales	73
Figura 27	Geometría de los vertederos para la primera y segunda etapa experimental	74
Figura 28	Geometría del vertedero sinusoidal para la tercera etapa experimental	76
Figura 29	Esquema del vertedero sinusoidal de pared delgada	87
Figura 30	Grafica de la función $y = \sin(x)$	87
Figura 31	Grafica de la función $y = 1 - \cos(x)$	88
Figura 32	Grafica de $\psi$ vs $h/a$	91
Figura 33	Curva de regresión de $\psi$ vs $h/a$	93
Figura 34	Esquema del vertedero sinusoidal de pared delgada	94

Figura 35	Diseño del vertedero mediante AutoCAD con las medidas adecuadas.	97
Figura 36	Preparación de la plancha de acrílico para su marcado con el molde y posterior corte	98
Figura 37	Vista de perforaciones elaboradas para la fijación de partes	98
Figura 38	Pulido y pintado del vertedero	99
Figura 39	Vista completa del canal dependiente variable modelo H91.8D/10/C	101
Figura 40	Caudalímetro presente en el sistema del canal de pendiente variable	102
Figura 41	Bomba hidráulica del canal el cual circula el agua a través del sistema	102
Figura 42	Sensor de medición VEGASON 61 ubicado en la parte superior del canal	103
Figura 43	Barómetro y termohigrómetro colocado en la parte superior central del canal	103
Figura 44	Elementos del medidor de flujo magnético inductivo OTT MF Pro	104
Figura 45	Nivelación del canal con la ayuda de un nivel de mano y nivel de maguera	105
Figura 46	Válvula inicial (i), válvula central (d) pertenecientes al sistema hidráulico del canal	106
Figura 47	Verificado y marcado en el canal de secciones donde se tomaron los datos	107
Figura 48	Secciones longitudinales (i) y secciones trasversales (d) donde se tomaron los datos	107
Figura 49	Vertedero rectangular mostrando el soporte lateral y el orificio de sujeción	108
Figura 50	Vertedero ya colocado donde se observa el perno de anclaje y el sellador en el borde	108
Figura 51	Panel de control del canal de pendiente variable	109
Figura 52	Vista en superior de la válvula donde se visualiza los niveles usados para el control del caudal.	110
Figura 53	Sensor de medición en uso (i), verificación de alturas con regla metálica (d).	111
Figura 54	Sección donde se ubicó el correntómetro para la toma de datos (i), colocado del medidor de flujo magnético en las alturas adecuadas (d).	111
Figura 55	Toma de datos con el medidor de flujo magnético (i), exportado de datos hacia la computadora para un mejor procesado (d).	112
Figura 56	Diagrama de flujo de las fases realizadas para el proceso de análisis y programación mediante Ansys-fluent	115

Figura 57	Modelado en 3D típico del canal modelado en el programa AutoCAD.	116
Figura 58	Geometría importada en ANSYS Geometry mediante el programa Autodesk Inventor	116
Figura 59	Secciones típicas de los canales estudiados para los distintos modelos de vertedero	117
Figura 60	Generación de malla en el canal y vertedero de estudio junto con el grafico de control de calidad de malla	118
Figura 61	Selección del modelo Volume of Fluid (VOF) para la simulación	119
Figura 62	Colocado de los datos iniciales de entrada como velocidad y presión en la entrada del canal	120
Figura 63	Colocado de datos iniciales de salida como la presión y turbulencia	121
Figura 64	Selección de la parte superior del canal para colocar la condición Symetry	121
Figura 65	Colocados de datos a en las paredes del canal	122
Figura 66	Selección del modelo de viscosidad k-epsilon realizable para las simulaciones	124
Figura 67	Superficie típica generada para la obtención de datos	125
Figura 68	Colocado de punto para la obtención de datos específicos en dicho punto como velocidad, tirante de agua, etc. en la superficie típica	126
Figura 69	Líneas de flujo dentro del canal donde se verifica la trayectoria del fluido.	127
Figura 70	Captación elegida para la experimentación ubicada en el distrito de Chinchaypujio.	128
Figura 71	Ubicación de la captación y del lugar donde se realizó la experimentación.	129
Figura 72	Obtención de los datos de ancho y altura del canal (i), sección del canal escogido para la experimentación (d)	130
Figura 73	Perpendicularidad del vertedero en la sección del canal (i), vertedero libre de fugas laterales gracias a los selladores colocados (d)	130
Figura 74	Obtención del tirante de agua a 1.50m aguas arriba del vertedero (i), aforado de caudal utilizando un recipiente calibrado en litros (d).	131
Figura 75	Caudal vs carga hidráulica obtenidos de laboratorio y ANSYS R24 para el vertedero sinusoidal.	133
Figura 76	Gráfico de Bland – Altman para los datos de carga hidráulica obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero sinusoidal	135
Figura 77	Caudal vs carga hidráulica obtenidos de laboratorio y ANSYS R24 para el vertedero triangular	137

Figura 78	Gráfico de Bland – Altman para los datos de carga hidráulica obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero triangular	138
Figura 79	Caudal vs carga hidráulica obtenidos de laboratorio y ANSYS R24 para el vertedero rectangular	140
Figura 80	Gráfico de Bland – Altman para los datos de carga hidráulica obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero rectangular	141
Figura 81	Gráfico de dispersión de los valores del coeficiente de descarga vs la relación $h/a$	144
Figura 82	Curva de regresión del coeficiente de descarga	146
Figura 83	Características geométricas del vertedero sinusoidal	148
Figura 84	Comparación de curvas de descarga: Caudal real vs aforado en función de la carga hidráulica para el vertedero sinusoidal	150
Figura 85	Gráfico de Bland – Altman en términos absolutos para el caudal aforado por el vertedero sinusoidal y el caudal real	151
Figura 86	Características geométricas del vertedero triangular	152
Figura 87	Comparación de curvas de descarga: Caudal real vs aforado en función de la carga hidráulica para el vertedero triangular	154
Figura 88	Gráfico de Bland – Altman en términos absolutos para el caudal aforado por el vertedero triangular y el caudal real	155
Figura 89	Características geométricas del vertedero rectangular	156
Figura 90	Comparación de curvas de descarga: Caudal real vs aforado en función de la carga hidráulica para el vertedero rectangular	158
Figura 91	Gráfico de Bland – Altman en términos absolutos para el caudal aforado por el vertedero rectangular y el caudal real	159
Figura 92	Distribución tridimensional de las velocidades en el vertedero sinusoidal	161
Figura 93	Distribución tridimensional de las velocidades en el vertedero rectangular	161
Figura 94	Distribución tridimensional de las velocidades en el vertedero triangular	162
Figura 95	Comparación entre los caudales aforados por cada tipo de vertedero y el caudal real	168
Figura 96	Grafica de Taylor del caudal real y los caudales calculados por los tres tipos de vertederos	172

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	Matriz de identificación de variables	67
Tabla 2	Matriz de operacionalización de variables	68
Tabla 3	Datos geográficos del laboratorio de hidráulica de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco	69
Tabla 4	Dimensiones de la muestra	72
Tabla 5	Características geométricas del canal de laboratorio de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco	74
Tabla 6	Características geométricas de los vertederos para la primera y segunda etapa de la experimentación	75
Tabla 7	Características del canal modelado en ANSYS para la segunda etapa experimental	75
Tabla 8	Muestras para la tercera etapa de la experimentación	77
Tabla 9	Dimensiones de los canales modelados para la tercera etapa experimental.	78
Tabla 10	Muestra para la cuarta etapa experimental	79
Tabla 11	Valores de $h/a$ vs $\psi$	91
Tabla 12	Cálculo del error absoluto y porcentual de la ecuación de regresión de $\psi$	92
Tabla 13	Análisis del ajuste de la ecuación de regresión de $\psi$	93
Tabla 14	Coordenadas del ingreso al laboratorio de hidráulica de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco	104
Tabla 15	Parámetros de elementos Skewness	118
Tabla 16	Propiedades de los fluidos usados	119
Tabla 17	Ubicación de la experimentación en campo	129
Tabla 18	Carga hidráulica obtenidas en laboratorio y en ANSYS R24 para el vertedero sinusoidal	133
Tabla 19	Análisis del error absoluto promedio y error porcentual promedio de las cargas hidráulicas obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero sinusoidal	134
Tabla 20	Prueba de Bland-Altman para los datos de carga hidráulica obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero sinusoidal	135
Tabla 21	Carga hidráulica obtenidas en laboratorio y en ANSYS R24 para el vertedero triangular	136
Tabla 22	Análisis del error absoluto promedio y error porcentual promedio de las cargas hidráulicas obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero triangular	137
Tabla 23	Prueba de Bland-Altman para los datos de carga hidráulica obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero triangular	138

Tabla 24	Carga hidráulica obtenidas en laboratorio y en ANSYS R24 para el vertedero rectangular	139
Tabla 25	Análisis del error absoluto promedio y error porcentual promedio de las cargas hidráulicas obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero rectangular	140
Tabla 26	Prueba de Bland-Altman para los datos de carga hidráulica obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero rectangular	141
Tabla 27	Valores del coeficiente de descarga obtenidas para las 14 geometrías	142
Tabla 28	Cálculo del error absoluto y porcentual de la ecuación de regresión de coeficiente de descarga	145
Tabla 29	Análisis del ajuste de la ecuación de regresión de coeficiente de descarga	145
Tabla 30	Cálculo del caudal aforado en el vertedero sinusoidal	149
Tabla 31	Análisis de errores entre el caudal aforado y real del vertedero sinusoidal	149
Tabla 32	Prueba de Bland – Altman en términos absolutos para el caudal aforado por el vertedero sinusoidal y el caudal real	150
Tabla 33	Prueba de Bland – Altman en términos relativos para el caudal aforado por el vertedero sinusoidal y el caudal real	151
Tabla 34	Comparación de caudales aforados según las distintas fórmulas teóricas vs. Caudal Real para el vertedero triangular	153
Tabla 35	Comparativa de error promedio para las fórmulas del vertedero triangular.	153
Tabla 36	Prueba de Bland – Altman en términos absolutos para el caudal aforado por el vertedero triangular y el caudal real	154
Tabla 37	Prueba de Bland – Altman en términos relativos para el caudal aforado por el vertedero triangular y el caudal real	155
Tabla 38	Comparación de caudales aforados según las distintas fórmulas teóricas vs. Caudal Real para el vertedero rectangular.	157
Tabla 39	Comparativa de error promedio para las fórmulas del vertedero rectangular.	157
Tabla 40	Prueba de Bland – Altman en términos absolutos para el caudal aforado por el vertedero rectangular y el caudal real	158
Tabla 41	Prueba de Bland – Altman en términos relativos para el caudal aforado por el vertedero rectangular y el caudal real	159
Tabla 42	Análisis de desviación estándar de las velocidades resultantes en cada uno de los vertederos	162
Tabla 43	Métricas de comparación de la distribución de las velocidades resultantes en cada vertedero.	163
Tabla 44	Comparación entre el caudal real y el caudal aforado por los tres tipos de vertederos	168
Tabla 45	Métricas de error para cada uno de los vertederos	169
Tabla 46	Resumen de los valores obtenidos de la prueba de Bland – Altman en términos relativos	170

# INTRODUCCIÓN

El agua constituye uno de los recursos más esenciales para la vida y el desarrollo humano. A lo largo de la historia, la gestión de esta ha sido una prioridad, impulsando el diseño de infraestructuras hidráulicas orientadas a la captación, almacenamiento, distribución y control del recurso, esto con el propósito de garantizar su aprovechamiento eficiente y sostenible. En este contexto, los sistemas de medición y regulación del caudal desempeñan un papel fundamental en actividades como el abastecimiento de agua potable, el riego agrícola y los procesos industriales. Entre los dispositivos empleados para estos fines, los vertederos de pared delgada destacan por su simplicidad constructiva y su uso extendido en el aforo de caudales y en la regulación de niveles en canales y embalses. No obstante, estos dispositivos presentan limitaciones en términos de precisión, debido a las simplificaciones teóricas asumidas en las ecuaciones de descarga, a la sensibilidad frente a las condiciones hidráulicas de aproximación y al empleo de coeficientes de descarga empíricos que no siempre representan adecuadamente el comportamiento real del flujo. Estas imprecisiones pueden derivar en errores significativos en la estimación del caudal, afectando la eficiencia en la gestión y control del agua.

Frente a esta problemática, surge la necesidad de desarrollar nuevas formas que mejoren la exactitud en la medición y favorezcan el comportamiento hidráulico. El presente trabajo de investigación tiene como objetivo analizar el comportamiento hidráulico de un vertedero sinusoidal de pared delgada, desarrollado a partir de un diseño matemático propio y validado mediante experimentación física y modelación numérica. Se propone comparar su desempeño frente a vertederos convencionales, como son los vertederos rectangulares y triangulares, a fin de evaluar su precisión en la medición de caudales y determinar el coeficiente de descarga correspondiente. Así mismo, se evaluará su eficiencia hidráulica, considerando la dispersión de los valores de caudal respecto a mediciones reales y su capacidad de autolimpieza mediante el análisis de la distribución de velocidades en la proximidad de la placa del vertedero.

# CAPÍTULO I

## 1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1 Situación problemática

El agua constituye un recurso indispensable para el desarrollo y la permanencia de los seres vivos y de los ecosistemas. En este sentido, la gestión eficiente y el control adecuado de este recurso han adquirido una importancia creciente en los últimos años. Para el progreso social y económico, resulta esencial que el recurso hídrico llegue en condiciones óptimas y en las cantidades necesarias a cada persona. Garantizar una disponibilidad adecuada implica asegurar un suministro suficiente y continuo en el tiempo, capaz de cubrir las necesidades básicas personales y domésticas. Esto incluye su uso para el consumo humano, el saneamiento personal, el lavado de prendas de vestir, la preparación de alimentos, así como la higiene tanto personal como del entorno doméstico.

El uso global de recursos hídricos se ha incrementado seis veces durante el último siglo y continúa expandiéndose de manera sostenida, con una tasa de crecimiento anual aproximada del 1%. (UNESCO, 2021). La Organización para la Cooperación Económica y el Desarrollo (OCDE) proyectó en 2012 un aumento del 55 % en la demanda global entre 2000 y 2050. El ciclo hidrológico terrestre se encuentra alterado por los efectos del cambio climático, donde las variaciones en las temperaturas ejercen una influencia directa sobre el balance hídrico global. Según el “Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático (IPCC)”, se proyecta un incremento en las tasas de evaporación desde la superficie terrestre como consecuencia de la tendencia ascendente en las temperaturas ambientales a nivel mundial.

En el ámbito nacional, el Perú es un país que depende ampliamente de la agricultura, según la ANA hasta el 2013 la demanda de agua por actividad productiva, según uso consuntivo para la agricultura era del 88.8% y la de población del 8.9%. De acuerdo con lo señalado por la CEPAL en su publicación titulada “La Economía del Cambio Climático en el Perú”, se ha evidenciado que el Perú presenta un elevado grado de vulnerabilidad frente a los impactos del cambio climático. Esto se debe a que el país reúne siete de las nueve condiciones de vulnerabilidad identificadas por la Convención Marco de las Naciones Unidas sobre el Cambio Climático (CMNUCC) (CEPAL, BID, & ERECC, 2014). Se prevé una disminución

del 5% en el recurso hídrico en la región del pacifico para el 2030, mientras que en la región del atlántico se prevé una disminución del 5% y 9% en el escurrimiento superficial para el 2030. En la región del Titicaca se prevé una disminución del 10% en el recurso hídrico para el 2030. (CONSULTORES, 2021)

Por lo expuesto en los anteriores párrafos es evidente que el recurso hídrico es fundamental para garantizar una adecuada calidad de vida y desarrollo económico de una comunidad. Del mismo modo se ha visto como el recurso hídrico a estado entrando a un problema de escases que se va agravando constantemente en estas últimas décadas. Esto nos alienta a un mejor manejo y control del recurso hídrico para asegurar una distribución adecuada, además de reducir significativamente los desperdicios de agua dulce que pueden generar las diversas obras hidráulicas.

Los vertederos son estructuras hidráulicas cuya función principal es la medición del caudal de agua que circula a través de ellos, lo que permite indirectamente regular y controlar de manera eficiente el uso del recurso hídrico. En términos simples, los vertederos son una barrera que se coloca dentro de una corriente de flujo, permitiendo que fluya por encima.

Uno de los mayores problemas que presentan los vertederos de pared delgada es su falta de precisión al momento de aforar caudales, en caso de los vertederos rectangulares se ha visto un error hasta del 16.85%, en vertederos triangulares se ha visto un error hasta del 20% estos basado en los datos experimentales desarrollado Milagros H. Leño P. en su trabajo “DISEÑO DE VERTEDEROS HIDRÁULICOS TRIANGULARES, RECTANGULARES Y COMBINADOS EN EL ENTORNO RURAL DEL SECTOR QUIVES, KM 40 LIMA – CANTA, AÑO 2021”. Otro trabajo elaborado por María Angela Puga Brazales llamado: “MODELO HIDRÁULICO FÍSICO DE VERTEDEROS COMO AYUDA DE APRENDIZAJE DE LA MATERIA DE HIDRÁULICA” muestra errores en el aforo de caudales de hasta 20.93% en vertederos rectangulares.

La falta de precisión que se da al aforar caudales con vertederos de pared delgada se debe en primera lugar a las suposiciones del comportamiento del flujo al pasar por el vertedero, que se consideran al momento de desarrollar la formula teórica del caudal; entre estas suposiciones tenemos la omisión de las pérdidas de energía, considerar una distribución hidrostática de presiones en la cresta del vertedero y a la presencia de las contracciones (contracción de cresta, contracción de la superficie libre y contracciones laterales); estas

suposiciones mencionadas anteriormente son parcialmente corregidas por medio del coeficiente de descarga la cual es obtenido experimentalmente. Otra causa de la falta de precisión de los vertederos se debe al uso inadecuado de los coeficientes de descarga, ya que al ser obtenidos por métodos experimentales su uso solo es válido para las condiciones a las cuales fueron obtenidos, estas condiciones usualmente son la carga de agua, la altura de cresta, etc.

El hecho de que existe imprecisión en el aforamiento del caudal va generar un inadecuado control del agua. Por ejemplo; si para una determinada poblado o área de cultivo se necesita una cantidad de agua específica, un modo de saber si llega esta cantidad es haciendo uso de un vertedero. Es en este punto que se puede presentar tres situaciones: la primera es que el caudal medido por el vertedero sea casi aproximado al que pasa realmente, si esto es así no habría problema alguno; caso contrario si el caudal medido es apreciablemente menor al que pasa realmente, lo cual produciría un mal registro del agua que se distribuye y por ende de manera indirecta generaría que a cierto número de viviendas o de parcelas del áreas de cultivo no llegue el agua, lo cual causaría un desabastecimiento; el tercer caso se daría si el caudal medido es apreciablemente mayor al caudal que pasa realmente, si esto es así se generaría un desperdicio del recurso hídrico. Aunque las consecuencias de este problema parezcan sin importancia para caudales pequeños; si este se analiza a grandes entornos, con caudales más grandes, el problema cobra relevancia ya que hablaríamos de un mayor número de cultivos que no serán producidos y grandes cantidades de volúmenes de agua desperdiciadas, tan solo como consecuencia de un aforamiento inexacto.

De acuerdo con la FAO (2018), la gestión deficiente del agua en regiones rurales puede ocasionar deficiencias de hasta un 40% en el abastecimiento de agua, lo que resalta la necesidad urgente de soluciones más precisas en la medición de caudales (FAO, 2018). En el contexto de los sistemas de riego, estudios han estimado que una medición inexacta de caudales puede ocasionar pérdidas de hasta un 30% en el uso del agua, lo que afecta la eficiencia y sostenibilidad de los proyectos hidráulicos (D'Arcy, 2007).

En el presente trabajo de investigación se analizó las características hidráulicas del vertedero sinusoidal de pared delgada en comparación a los de los vertederos rectangulares o triangulares con la finalidad de determinar la factibilidad del uso del vertedero sinusoide como alternativa en la medición de caudales. Primeramente, se compararon los caudales calculados por los vertederos con respecto al caudal real que pasaba por el canal. Asimismo, se analizó la

distribución de las velocidades en las proximidades de la placa del vertedero en comparación con los vertederos rectangulares y triangulares. La experimentación se llevó a cabo mediante la aplicación de la dinámica de fluidos computacional (CFD), específicamente con el programa ANSYS 2024 en su versión estudiantil, y los datos obtenidos del programa fueron validados en el canal de pendiente variable de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco. Como parte del trabajo de investigación, también se determinó la ecuación teórica del caudal que atravesaba el vertedero sinusoidal, así como los coeficientes de descarga correspondientes.

## 1.2 Formulación del problema

### 1.2.1 Problema general

¿Cómo se comportan los vertederos sinusoidales de pared delgada respecto a los vertederos rectangulares y triangulares en términos de precisión en la medición de caudales?

### 1.2.2 Problemas específicos

1. ¿Qué precisión presentan los caudales calculados mediante los vertederos sinusoidal, rectangular y triangular, respecto a los caudales reales, y en qué medida el vertedero sinusoidal puede ser considerado una alternativa viable para el aforo de caudales?
2. ¿Cuál es la ecuación del caudal y el coeficiente de descarga en los vertederos sinusoidales de pared delgada, y bajo qué condiciones son válidos para su aplicación práctica?
3. ¿Cómo varía la distribución de las velocidades en las proximidades de la placa del vertedero sinusoidal de pared delgada en comparación con los vertederos rectangulares y triangulares?
4. ¿En qué medida los resultados obtenidos mediante CFD (usando el programa ANSYS R24) permiten validar el comportamiento hidráulico observado en los ensayos del laboratorio de hidráulica de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco?

## 1.3 Objetivos de la investigación

### 1.3.1 Objetivo general

Analizar los vertederos sinusoidales de pared delgada y determinar su factibilidad de uso en la medición de caudales, evaluando comparativamente con los vertederos rectangulares y triangulares de pared delgada.

### 1.3.2 Objetivos específicos

1. Evaluar la precisión de los caudales calculados mediante el vertedero sinusoidal en comparación a los vertederos rectangular y triangular respecto a los caudales reales, con el propósito de determinar su viabilidad como alternativa para el aforo de caudales.
2. Formular la ecuación característica de caudal y el coeficiente de descarga en vertederos sinusoidales de pared delgada, estableciendo tablas y lineamientos de uso que definan los rangos de validez para su aplicación práctica por medio de un manual de uso.
3. Evaluar la distribución de las velocidades en las proximidades de los vertederos sinusoidales de pared delgada en comparación con los vertederos rectangulares y triangulares, analizando el perfil de velocidad y la variación de la velocidad con la altura del agua.
4. Validar de los resultados obtenidos mediante CFD (usando el programa ANSYS R24) con los obtenidos experimentalmente en el laboratorio de hidráulica de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco.

## 1.4 Hipótesis

### 1.4.1 Hipótesis general

Los vertederos sinusoidales de pared delgada constituyen una alternativa factible y precisa para la medición de caudales, mostrando un desempeño comparable o superior al de los vertederos rectangulares y triangulares de pared delgada.

### 1.4.2 Hipótesis específica

1. Los caudales calculados mediante los vertederos sinusoidales presentan una dispersión mínima respecto a los valores reales, lo que demuestra su viabilidad como método de aforo en condiciones prácticas.
2. La ecuación del caudal en vertederos sinusoidales de pared delgada está determinada por variables geométricas como el período y la amplitud de la función sinusoidal que define su perfil, así como por el coeficiente de descarga y la carga hidráulica aplicada, estimándose que los coeficientes de descarga oscilan en un rango de 0.60 a 0.90 dependiendo de las condiciones de operación.

3. La distribución de velocidades en la zona próxima a la placa del vertedero sinusoidal presenta un comportamiento más uniforme y estable en comparación con los vertederos rectangulares y triangulares.
4. Existe una correlación estadísticamente significativa entre los resultados de la simulación numérica y los ensayos de laboratorio, lo que valida al modelo computacional como una herramienta confiable para el análisis de este tipo de estructuras.

## 1.5 Justificación

El análisis de los vertederos sinusoidales de pared delgada resulta necesario para evaluar su desempeño en la medición de caudales, realizando una comparación con los vertederos rectangulares y triangulares. En particular, se considera la precisión de los caudales calculados con el fin de identificar cuál de los tres tipos de vertederos ofrece un mejor desempeño en la medición de caudales en condiciones de flujo controlado. Dado que los vertederos son elementos clave en la medición hidráulica y la gestión de recursos hídricos, es fundamental determinar cuál de estos tipos de vertederos puede proporcionar mediciones más precisas y confiables en una variedad de aplicaciones hidráulicas.

### 1.5.1 Justificación práctica

El estudio establece la viabilidad del uso de los vertederos sinusoidales como alternativa en el aforamiento de caudales, al compararlos con los vertederos tradicionales (rectangulares y triangulares). El análisis se enfoca en la dispersión de los caudales calculados por los vertederos respecto a un caudal real medido con velocímetro, así como en la distribución de las velocidades en las proximidades de la placa de los vertederos sinusoidal, rectangular y triangular.

La utilidad de esta investigación radica en demostrar que los vertederos sinusoidales son viables para la medición de caudales, ya que los valores obtenidos mediante estos vertederos se aproximan significativamente a los caudales reales medidos. En consecuencia, los vertederos sinusoidales pueden ser empleados como aforadores confiables en diversas aplicaciones hidráulicas, contribuyendo a un manejo más eficiente del recurso hídrico.

Entre los principales usos de los vertederos sinusoidales se encuentran:

- ❖ Obras de riego, donde aseguran la dotación adecuada de agua en las parcelas agrícolas, mejorando la eficiencia del riego y reduciendo pérdidas de agua.

- ❖ Sistemas de abastecimiento de agua potable, permitiendo una medición precisa de caudales en los sistemas de abastecimiento.
- ❖ Sistemas de saneamiento, específicamente en tramos orientados al manejo de regímenes de flujo medios y altos.
- ❖ Monitoreo Hidrológico en Cabeceras de Cuenca, este ayuda al monitoreo del agua proveniente de los deshielos y humedales de altura es vital por el cambio climático.
- ❖ Herramientas de control de caudal para pequeñas centrales hidroeléctricas PCH, donde ayuda a controlar de manera adecuada el caudal que circula por los canales de conducción.
- ❖ Ámbito académico, como recurso didáctico en los laboratorios de hidráulica de diversas universidades, sirviendo como modelo de estudio para la formulación de ecuaciones de caudal y el análisis de comportamientos de flujo.

### **1.5.2 Justificación metodológica**

Metodológicamente, la investigación se justifica en el empleo combinado de ensayos experimentales y simulaciones computacionales, lo cual permite analizar con mayor precisión el comportamiento hidráulico de los vertederos. La realización de pruebas en laboratorio con vertederos sinusoidales, rectangulares y triangulares de pared delgada posibilita obtener datos confiables de caudal, mientras que el uso del velocímetro garantiza la referencia de un caudal real para la validación de los resultados experimentales.

Además, la incorporación de simulaciones en ANSYS R24 proporciona una herramienta complementaria que permite contrastar los datos experimentales con los resultados de modelación numérica. Esta estrategia metodológica basada en la comparación entre resultados de laboratorio y modelos CFD asegura la validez del estudio y respalda la factibilidad del uso de los vertederos sinusoidales en la medición de caudales. A través de esta metodología combinada, se ofrece una visión integral que no solo valida los resultados de campo, sino que también proporciona un marco más amplio de análisis para futuras investigaciones.

### **1.5.3 Justificación teórica**

La presente investigación se fundamenta en la necesidad de ampliar el conocimiento teórico sobre los vertederos sinusoidales de pared delgada, dado que estos constituyen un diseño novedoso con limitada información en la literatura hidráulica. Al desconocerse sus propiedades,

características y posibles beneficios en comparación con los vertederos tradicionales, resulta indispensable establecer un marco teórico sólido que sustente su estudio.

En este sentido, el trabajo de investigación busca formular la ecuación del caudal asociado al vertedero sinusoidal, así como determinar sus coeficientes de descarga y demás parámetros relevantes que permitan establecer su aplicabilidad práctica. La formulación de una ecuación para este tipo de vertedero contribuirá al desarrollo de bases conceptuales que servirán de referencia para futuras investigaciones y aplicaciones prácticas, mejorando la precisión en la medición de caudales y proporcionando un recurso más confiable para el diseño de infraestructuras hidráulicas. Además, este marco teórico puede expandir el conocimiento en áreas relacionadas, como la dinámica de fluidos computacional (CFD) aplicada a la ingeniería hidráulica.

## 1.6 Delimitación del problema

La investigación se delimita de acuerdo a los problemas planteados, así como el alcance que tendrá. Los límites están establecidos y organizados de la siguiente manera:

### 1.6.1 Ámbito temporal y espacial

El estudio se ha desarrollado en el canal de pendiente variable del laboratorio de Hidráulica de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, del mismo modo, por medio de las simulaciones computacionales realizadas con el software ANSYS R24. La fase de experimentación y recolección de datos se llevó a cabo durante el periodo comprendido entre el mes de octubre del 2024.

### 1.6.2 Rangos que comprenden el estudio

- **Caudal (Q):**
  - Ensayos de laboratorio estarán comprendidos entre **0.785 L/s y 11.15 L/s**, según la capacidad hidráulica del canal y las bombas disponibles.
  - En los ensayos realizados mediante CFD se consideran condiciones equivalentes a los de laboratorio.
- **Geometrías:**
  - Los vertederos sinusoidales, triangulares y rectangulares contarán con medidas que se adapten al canal de pendiente variable.

- Para el análisis de los vertederos sinusoidales por medio del modelamiento numérico, se seleccionarán vertederos cuyas dimensiones vayan de 20 cm a 150 cm.
- **Variables hidráulicas medidas y calculadas:**
  - Caudal real, caudal teórico, coeficiente de descarga ( $C_d$ ), carga de agua, perfiles de velocidad.

### 1.6.3 Limitaciones de la investigación

- El estudio se limita al uso de vertederos de pared delgada y flujo en régimen libre, descartando efectos de sumersión, turbulencia extrema o presencia de sedimentos. Así mismo está delimitado a caudales bajos y medianos, propios de canales de laboratorio y de sistemas hidráulicos de baja escala, descartando su aplicación directa en ríos u obras hidráulicas de alta descarga.
- Los resultados experimentales son válidos para las geometrías ensayadas, por lo que no se asegura una extrapolación directa a vertederos de gran escala sin criterios de similitud.
- No se incluye el análisis estructural ni de estabilidad física de los vertederos, ya que el estudio se centra netamente en el análisis y comportamiento hidráulico.

## CAPITULO II

### 2 MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

#### 2.1 Antecedentes históricos

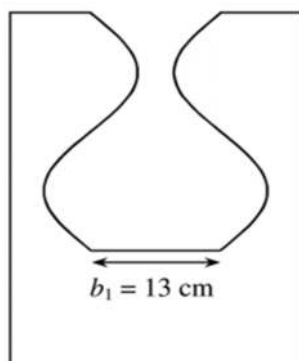
##### 2.1.1 Antecedentes internacionales

###### 2.1.1.1 Antecedente N° 1

Uno de los estudios con mayor relación al presente tema de investigación es la desarrollada por Zahra Oreizi<sup>1</sup>; Manouchehr Heidarpour; y Sara Bagheri publicado por el Journal of Irrigation and Drainage Engineering titulada: “HYDRAULIC CHARACTERISTICS OF FLOW OVER SINUSOIDAL SHARP - CRESTED WEIRS”. En el cual se realizan experimentaciones sobre un vertedero de nueva forma denominada “Vertedero sinusoidal”. El objetivo principal de este estudio es establecer la relación altura-caudal e inspeccionar la distribución tridimensional de velocidades y las características hidrodinámicas del flujo en las proximidades de la placa del vertedero. También se compara el comportamiento hidráulico de los vertederos sinusoidales con el de los vertederos rectangulares de cresta afilada. Los resultados de este estudio muestran que las corrientes secundarias y la intensidad de la turbulencia en las proximidades de los vertederos sinusoidales son más fuertes que las de los vertederos rectangulares y por ende estos vertederos proporcionan un paso eficiente para los escombros flotantes. (Oreizi, Heidarpour, & Bagheri)

#### Figura 1.

*Forma geométrica del Vertedero sinusoidal estudiado por Journal of Irrigation and Drainage Engineering*



Aunque este estudio parezca analizar la misma geometría que se planea experimentar en el presente tema de investigación, esto es totalmente diferente ya que sus características geométricas son diferentes, tal como se muestra en la figura 2.

#### **2.1.1.2 Antecedente N° 2**

Salazar Campoverde & Cedillo Chica (2017) en el trabajo de investigación para optar el grado de Magister en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería titulado: “VALIDACIÓN COMPUTACIONAL DE VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES PARA GENERAR UN MODELO NUEVO TRIANGULAR ASIMÉTRICO QUE FACILITARÍA LA MEDICIÓN DE LAS CARGAS EN ESTRUCTURAS HIDRÁULICAS” hace comparativas entre estos dos tipos más comunes de vertederos para así diseñar un nuevo modelo el cual será triangular asimétrico. El objetivo principal de esta investigación fue: Establecer la correlación entre el nivel de agua y el caudal en un vertedero no simétrico de pared delgada y configuración triangular mediante la utilización de modelos de simulación computacional para agilizar el desarrollo y la implementación de sistemas hidráulicos dentro de la infraestructura nacional.” (Salazar Campoverde & Cedillo Chica, 2017), para esto hicieron simulaciones computacionales utilizando un software de simulación computacional. Mediante un análisis riguroso se determinó de forma concluyente que la simulación del flujo reproduce con eficacia y precisión el complejo régimen turbulento, lo que proporciona una sólida validación de las hipótesis ideales iniciales formuladas para la derivación de las ecuaciones matemáticas pertinentes y aplicables al diseño y estudio de vertederos. Además, fue posible formular una expresión matemática que establece una correlación entre el nivel del agua y el caudal en una estructura de vertedero no simétrica de pared delgada.

#### **2.1.1.3 Antecedente N° 3**

Ngamaliou Nengoue & Ulrich Aurele (2015) en el trabajo de investigación para optar el grado de Magister en Ingeniería Hidráulica y medio ambiente titulado: “CARACTERIZACIÓN DE VERTEDEROS HIDRÁULICOS MEDIANTE TÉCNICAS CFD” realizan estudios teóricos del comportamiento de diferentes vertederos hidráulicos, para luego realizar un modelo de geometría computacional mediante el programa ANSYS. El propósito central de este estudio fue: “validar las tecnologías fundamentadas en la dinámica de fluidos computacional (CFD, por sus siglas en inglés) como una opción viable para caracterizar de

manera precisa los vertederos hidráulicos” (ULRICH AURÈLE & NGAMALIEU NENGOUE, 2015), para esto realizaron simulaciones computacionales mediante el empleo del software ANSYS. Se concluyó que las discrepancias entre los resultados obtenidos mediante la experimentación en laboratorio y aquellos generados por el software ANSYS R15.0 Académico son prácticamente insignificantes, lo cual valida la metodología empleada para la obtención de los resultados del modelo computacional en ANSYS.

#### **2.1.1.4 Antecedente N° 4**

Díaz Alarcón, (2020) en su tesis de grado titulada: “MODELACIÓN MEDIANTE SOFTWARE CFD DE LOS ENSAYOS DE VERTEDERO RECTANGULAR Y TRIANGULAR DEL CANAL HIDRÁULICO DEL LABORATORIO DE HIDRÁULICA DE LA UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS, SEDE VILLAVICENCIO” hace uso de CFD mediante softwares modelando vertederos rectangulares y triangulares, esto en el laboratorio de hidráulica del Campus Aguas Claras de la Universidad Santo Tomás, sede Villavicencio, en este estudio utilizaron 3 softwares, utiliza OpenFOAM debido al uso que le dan en el campo académico, así mismo realiza una comparación de entre los datos obtenidos en el laboratorio y mediante el modelamiento computacional, concluyendo que los valores de las alturas de láminas de agua difieren mínimamente, enfocándose que este error se debe generalmente a la maya trabajada. Esto nos ayudará a que tengamos un mayor cuidado al analizar los parámetros para el modelado computacional.

#### **2.1.1.5 Antecedente N° 5**

Aguilar Laverde & Escobar Moreno, (2020) en su tesis de grado: “SIMULACIÓN DEL FLUJO DE AGUA SOBRE UN VERTEDERO RECTANGULAR, MEDIANTE EL USO DE UNA HERRAMIENTA APLICADA A LA DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL” realizan simulaciones del flujo de agua sobre un vertedero de forma rectangular, esto en un canal abierto con características similares a los del laboratorio de hidráulica de la Universidad Católica de Colombia. La parte importante de esta investigación es la comparación de los datos obtenidos tanto de caudal y carga utilizando varios criterios estadísticos, así mismo proponen una guía del laboratorio virtual para que los estudiantes se relacionen de mejor manera con los modelos estudiados y así mismo dar un mayor alcance sobre el CFD. También aclara que esta guía solo será válida para el vertedero estudiado.

### **2.1.1.6 Antecedente N° 6**

Losada Franco, (2023) en su trabajo final de grado titulado: “SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FLUJO DE UN VERTEDERO DE AFORO” realiza una comparación de datos obtenidos tanto en la experimentación física, como en las simulaciones computacionales. Para este caso se hizo uso el programa ANSYS y usa un vertedero de geometría triangular. Para la primera fase de la experimentación realiza en un canal perteneciente al laboratorio de mecánica de fluidos de la EEBE, de la misma forma se toma las medidas del canal para posteriormente pasara la segunda fase donde se realiza las simulaciones numéricas. En esta segunda etapa se realiza el diseño del canal en base a los datos tomados y prueban varias condiciones de malla, modelos de turbulencia. Esta investigación se enfoca en la manipulación de distintos modelos y características de malla con el fin de mejorar la exactitud de las simulaciones con respecto a lo trabajado físicamente.

## **2.1.2 Antecedentes nacionales**

### **2.1.2.1 Antecedente N° 1**

Una parte novedosa en el uso de simuladores computacionales, es el caso de Díaz Vilca & Morales Pino (2021) en su tesis de grado titulado “ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO HIDRÁULICO DE VERTEDEROS DE PERFIL TIPO CREAGER EMPLEANDO MODELOS NUMÉRICOS CFD EN OPENFOAM” hace uso de un programa de simulación muy importante. El objetivo principal de esta tesis fue: analizar el comportamiento hidráulico de vertederos con perfil tipo Creager mediante la implementación de modelos numéricos de dinámica de fluidos computacional (CFD) en el software OpenFOAM, utilizando como base modelos experimentales (Díaz Vilca & Morales Pino, 2021). Se pudieron realizar en total 4 modelos numéricos en dicho programa, los cuales les permitió ver a profundidad el comportamiento hidráulico de los vertederos de perfil tipo Creager.

### **2.1.2.2 Antecedente N° 2**

Rosita K. Rojas M. & Eduardo A. Cajas C. (2023) en su tesis de grado titulado: “ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DEL COEFICIENTE DE GASTO EN VERTEDEROS TRIANGULAR Y RECTANGULAR CON CONTRACCIÓN Y SIN CONTRACCIÓN DE PARED DELGADA EN CANAL DE ENSAYO DEL LABORATORIO DE ESTRUCTURA E HIDRÁULICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE UCAYALI.” Realiza ensayos a

vertederos triangulares y rectangulares en laboratorio de hidráulica y en un programa de simulación hidráulica (ANSYS). Uno de los principales objetivos de este proyecto de investigación era evaluar y analizar en profundidad el grado de semejanza y similitud entre los coeficientes de caudal determinados empíricamente de vertederos triangulares y rectangulares, teniendo en cuenta la presencia o ausencia de contracción de la pared delgada, cuando se comparan con los coeficientes de descarga obtenidas a partir de un modelo computacional que simula con precisión las dimensiones y parámetros ambientales del canal experimental. (ROJAS MORÓN & CAJAS CAMPOS, 2023). Concluyeron que los coeficientes de gasto obtenidos experimentalmente son semejantes a los obtenidos del modelo numérico.

### **2.1.2.3 Antecedente N° 3**

Navarro Escobar, (2023) realiza una evaluación de manera experimental sobre los coeficientes de gasto en varios vertederos de pared delgada como son los semicircular, parabólico, trapezoidal y sutro en su tesis de grado titulada: “EVALUACIÓN EXPERIMENTAL DE LOS COEFICIENTES DE GASTOS EN VERTEDEROS DE PARED DELGADA TIPO: SEMICIRCULAR, PARABÓLICO, TRAPEZOIDAL Y SUTRO EN CANALES RECTANGULARES”. En este estudio hacen uso de un canal de pendiente variable perteneciente a la UPN y elabora los vertederos mencionados adecuándose a la geometría del canal. Así mismo realiza curvas de calibración para cada uno de los vertederos esto con el fin de organizar la información extraída mediante la experimentación.

### **2.1.2.4 Antecedente N°4**

López Fry & Chung Benites, (2023) en su trabajo de suficiencia profesional realizan una investigación acerca de comportamiento hidráulico de un vertedero triangular de pared delgada la cual tomó en cuenta la parte experimental realizada en el laboratorio de hidráulica de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC) y las simulaciones computacionales. Esto en su trabajo titulado: “ESTUDIO EXPERIMENTAL DE UN VERTEDERO TRIANGULAR Y MODELACIÓN CON OPENFOAM”. Para las simulaciones se utilizaron varios softwares como AutoCAD para la elaboración de la geometría, Salomé para la elaboración de las mallas y el OpenFOAM para las simulaciones computacionales. Al realizar las comparaciones se obtuvieron buenos resultados mostrando un error medio de 0.00769 y un error porcentual medio de 8.13%. cabe recalcar también que para este estudio utilizaron 4 distintos caudales y la variable medida y analizada fue la altura de aguas o carga hidráulica.

Esto nos ayudó a ver las diferencias existentes en los procesos de simulación entre programas, así como poder organizar y analizar los datos obtenidos.

## **2.2 Fundamento teórico**

### **2.2.1 Medición de caudales**

Se refiere al caudal volumétrico de agua que pasa a través del área transversal definida del curso de agua en un intervalo de tiempo específico, y se expresa comúnmente en metros cúbicos por segundo. El caudal, también conocido como caudal volumétrico, es un concepto fundamental en dinámica de fluidos que cuantifica el volumen de fluido que pasa a través de un área transversal definida en un intervalo de tiempo determinado. (ROJAS, 2006).

La medición de caudales es esencial en sistemas hidráulicos para la gestión eficiente de recursos hídricos. Existen diversos métodos para medir el flujo de agua en canales abiertos, siendo los vertederos uno de los más utilizados

#### **2.2.1.1 Métodos**

##### ***2.2.1.1.1 Método volumétrico***

Se emplea por lo general para caudales muy pequeños y se requiere de un recipiente para coleccionar el agua. El caudal resulta de dividir el volumen de agua que se recoge en el recipiente entre el tiempo que transcurre en coleccionar dicho volumen. Para tener una mayor precisión se deberá repetir la operación un número considerable de veces y se tomará el promedio del tiempo obtenido.

##### ***2.2.1.1.2 Método del correntómetro***

Las mediciones con el correntómetro se utilizan para la determinación precisa de la velocidad directa, siempre que no haya demasiada materia suspendida que pueda obturar el medidor. El tramo o sección a medir debe ser un canal abierto, más o menos recto, de fácil acceso, sin turbulencia. Se deberá seleccionar tramo uniforme sin interferencia del curso de agua por piedras o algún otro material.

##### ***2.2.1.1.3 Medidor Parshall***

Método ideado por Ralph Parshall (1,920), el cual se utiliza en el aforo de canales y pequeños ríos, se recomienda para canales de riego de poca pendiente, en drenes, donde no es

conveniente instalar estructuras como vertederos que alteren el régimen del escurrimiento. (Alvarado, 2017)

El canal Parshall acelera el flujo a través de una contracción de las paredes laterales paralelas y una caída en el piso en la garganta del canal. En condiciones de flujo libre, la profundidad del agua en la ubicación especificada aguas arriba de la garganta del canal se puede convertir en una tasa de flujo.

### ***Figura 2***

Medidor Parshall



Nota: En la figura se observa un medidor Parshall en la entrada de la planta de tratamiento de aguas residuales.

#### ***2.2.1.1.4 Mediante vertederos***

Consiste esencialmente en interponer un tabique ante una corriente de manera que se dé una caída de agua que pase a través de una sección predeterminada. Conociendo las características del vertedero o del orificio que se engloban en el factor (determinado experimentalmente), la sección de la lámina de agua que pasa por ellos y la velocidad teórica de caída libre.

El principio básico de un vertedero se basa en la relación entre la altura del agua y el caudal, utilizando fórmulas empíricas para calcular el flujo. Esta relación se expresa a través del coeficiente de descarga ( $C_d$ ), que depende de la forma y las características del vertedero, y de la geometría del canal.

El caudal se mide observando la altura del líquido sobre la presa a suficiente distancia antes de llegar a ella, para que no esté influenciada por las anomalías que la misma provoca. Se utilizan en canales abiertos, o en ciertos depósitos a los que dividen en dos mitades, a una de las cuales se hace llegar el líquido cuyo caudal se desea medir y que fluirá sobre ellas hacia la otra mitad. (Salcedo, 2011)

### ***Figura 3***

Vertedero rectangular de pared delgada



#### ***2.2.1.1.5 Aforador RBC***

El aforador RBC fue desarrollado por Replogle, Bos y Clemmens en 1984. El cual constituye una estructura portátil para la medición de caudales basada en el funcionamiento de provocar un flujo de régimen crítico. El Aforador RBC tiene varias aplicaciones, en canales pequeños de tierra, canales parcelarios, pequeños cursos de agua; con el propósito de realizar estudios y/o evaluaciones sobre eficiencias en sistemas de riego. Su uso es muy aplicado a nivel parcelario y en pequeños canales cuyo caudal máximo a medir es de 50 l/s. (Nuñez Leonardo, Rosales Rivera, & Caro Díaz, 2015)

**Figura 4**

Aforador RBC



## 2.2.2 Vertederos

### 2.2.2.1 Definición de vertedero

El vertedero ha sido definido por Balloffet como “una abertura o escotadura de perfil abierto, ubicada en la pared de un depósito o en una barrera instalada en un canal o río, a través de la cual fluye o rebasa el líquido almacenado en el depósito o que circula por el cauce del río o canal”. (ROCHA, 2007)

### 2.2.2.2 Uso de los vertederos

Los vertederos cumplen dos funciones principales. La primera función consiste en la medición del caudal que atraviesa una sección específica, conocida como aforo, mediante el empleo de ecuaciones teóricas y de regresión. La segunda función es la de permitir el rebose del líquido al llegar a un cierto nivel (aliviadero). Hay que tener en cuenta que ambas funciones no son mutuamente excluyentes.

**Figura 5***Presa binacional de Itaipu*

Nota: En la figura se observa el aliviadero de la presa Itaipu, el cual consta de una serie de vertederos con sus respectivas compuertas para la evacuación de los volúmenes de excedencia.

Los vertederos también se emplean frecuentemente en diversas estructuras hidráulicas, como canales o barreras en ríos, con el propósito de elevar el nivel del agua y facilitar la captación del caudal requerido en la bocatoma. (Mery, 2013)

**Figura 6.***Bocatoma La Achirana - Perú*

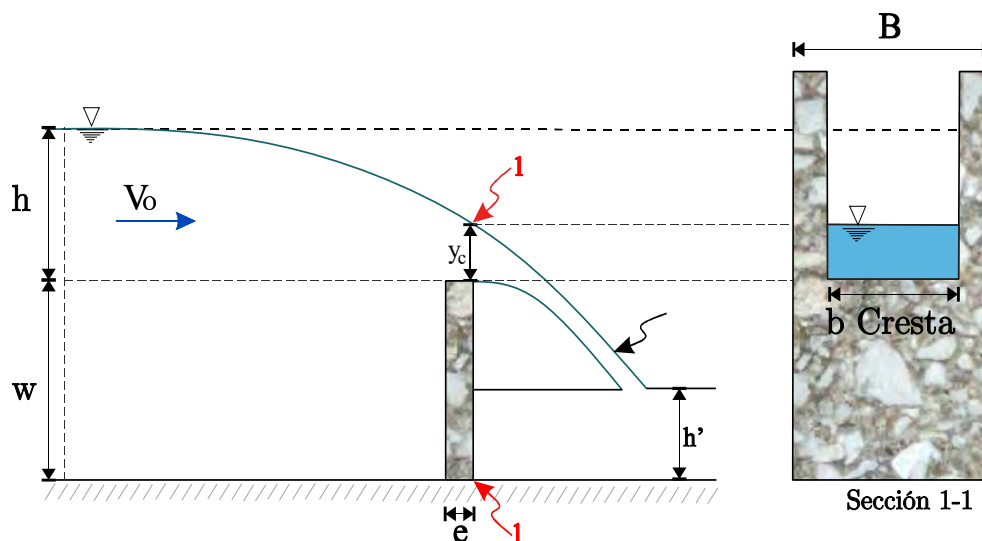
Nota: En la parte izquierda de la figura se puede observar un vertedero tipo Creager, que permite la elevación del nivel del agua para la captación del recurso hídrico y posterior uso.

Los vertederos en el ámbito de la ingeniería civil son ampliamente utilizados tanto para las plantas de tratamiento de agua residuales, regulador del nivel de agua presas destinadas para centrales hidroeléctricas, obras de riego, obras de captación de aguas superficiales, entre otros.

### 2.2.2.3 Terminología en los vertederos

Figura 7.

*Esquema de perfil y transversal de un vertedero rectangular de pared delgada*



Nota: Adaptado de Hidráulica de canales: Fundamentos (p.183), por Juan H. Cadavid R., 2006, Fondo Editorial Universidad EAFIT

Donde:

1.  $h$ : representa la carga, que se define específicamente como la diferencia vertical entre la elevación de la superficie libre del agua aguas arriba y la elevación de la cresta de la estructura del vertedero. La medición de la carga  $h$  debería realizarse idealmente a una distancia de al menos 4 a 5 veces la carga máxima aguas arriba del vertedero para garantizar una recopilación y un análisis precisos de los datos.
2.  $e$ : es el espesor del vertedero.
3.  $B$ : es el ancho del canal de acceso.
4.  $b$ : es la longitud del vertedero
5. Cresta: Parte más elevada del vertedero.
6.  $W$ : es el umbral, se mide desde el fondo del canal de aproximación hasta la cresta (paramento).
7.  $V_0$ : velocidad de acceso hacia el vertedero.

La lámina de agua que se forma cuando el flujo sobrepasa la cresta del vertedero se denomina lámina vertiente o napa.

La distancia mínima a la cual se debe medir la carga  $h$  es propuesta por diversos autores, algunos mencionan que una adecuada distancia mínima aguas arriba respecto al vertedero sería de  $\ll 5h \gg$  mientras que para otros sería de  $\ll 4h \gg$ . (CADAVID, 2006)

#### 2.2.2.4 Clasificación de los vertederos

Los vertederos pueden clasificarse según los siguientes criterios:

##### 2.2.2.4.1 Según el espesor de la pared del vertedero

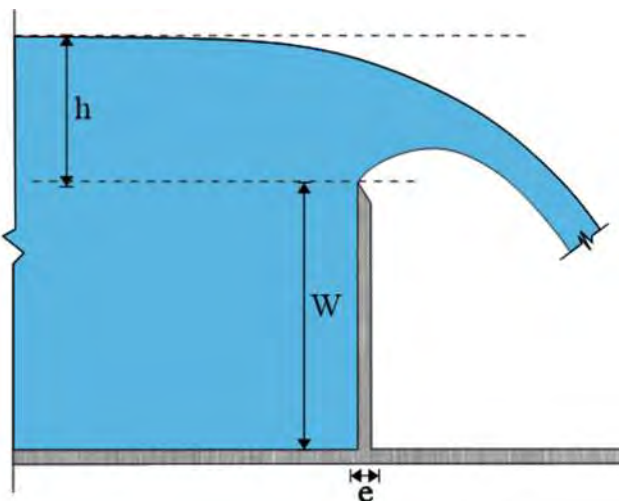
Los vertederos se suelen clasificar en dos tipos principales en función del grosor de sus paredes: los vertederos de paredes delgadas, que se emplean principalmente para la medición precisa de caudales, y los vertederos de paredes gruesas, que están diseñados específicamente para manejar y descargar con eficacia grandes volúmenes de agua. Esta notable diferencia en sus características individuales delimita y distingue eficazmente sus aplicaciones específicas y únicas. (MATAIX, 1986)

##### Vertederos de pared delgada

Cuando el fenómeno de descarga tiene lugar en una placa con bordes afilados, independientemente de la configuración específica del perfil, se habla de vertedero de paredes delgadas. Para que un vertedero se clasifique como de paredes delgadas, es esencial no sólo que la cresta presente un espesor delgado, sino también que cumpla la condición de que la relación entre el espesor de la pared en la cresta, denotado como “ $e$ ”, y la altura del agua por encima de la cresta, denotada como “ $h$ ”, sea inferior a 0,67.

**Figura 8.**

*Vertedero de pared delgada*



En este tipo de vertederos las pérdidas friccionales son despreciables ya que la superficie de contacto entre el agua y la cresta es muy pequeña, incluso se podría decir que esta llega a ser una línea. Este es el más usado como aforador de caudales ya que es de fácil construcción e instalación. (CADAVID, 2006)

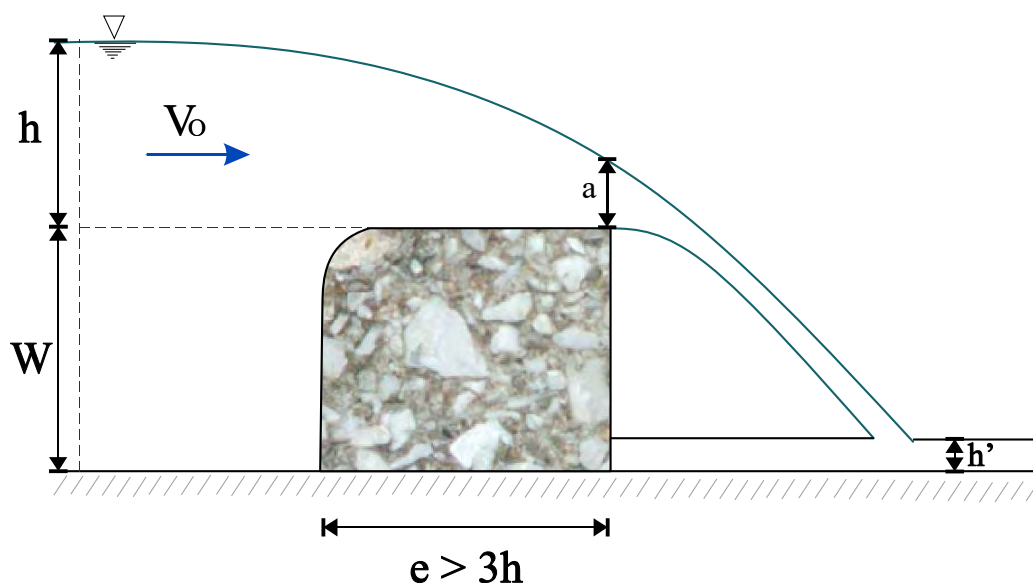
### Vertederos de pared gruesa

Cuando el contacto entre la pared y la lámina vertiente abarca una superficie completa, el vertedero se clasifica como de pared gruesa. Este tipo de vertedero se caracteriza por tener una cresta plana y horizontal, con una longitud significativamente mayor en comparación con el umbral, lo que permite que las láminas de agua fluyan de manera paralela a la cresta. Lo cual favorece a una distribución hidrostática de presiones en la estructura. (CADAVID, 2006)

La relación adimensional  $e/h$  ha sido evaluada para los vertederos de pared gruesa, de tal modo que diferentes autores propusieron diferentes límites. Gilberto Sotelo (1997) en su libro “Hidráulica General” nos menciona que se considerará un vertedero de pared gruesa a aquel que cumpla una relación  $e/h > 0.67$ ; por lo contrario, Horacio Mery (2013) en su libro “Hidráulica aplicada al diseño de obra” menciona que un vertedero de pared gruesa será aquel que cumpla la relación  $e/h > 1.5$  a 3.

**Figura 9.**

*Vertedero de pared gruesa*



Nota: Adaptado de Hidráulica de canales: Fundamentos (p.208), por Juan H. Cadavid R., 2006, Fondo Editorial Universidad EAFIT

En general, un vertedero se considera de pared gruesa si, al pasar por él, las líneas de flujo se adhieren al perfil del vertedero, se aplanan, y presenta una distribución hidrostática de presiones. Para presenciar un funcionamiento propio del vertedero de pared gruesa se debe cumplir la siguiente relación  $3 < e/h \leq 10$ . En estos tipos de vertederos es necesario tener en cuenta las pérdidas friccionales. (CADAVID, 2006)

Cuando se presenta una relación  $0.67 < e/h \leq 3$ , el funcionamiento del vertedero se encuentra en una condición de transición entre las características de un vertedero de pared delgada y uno de pared gruesa. En este régimen, la pérdida de energía por fricción no es aún significativa, y las líneas de flujo mantienen una curvatura notable. Como resultado, la distribución de presiones en la estructura no sigue un patrón hidrostático. (CADAVID, 2006)

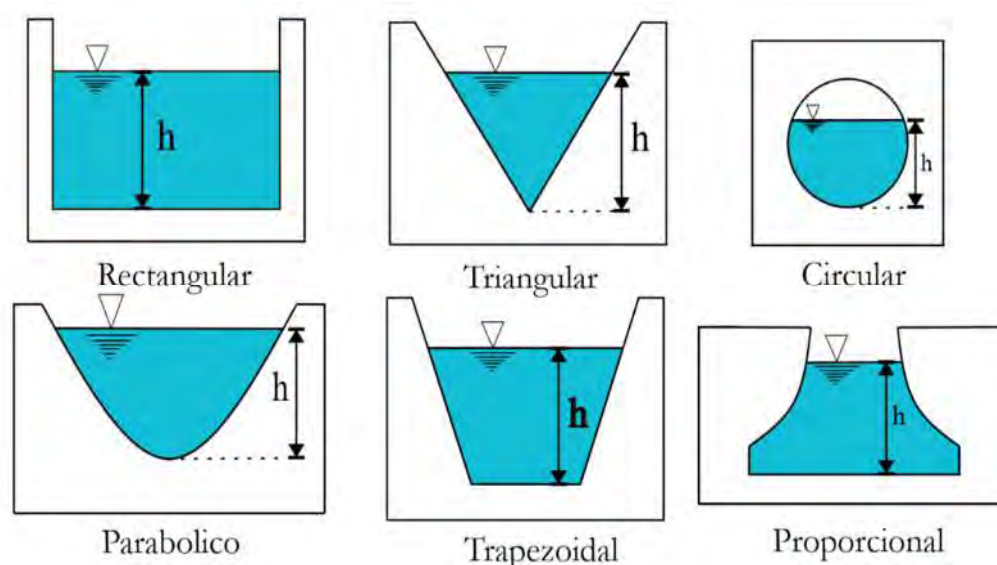
#### 2.2.2.4.2 Según su forma geométrica transversal

Según su forma geométrica tenemos:

- Rectangulares
- Triangulares
- Trapezoidales
- Circulares
- Parabólicos
- Proporcionales

Figura 10.

*Vertederos de diferentes formas de sección transversal*



Nota: Adaptado de Manual de Practicas de Laboratorio de Hidráulica (p.11), por Ramiro Marbello Pérez, 2005, Universidad Nacional de Colombia

La forma geométrica que tenga el vertedero tendrá influencia en la precisión al momento de aforar caudales, por ejemplo, un vertedero de forma triangular es más adecuado al momento de aforar caudales pequeños en comparación con el rectangular.

### 2.2.2.4.3 Según la altura de la lámina de agua, aguas abajo

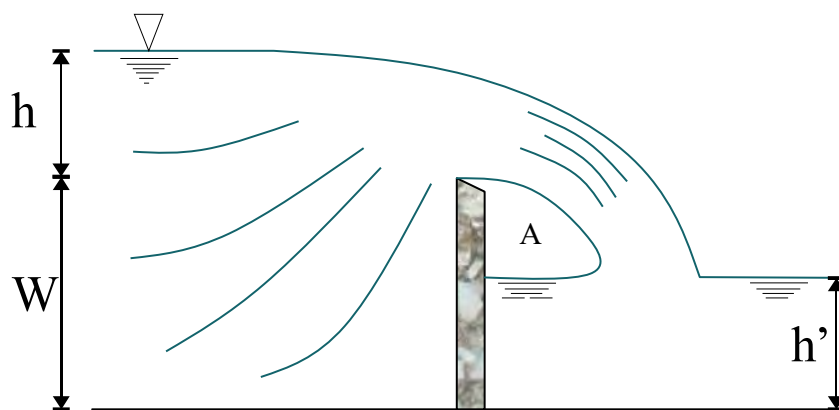
De acuerdo con el espesor de la lámina de aguas, aguas abajo, los vertederos pueden clasificarse en:

#### Vertedero libre

En la estructura de flujo de canal abierto conocida como vertedero libre, el nivel del agua aguas abajo de la estructura se sitúa a un nivel inferior a la elevación de la cresta del vertedero. Este tipo concreto de vertedero ejemplifica el régimen hidráulico más estable y, en consecuencia, es el más apropiado y el más buscado cuando se emplean vertederos de paredes delgadas para medir el caudal. (ROCHA, 2007)

Figura 11.

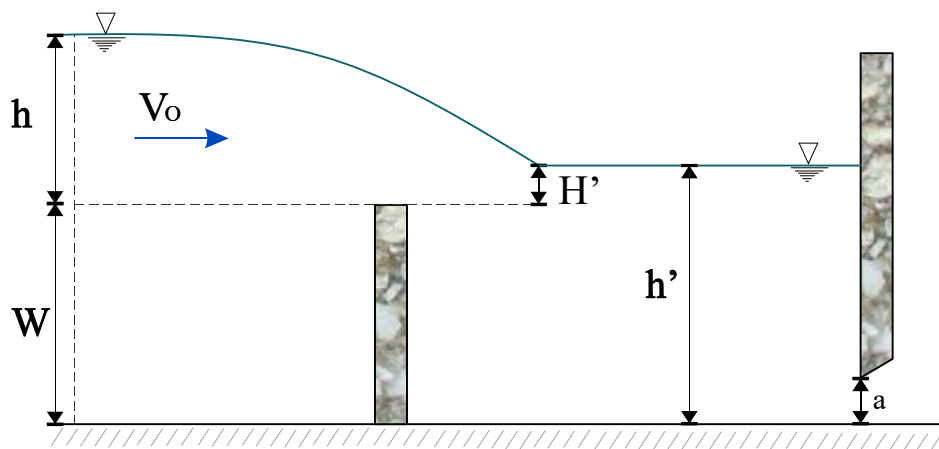
*Vertedero libre*



#### Vertedero sumergido o ahogado

Un vertedero se considera sumergido cuando el nivel del agua aguas abajo es superior a la parte superior de la cresta. El estado sumergido no se basa en las características del vertedero, sino en las condiciones del caudal. Un mismo vertedero puede funcionar tanto sumergido como no, esto pudiendo variar según el caudal que fluye. Cabe destacar que un vertedero sumergido puede adoptar cualquier tipo o forma. (ROCHA, 2007)

Figura 12.

*Vertedero ahogado*

Nota: Adaptado de Hidráulica de canales: Fundamentos (p.196), por Juan H. Cadavid R., 2006, Fondo Editorial Universidad EAFIT

Los vertederos sumergidos se encuentran presentes en diversas estructuras hidráulicas, donde su función principal es actuar como aliviaderos en lugar de dispositivos de medición de caudal. Las fórmulas utilizadas para calcular la descarga en un vertedero sumergido son menos precisas en comparación con las aplicables a vertederos libres, lo que explica por qué no se emplean comúnmente para la determinación precisa de caudales. (ROCHA, 2007)

Es importante destacar que el impacto del flujo de agua aguas abajo influye significativamente en el coeficiente de descarga en vertederos de paredes delgadas exclusivamente cuando su nivel supera el de la cresta de la estructura del vertedero. (CADAVID, 2006)

### 2.2.2.5 Contracciones en vertederos

En los vertederos se pueden presentar tres tipos de contracciones.

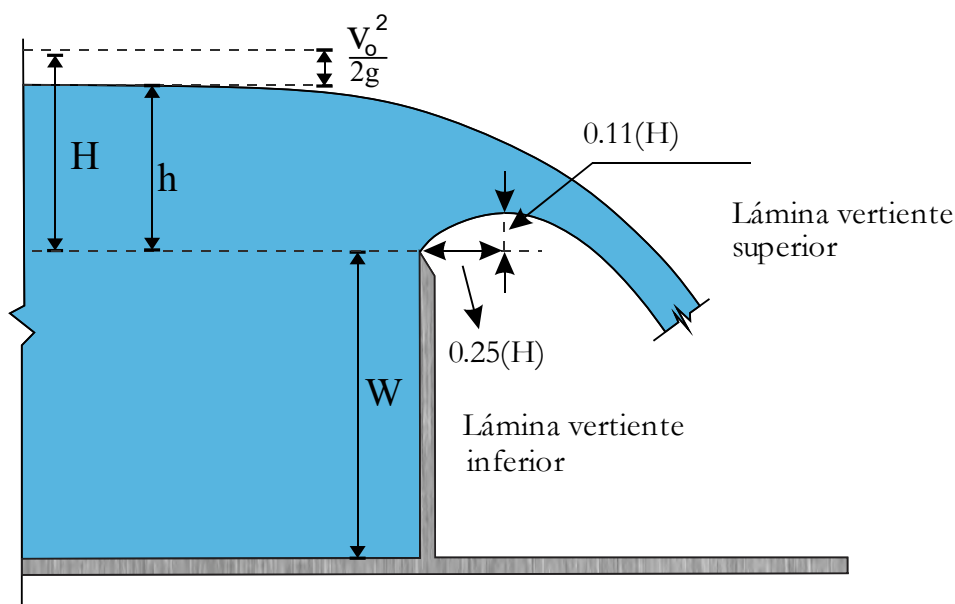
#### 2.2.2.5.1 Contracción de lámina vertiente

Este tipo de contracción se da a lo largo de toda la cresta horizontal del vertedor. Este fenómeno consiste en la contracción inmediata del flujo de agua cuando este ha pasado por un vertedero de cresta aguda, si el fondo del canal de acceso no está lo bastante por debajo de la cresta del vertedero ( $W > 2.5h$ ), la contracción es de menor magnitud y a este se llama parcialmente suprimida.

En un vertedero de pared delgada y orientación vertical, la napa vertiente experimenta una contracción, lo que modifica la trayectoria de la lámina inferior. Esta alcanza su punto de máxima elevación en una posición aguas abajo de la pared del vertedero. La altura máxima de la napa inferior es aproximadamente  $0.1H$  sobre la arista, ocurriendo a una distancia de  $0.25H$  desde el plano del vertedero. (Mery, 2013).

**Figura 13.**

*Construcción de cresta en vertederos de pared delgada*



Nota: Adaptado de Hidráulica Aplicada al Diseño de Obras (p.181), por Horacio Mery, 2013, Ril editores

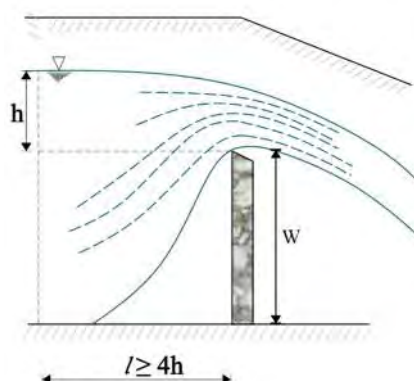
### **2.2.2.5.2 Contracción de la superficie libre**

Durante el proceso de descarga, se observa un ligero descenso en la superficie libre del agua, el cual inicia aproximadamente a una distancia de  $2h$  aguas arriba del vertedero y se extiende hasta su plano. Este fenómeno, conocido como contracción de la superficie libre, genera una aceleración en el flujo a medida que se aproxima al vertedero, provocando una conversión de energía potencial en energía cinética.

Es por ello que la medición de la carga  $h$  se debe realizar a una distancia horizontal mínima de  $4h$  respecto al plano del vertedero aguas arriba.

**Figura 14.**

*Vista de perfil de un vertedero de pared delgada.*



### 2.2.2.5.3 Contracciones laterales

Cuando las aristas laterales de la escotadura presentan bordes agudos o vivos, se genera una contracción en la anchura del manto vertiente, lo que se conoce como contracción lateral. Este efecto reduce la longitud efectiva de la cresta del vertedero. A partir de experimentos realizados en Lowell, Massachusetts, en 1852, Francis estableció que:

$$b' = b - 0.1 * N * h$$

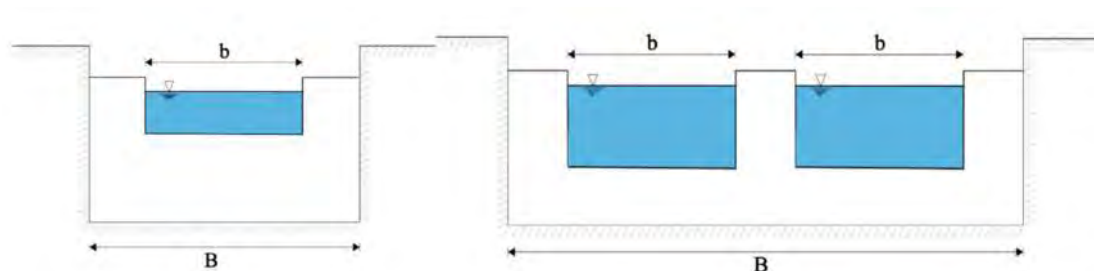
Donde:

- $b'$ : Longitud contraída de la lámina de agua en el vertedero
- $b$ : Longitud real del vertedero
- $N$ : Numero de contracciones laterales

Ejemplos de vertederos con contracciones laterales:

**Figura 15.**

*Vertederos con contracciones laterales*



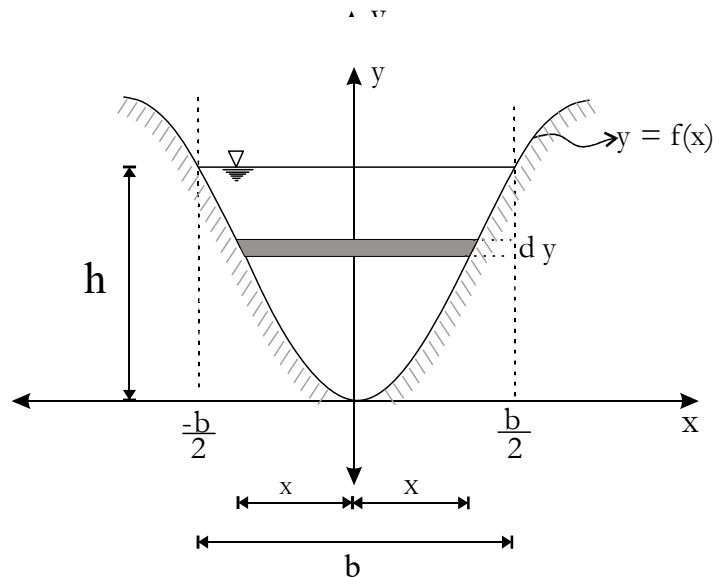
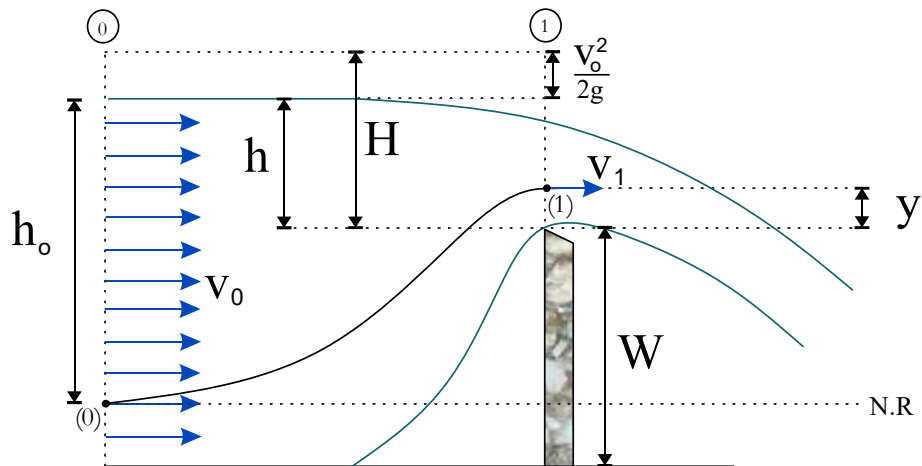
Nota: Adaptado de Manual de Practicas de Laboratorio de Hidráulica (p.12), por Ramiro Marbello Pérez, 2005, Universidad Nacional de Colombia

### 2.2.2.6 Ecuación general del caudal de un vertedero de pared delgada

Las notaciones de las partes de un vertedero de sección transversal cualquiera se puede observar en la figura 16.

**Figura 16.**

*Vertedero de pared delgada de forma general*



Nota: Adaptado de Hidráulica General (p.242), por Gilberto Sotelo Ávila, 1997, Limusa

El desnivel entre la superficie inalterada del agua, antes del vertedor y la cresta es  $h$  y la velocidad uniforme de llegada del agua es  $V_0$  de tal modo que:

$$H = h + \frac{V_0^2}{2 * g} \quad (1)$$

Si se analiza una línea de corriente entre los puntos 0 y 1 mediante el teorema de Bernoulli, se tendrá:

$$Z_o + y_o + \frac{V_o^2}{2 * g} = Z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2 * g}$$

Si ponemos en nivel de referencia tal como se observa en la figura 16, la energía de posición en el punto (0) será nulo, del mismo modo la energía de presión en el punto (1) será nulo ya que el chorro se encuentra completamente rodeada por aire. De esto la expresión resultante será:

$$h_o + \frac{V_o^2}{2 * g} = h_o - h + y + \frac{V_1^2}{2 * g} \quad ( 2 )$$

Simplificando e igualando tenemos:

$$H = h + \frac{V_o^2}{2 * g} = y + \frac{V_1^2}{2 * g}$$

Despejando  $V_1$  nos resultara:

$$V_1 = \sqrt{2 * g * \left( h - y + \frac{V_o^2}{2 * g} \right)}$$

Si la velocidad de llegada del agua hacia el vertedero es despreciable, la velocidad en cualquier punto de la sección (1) es:

$$V_1 = \sqrt{2 * g * (h - y)} \quad ( 3 )$$

Sabemos que el gasto a través de la sección del vertedero es:

$$dQ = V_1 * dA$$

Y de la figura 16 se puede determinar el área, la cual viene expresado de la siguiente manera:  $dA = 2 * x * dy$ . De tal modo que la ecuación de gasto resultara:

$$dQ = 2\sqrt{2 * g} * x * \sqrt{h - y} * dy$$

Para considerar los efectos de las contracciones en la lámina vertiente y las pérdidas de energía se debe aumentar a la fórmula un factor  $C_d$ , conocido también como coeficiente de descarga.

$$dQ = 2\sqrt{2 * g * x * C_d * \sqrt{h - y} * dy$$

Integrando la expresión anterior nos dará como resultado la ecuación general del gasto para un vertedero de pared delgada. Si se conoce la forma del vertedero es posible desarrollar la integral de esta expresión.

$$Q = 2\sqrt{2 * g * C_d * \int x * \sqrt{h - y} * dy \quad (4)$$

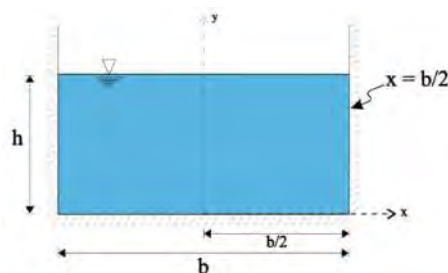
En la deducción de esta ecuación se han considerado hipótesis únicamente aproximadas, como la omisión de las pérdidas de energía que se consideran incluidas en el coeficiente de descarga ( $C_d$ ). La hipótesis más importante que se ha supuesto es que en todos los puntos de la sección 1 las velocidades tienen dirección horizontal y con una distribución parabólica, tal como se demuestra en la ecuación de la velocidad en la sección 1. Por otro parte, al aplicar la ecuación de Bernoulli entre los puntos 0 y 1 se ha supuesto una distribución hidrostática de presiones, lo cual implica que la distribución de las velocidades ( $V_0$  y  $V_1$ ) es uniforme para todos los puntos de la sección 0 y 1; lo cual se contradice con la distribución parabólica que se ha demostrado con la ecuación de velocidad de la sección 1. (SOTELO, 1997)

### 2.2.2.7 Vertedero rectangular

Para este tipo de vertedero su forma transversal estará definido por la siguiente expresión:  $x = b/2$

**Figura 17**

*Vertedero rectangular*



Nota: Adaptado de Hidráulica General (p.243), por Gilberto Sotelo Ávila, 1997, Limusa

Donde  $b$  es la longitud de la cresta. Si esta expresión lo remplazamos en la ecuación general del gasto de un vertedero de pared delgada, tendremos:

$$Q = C_d * \sqrt{2 * g} * b * \int_0^b \sqrt{h - y} * dy$$

Efectuando la integral tenemos:

$$Q = \frac{2}{3} * C_d * \sqrt{2 * g} * b * h^{3/2} \quad (5)$$

La cual es la ecuación general del gasto de un vertedero de pared delgada con sección rectangular, considerando una velocidad de llegada despreciable y sin contracciones laterales.

Los valores del coeficiente de descarga van a depender de los factores que se toma en cuenta en su desarrollo experimental; ciertos autores proponen valores de  $C_d$  teniendo en cuenta la velocidad de aproximación y contracciones laterales; mientras que otros no. Por lo cual es importante seleccionar de forma adecuada la formula experimental para hallar el coeficiente de descarga, así mismo usarlo en los límites establecidos.

#### ***2.2.2.7.1 Fórmula de Francis***

Entre los años 1848 y 1852, James B. Francis llevó a cabo una serie de más de 80 meticulosos experimentos sobre vertederos rectangulares de paredes esbeltas con el objetivo de establecer una fórmula completa para el coeficiente de descarga. Estas investigaciones se llevaron a cabo en la ciudad de Lowell, situada en el estado de Massachusetts, en condiciones muy específicas que definen claramente el alcance y las limitaciones de su fórmula propuesta.

En su exhaustiva serie de experimentos, Francis empleó principalmente una estructura de vertedero de 3,05 metros (10 pies) de longitud, aunque también profundizó en diversas dimensiones y configuraciones alternativas. Los valores de carga hidráulica probados en sus experimentos variaron entre 0,18 metros y 0,50 metros, definiendo de hecho los límites dentro de los cuales podía aplicarse su ecuación. Además, se recomienda que la altura del umbral ( $W$ ) esté comprendida entre 0,60 metros y 1,50 metros, y que la relación entre la carga y la longitud del vertedero sea superior a 3.

La fórmula de Francis considera la velocidad de aproximación ( $V_o$ ) y las contracciones laterales, lo que la hace aplicable a diversas configuraciones de vertederos rectangulares. La fórmula de Francis en el sistema métrico es:

$$Q = 1.84 \left( b - \frac{nh}{10} \right) \left( \left( h + \frac{V_o^2}{2g} \right)^{3/2} - \left( \frac{V_o^2}{2g} \right)^{3/2} \right) \quad (6)$$

En el que el caudal  $Q$  se expresa en metros cúbicos por segundo, la longitud del vertedero  $b$  se mide en metros, la carga  $h$  se indica en metros y la velocidad de aproximación  $V_o$  se da en metros por segundo. La cantidad de contracciones se representa mediante la variable  $n$ .

Si se asume que la velocidad de aproximación es despreciable, es decir,  $V_o = 0$ , la ecuación de Francis se simplifica y se expresa de la siguiente manera:

$$Q = 1.84 \left( b - \frac{nh}{10} \right) h^{3/2} \quad (7)$$

### ***2.2.2.7.2 Fórmula de Bazin, ampliada por Hégly***

La fórmula de Bazin-Hégly surge de estudios experimentales sobre vertederos rectangulares. En 1886, Bazin desarrolló una ecuación para calcular el caudal en vertederos sin contracciones. Posteriormente, en 1921, Hégly amplió estos estudios y formuló una versión más completa, aplicable tanto a vertederos con contracciones como sin ellas.

Esta ecuación, válida para vertederos de pared delgada, se recomienda para condiciones en las que:

- ❖ La carga hidráulica ( $h$ ) esté entre 0.10 m y 0.60 m.
- ❖ La longitud del vertedero ( $b$ ) varíe entre 0.50 m y 2.00 m.
- ❖ La altura del umbral ( $W$ ) se encuentre entre 0.20 m y 2.00 m.

Debido a su precisión, esta fórmula sigue siendo una referencia importante en hidráulica para el cálculo del caudal en vertederos rectangulares.

El coeficiente de descarga para un vertedero con contracciones es:

$$Cd = \left[ 0.6075 - 0.045 \frac{B-b}{B} + \frac{0.00405}{h} \right] \left[ 1 + 0.55 \left( \frac{b}{B} \right)^2 \left( \frac{h}{h+W} \right)^2 \right] \quad (8)$$

En la que B es el ancho del canal.

Si el vertedero no tiene contracciones, entonces el coeficiente de descarga será:

$$Cd = \left[ 0.6075 + \frac{0.00405}{h} \right] \left[ 1 + 0.55 \left( \frac{h}{h+W} \right)^2 \right] \quad (9)$$

### 2.2.2.7.3 Fórmula de la sociedad Suiza de Ingenieros y Arquitectos

Esta fórmula de descarga para vertederos rectangulares en pared delgada fue adoptada en 1924.

El coeficiente de descarga para un vertedero con contracciones es:

$$Cd = \left[ 0.578 - 0.037 \left( \frac{b}{B} \right)^2 + \frac{3.615 - 3 \left( \frac{b}{B} \right)^2}{1000h + 1.6} \right] \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{b}{B} \left( \frac{h}{h+W} \right)^2 \right] \quad (10)$$

Los límites de aplicación de esta fórmula para el coeficiente de descarga en vertederos rectangulares con contracciones son:

- ❖  $\frac{0.025}{b/B} \leq h \leq 0.80m$
- ❖  $b \geq 0.30B$
- ❖  $W \geq 0.30B$
- ❖  $h/W \leq 1$

El coeficiente de descarga para un vertedero sin contracciones es:

$$Cd = 0.615 \left[ 0.1 + \frac{1}{1000h + 1.6} \right] \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{h}{h+W} \right)^2 \right] \quad (11)$$

Los límites de aplicación de este coeficiente son:

- ❖  $0.025m \leq H \leq 0.80m$
- ❖  $W \geq 0.30m$
- ❖  $h/W \leq 1$

#### 2.2.2.7.4 *Fórmula de Kindsvater – Carter*

La ecuación propuesta por Kindsvater y Carter (1959) es ampliamente reconocida por su precisión en el cálculo del caudal en vertederos rectangulares, independientemente de la presencia de contracciones. Debido a su respaldo experimental, se considera una de las expresiones más confiables para estimar el flujo a través de este tipo de estructuras.

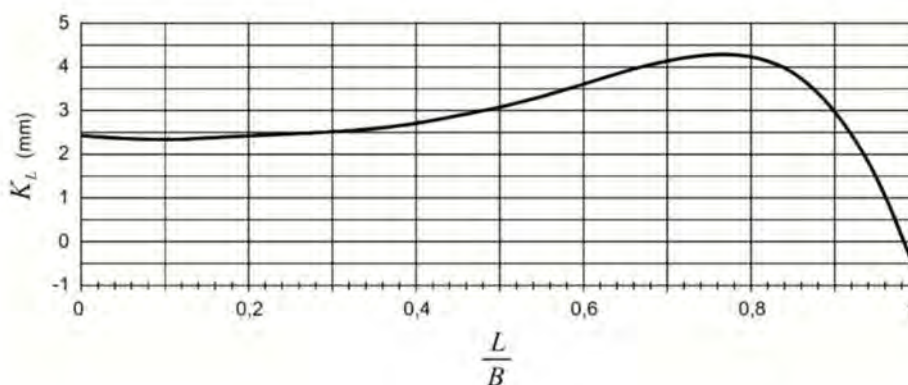
La fórmula es:

$$Q = c_e \frac{2}{3} \sqrt{2g} (b + K_L)(h + K_H)^{3/2} \quad (12)$$

En esta formulación, en lugar de utilizar la longitud del vertedero, se emplea la longitud efectiva, definida como la suma de  $b$  y un término adicional  $K_L$ , obtenido a partir de estudios experimentales. Asimismo, la carga efectiva se calcula añadiendo un valor constante de 0.001 m ( $K_H$ ) a la carga hidráulica original  $h$ . El coeficiente de descarga  $c_e$ , determinado empíricamente, es un factor clave en la precisión de la ecuación y se obtiene a partir de tablas o gráficos experimentales.

**Figura 18.**

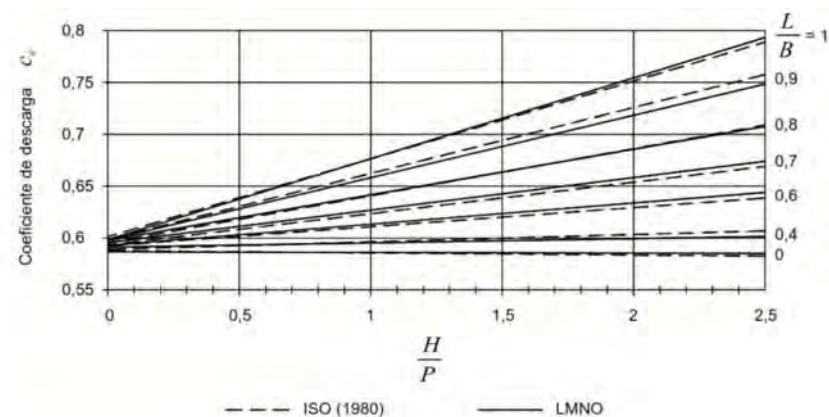
*Gráfico para la determinación de  $K_L$*



Nota: Extraído de Hidráulica de tuberías y canales (p.473), por Arturo Rocha Felices, 2007, Universidad Nacional de Ingeniería.

Figura 19.

*Coefficiente de descarga  $c_e$*



Nota: Extraído de Hidráulica de tuberías y canales (p.474), por Arturo Rocha Felices, 2007, Universidad Nacional de Ingeniería.

Para garantizar la correcta aplicación de la fórmula de Kindsvater-Carter, es necesario cumplir con ciertos requisitos experimentales:

- ❖ La carga hidráulica ( $h$ ) debe medirse a una distancia de 4 a 5 veces la carga máxima.
- ❖ La estructura del vertedero tenga paredes finas, de entre 1 y 2 milímetros de grosor.
- ❖ La superficie libre aguas abajo debe estar al menos 6 cm por debajo de la cresta.
- ❖ La carga ( $h$ ) debe ser superior a 3 cm, mientras que el umbral debe tener al menos 10 cm de altura.
- ❖ La longitud del vertedero y el ancho del canal deben ser mayores a 15 cm.
- ❖ La relación entre la carga hidráulica  $h$  y la altura del umbral  $W$  debe ser inferior a 2.5.
- ❖ En caso de que la longitud del vertedero sea igual al ancho del canal ( $b = B$ ), no habrá contracciones, pero debe cumplirse la condición  $B - b \geq 0.20$  m.

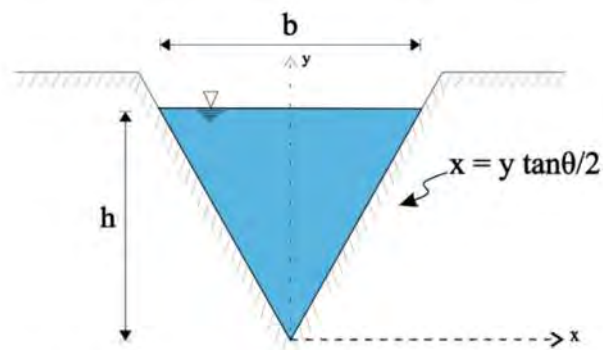
### 2.2.2.8 Vertedero triangular

Si el vertedero es de sección triangular, simétrico respecto al eje vertical y con un ángulo  $\theta$  en el vértice, su forma transversal quedara definido con la siguiente expresión:

$$x = y * \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Figura 20

Vertedero triangular



Nota: Adaptado de Hidráulica General (p.243), por Gilberto Sotelo Ávila, 1997, Limusa

Remplazando en la en la ecuación general del gasto de un vertedero de pared delgada, tendremos:

$$Q = 2\sqrt{2 * g} * C_d * \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) * \int_0^h \sqrt{h - y} * y * dy$$

Desarrollando la integral, obtendremos:

$$Q = \frac{8}{15} * \sqrt{2 * g} * C_d * \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) * h^{5/2} \quad ( 13 )$$

O bien

$$Q = C * h^{5/2} \quad ( 14 )$$

Los vertederos triangulares son especialmente adecuados para la medición precisa de caudales bajos, superando en este aspecto a los vertederos rectangulares. Además, su caudal aumenta más rápidamente con la carga en comparación con un vertedero de cresta horizontal. Esta característica resulta ventajosa cuando se requiere medir pequeñas cargas dentro de los límites de aforamiento establecidos.

#### 2.2.2.8.1 Formula de Gourley y Crimp

Donde el coeficiente C es.

$$C = \frac{1.32 * \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}{h^{0.03}} \quad ( 15 )$$

Los límites de aplicación de este coeficiente son:

- ❖ Vale para  $\theta$  de 45°, 60° y 90°
- ❖ Para profundidades  $W$  grandes.

### ***2.2.2.8.2 Formula de Barr***

Desarrollado en 1909, donde el coeficiente de descarga  $Cd$  queda definida mediante la siguiente expresión:

$$Cd = 0.565 + \frac{0.087}{h^{0.5}} \quad ( 16 )$$

Los límites de aplicación de esta expresión son:

- ❖ Vale para  $\theta$  igual a 90°
- ❖  $0.05m \leq h \leq 0.25m$ .
- ❖  $W \geq 3h$
- ❖  $B \geq 8h$

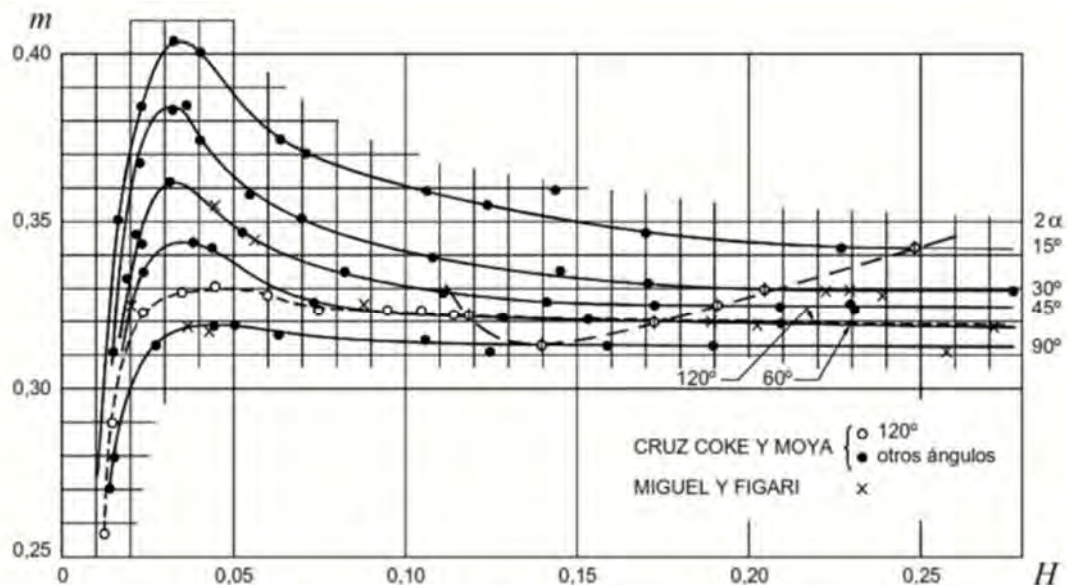
### ***2.2.2.8.3 Formula de la Universidad Católica de Chile***

Entre 1923 y 1924, en el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Chile, los ingenieros L. Cruz-Coke, C. Moya y su equipo realizaron una investigación experimental sobre el flujo en vertederos triangulares con ángulos de 15°, 30°, 45°, 60°, 90° y 120°.

Los resultados de este estudio permitieron determinar el coeficiente  $m$  para cada combinación de ángulo y carga hidráulica. Se estableció que este coeficiente es equivalente a 8/15 del coeficiente de descarga ( $Cd$ ), lo que permite su aplicación en cálculos hidráulicos de vertederos triangulares. El valor de  $m$  se halla de la siguiente grafica.

Figura 21.

*Coefficiente de descarga en vertederos triangulares*



Nota: Extraído de Hidráulica de tuberías y canales (p.481), por Arturo Rocha Felices, 2007, Universidad Nacional de Ingeniería.

### 2.2.3 Dinámica de fluidos computacional (CFD)

La dinámica de fluidos computacional, también conocida como CFD, es un campo científico que estudia la simulación numérica del flujo de fluidos. En CFD se combinan la mecánica de fluidos y los cálculos numéricos. Las ecuaciones de flujo de fluidos que derivan de la mecánica de fluidos pueden resolverse utilizando una variedad de métodos numéricos.

La ecuación de Navier-Stokes, un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales que describen el movimiento de sustancias fluidas, es la piedra angular de la dinámica de fluidos computacional (CFD) debido a su capacidad para representar fielmente los intrincados comportamientos de flujo que presentan los fluidos incompresibles, los fluidos compresibles y los fluidos multifásicos. Aunque la ecuación de Navier-Stokes se emplea ampliamente en aplicaciones de dinámica de fluidos computacional, sigue siendo un hecho que hasta ahora no se ha obtenido con éxito una solución analítica de forma cerrada para esta compleja ecuación. Por consiguiente, es imperativo abordar esta cuestión mediante la aplicación de una técnica de discretización adecuada. (ESSS, s.f.)

Una de las ventajas significativas que ofrece la dinámica de fluidos computacional es el coste relativamente bajo asociado a la simulación de prototipos, en contraste con la realización de pruebas en modelos físicos reales o a escala reducida. Además, se nos concede la libertad de establecer condiciones de contorno y recopilar datos sobre todas las variables en una cantidad considerable de ubicaciones espaciales, una tarea inalcanzable por medios experimentales. Es importante destacar que, en los estudios experimentales, con frecuencia existe el reto de establecer parámetros adimensionales que se alineen con los parámetros específicos del escenario analizado, particularmente cuando se requiere la incorporación de ciertos parámetros como el número de Reynolds y el número de Froude. Por otra parte, es importante señalar que la dinámica de fluidos computacional también presenta ciertas restricciones y limitaciones que deben tenerse en cuenta. Uno de los inconvenientes más significativos que hay que tener en cuenta es el elevado coste asociado a la resolución de todas las intrincadas escalas presentes en la ecuación de Navier-Stokes cuando se trata de regímenes de flujo turbulento. Esto hace necesario reducir la escala de la simulación mediante la incorporación de un modelo dentro de la ecuación. Sin embargo, este enfoque puede dar lugar a soluciones no sólo inexactas desde el punto de vista cuantitativo, sino también defectuosas en cuanto a su representación cualitativa. (Durán, 2019)

### **2.2.3.1 La dinámica de fluidos computacional y las ecuaciones gobernantes**

Dentro del modelado CFD, existen tres leyes fundamentales que funcionan como principales ecuaciones de gobierno en la resolución de problemas termodinámicos de fluidos y descritas por:

1. Conservación de la masa (ecuación de continuidad)
2. Conservación del momento (2<sup>a</sup>. ley de Newton)
3. Conservación de la energía (1<sup>a</sup>. ley de la termodinámica)

Para comprender esto tiene que hablarse en primera instancia sobre el teorema de transporte de Reynolds

#### ***2.2.3.1.1 Teorema de transporte de Reynold***

Para entender el teorema de Transporte de Reynold se debe entender el concepto de volumen de control y sistema. El volumen de control es una región en el espacio que es elegida para el estudio, a su delimitación se le conoce como superficie de control. El sistema se le define

como una cantidad de materia fija. La diferencia entre volumen de control y sistema se da en que el tamaño y la forma de un sistema puede cambiar, pero su masa se mantiene constante; por otro lado, en el volumen de control se permite que la masa entre o salga a través de sus límites.

Para convertir el análisis de un sistema en el análisis de un volumen de control debemos utilizar nuestras matemáticas para poder aplicar las leyes básicas a regiones específicas en lugar de a masas concretas. Esta conversión se consigue mediante el llamado teorema del transporte de Reynolds y se puede aplicar a todas las leyes básicas. La fórmula de conversión difiere ligeramente según se trate de volúmenes fijos, móviles o deformables. (WHITE, 2004)

Represente por  $B$  cualquier propiedad extensiva (como la masa, la energía o la cantidad de movimiento) y sea  $b = B/m$  la propiedad intensiva correspondiente. Considérese un área superficial diferencial,  $dA$  sobre la superficie de control y se denota su vector normal exterior unitario por  $\vec{n}$ . El gasto de la propiedad  $b$  a través de  $dA$  es  $\rho b \vec{V} \cdot \vec{n} dA$  ya que el producto punto  $\vec{V} \cdot \vec{n}$  da la componente normal de velocidad. Por tanto, se llega al teorema del transporte de Reynolds, conocido también como transformación de sistema a volumen de control para un volumen fijo de control:

$$\frac{dB_{sist}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{vc} \rho b dV + \int_{sc} b \vec{V} \cdot \vec{n} dA \quad (17)$$

### 2.2.3.1.2 Ecuación de la continuidad

Esta ecuación parte de la ley de la conservación de la masa que establece que la masa de un sistema debe permanecer constante.

Según la explicación de Potter, Wiggert y Ramadan (2016). La masa de una partícula de fluido es  $\rho dV$ , donde  $dV$  es el volumen ocupado por la partícula y  $\rho$  es su densidad. Sabiendo que la densidad puede cambiar de un punto a otro en el sistema, la conservación de la masa puede expresarse en forma integral como:

$$\frac{dm_{sist}}{d} = \frac{d}{dt} \int_{sist} \rho dV = 0 \quad (18)$$

Entonces igualando la ecuación anterior con la de la ecuación de transporte de Reynold obtenemos la ecuación de continuidad la cual se expresa como:

$$0 = \frac{d}{dt} \int_{VC} \rho \, dV + \int_{SC} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} \, dA \quad (19)$$

### 2.2.3.1.3 Ecuación de la energía

Esta ecuación parte de la primera ley de la termodinámica la cual relaciona la transferencia de calor, el trabajo y el cambio de energía; esta ley establece que la razón de transferencia de calor a un sistema menos la rapidez a la que un sistema realiza el trabajo es igual a la rapidez a la que la energía del sistema está cambiando.

Según la explicación de Potter, Wiggert y Ramadan (2016). La densidad y la energía específica pueden cambiar de un punto a otro en el sistema, lo cual se pueden expresar como:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{d}{dt} \int_{sist} e \rho \, dV \quad (20)$$

Donde la energía específica  $e$  constituye la energía cinética, la energía potencial y la energía interna por unidad de masa, esto es:

$$e = \frac{V^2}{2} + gz + \tilde{u}$$

En términos de volumen de control la ecuación de la energía es:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{d}{dt} \int_{VC} e \rho \, dV + \int_{SC} \rho e \vec{V} \cdot \vec{n} \, dA \quad (21)$$

El término  $\dot{Q}$  representa la rapidez de transferencia de energía a través de la superficie de control debida a una diferencia de temperatura. El término  $\dot{W}$  es la rapidez de realización de trabajo, también podemos expresar que el término de la rapidez de realización de trabajo resulta del trabajo que es realizado por el volumen de control. Este término se expresa como:

$$\dot{W} = \int_{SC} p \vec{V} \cdot \vec{n} \, dA + \dot{W}_S + \dot{W}_{corte} + \dot{W}_I \quad (22)$$

Donde:

- $p$ : Presión

- $\int_{SC} p \vec{V} \cdot \vec{n} dA$ : Rapidez de realización de trabajo resultante de la fuerza debida a una presión que se desplaza en la superficie de control. Se conoce como trabajo de flujo.
- $\dot{W}_S$ : Rapidez de realización de trabajo resultante de ejes giratorios como el de una bomba o de una turbina, o la potencia eléctrica equivalente.
- $\dot{W}_{corte}$ : Rapidez de realización de trabajo debida al corte que actúa en un límite en movimiento, como en una banda en movimiento.
- $\dot{W}_I$ : Rapidez de realización de trabajo que se presenta cuando el volumen de control se mueve respecto a un marco de referencia fijo.

Remplazando la ecuación anterior en la ecuación de la energía, se tiene la ecuación general de la energía, la cual se expresa como:

$$\dot{Q} - \dot{W}_S - \dot{W}_{corte} - \dot{W}_I = \frac{d}{dt} \int_{VC} e \rho dV + \int_{SC} \left( e + \frac{p}{\rho} \right) \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA \quad (23)$$

#### 2.2.3.1.4 Ecuación de la cantidad de movimiento

Esta ecuación parte de la segunda ley de Newton la cual establece que la fuerza resultante que actúa un sistema es igual a la rapidez a la que está cambiando la cantidad de movimiento del sistema.

Según la explicación de Potter, Wiggert y Ramadan (2016). La cantidad de movimiento de una partícula de fluido con masa es una cantidad vectorial dada por  $V\rho dV$ ; en consecuencia, la segunda ley de Newton puede expresarse en un marco de referencia inercial como:

$$\sum F = \frac{d}{dt} \int_{sist} V\rho dV$$

Usando la ecuación del transporte de Reynold se tiene:

$$\sum F = \frac{d}{dt} \int_{VC} \rho V dV + \int_{SC} \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA \quad (24)$$

Cuando se aplica la segunda ley de Newton, la cantidad  $\sum F$  representa todas las fuerzas que actúan sobre el volumen de control. Las fuerzas incluyen las fuerzas de contorno que actúan sobre la superficie de control y las fuerzas volumétricas o fuerzas másicas. La ecuación de la

cantidad de movimiento se usa con frecuencia para determinar las fuerzas inducidas por el flujo.

### 2.2.3.2 Ecuación de Navier – Stokes

La ecuación de Navier-Stokes es una ecuación de evolución que describe la velocidad de flujo de un fluido viscoso e incompresible, en un espacio de divergencia nula que expresa la conservación de la masa bajo la condición de incompresibilidad del fluido; y que parte de un estado inicial. Se denota por:  $\nu > 0$  la viscosidad cinemática,  $p$  la presión,  $\rho$  la densidad del fluido,  $\Delta$  el operador de Laplace,  $\nabla$  el operador gradiente,  $\mathbf{x}$  el vector espacial de posiciones y  $t$  el tiempo; la ecuación es:

$$\frac{\partial}{\partial t}V + (V \cdot \nabla)V = \nu \Delta V - \text{grad} \frac{p}{\rho} + f \quad ( 25 )$$

Las tres componentes de la Ecuación de Navier - Stokes junto a la Ecuación de continuidad resuelven las 4 incógnitas ( $V$ ,  $v$ ,  $w$  y  $p$ ) y son la base de la mecánica de fluidos, pues permiten la resolución de problemas complejos mediante la aplicación de herramientas computacionales y métodos numéricos en la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD)

### 2.2.3.3 Planteamiento del problema CFD

Cada método numérico suele comenzar con un modelo matemático detallado del fenómeno físico que se investiga, expresado normalmente como una compleja ecuación diferencial parcial o una intrincada ecuación diferencial integral, acompañada de un conjunto de condiciones de contorno que definen aún más el problema en cuestión. En el campo de la dinámica de fluidos computacional, los ingenieros e investigadores suelen basarse en las ecuaciones de Navier-Stokes o sus correspondientes simplificaciones, que se seleccionan en función de los requisitos específicos y las complejidades de la aplicación dada. Dado que un ordenador funciona como una máquina de estados finitos, carece de la capacidad para procesar y resolver eficazmente ecuaciones diferenciales parciales que implican variables continuas en las dimensiones espacial y temporal. Por lo tanto, cuando se determina que un problema debe resolverse, se realizará una discretización en el tiempo y el espacio, convirtiendo las ecuaciones diferenciales en ecuaciones algebraicas. (Bustamante, 2006)

### ***2.2.3.3.1 Discretización temporal***

Al momento de realizar el cálculo del flujo inestable, resulta imprescindible llevar a cabo la discretización de las coordenadas temporales para obtener resultados precisos y confiables. Las soluciones requerirán ser obtenidas en momentos diferentes y no de forma simultánea. El lapso de tiempo transcurrido entre dos momentos específicos es lo que define el intervalo de tiempo  $\Delta t$ . Es crucial considerar de manera detallada y minuciosa las variaciones bruscas que puedan surgir en la resolución de problemas al emplear el concepto de  $\Delta t$ . La gran mayoría de los métodos numéricos utilizados para la resolución de coordenadas espaciales se fundamentan en un proceso de evolución gradual que se extiende a lo largo de un periodo de tiempo considerable. La discretización temporal es un procedimiento comúnmente utilizado en la resolución numérica de problemas evolutivos gobernados por ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en función del tiempo, siempre y cuando se disponga de condiciones iniciales adecuadas.

### ***2.2.3.3.2 Discretización espacial***

Para obtener la solución numérica deseada, es fundamental emplear la discretización espacial tanto en el caso de flujos estacionarios como en el de flujos no estacionarios. Este proceso de discretización espacial nos permite aproximar de manera efectiva las soluciones a través de la subdivisión de dominios en elementos más pequeños, lo cual facilita el cálculo de variables clave en cada punto del sistema. La malla numérica, que es fundamentalmente una representación discreta y estructurada del dominio geométrico del problema, determina de manera precisa las posiciones discretas en las que se lleva a cabo el cálculo de las variables involucradas. El dominio se divide en un número finito de subdominios (nodos, volúmenes de control, elementos...).

- **Métodos de diferencias finitas**

Emplean la formulación diferencial de las ecuaciones matemáticas. La región se caracteriza por puntos denominados nodos, en los que se aproxima la ecuación sustituyendo la derivada parcial mediante una aproximación a través de los valores nodales de la función. Al ser implementadas en cuadrículas estructuradas, presentan una simplicidad y eficacia notables. Su inconveniente radica en que la preservación del momento y la masa no está asegurada a menos

que se implementen medidas de precaución especiales, y su implementación en áreas de geometría irregular presenta una considerable dificultad.

- **Métodos de volúmenes finitos**

Esta metodología se fundamenta en la formulación integral de las ecuaciones de conservación, segmentando el dominio en volúmenes de control sobre los cuales dichas ecuaciones se aplican en su forma integral, aproximando dichas ecuaciones mediante cuadraturas. En este procedimiento, los nodos se sitúan en el centroide de cada volumen de control, y sus valores en las caras se determinan a través de la interpolación. La adaptabilidad de esta característica facilita su implementación en estructuras de mallas tanto estructuradas como no estructuradas. No obstante, una de sus principales restricciones radica en la complejidad para elaborar esquemas de alta complejidad, particularmente en cuestiones tridimensionales. Este procedimiento se encuentra extensivamente implementado en la mayoría de los softwares de dinámica de fluidos computacional (CFD).

- **Métodos de elementos finitos**

Este método se basa en la formulación débil, en la cual la ecuación diferencial se multiplica por funciones denominadas pesos y luego se integra sobre el dominio. Presenta similitudes con el método de volúmenes finitos, aunque con diferencias clave en su formulación y aproximación. El dominio se discretiza en elementos, dentro de los cuales la solución se aproxima, generalmente de manera lineal, utilizando los valores de la función en los vértices del elemento. Su principal ventaja radica en su capacidad para manejar geometrías complejas y su facilidad de análisis matemático. Sin embargo, su aplicación en dinámica de fluidos computacional (CFD) es menos común en comparación con otros métodos, debido a desafíos en la conservación y estabilidad numérica en flujos altamente convectivos.

#### 2.2.3.4 Características y clasificación de mallas

La generación de la malla es un proceso clave en la preparación de modelos para simulaciones CFD, ya que sin una malla adecuada no es posible realizar la simulación. Existen

diversos métodos para optimizar la creación de mallas, y su calidad influye directamente en la precisión y fiabilidad de los resultados obtenidos.

Independientemente del tipo de malla utilizada en CFD, es fundamental cumplir ciertos requisitos para lograr una discretización adecuada:

- ❖ La malla debe diseñarse considerando el tipo de flujo a resolver.
- ❖ Se requiere mayor resolución en zonas con altos gradientes de flujo.
- ❖ La distribución del mallado debe ser lo más uniforme posible para evitar variaciones abruptas.
- ❖ La resolución en regiones con capa límite debe ser coherente con el modelo de turbulencia y pared seleccionado.
- ❖ Es necesario evitar celdas muy deformadas o con geometrías inadecuadas.
- ❖ Un mallado adaptable a las variaciones del flujo mejora la precisión de la solución.
- ❖ El tamaño total de la malla debe ser compatible con la capacidad computacional disponible.

Cumplir estos criterios garantiza una representación precisa del flujo y optimiza la calidad de los resultados.

#### ***2.2.3.4.1 Mallas estructuradas.***

Las mallas estructuradas son un tipo de discretización espacial en la que los nodos o volúmenes de control están organizados de manera ordenada y pueden identificarse mediante un conjunto de índices  $(i, j, k)$  en 3D o  $(i, j)$  en 2D. Estas mallas son conceptualmente equivalentes a una cuadrícula cartesiana, pero con coordenadas ajustadas según la transformación utilizada.

Su principal ventaja radica en la simplicidad de implementación y almacenamiento, lo que facilita la solución numérica de las ecuaciones de gobierno. Sin embargo, presentan limitaciones, ya que solo son adecuadas para dominios con geometría simple y pueden generar una acumulación innecesaria de puntos en regiones donde el refinamiento no es requerido, lo que incrementa el costo computacional sin aportar mejoras significativas en la precisión.

#### ***2.2.3.4.2 Mallas no-estructuradas***

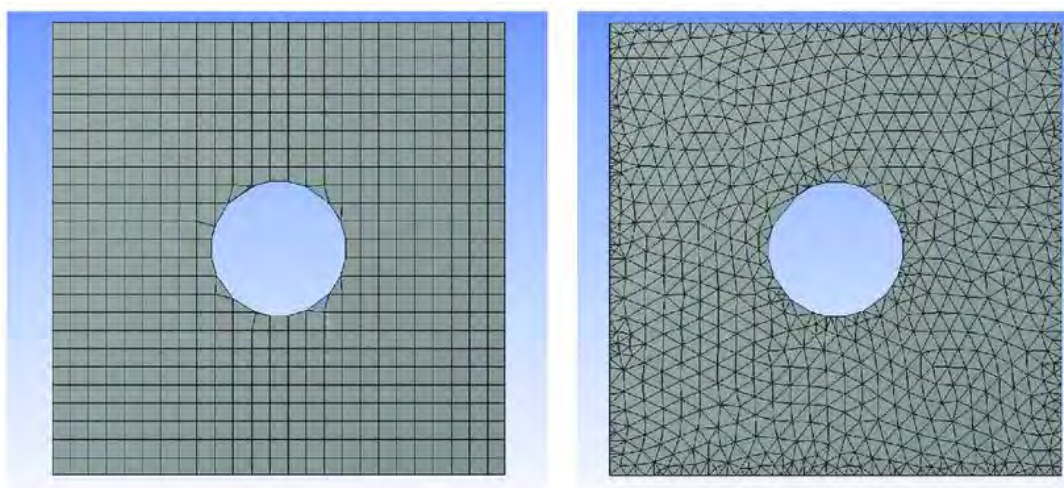
Las mallas no estructuradas son ideales para modelar geometrías complejas, ya que ofrecen una flexibilidad superior al poder adaptarse con precisión a regiones específicas del

dominio de estudio. A diferencia de las mallas estructuradas, este tipo de discretización permite el uso de elementos de forma arbitraria, sin restricciones en el número de elementos o nodos adyacentes, lo que facilita la representación de contornos irregulares y zonas con variaciones significativas en el flujo.

Si bien pueden emplearse en cualquier esquema de muestreo espacial, son especialmente efectivas en métodos volumétricos y de elementos finitos, donde la capacidad de ajuste local mejora la precisión sin necesidad de aumentar excesivamente el número de nodos. Sin embargo, esta ventaja viene acompañada de desafíos, como la estructura irregular de los datos obtenidos y la necesidad de algoritmos más sofisticados y costosos para su resolución, ya que las matrices generadas en el proceso numérico suelen estar completamente llenas, incrementando el costo computacional.

### **Figura 22.**

*Malla estructurada y malla no estructurada*



#### **2.2.3.4.3 Mallas híbridas.**

En algunos casos se combinan los diferentes tipos de malla expuestos anteriormente. En estos casos hay que tener cuidado con el acoplamiento entre las diferentes mallas.

#### **2.2.3.5 Evaluación de la calidad de malla**

En la simulación computacional de fluidos (CFD), la calidad de la malla es un factor determinante en la precisión y estabilidad de los resultados. Entre las más utilizadas se encuentran:

- ❖ Skewness (Sesgo): Mide la desviación de una celda respecto a su forma ideal. Valores cercanos a 0 indican una malla de alta calidad, mientras que valores cercanos a 1 pueden generar errores numéricos.
- ❖ Ortogonalidad: Evalúa el ángulo entre las normales de las caras de las celdas y los vectores de conexión con los puntos vecinos. Una baja ortogonalidad afecta la estabilidad y precisión de la simulación.
- ❖ Determinante de Jacobiano: Indica la deformación de las celdas. Valores cercanos a 1 representan elementos bien condicionados, mientras que valores bajos pueden generar inestabilidad numérica.
- ❖ Aspect Ratio (Relación de aspecto): Es la razón entre la dimensión más larga y la más corta de una celda. Valores altos pueden afectar la convergencia del modelo, especialmente en regiones de alta variación del flujo.
- ❖ Quality Index (Índice de calidad): Es un parámetro global que combina varias métricas de calidad para proporcionar una evaluación general del mallado.

Estas métricas permiten identificar problemas en la discretización del dominio y optimizar la malla para obtener resultados precisos y estables.

### 2.2.3.6 Modelos de turbulencia

La turbulencia es un fenómeno complejo caracterizado por un comportamiento caótico, disipación de energía y mezcla intensa de propiedades dentro de un fluido. Su modelado en CFD (Computational Fluid Dynamics) requiere la solución de ecuaciones diferenciales que aproximan la estructura y evolución del flujo turbulento. ANSYS CFX ofrece diversos modelos de turbulencia, cada uno adecuado para diferentes condiciones de flujo, geometrías y niveles de precisión.

La elección del modelo de turbulencia en ANSYS CFX depende de varios factores, como la geometría del dominio, las condiciones del flujo y la precisión requerida. Los modelos RANS son adecuados para simulaciones industriales debido a su equilibrio entre precisión y eficiencia computacional. Para aplicaciones más detalladas y con recursos computacionales elevados, los modelos LES o híbridos (DES) pueden ofrecer mejores resultados.

### 2.2.3.6.1 Modelos Basados en la Aproximación RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes)

Estos modelos resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en el tiempo, lo que permite predecir los efectos medios de la turbulencia sin resolver todas sus escalas.

- ❖ Modelo  $k$ - $\epsilon$  estándar: Es uno de los más utilizados debido a su estabilidad y bajo costo computacional. Se basa en dos ecuaciones:
  - $k$ , que representa la energía cinética turbulenta.
  - $\epsilon$ , que define la tasa de disipación de la energía cinética.

Este modelo es adecuado para flujos con alta turbulencia y gradientes de presión moderados, pero presenta limitaciones en la predicción de flujos con separación o recirculación.

- ❖ Modelo  $k$ - $\omega$  estándar: En lugar de la disipación de energía ( $\epsilon$ ), este modelo emplea la frecuencia específica de turbulencia ( $\omega$ ), lo que permite una mejor predicción en flujos cercanos a superficies sólidas.
- ❖ Modelo de Tensores de Reynolds (RSM - Reynolds Stress Model): A diferencia de los modelos anteriores, que asumen una relación isotrópica entre los componentes de la tensión de Reynolds, este modelo resuelve un conjunto de ecuaciones adicionales para cada uno de los términos de la tensión. Esto permite una mejor predicción de flujos altamente anisotrópicos, como los que se encuentran en turbulencias con fuerte curvatura o rotación. Sin embargo, su alto costo computacional limita su uso en aplicaciones generales.

### 2.2.3.6.2 Modelos Híbridos y de Acoplamiento (DES - Detached Eddy Simulation)

Para reducir el costo computacional de LES, se han desarrollado modelos híbridos como la DES (Detached Eddy Simulation). Esta técnica combina RANS en las regiones cercanas a la pared, donde la turbulencia es más estable y puede modelarse con menor costo computacional, y LES en las regiones alejadas de la pared, donde la turbulencia es más caótica y requiere mayor resolución. Es una alternativa eficiente para aplicaciones en aerodinámica y turbo maquinaria.

## 2.3 Definición de términos básicos

### 2.3.1 Aforo

El aforo es la operación mediante la cual se mide el caudal de agua que circula por un cauce natural, canal, tubería u otra infraestructura hidráulica. No se limita únicamente a obtener un valor numérico, sino que constituye el proceso fundamental para transformar la observación del movimiento del agua en información cuantitativa, confiable y útil para la gestión del recurso hídrico. (ROJAS, 2006).

### 2.3.2 Caudal

Esta se define como el volumen de agua que pasa por la sección transversal del cauce por unidad de tiempo, esta se puede expresar en  $m^3/s$ . El caudal es el volumen de fluido que circula por una sección en un determinado intervalo de tiempo. (VILLÒN, 1995).

### 2.3.3 Vertedero

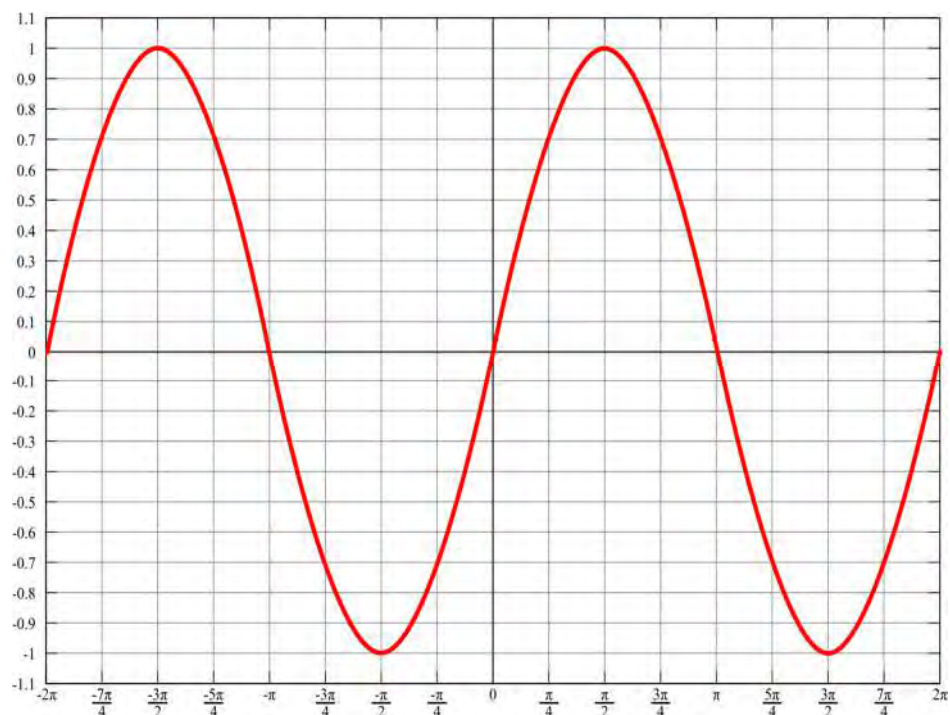
Un vertedero es un muro con una forma específica que permite que el líquido fluya a través de él. El vertedero bloquea la corriente, haciendo que aumente el nivel del agua río arriba. Se utiliza para gestionar los niveles de agua y/o medir el caudal que fluye. (Pérez, 2005)

### 2.3.4 Coeficiente de descarga

El coeficiente de descarga es un factor adimensional que permite ajustar las ecuaciones teóricas de caudal para reflejar el comportamiento real del flujo en un vertedero. Según Sotelo (1997), este coeficiente considera los efectos de la contracción de la lámina vertiente, las pérdidas por fricción y otras desviaciones del flujo respecto al ideal. Los valores del coeficiente de descarga se obtienen mediante experimentos, por lo que su aplicación es válida únicamente para las condiciones específicas bajo las cuales fueron determinados.

### 2.3.5 Sinusoide

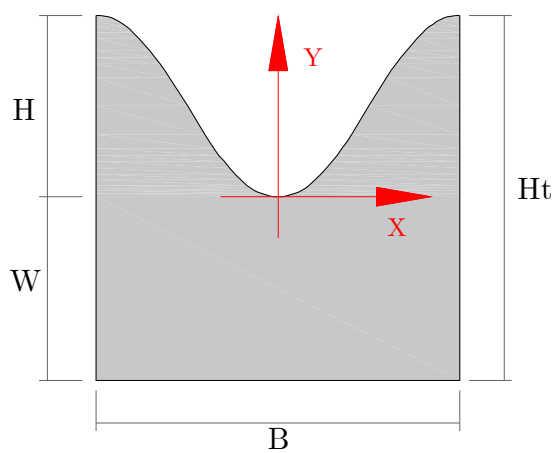
En matemáticas, se llama sinusoide o senoide a la curva que representa gráficamente la función seno (Sinusoide, 2022). El término sinusoidal se utiliza para describir una curva, denominada onda seno o una sinusoide, que exhibe oscilación periódica suave. Su nombre se basa en la función  $y = \sin(x)$ . Las sinusoides ocurren a menudo en matemáticas, física, ingeniería, procesamiento de señales y muchas otras áreas (Sinusoidal, 2021).

**Figura 23.***Sinusoide*

Nota: Obtenido de Sinusoide, 2012, WIKIPEDIA, <https://es.wikipedia.org/wiki/Sinusoide>.

### 2.3.6 Vertedero sinusoide

Manteniendo la definición de vertedero antes mencionada, diremos que los vertederos sinusoides serán aquellos vertederos que posean una sección de forma transversal de un ciclo de la función seno, tal como se muestra en la figura 24.

**Figura 24.***Forma geométrica del vertedero sinusoidal*

## CAPITULO IV

### 3 DISEÑO METODOLÓGICO

#### 3.1 Identificación de variables

Tabla 1.

*Matriz de identificación de variables*

VARIABLES E INDICADORES				
	Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensión
Independiente	Vertedero sinusoidal de pared delgada	Un vertedero es un muro con una forma específica que permite que el líquido fluya a través de él. El vertedero bloquea la corriente, haciendo que aumente el nivel del agua río arriba. Se utiliza para gestionar los niveles de agua y/o medir el caudal que fluye. (Pérez, 2005).	Se seleccionarán y ensayarán vertederos de pared delgada en laboratorio físico y simulaciones numéricas bajo condiciones controladas.	Diseño  Experimentación física  Experimentación computacional
		Se refiere al caudal volumétrico de agua que pasa a través del área transversal definida del curso de agua en un intervalo de tiempo específico, y se expresa comúnmente en metros cúbicos por segundo. (ROJAS, 2006).	Se evaluará analizando los datos ensayados y comparando el caudal obtenido con la fórmula propuesta frente al caudal medido en laboratorio.	Coficiente de descarga  Precisión

### 3.2 Operacionalización de variables

Tabla 2.

Matriz de operacionalización de variables

		VARIABLES E INDICADORES			TÉCNICAS E INSTRUMENTOS		
		Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Técnicas	Instrumentos
Variable independiente	Vertedero sinusoidal de pared delgada	Un vertedero es un muro con una forma específica que permite que el líquido fluya a través de él. El vertedero bloquea la corriente, haciendo que aumente el nivel del agua río arriba. Se utiliza para gestionar los niveles de agua y/o medir el caudal que fluye. (Pérez, 2005).	Se seleccionarán y ensayarán vertederos de pared delgada en laboratorio físico y simulaciones numéricas bajo condiciones controladas.	Diseño	Ecuaciones	Desarrollo teórico	Matemática
					Geometría	Dimensiones y materiales	Softwares (AutoCAD, Inventor)
					Parámetros	Condiciones y limitaciones	
				Experimentación física	Velocidad del flujo	Medición directa y registro de datos	Regla limnometrica, correntómetro, sensores, barómetro, termohigrómetro.
					Área de la sección de agua		
					Tirante		
Experimentación computacional	Condiciones de experimentación	Montaje del vertedero y	Pernos de anclaje, selladores				
	Parámetros de modelamiento	Realizar simulaciones computacionales con condiciones idénticas al laboratorio	Softwares (Inventor, ANSYS R24)				
	Criterios de convergencia		Condiciones de malla y modelos de turbulencia				
	obtención de datos	Medición directa y registro de datos	Hojas de cálculo, registros generales				
				<b>Dimensiones</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Técnicas</b>	<b>Instrumentos</b>
Variable dependiente	Aforamiento de caudales	Se refiere al caudal volumétrico de agua que pasa a través del área transversal definida del curso de agua en un intervalo de tiempo específico, y se expresa comúnmente en metros cúbicos por segundo. (ROJAS, 2006).	Se evaluará analizando los datos ensayados y comparando el caudal obtenido con la fórmula propuesta frente al caudal medido en laboratorio.	Coeficiente de descarga	Relación entre caudal real y caudal teórico	Análisis hidráulico y experimental, regresión no lineal	Hojas de cálculo, softwares (Matlab, Python)
				Precisión	Grado de dispersión de los caudales obtenidos en repeticiones de ensayo	Mediante cálculos matemáticos y estadísticos.	Hojas de calculo

### 3.3 Ámbito de estudio: localización política y geográfica

#### 3.3.1 Localización política

El presente trabajo de investigación se desarrolló en el Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco (UNSAAC), ubicada en la ciudad del Cusco, provincia del Cusco y departamento del Cusco, la cual se encuentra en la región sur del Perú. Políticamente, el área de estudio pertenece al distrito de Cusco, provincia de Cusco, departamento de Cusco. El estudio computacional se realizó en un entorno controlado mediante el software ANSYS Fluent R24 simulando también las condiciones del entorno físico.

En una primera instancia se emplearon modelos tridimensionales de vertederos de pared delgada rectangular, triangular y sinusoidal. También se emplearon 14 geometrías de vertederos sinusoidales de pared delgada cuyas bases variaron desde 0,20 m hasta 1,50 m, con el fin de obtener los coeficientes de descarga ( $C_d$ ) para el vertedero sinusoidal de pared delgada.

#### 3.3.2 Localización geográfica

Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco (UNSAAC), ubicada en las siguientes coordenadas.

**Tabla 3.**

*Datos geográficos del laboratorio de hidráulica de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco*

Coordenadas geográficas UTM WGS84	
Norte	8503391.703 m
Este	179551.107 m
Elevación	3399.144 m.s.n.m.
Zona	19S

### 3.4 Tipo de investigación

La presente investigación es de tipo aplicada y posee un carácter tecnológico, esto debido a que el estudio no se limita a la descripción teórica del flujo, sino que busca la transformación de un proceso como es el aforo de caudales mediante la optimización de parámetros geométricos y de forma con el vertedero sinusoidal. Además, se realiza una comparación técnica entre el desempeño del vertedero sinusoidal y los diseños convencionales

(rectangular y triangular), con el objetivo de determinar su eficiencia operativa y viabilidad de uso. De esta manera, se busca ofrecer una solución tecnológica a la problemática de la incertidumbre en la medición de caudales. Aunque la investigación se centra en la aplicación práctica del diseño propuesto, también se incluyen elementos de conocimiento teórico que sustentan la aplicación de dicho diseño, lo que permite que la investigación se oriente a la mejora de las obras hidráulicas.

### **3.5 Nivel de la investigación**

La investigación corresponde a un nivel explicativo. El estudio se centra en determinar las relaciones entre el vertedero sinusoidal de pared delgada (variable independiente) y el aforamiento de caudales (variables dependientes). No solo se describe el fenómeno existente, sino que se demuestra por qué y de qué manera la forma sinusoidal optimiza la distribución de velocidades y estabiliza el flujo.

Asimismo, el análisis comparativo permite establecer la eficiencia relativa del vertedero sinusoidal frente a los diseños rectangulares y triangulares. Mediante experimentos físicos y simulaciones computacionales bajo condiciones controladas se logra cuantificar la influencia de los parámetros geométricos. Por tanto, el nivel se orienta a demostrar la factibilidad técnica y las razones físicas que validan al vertedero sinusoidal como una alternativa viable.

### **3.6 Enfoque de la investigación**

El enfoque de la investigación es cuantitativo, dado que se recolecta y analiza datos numéricos relacionados con las variables establecidas. El proceso metodológico se caracteriza por ser estructurado y sistemático. Se recopilaron datos de caudal, velocidad y carga con el propósito de cumplir los objetivos planteados. Asimismo, se realizaron comparaciones entre los caudales aforados por los vertederos sinusoidales y los obtenidos en vertederos triangulares y rectangulares, a fin de determinar la factibilidad del vertedero sinusoidal como alternativa para el aforo de caudales. La recolección de datos se efectuó mediante mediciones directas en laboratorio y simulación numérica, y el análisis se llevó a cabo aplicando métodos estadísticos para garantizar la confiabilidad de los resultados y minimizar la subjetividad en la interpretación.

## 3.7 Diseño de la investigación

El diseño de la presente investigación es de tipo experimental, dado que se manipuló de manera intencional la variable independiente (vertedero sinusoidal) con el propósito de analizar sus efectos sobre la variable dependiente (medición del caudal). De acuerdo con la literatura, los experimentos implican la manipulación deliberada de tratamientos, estímulos o intervenciones en las denominadas variables independientes para observar su influencia sobre las variables las dependientes bajo condiciones de control.

En este caso, la investigación se enmarca principalmente dentro del diseño experimental puro, pues los ensayos realizados en laboratorio y las simulaciones computacionales en ANSYS se desarrollaron en un ambiente controlado, donde fue posible mantener constantes las condiciones externas (como temperatura, pendiente del canal y velocidad de acceso). Esto permitió garantizar la validez interna al reducir la incidencia de factores extraños.

De manera complementaria, los ensayos en campo presentan características propias de un diseño cuasi-experimental, ya que, si bien se mantiene la manipulación de la variable independiente, no es posible controlar con absoluta rigurosidad todas las condiciones externas presentes en el entorno natural.

En conjunto, el diseño adoptado combina el rigor del experimental puro en condiciones controladas con la aplicabilidad práctica de un cuasi-experimental en condiciones reales, lo que permite un análisis integral y comparativo de la precisión en el aforamiento de caudales entre los diferentes tipos de vertederos.

## 3.8 Población y muestra

### 3.8.1 Población

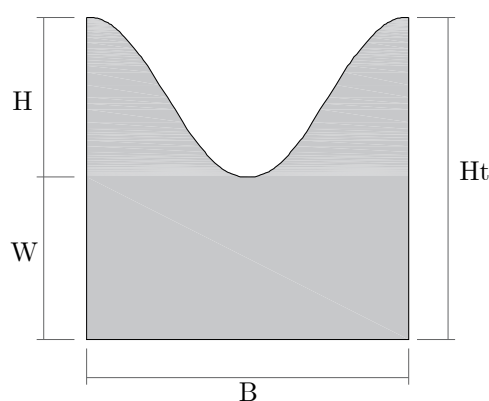
Una población es el conjunto de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones. En el contexto de este trabajo de investigación, la población está compuesta por aquellos vertederos que pueden ser utilizados como aforadores de caudales en canales de riego, sistemas de abastecimiento de agua, sistemas de alcantarillado, y usos educativos. A nivel regional y nacional, los anchos de estos canales suelen variar entre 20 cm y 150 cm, y, en menor proporción, se pueden encontrar canales de hasta 5 metros de ancho.

### 3.8.2 Muestra

La selección de la muestra se realizó mediante un muestreo no probabilístico por juicio o criterio, ya que el objetivo fue trabajar con un vertedero sinusoidal de pared delgada construido específicamente para el laboratorio de hidráulica. Este método de selección fue pertinente porque permitió elegir un modelo cuyas dimensiones se adapten de manera precisa al canal de pendiente variable del laboratorio de hidráulica de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco.

**Figura 25**

Esquema del vertedero sinusoidal de pared delgada



**Tabla 4**

*Dimensiones de la muestra*

Vertedero	Dimensiones			
	B (m)	H (m)	W (m)	Ht (m)
Sinusoidal	0.30	0.15	0.15	0.30

Según los análisis realizados a los vertederos sinusoidales, se identificaron dos parámetros que definen su geometría: “a”, que corresponde a la amplitud de la función, y “c”, que determina el período de la misma. El hecho de que existan dos variables que definan la geometría del vertedero sinusoidal, genera una complejidad al momento de seleccionar la muestra, ya que seleccionar un determinado valor de “a” implica tener una cantidad ilimitada de valores de “c” y viceversa. Debido a la complejidad en la toma de la muestra, se optó por seleccionar una condición específica entre las variables “a” y “c”, la cual será:  $a * c = 0.50 * \pi$

. De este modo, los vertederos sinusoidales estudiadas en el presente trabajo de investigación incluirán únicamente aquellas que cumplan con dicha condición.

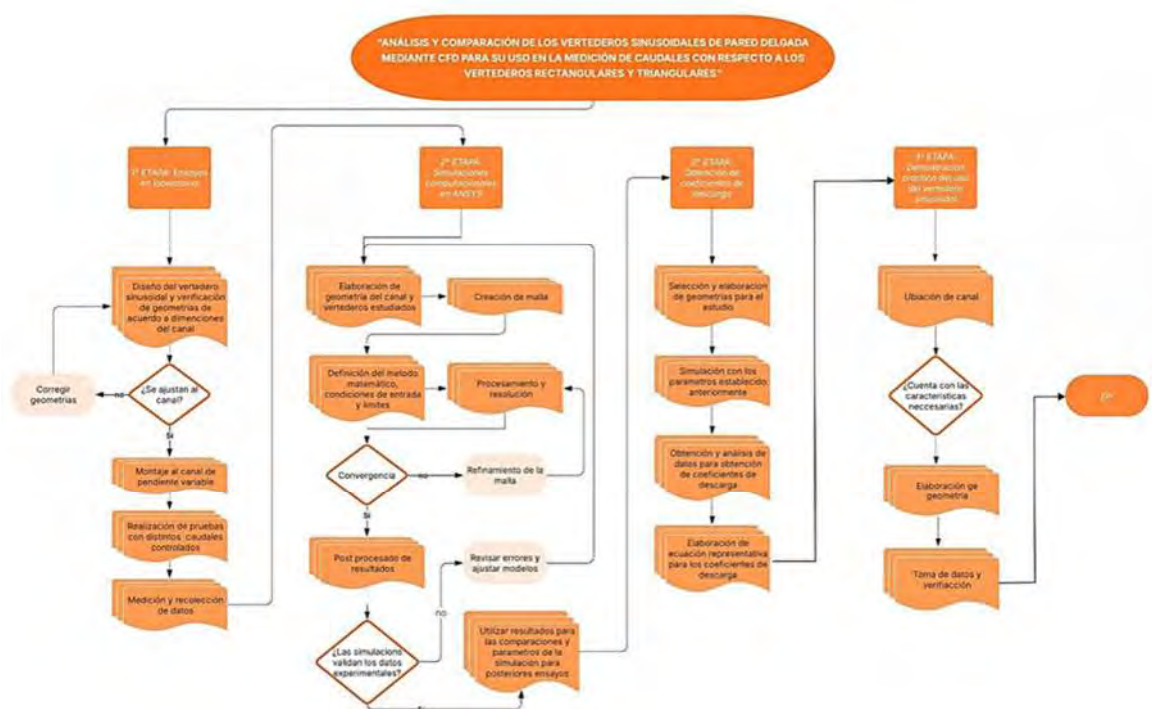
Es importante señalar que los vertederos rectangulares y triangulares incluidos en las comparaciones no constituyen muestras de estudio, sino referencias utilizadas únicamente con fines experimentales y de validación.

### 3.9 Etapas experimentales

El presente trabajo de investigación contempló la ejecución de cuatro etapas experimentales, orientadas al cumplimiento de los objetivos planteados, los cuales se detallan en el flujograma de actividades y en la descripción que se presenta a continuación.

**Figura 26**

Flujograma de las etapas experimentales



#### 3.9.1 Primera etapa: Ensayos en laboratorio del vertedero sinusoidal, rectangular y triangular

Esta primera etapa experimental tuvo como objetivo comparar los datos obtenidos en el laboratorio con los resultados de las simulaciones computacionales realizadas en ANSYS. Además, con la medida de la altura de agua obtenida para cada vertedero nos permitió calcular

los caudales calculados por los vertederos y determinar cuál presenta una mayor aproximación al caudal real medido con el velocímetro. Para esta etapa, se empleó el canal de pendiente variable Lunghezza del laboratorio de hidráulica de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco.

Para el desarrollo del experimento se utilizaron tres tipos de vertederos: uno sinusoidal, uno triangular y uno rectangular. Cabe señalar que el vertedero sinusoidal corresponde al especificado en el numeral de Muestras. Las geometrías de estos vertederos fueron diseñadas de manera que se ajustaran al canal de pendiente variable, cuyas dimensiones son las siguientes:

**Tabla 5.**

*Características geométricas del canal de laboratorio de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco*

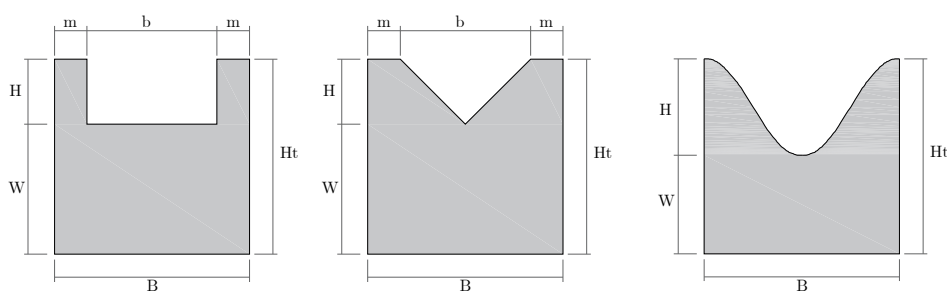
Características geométricas del canal de pendiente variable del laboratorio			
Ancho interno [m]	Altura interna [m]	Pendiente [%]	Longitud [m]
0.30	0.42	El canal es de pendiente variable. Para el desarrollo del presente estudio se utilizó una pendiente del 0%	10.00

Los vertederos serán colocados en la parte media del canal, de tal modo que se pueda asegurar un flujo uniforme antes del vertedero. La longitud mínima del canal recomendado antes del vertedero es de 5 a 10 veces la carga ( $h$ ), por lo cual se cumple esta condición.

Las características geométricas específicas de cada vertedero se presentan en la siguiente tabla:

**Figura 27.**

*Geometría de los vertederos para la primera y segunda etapa experimental*



**Tabla 6**

*Características geométricas de los vertederos para la primera y segunda etapa de la experimentación*

Vertedero		Dimensiones del vertedero						
		B (m)	H (m)	W (m)	Ht (m)	m (m)	b (m)	$\theta$ (°)
Sinusoidal	N°1	0.30	0.15	0.15	0.30	-	-	-
Rectangular	N°1	0.30	0.10	0.20	0.30	0.05	0.20	-
Triangular	N°1	0.30	0.10	0.20	0.30	0.05	-	90°

### 3.9.2 Segunda etapa: Simulación numérica en ANSYS de los vertederos estudiados en laboratorio

La experimentación se realizó con el propósito de comparar los datos obtenidos en laboratorio con los resultados de las simulaciones computacionales. Para ello, se recopilieron datos de carga y se extrajeron registros de la distribución de velocidades en los vertederos. Los datos de carga (h) permitieron validar los resultados obtenidos en el programa ANSYS con respecto a los del modelo físico desarrollado en el laboratorio de la UNSAAC. Por otro lado, la información sobre la distribución de velocidades en los vertederos fue comparada entre sí con el fin de evaluar cuál de ellos presentó un comportamiento más uniforme.

En esta etapa de la experimentación, se utilizaron las mismas muestras que en la etapa anterior, véase la tabla 6.

Cabe mencionar que las dimensiones del canal modelado en el programa computacional, donde se colocarán los vertederos, serán idénticas a las utilizadas en el laboratorio, con excepción de la longitud del canal. Esta última se reducirá con el fin de optimizar el costo computacional durante la ejecución de las simulaciones, sin comprometer la precisión de los resultados. A continuación, se detallan las características geométricas del canal modelado.

**Tabla 7.**

*Características del canal modelado en ANSYS para la segunda etapa experimental*

Características geométricas del canal modelado en ANSYS			
Ancho interno	Altura interna	Pendiente	Longitud
[m]	[m]	[%]	[m]
0.30	0.42	0.00%	3.00

El vertedero será colocado en la parte media del canal, de tal modo que se pueda asegurar un flujo uniforme antes del vertedero. La longitud mínima del canal recomendado antes del vertedero es de 5 a 10 veces la carga (h), por lo cual se cumple esta condición.

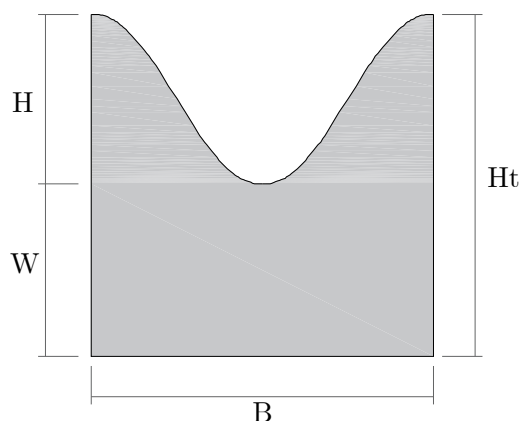
Las simulaciones computacionales para cada uno de los vertederos se realizaron bajo las mismas condiciones establecidas en el laboratorio. Esto incluyó el mismo caudal de entrada, las mismas dimensiones geométricas, los mismos materiales y las mismas condiciones ambientales, con el objetivo de garantizar la comparabilidad entre los resultados experimentales y numéricos.

### 3.9.3 Tercera etapa: Simulaciones numéricas para la obtención de coeficientes de descarga del vertedero sinusoidal

En esta etapa se obtuvo los coeficientes de descarga de los vertederos sinusoidales en estudio, mediante simulaciones computacionales. Para el desarrollo de este experimento, se trabajó con un total de 14 geometrías (14 vertederos sinusoidales) que cumplieron con la relación específica de  $a * c = 0.5 * \pi$ .

#### Figura 28.

*Geometría del vertedero sinusoidal para la tercera etapa experimental*



Para esta etapa, se utilizaron como muestras vertederos sinusoidales cuya geometría estuvo limitada por la condición  $a * c = 0.5 * \pi$ . Las muestras seleccionadas para el análisis fueron las siguientes:

**Tabla 8***Muestras para la tercera etapa de la experimentación*

Muestra	Base (B)	Altura (H)	Umbral (W)	Ht
N°	[m]	[m]	[m]	[m]
1	0.20	0.10	0.10	0.20
2	0.30	0.15	0.15	0.30
3	0.40	0.20	0.20	0.40
4	0.50	0.25	0.25	0.50
5	0.60	0.30	0.30	0.60
6	0.70	0.35	0.35	0.70
7	0.80	0.40	0.40	0.80
8	0.90	0.45	0.45	0.90
9	1.00	0.50	0.50	1.00
10	1.10	0.55	0.55	1.10
11	1.20	0.60	0.60	1.20
12	1.30	0.65	0.65	1.30
13	1.40	0.70	0.70	1.40
14	1.50	0.75	0.75	1.50

Donde “a” y “c” son constantes que definen la geometría del vertedero sinusoidal para el uso de la ecuación teórica del caudal.

Para cada una de las muestras, se desarrolló 10 simulaciones computacionales con distintos valores de caudal. Esto permitió abarcar un amplio rango de valores en la experimentación, sumando un total de 140 simulaciones computacionales.

Cabe destacar que los canales modelados en el programa ANSYS R24 tuvieron un ancho interno igual al del vertedero (B). Respecto a la altura interna del canal, esta se definió como la suma de la altura del vertedero (H), el umbral (W) y el borde libre. Las dimensiones de los canales modelados para cada una de las muestras se especifican en la siguiente tabla.

**Tabla 9.***Dimensiones de los canales modelados para la tercera etapa experimental.*

Muestra	Dimensiones del canal			
N°	H <sub>canal</sub> [m]	B <sub>canal</sub> [m]	L <sub>canal</sub> [m]	S
1	0.240	0.20	2.00	0.00%
2	0.360	0.30	3.00	0.00%
3	0.480	0.40	4.00	0.00%
4	0.600	0.50	5.00	0.00%
5	0.720	0.60	6.00	0.00%
6	0.840	0.70	7.00	0.00%
7	0.960	0.80	8.00	0.00%
8	1.080	0.90	9.00	0.00%
9	1.200	1.00	10.00	0.00%
10	1.320	1.10	11.00	0.00%
11	1.440	1.20	12.00	0.00%
12	1.560	1.30	13.00	0.00%
13	1.680	1.40	14.00	0.00%
14	1.800	1.50	15.00	0.00%

### 3.9.4 Cuarta etapa: Demostración práctica del uso de vertederos sinusoidales en campo

A diferencia de las etapas anteriores de la experimentación, esta fase no está vinculada a un objetivo específico. Su propósito principal fue ejemplificar el uso de los vertederos sinusoidales en obras reales, permitiendo que sirva como un ejemplo práctico para el manual de uso planteado en el objetivo específico dos.

Para esta experimentación, se seleccionó un canal adecuado para probar el vertedero sinusoidal, asegurándose de que cumpliera con las condiciones bajo las cuales se obtuvieron los coeficientes de descarga, así como con las hipótesis consideradas en el desarrollo de la ecuación teórica del caudal.

El canal seleccionado para esta experimentación se encuentra en la comunidad de Chinchaypujio, distrito de Chinchaypujio, provincia de Anta, en el departamento de Cusco. Este canal tiene un revestimiento de concreto con sección rectangular, y con dimensiones internas de 40 cm x 40 cm, y presenta una pendiente del 0% en el tramo de estudio. Cabe mencionar que el canal es parte de un sistema de riego.

Con base en las dimensiones del canal de estudio, se procedió a construir un vertedero sinusoidal diseñado específicamente para ajustarse a su geometría. Posteriormente, se llevaron a cabo las mediciones necesarias para la recolección de datos.

La muestra para esta experimentación se detalla en la siguiente tabla:

**Tabla 10.**

*Muestra para la cuarta etapa experimental*

Muestra	Base (B)	Altura (H)	Umbral (W)	Ht
N°	[m]	[m]	[m]	[m]
1	0.40	0.20	0.20	0.40

### 3.10 Técnicas e instrumentos

#### 3.10.1 Técnicas de recolección de datos

Para la presente investigación, se emplearon técnicas de recolección de datos que permitieron obtener información precisa y representativa en cada una de las etapas experimentales. Estas técnicas se describen a continuación:

##### 3.10.1.1 Observación Directa

Esta técnica se utilizó para registrar las características físicas y las condiciones iniciales de los vertederos sinusoidales, rectangulares y triangulares en las pruebas realizadas tanto en el laboratorio como en campo. A través de la observación, se identificaron las condiciones del flujo.

##### 3.10.1.2 Medición

Se llevó a cabo la toma de datos experimentales relacionados con:

- ❖ **Altura de agua:** Medida a una distancia mayor aproximada de 4h con respecto a la cara aguas arriba del vertedero mediante instrumentos de precisión, tales como reglas graduadas.
- ❖ **Caudal aforado:** Se determinó utilizando dispositivos como el medidor de flujo magnético inductivo OTT MF Pro, para cada una de las condiciones específicas de los experimentos realizados.

### **3.10.1.3 Experimentación Controlada**

En el laboratorio, se realizaron ensayos bajo condiciones controladas utilizando el canal de pendiente variable de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco. Estas pruebas incluyeron la variación de caudales y la evaluación del comportamiento hidráulico de los vertederos seleccionados.

### **3.10.1.4 Simulaciones Computacionales**

Para complementar los datos experimentales, se empleó el software ANSYS, que permitió realizar simulaciones computacionales replicando las condiciones del laboratorio. Esto facilitó el análisis del comportamiento del flujo, las distribuciones de velocidad y las características hidráulicas de los vertederos bajo diferentes caudales y geometrías.

### **3.10.1.5 Registro Fotográfico**

Se documentaron todas las etapas del proceso experimental mediante fotografías, las cuales permitieron respaldar las observaciones realizadas y facilitaron el análisis comparativo entre los resultados del laboratorio, las simulaciones computacionales y las pruebas en el canal real.

## **3.10.2 Instrumentos**

Para el desarrollo de esta investigación, se emplearon diversos instrumentos que permitieron la recolección, registro y análisis de los datos en cada una de las etapas experimentales

### **3.10.2.1 Equipos utilizados**

#### **1. Canal de Pendiente Variable:**

Ubicado en el laboratorio de hidráulica de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, este canal fue esencial para realizar pruebas experimentales controladas. El modelo del canal es H91.8D/10/C el cual es rectangular de ancho interno de 0.30 m, altura interna de 0.42 m y su longitud es de 10 m. El diseño y las herramientas que incorpora el dispositivo permitieron ajustar la pendiente a cero y simular diversas condiciones de flujo.

#### **2. Medidor de flujo magnético inductivo OTT MF Pro:**

Este instrumento facilitó la ejecución de mediciones de velocidad durante la ejecución de las experimentaciones. Los datos de velocidad registrados por el velocímetro fueron exportados al ordenador para cálculo el caudal. Este dispositivo proporciona un rango de medición que abarca desde los 0m/s hasta los 6m/s, lo que resulta idóneo para su aplicación en flujos lentos.

**3. Barómetro y termohigrómetro:**

Con los cuales se obtuvo los datos ambientales en el canal, para posteriormente utilizarlos en el modelado numérico (segunda etapa experimental).

**4. Estación total:**

Este equipo fue utilizado para la obtención exacta de la elevación del laboratorio de mecánica de fluidos. Esto fue realizado gracias al punto geodésico ubicado al costado del monumento en homenaje al tricentenario de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco.

**5. Regla metálica y recipiente calibrado**

Estos equipos permitieron la recolección de datos del tirante de agua generado por los vertederos estudiados, así como el aforo de caudal durante la experimentación en campo.

### 3.10.2.2 Softwares utilizados

Para el desarrollo del presente estudio se emplearon diversas herramientas y programas especializados, los cuales desempeñando un papel fundamental en cada fase de la experimentación y la elaboración de la tesis de investigación. A continuación, se describe detalladamente el uso y la importancia de cada uno de estos programas:

**1. AutoCAD**

Se empleó para la creación de modelos 3D detallados de las geometrías de los canales y vertederos. Su precisión y capacidad para generar planos técnicos facilitaron el desarrollo de geometrías complejas, garantizando coherencia entre los modelos digitales y físicos.

**2. Autodesk Inventor**

Esta herramienta permitió mejorar los modelos generados en AutoCAD, realizando ajustes paramétricos y exportándolos en formato STEP, compatible con ANSYS.

Autodesk Inventor facilitó la creación de modelos tridimensionales adaptables, esenciales para el análisis CFD.

### **3. Ansys Student R24**

ANSYS Fluent fue el software principal empleado en esta investigación, utilizado para realizar la simulación computacional mediante el método de volúmenes finitos. Con ANSYS Geometry se realizó la separación de caras en la entrada del canal para tener un mejor control del caudal de entrada. La generación y refinamiento de las mallas se realizó mediante ANSYS Meshing, utilizando elementos tetraédricos para optimizar la adaptación a geometrías complejas y obtener una mayor calidad en la discretización. ANSYS Fluent permitió ejecutar las simulaciones, configurar modelos de turbulencia (como el k-epsilon realizable), así también permitió establecer condiciones de frontera y analizar la convergencia de resultados. ANSYS Results se logró obtener y extraer los resultados para un correcto análisis.

### **4. MATLAB**

Matlab se empleó como herramienta de programación para el desarrollo de scripts destinados al análisis de datos. Sus principales aplicaciones incluyeron la generación de gráficos para el análisis de variables en estudio, el desarrollo de ecuaciones de regresión y la comparación cuantitativa entre resultados experimentales y simulados.

### **5. Python**

Se desarrolló una aplicación personalizada mediante código Python, destinada a automatizar el cálculo de caudales a partir de los resultados obtenidos en las simulaciones y experimentaciones de campo. Esta herramienta permitió determinar de manera práctica y automatizada el caudal calculado por el vertedero sinusoidal, además de facilitar la visualización e interpretación de los datos.

### **6. Microsoft Excel**

Microsoft Excel fue utilizado como herramienta fundamental para la gestión y organización de los datos obtenidos, mediante la creación de tablas estructuradas que posteriormente fueron exportadas a MATLAB para su análisis.

### **7. Microsoft Word**

Utilizado para la redacción del informe final, organizando la información de manera clara y ordenada. Word permitió incluir tablas, gráficos y diagramas, garantizando la presentación profesional de la investigación.

### 3.11 Técnicas de análisis e interpretación de la información

Para garantizar el rigor científico en el tratamiento de la información obtenida en las fases experimental y numérica, se empleó una metodología estadística estructurada en cuatro etapas: validación de datos (detección de valores atípicos), ajuste de modelos matemáticos no lineales, evaluación de la precisión estimacional y validación de la concordancia instrumental. A continuación, se detallan los fundamentos teóricos y formulaciones aplicadas.

#### 3.11.1.1 Validación y tratamiento preliminar de datos (Detección de outliers)

Antes del procesamiento hidráulico, se sometió la base de datos experimental a un análisis exploratorio para identificar y descartar valores atípicos (outliers) que pudieran distorsionar los resultados, garantizando la calidad de la información mediante dos métodos complementarios:

##### A. Diagrama de Cajas (Box-Plot)

Se empleó esta herramienta gráfica para visualizar la distribución de los datos y detectar valores extremos basándose en los cuartiles. Se consideraron como valores atípicos preliminares aquellos que excedieron los límites de los "bigotes" definidos por el Rango Intercuartílico (IQR).

- Rango Intercuartílico (IQR): Diferencia entre el tercer cuartil ( $Q_3$ ) y el primer cuartil ( $Q_1$ ).

$$\text{IQR} = Q_3 - Q_1 \quad ( 26 )$$

- Límites de detección:

$$L_{\text{inf}} = Q_1 - 1.5 \cdot \text{IQR} \quad ( 27 )$$

$$L_{\text{sup}} = Q_3 + 1.5 \cdot \text{IQR} \quad ( 28 )$$

##### B. Prueba de Grubbs

Para confirmar estadísticamente la presencia de valores atípicos detectados visualmente, se aplicó la prueba de Grubbs, asumiendo una distribución normal univariante. Se planteó la hipótesis nula ( $H_0$ ) de que no existen valores atípicos en la muestra.

Estadístico de Prueba (G): Se calcula identificando el valor con la mayor desviación absoluta respecto a la media.

$$G = \frac{\max |x_i - \bar{x}|}{s} \quad ( 29 )$$

Donde:

- $\bar{x}$ : Media muestral.
- $s$ : Desviación estándar de la muestra.

Si el valor calculado G supera el valor crítico tabulado para un nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ , se rechaza  $H_0$  y se descarta el dato por considerarse un error experimental y no una variación natural del fenómeno.

### 3.11.1.2 Análisis de correlación y ajuste no lineal

Para la determinación de los parámetros empíricos en las ecuaciones propuestas (específicamente para el Coeficiente de Descarga Cd en función de  $h/a$ ), se requirió un ajuste de regresión no lineal. Dado que la relación entre variables no responde a una función lineal simple, se utilizó el algoritmo numérico de Gauss-Newton.

#### A. Método de Gauss-Newton

Este método iterativo se empleó para minimizar la suma de los cuadrados de los residuos entre los valores observados y los predichos por la función no lineal propuesta. El algoritmo actualiza los parámetros estimados ( $\beta$ ) en cada iteración ( $k$ ) aproximando la función mediante una expansión de serie de Taylor de primer orden.

Ecuación de Actualización Iterativa:

$$\beta^{(k+1)} = \beta^{(k)} - (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{r}(\beta^{(k)}) \quad ( 30 )$$

Donde:

- J: Matriz Jacobiana de derivadas parciales.
- r: Vector de residuos.
- $\beta$ : Vector de parámetros a calibrar.

### B. Coeficiente de determinación ( $R^2$ )

Para determinar la bondad de ajuste de las ecuaciones resultantes, se calculó el  $R^2$ , el cual indica la proporción de la varianza en la variable dependiente que es predecible a partir de la variable independiente.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} \quad (31)$$

Donde:

- $y_i$ : Valor observado experimentalmente.
- $\hat{y}_i$ : Valor predicho por el modelo matemático.
- $\bar{y}$ : Promedio de los valores observados.

#### 3.11.1.3 Evaluación del error y precisión estimacional

Para cuantificar la discrepancia entre los valores medidos en laboratorio ( $V_{obs}$ ) y los obtenidos mediante simulación numérica o cálculo teórico ( $V_{est}$ ), se utilizaron las siguientes métricas de error:

- Error Absoluto Medio ( $E_{abs}$ ): Mide la magnitud promedio de la desviación en las mismas unidades de la variable (metros o litros/segundo).

$$E_{abs} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |V_{est_i} - V_{obs_i}| \quad (32)$$

- Error Relativo Porcentual ( $E_{rel}$ ): Expresa la desviación como un porcentaje del valor real, permitiendo evaluar la calidad de la estimación independientemente de la escala del caudal.

$$E_{rel}(\%) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{V_{est_i} - V_{obs_i}}{V_{obs_i}} \right| \cdot 100 \quad (33)$$

### 3.11.1.4 Validación de concordancia instrumental (Método Bland-Altman)

Para evaluar la intercambiabilidad entre el vertedero sinusoidal propuesto y los métodos estándar, así como para validar la simulación CFD frente al laboratorio, se aplicó el análisis gráfico y estadístico de Bland-Altman. Este método analiza las diferencias entre dos métodos de medición ( $d_i = x_{1,i} - x_{2,i}$ ) frente a su promedio.

- Sesgo o Diferencia Media ( $\bar{d}$ ): Indica la exactitud del instrumento y revela si existe una tendencia sistemática a sobreestimar o subestimar.

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i \quad ( 34 )$$

- Límites de Concordancia (LoA): Definen el intervalo de confianza (al 95%) donde se espera que se encuentren las diferencias entre las mediciones.

$$\text{LoA} = \bar{d} \pm 1.96 \cdot S_d \quad ( 35 )$$

Donde  $S_d$  es la desviación estándar de las diferencias.

### 3.11.1.5 Análisis de variabilidad hidrodinámica

Para caracterizar la estabilidad del flujo y la distribución de velocidades en la zona de aproximación, se utilizaron indicadores de dispersión normalizada:

- Desviación Estándar ( $\sigma$ ): Cuantifica la dispersión de las velocidades puntuales respecto a la media en cada perfil analizado.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (v_i - \bar{v})^2}{n - 1}} \quad ( 36 )$$

- Coeficiente de Variación (CV): Medida adimensional utilizada para comparar la homogeneidad del flujo entre las diferentes geometrías de vertedero (sinusoidal, triangular y rectangular).

$$\text{CV}(\%) = \left( \frac{\sigma}{\bar{v}} \right) \cdot 100 \quad ( 37 )$$

## CAPITULO IV

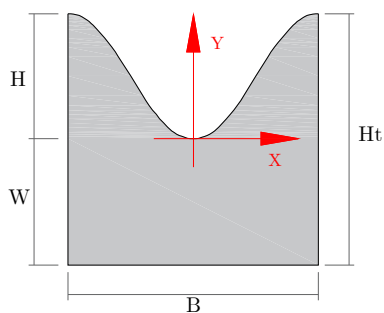
### 4 DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

#### 4.1 Deducción teórica de la ecuación de descarga del vertedero sinusoidal de pared delgada

Para definir la ecuación del caudal para el vertedero sinusoidal de pared delgada, es necesario, en primera instancia, determinar la función que describe su geometría.

**Figura 29**

Esquema del vertedero sinusoidal de pared delgada

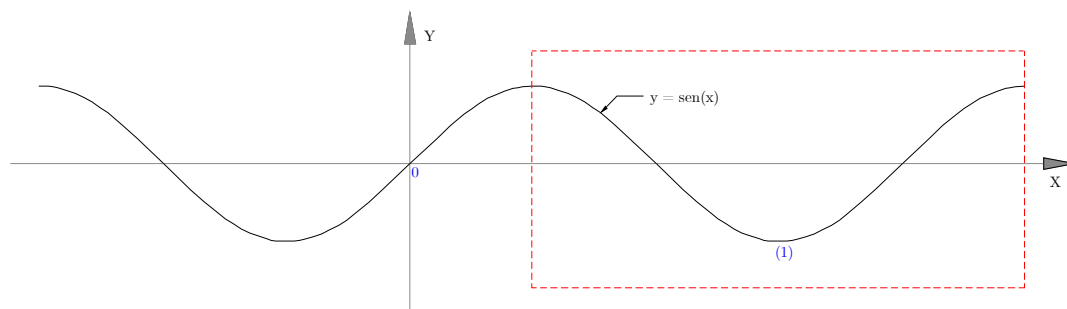


Como se observa en la imagen anterior, la forma geométrica de los vertederos sinusoidales está definida por un ciclo de la función seno de tal modo que el origen de coordenadas coincida con el valle de la función.

Para poder definir la ecuación que define la geometría del vertedero partamos de la función sinusoidal más simple  $y = \text{sen}(x)$ , cuya gráfica se muestra a continuación.

**Figura 30.**

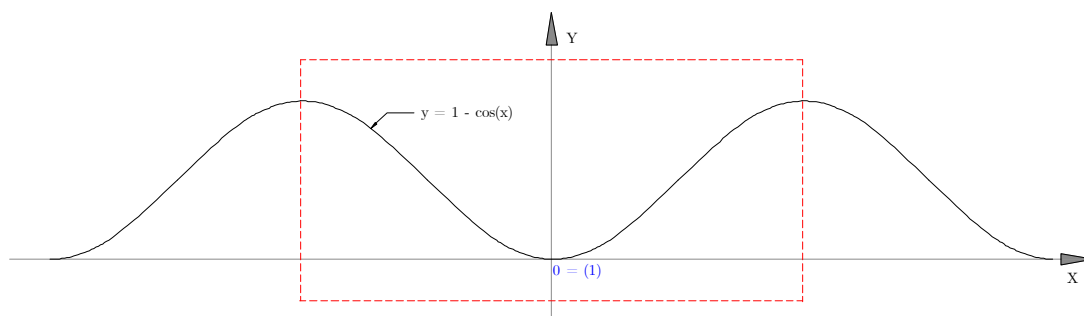
Grafica de la función  $y = \text{sen}(x)$



El área enmarcada en la gráfica anterior representa la forma del vertedero sinusoidal. Para su análisis, se trasladará el punto (1) de la gráfica de la función seno hacia el origen de coordenadas. De este modo, la ecuación de la función se modificará a:  $y = 1 + \text{sen}(x - \pi/2)$  o también  $y = 1 - \text{cos}(x)$ , cuya grafica es:

**Figura 31.**

*Grafica de la función  $y = 1 - \text{cos}(x)$*



Ahora, para el análisis, se considera la ecuación general de la función seno, expresada como:

$$y = a + b * \text{sen}(c * x + d) \quad ( 38 )$$

Aplicando el mismo procedimiento descrito anteriormente, es decir, trasladando el punto (1) de la función seno al origen de coordenadas, se obtiene la siguiente ecuación:

$$y = a - a * \text{cos}(c * x) \quad ( 39 )$$

Despejando x, tenemos.

$$x = \frac{\text{cos}^{-1}\left(1 - \frac{y}{a}\right)}{c} \quad ( 40 )$$

La cual viene a ser la función que define la geometría del vertedero sinusoidal, donde la variable “a” define la amplitud de la función dado que  $H = 2a$ , y la variable “c” define el periodo de la función ya que  $B = 2\pi/c$ .

Según lo desarrollado en el marco teórico, se sabe que la ecuación general del caudal en un vertedero de pared delgada se define como:

$$Q = 2\sqrt{2} * g * C_d * \int_0^h x * \sqrt{h-y} * dy \quad (4)$$

Donde Q es el caudal, g la aceleración de la gravedad, Cd el coeficiente de descarga y h la carga hidráulica.

Al reemplazar la función que define la geometría del vertedero sinusoidal en la ecuación general del caudal para vertederos de pared delgada, se obtiene:

$$Q = 2\sqrt{2} * g * C_d * \int_0^h \frac{\cos^{-1}\left(1 - \frac{y}{a}\right)}{c} * \sqrt{h-y} * dy$$

$$Q = 2\sqrt{2} * g * C_d * \frac{1}{c} * \int_0^h \cos^{-1}\left(1 - \frac{y}{a}\right) * \sqrt{\left(\frac{h}{a} - \frac{y}{a}\right)} * a * dy$$

Realizando un cambio de variable, donde:  $t = h/a$  y  $z = y/a$ , tendremos:

$$Q = 2\sqrt{2} * g * C_d * \frac{1}{c} * \int_0^t \cos^{-1}(1-z) * \sqrt{(t-z)} * a * a * dz$$

$$Q = 2\sqrt{2} * g * C_d * \frac{a^{3/2}}{c} * \int_0^t \cos^{-1}(1-z) * \sqrt{t-z} * dz$$

Resolviendo la integral de la ecuación anterior se tiene que:

$$\begin{aligned} \int \arccos(1-z)\sqrt{t-z} dz &= \frac{2}{9\sqrt{t-z}} \left( -3 \arccos(1-z)(t-z)^2 \right. \\ &\quad - \left( 2 \left( i(3t^2 - 10t + 8) \sqrt{\frac{z-2}{z-t}} \sqrt{\frac{z}{z-t}} (t-z)^{3/2} F\left(i \operatorname{arsinh} \frac{\sqrt{2-t}}{\sqrt{t-z}} \middle| \frac{t}{t-2}\right) \right. \right. \\ &\quad - 4i(t^2 - 3t + 2) \sqrt{\frac{z-2}{z-t}} \sqrt{\frac{z}{z-t}} (t-z)^{3/2} E\left(i \operatorname{arsinh} \frac{\sqrt{2-t}}{\sqrt{t-z}} \middle| \frac{t}{t-2}\right) \\ &\quad \left. \left. + 4\sqrt{2-t}(t-1)(z-2)z \right) \right) / (\sqrt{2-t}\sqrt{-(z-2)z}) \\ &\quad \left. + \frac{2\sqrt{-(z-2)z}(t-z)}{9} \right) + C, \end{aligned}$$

Donde  $F(\phi|m)$  y  $E(\phi|m)$  son las integrales elípticas incompletas de primera y segunda especie respectivamente,  $\operatorname{arcsin} h$  es la función arco-hiperbólico seno inverso,  $i$  es la unidad imaginaria y  $C$  la constante de integración.

Al revisar de manera detalla esta integral, podemos concluir que su solución analítica es demasiado compleja, ya que involucra el desarrollo de integrales elípticas de primer y segundo tipo. Por esta razón, se optará por resolver la integral mediante métodos numéricos, específicamente el método de Simpson. Para ello, toda la integral será reemplazada por el término  $\psi$ , como se muestra en la siguiente expresión:

$$\psi = \int_0^t \cos^{-1}(1-z) * \sqrt{t-z} * dz$$

De este modo se tiene la siguiente ecuación de caudal para el vertedero sinusoidal.

$$Q = 2\sqrt{2} * g * C_d * \frac{a^{3/2}}{c} * \psi \quad (41)$$

Donde  $g$  es gravedad en  $m/s^2$ ,  $Q$  es caudal en  $m^3/s$ ,  $a$  está en  $m$ ,  $c$  está en  $m^{-1}$ . En esta fórmula  $\psi$  está en función de  $h/a$  y  $C_d$  es el coeficiente de descarga.

Los valores del término  $\psi$  se determinarán empleando el método de Simpson, como se mencionó anteriormente. Este método es una técnica numérica para la aproximación de integrales definidas, basada en la interpolación con polinomios de segundo grado. Para ello, el intervalo de integración se divide en un número par de subintervalos de igual longitud, y la función es aproximada mediante segmentos parabólicos.

A medida que aumenta el número de subintervalos, la precisión del resultado mejora significativamente, minimizando los errores de aproximación. En este caso, se realizarán cálculos para valores de  $t$  en el rango  $[0,2]$ , dado que  $t = h/a$  y  $h$  puede tomar como máximo el valor de  $2a$ . Si  $h$  supera este límite, el vertedero dejaría de comportarse como un vertedero sinusoidal y pasaría a funcionar como un vertedero compuesto, lo que modificaría su régimen de flujo.

En la siguiente tabla se presentan los valores obtenidos para el término  $\psi$ , calculados mediante el método de Simpson.

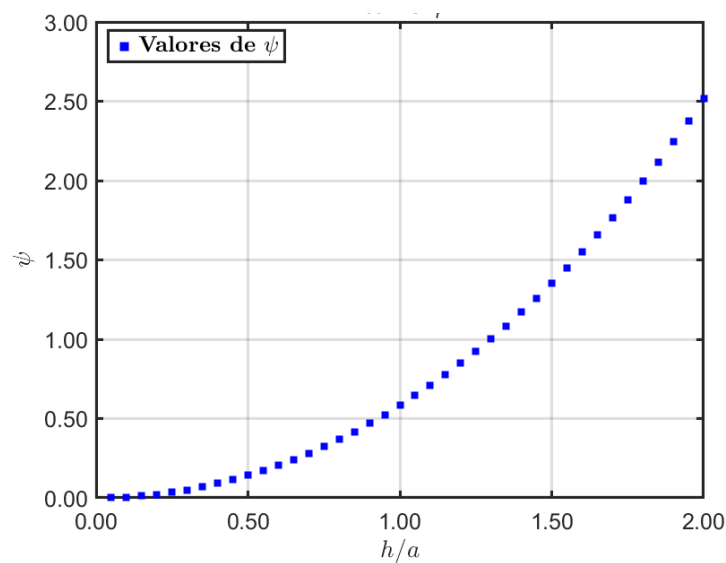
**Tabla 11.**

*Valores de  $h/a$  vs  $\psi$*

$h/a$	$\psi$	$h/a$	$\psi$
0.05	0.00139	1.05	0.64423
0.10	0.00558	1.10	0.70910
0.15	0.01258	1.15	0.77733
0.20	0.02241	1.20	0.84895
0.25	0.03509	1.25	0.92402
0.30	0.05064	1.30	1.00259
0.35	0.06908	1.35	1.08471
0.40	0.09043	1.40	1.17044
0.45	0.11472	1.45	1.25983
0.50	0.14196	1.50	1.35296
0.55	0.17218	1.55	1.44991
0.60	0.20541	1.60	1.55075
0.65	0.24167	1.65	1.65558
0.70	0.28099	1.70	1.76451
0.75	0.32338	1.75	1.87767
0.80	0.36889	1.80	1.99520
0.85	0.41755	1.85	2.11730
0.90	0.46937	1.90	2.24420
0.95	0.52441	1.95	2.37626
1.00	0.58268	2.00	2.51416

**Figura 32.**

*Grafica de  $\psi$  vs  $h/a$*



Con los valores obtenidos de  $\psi$  se realizó una regresión no lineal utilizando el método de Gauss-Newton. Este método iterativo se emplea para ajustar modelos no lineales a un conjunto de datos. La ventaja de este enfoque radica en que permite encontrar una aproximación matemática que describe de manera precisa el comportamiento de los datos, reemplazando la necesidad de representaciones tabuladas. Para implementar este procedimiento, se desarrolló un código en MATLAB, que se detalla en los anexos. A través de la regresión no lineal aplicada en el código de MATLAB, se obtuvo la siguiente expresión para el término  $\psi$ .

$$\psi = 0.00405741 * \left(\frac{h}{a}\right)^{5.16422} + 0.578963 * \left(\frac{h}{a}\right)^{2.03185} \quad ( 42 )$$

Para evaluar el grado de ajuste de la ecuación de regresión no lineal, obtenida mediante el método de Gauss-Newton, respecto a los valores de  $\psi$  tabulados y calculados con el método de Simpson, se determinaron la desviación estándar, el error absoluto promedio y el error porcentual promedio.

**Tabla 12**

Cálculo del error absoluto y porcentual de la ecuación de regresión de  $\psi$

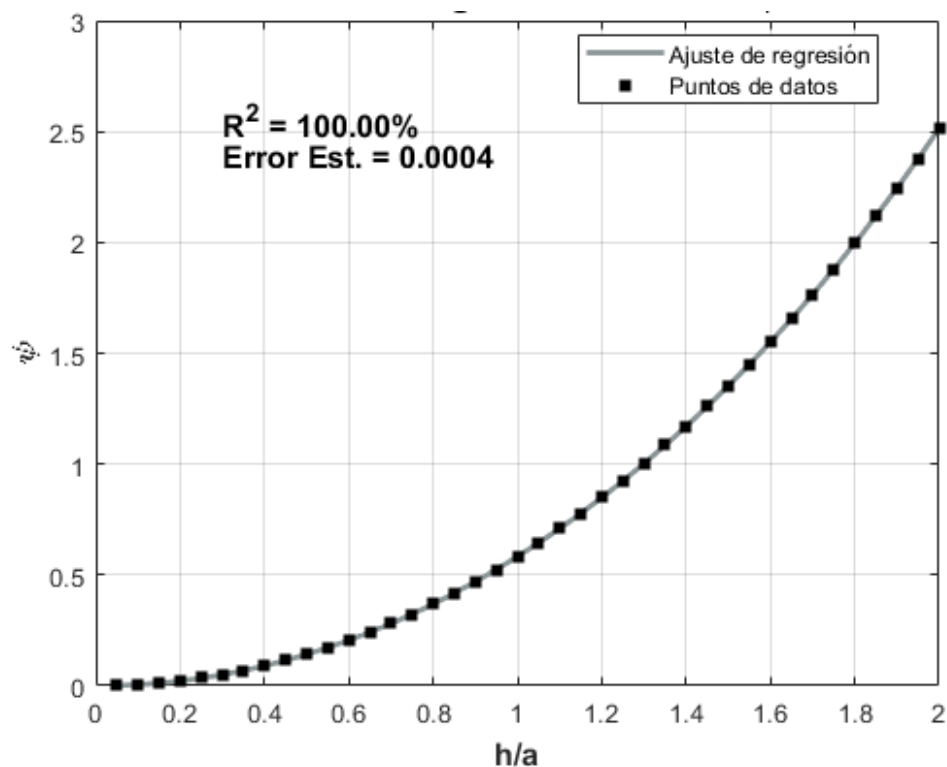
Numero de datos (n)	Error relativo promedio	Error absoluto promedio
40.00	0.00032	0.46%

Para determinar la desviación estándar, primero se calcula la suma de los residuos al cuadrado (SSE). Posteriormente, se obtienen los grados de libertad del error (DFE), definidos como la diferencia entre el número total de datos n y el número de parámetros de la ecuación k. A partir de ello, se determina el cuadrado medio del error (MSE), también denominado varianza, mediante la relación  $MSE=SSE/DFE$ . Todos estos cálculos se resumen en la siguiente tabla.

**Tabla 13**Análisis del ajuste de la ecuación de regresión de  $\psi$ 

Suma de los residuos al cuadrado (SSE)	Numero de datos (n)	Numero de parámetros de la ecuación (k)	Grados de libertad del error (DFE)	Cuadrado medio del error (MSE)	Desviación estándar (s)
5.68E-06	40.00	4.00	36.00	1.58E-07	0.000397

Del análisis realizado se observa que la ecuación de  $\psi$ , obtenida mediante la regresión no lineal, presenta un error absoluto promedio de 0.00032 y un error porcentual promedio de 0.46%. Estos valores evidencian que la ecuación se ajusta de manera muy adecuada a los datos tabulados. Esta conclusión se refuerza con el valor de la desviación estándar, que resulta bajo (0.000397), lo que confirma la alta precisión de la expresión propuesta para representar los valores de  $\psi$ .

**Figura 33.***Curva de regresión de  $\psi$  vs  $h/a$* 

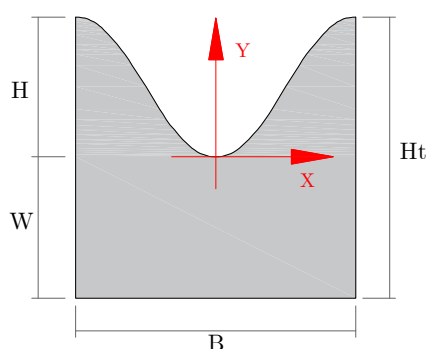
## 4.2 Diseño del modelo en estudio

### 4.2.1 Definición geométrica del vertedero

Consideremos un vertedero sinusoidal, tal como se muestra en la figura, donde el origen de coordenadas para definir la ecuación o función que describe su geometría se ubica en el valle de la curva. Como se observa en la imagen, la forma geométrica del vertedero sinusoidal está delimitada por un ciclo de la función seno, iniciando en la cresta de la misma.

#### *Figura 34*

Esquema del vertedero sinusoidal de pared delgada



La función que define la geometría del vertedero sinusoidal, considerando el origen de coordenadas previamente especificado, es:

$$y = a - a * \cos(c * x) \quad (39)$$

La variable “a”, que corresponde a la amplitud de la función y se relaciona con la altura del vertedero, cumpliéndose que  $H = 2a$ . La variable “c” determina el período de la función y se relaciona con el ancho del vertedero, cumpliéndose que  $B = 2\pi/c$ .

Al contar con dos variables que definían su geometría, surgió una complejidad, pues al elegir un valor determinado de a, era posible obtener una cantidad ilimitada de valores de c, y viceversa. Para mitigar esta dificultad, se estableció una relación entre ambas variables, de modo que únicamente se trabajara bajo dicha condición, la cual fue:  $a * c = 0.50 * \pi$ .

La justificación de haber elegido esta relación radicó en que los vertederos construidos bajo el cumplimiento de dicha condición entre las variables a y c presentaron un aspecto más regular, con una relación de  $H/B=1/2$ . Esta proporción permitió manejar caudales cercanos a los que usualmente se conducían en los canales donde podían ser implementados.

Una vez justificadas las variables que definieron la geometría del vertedero y establecida su relación, se procedió a dimensionar el modelo físico elaborado para la experimentación en el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco. Para el dimensionamiento del vertedero sinusoidal utilizado, este quedó limitado por el ancho interno del canal de pendiente variable, el cual fue de 30 cm; en consecuencia, el ancho del vertedero B también se estableció en 30 cm. Conociendo dicho valor de B, fue posible determinar la variable c mediante la siguiente expresión:

$$B = \frac{2\pi}{c} \rightarrow 30cm = \frac{2\pi}{c} \rightarrow c = \frac{2\pi}{30cm}$$

$$c = 0.219cm^{-1}$$

Una vez obtenido el valor de c, se determinó el valor de a, considerando que ambas variables debían cumplir la siguiente condición:

$$a * c = 0.50 * \pi \rightarrow a = \frac{0.50 * \pi}{c} \rightarrow a = \frac{0.50 * \pi}{0.219cm^{-1}}$$

$$a = 7.50cm$$

Con el valor de a definido, se procedió a calcular la altura del vertedero (H), considerando que esta magnitud se relaciona directamente con la amplitud de la función. De este modo:

$$H = 2a \rightarrow H = 2 * 7.50cm$$

$$H = 15.00cm$$

Para determinar la altura de la cresta del vertedero, se consideró que esta debe permitir el comportamiento libre de la lámina vertiente, de modo que siempre esté rodeada por presión atmosférica y no se generen diferencias de presión. En este sentido, diversos autores recomiendan que la altura de la cresta sea, como mínimo, equivalente a la carga de agua con la que el vertedero pueda operar. Para el caso del vertedero sinusoidal, este puede funcionar con una carga máxima igual a 2a o H. Por lo tanto, la altura de la cresta W se fijó en un valor de  $H = 15.00cm$ .

Por último, el espesor del vertedero debe seleccionarse de manera que garantice su funcionamiento como un vertedero de pared delgada. Para ello, se recomienda que la relación entre el espesor y la carga de agua sea inferior a 0.67. En el presente estudio, esta condición se

cumple al considerar un espesor de 0.80 cm y se realizó un biselado a la cresta (corte a 45° en el borde) para garantizar la "pared delgada".

A continuación, se muestra el resumen de las dimensiones del vertedero sinusoidal elaborado para la experimentación en laboratorio.

- Base del vertedero (B) igual a 30.00 cm.
- Altura del vertedero (H) igual a 15.00 cm.
- Altura de la cresta (W) igual a 15.00 cm.
- Altura total del vertedero (Ht) igual a 30.00 cm.
- Espesor del vertedero (e) igual a 0.80 cm.
- Variable "a" es 7.50 cm.
- Variable "c" es 0.219 cm<sup>-1</sup>.

#### 4.2.2 Materiales de construcción del vertedero

Para la construcción del vertedero sinusoidal se necesitó de los siguientes materiales de construcción:

- Plancha de acrílico, plexiglás o vidrio acrílico; este de un espesor de 8 mm. Se utilizó para el cuerpo principal debido a sus características, ya que este material es liviano y duradero, es similar al vidrio, pero este presenta más resistencia a los impactos.
- Molde; fue diseñado en AutoCAD con las medidas ya mencionadas anteriormente, estas medidas son las que se acomodan perfectamente al canal de pendiente variable. El molde fue impreso y recortado para luego remarcar en la plancha de acrílico posteriormente a esto proceder con el recorte.
- Pernos de unión; para la unión entre la pared lateral y la base del vertedero se hizo uso de pernos de unión los cuales se colocaron perpendicularmente entre la base y la pared lateral, esto con ayuda de un taladro y escuadras.
- Materiales de acabados; se utilizaron lijas y un spray color negro para dar el acabado final.
- Herramientas; se utilizaron herramientas como taladros, amoladoras, tijeras, hojas de sierra y atornilladores.

### 4.2.3 Etapas de construcción del modelo físico

La construcción del vertedero sinusoidal se desarrolló en las siguientes etapas:

#### 4.2.3.1 Diseño geométrico

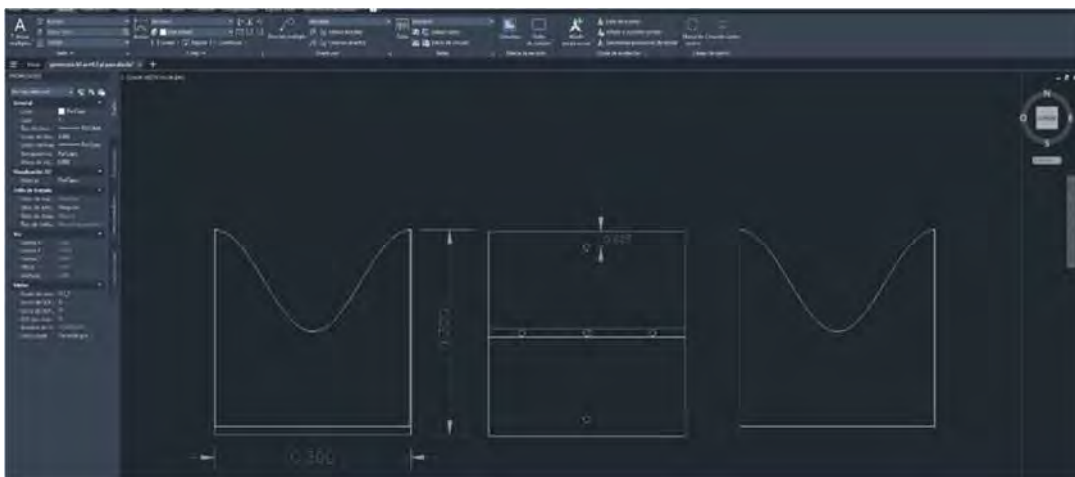
Se realizó el diseño del vertedero en **AutoCAD**, esto con el fin de usarlo como molde para el corte respectivo considerando las dimensiones:

- Base del vertedero (B) igual a 30.00 cm.
- Altura del vertedero (H) igual a 15.00 cm.
- Altura de la cresta (W) igual a 15.00 cm.
- Altura total del vertedero (Ht) igual a 30.00 cm.
- Espesor del vertedero (e) igual a 0.50 cm.
- Variable “a” es 7.50 cm.
- Variable “c” es  $0.219 \text{ cm}^{-1}$ .
- Base de apoyo del vertedero 30.00 cm x 30.00 cm.

Posterior al diseño, se realiza la impresión de los moldes (vertedero y base de apoyo) y se recorta de manera exacta.

#### Figura 35.

*Diseño del vertedero mediante AutoCAD con las medidas adecuadas.*



#### 4.2.3.2 Corte del acrílico y unión de elementos

Con el molde impreso y recortado, se adhiere al material y procedemos al corte utilizando una amoladora, siguiendo la geometría establecida. En este punto se debe de tener

mucho cuidado debido a que un mal corte podría generar errores en el diseño y no calzaría correctamente en el canal.

**Figura 36.**

*Preparación de la plancha de acrílico para su marcado con el molde y posterior corte*



Ya teniendo los elementos, se procedió con la unión de ambos. Para este proceso se realizaron marcas en la base del vertedero y con la ayuda de un taladro se perforó para así poder atornillar y fijar las piezas, esto también con la ayuda de unas escuadras para poder mantener la perpendicularidad del vertedero.

**Figura 37.**

*Vista de perforaciones elaboradas para la fijación de partes*



También se realizó dos orificios en ambos extremos de la base de apoyo del vertedero, esto con el fin de poder anclar el vertedero en el canal de ensayo del laboratorio. Estos orificios fueron realizados de manera exacta tal que coincidieran con los orificios del canal.

#### 4.2.3.3 Pulido de superficies y pintado

Se lijaron y pulieron los bordes y la cresta del vertedero para obtener una superficie lisa. Adicionalmente se realizó el pintado del vertedero con un spray de color negro mate, esto para poder diferencial el vertedero en el canal de pendiente variable. El pintado se realizó en dos capas para una mejor adherencia.

#### Figura 38.

*Pulido y pintado del vertedero.*



#### 4.2.3.4 Montaje final

Se verificó la geometría resultante y verificó que no existiera irregularidades en el vertedero. Ya verificando se acopló el vertedero a la estructura del canal de ensayo en el laboratorio de hidráulica y se ancló mediante pernos de sujeción, adicionalmente se le colocó un sellador plástico para evitar fugas en las paredes laterales del vertedero.

#### 4.2.4 Condiciones de operación del modelo

El modelo físico del vertedero sinusoidal se operó bajo las siguientes condiciones:

- **Instalación:** el vertedero fue colocado en un canal hidráulico de sección rectangular, fijado y anclado mediante pernos en la zona de prueba para asegurar estabilidad.
- **Caudales de prueba:** se ensayaron caudales crecientes y decrecientes dentro del rango de operación del laboratorio, manipulando las válvulas de admisión tanto en la parte inicial como final del sistema de bombeo de agua con el objetivo de medir niveles de carga y caudales descargados más óptimos para el estudio.
- **Mediciones:** se emplearon instrumentos de medición volumétrica, en menor medida, y el uso de un medidor de flujo magnético inductivo OTT MF Pro, adicionalmente para registrar el nivel del agua aguas arriba del vertedero se utilizó sensor de medición de tirantes de agua modelo VEGASON 61 y para su corroboración se utilizó una regla de metal.
- **Pendiente:** se garantizó que los ensayos se desarrollaran bajo condiciones de flujo libre, y una pendiente del canal  $S=0.00\%$ .
- **Condiciones ambientales:** las pruebas se realizaron en condiciones controladas de laboratorio, a temperatura ambiente, sin interferencias externas que alteren el comportamiento del flujo. Para esto se hizo uso de un termohigrómetro y un barómetro, los cuales nos midieron la temperatura ambiental, humedad y presión atmosférica.

### 4.3 Estrategia de recolección de datos

La estrategia de recolección de datos constituye un elemento crucial en la investigación, ya que garantiza la validez y confiabilidad del proceso de obtención de información. La implementación de estrategias bien estructuradas permite minimizar errores durante la recopilación de datos, facilitando su posterior análisis e interpretación.

A continuación, las técnicas y procedimientos de laboratorio implementados para la obtención de la información empleada en el desarrollo de la presente investigación. El estudio comprendió cuatro etapas experimentales, tal como se especificó en el numeral Etapas experimentales: la primera se ejecutó en laboratorio, la segunda y tercera se llevaron a cabo mediante simulaciones en ANSYS R24, y la cuarta consistió en una demostración práctica del vertedero sinusoidal. En consecuencia, se definieron tres estrategias diferenciadas de recolección de datos.

### 4.3.1 Ensayos en laboratorio de los vertederos sinusoidal, rectangular y triangular

Esta primera etapa de la experimentación se realizó en el laboratorio de hidráulica de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cuzco. El dispositivo experimental consta de varias partes y adicionalmente se utilizaron otros instrumentos para facilitar la medición tanto de caudales como de parámetros ambientales.

Los instrumentos constan de las siguientes características:

Un canal dependiente variable modelo H91.8D/10/C el cual es rectangular de ancho interno de 0.30 m, altura interna de 0.42 m y su longitud es de 10 m. El material de las paredes laterales es de acrílico y la base es de metal, así como los reforzamientos que esta cuenta. El sistema hidráulico comprende un tanque de almacenamiento ubicado aguas abajo, desde donde el agua es impulsada mediante una bomba a través de un sistema de tuberías equipado con válvulas de control de flujo. El agua es conducida hacia un tanque de cabecera ubicado aguas arriba, el cual funciona como estructura de aquietamiento para minimizar las perturbaciones en el flujo de ingreso.

#### Figura 39.

*Vista completa del canal dependiente variable modelo H91.8D/10/C*



El canal cuenta con un caudalímetro BC 37722 modelo T-100 ubicado en la parte central del sistema de tuberías el cual permite verificar el caudal que pasa.

**Figura 40.**

*Caudalímetro presente en el sistema del canal de pendiente variable*



El sistema cuenta con un tanque ubicado aguas abajo que cumple una doble función: almacenamiento inicial y recepción del agua proveniente del canal y del vertedero instalado en su sección media. Este diseño permite establecer un flujo cíclico mediante una bomba que impulsa el agua a través del sistema, garantizando la recirculación continua del fluido.

**Figura 41.**

*Bomba hidráulica del canal el cual circula el agua a través del sistema*



En la parte media del canal se cuenta con un sensor de medición de tirantes de agua modelo VEGASON 61.

**Figura 42.**

*Sensor de medición VEGASON 61 ubicado en la parte superior del canal*



Adicionalmente se colocó un barómetro digital y un termohigrómetro los cuales brindan los valores de humedad, temperatura y presión ambiental al momento de realizar la experimentación en el laboratorio.

**Figura 43.**

*Barómetro y termohigrómetro colocado en la parte superior central del canal*



Para determinar la elevación del sitio experimental, se realizó un levantamiento topográfico utilizando una estación total Topcon modelo GTS 230w. La medición se enlazo al punto geodésico localizado adyacente al patio central de la Universidad Nacional de San

Antonio Abad del Cusco, permitiendo establecer con precisión la cota de elevación del laboratorio.

**Tabla 14.**

*Coordenadas del ingreso al laboratorio de hidráulica de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco*

Coordenadas		
	Punto geodésico	Punto ubicado en la entrada del laboratorio
Norte	8503201.427 m	8503391.703 m
Este	179684.910 m	179551.107 m
Elevación	3391.888 m.s.n.m.	3399.144 m.s.n.m.

Para determinar el caudal que pasa por el canal se utilizó un medidor de flujo magnético inductivo OTT MF Pro, instrumento que determina la velocidad del flujo mediante principios electromagnéticos. Este dispositivo, con un rango operativo de 0 a 6 m/s, es particularmente adecuado para la medición de flujos de baja velocidad. Los datos de velocidad obtenidos fueron posteriormente procesados para la determinación del caudal.

**Figura 44.**

*Elementos del medidor de flujo magnético inductivo OTT MF Pro*



Las etapas de operación que se realizó para el uso completo del sistema y la obtención de datos son las siguientes:

#### 4.3.1.1 Preparado del instrumento

Esta es la etapa inicial, ya que se corroboró que todos elementos del equipo funcionen de manera correcta. Un aspecto fundamental fue la calibración de la pendiente del canal, estableciéndola en posición horizontal (pendiente cero). Este proceso de nivelación se realizó mediante el sistema de ajuste incorporado en el equipo, complementado con la utilización de una manguera de nivel y un nivel de mano para garantizar la precisión de la horizontalidad.

**Figura 45.**

*Nivelación del canal con la ayuda de un nivel de mano y nivel de manguera*



Se realizó la verificación funcional del sistema de válvulas, incluyendo tanto la válvula principal de ingreso como la válvula intermedia ubicada en la sección media del canal. Este proceso permitió establecer un control preciso de los caudales de entrada durante la experimentación, mediante el ajuste gradual y coordinado de ambas válvulas.

**Figura 46.**

*Válvula inicial (i), válvula central (d) pertenecientes al sistema hidráulico del canal*



Se corroboró que el caudalímetro funcione de manera correcta para que sea de ayuda al momento de verificar el caudal que pasa por el sistema y de igual manera se calibró el sensor de medición de tirantes de agua para que brinde las mediciones exactas.

Para garantizar la precisión y sistematización en la recolección de datos, se demarcaron los puntos de medición en la pared lateral del canal. Las mediciones con el correntómetro digital se realizaron en dos secciones transversales, ubicadas a 1.50 m y 2.50 m aguas arriba del vertedero, respectivamente. En cada sección se estableció una matriz de cuatro puntos de medición, distribuidos según el siguiente esquema:

Primer vertical: localizada a una distancia  $B/3$  desde el borde lateral

- Punto inferior: ubicado a  $H/3$  de la profundidad total
- Punto superior: ubicado a  $2H/3$  de la profundidad total

Segundo vertical: localizada a una distancia  $2B/3$  desde el borde lateral

- Punto inferior: ubicado a  $H/3$  de la profundidad total

Punto superior: ubicado a  $2H/3$  de la profundidad total Donde:

- B: ancho del canal
- H: profundidad del flujo.

**Figura 47.**

*Verificado y marcado en el canal de secciones donde se tomaron los datos*



**Figura 48.**

*Secciones longitudinales (i) y secciones transversales (d) donde se tomaron los datos*



Para que el equipo cuente con la dotación de agua requería se llenó días antes de la experimentación. Lo cual se realizó con la ayuda de una manguera.

#### 4.3.1.2 Colocado de vertedero

Es esta etapa se colocó de manera adecuada los vertederos en estudio, estos cuentan con dos orificios donde se colocan los pernos de sujeción que van en los extremos de la base del vertedero.

**Figura 49.**

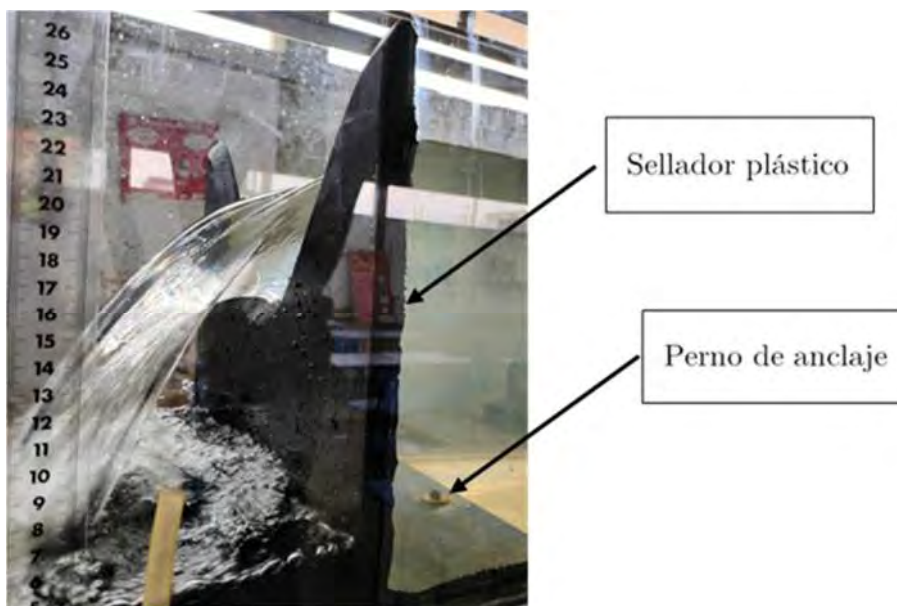
Vertedero rectangular mostrando el soporte lateral y el orificio de sujeción



El vertedero se colocó 2 metros por debajo de la zona central del canal. Ya colocado el vertedero, se colocó un sellador plástico moldeable (plastilina) en los costados ya que este funcionó como un aislador el cual fijó de mejor manera el vertedero del canal y no permitió fugas.

**Figura 50.**

*Vertedero ya colocado donde se observa el perno de anclaje y el sellador en el borde*



### 4.3.1.3 Encendido de la bomba y regulación del caudal

La operación del sistema se inició mediante el panel de control, activando la bomba y procediendo al ajuste del equipo. El panel de control integra diversos elementos de regulación que permiten modificar diferentes parámetros del sistema, incluyendo el ajuste de pendiente, el control de encendido del canal y otros parámetros operativos.

**Figura 51.**

*Panel de control del canal de pendiente variable*



El control preciso del caudal de ingreso al canal se logró mediante un sistema dual de válvulas reguladoras, equipadas con mecanismos dentados de ajuste. La manipulación alternada de estos dispositivos permitió establecer diversos caudales de manera controlada. Una vez establecido el caudal deseado y activado el sistema, se implementó un período de espera para permitir el llenado del canal y la estabilización del flujo.

**Figura 52.**

*Vista en superior de la válvula donde se visualiza los niveles usados para el control del caudal.*



#### 4.3.1.4 Toma de datos

En esta etapa se realizó la toma de datos para la caracterización hidráulica del flujo, el cual constituyó de las siguientes mediciones fundamentales.

1. Velocidad de aproximación: cuantificada mediante el medidor de flujo magnético-inductivo OTT MF Pro
2. Tirante hidráulico: medido a 2.00 m aguas arriba del vertedero, empleando un sistema dual de medición:
  - Sensor automatizado VEGASON 61.
  - Verificación manual mediante regla metálica calibrada.
3. Tipo de vertedero ensayado y número de ensayo.
4. Dimensiones del canal.
5. Datos ambientales del lugar.

Así mismo se hizo uso de formatos elaborados para la recolección de datos y estén ordenados de forma adecuada para una correcta interpretación de los mismos. La integración de estos parámetros con la sección transversal conocida del canal permitió la determinación precisa del caudal circulante.

**Figura 53.**

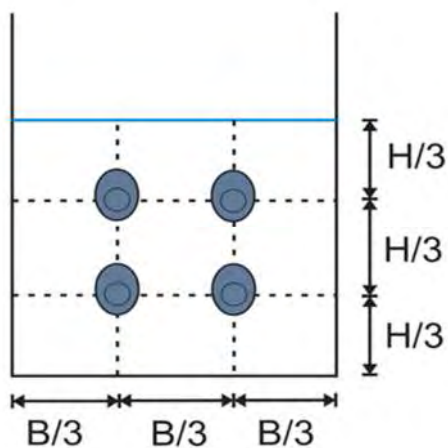
*Sensor de medición en uso (i), verificación de alturas con regla metálica (d).*



Como se mencionó anteriormente, la posición del correntómetro se asignó dividiendo la altura de agua ( $H$ ) entre tres, lo mismo se realizó con la base, generando 4 puntos para la toma de datos por sección. Para preparar el equipo con la altura adecuada se utilizó un escalímetro

**Figura 54.**

*Sección donde se ubicó el correntómetro para la toma de datos (i), colocado del medidor de flujo magnético en las alturas adecuadas (d).*



La ventaja del correntómetro digital, aparte de su fácil uso, es que genera un reporte de las velocidades en la sección del canal. Los datos tomados que se almacenan en el equipo son exportados al computador en formato .txt y estos exportados al programa Excel donde se organizaron de mejor manera.

**Figura 55.**

*Toma de datos con el medidor de flujo magnético (i), exportado de datos hacia la computadora para un mejor procesado (d).*



Ya exportando los datos y verificando que estos sean correctos y en un mismo parámetro, se realiza nuevo ajuste de las válvulas reguladoras de caudal y el ciclo empieza de nuevo.

#### **4.3.2 Simulaciones computacionales en programa ANSYS**

El análisis computacional, que comprendió la segunda y tercera etapa experimental, se desarrolló mediante el software ANSYS Student R24, utilizando su módulo especializado Fluent para la simulación de dinámica de fluidos computacional (CFD). Este proceso permitió el modelamiento y análisis detallado del comportamiento hidráulico de los vertederos.

Las geometrías de los canales, utilizadas para los análisis, son rectangulares y fueron diseñadas en AutoCAD y Autodesk Inventor, estos seleccionados debido a su capacidad de generar modelos tridimensionales precisos y a la facilidad para exportar archivos en formato STEP compatible con ANSYS. Estas geometrías fueron establecidas considerando su amplio uso en actividades de ingeniería y su aplicación en los laboratorios de hidráulica para la enseñanza y experimentación.

Para la simulación del flujo en los canales, se definieron condiciones de frontera representativas del comportamiento real, incluyendo caudales específicos, condiciones de entrada y salida, y efectos de la gravedad. Se empleó también un mallado no estructurado para mejorar la precisión de los resultados, asegurando una adecuada resolución en las zonas de

mayor gradiente de velocidad y presión, como en las proximidades de los vertederos. Además, se realizaron análisis de sensibilidad para evaluar el impacto de diferentes tamaños de malla en la precisión de los resultados. Se utilizaron modelos de turbulencia como el k- $\epsilon$  realizable, el cual es ampliamente utilizado en estudios hidráulicos debido a su capacidad de representar adecuadamente la separación y recirculación del flujo en estructuras como los vertederos.

Los resultados obtenidos a partir de estas simulaciones permitieron visualizar la formación de la lámina vertiente en cada vertedero analizado, así también el perfil de velocidades, proporcionando información valiosa para la validación experimental y el ajuste de parámetros en las pruebas de laboratorio.

Como se explicó anteriormente, se realizó el estudio tanto para el vertedero en estudio que es el sinusoidal, como para los vertederos triangulares y rectangulares, y cada uno de estos fue diseñado con un cierto rango de parámetros para adecuarse a las condiciones de uso. Primeramente, se realizó las simulaciones para comparar los datos obtenidos al ensayar los vertederos sinusoidales, rectangulares y triangulares en laboratorio. Además, se recopilaron datos de carga y de distribución tridimensional de velocidades en los vertederos. Los datos de carga (h) permitieron validar los resultados del programa ANSYS con los obtenidos del modelo físico desarrollado en el laboratorio de la UNSAAC. Por otro lado, los datos de la distribución tridimensional de velocidades en los vertederos se compararon entre sí para evaluar cuál presentó un mejor comportamiento ante el paso de material flotante.

Posteriormente, con los datos ya validados, se continuó con la experimentación para obtención de los coeficientes de descarga de los vertederos sinusoidales en estudio, donde se trabajó con un total de 14 muestras (14 vertederos sinusoidales) los cuales cumplieron con la relación específica de  $a * c = 0.5 * \pi$ .

Para ejecutar la simulación en ANSYS Fluent, es necesario seguir las siguientes fases:

1. Definición de la geometría: Donde se modeló el dominio para el análisis utilizando los programas AutoCAD y Autodesk Inventor, los cuales aseguraron que se represente con precisión la configuración del canal y los vertederos estudiados.

2. Generación de la malla: Se discretiza la geometría en volúmenes finitos, estableciendo un mallado adecuado para capturar los gradientes de velocidad y presión.
3. Definición de las condiciones de frontera: Se asignan las condiciones de entrada y salida del flujo, así como las paredes del canal y los vertederos, asegurando una correcta representación de la interacción fluido-estructura. También se define el modelo de turbulencia más adecuado y se establecen las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento para la simulación.
4. Resolución y convergencia: Se aplican métodos numéricos iterativos para resolver las ecuaciones de flujo, asegurando que la solución alcance la convergencia mediante la evaluación de criterios como la disminución del error residual y la estabilidad de los parámetros clave.
5. Postprocesamiento y análisis de resultados: Se visualizan y analizan los campos de velocidad y la trayectoria del flujo sobre los vertederos, permitiendo la validación y comparación con datos experimentales.

Dichas fases se representan en el siguiente diagrama de flujo.

**Figura 56.**

*Diagrama de flujo de las fases realizadas para el proceso de análisis y programación mediante Ansys-fluent*



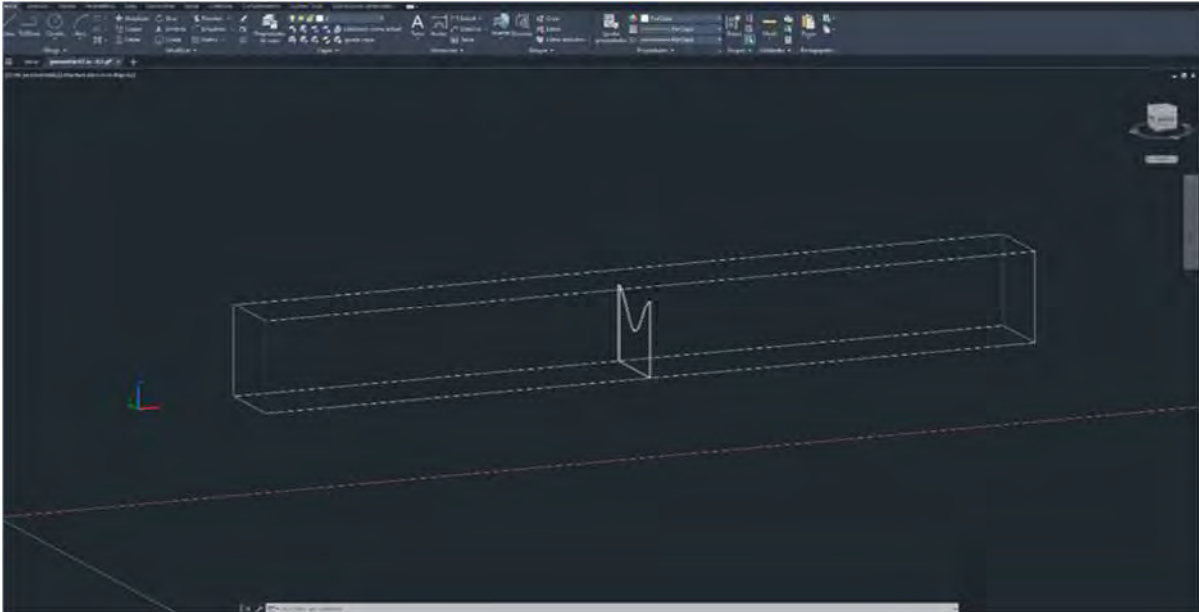
#### 4.3.2.1 Definición de la geometría

Para la elaboración de la geometría del modelo en ANSYS, se tuvo en consideración las geometrías definidas anteriormente para el canal y los vertederos en estudio, para este proceso se hizo uso de los programas AutoCAD y Autodesk Inventor debido a la facilidad de su uso.

El proceso inició con la creación de un modelo 3D en AutoCAD, donde se definieron con precisión las dimensiones correspondientes a cada experimentación. Posteriormente, este modelo fue importado a Autodesk Inventor para su refinamiento y conversión a un formato compatible con ANSYS, en este caso el formato es. STEP, así asegurando su correcta integración en el software de simulación.

**Figura 57.**

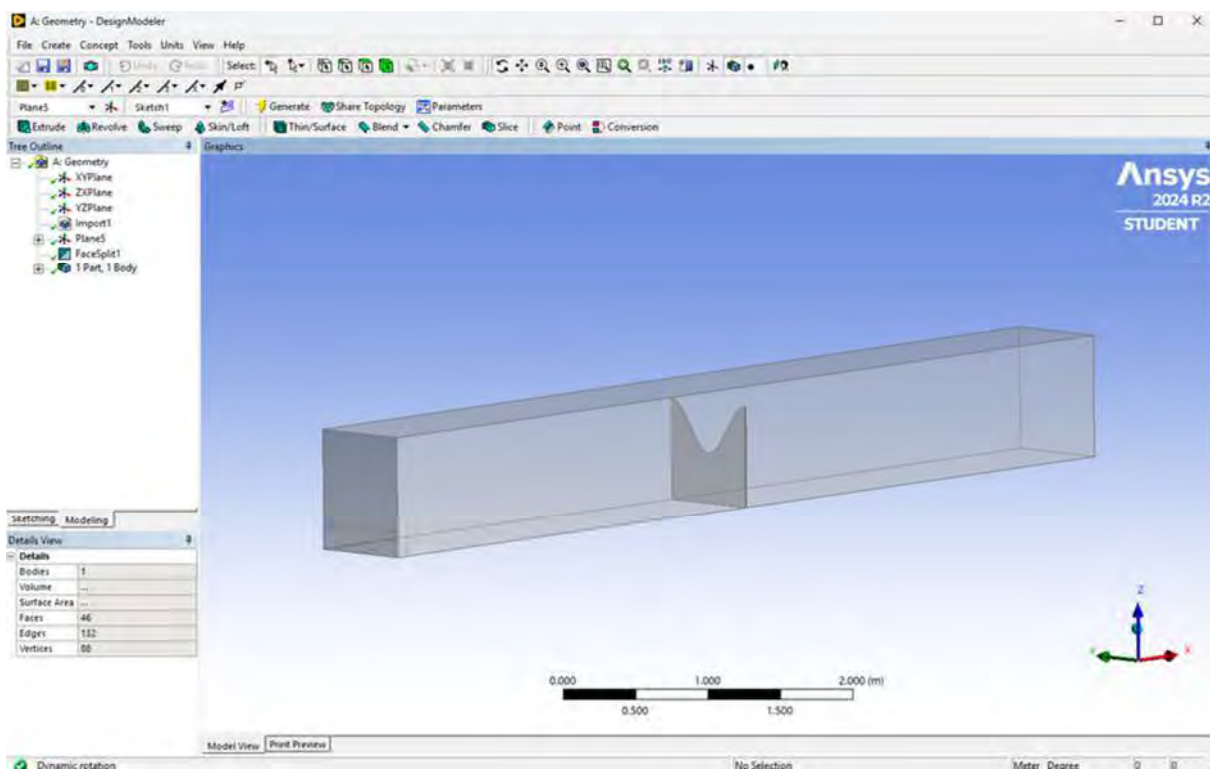
*Modelado en 3D típico del canal modelado en el programa AutoCAD.*



Finalmente, tras importar el modelo a ANSYS, se llevó a cabo una verificación de la geometría para garantizar que la estructura y las condiciones de entrada fueran correctas antes de proceder con la generación de la malla y la configuración de la simulación.

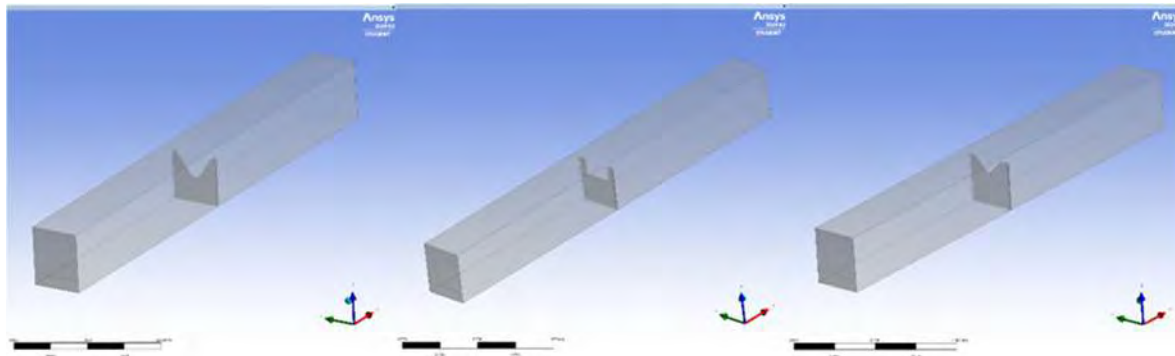
**Figura 58.**

*Geometría importada en ANSYS Geometry mediante el programa Autodesk Inventor*



**Figura 59.**

*Secciones típicas de los canales estudiados para los distintos modelos de vertedero*



#### 4.3.2.2 Generación de la malla

La generación de la malla es un aspecto fundamental para garantizar resultados precisos, confiables y estables en la simulación. Dado que el análisis numérico se basa en la discretización del dominio mediante el método de elementos finitos (2D) y volúmenes finitos (3D), es crucial optimizar la calidad del mallado. Para ello, se consideraron tres parámetros clave en la elaboración de la malla: la forma de los elementos, el número total de elementos y su uniformidad. Se probaron diferentes configuraciones de mallado con el objetivo de determinar la más adecuada en términos de calidad y estabilidad numérica.

En este estudio, se optó por utilizar elementos tetraédricos, ya que, además de permitir una generación automática y eficiente de la malla, ofrecen una mejor adaptación a geometrías complejas sin requerir un refinamiento excesivo. Esta elección facilitó la representación precisa de las superficies del canal y los vertederos, garantizando un equilibrio entre precisión y costo computacional. Otro factor determinante fue la flexibilidad que ofrecen los elementos tetraédricos en el refinamiento localizado, permitiendo una mayor densidad de elementos en zonas críticas, como la cresta del vertedero y las regiones de alta variación de flujo. Esto garantiza una mejor representación de la interfaz aire-agua y una mayor precisión en la simulación de la lámina vertiente.

Para nuestro caso, las mallas en las geometrías planteadas están dentro de los parámetros de una buena calidad de malla y se verificó mediante el parámetro de distorsión de elementos skewness, ya que este valor nos indica qué tanto difiere la forma de un elemento de la malla con respecto a su forma ideal.

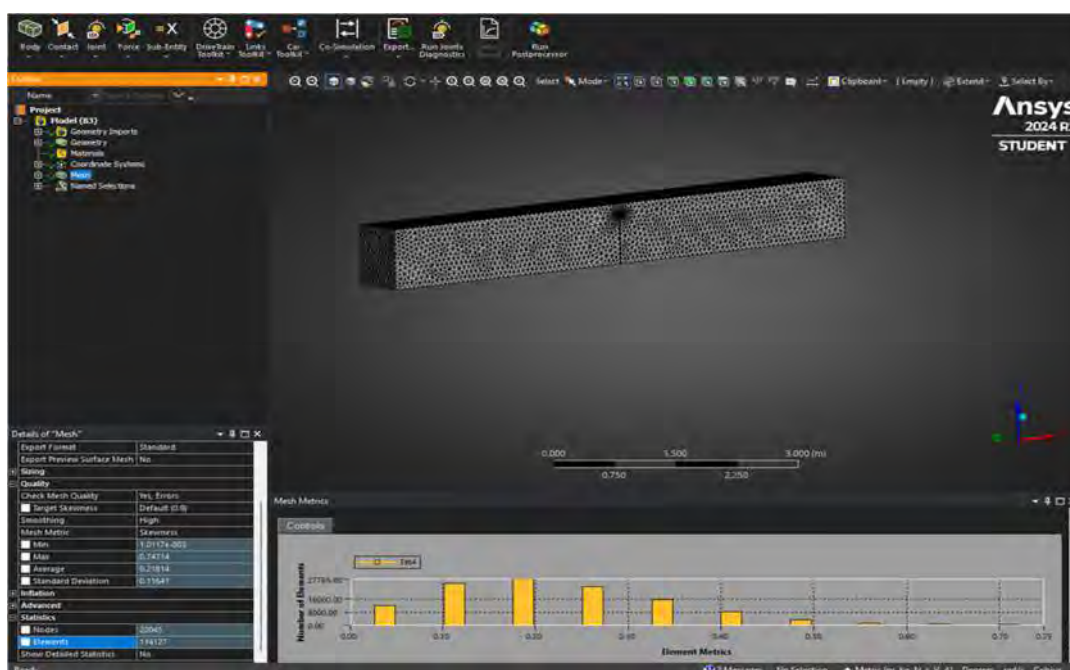
Tabla 15.

*Parámetros de elementos Skewness*

Skewness	
Nodos	22045
Elementos	114127
Tam. Min.	1.01E-03
Tam. Max.	0.74714
Promedio	0.21814
Desv. Estándar	0.11641

Figura 60.

*Generación de malla en el canal y vertedero de estudio junto con el grafico de control de calidad de malla*



#### 4.3.2.3 Condiciones de frontera

Al momento de elaborar el modelo digital en ANSYS Fluent, fue fundamental definir correctamente las condiciones de frontera o condiciones de contorno en las geometrías estudiadas, ya que estas establecen los límites del dominio de simulación y determinan el comportamiento que tendrá el flujo dentro del canal y sobre los vertederos. La correcta asignación de estas condiciones garantizó que los resultados sean más próximos y precisos.

Para que la precisión de la simulación fuera la correcta, se incorporaron parámetros ambientales medidos en el laboratorio, tales como la temperatura del aire y del agua, y la humedad ambiental. Estos valores fueron utilizados para definir las propiedades del fluido y

establecer un entorno lo más cercano posible a las condiciones experimentales. Así también para el caso de flujos con superficie libre, como los vertederos en estudio, se implementó la modelación de la interfaz aire-agua utilizando el método Volume of Fluid (VOF). Este enfoque permite capturar la variabilidad en la superficie del agua y modelar correctamente fenómenos como la lámina vertiente y la caída del chorro cuando pasa por el vertedero.

Para el modelamiento, las propiedades termofísicas del agua se ajustaron a la temperatura registrada durante los ensayos de laboratorio (12°C). Esta parametrización realizada en el programa garantiza el cálculo preciso dentro del modelo de turbulencia, asegurando la estricta fidelidad hidrodinámica entre el modelo físico y el modelo numérico planteado. Los valores son los siguientes:

**Tabla 16.**

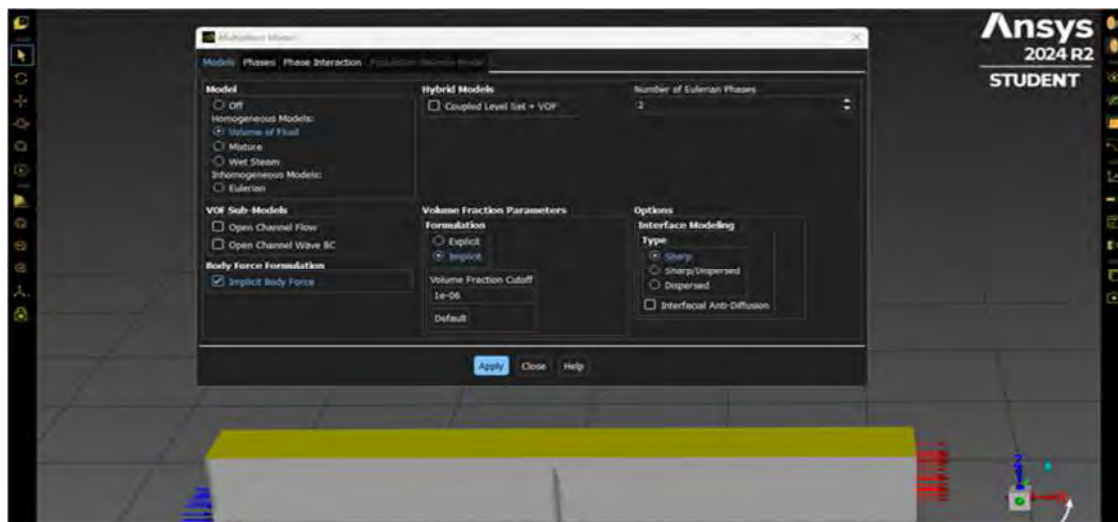
*Propiedades de los fluidos usados*

PROPIEDADES DEL FLUIDO		
Agua		
Densidad (Kg/m <sup>3</sup> )		999.5
Viscosidad (Kg/(m.s))		1.2350E-03
Aire		
Densidad (Kg/m <sup>3</sup> )		1.225
Viscosidad (Kg/(m.s))		1.7894E-05

El aire se consideró a temperatura ambiente.

**Figura 61.**

*Selección del modelo Volume of Fluid (VOF) para la simulación*



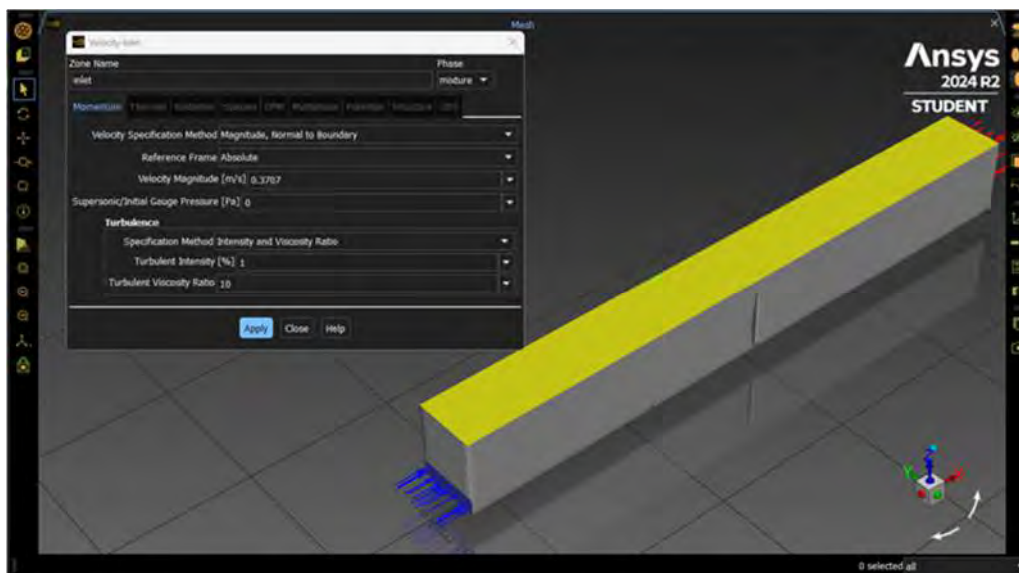
Entre las principales condiciones de frontera consideradas en el modelo están definidos como:

#### 4.3.2.3.1 Condición de entrada (Inlet)

La entrada del flujo al dominio se modeló como una “Velocity Inlet”, lo que implica que la velocidad del agua se define en el área de ingreso asignada al sistema. Este valor se estableció con base en los caudales experimentales medidos en el laboratorio y también se ajustó para la obtención de los coeficientes de descarga. Además de la velocidad, se consideraron parámetros adicionales como la presión estática, turbulencia de ingreso, etc.

**Figura 62.**

*Colocado de los datos iniciales de entrada como velocidad y presión en la entrada del canal*

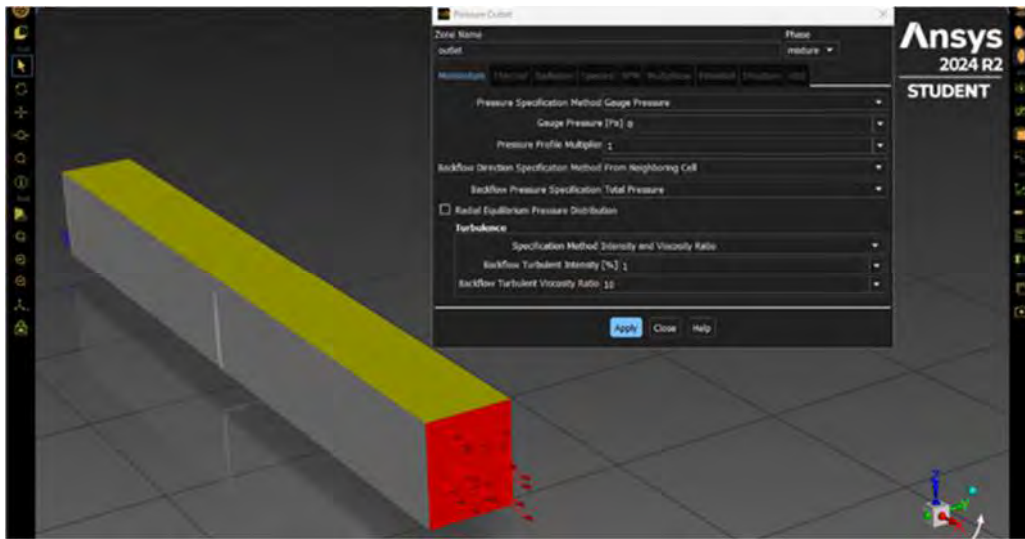


#### 4.3.2.3.2 Condición de salida (Outlet)

La salida del flujo se definió mediante la condición “Pressure Outlet”, la cual establece la presión relativa del fluido al abandonar el dominio. En este caso, se asumió una presión atmosférica en la salida del canal, permitiendo que el fluido salga libremente sin restricciones adicionales. Esta condición es crucial para simular adecuadamente la disipación de energía del flujo y evitar efectos no físicos en la solución numérica.

**Figura 63.**

*Colocado de datos iniciales de salida como la presión y turbulencia*

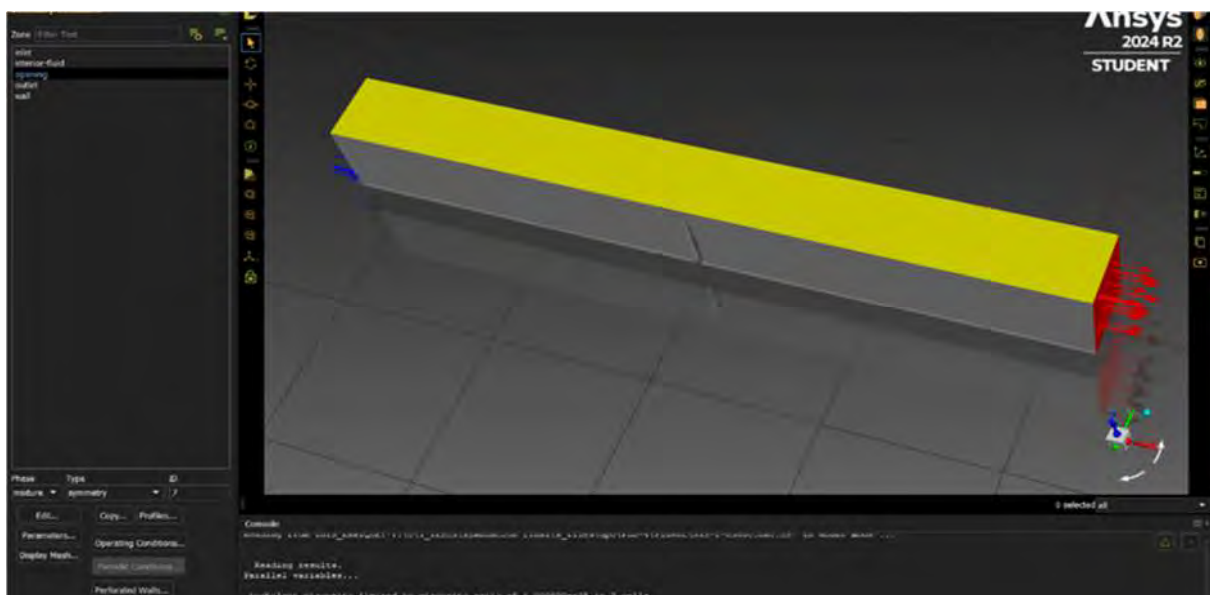


#### 4.3.2.3.3 Condición de simetría (Symmetry)

Debido a que el canal presenta simetría con respecto a su eje longitudinal, se aplicó la condición “Symmetry” a un plano vertical que divide el canal en dos mitades idénticas. Esto permitió reducir el tamaño del dominio computacional sin afectar la precisión de los resultados, optimizando así el tiempo de procesamiento. Además, se consideró otra condición de simetría en un plano paralelo a la base del canal, lo que facilitó la simulación de la interfaz aire-agua en caso de presencia de superficie libre.

**Figura 64.**

*Selección de la parte superior del canal para colocar la condición Symmetry*

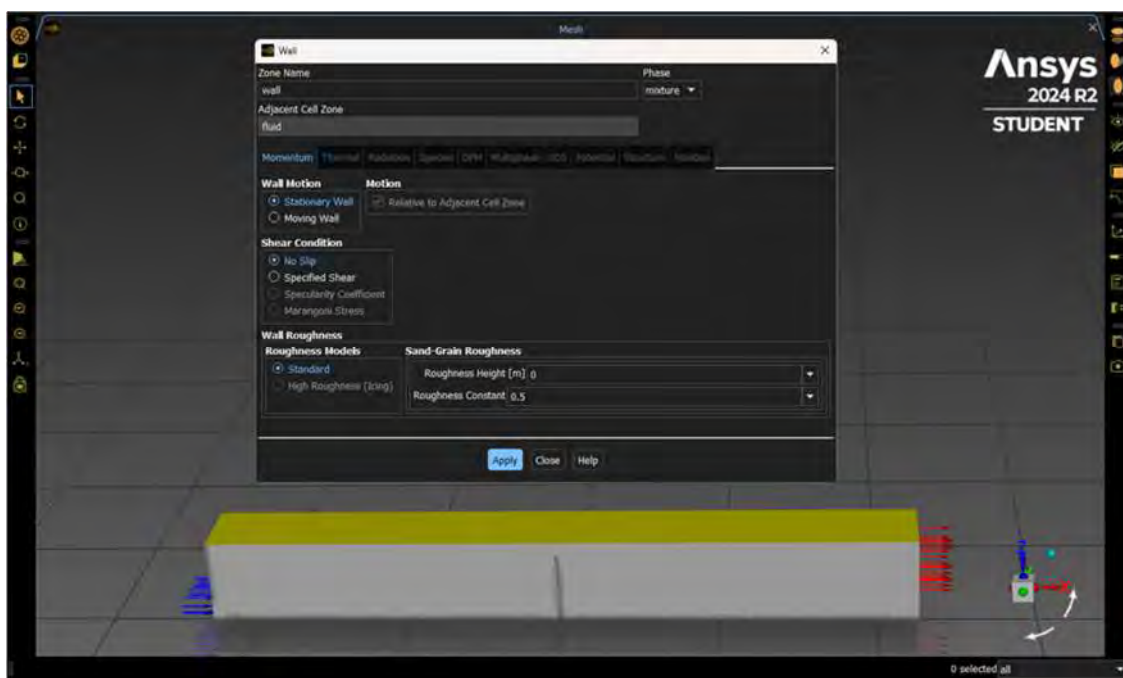


#### 4.3.2.3.4 Condiciones en las paredes del canal y vertederos (Wall)

Las paredes del canal y la estructura de los vertederos fueron modeladas como superficies sólidas con la condición de frontera “Wall”. Se asignaron condiciones de no deslizamiento (No-Slip Condition) para garantizar que la velocidad del fluido en la interfaz con la pared sea cero, reproduciendo con precisión los efectos de fricción y resistencia hidráulica. Adicionalmente, se consideró la rugosidad de las paredes para mejorar la representación del flujo en contacto con los límites físicos del dominio.

*Figura 65.*

*Colocados de datos a en las paredes del canal*



#### 4.3.2.4 Resolución y convergencia

Como se mencionó en secciones anteriores, varios factores son fundamentales para lograr la convergencia en las simulaciones numéricas. Entre ellos se encuentran la correcta definición de las condiciones de entrada, la adecuada elección y refinamiento de la malla, así como la selección del modelo de turbulencia más apropiado. En este estudio, se optó por utilizar el modelo de turbulencia  $k-\epsilon$  realizable en lugar del  $k-\epsilon$  estándar debido a que este presenta ventajas que ofrece al simular flujos complejos, como los que se presentan en los canales y vertederos de laboratorio.

El modelo  $k-\epsilon$  estándar, si bien es ampliamente utilizado debido a su simplicidad y robustez, presenta ciertas limitaciones al aplicarse en flujos donde existen altos gradientes de curvatura, separación o recirculación del flujo de fluidos, como los que ocurren en la interacción con los vertederos. Este modelo tiende a subestimar la disipación de energía y no siempre captura con precisión los fenómenos de separación y reataque del flujo, lo que puede afectar la convergencia y precisión de los resultados.

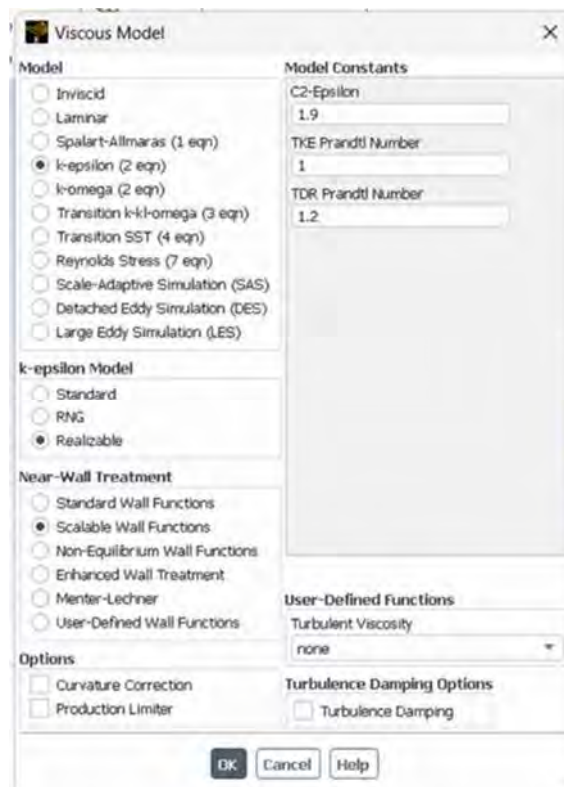
Por otro lado, el modelo  $k-\epsilon$  realizable se seleccionó debido a su capacidad para superar estas limitaciones. Este modelo garantiza que las tensiones de Reynolds derivadas cumplan con las restricciones físicas de la turbulencia, lo que lo hace más adecuado para flujos altamente curvados y con recirculación, condiciones comunes en los vertederos de pared delgada. Además, proporciona una mejor predicción de la distribución de la energía cinética turbulenta y su tasa de disipación, elementos críticos para simular con fidelidad el comportamiento del flujo en condiciones de laboratorio.

Otro factor determinante para la elección del modelo  $k-\epsilon$  realizable fue su capacidad para lograr una convergencia más estable y rápida durante el proceso iterativo en ANSYS Fluent, debido a que este método reduce las oscilaciones numéricas y permite alcanzar los criterios de convergencia establecidos con mayor facilidad, incluso en escenarios donde existen múltiples interfaces fluido-fluido y fluido-estructura, como es el caso de las simulaciones en los vertederos estudiados.

Además, a comparación del  $k-\epsilon$  estándar, se implementó un monitoreo continuo de los residuales de las ecuaciones de conservación (masa, cantidad de movimiento y energía), lo que permitió ajustar los parámetros numéricos, como el tamaño del paso de tiempo y los esquemas de interpolación, para garantizar que los errores residuales disminuyeran de manera progresiva hasta alcanzar los valores de convergencia requeridos.

**Figura 66.**

*Selección del modelo de viscosidad k-epsilon realizable para las simulaciones*



#### 4.3.2.5 Post procesamiento

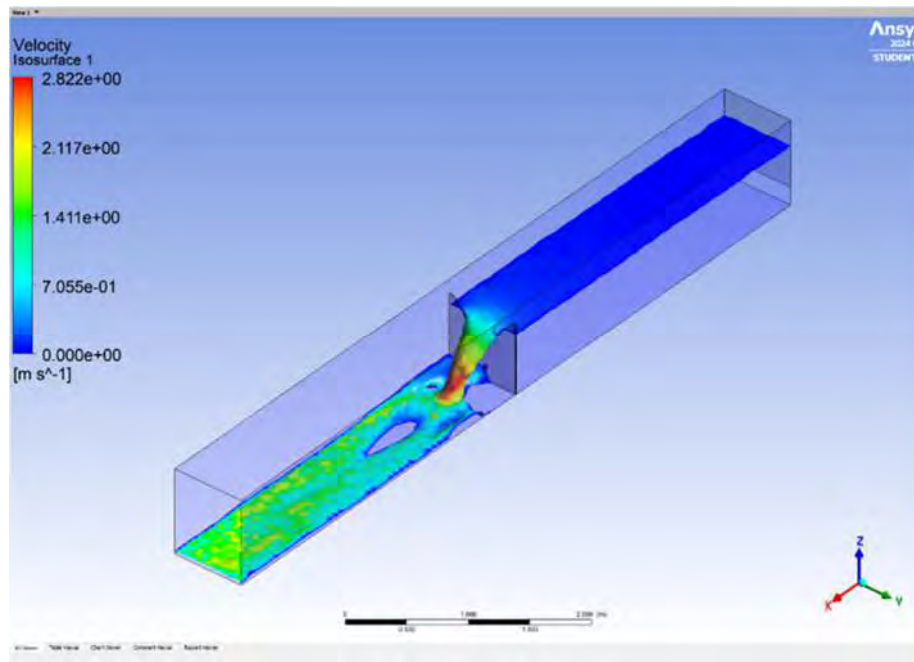
Gracias al post procesamiento podemos interpretar y analizar los resultados obtenidos tras la ejecución de las simulaciones computacionales. En esta etapa, se obtuvimos los datos requeridos para la investigación mediante diversas herramientas que proporciona el componente de resultados, tales como la creación de superficies, planos de corte, y selección de puntos específicos, cada uno con un propósito particular.

##### 4.3.2.5.1 Generación de superficies

Se crearon superficies a lo largo del canal y el vertedero, tanto en el plano longitudinal como en secciones transversales, para visualizar variables como la velocidad, presión y altura del flujo. Estas superficies permiten extraer datos de interés, como la distribución de la presión en la cresta del vertedero o el perfil de velocidad a lo largo del canal.

**Figura 67.**

*Superficie típica generada para la obtención de datos*



#### **4.3.2.5.2 Planos de corte**

Se definieron planos de corte en diferentes ubicaciones dentro del dominio, tanto paralelos como perpendiculares al flujo. Esto permitió obtener un análisis detallado del flujo en secciones específicas, por ejemplo:

- ❖ Plano central longitudinal: Para visualizar el perfil completo del flujo desde la entrada hasta la salida.
- ❖ Planos transversales: A intervalos regulares a lo largo del canal, para observar cómo varía la velocidad y la presión en cada sección.

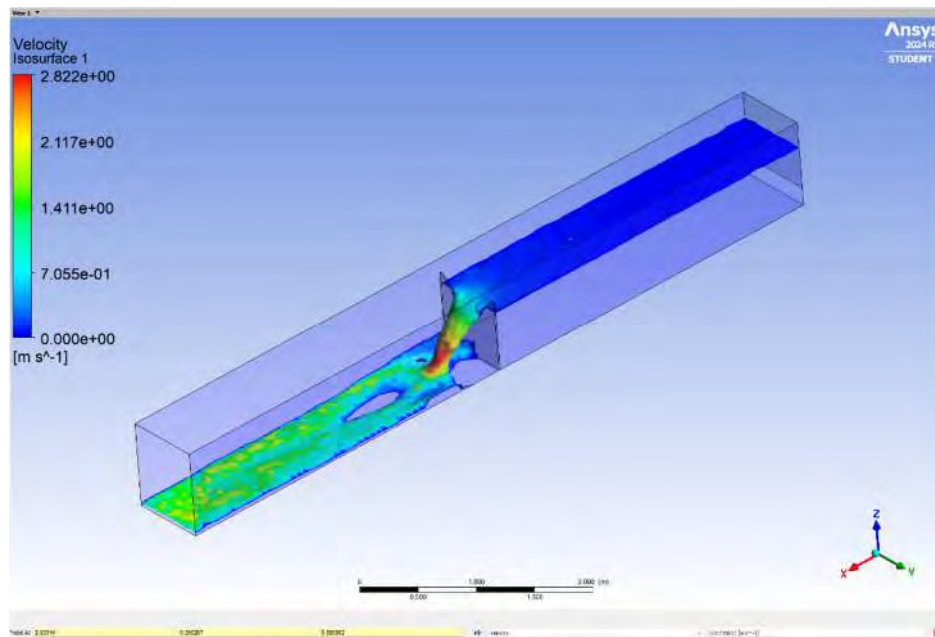
Estos planos se generaron utilizando herramientas de postprocesamiento que permiten seleccionar coordenadas precisas y definir el espesor de cada corte.

#### **4.3.2.5.3 Puntos específicos**

Se seleccionaron puntos específicos dentro del dominio para extraer valores numéricos precisos de las variables de interés. Estos puntos se ubicaron en zonas críticas para la obtención del tirante de agua existente en casa simulación.

**Figura 68.**

Colocado de punto para la obtención de datos específicos en dicho punto como velocidad, tirante de agua, etc. en la superficie típica.



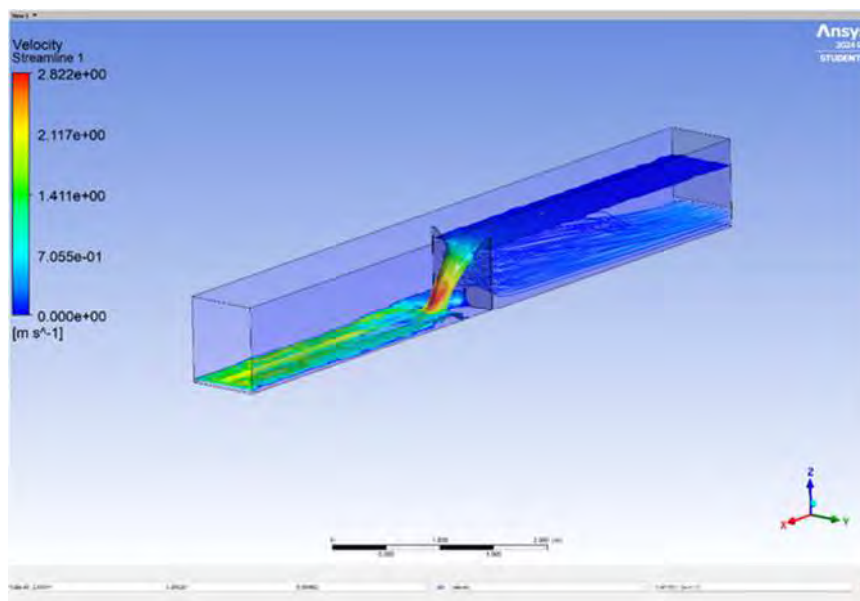
#### 4.3.2.5.4 Herramientas de postprocesamiento

Se utilizaron funciones específicas de ANSYS Results como:

- ❖ Isosurfaces: Para generar la superficie del
- ❖ Contours: Para representar gráficamente variables como velocidad, presión o turbulencia en 2D o 3D.
- ❖ Plane: para generar planos transversales y obtener datos de velocidad.
- ❖ Streamlines: Que permiten observar las trayectorias de las partículas fluidas a lo largo del dominio, identificando zonas de recirculación o separación.

**Figura 69.**

Líneas de flujo dentro del canal donde se verifica la trayectoria del fluido.



#### 4.3.2.6 Toma de datos

Para la toma de datos se hizo uso de formatos ordenados y estructurados tal que los datos colocados estén ordenados de forma estructurada. Para la toma de datos se hizo uso las herramientas de post procesamiento. Se recolectaron los siguientes datos:

- Numero de muestra y numero de ensayo.
- Dimensiones del vertedero ensayado.
- Dimensiones del canal.
- Condiciones del modelamiento para las simulaciones.
- Velocidad de flujo proporcionado.
- Condiciones geométricas del vertedero.
- Datos del fluido.
- Datos de carga obtenido.

#### 4.3.3 Experimentación en campo

Esta fase constituye la etapa final de la experimentación, donde se validan en condiciones reales los resultados obtenidos en las simulaciones y análisis previos. Para su desarrollo, se realizó una búsqueda exhaustiva de una captación que dispusiera de un canal con características hidráulicas similares a las estudiadas, garantizando así la representatividad

del modelo. En esta etapa, se implementaron procedimientos de medición y recolección de datos, tales como la determinación de caudales mediante un recipiente calibrado, así como la toma del tirante de agua.

Esta experimentación permitió validar la coherencia entre los resultados obtenidos mediante las anteriores etapas de experimentación y así proporcionándonos una base sólida para las conclusiones del estudio.

#### **4.3.3.1 Ubicación y examinación de la captación y canal a utilizar**

Como se mencionó anteriormente, fue importante buscar un canal que se adecúe a las características a experimentar, tanto en geometría como en pendiente. Para este fin, la presente experimentación se realizó en el distrito de Chinchaypujio de la provincia de Anta del departamento de Cusco, donde se encontró una captación y un canal de riego la cual se acomodaba adecuadamente a las características buscadas.

#### ***Figura 70.***

*Captación elegida para la experimentación ubicada en el distrito de Chinchaypujio.*



La ubicación de la captación y del lugar de la experimentación se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 17.

*Ubicación de la experimentación en campo*

Ubicación de experimentación en campo		
	Ubicación de la captación	Ubicación del lugar de experimentación
Norte	8492370.00 m	8492216.00 m
Este	799959.00 m	799509.00 m
Elevación	3205.00 m.s.n.m.	3169.00 m.s.n.m.

Figura 71.

*Ubicación de la captación y del lugar donde se realizó la experimentación.*



#### 4.3.3.2 Preparado del canal

Primeramente, se ubicó una zona donde la pendiente del canal tendiera a 0 para después tomar medidas de la sección del canal y así poder elaborar el vertedero. Ya teniendo el vertedero se prosiguió con la limpieza del mismo, eliminando material adherido a las paredes del canal los cuales estorbarían en el colocado del vertedero.

**Figura 72.**

*Obtención de los datos de ancho y altura del canal (i), sección del canal escogido para la experimentación (d)*



#### 4.3.3.3 Colocado de vertedero

Ya estando listo el canal para su uso, se colocó el vertedero. El colocado de este fue a presión y adicionalmente se colocó un sellador plástico en los bordes de todo el vertedero para sellar de forma completa.

Se verificó que el vertedero este de manera perpendicular y que no exista fugas en los lados, así como la estabilidad del vertedero y posteriormente se esperó a que el flujo del agua se estabilice.

**Figura 73**

*Perpendicularidad del vertedero en la sección del canal (i), vertedero libre de fugas laterales gracias a los selladores colocados (d)*



#### 4.3.3.4 Toma de datos

Ya con el flujo de agua estabilizado se continuó con la toma de datos. Para medir el caudal que presenta el canal, se utilizó un recipiente calibrado en litros y un cronometro. Para la toma de la altura de agua se utilizó una regla metálica. Se verificó que para la toma del tirante de agua se realice a una distancia mayor a 4h, en este caso fue tomada a 1.50 m aguas arriba del vertedero. Todos estos se anotaron en un formato de manera ordenada (véase los anexos).

#### *Figura 74*

*Obtención del tirante de agua a 1.50m aguas arriba del vertedero (i), aforado de caudal utilizando un recipiente calibrado en litros (d).*



## CAPITULO V

### 5 RESULTADO DE LA INVESTIGACIÓN

#### 5.1 Validación de las simulaciones computacionales

Con los resultados obtenidos en la primera y segunda etapa de la experimentación, se llevará a cabo una comparación entre las dos. En la primera etapa, se llevó a cabo la experimentación física con tres tipos de vertederos: sinusoidal, triangular y rectangular, cuyas dimensiones se especifican detalladamente en el apartado de muestras. Cada uno de estos vertederos fue sometido a 6 diferentes caudales, los cuales fueron los mismos para cada vertedero y medidos mediante un velocímetro. Esta parte de la experimentación se llevó a cabo en el laboratorio de hidráulica de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco en el canal de pendiente variable. Las fichas de registro de estas mediciones se encuentran disponibles en los anexos del presente trabajo.

Posteriormente, estos mismos vertederos se modelaron y simularon en el programa ANSYS R24, utilizando los mismos caudales aplicados en la experimentación de laboratorio, lo cual corresponde a la segunda etapa experimental del presente trabajo de investigación. La comparación de los resultados se realizará mediante gráficos de caudal vs altura de agua (la altura de agua fue medida a una distancia de 4h aguas arriba del vertedero), con el objetivo de contrastar los datos obtenidos en el laboratorio con los resultados obtenidos del software. Este análisis permitirá confirmar la exactitud del modelo numérico y establecer su fiabilidad para futuras aplicaciones en el estudio del presente trabajo de estudio.

##### 5.1.1 Vertedero sinusoidal

En la Tabla 17 se presentan los valores obtenidos de la carga hidráulica (h) en función del caudal que la genera, tanto para los datos experimentales recopilados en laboratorio como para los resultados de las simulaciones computacionales realizadas en ANSYS R24, correspondientes al vertedero sinusoidal.

Tabla 18.

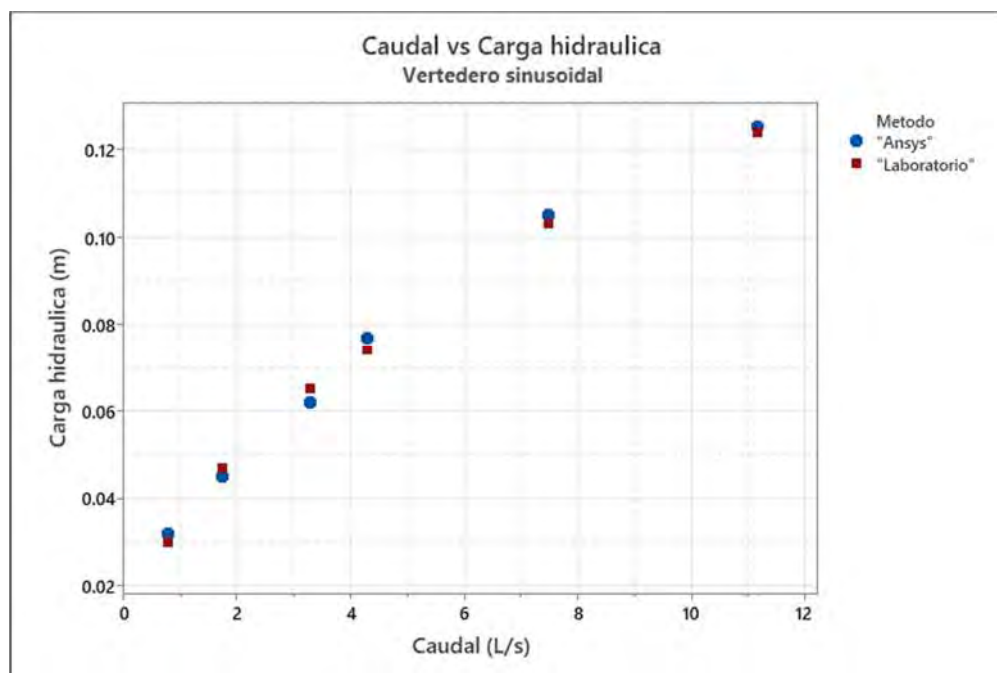
*Carga hidráulica obtenidas en laboratorio y en ANSYS R24 para el vertedero sinusoidal*

Medición	Caudal [L/s]	Carga hidráulica obtenida del ANSYS R24 ( $h_{ANSYS}$ ) [m]	Carga hidráulica obtenido del laboratorio ( $h_{laboratorio}$ ) [m]
1	0.7848	0.032	0.030
2	1.7482	0.045	0.047
3	3.2909	0.062	0.065
4	4.2975	0.077	0.074
5	7.4759	0.105	0.103
6	11.1498	0.125	0.124

A partir de estos datos, es posible generar una gráfica de carga hidráulica vs. caudal.

Figura 75.

*Caudal vs carga hidráulica obtenidos de laboratorio y ANSYS R24 para el vertedero sinusoidal.*



Para evaluar la precisión de los resultados obtenidos mediante las simulaciones en ANSYS ( $h_{ANSYS}$ ) en comparación con los datos obtenidos en laboratorio ( $h_{laboratorio}$ ), se realizó un análisis de error utilizando diversas métricas estadísticas, tales como error relativo promedio

y error absoluto promedio y la prueba de Bland-Altman, el cual es un método estadístico que nos permite comparar dos técnicas de medición.

En la siguiente tabla se muestra el desarrollo para el cálculo de error absoluto promedio y error relativo promedio.

**Tabla 19**

Análisis del error absoluto promedio y error porcentual promedio de las cargas hidráulicas obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero sinusoidal

Medición	Caudal	$h_{ANSYS}$	$h_{laboratorio}$	Error ( $e_i$ )	Error absoluto	Error promedio
	[L/s]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[--]
1	0.7848	3.20	3.00	-0.20	0.20	6.67%
2	1.7482	4.50	4.70	0.20	0.20	4.26%
3	3.2909	6.20	6.50	0.30	0.30	4.62%
4	4.2975	7.70	7.40	-0.30	0.30	4.05%
5	7.4759	10.50	10.30	-0.20	0.20	1.94%
6	11.1498	12.50	12.40	-0.10	0.10	0.81%
Promedio					0.22	3.72%

La prueba de Bland-Altman es una herramienta estadística que permite comparar los resultados obtenidos en laboratorio con aquellos generados mediante simulación numérica en ANSYS. A través de él se determina el sesgo promedio ( $d$ ), que refleja si uno de los métodos tiende a sobrestimar o subestimar sistemáticamente al otro, y los límites de concordancia, que indican el rango dentro del cual se espera que se encuentren la mayoría de las diferencias. De esta manera, no solo se cuantifica la magnitud de las discrepancias, sino que también se obtiene una interpretación física de qué tan cercanas y confiables son las cargas hidráulicas simuladas frente a las medidas en laboratorio, lo cual resulta esencial para validar la pertinencia del modelo numérico empleado en la presente tesis.

**Tabla 20**

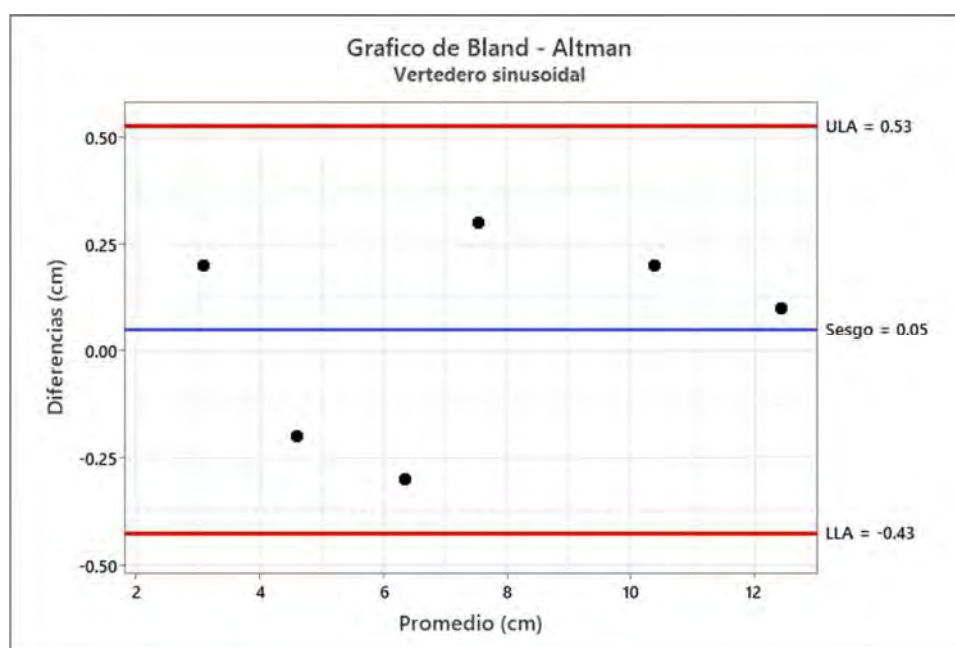
Prueba de Bland-Altman para los datos de carga hidráulica obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero sinusoidal

Medición	Caudal [L/s]	$h_{ANSYS}$ [cm]	$h_{laboratorio}$ [cm]	Diferencia ( $d_i$ ) [cm]	Promedio ( $m_i$ ) [cm]	Sesgo d [cm]	Desviación estándar de las diferencias ( $S_{d_i}$ ) [cm]
1	0.7848	3.20	3.00	0.20	3.10		
2	1.7482	4.50	4.70	-0.20	4.60		
3	3.2909	6.20	6.50	-0.30	6.35		
4	4.2975	7.70	7.40	0.30	7.55	0.05	0.24
5	7.4759	10.50	10.30	0.20	10.40		
6	11.1498	12.50	12.40	0.10	12.45		

Con el fin de evaluar de manera visual la concordancia entre los resultados experimentales y los obtenidos mediante ANSYS, se construyó el gráfico de Bland-Altman. Este diagrama permite observar la distribución de las diferencias entre ambos métodos respecto a su valor promedio, facilitando la identificación de posibles sesgos sistemáticos y la amplitud de la dispersión de los datos.

**Figura 76**

Gráfico de Bland – Altman para los datos de carga hidráulica obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero sinusoidal



Del análisis de errores se obtuvo un error absoluto promedio de 2.20 mm (0.22 cm) y un error porcentual promedio de 3.72%, lo que indica que las cargas hidráulicas calculadas por el modelo numérico (ANSYS) y las medidas en el laboratorio son muy semejantes y consistentes entre sí.

La prueba de Bland–Altman arrojó un sesgo de 0.05 cm, lo que implica que ANSYS tiende a sobrestimar en promedio alrededor de 0.05 cm frente al laboratorio. Los límites de concordancia resultaron  $-0.43$  cm y  $+0.53$  cm, es decir, aproximadamente  $\pm 5$  mm.

### 5.1.2 Vertedero triangular

En la Tabla 20 se presentan los valores obtenidos de la carga hidráulica ( $h$ ) en función del caudal que la genera, tanto para los datos experimentales recopilados en laboratorio como para los resultados de las simulaciones computacionales realizadas en ANSYS R24, correspondientes al vertedero triangular.

**Tabla 21.**

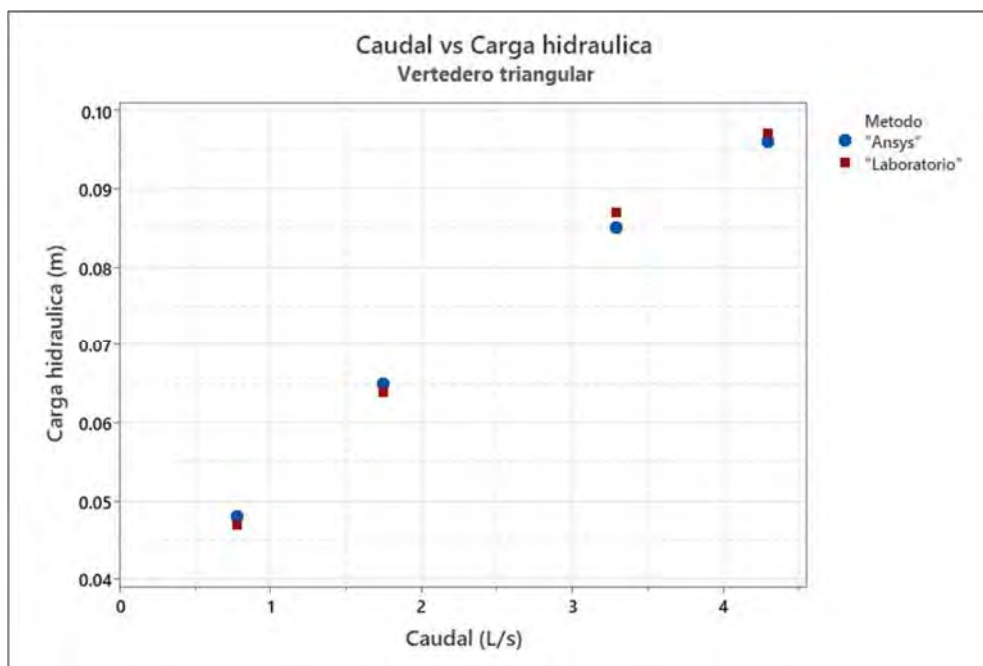
*Carga hidráulica obtenidas en laboratorio y en ANSYS R24 para el vertedero triangular*

Medición	Caudal [L/s]	Carga hidráulica obtenida del ANSYS R24 ( $h_{ANSYS}$ ) [m]	Carga hidráulica obtenido del laboratorio ( $h_{laboratorio}$ ) [m]
1	0.7848	0.0480	0.0470
2	1.7482	0.0650	0.0640
3	3.2909	0.0850	0.0870
4	4.2975	0.0960	0.0970

A partir de estos datos, es posible generar una gráfica de carga hidráulica vs. caudal.

Figura 77.

Caudal vs carga hidráulica obtenidos de laboratorio y ANSYS R24 para el vertedero triangular



Para evaluar la precisión de los resultados obtenidos mediante las simulaciones en ANSYS ( $h_{ANSYS}$ ) en comparación con los datos obtenidos en laboratorio ( $h_{laboratorio}$ ), se realizó un análisis de error utilizando diversas métricas estadísticas, tales como error relativo promedio y error absoluto promedio y la prueba de Bland-Altman.

En la siguiente tabla se muestra el desarrollo para el cálculo de error absoluto promedio y error relativo promedio.

**Tabla 22**

Análisis del error absoluto promedio y error porcentual promedio de las cargas hidráulicas obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero triangular

Medición	Caudal [L/s]	$h_{ANSYS}$ [cm]	$h_{laboratorio}$ [cm]	Error ( $e_i$ ) [cm]	Error absoluto [cm]	Error promedio [--]
1	0.7848	4.80	4.70	-0.10	0.10	2.13%
2	1.7482	6.50	6.40	-0.10	0.10	1.56%
3	3.2909	8.50	8.70	0.20	0.20	2.30%
4	4.2975	9.60	9.70	0.10	0.10	1.03%
Promedio					0.13	1.75%

De la prueba de Bland-Altman se determinó el sesgo promedio ( $d$ ) y los límites de concordancia, los cuales se muestran en la siguiente tabla.

**Tabla 23**

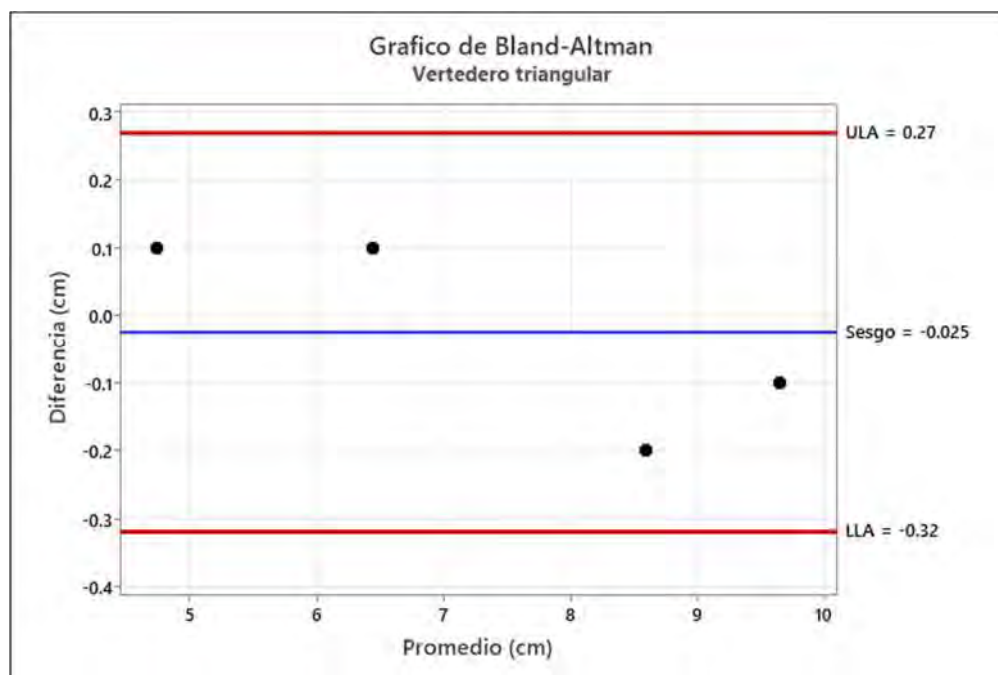
Prueba de Bland-Altman para los datos de carga hidráulica obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero triangular

Medición	Caudal [L/s]	$h_{ANSYS}$ [cm]	$h_{laboratorio}$ [cm]	Diferencia ( $d_i$ ) [cm]	Promedio ( $m_i$ ) [cm]	Sesgo $d$ [cm]	Desviación estándar de las diferencias ( $S_{di}$ ) [cm]
1	0.7848	4.80	4.70	0.10	4.75		
2	1.7482	6.50	6.40	0.10	6.45		
3	3.2909	8.50	8.70	-0.20	8.60	-0.03	0.15
4	4.2975	9.60	9.70	-0.10	9.65		

En la siguiente imagen se muestra el gráfico de Bland-Altman, el cual nos permite observar la distribución de las diferencias entre ambos métodos respecto a su valor promedio.

**Figura 78**

Gráfico de Bland – Altman para los datos de carga hidráulica obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero triangular



Del análisis desarrollado, se obtuvo un error absoluto promedio de 0.13 cm y un error relativo promedio de 1.75 %, lo que confirma una buena correspondencia entre los datos experimentales y los obtenidos en ANSYS. El sesgo fue de -0.025 cm, indicando una ligera subestimación del modelo respecto al laboratorio. Los límites de concordancia se ubicaron entre -0.32 cm y +0.27 cm, es decir, alrededor de  $\pm 3$  mm.

### 5.1.3 Vertedero rectangular

En la Tabla 23 se presentan los valores obtenidos de la carga hidráulica ( $h$ ) en función del caudal que la genera, tanto para los datos experimentales recopilados en laboratorio como para los resultados de las simulaciones computacionales realizadas en ANSYS R24, correspondientes al vertedero rectangular.

**Tabla 24.**

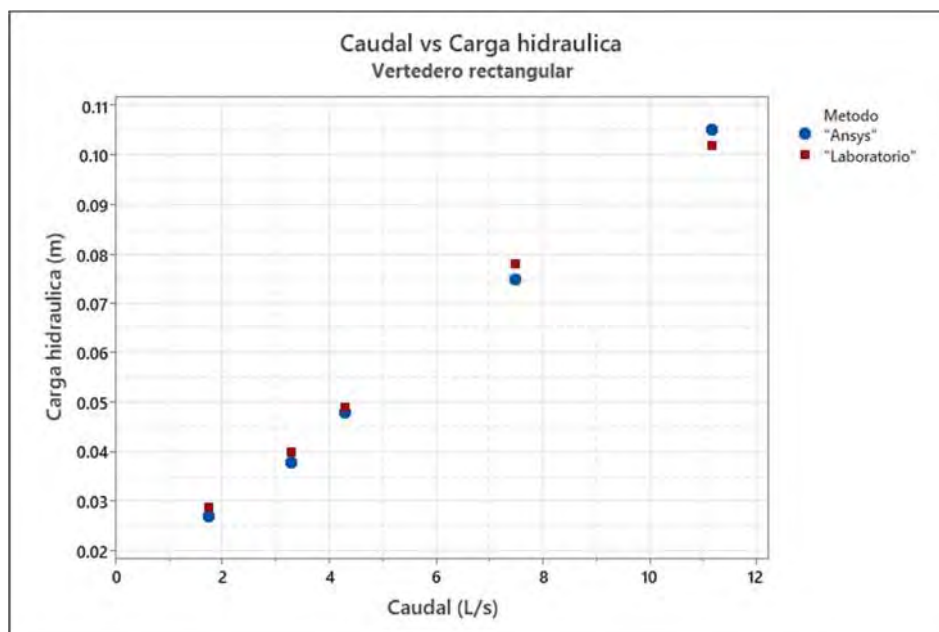
*Carga hidráulica obtenidas en laboratorio y en ANSYS R24 para el vertedero rectangular*

Medición	Caudal [L/s]	Carga hidráulica obtenida del ANSYS R24 ( $h_{ANSYS}$ )	Carga hidráulica obtenido del laboratorio ( $h_{laboratorio}$ )
		[m]	[m]
2	1.7482	0.027	0.029
3	3.2909	0.038	0.040
4	4.2975	0.048	0.049
5	7.4759	0.075	0.078
6	11.1498	0.105	0.102

A partir de estos datos, es posible generar una gráfica de carga hidráulica vs. caudal.

Figura 79.

Caudal vs carga hidráulica obtenidos de laboratorio y ANSYS R24 para el vertedero rectangular



Para evaluar la precisión de los resultados obtenidos mediante las simulaciones en ANSYS ( $h_{ANSYS}$ ) en comparación con los datos obtenidos en laboratorio ( $h_{laboratorio}$ ), se realizó un análisis de error utilizando diversas métricas estadísticas, tales como error relativo promedio y error absoluto promedio y la prueba de Bland-Altman.

En la siguiente tabla se muestra el desarrollo para el cálculo de error absoluto promedio y error relativo promedio.

Tabla 25

Análisis del error absoluto promedio y error porcentual promedio de las cargas hidráulicas obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero rectangular

Medición	Caudal [L/s]	$h_{ANSYS}$ [cm]	$h_{laboratorio}$ [cm]	Error ( $e_i$ ) [cm]	Error absoluto [cm]	Error promedio [--]
2	1.7482	2.70	2.90	0.20	0.20	6.90%
3	3.2909	3.80	4.00	0.20	0.20	5.00%
4	4.2975	4.80	4.90	0.10	0.10	2.04%
5	7.4759	7.50	7.80	0.30	0.30	3.85%
6	11.1498	10.50	10.20	-0.30	0.30	2.94%
Promedio					0.22	4.14%

De la prueba de Bland-Altman se determinó el sesgo promedio ( $d$ ) y los límites de concordancia, los cuales se muestran en la siguiente tabla.

**Tabla 26**

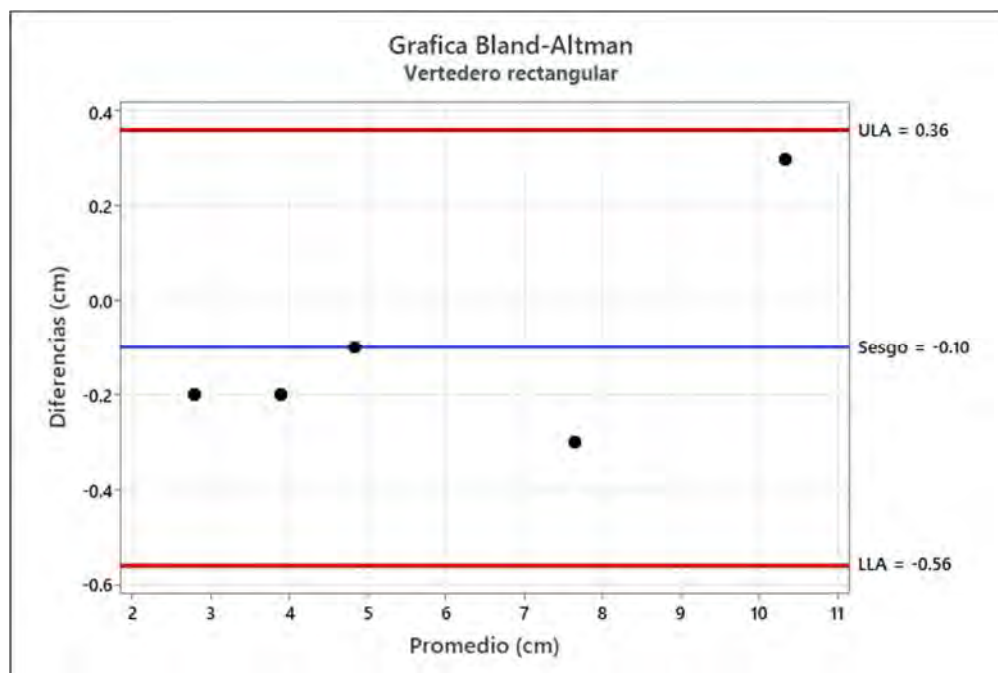
*Prueba de Bland-Altman para los datos de carga hidráulica obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero rectangular*

Medición	Caudal [L/s]	$h_{ANSYS}$ [cm]	$h_{laboratorio}$ [cm]	Diferencia ( $d_i$ ) [cm]	Promedio ( $m_i$ ) [cm]	Sesgo $d$ [cm]	Desviación estándar de las diferencias ( $S_{di}$ ) [cm]
2	1.7482	2.70	2.90	-0.20	2.80		
3	3.2909	3.80	4.00	-0.20	3.90		
4	4.2975	4.80	4.90	-0.10	4.85	-0.10	0.23
5	7.4759	7.50	7.80	-0.30	7.65		
6	11.1498	10.50	10.20	0.30	10.35		

En la siguiente imagen se muestra el gráfico de Bland-Altman, el cual nos permite observar la distribución de las diferencias entre ambos métodos respecto a su valor promedio.

**Figura 80**

Gráfico de Bland – Altman para los datos de carga hidráulica obtenidas en laboratorio y ANSYS, para el vertedero rectangular



Del análisis desarrollado, se obtuvo un error absoluto promedio de 0.22 cm y un error relativo promedio de 4.14 %, lo que confirma una buena correspondencia entre los datos experimentales y los obtenidos en ANSYS. El sesgo fue de -0.10 cm, indicando una ligera subestimación del modelo respecto al laboratorio. Los límites de concordancia se ubicaron entre -0.56 cm y +0.36 cm, es decir, alrededor de  $\pm 5$  mm.

## 5.2 Coeficientes de descarga del vertedero sinusoidal de pared delgada

Los coeficientes de descarga fueron determinados para cada una de las muestras analizadas, considerando un total de 10 caudales diferentes en cada muestra. Para facilitar su comparación y análisis, se evaluaron en función del cociente entre la carga hidráulica generada por cada caudal y la variable "a". Este procedimiento permitió establecer una escala uniforme para todas las muestras, evitando inconsistencias en la interpretación de los resultados.

El análisis completo para la obtención de los coeficientes de descarga, a partir de las simulaciones computacionales realizadas en ANSYS R24 para cada una de las muestras, se encuentra detallado en los anexos de este trabajo. A continuación, se presenta únicamente un resumen de los coeficientes de descarga obtenidos, con el fin de facilitar la interpretación y discusión de los resultados más relevantes.

**Tabla 27**

Valores del coeficiente de descarga obtenidas para las 14 geometrías

Ensayo	Geometrías									
	1		2		3		4		5	
N°	[h/a]	[Cd]	[h/a]	[Cd]	[h/a]	[Cd]	[h/a]	[Cd]	[h/a]	[Cd]
1	0.48	0.964	0.51	0.864	0.48	0.964	0.51	0.845	0.49	0.912
2	0.74	0.798	0.76	0.756	0.74	0.798	0.78	0.725	0.73	0.813
3	0.90	0.803	0.93	0.745	0.90	0.803	0.94	0.741	0.86	0.881
4	1.04	0.796	1.05	0.775	1.04	0.796	1.09	0.725	1.04	0.796
5	1.16	0.794	1.21	0.724	1.17	0.780	1.21	0.730	1.21	0.732
6	1.26	0.803	1.29	0.760	1.27	0.790	1.32	0.729	1.29	0.769
7	1.38	0.775	1.40	0.752	1.38	0.775	1.42	0.726	1.37	0.783
8	1.46	0.787	1.52	0.723	1.48	0.765	1.50	0.739	1.45	0.795
9	1.54	0.791	1.57	0.756	1.55	0.780	1.61	0.722	1.58	0.749
10	1.64	0.769	1.71	0.706	1.66	0.750	1.68	0.731	1.65	0.763

Tabla 26 continuación

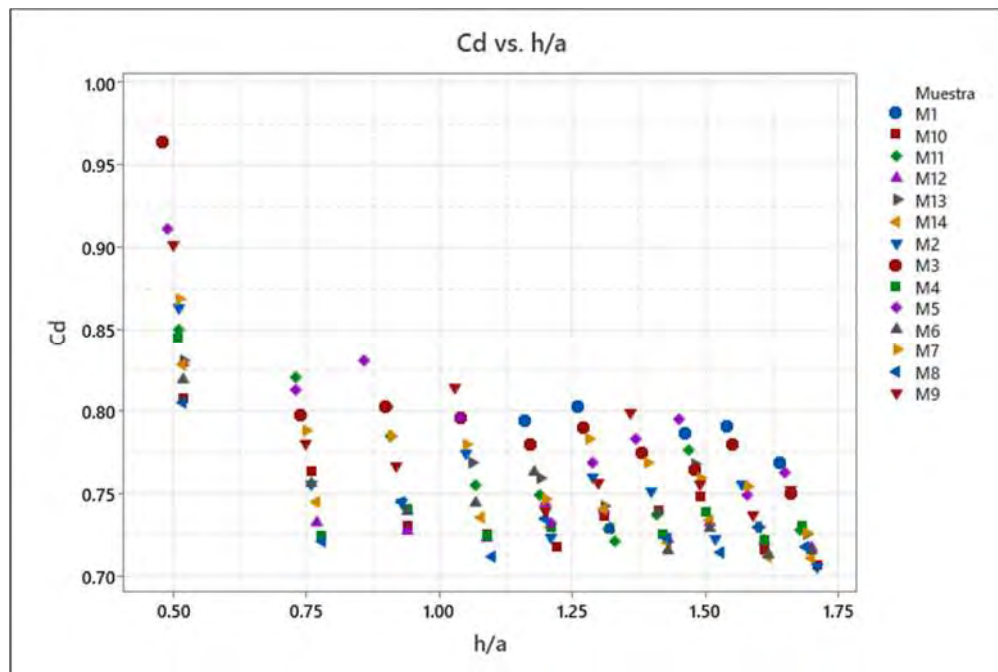
Ensayo	Geometrías									
	6		7		8		9		10	
N°	[h/a]	[Cd]	[h/a]	[Cd]	[h/a]	[Cd]	[h/a]	[Cd]	[h/a]	[Cd]
1	0.52	0.819	0.51	0.869	0.52	0.805	0.50	0.902	0.52	0.808
2	0.76	0.756	0.75	0.788	0.78	0.721	0.75	0.781	0.76	0.764
3	0.94	0.739	0.91	0.785	0.93	0.745	0.92	0.767	0.94	0.731
4	1.07	0.744	1.05	0.780	1.10	0.712	1.03	0.815	1.09	0.726
5	1.18	0.763	1.20	0.747	1.20	0.735	1.20	0.740	1.22	0.718
6	1.32	0.729	1.28	0.783	1.32	0.729	1.30	0.757	1.31	0.737
7	1.43	0.715	1.39	0.769	1.43	0.723	1.36	0.799	1.41	0.740
8	1.51	0.729	1.49	0.759	1.53	0.714	1.49	0.756	1.49	0.749
9	1.62	0.713	1.58	0.754	1.60	0.730	1.59	0.737	1.61	0.716
10	1.70	0.715	1.69	0.726	1.69	0.718	1.66	0.753	1.71	0.707

Tabla 26 continuación

Ensayo	Geometrías							
	11		12		13		14	
N°	[h/a]	[Cd]	[h/a]	[Cd]	[h/a]	[Cd]	[h/a]	[Cd]
1	0.45	0.950	0.52	0.829	0.47	0.988	0.52	0.828
2	0.73	0.821	0.77	0.732	0.74	0.798	0.77	0.745
3	0.91	0.785	0.94	0.727	0.90	0.803	0.94	0.741
4	1.07	0.755	1.09	0.723	1.06	0.769	1.08	0.736
5	1.19	0.749	1.20	0.744	1.19	0.759	1.21	0.730
6	1.33	0.721	1.31	0.740	1.31	0.742	1.31	0.741
7	1.41	0.737	1.43	0.722	1.41	0.739	1.43	0.720
8	1.47	0.776	1.51	0.732	1.48	0.768	1.51	0.734
9	1.60	0.730	1.61	0.721	1.60	0.730	1.62	0.712
10	1.68	0.728	1.70	0.717	1.69	0.725	1.70	0.711

Figura 81

Gráfico de dispersión de los valores del coeficiente de descarga vs la relación  $h/a$



Tal como se aprecia en el gráfico de dispersión, los datos presentan un comportamiento que responde a una función, es decir, siguen una tendencia lógica. Para modelar este comportamiento se realizó un proceso de regresión no lineal con el propósito de obtener una expresión matemática que permita calcular el coeficiente de descarga ( $C_d$ ) para una gama de valores de la relación  $h/a$  comprendida entre 0.48 y 1.70, de acuerdo con lo observado en el gráfico. Esta regresión no lineal se realiza utilizando el método de Gauss-Newton, un enfoque iterativo y robusto para resolver problemas de ajuste de curvas no lineales. El uso de este enfoque permitirá obtener una formulación precisa del coeficiente de descarga en función de  $h/a$ , lo cual será fundamental para futuras predicciones.

La expresión obtenida mediante la regresión no lineal utilizando el método de Gauss-Newton es la siguiente:

$$C_d = 0.684174 \cdot e^{\frac{0.113179}{h/a}} \quad (43)$$

Para evaluar el grado de ajuste de la ecuación de regresión no lineal, obtenida mediante el método de Gauss-Newton, se calcularon la desviación estándar, el error absoluto promedio

y el error porcentual promedio. Este procedimiento se aplicó considerando un total de 140 datos; sin embargo, por motivos de presentación, en la siguiente tabla se muestra únicamente un resumen de los resultados.

**Tabla 28**

Cálculo del error absoluto y porcentual de la ecuación de regresión de coeficiente de descarga

Numero de datos (n)	Error relativo promedio	Error absoluto promedio
140	0.024	3.06%

Para determinar la desviación estándar, primero se calcula la suma de los residuos al cuadrado (SSE). Posteriormente, se obtienen los grados de libertad del error (DFE), definidos como la diferencia entre el número total de datos n y el número de parámetros k de la ecuación. A partir de ello, se determina el cuadrado medio del error (MSE), también denominado varianza, mediante la relación  $MSE=SSE/DFE$ . Todos estos cálculos se resumen en la siguiente tabla.

**Tabla 29**

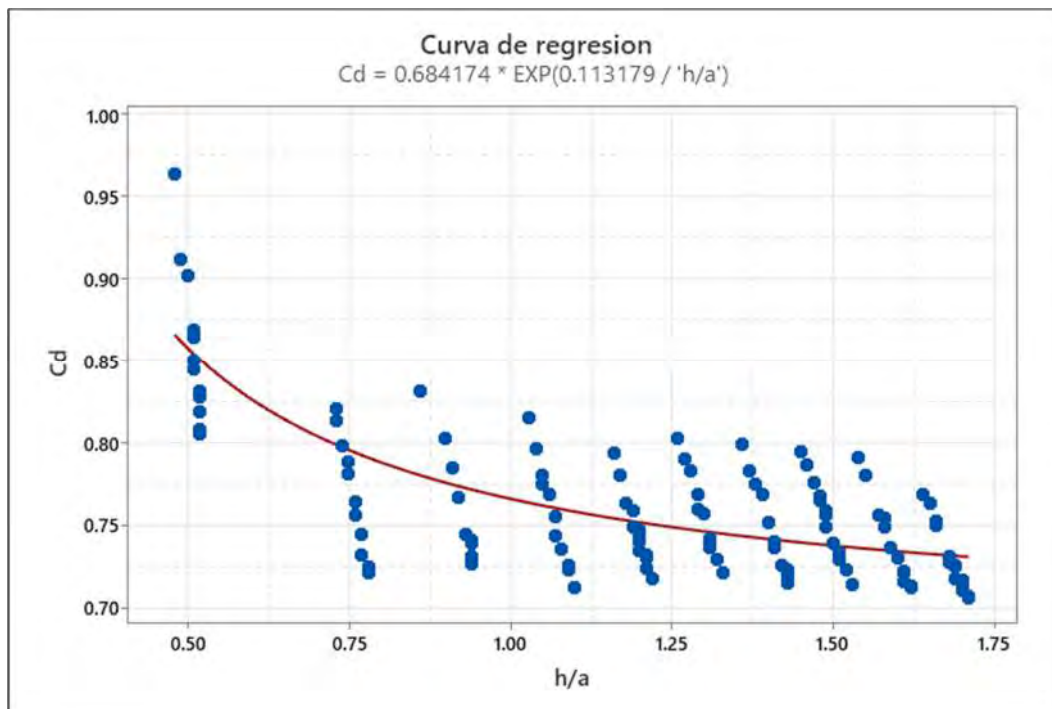
Análisis del ajuste de la ecuación de regresión de coeficiente de descarga

Suma de los residuos al cuadrado (SSE)	Numero de datos (n)	Numero de parámetros de la ecuación (k)	Grados de libertad del error (DFE)	Cuadrado medio del error (MSE)	Desviación estándar (s)
1.23E-01	140.00	2.00	138.00	8.29E-04	0.0299

Como se aprecia, el modelo presenta un error porcentual promedio del 3.06% y una desviación estándar de 0.0299, lo que indica un ajuste estadístico aceptable respecto a los datos generados. La representación gráfica de la curva ajustada se muestra en la Figura 82.

Figura 82

Curva de regresión del coeficiente de descarga



Los coeficientes presentados son aplicables estrictamente bajo las condiciones de frontera utilizadas en la simulación numérica:

- ❖  $0.48 \leq h/a \leq 1.70$
- ❖  $0.20m \leq B \leq 1.50m$
- ❖  $W \geq 2 * a$
- ❖ El producto de  $a$  y  $c$  debe ser estrictamente igual a  $0.5 * \pi$ .
- ❖ El ancho del canal de acceso debe ser igual al ancho del vertedero ( $B$ ).
- ❖ La pendiente del canal de acceso es de 0.00%.

Cabe mencionar que las simulaciones computacionales se llevaron a cabo bajo condiciones controladas y específicas. Se utilizó agua a una temperatura constante de 12°C, lo que corresponde a una densidad de 999.58 kg/m<sup>3</sup> y una viscosidad dinámica de 0.001236 kg/m\*s. Además, las condiciones atmosféricas consideradas en las simulaciones fueron las correspondientes al nivel del mar, con una presión atmosférica estándar de 101.325 kPa. Estas condiciones permitieron garantizar la reproducibilidad y confiabilidad de los resultados obtenidos, asegurando que los datos fueran consistentes y comparables.

### 5.3 Evaluación de la precisión en el aforo de caudales: vertederos sinusoidal, rectangular y triangular

Con los resultados obtenidos en la primera etapa experimental, se llevará a cabo una comparación del desempeño de los distintos tipos de vertederos analizados (sinusoidal, rectangular y triangular). Para unificar criterios a lo largo de este análisis, se define como caudal real a aquel valor medido directamente en el laboratorio mediante el uso del velocímetro; por su parte, el caudal calculado será aquel que proviene del uso de las fórmulas teóricas propias de cada vertedero, utilizando para ello la carga hidráulica registrada. El objetivo de esta comparación es evaluar la precisión y confiabilidad de cada diseño para determinar cuál de ellos presenta una mayor aproximación al caudal real en condiciones de operación específicas.

Durante la fase de laboratorio, los tres vertederos fueron sometidos a seis caudales diferentes. Sin embargo, el comportamiento del flujo obligó a descartar ciertas mediciones para garantizar la validez del aforo. En el caso de los vertederos sinusoidal y rectangular, solo fue posible registrar mediciones válidas para cinco de los caudales, excluyendo el primero (el más bajo). Esto se debió a que la lámina vertiente no logró airearse y se adhirió a la pared del vertedero, impidiendo su funcionamiento adecuado como estructura de aforo. Por su parte, el vertedero triangular midió correctamente solo cuatro caudales; excluyendo los dos últimos, el quinto y el sexto caudal debieron ser descartados porque el nivel del agua sobrepasó la altura geométrica del vertedero, pasando a comportarse como un vertedero combinado (triangular-rectangular). En consecuencia, para garantizar una evaluación equitativa e imparcial, la comparación estadística para determinar el diseño más preciso se realizará exclusivamente con los tres caudales que pudieron ser aforados de manera simultánea y correcta por los tres vertederos.

Para el cálculo de los caudales calculados por cada vertedero, se utilizarán las fórmulas teóricas correspondientes, las cuales han sido detalladas en el marco teórico de esta investigación. En el caso del vertedero rectangular y triangular, se aplicarán las ecuaciones clásicas ampliamente validadas en la literatura. Para el vertedero sinusoidal, se emplearán las fórmulas despejadas y ajustadas previamente.

Es importante destacar que las fórmulas utilizadas deben ser consistentes con las condiciones experimentales bajo las cuales se midió el caudal real. Entre estas condiciones se

incluyen: la velocidad de acceso del flujo, la contracción del chorro, la altura de la cresta del vertedero, el ancho del canal de acceso, así como otros parámetros hidráulicos relevantes. Estas consideraciones son fundamentales para garantizar que los cálculos teóricos reflejen de manera precisa las condiciones reales del flujo y, por lo tanto, permitan una comparación válida y confiable entre los caudales calculados y el caudal real.

La validación de los resultados se fundamentará en un análisis estadístico integral que incorpora el Error Absoluto Medio, el Error Relativo Medio y el método de Bland-Altman. El propósito de este enfoque multidimensional es evaluar el desempeño del vertedero bajo dos criterios independientes: su precisión instrumental, entendida como la consistencia y estabilidad de las mediciones para descartar sesgos sistemáticos (evaluada mediante los límites de concordancia de Bland-Altman), y su precisión estimacional, interpretada como la capacidad del modelo matemático para acercarse al valor verdadero del caudal (cuantificada por la magnitud del error relativo promedio). De este modo, se garantiza que la elección del vertedero más preciso no solo minimice la dispersión de los datos, sino que maximice la fidelidad respecto a los caudales reales.

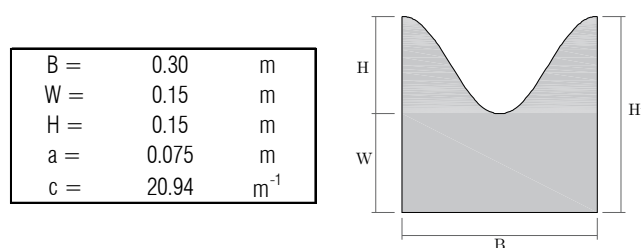
### 5.3.1 Vertedero sinusoidal

Para determinar el caudal calculado por el vertedero senoide se utilizarán las fórmulas desarrolladas y determinadas anteriormente en el numeral 4.1 y 5.2 del presente trabajo de investigación.

El vertedero sinusoidal utilizado para esta validación es la que se utilizó para la primera y segunda etapa experimental. Sus características geométricas se muestran en la siguiente figura.

**Figura 83.**

*Características geométricas del vertedero sinusoidal*



Los caudales calculados a través del vertedero sinusoidal, correspondientes a las alturas de agua registradas en laboratorio, fueron determinados mediante las fórmulas desarrolladas en el presente trabajo de investigación (específicamente las ecuaciones 41, 42 y 43). El cálculo de dichos caudales, asociado a cada carga hidráulica obtenidas de laboratorio, se presenta en la tabla siguiente.

**Tabla 30**

Cálculo del caudal calculado en el vertedero sinusoidal

Medición	Altura de agua ha [m]	Carga hidráulica h [m]	h/a [--]	$\psi$ [--]	Coefficiente de descarga Cd [--]	Caudal calculado Qc [Lt/s]
1	0.197	0.047	0.627	0.2244	0.820	1.5976
2	0.215	0.065	0.867	0.4348	0.780	2.9452
3	0.224	0.074	0.987	0.5672	0.767	3.7810

Con el propósito de evaluar la precisión estimacional del vertedero sinusoidal, se procedió en primera instancia al cálculo del error absoluto correspondiente a cada medición. A partir de dichos valores, se determinó posteriormente el error relativo de cada registro, lo que permitió establecer el error relativo promedio. Este último constituye el principal indicador utilizado para valorar la precisión estimacional del vertedero.

**Tabla 31.**

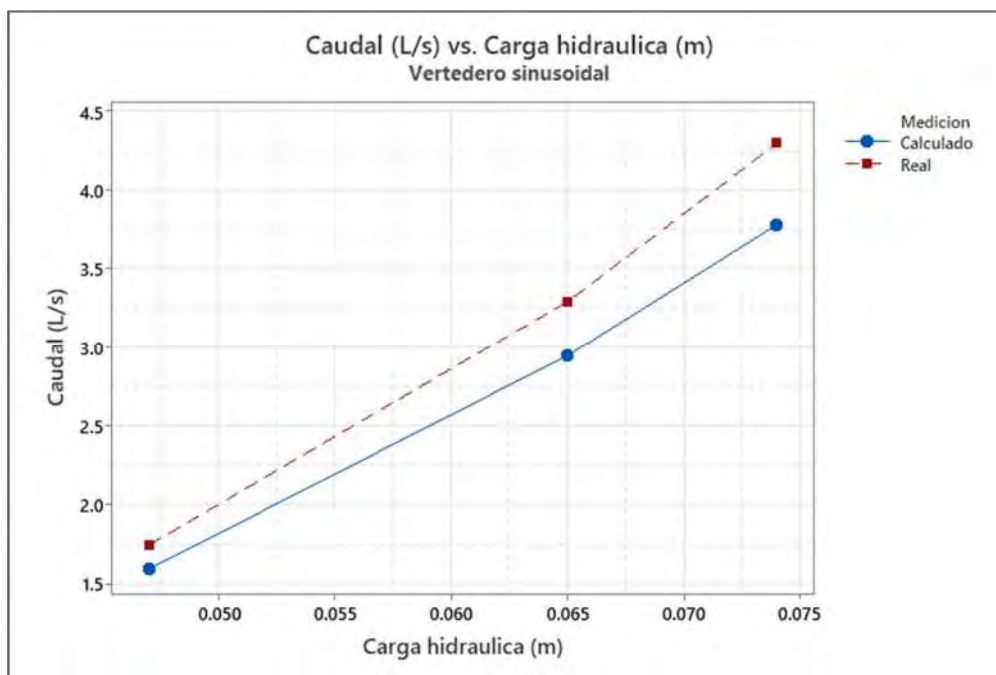
*Análisis de errores entre el caudal calculado y real del vertedero sinusoidal*

Medición	Caudal real Qr [Lt/s]	Caudal calculado Qc [Lt/s]	Error absoluto [Lt/s]	Error relativo [--]	Error absoluto promedio [Lt/s]	Error relativo promedio [--]
1	1.7482	1.5976	0.1505	8.61%		
2	3.2909	2.9452	0.3458	10.51%	0.3376	10.38%
3	4.2975	3.7810	0.5165	12.02%		

A partir de los datos presentados en la tabla anterior se registró un error relativo promedio de 10.38%. Este indicador define la precisión estimacional global, señalando que la magnitud promedio del error se mantiene por debajo del 15%.

Figura 84.

Comparación de curvas de descarga: Caudal real vs calculado en función de la carga hidráulica para el vertedero sinusoidal



Para identificar si el error tiene una tendencia sistemática (sesgo) y definir sus límites de seguridad, se aplicó el método de Bland-Altman. Inicialmente, se realizó el análisis en valores absolutos (L/s).

Tabla 32

Prueba de Bland – Altman en términos absolutos para el caudal calculado por el vertedero sinusoidal y el caudal real

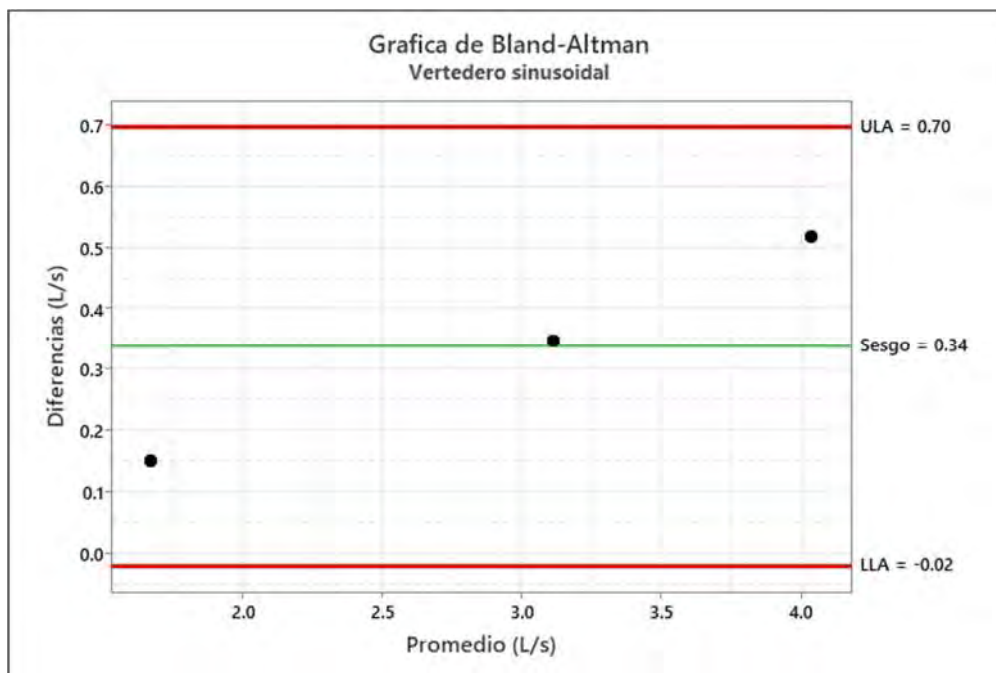
Medición	Caudal real $Q_r$ [Lt/s]	Caudal calculado $Q_c$ [Lt/s]	Diferencia ( $d_i$ ) [Lt/s]	Promedio ( $m_i$ ) [Lt/s]	Sesgo $d$ [Lt/s]	Desviación estándar de las diferencias ( $S_{d_i}$ ) [Lt/s]
1	1.7482	1.5976	-0.1505	1.6729		
2	3.2909	2.9452	-0.3458	3.1180	-0.3376	0.1831
3	4.2975	3.7810	-0.5165	4.0393		

Para evaluar visualmente la concordancia entre los caudales reales y los calculados, se construyó el gráfico de Bland-Altman. El significado físico de este diagrama radica en su

capacidad para diagnosticar el comportamiento del error: permite identificar si el instrumento tiende a sobreestimar o subestimar sistemáticamente el flujo (sesgo).

**Figura 85**

Gráfico de Bland – Altman en términos absolutos para el caudal calculado por el vertedero sinusoidal y el caudal real



Se realizó un segundo Análisis de Bland-Altman en términos relativos (%). Esto permite normalizar el sesgo y la precisión, obteniendo parámetros porcentuales aplicables a cualquier magnitud de flujo.

**Tabla 33**

*Prueba de Bland – Altman en términos relativos para el caudal calculado por el vertedero sinusoidal y el caudal real*

Medición	Caudal real $Q_r$ [L/s]	Caudal aforado $Q_a$ [L/s]	Diferencia relativa ( $d_i$ ) [--]	Promedio ( $m_i$ ) [L/s]	Sesgo porcentual $d$ [--]	Desviación estándar porcentual de las diferencias ( $S_{di}$ ) [--]
1	1.7482	1.5976	-9.00%	1.6729		
2	3.2909	2.9452	-11.09%	3.1180	-10.96%	1.90%
3	4.2975	3.7810	-12.79%	4.0393		

El análisis relativo revela dos componentes fundamentales para la calibración:

1. Sesgo Sistemático ( $d = -10.96\%$ ): El signo negativo confirma que el vertedero tiende a subestimar el caudal real en un 10.96%.
2. Desviación estándar ( $Sd = 1.90\%$ ): La cual nos permitirá determinar los límites de concordancia.

Para efectos de calibración, se utiliza el sesgo para corregir la lectura y la desviación estándar para definir los límites de confianza (95%), calculados como  $1.96 \cdot Sd$ , lo que resulta en una incertidumbre de 3.72%.

En conclusión, el caudal real ( $Q_{\text{real}}$ ) puede determinarse a partir del caudal calculado ( $Q_{\text{calc}}$ ) mediante el siguiente modelo de corrección:

$$Q_{\text{real}} = Q_{\text{calc}} + (0.1096 \cdot Q_{\text{calc}}) \pm (0.0372 \cdot Q_{\text{calc}})$$

$$Q_{\text{real}} = 1.1096 \cdot Q_{\text{calc}} \pm 0.0372 \cdot Q_{\text{calc}} \quad (44)$$

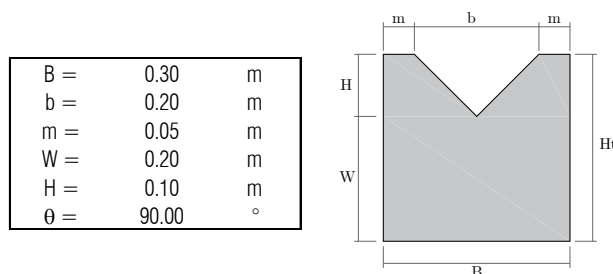
### 5.3.2 Vertedero triangular

Se evaluó la concordancia entre los caudales reales medidos y los estimados mediante tres formulaciones: Gourley-Crimp, Barr y P.U.C. Chile.

El vertedero triangular utilizado para esta validación es la que se utilizó para la primera y segunda etapa experimental. Sus características geométricas se muestran en la siguiente figura.

**Figura 86.**

*Características geométricas del vertedero triangular*



En la siguiente tabla se muestra el cálculo de los caudales calculados por vertederos triangular utilizando cada una de las fórmulas especificadas anteriormente.

**Tabla 34**

*Comparación de los caudales calculados según las distintas fórmulas teóricas vs. Caudal Real para el vertedero triangular.*

Medición	Carga	Caudal	Caudal calculado		
	hidráulica	real	Formula de	Formula de	Formula
	h	Q <sub>r</sub>	Gourley y Crimp	Barr	P.U.C. Chile
	[m]	[L/s]	[L/s]	[L/s]	[L/s]
1	0.064	1.7482	1.4854	1.4673	1.4550
2	0.087	3.2909	3.1709	3.1354	3.1051
3	0.097	4.2975	4.1486	4.1047	4.0628

De todas estas expresiones, se seleccionará aquella que proporcione valores de caudal que se aproximen de manera más precisa al caudal real medido experimentalmente, para ello se determinará el error relativo promedio y error absoluto promedio para cada una de las expresiones utilizadas.

**Tabla 35**

*Comparativa de error promedio para las fórmulas del vertedero triangular.*

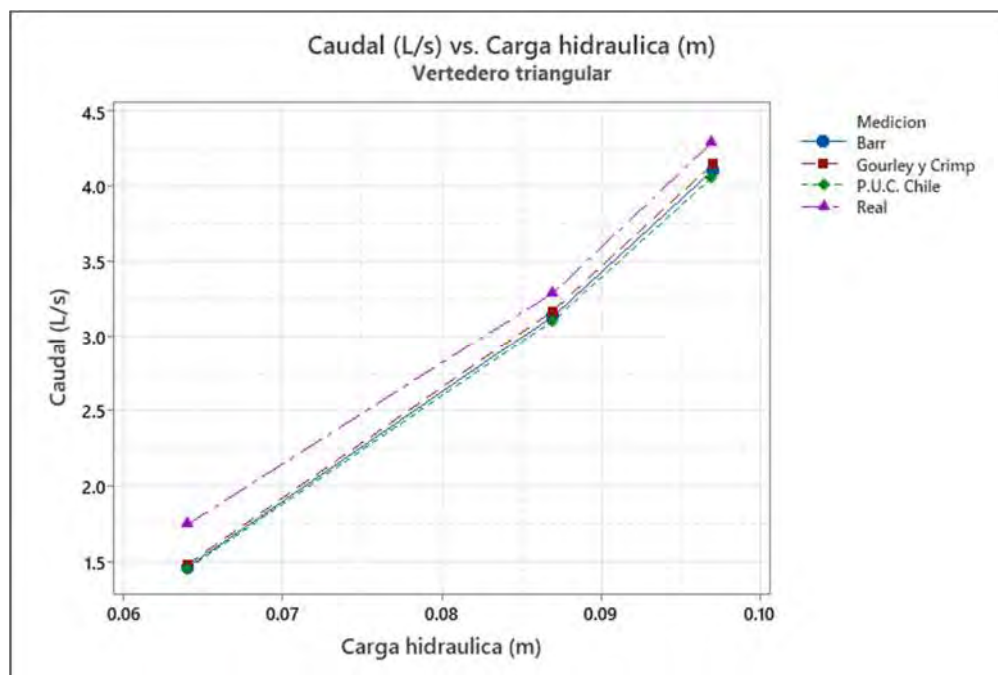
Fórmula Evaluada	Error Absoluto Prom. (L/s)	Error Relativo Prom. (%)
Gourley y Crimp	0.177	7.38%
Barr	0.210	8.43%
U. Católica Chile	0.238	9.29%

Del análisis de error se puede notar que la fórmula de Gourley y Crimp presenta un menor error relativo promedio (7.38%) y menor error absoluto promedio (0.177 L/s), es por ellos que los caudales calculados determinados por esta expresión serán las que se utilizarán para determinar la precisión del vertedero triangular.

Mediante la realización de una gráfica de caudal (Q) en función de la carga (h) para cada una de las fórmulas utilizadas en la determinación del caudal calculado por el vertedero triangular, se obtiene una representación visual que permite comparar el comportamiento de las diferentes expresiones teóricas.

Figura 87.

Comparación de curvas de descarga: Caudal real vs calculado en función de la carga hidráulica para el vertedero triangular



Para identificar si el error tiene una tendencia sistemática (sesgo) y definir sus límites de seguridad, se aplicó el método de Bland-Altman. Inicialmente, se realizó el análisis en valores absolutos (L/s).

Tabla 36

Prueba de Bland – Altman en términos absolutos para el caudal calculado por el vertedero triangular y el caudal real

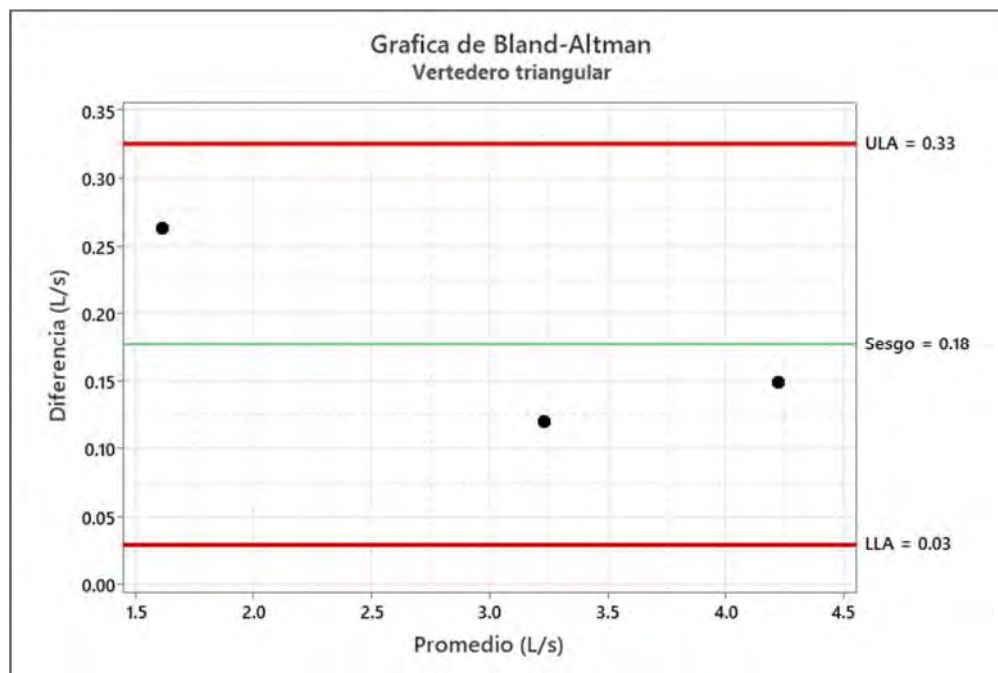
Medición	Caudal real $Q_r$ [Lt/s]	Caudal calculado $Q_c$ [Lt/s]	Diferencia ( $d_i$ ) [Lt/s]	Promedio ( $m_i$ ) [Lt/s]	Sesgo $d$ [Lt/s]	Desviación estándar de las diferencias ( $S_{di}$ ) [Lt/s]
1	1.7482	1.4854	-0.2628	1.6168		
2	3.2909	3.1709	-0.1200	3.2309	-0.1772	0.0755
3	4.2975	4.1486	-0.1489	4.2230		

Para evaluar visualmente la concordancia entre los caudales reales y los calculados, se construyó el gráfico de Bland-Altman. El significado físico de este diagrama radica en su

capacidad para diagnosticar el comportamiento del error: permite identificar si el instrumento tiende a sobreestimar o subestimar sistemáticamente el flujo (sesgo).

**Figura 88**

Gráfico de Bland – Altman en términos absolutos para el caudal calculado por el vertedero triangular y el caudal real



Se procedió a realizar un Segundo Análisis de Bland-Altman en términos relativos (%). Esto permite normalizar el sesgo y la precisión, obteniendo parámetros porcentuales aplicables a cualquier magnitud de flujo.

**Tabla 37**

*Prueba de Bland – Altman en términos relativos para el caudal calculado por el vertedero triangular y el caudal real*

Medición	Caudal real $Q_r$ [L/s]	Caudal calculado $Q_c$ [L/s]	Diferencia relativa ( $d_i$ ) [--]	Promedio ( $m_i$ ) [L/s]	Sesgo porcentual $d$ [--]	Desviación estándar porcentual de las diferencias ( $S_{d_i}$ ) [--]
1	1.7482	1.4854	-16.25%	1.6168		
2	3.2909	3.1709	-3.71%	3.2309	-7.83%	7.29%
3	4.2975	4.1486	-3.53%	4.2230		

El análisis relativo revela dos componentes fundamentales para la calibración:

1. Sesgo Sistemático ( $d = -7.83\%$ ): El signo negativo confirma que el vertedero tiende a subestimar el caudal real en un 7.83%.
2. Desviación estándar ( $Sd = 7.29\%$ ): La cual nos permitirá determinar los límites de concordancia.

Para efectos de calibración, se utiliza el sesgo para corregir la lectura y la desviación estándar para definir los límites de confianza (95%), calculados como  $1.96 \cdot Sd$ , lo que resulta en una incertidumbre de 14.29%.

En conclusión, el caudal real ( $Q_{\text{real}}$ ) puede determinarse a partir del caudal calculado ( $Q_{\text{calc}}$ ) mediante el siguiente modelo de corrección:

$$Q_{\text{real}} = Q_{\text{calc}} + (0.0783 \cdot Q_{\text{calc}}) \pm (0.1429 \cdot Q_{\text{calc}})$$

$$Q_{\text{real}} = 1.0783 \cdot Q_{\text{calc}} \pm 0.1429 \cdot Q_{\text{calc}} \quad (45)$$

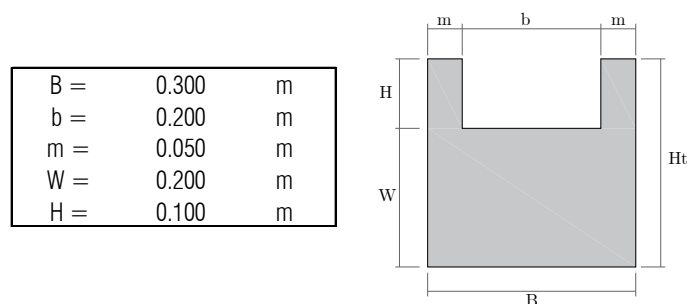
### 5.3.3 Vertedero rectangular

Se evaluó la concordancia entre los caudales reales medidos y los estimados mediante cuatro formulaciones: Francis, Bazin modificado por Hégly, Sociedad Suiza de Ingeniero y Arquitectos y Kindsvater - Carter.

El vertedero rectangular utilizado para esta validación es la que se utilizó para la primera y segunda etapa experimental. Sus características geométricas se muestran en la siguiente figura.

**Figura 89.**

*Características geométricas del vertedero rectangular*



En la siguiente tabla se muestra el cálculo de los caudales calculados por vertederos rectangular utilizando cada una de las fórmulas especificadas anteriormente.

**Tabla 38**

Comparación de caudales calculados según las distintas fórmulas teóricas vs. Caudal Real para el vertedero rectangular.

Medición	Carga hidráulica	Caudal real	Caudal calculado			
	h	Qr	Formula de Francis	Formula de Bazin mod. Hégly	Formula de la Soc. Suiza de Ing. y Arq.	Formula Kindsvater - Carter
	[m]	[L/s]	[L/s]	[L/s]	[L/s]	[L/s]
1	0.229	1.7482	1.7647	2.144	1.962	1.847
2	0.24	3.2909	2.8262	3.300	3.096	2.976
3	0.249	4.2975	3.7960	4.366	4.150	4.041

De todas estas expresiones, se seleccionará aquella que proporcione valores de caudal que se aproximen de manera más precisa al caudal real medido experimentalmente, para ello se determinar el error relativo promedio y error absoluto promedio para cada una de las expresiones utilizadas.

**Tabla 39**

*Comparativa de error promedio para las fórmulas del vertedero rectangular.*

Fórmula Evaluada	Error Absoluto Prom. (L/s)	Error Relativo Prom. (%)
Francis	0.328	8.91%
Bazin modificado por Hégly	0.158	8.17%
Sociedad Suiza de ingeniero y arquitectos	0.185	7.19%
Kindsvater - Carter	0.223	7.06%

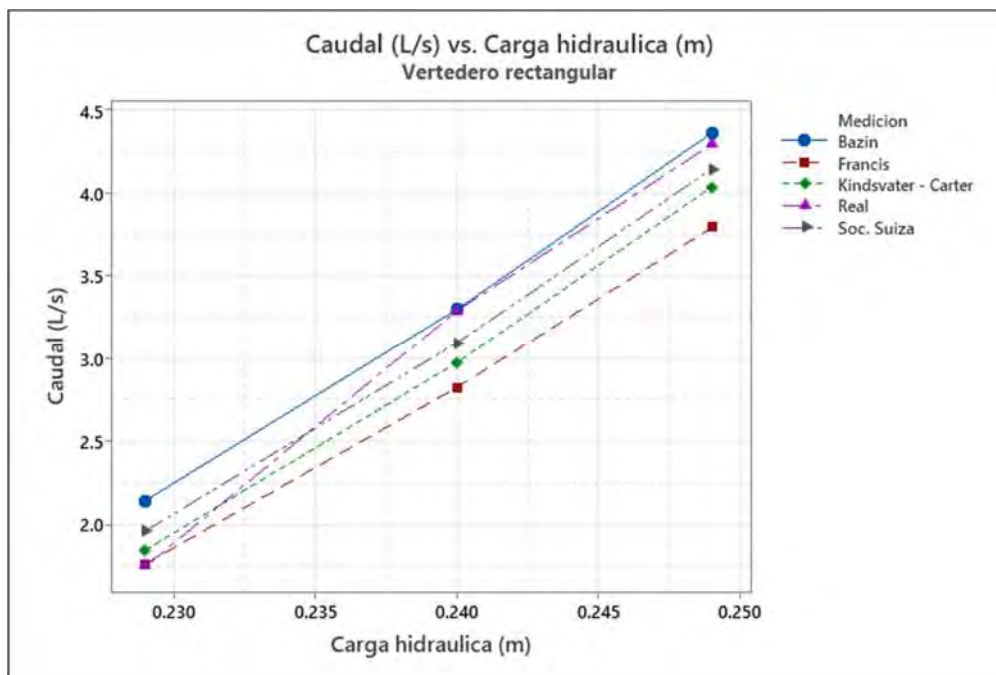
Del análisis de error se puede notar que la fórmula de Kindsvater - Carter presenta un menor error relativo promedio (7.06%) y menor error absoluto promedio (0.223 L/s), es por ellos que los caudales calculados determinados por esta expresión serán las que se utilizarán para determinar la precisión del vertedero rectangular.

Mediante la realización de una gráfica de caudal (Q) en función de la carga (h) para cada una de las fórmulas utilizadas en la determinación del caudal calculados por el vertedero

rectangular, se obtiene una representación visual que permite comparar el comportamiento de las diferentes expresiones teóricas.

**Figura 90.**

*Comparación de curvas de descarga: Caudal real vs calculado en función de la carga hidráulica para el vertedero rectangular*



Para evaluar visualmente la concordancia entre los caudales reales y los calculados, se construyó el gráfico de Bland-Altman. El significado físico de este diagrama radica en su capacidad para diagnosticar el comportamiento del error: permite identificar si el instrumento tiende a sobreestimar o subestimar sistemáticamente el flujo (sesgo).

**Tabla 40**

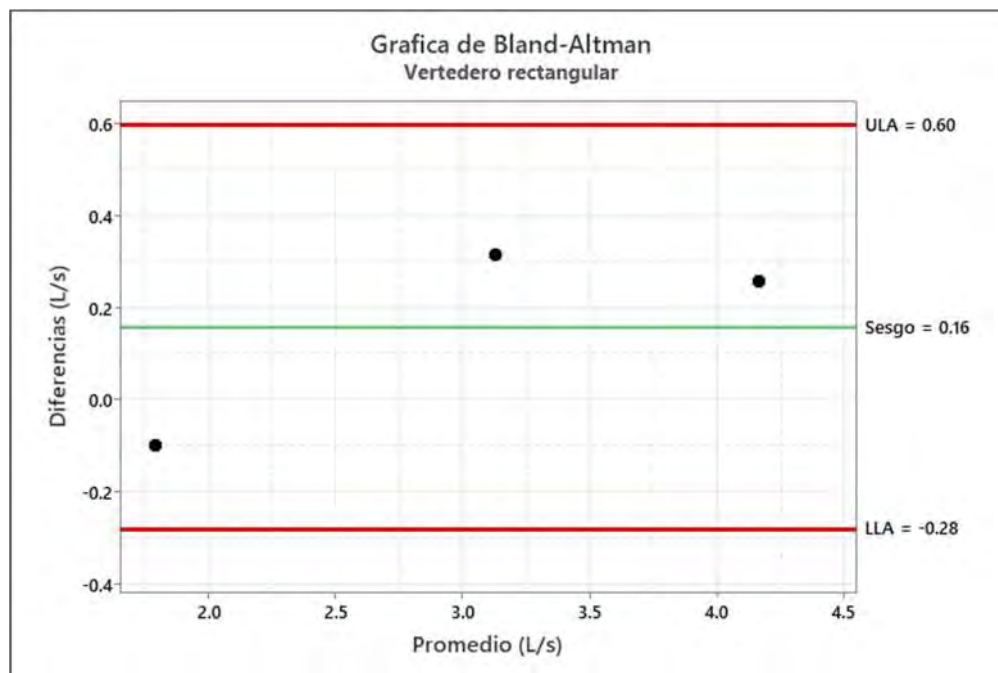
Prueba de Bland – Altman en términos absolutos para el caudal calculado por el vertedero rectangular y el caudal real

Medición	Caudal real $Q_r$ [Lt/s]	Caudal calculado $Q_c$ [Lt/s]	Diferencia ( $d_i$ ) [Lt/s]	Promedio ( $m_i$ ) [Lt/s]	Sesgo $d$ [m]	Desviación estándar de las diferencias ( $S_{di}$ ) [m]
1	1.7482	1.8468	0.0986	1.7975		
2	3.2909	2.9756	-0.3153	3.1333	-0.1577	0.2239
3	4.2975	4.0411	-0.2565	4.1693		

Para evaluar visualmente la concordancia entre los caudales reales y los calculados, se construyó el gráfico de Bland-Altman.

**Figura 91**

Gráfico de Bland – Altman en términos absolutos para el caudal calculado por el vertedero rectangular y el caudal real



Se procedió a realizar un Segundo Análisis de Bland-Altman en términos relativos (%). Esto permite normalizar el sesgo y la precisión, obteniendo parámetros porcentuales aplicables a cualquier magnitud de flujo.

**Tabla 41**

*Prueba de Bland – Altman en términos relativos para el caudal calculado por el vertedero rectangular y el caudal real*

Medición	Caudal real $Q_r$	Caudal calculado $Q_c$	Diferencia relativa ( $d_i$ )	Promedio ( $m_i$ )	Sesgo porcentual $d$	Desviación estándar porcentual de las diferencias ( $S_{di}$ )
	[L/s]	[L/s]	[--]	[L/s]	[--]	[--]
1	1.7482	1.8468	5.49%	1.7975		
2	3.2909	2.9756	-10.06%	3.1333	-3.58%	8.09%
3	4.2975	4.0411	-6.15%	4.1693		

El análisis relativo revela dos componentes fundamentales para la calibración:

1. Sesgo Sistemático ( $d = -3.58\%$ ): El signo negativo confirma que el vertedero tiende a subestimar el caudal real en un 3.58%.
2. Desviación estándar ( $Sd = 8.09\%$ ): La cual nos permitirá determinar los límites de concordancia.

Para efectos de calibración, se utiliza el sesgo para corregir la lectura y la desviación estándar para definir los límites de confianza (95%), calculados como  $1.96 \cdot Sd$ , lo que resulta en una incertidumbre de 15.86%.

En conclusión, el caudal real ( $Q_{\text{real}}$ ) puede determinarse a partir del caudal calculado ( $Q_{\text{calc}}$ ) mediante el siguiente modelo de corrección:

$$Q_{\text{real}} = Q_{\text{calc}} + (0.0358 \cdot Q_{\text{calc}}) \pm (0.1586 \cdot Q_{\text{calc}})$$

$$Q_{\text{real}} = 1.0358 \cdot Q_{\text{calc}} \pm 0.1586 \cdot Q_{\text{calc}} \quad ( 46 )$$

## 5.4 Distribución de las velocidades

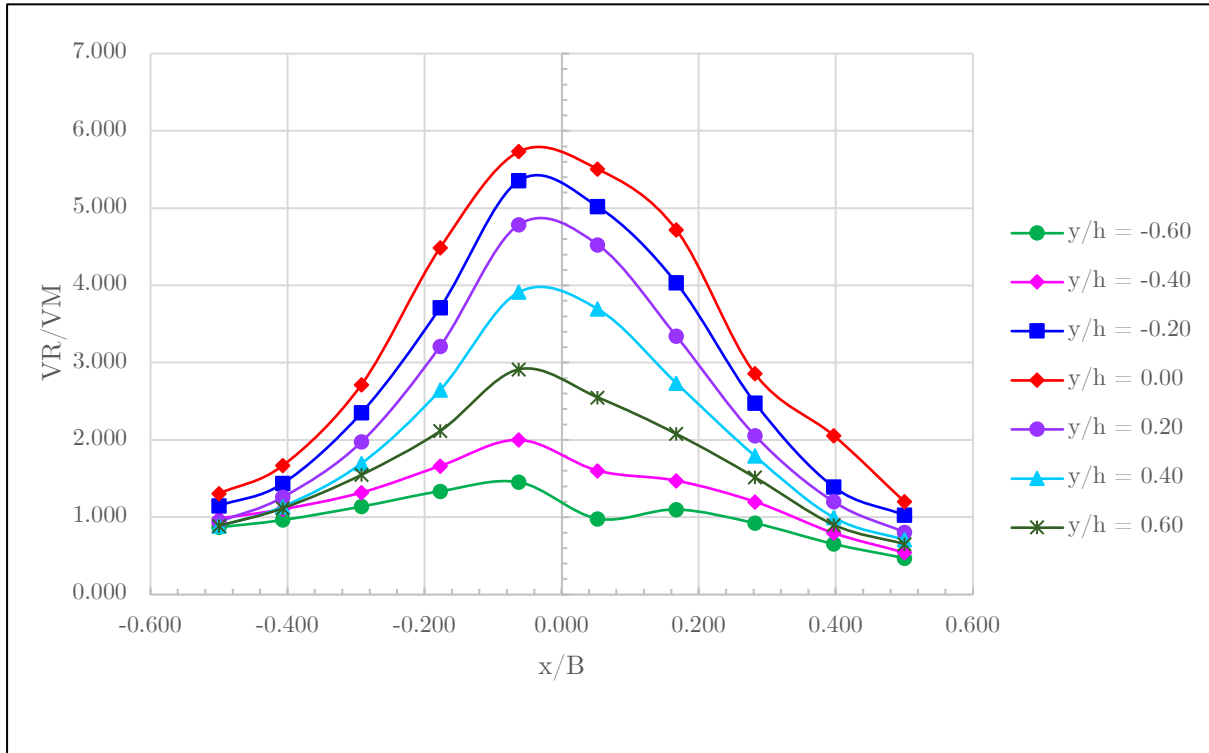
Los datos sobre la distribución de velocidades fueron obtenidos mediante simulaciones computacionales realizadas en ANSYS, como parte de la segunda etapa experimental. Estos resultados permiten analizar y comparar el comportamiento hidráulico de los tres tipos de vertederos evaluados (rectangular, sinusoidal y triangular. A continuación, se presentan las imágenes que muestran la distribución de velocidades en la zona aguas arriba, cerca de la placa de cada vertedero, considerando un caudal de 0.391 L/s.

Las velocidades fueron obtenidas en un plano ubicado a 5 cm por encima de la cara aguas arriba de los vertederos. Posteriormente, dichos valores fueron normalizados dividiendo cada velocidad entre la velocidad media del canal de acceso ( $V/V_m$ ), tanto para el vertedero rectangular como para el sinusoidal y el triangular. Esta normalización tuvo como propósito facilitar la comparación entre las distribuciones de velocidad en cada caso analizado.

En las siguientes graficas se puede observar la distribución tridimensional de las velocidades normalizadas para cada uno de los vertederos.

**Figura 92.**

*Distribución tridimensional de las velocidades en el vertedero sinusoidal*



**Figura 93.**

*Distribución tridimensional de las velocidades en el vertedero rectangular*

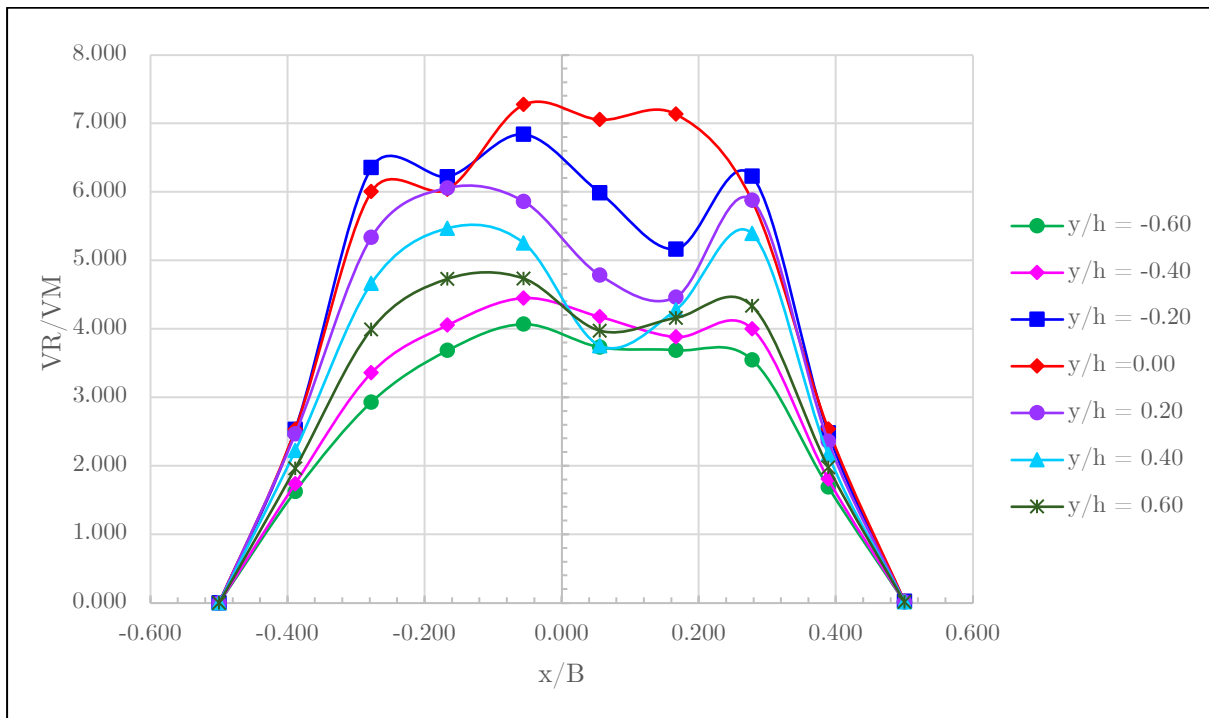
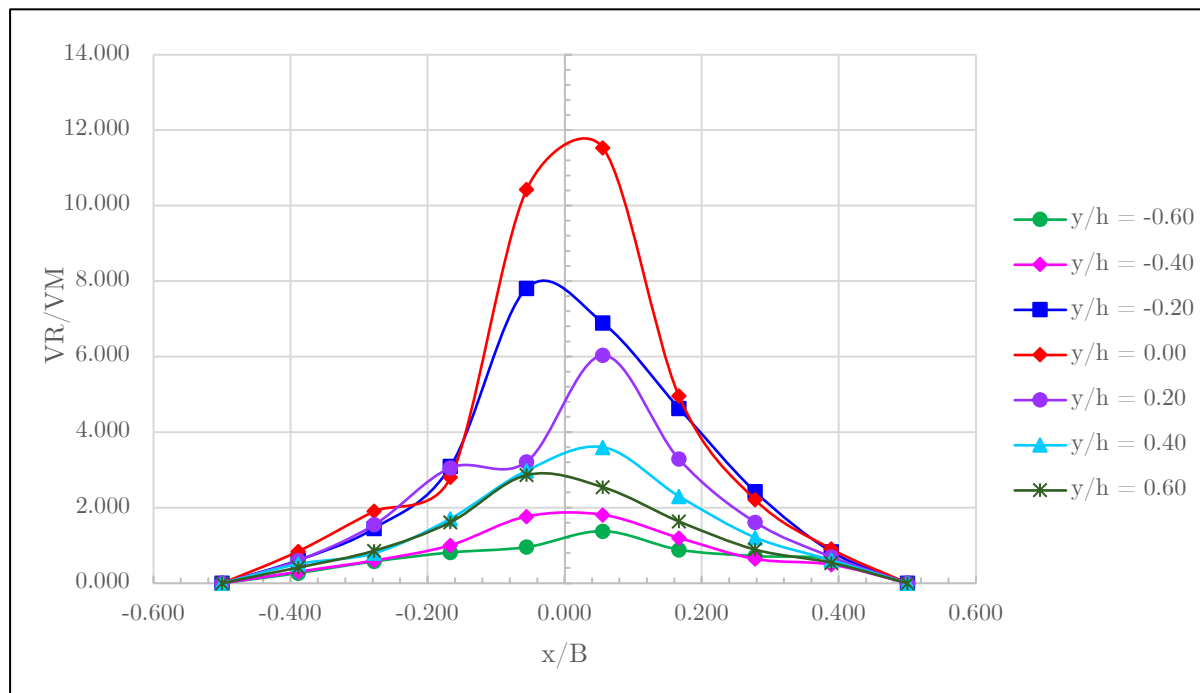


Figura 94.

*Distribución tridimensional de las velocidades en el vertedero triangular*



El análisis visual indica que la velocidad máxima tiende a concentrarse en el eje central de la placa y aumenta en las proximidades de la cresta. En términos de magnitud pico normalizada ( $V/V_m$ ), el vertedero sinusoidal registró el menor valor (5.91), seguido por el rectangular (7.27) y, finalmente, el triangular con el máximo pico de velocidad (11.53).

Para cuantificar la dispersión del flujo, se analizaron las desviaciones estándar en distintos niveles de profundidad adimensional  $y/h$  (-0.60, -0.40, -0.20, 0.00, 0.20, 0.40, 0.60), lo que permitió cuantificar la dispersión horizontal del flujo en cada elevación. Los resultados se detallan en la Tabla 84.

**Tabla 42**

*Análisis de desviación estándar de las velocidades resultantes en cada uno de los vertederos*

$y/h$	Desviación estándar		
	Sinusoidal	Triangular	Rectangular
-0.60	0.2928	0.4350	1.5610
-0.40	0.4360	0.6532	1.7259
-0.20	1.6271	2.8214	2.6826
0.00	1.7415	4.1855	2.8996
0.20	1.4711	1.9023	2.3570
0.40	1.1689	1.2469	2.1092
0.60	0.7643	1.0033	1.8589

Posteriormente, estos valores se sintetizaron en el Coeficiente de Variación (CV), expresado como porcentaje, para evaluar la variabilidad global relativa. De forma complementaria, se determinó la Asimetría promedio, midiendo las diferencias normalizadas entre niveles opuestos (e.g.,  $y/h=+0.20$  vs.  $-0.20$ ), y se calculó un índice de Uniformidad que refleja la homogeneidad del campo de velocidades al considerar los valores extremos. Finalmente, el promedio de las desviaciones estándar por nivel consolidó la dispersión absoluta en una métrica única.

**Tabla 43**

Métricas de comparación de la distribución de las velocidades resultantes en cada vertedero.

Métrica	Sinusoidal	Triangular	Rectangular
Coef. de variación	28.38%	76.74%	14.63%
Asimetría prom.	0.1882	0.4398	0.1350
Uniformidad	0.0823	0.0000	0.0000
Desv. estándar prom.	1.0717	1.7497	2.1706

De los datos tabulados se desprende que el vertedero rectangular presenta el menor Coeficiente de Variación (14.63%) y la menor asimetría (0.135), indicando una distribución de velocidades más homogénea. Por el contrario, el vertedero triangular exhibe la mayor variabilidad ( $CV = 76.74\%$ ) y asimetría (0.4398). El vertedero sinusoidal se sitúa en un rango intermedio de variabilidad (28.38%), destacando por poseer la menor desviación estándar promedio (1.07) de los tres modelos evaluados.

## CAPITULO VI

### 6 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

#### 6.1 Análisis de la ecuación del vertedero sinusoidal

Uno de los aportes centrales de esta investigación ha sido la deducción de una ecuación explícita para el cálculo del caudal en vertederos sinusoidales de pared delgada. Sin embargo, una de las mayores complejidades teóricas de la formulación original radica en la presencia de integrales elípticas, cuya resolución analítica resulta impráctica para el uso rutinario en ingeniería.

Para superar esta limitación operativa, se sustituyó la integración compleja por el factor adimensional  $\psi$ , determinado matemáticamente a través de una regresión no lineal. Al contrastar la precisión de este modelo simplificado (Ecuación 22) frente a la solución numérica exacta (Método de Simpson), se evidenció un ajuste estadístico sobresaliente. Los resultados arrojaron un error porcentual promedio de apenas 0.46% y un error absoluto despreciable ( $3.2 \cdot 10^{-4}$ ), con una desviación estándar del modelo ( $s$ ) de 0.000397. Estas métricas confirman que la ecuación de regresión propuesta es capaz de replicar la solución teórica estricta con una precisión casi exacta.

La relevancia de este hallazgo reside en su aplicabilidad práctica. Mientras que la solución analítica rigurosa exigiría el uso de software matemático avanzado para resolver integrales elípticas de primera y segunda especie, la ecuación simplificada en función de  $\psi$  permite determinar el caudal utilizando una calculadora científica estándar o una hoja de cálculo básica, sin sacrificar exactitud.

Asimismo, el análisis de los errores residuales demuestra la robustez del modelo en todo el dominio evaluado ( $0.05 \leq h/a \leq 2.00$ ). Aunque se observa una desviación máxima del 5.5% en cargas muy bajas ( $h/a=0.05$ ), para un régimen de carga media y alta ( $h/a > 0.30$ ) el error se mantiene sistemáticamente por debajo del 1%. Esto valida a la ecuación propuesta como una herramienta confiable y eficiente para el diseño y aforo en canales abiertos bajo las condiciones geométricas estipuladas.

## 6.2 Caracterización y modelamiento del coeficiente de descarga del vertedero sinusoidal de pared delgada

El segundo aporte significativo de esta investigación consistió en determinar el comportamiento del coeficiente de descarga ( $C_d$ ) para el vertedero sinusoidal y formular una ecuación empírica que permita su estimación directa. A partir del análisis de regresión no lineal de los 140 datos generados mediante simulación numérica, se obtuvo un modelo con un error porcentual promedio de 3.06% y una desviación estándar de 0.024.

Si bien el error promedio del 3.06% es superior al obtenido en la deducción teórica de la geometría (0.46%), este resultado se considera aceptable y consistente dentro del campo de la hidráulica experimental y computacional. El coeficiente de descarga agrupa fenómenos físicos complejos como la contracción de la vena líquida, la tensión superficial y las pérdidas por fricción, que naturalmente introducen una mayor varianza en los datos en comparación con una deducción puramente geométrica.

Al analizar la distribución de los errores residuales, se observa que las mayores discrepancias (cerca del 6.5%) se concentran en los rangos de carga baja ( $h/a \approx 0.48$ ). Esto sugiere que, para cargas hidráulicas pequeñas, los efectos viscosos y la tensión superficial tienen una influencia preponderante y difícil de linealizar. Sin embargo, para cargas medias y altas, el modelo se estabiliza, ofreciendo una herramienta predictiva robusta.

La tendencia observada en los datos y capturada por la Ecuación 43 muestra que el  $C_d$  disminuye a medida que aumenta la relación  $h/a$ , estabilizándose asintóticamente en valores cercanos a 0.74 para cargas altas ( $h/a > 1.40$ ). Este comportamiento es coherente con la teoría de vertederos de pared delgada, donde la influencia de la cresta y la contracción de la napa son más pronunciadas a bajas alturas, y tienden a un valor constante a medida que el flujo se vuelve inercial.

Es crucial discutir las limitaciones del modelo propuesto. La ecuación obtenida es estrictamente válida bajo las condiciones de frontera de la simulación: flujo perpendicular, canal prismático sin pendiente y, notablemente, condiciones estándar de fluido (agua a 12°C). Dado que la viscosidad dinámica afecta el número de Reynolds y, por ende, el coeficiente de descarga, la aplicación de esta fórmula en fluidos con temperaturas significativamente distintas o con alta carga de sedimentos podría introducir errores no cuantificados en este estudio. Por

tanto, se recomienda el uso de la Ecuación 43 dentro del rango  $0.48 \leq h/a \leq 1.70$  y preferentemente en aguas claras a temperatura ambiente.

Al contrastar los coeficientes de descarga ( $C_d$ ) obtenidos para el vertedero sinusoidal con los valores típicos reportados en la literatura, se evidencia una mejora significativa en la eficiencia hidráulica de la estructura. Mientras que los vertederos triangulares presentan coeficientes que oscilan tradicionalmente entre 0.30 y 0.60 debido a la severa contracción lateral de la vena líquida, y los vertederos rectangulares varían típicamente entre 0.60 y 0.80, el vertedero sinusoidal propuesto registró valores superiores, fluctuando entre 0.74 y 0.95 en el rango estudiado.

Esta diferencia indica que la geometría sinusoidal minimiza las pérdidas de energía. La curvatura suave de la escotadura, a diferencia de los vértices angulosos del triángulo o el rectángulo, permite una transición más gradual de las líneas de corriente. Esto reduce la contracción del chorro y la turbulencia en los bordes, permitiendo que el caudal real se acerque más al caudal teórico ideal.

En términos prácticos, un mayor  $C_d$  implica que el vertedero sinusoidal presenta una menor resistencia al flujo que sus contrapartes clásicas. Esto lo posiciona como una alternativa ventajosa, ya que combina la sensibilidad de medición en cargas bajas con una alta eficiencia de descarga, optimizando el paso del agua sin las restricciones severas de contracción que caracterizan a los vertederos de geometría poligonal.

### 6.3 Validación del modelo numérico

El primer paso crítico para garantizar la fiabilidad de los hallazgos de esta investigación fue la validación del modelo computacional implementado en ANSYS Fluent. Al contrastar las cargas hidráulicas simuladas ( $h_{\text{ANSYS}}$ ) frente a las mediciones físicas obtenidas en el laboratorio ( $h_{\text{lab}}$ ), se demostró que la simulación numérica es capaz de reproducir el fenómeno físico con una precisión satisfactoria para fines de ingeniería hidráulica.

El análisis de los errores residuales revela que el modelo numérico posee una alta fidelidad. Para el vertedero sinusoidal, el error absoluto promedio fue de apenas 2.20 mm. En términos relativos, el error promedio fue del 3.72%, cifra que se sitúa por debajo del umbral del 5% comúnmente aceptado en la modelación hidráulica computacional (CFD).

Al comparar este desempeño con las geometrías clásicas, se observa una jerarquía de precisión interesante. El vertedero triangular presentó el mejor ajuste, con un error relativo de 1.75% y un error absoluto de 1.3 mm. Esto se atribuye a que, al trabajar con caudales menores y una geometría que confina el flujo al centro, la malla computacional logra capturar mejor la superficie libre. Por otro lado, el vertedero rectangular mostró la mayor desviación, con un error de 4.14% y 2.2 mm, lo cual sugiere que la simulación de la lámina vertiente ancha introduce ligeras discrepancias en la zona de contacto con las paredes laterales o en la definición de la napa aireada. El vertedero sinusoidal, con su 3.72%, se posiciona en un punto intermedio de precisión, validando su correcta discretización espacial.

La aplicación de la prueba de Bland-Altman proporcionó una visión profunda sobre la naturaleza de las discrepancias. El análisis del sesgo ( $d$ ) indica que no existen errores sistemáticos graves en la simulación.

- Para el vertedero triangular y rectangular, los sesgos fueron negativos (-0.3 mm y -1.0 mm respectivamente), lo que implica una ligera tendencia del software a subestimar la altura de la lámina de agua.
- En contraste, el vertedero sinusoidal presentó un sesgo positivo de +0.5 mm, indicando una tendencia marginal a la sobreestimación.

Sin embargo, dado que todos estos valores de sesgo son menores a 1 mm, se puede afirmar que las diferencias son aleatorias y no producto de una mala configuración de las condiciones de frontera o del modelo de turbulencia. Asimismo, los límites de concordancia para el vertedero sinusoidal ( $\pm 5$  mm) confirman que el 95% de las simulaciones caerán dentro de un rango de error milimétrico respecto a la realidad física.

## 6.4 Comparación de precisión: sinusoidal vs. triangular vs. rectangular

A partir de los resultados experimentales consignados en la Tabla 43, se presenta la comparación directa entre el caudal real ( $Q_r$ ), obtenido mediante el caudalímetro de referencia, y los caudales calculados ( $Q_c$ ) a través de las ecuaciones teóricas para los vertederos rectangular, triangular y sinusoidal. Una inspección preliminar de estos datos revela la existencia de rangos operativos limitados inherentes a la geometría de cada estructura. En el límite inferior (Medición 1, con 0.7848 L/s), solo el vertedero triangular logró registrar la carga hidráulica, evidenciando su sensibilidad para escurrimientos bajos. En contraste, en el límite

superior (Mediciones 5 y 6, superando los 7.4 L/s), el vertedero triangular excedió su capacidad operativa, mientras que el rectangular y el sinusoidal demostraron amplitud para evacuar y medir estos caudales mayores. Estas ausencias de registro demuestran empíricamente que cada vertedero posee un espectro de medición específico.

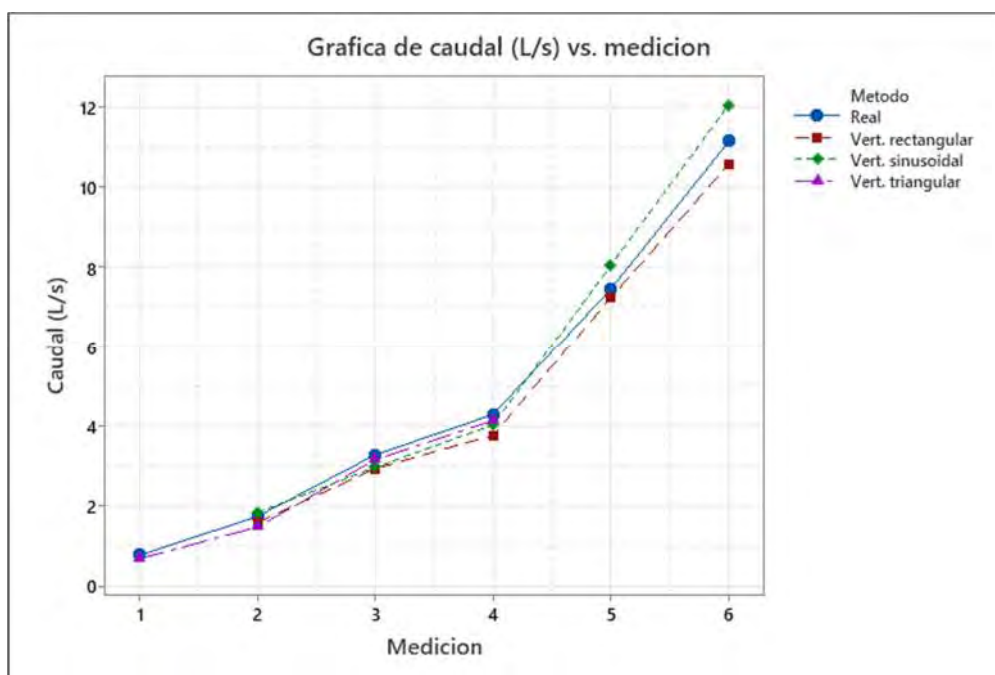
**Tabla 44**

*Comparación entre el caudal real y el caudal calculado por los tres tipos de vertederos*

Medición	Caudal real	Caudal calculado - Vertedero rectangular	Caudal calculado - Vertedero triangular	Caudal calculado - Vertedero sinusoidal
[-]	Q <sub>r</sub> [L/s]	Q <sub>c</sub> [L/s]	Q <sub>c</sub> [L/s]	Q <sub>c</sub> [L/s]
1	0.7848	-	0.6929	-
2	1.7482	1.5976	1.4854	1.8468
3	3.2909	2.9452	3.1709	2.9756
4	4.2975	3.7810	4.1486	4.0411
5	7.4759	7.2545	-	8.0658
6	11.1498	10.5826	-	12.0675

**Figura 95**

*Comparación entre los caudales calculados por cada tipo de vertedero y el caudal real*



Debido a que cada vertedero tiene un rango de funcionamiento distinto, calcular un error promedio usando todos los datos generaría una comparación injusta, ya que se evaluaría a las estructuras en caudales para los que no fueron diseñadas. Para solucionar esto y asegurar una comparación correcta, el análisis de precisión se realizará únicamente con los datos donde los tres vertederos lograron medir el caudal al mismo tiempo. Este rango en común corresponde a las Mediciones 2, 3 y 4 (caudales entre **1.7482 L/s** y **4.2975 L/s**).

Una vez delimitado este rango de análisis equitativo, los resultados de los estadísticos descriptivos tradicionales se resumen en la Tabla 44. Al evaluar las métricas de error, se observa un comportamiento sumamente competitivo entre las estructuras clásicas. El vertedero triangular presenta el menor error absoluto medio (0.177 L/s), lo que indica una alta exactitud en términos netos de volumen desplazado. Sin embargo, al analizar el error relativo medio, el vertedero rectangular exhibe un desempeño ligeramente superior con un 7.06%, frente al 7.38% del triangular. Esta leve inversión ocurre porque el error relativo penaliza con mayor severidad las variaciones en los caudales más bajos, donde el vertedero rectangular mantuvo una mayor consistencia proporcional.

**Tabla 45**

*Métricas de error para cada uno de los vertederos*

Vertedero	Error absoluto medio [Lt/s]	Error relativo medio [%]
Rectangular	0.223	7.06
Triangular	0.177	7.38
Sinusoidal	0.3376	10.38

Por su parte, el vertedero sinusoidal registra los valores más altos en este régimen específico, con un error absoluto medio de 0.3376 L/s y un error relativo del 10.38%. Es imperativo contextualizar este resultado desde la óptica investigativa: a diferencia de los vertederos estandarizados, cuyas fórmulas han sido depuradas durante décadas, el perfil sinusoidal representa una estructura de diseño novedoso. Dado que esta es la primera investigación que busca determinar empíricamente dicho coeficiente para esta geometría, es lógico que la formulación matemática de la ecuación del Cd presente aún un sesgo. Esta desviación podría corregirse en futuras iteraciones limitando o discretizando la ecuación del Cd

para cada dimensión geométrica particular, rangos de carga hidráulica, o introduciendo un factor de escala o tamaño en el modelo.

Para desglosar la verdadera naturaleza de las discrepancias reportadas en la evaluación global, se aplicó el método de Bland-Altman en términos proporcionales (relativos), cuyos resultados definitivos se sintetizan en la Tabla 45. Este análisis permite estructurar el comportamiento de cada vertedero mediante una ecuación de corrección de la forma  $Q_{\text{real}} = A \cdot Q_{\text{calc}} + B \cdot Q_{\text{calc}}$ , logrando separar de manera cuantitativa el error sistemático (factor de calibración, A) de la incertidumbre aleatoria (precisión hidrodinámica pura, B).

**Tabla 46**

*Resumen de los valores obtenidos de la prueba de Bland – Altman en términos relativos*

Vertedero	Sesgo d [--]	Sesgo d [--]	Límites de concordancia		Ecuación de corrección del caudal [--]
			Inferior [--]	Superior [--]	
Sinusoidal	-10.96%	1.90%	%	%	$Q_{\text{real}} = 1.1096 \cdot Q_{\text{calc}} \pm 0.0372 \cdot Q_{\text{calc}}$
Triangular	-7.83%	7.29%	%	%	$Q_{\text{real}} = 1.0783 \cdot Q_{\text{calc}} \pm 0.1429 \cdot Q_{\text{calc}}$
Rectangular	-3.58%	8.09%	%	%	$Q_{\text{real}} = 1.0358 \cdot Q_{\text{calc}} \pm 0.1586 \cdot Q_{\text{calc}}$

Al examinar el componente sistemático de las ecuaciones, se observa que el vertedero rectangular presenta el menor sesgo de la comparativa ( $A = 1.0358$ ), indicando que su formulación teórica tradicional requiere apenas una corrección del 3.58%. Por el contrario, el vertedero sinusoidal arroja un factor de corrección mayor ( $A = 1.1096$ ). Este valor confirma la hipótesis planteada en el análisis de medias: la ecuación teórica propuesta para su coeficiente de descarga ( $C_d$ ) subestima el caudal real de manera constante en aproximadamente un 11%. Al ser un error sistemático predecible, este desfase se soluciona matemáticamente integrando el factor 1.1096 a la formulación del  $C_d$ , sin comprometer la viabilidad física de la estructura.

El hallazgo de mayor trascendencia en esta investigación se revela al analizar el factor B, correspondiente a los límites de concordancia o la banda de dispersión aleatoria al 95% de confianza. Mientras que los vertederos estandarizados presentan una inestabilidad de flujo considerable (14.29% para el perfil triangular y 15.86% para el rectangular), el vertedero sinusoidal exhibe una incertidumbre aleatoria excepcionalmente baja de apenas 3.72%. Desde la perspectiva de la mecánica de fluidos, esta contundente reducción en la dispersión demuestra

que el paso de la lámina vertiente a través del perfil sinusoidal es significativamente más estable, organizado y predecible frente a las perturbaciones típicas del flujo. En conclusión, se demuestra que el error promedio superior del 10.38% observado inicialmente en la métrica global era una penalización estrictamente matemática (sesgo de calibración). Una vez aplicada su ecuación de corrección, el vertedero sinusoidal supera ampliamente en precisión y confiabilidad a las estructuras clásicas en este régimen operativo, garantizando mediciones con un margen de fluctuación mínimo.

Como corolario de esta evaluación métrica, el comportamiento multidimensional de las estructuras se sintetiza visualmente en el Diagrama de Taylor (Figura 96). En este espacio polar, el punto de referencia ("Reference", cuadrado rojo) representa las mediciones exactas del caudalímetro patrón, caracterizado por una correlación perfecta de 1.0 y una desviación estándar observada delineada por el arco rojo continuo ( $\sigma \approx 1.28$ ).

Al inspeccionar la distribución espacial de los modelos, se evidencia una dualidad interesante entre la exactitud volumétrica y la fidelidad hidrodinámica. En términos de proximidad radial neta al patrón ideal (métrica que representa geoméricamente el RMSE), el vertedero triangular (triángulo magenta) se posiciona ligeramente más cerca. Este acercamiento visual es coherente con los estadísticos descriptivos previos (Tabla 44), donde esta estructura registró el menor error absoluto medio, demostrando una buena estimación del volumen desplazado.

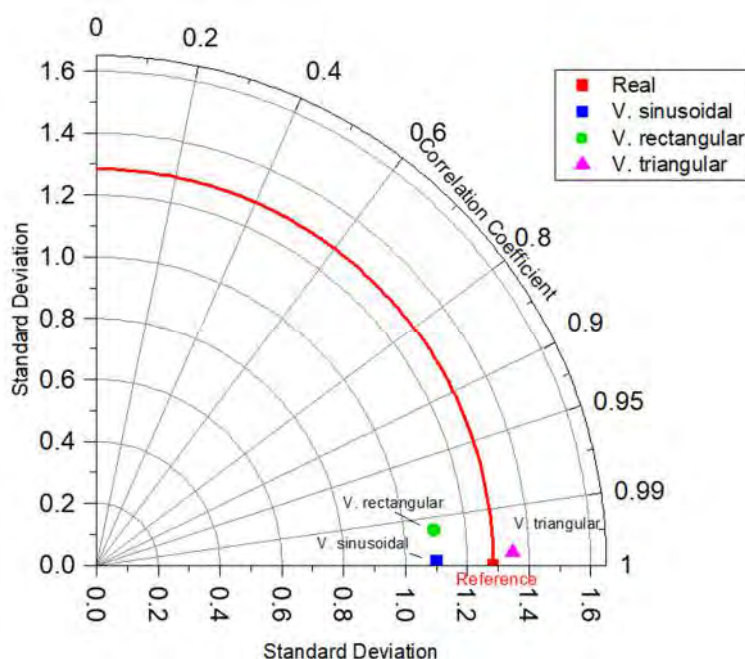
Sin embargo, el hallazgo más revelador del diagrama recae en la ubicación angular del vertedero sinusoidal (cuadrado azul). Esta geometría registra el coeficiente de correlación de Pearson más alto de la comparativa, posicionándose de manera casi rasante sobre el eje horizontal inferior ( $r \approx 0.99$ ). Desde la perspectiva de la dinámica de fluidos, una correlación tan elevada indica que el vertedero sinusoidal es la estructura que mejor imita la tendencia, las fluctuaciones y el comportamiento físico del escurrimiento real, respondiendo de manera fiel y simétrica a los cambios de carga hidráulica.

La aparente penalización del vertedero sinusoidal en este gráfico radica estrictamente en su posición horizontal: se ubica más a la izquierda que el punto de referencia, exhibiendo una desviación estándar menor ( $\sigma \approx 1.10$ ). Es en este punto donde el Diagrama de Taylor confirma magistralmente los hallazgos de la prueba de Bland-Altman. Esta falta de "amplitud" en la varianza no representa una inestabilidad del flujo, sino la confirmación visual del sesgo

sistemático de la fórmula empírica. El vertedero sinusoidal "dibuja" el comportamiento del caudal a la perfección (máxima correlación), pero la ecuación lo calcula a una escala ligeramente menor.

### Figura 96

*Grafica de Taylor del caudal real y los caudales calculados por los tres tipos de vertederos*



En síntesis, la elección del vertedero óptimo depende directamente del contexto de aplicación y de la viabilidad de calibración. Si se requiere una estructura de uso inmediato con fórmulas teóricas estandarizadas, el vertedero triangular es la mejor opción para caudales bajos por su exactitud volumétrica inmediata, mientras que el rectangular es preferible para caudales mayores. Bajo esta misma óptica de "uso directo", el vertedero sinusoidal presenta claras desventajas: es incapaz de registrar escurrimientos mínimos (menores a 1 L/s) y su ecuación actual del coeficiente de descarga ( $C_d$ ) contiene un error sistemático que subestima el flujo en aproximadamente un 11%. Sin embargo, esta limitante estrictamente matemática contrasta con una superioridad hidrodinámica innegable. La geometría sinusoidal estabiliza el flujo de forma excepcional, reduciendo la incertidumbre aleatoria a apenas un  $\pm 3.72\%$  (frente a la gran dispersión del 15% de los modelos clásicos) y logrando una correlación casi perfecta con el comportamiento natural del agua (0.99). En conclusión, si el proyecto no permite correcciones matemáticas, conviene utilizar los diseños convencionales según el rango de caudal esperado; pero si se integra el factor de calibración empírico a la ecuación, el vertedero sinusoidal supera

ampliamente a los tradicionales, consolidándose como la estructura más confiable, estable y precisa para regímenes de flujo medios y altos.

## 6.5 Análisis hidrodinámico de velocidades

El quinto y último aporte de esta investigación se centró en el análisis de la distribución interna del flujo mediante simulaciones computacionales (CFD). Este análisis es fundamental para comprender no solo la capacidad de descarga, sino también los efectos erosivos y la estabilidad del flujo en la aproximación al vertedero.

El análisis de las magnitudes de velocidad normalizada ( $V/V_m$ ) reveló una ventaja hidrodinámica crítica en el vertedero sinusoidal respecto a la conservación de la energía. Mientras que el vertedero triangular, debido a la fuerte convergencia de las líneas de corriente hacia el vértice, genera un efecto de "chorro concentrado" con un pico de velocidad de 11.53 veces la velocidad media, y el vertedero rectangular alcanza un pico de 7.27, el vertedero sinusoidal registró el valor máximo más bajo, con apenas 5.91. Esta diferencia es fundamental desde el punto de vista de la ingeniería de ríos y canales, dado que el potencial erosivo de un flujo es proporcional a su energía cinética específica, la cual depende del cuadrado de la velocidad ( $V^2$ ). Al comparar los cuadrados de las velocidades pico normalizadas, se evidencia que el chorro del vertedero triangular concentra una energía cinética casi cuatro veces superior a la del vertedero sinusoidal ( $11.53^2 \approx 133$  vs  $5.91^2 \approx 35$ ).

Hidráulicamente, esto implica que el vertedero sinusoidal entrega el agua al canal de descarga con una menor concentración de esfuerzos cortantes. Al evitar la formación de jets de alta velocidad (como en el caso triangular) o láminas de alta energía uniforme (como en el rectangular), la geometría sinusoidal favorece una disipación de energía más gradual. En la práctica, esto se traduce en una reducción significativa del riesgo de socavación local al pie de la estructura, disminuyendo la necesidad de revestimientos costosos o pozas de disipación sobredimensionadas aguas abajo.

Al evaluar la dispersión horizontal del flujo mediante las desviaciones estándar (Tabla 41), se observa un patrón distintivo.

- El Vertedero Rectangular muestra desviaciones estándar altas en las zonas inferiores ( $y/h < 0$ ), lo que indica una distribución de velocidades muy desigual cerca del fondo, típica de flujos bidimensionales anchos.

- El Vertedero Triangular exhibe la mayor desviación estándar en la zona central ( $y/h = 0.00$ ), confirmando la alta turbulencia y aceleración generada por la constricción del flujo.
- El Vertedero Sinusoidal, en cambio, presentó la Desviación Estándar Promedio más baja (1.0717) de los tres modelos (Tabla 42).

Aunque el Coeficiente de Variación (CV) del sinusoidal (28.38%) es mayor que el del rectangular (14.63%), su desviación estándar absoluta es menor. Esto se interpreta de la siguiente manera: el vertedero rectangular tiene un CV bajo porque la velocidad es uniformemente "baja" en gran parte de su ancho, pero el vertedero sinusoidal logra un flujo más disciplinado. La menor desviación estándar absoluta implica que las velocidades alrededor de la cresta no fluctúan tan drásticamente como en el vertedero rectangular, lo que favorece una lectura de carga hidráulica ( $h$ ) más estable y menos sujeta a perturbaciones locales.

Las métricas de asimetría (Tabla 42) refuerzan la posición del vertedero sinusoidal como una geometría intermedia optimizada. Su asimetría (0.1882) es significativamente menor que la del triangular (0.4398), lo que indica que no sufre de las inestabilidades laterales fuertes que caracterizan a los vertederos en V. Además, el índice de Uniformidad obtenido únicamente para el sinusoidal (0.0823) sugiere una capacidad única de esta geometría para "suavizar" los gradientes de velocidad.

La evidencia sugiere que la geometría sinusoidal actúa como un estabilizador natural del flujo. Al combinar un pico de velocidad reducido (menor energía destructiva) con la desviación estándar promedio más baja (mayor estabilidad local), el vertedero sinusoidal ofrece las mejores condiciones hidrodinámicas de aproximación. Esto no solo valida su eficiencia en la descarga, sino que también lo postula como la opción más segura para la integridad estructural del canal a largo plazo.

## CAPITULO VI

### 7 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 7.1 Conclusiones

**CE1:** Se evaluó la precisión del vertedero sinusoidal frente a los modelos clásicos (rectangular y triangular), concluyendo que es una alternativa altamente viable para el aforo, aunque su exactitud inicial está condicionada a la mejora de su calibración matemática. En cuanto a su operatividad, el diseño sinusoidal demostró gran capacidad para medir caudales altos (superiores a 7.4 L/s, donde el triangular colapsó y dejó de funcionar), comportándose de forma similar al rectangular. Sin embargo, no logró registrar caudales mínimos (menores a 1.0 L/s), un rango donde solo el modelo triangular fue efectivo.

Al evaluar los caudales calculados, el vertedero sinusoidal presentó inicialmente un error relativo mayor (10.38%) comparado con el rectangular (7.06%) y el triangular (7.38%). El análisis de Bland-Altman demostró que este desfase no se debe a un problema físico del vertedero, sino a un sesgo constante de aproximadamente 11%. Este error ocurre porque la nueva ecuación propuesta para el coeficiente de descarga ( $C_d$ ) generaliza demasiado el comportamiento del flujo. Se prevé que, al discretizar esta ecuación (limitándola a ciertas proporciones geométricas) o al incluir factores de escala por tamaño, este error de formulación se reducirá de manera significativa.

Una vez que se aísla este detalle matemático, el vertedero sinusoidal demuestra ser el diseño hidráulicamente más estable. Presentó una variación de incertidumbre de apenas  $\pm 3.72\%$  (muy por debajo de la inestabilidad del  $\sim 15\%$  observada en los modelos clásicos) y logró una fidelidad casi perfecta con el escurrimiento real. En conclusión, si el proyecto requiere usar fórmulas estandarizadas sin ajustes, los vertederos clásicos son la opción a seguir según su rango. No obstante, al mejorar y ajustar su ecuación de  $C_d$ , el vertedero sinusoidal se consagra como una estructura ampliamente superior, más precisa y con mediciones mucho más estables para regímenes de flujo medios y altos.

**CE2:** Se formuló exitosamente la ecuación analítica general para la estimación del caudal en vertederos sinusoidales de pared delgada, fundamentada en principios de la

hidráulica clásica. Este modelo matemático logró integrar de manera funcional la carga hidráulica, los parámetros geométricos del perfil (amplitud y periodo) y una función de ajuste adimensional dependiente de la relación entre la carga y la amplitud del senoide. Complementariamente, el estudio experimental permitió derivar la ecuación empírica del coeficiente de descarga ( $C_d$ ) específica para esta geometría, logrando así una caracterización hidrodinámica completa de la estructura.

Para garantizar la precisión de las mediciones y evitar estimaciones erróneas, se demostró que la validez de este coeficiente está estrictamente condicionada a límites operativos y geométricos. El dispositivo debe operar bajo un factor de forma constante y dentro de un rango específico de carga hidráulica relativa (relación  $h/a$  entre 0.48 y 1.70). Asimismo, exige que el canal de acceso mantenga una pendiente nula, proporciones definidas de ancho (entre 0.20 m y 1.50 m, siendo igual al ancho del vertedero) y una altura de cresta mínima que duplique la amplitud del perfil. Finalmente, la integración de este modelo matemático y sus fronteras operacionales fueron sistematizados en tablas de cálculo y un manual de uso, proporcionando lineamientos metodológicos claros y seguros para la implementación práctica de estos dispositivos en proyectos de ingeniería.

**CE3:** La evaluación de la hidrodinámica del flujo reveló que el vertedero sinusoidal favorece una aproximación más estable y segura. En el análisis comparativo de velocidades normalizadas, el vertedero sinusoidal registró el pico de velocidad más bajo ( $V/V_m = 5.91$ ), reduciendo drásticamente la concentración de esfuerzos cortantes en comparación con el efecto de chorro del vertedero triangular ( $V/V_m = 11.53$ ) y el flujo del rectangular (7.27). Adicionalmente, presentó la desviación estándar promedio más baja (1.07) en sus perfiles de velocidad, concluyéndose que esta geometría disipa mejor la energía cinética y genera un flujo más homogéneo, minimizando el riesgo de erosión y socavación aguas abajo.

**CE4:** Se verificó la similitud entre los modelos computacionales y físicos, validando el uso del software ANSYS R24 como herramienta predictiva. La comparación arrojó una discrepancia absoluta promedio de solo 2.20 mm y un error relativo de 3.72% para el vertedero sinusoidal, cumpliendo con los estándares de aceptación en ingeniería hidráulica. La prueba de Bland-Altman corroboró esta fiabilidad, mostrando un sesgo marginal de +0.5 mm y límites de concordancia estrechos (5 mm), lo que confirma que las simulaciones numéricas reproducen con alta fidelidad los fenómenos observados en el laboratorio de la UNSAAC.

## 7.2 Recomendaciones

1. Con base en el análisis integral de este estudio, se recomienda que la selección del vertedero en proyectos de aforo se rija por un criterio dual: la necesidad de calibración métrica y la vulnerabilidad del cauce frente a la socavación. Se establecen los siguientes lineamientos prácticos:
  - I. Priorización del vertedero sinusoidal para alta estabilidad y lechos vulnerables: Se recomienda enfáticamente su uso en canales de tierra, cauces erosionables y proyectos que demanden una alta estabilidad en la lectura de datos para caudales medios y altos. Hidrodinámicamente, es la estructura más segura: homogeniza el flujo, registra la menor concentración de velocidad ( $V/V_m = 5.91$ ) y minimiza drásticamente el riesgo de erosión. A nivel de precisión, ofrece una incertidumbre aleatoria mínima ( $\pm 3.72\%$ ), garantizando lecturas con fluctuaciones casi nulas. No obstante, para aprovechar esta superioridad, se recomienda imperativamente aplicar el factor de corrección empírico a su ecuación de  $C_d$  (para subsanar el sesgo del  $\sim 11\%$ ), e impulsar futuras investigaciones que discreticen esta ecuación mediante factores de escala, mejorando así su exactitud teórica desde el diseño.
  - II. Uso restringido del vertedero triangular para caudales mínimos: Su implementación debe limitarse a escenarios donde el aforo de caudales muy bajos ( $< 1.0$  L/s) sea indispensable y se requiera el uso directo de fórmulas estandarizadas sin calibración. Si bien ofrece exactitud volumétrica inmediata en este rango, se recomienda prever su alta inestabilidad de medición (incertidumbre de  $\pm 14.29\%$ ). Adicionalmente, dado que concentra las líneas de corriente generando un efecto de chorro altamente destructivo ( $V/V_m = 11.53$ ), se recomienda que su instalación esté siempre acompañada de obras de disipación de energía (cuencos amortiguadores) para evitar socavaciones severas.
  - III. Uso condicionado del vertedero rectangular como estándar convencional: Se sugiere como alternativa para regímenes de flujo medios y altos únicamente cuando el proyecto no permita ajustes matemáticos de calibración. Los proyectistas deben considerar que, si bien su fórmula clásica tiene un bajo nivel de sesgo, sus mediciones están sujetas a una alta dispersión aleatoria ( $\pm 15.86\%$ ).

Asimismo, debido a su impacto hidrodinámico considerable ( $V/V_m = 7.27$ ), requerirá obras de protección de lecho estándar, haciéndolo una opción hidráulicamente menos eficiente e inestable que el perfil sinusoidal.

2. Se recomienda extender los estudios experimentales y numéricos evaluando vertederos sinusoidales con diferentes relaciones de amplitud y longitud de onda (variación de la geometría de la curva seno). Asimismo, se sugiere investigar el comportamiento del flujo fuera de los límites de validez establecidos en esta tesis ( $h/a > 1.70$ ), con el fin de determinar si la eficiencia del coeficiente de descarga se mantiene constante o sufre alteraciones significativas en condiciones de ahogamiento o flujo supercrítico excesivo.
3. Dado que el análisis hidrodinámico demostró que el vertedero sinusoidal reduce los picos de velocidad y los esfuerzos cortantes, se recomienda realizar ensayos físicos con lecho móvil (arena o grava) para validar experimentalmente su capacidad de reducción de socavación local. Esto permitiría confirmar su idoneidad en ríos naturales o canales de tierra donde la erosión al pie de la estructura es un problema crítico de mantenimiento.
4. Se sugiere implementar el vertedero sinusoidal mediante proyectos piloto en redes de canales de riego y sistemas de saneamiento en la región Cusco, específicamente en tramos orientados al manejo de regímenes de flujo medios y altos. Dado que esta investigación demostró su excelente capacidad hidrodinámica para medir y estabilizar caudales de avenida (superiores a 7.4 L/s) sin riesgo de colapso o saturación —rango donde estructuras clásicas como la triangular falla—, resulta una alternativa robusta para reemplazar diseños convencionales en cauces vulnerables a la socavación. Sin embargo, los proyectistas locales deben considerar que esta geometría no es apta para registrar caudales de estiaje severo (menores a 1.0 L/s). Por lo tanto, su uso se recomienda ampliamente para el control de dotaciones de riego regulares y picos estacionales, descartándose en cabeceras de cuenca o manantiales donde el monitoreo de escurrimientos mínimos sea el objetivo principal.
5. Para futuras investigaciones en el laboratorio de la UNSAAC, se recomienda la transición de métodos de lectura visual a sistemas de adquisición de datos automatizados, tales como sensores ultrasónicos de nivel o velocímetros acústicos Doppler (ADV). Esto minimizaría el error humano y la incertidumbre experimental

detectada en el análisis de Bland-Altman, permitiendo capturar fluctuaciones turbulentas instantáneas que la lectura manual no puede registrar.

6. Se recomienda desarrollar estudios que evalúen cómo afectan las imperfecciones constructivas (rugosidad del material, desviaciones en el corte de la curva sinusoidal, inclinación de la placa) en la precisión de la ecuación de descarga propuesta. Esto es vital para trasladar el diseño teórico a la obra real, donde las condiciones de construcción no son tan controladas como en el laboratorio o en la simulación CFD.

## CAPITULO VII

### 8 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alvarado, E. (2017). *Manual de Medición de Caudales*. Guatemala: ICC.
- Bustamante, Ò. R. (2006). Manual Básico para Medir Caudales. En Ò. R. Bustamante, *Manual Básico para Medir Caudales* (pág. 5). FONAG.
- CADAVID, J. (2006). *HIDRAULICA DE CANALES - FUNDAMENTOS*. MEDELLIN: FONDO EDITORIAL UNIVERSIDAD EAFIT.
- CEPAL, BID, & ERECC. (2014). *LA ECONOMÍA DEL CAMBIO CLIMÁTICO EN EL PERÚ*.
- CONSULTORES, V. (2021). *PROPUESTA DEL BICENTENARIO RECURSOS HIDRICOS*. LIMA: VIDENZA CONSULTORES.
- D'Arcy. (2007). *Hydraulic Structures*.
- Díaz Vilca, E. P., & Morales Pino, J. M. (2021). *ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO HIDRÁULICO DE VERTEDEROS DE PERFIL TIPO CREAAGER EMPLEANDO MODELOS NUMÉRICOS CFD EN OPENFOAM*. Arequipa : Repositorio de Tesis UCSM.
- Duràn, A. L. (2019). *Apuntes sobre Dinàmica de Fluidos Computacional*.
- ESSS. (s.f.). *ESSS*. Obtenido de ESSS: <https://www.esss.co/es/blog/dinamica-de-fluidos-computacional-que-es/>
- FAO. (2018). *Water for Sustainable Food and Agriculture*.
- MATAIX, C. (1986). *MECANICA DE FLUIDOS Y MAQUINAS HIDRAULICAS*. MADRID: EDICIONES DEL CASTILLO, S.A.
- Mery, H. (2013). *Hidráulica aplicada al diseño de obras*. Santiago de Chile: RiL editores.
- Nuñez Leonardo, A., Rosales Rivera, Á., & Caro Díaz, R. (2015). *Manual N° 5 Medición de agua*. Lima: DGIAR.
- Oreizi, Z., Heidarpour, M., & Bagheri, S. (s.f.). *Hydraulic Characteristics of Flow over Sinusoidal Sharp-Crested Weirs*. Journal of Irrigation and Drainage Engineering.

- Pérez, R. M. (2005). *MANUAL DE PRÁCTICAS DE LABORATORIO DE HIDRÁULICA*. Medellín: UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA.
- ROCHA, A. (2007). HIDRAULICA DE TUBERIAS Y CANALES. En A. ROCHA, *HIDRAULICA DE TUBERIAS Y CANALES* (pág. 455). LIMA: UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA.
- ROJAS MORÓN, R., & CAJAS CAMPOS, E. (2023). *ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DEL COEFICIENTE DE GASTO EN VERTEDEROS TRIANGULAR Y RECTANGULAR CON CONTRACCIÓN Y SIN CONTRACCIÓN DE PARED DELGADA EN CANAL DE ENSAYO DEL LABORATORIO DE ESTRUCTURA E HIDRÁULICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE UCAYALI*. UCAYALI: UNIVERSIDAD NACIONAL DE UCAYALI.
- ROJAS, Ó. (2006). *MANUAL BASICO PARA MEDIR CAUDALES*. FONAG.
- Salazar Campoverde, E. E., & Cedillo Chica, M. R. (2017). *VALIDACIÓN COMPUTACIONAL DE VERTEDEROS Rectangulares y Triangulares para generar un Modelo Nuevo Triangular Asimétrico que facilitaría la medición de las Cargas en Estructuras Hidráulicas*. Ecuador: Universidad Politécnica Salesiana.
- Salcedo, M. (2011). *MECÁNICA DE FLUIDOS*. Universidad de Alicante.
- Sinusoidal. (01 de 03 de 2021). *Euclides*. Obtenido de Euclides: <https://euclides.org/sinusoidal/>
- Sinusoide. (23 de 11 de 2022). *I3campus.co*. Obtenido de I3campus.co: <http://i3campus.co/CONTENIDOS/wikipedia/content/a/sinusoide.html>
- SOTELO, G. (1997). *HIDRAULICA GENERAL*. MEXICO: LIMUSA.
- ULRICH AURÈLE, & NGAMALIEU NENGOUE. (2015). *CARACTERIZACIÓN DE VERTEDEROS HIDRÁULICOS MEDIANTE TÉCNICAS CFD*. UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALENCIA.
- UNESCO. (2021). *The United Nations World Water Development Report 2021: Valuing Water*. México: UNESCO.
- VILLÒN, M. (1995). *HIDRAULICA DE CANALES*. EDITORIAL TECNOLOGICA DE COSTA RICA.
- WHITE, F. (2004). *MECANICA DE FLUIDOS*. Madrid: McGraw Hill.

## CAPITULO VIII

### 9 ANEXOS

Se presenta los siguientes anexos.

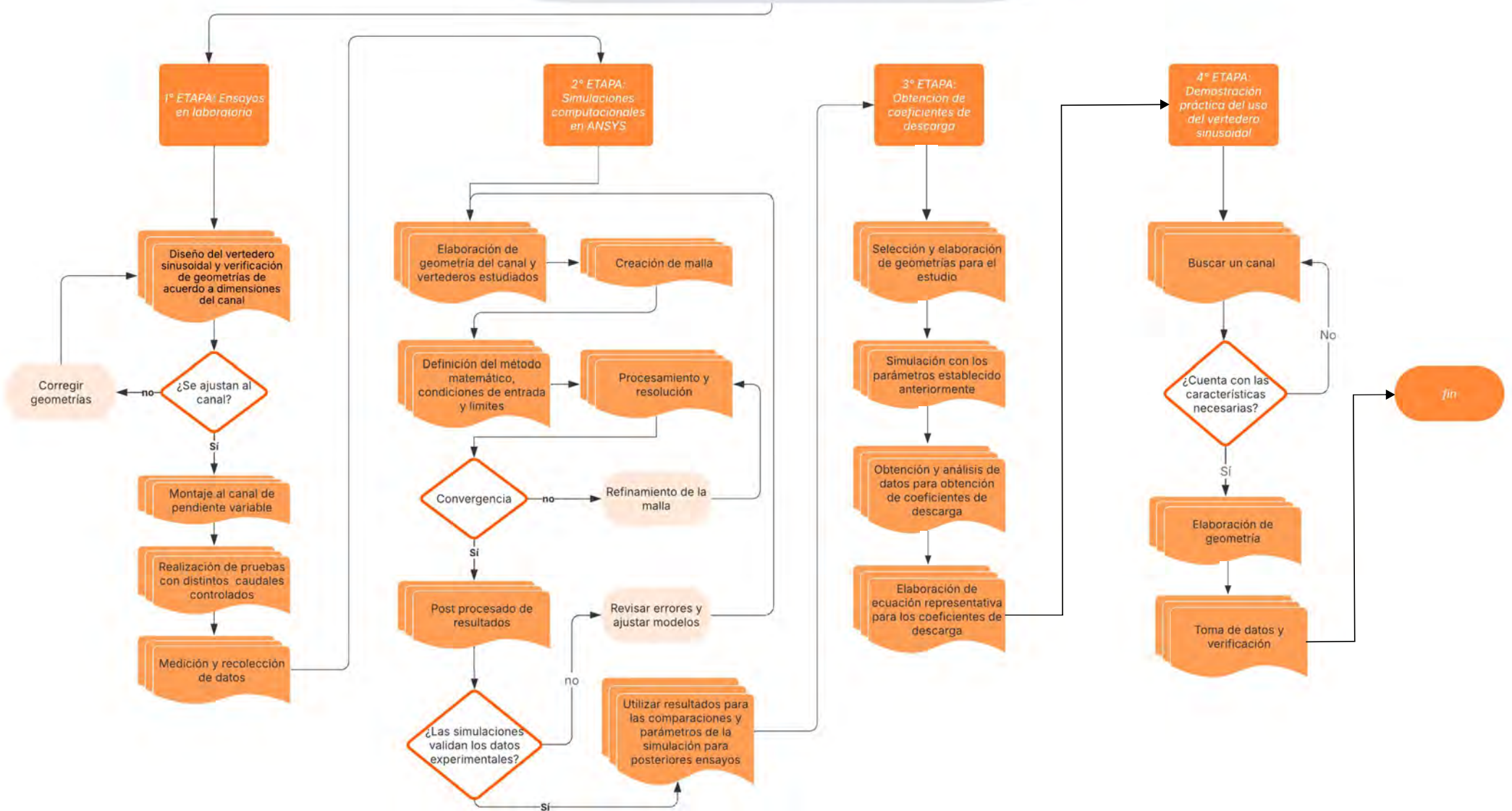
- ANEXO A Matriz de consistencia
- ANEXO B Flujograma de actividades
- ANEXO C Datos experimentales de las mediciones en laboratorio
- ANEXO D Obtención de los coeficientes de descarga a partir de las simulaciones en ANSYS
- ANEXO E Manual de uso del vertedero sinusoidal de pared delgada
- ANEXO F Código en Matlab para cálculo de integrales definidas mediante el método de Simpson
- ANEXO G Código en Matlab para el cálculo de la regresión no lineal por el método de gauss - newton

ANEXO A  
MATRIZ DE CONSISTENCIA



**ANEXO B**  
**FLUJOGRAMA DE ACTIVIDADES**

**"ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES"**



ANEXO C

DATOS EXPERIMENTALES DE LAS MEDICIONES EN LABORATORIO

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**EXPERIMENTACION ETAPA 01 - LABORATORIO - ENSAYO DE VERTEDEROS SINUSOIDAL, TRIANGULAR Y RECTANGULAR**

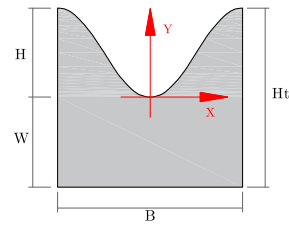
**VERTEDERO : SINUSOIDAL / MUESTRA N° 1**

Vertedero:	SINUSOIDAL	
Muestra :	N° =	1.00

Dimensiones del vertedero			
Factor a :	a =	0.075	m
Factor c :	c =	20.944	m <sup>-1</sup>
Base :	B =	0.300	m
Altura :	Hv =	0.150	m
Cresta :	W =	0.150	m
Altura total :	Ht =	0.300	m
Espesor :	e =	0.01	m

Datos del lugar			
Temperatura :	=	24.20	° C
Presión :	=	686.00	bar
Humedad ambiental:	=	37.000	%

Dimensiones del canal			
Largo :	L <sub>canal</sub> =	10.00	m
Ancho :	B <sub>canal</sub> =	0.30	m
Altura :	H <sub>canal</sub> =	0.42	m
Pendiente :	S =	0.00	--



Datos recolectados :

Datos recolectados :

MEDIDA N°	Datos recolectados de ensayo 01	
	volumen [L]	tiempo [t]
1	1.32000	1.630
2	1.26000	1.560
3	1.35000	1.750
4	1.22000	1.670
5	1.30000	1.740
6	1.18000	1.520
7	1.14000	1.480
8	1.40000	1.940
9	1.28000	1.720
10	1.10000	1.350
11	1.63000	1.850
12	1.77000	2.100
13	1.20000	1.650
14	1.25000	1.420
15	1.15000	1.540
16		

MEDIDA N°	Datos recolectados de ensayo 02	
	volumen [L]	tiempo [t]
1	1.97000	1.120
2	2.04000	1.180
3	1.99000	1.150
4	2.02000	1.150
5	2.01000	1.140
6	2.12000	1.210
7	2.05000	1.180
8	2.15000	1.240
9	2.06000	1.170
10	2.18000	1.240
11	2.32000	1.330
12	2.04000	1.170
13	2.25000	1.290
14	2.08000	1.190
15	2.21000	1.260
16		

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

<b>TESIS:</b>	ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES
<b>ESTUDIANTES:</b>	APAZA HUACAC, Alonso Alexander ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**EXPERIMENTACION ETAPA 01 - LABORATORIO - ENSAYO DE VERTEDEROS SINUSOIDAL, TRIANGULAR Y RECTANGULAR**

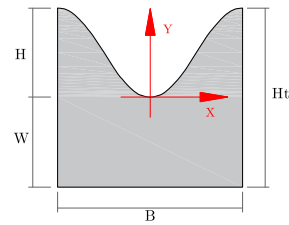
**VERTEDERO : SINUSOIDAL / MUESTRA N° 1**

Vertedero:	SINUSOIDAL		
Muestra :	N° =	1.00	

Dimensiones del vertedero			
Factor a :	a =	0.075	m
Factor c :	c =	20.944	m <sup>-1</sup>
Base :	B =	0.300	m
Altura :	Hv =	0.150	m
Cresta :	W =	0.150	m
Altura total :	Ht =	0.300	m
Espesor :	e =	0.01	m

Datos del lugar			
Temperatura :	=	24.20	° C
Presión :	=	686.00	bar
Humedad ambiental:	=	37.000	%

Dimensiones del canal			
Largo :	L <sub>canal</sub> =	10.00	m
Ancho :	B <sub>canal</sub> =	0.30	m
Altura :	H <sub>canal</sub> =	0.42	m
Pendiente :	S =	0.00	--



MEDIDA N°	Datos de ensayo 03 SECCIÓN 01		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	5.331	30.000	21.500
2	5.253	30.000	21.500
3	5.125	30.000	21.500
4	4.833	30.000	21.500
5	5.080	30.000	21.500
6	5.463	30.000	21.500
7	4.759	30.000	21.500
8	5.360	30.000	21.500
9	5.099	30.000	21.500
10	4.834	30.000	21.500
11	4.900	30.000	21.500
12	5.153	30.000	21.500
13	5.102	30.000	21.500
14	4.833	30.000	21.500
15	5.201	30.000	21.500
16	4.763	30.000	21.500
17	5.009	30.000	21.500
18	4.995	30.000	21.500
19	5.187	30.000	21.500
20	4.663	30.000	21.500
21	4.842	30.000	21.500
22	5.563	30.000	21.500
23	5.052	30.000	21.500
24			

Ensayo N°	Datos de ensayo 03 SECCIÓN 02		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	5.418	30.000	21.500
2	4.479	30.000	21.500
3	5.219	30.000	21.500
4	5.795	30.000	21.500
5	4.911	30.000	21.500
6	5.107	30.000	21.500
7	5.670	30.000	21.500
8	5.153	30.000	21.500
9	5.594	30.000	21.500
10	4.943	30.000	21.500
11	5.540	30.000	21.500
12	4.459	30.000	21.500
13	5.171	30.000	21.500
14	5.137	30.000	21.500
15	4.707	30.000	21.500
16	5.041	30.000	21.500
17	5.239	30.000	21.500
18	4.698	30.000	21.500
19	5.424	30.000	21.500
20	4.739	30.000	21.500
21	4.761	30.000	21.500
22	4.689	30.000	21.500
23	5.260	30.000	21.500
24			

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**EXPERIMENTACION ETAPA 01 - LABORATORIO - ENSAYO DE VERTEDEROS SINUSOIDAL, TRIANGULAR Y RECTANGULAR**

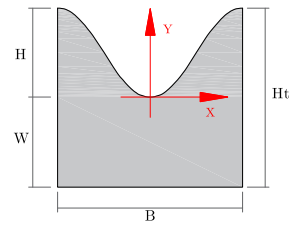
**VERTEDERO : SINUSOIDAL / MUESTRA N° 1**

Vertedero:	SINUSOIDAL	
Muestra :	N° =	1.00

Dimensiones del vertedero			
Factor a :	a =	0.075	m
Factor c :	c =	20.944	m <sup>-1</sup>
Base :	B =	0.300	m
Altura :	Hv =	0.150	m
Cresta :	W =	0.150	m
Altura total :	Ht =	0.300	m
Espesor :	e =	0.01	m

Datos del lugar			
Temperatura :	=	24.20	° C
Presión :	=	686.00	bar
Humedad ambiental:	=	37.000	%

Dimensiones del canal			
Largo :	L <sub>canal</sub> =	10.00	m
Ancho :	B <sub>canal</sub> =	0.30	m
Altura :	H <sub>canal</sub> =	0.42	m
Pendiente :	S =	0.00	--



MEDIDA N°	Datos de ensayo 04 SECCIÓN 01		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	6.800	30.000	22.400
2	6.574	30.000	22.400
3	6.241	30.000	22.400
4	6.645	30.000	22.400
5	6.484	30.000	22.400
6	6.821	30.000	22.400
7	6.175	30.000	22.400
8	6.320	30.000	22.400
9	6.295	30.000	22.400
10	5.880	30.000	22.400
11	6.561	30.000	22.400
12	6.547	30.000	22.400
13	6.448	30.000	22.400
14	6.356	30.000	22.400
15	5.899	30.000	22.400
16	6.284	30.000	22.400
17	6.314	30.000	22.400
18	6.136	30.000	22.400
19	6.384	30.000	22.400
20	6.603	30.000	22.400
21	7.176	30.000	22.400
22			
23			
24			

Ensayo N°	Datos de ensayo 04 SECCIÓN 02		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	6.514	30.000	22.400
2	6.546	30.000	22.400
3	6.418	30.000	22.400
4	5.704	30.000	22.400
5	6.436	30.000	22.400
6	6.470	30.000	22.400
7	7.399	30.000	22.400
8	6.372	30.000	22.400
9	6.563	30.000	22.400
10	6.433	30.000	22.400
11	5.994	30.000	22.400
12	6.888	30.000	22.400
13	6.737	30.000	22.400
14	6.752	30.000	22.400
15	6.095	30.000	22.400
16	6.989	30.000	22.400
17	5.904	30.000	22.400
18	6.673	30.000	22.400
19	7.294	30.000	22.400
20	6.063	30.000	22.400
21	6.227	30.000	22.400
22			
23			
24			

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**EXPERIMENTACION ETAPA 01 - LABORATORIO - ENSAYO DE VERTEDEROS SINUSOIDAL, TRIANGULAR Y RECTANGULAR**

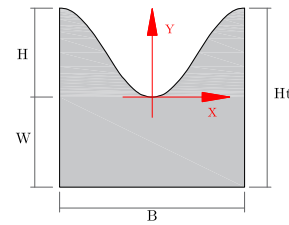
**VERTEDERO : SINUSOIDAL / MUESTRA N° 1**

Vertedero:	SINUSOIDAL		
Muestra :	N° =	1.00	

Dimensiones del vertedero			
Factor a :	a =	0.075	m
Factor c :	c =	20.944	m <sup>-1</sup>
Base :	B =	0.300	m
Altura :	Hv =	0.150	m
Cresta :	W =	0.150	m
Altura total :	Ht =	0.300	m
Espesor :	e =	0.01	m

Datos del lugar			
Temperatura :	=	24.20	° C
Presión :	=	686.00	bar
Humedad ambiental:	=	37.000	%

Dimensiones del canal			
Largo :	L <sub>canal</sub> =	10.00	m
Ancho :	B <sub>canal</sub> =	0.30	m
Altura :	H <sub>canal</sub> =	0.42	m
Pendiente :	S =	0.00	--



MEDIDA N°	Datos de ensayo 05 SECCIÓN 01		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	9.768	30.000	25.300
2	9.412	30.000	25.300
3	9.853	30.000	25.300
4	10.345	30.000	25.300
5	9.358	30.000	25.300
6	9.358	30.000	25.300
7	10.377	30.000	25.300
8	9.921	30.000	25.300
9	9.225	30.000	25.300
10	9.794	30.000	25.300
11	9.229	30.000	25.300
12	9.227	30.000	25.300
13	9.625	30.000	25.300
14	8.414	30.000	25.300
15	8.520	30.000	25.300
16	9.173	30.000	25.300
17	8.920	30.000	25.300
18	9.666	30.000	25.300
19	8.979	30.000	25.300
20	8.695	30.000	25.300
21	10.313	30.000	25.300
22	9.362	30.000	25.300
23	9.527	30.000	25.300
24			

Ensayo N°	Datos de ensayo 05 SECCIÓN 02		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	8.688	30.000	25.300
2	9.183	30.000	25.300
3	9.552	30.000	25.300
4	8.842	30.000	25.300
5	9.700	30.000	25.300
6	9.152	30.000	25.300
7	9.325	30.000	25.300
8	9.151	30.000	25.300
9	10.530	30.000	25.300
10	9.482	30.000	25.300
11	8.895	30.000	25.300
12	9.952	30.000	25.300
13	8.803	30.000	25.300
14	9.607	30.000	25.300
15	8.388	30.000	25.300
16	8.743	30.000	25.300
17	9.600	30.000	25.300
18	9.904	30.000	25.300
19	9.586	30.000	25.300
20	9.424	30.000	25.300
21	9.320	30.000	25.300
22	8.658	30.000	25.300
23			
24			

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**EXPERIMENTACION ETAPA 01 - LABORATORIO - ENSAYO DE VERTEDEROS SINUSOIDAL, TRIANGULAR Y RECTANGULAR**

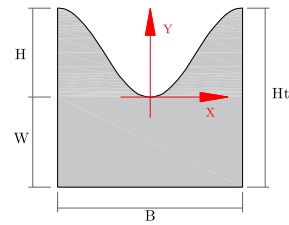
**VERTEDERO : SINUSOIDAL / MUESTRA N° 1**

Vertedero:	SINUSOIDAL		
Muestra :	N° =	1.00	

Dimensiones del vertedero			
Factor a :	a =	0.075	m
Factor c :	c =	20.944	m <sup>-1</sup>
Base :	B =	0.300	m
Altura :	Hv =	0.150	m
Cresta :	W =	0.150	m
Altura total :	Ht =	0.300	m
Espesor :	e =	0.01	m

Datos del lugar			
Temperatura :	=	24.20	° C
Presión :	=	686.00	bar
Humedad ambiental:	=	37.000	%

Dimensiones del canal			
Largo :	L <sub>canal</sub> =	10.00	m
Ancho :	B <sub>canal</sub> =	0.30	m
Altura :	H <sub>canal</sub> =	0.42	m
Pendiente :	S =	0.00	--



MEDIDA N°	Datos de ensayo 06 SECCIÓN 01		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	13.453	30.000	27.400
2	13.303	30.000	27.400
3	12.348	30.000	27.400
4	12.963	30.000	27.400
5	13.173	30.000	27.400
6	14.404	30.000	27.400
7	13.825	30.000	27.400
8	12.117	30.000	27.400
9	13.809	30.000	27.400
10	13.234	30.000	27.400
11	12.998	30.000	27.400
12	14.043	30.000	27.400
13	14.383	30.000	27.400
14	14.302	30.000	27.400
15	12.866	30.000	27.400
16	13.296	30.000	27.400
17	13.815	30.000	27.400
18	14.338	30.000	27.400
19	13.158	30.000	27.400
20	13.396	30.000	27.400
21	12.650	30.000	27.400
22	12.577	30.000	27.400
23	14.205	30.000	27.400
24			

Ensayo N°	Datos de ensayo 06 SECCIÓN 02		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	14.646	30.000	27.400
2	13.488	30.000	27.400
3	14.360	30.000	27.400
4	13.840	30.000	27.400
5	13.024	30.000	27.400
6	13.840	30.000	27.400
7	14.794	30.000	27.400
8	13.518	30.000	27.400
9	14.815	30.000	27.400
10	11.620	30.000	27.400
11	14.213	30.000	27.400
12	13.617	30.000	27.400
13	13.304	30.000	27.400
14	13.621	30.000	27.400
15	11.935	30.000	27.400
16	13.369	30.000	27.400
17	13.836	30.000	27.400
18	14.540	30.000	27.400
19	13.126	30.000	27.400
20	12.891	30.000	27.400
21			
22			
23			
24			

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

<b>TESIS:</b>	ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES
<b>ESTUDIANTES:</b>	APAZA HUACAC, Alonso Alexander ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**EXPERIMENTACION ETAPA 01 - LABORATORIO - ENSAYO DE VERTEDEROS SINUSOIDAL, TRIANGULAR Y RECTANGULAR**

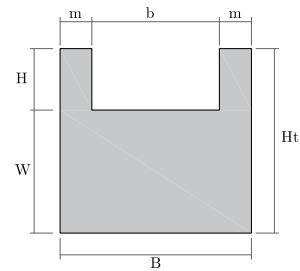
**VERTEDERO : RECTANGULAR / MUESTRA N° 2**

Vertedero:	RECTANGULAR
Muestra :	N° = 2.00

Datos del lugar			
Temperatura :	=	24.20	° C
Presión :	=	686.00	bar
Humedad ambiental:	=	37.000	%

Dimensiones del canal			
Largo :	$L_{canal}$ =	10.00	m
Ancho :	$B_{canal}$ =	0.30	m
Altura :	$H_{canal}$ =	0.42	m
Pendiente :	$S$ =	0.00	--

Dimensiones del vertedero			
Base :	$B$ =	0.300	m
Altura :	$H_v$ =	0.150	m
Cresta :	$W$ =	0.150	m
Altura total :	$H_t$ =	0.308	m
$b$ :	=	0.200	m
$m$ :	=	0.050	m
Espesor :	$e$ =	0.01	m



Datos recolectados :

Datos recolectados :

MEDIDA N°	Datos recolectados de ensayo 01	
	volumen [L]	tiempo [t]
1	1.30000	1.740
2	1.18000	1.520
3	1.14000	1.480
4	1.40000	1.940
5	1.28000	1.720
6	1.10000	1.350
7	1.32000	1.630
8	1.26000	1.560
9	1.35000	1.750
10	1.22000	1.670
11	1.63000	1.850
12	1.77000	2.100
13	1.20000	1.650
14	1.25000	1.420
15	1.15000	1.540
16		

MEDIDA N°	Datos recolectados de ensayo 02	
	volumen [L]	tiempo [t]
1	2.01000	1.140
2	2.12000	1.210
3	2.05000	1.180
4	2.15000	1.240
5	2.06000	1.170
6	2.18000	1.240
7	1.97000	1.120
8	2.04000	1.180
9	1.99000	1.150
10	2.02000	1.150
11	2.32000	1.330
12	2.04000	1.170
13	2.25000	1.290
14	2.08000	1.190
15	2.21000	1.260
16		

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**EXPERIMENTACION ETAPA 01 - LABORATORIO - ENSAYO DE VERTEDEROS SINUSOIDAL, TRIANGULAR Y RECTANGULAR**

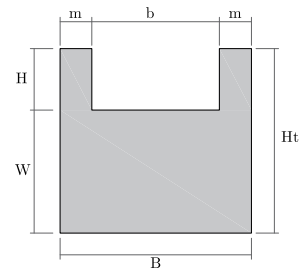
**VERTEDERO : RECTANGULAR / MUESTRA N° 2**

Vertedero: RECTANGULAR  
Muestra : N° = 2.00

Datos del lugar			
Temperatura :	=	24.20	° C
Presión :	=	686.00	bar
Humedad ambiental:	=	37.000	%

Dimensiones del canal			
Largo :	$L_{canal}$ =	10.00	m
Ancho :	$B_{canal}$ =	0.30	m
Altura :	$H_{canal}$ =	0.42	m
Pendiente :	$S$ =	0.00	--

Dimensiones del vertedero			
Base :	$B$ =	0.300	m
Altura :	$H_v$ =	0.150	m
Cresta :	$W$ =	0.150	m
Altura total :	$H_t$ =	0.308	m
$b$ :	=	0.200	m
$m$ :	=	0.050	m
Espesor :	$e$ =	0.01	m



Datos recolectados :

MEDIDA N°	Datos de ensayo 03 SECCIÓN 01		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	4.991	30.000	24.000
2	4.809	30.000	24.000
3	5.035	30.000	24.000
4	5.286	30.000	24.000
5	4.781	30.000	24.000
6	4.781	30.000	24.000
7	5.302	30.000	24.000
8	5.069	30.000	24.000
9	4.714	30.000	24.000
10	5.004	30.000	24.000
11	4.715	30.000	24.000
12	4.715	30.000	24.000
13	4.918	30.000	24.000
14	4.299	30.000	24.000
15	4.353	30.000	24.000
16	4.687	30.000	24.000
17	4.558	30.000	24.000
18	4.939	30.000	24.000
19	4.588	30.000	24.000
20	4.443	30.000	24.000
21			
22			
23			
24			

Ensayo N°	Datos de ensayo 03 SECCIÓN 02		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	5.269	30.000	24.000
2	4.784	30.000	24.000
3	4.868	30.000	24.000
4	4.439	30.000	24.000
5	4.692	30.000	24.000
6	4.880	30.000	24.000
7	4.518	30.000	24.000
8	4.956	30.000	24.000
9	4.676	30.000	24.000
10	4.765	30.000	24.000
11	4.676	30.000	24.000
12	5.380	30.000	24.000
13	4.845	30.000	24.000
14	4.545	30.000	24.000
15	5.085	30.000	24.000
16	4.498	30.000	24.000
17	4.908	30.000	24.000
18	4.286	30.000	24.000
19	4.467	30.000	24.000
20	4.905	30.000	24.000
21			
22			
23			
24			

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGulares Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**EXPERIMENTACION ETAPA 01 - LABORATORIO - ENSAYO DE VERTEDEROS SINUSOIDAL, TRIANGULAR Y RECTANGULAR**

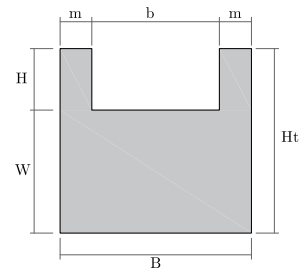
**VERTEDERO : RECTANGULAR / MUESTRA N° 2**

Vertedero: RECTANGULAR  
Muestra : N° = 2.00

Datos del lugar			
Temperatura :	=	24.20	° C
Presión :	=	686.00	bar
Humedad ambiental:	=	37.000	%

Dimensiones del canal			
Largo :	$L_{canal}$ =	10.00	m
Ancho :	$B_{canal}$ =	0.30	m
Altura :	$H_{canal}$ =	0.42	m
Pendiente :	$S$ =	0.00	--

Dimensiones del vertedero			
Base :	$B$ =	0.300	m
Altura :	$H_v$ =	0.150	m
Cresta :	$W$ =	0.150	m
Altura total :	$H_t$ =	0.308	m
$b$ :	=	0.200	m
$m$ :	=	0.050	m
Espesor :	$e$ =	0.01	m



Datos recolectados :

MEDIDA N°	Datos de ensayo 04 SECCIÓN 01		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	6.227	30.000	24.900
2	6.000	30.000	24.900
3	6.282	30.000	24.900
4	6.596	30.000	24.900
5	5.965	30.000	24.900
6	5.965	30.000	24.900
7	6.616	30.000	24.900
8	6.325	30.000	24.900
9	5.881	30.000	24.900
10	6.244	30.000	24.900
11	5.883	30.000	24.900
12	5.882	30.000	24.900
13	6.136	30.000	24.900
14	5.362	30.000	24.900
15	5.430	30.000	24.900
16	5.847	30.000	24.900
17	5.686	30.000	24.900
18	6.162	30.000	24.900
19	5.723	30.000	24.900
20	5.542	30.000	24.900
21			
22			
23			
24			

Ensayo N°	Datos de ensayo 04 SECCIÓN 02		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	6.575	30.000	24.900
2	5.968	30.000	24.900
3	6.073	30.000	24.900
4	5.538	30.000	24.900
5	5.854	30.000	24.900
6	6.089	30.000	24.900
7	5.636	30.000	24.900
8	6.184	30.000	24.900
9	5.834	30.000	24.900
10	5.945	30.000	24.900
11	5.833	30.000	24.900
12	6.714	30.000	24.900
13	6.044	30.000	24.900
14	5.670	30.000	24.900
15	6.344	30.000	24.900
16	5.611	30.000	24.900
17	6.124	30.000	24.900
18	5.346	30.000	24.900
19	5.572	30.000	24.900
20	6.120	30.000	24.900
21	6.314	30.000	24.900
22	6.111	30.000	24.900
23			
24			

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**EXPERIMENTACION ETAPA 01 - LABORATORIO - ENSAYO DE VERTEDEROS SINUSOIDAL, TRIANGULAR Y RECTANGULAR**

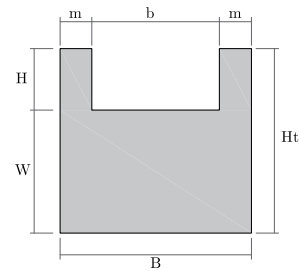
**VERTEDERO : RECTANGULAR / MUESTRA N° 2**

Vertedero: RECTANGULAR  
Muestra : N° = 2.00

Datos del lugar			
Temperatura :	=	24.20	° C
Presión :	=	686.00	bar
Humedad ambiental:	=	37.000	%

Dimensiones del canal			
Largo :	$L_{canal}$ =	10.00	m
Ancho :	$B_{canal}$ =	0.30	m
Altura :	$H_{canal}$ =	0.42	m
Pendiente :	$S$ =	0.00	--

Dimensiones del vertedero			
Base :	$B$ =	0.300	m
Altura :	$H_v$ =	0.150	m
Cresta :	$W$ =	0.150	m
Altura total :	$H_t$ =	0.308	m
$b$ :	=	0.200	m
$m$	=	0.050	m
Espesor :	$e$ =	0.01	m



Datos recolectados :

MEDIDA N°	Datos de ensayo 05 SECCIÓN 01		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	9.792	30.000	27.800
2	9.430	30.000	27.800
3	9.878	30.000	27.800
4	10.378	30.000	27.800
5	9.375	30.000	27.800
6	9.375	30.000	27.800
7	10.410	30.000	27.800
8	9.947	30.000	27.800
9	9.241	30.000	27.800
10	9.818	30.000	27.800
11	9.244	30.000	27.800
12	9.243	30.000	27.800
13	9.647	30.000	27.800
14	8.417	30.000	27.800
15	8.525	30.000	27.800
16	9.188	30.000	27.800
17	8.931	30.000	27.800
18	9.688	30.000	27.800
19	8.991	30.000	27.800
20	8.703	30.000	27.800
21			
22			
23			
24			

Ensayo N°	Datos de ensayo 05 SECCIÓN 02		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	10.345	30.000	27.800
2	9.380	30.000	27.800
3	9.547	30.000	27.800
4	8.696	30.000	27.800
5	9.198	30.000	27.800
6	9.572	30.000	27.800
7	8.852	30.000	27.800
8	9.723	30.000	27.800
9	9.166	30.000	27.800
10	9.342	30.000	27.800
11	9.166	30.000	27.800
12	10.566	30.000	27.800
13	9.501	30.000	27.800
14	8.909	30.000	27.800
15	9.978	30.000	27.800
16	8.812	30.000	27.800
17	9.628	30.000	27.800
18	8.391	30.000	27.800
19	8.751	30.000	27.800
20	9.621	30.000	27.800
21	9.930	30.000	27.800
22	9.607	30.000	27.800
23			
24			

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

<b>TESIS:</b>	ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES
<b>ESTUDIANTES:</b>	APAZA HUACAC, Alonso Alexander ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**EXPERIMENTACION ETAPA 01 - LABORATORIO - ENSAYO DE VERTEDEROS SINUSOIDAL, TRIANGULAR Y RECTANGULAR**

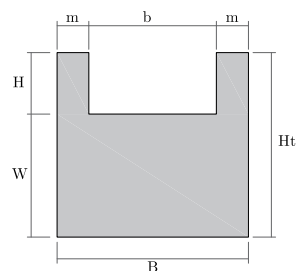
**VERTEDERO : RECTANGULAR / MUESTRA N° 2**

Vertedero:	RECTANGULAR
Muestra :	N° = 2.00

Datos del lugar			
Temperatura :	=	24.20	° C
Presión :	=	686.00	bar
Humedad ambiental:	=	37.000	%

Dimensiones del canal			
Largo :	$L_{canal}$ =	10.00	m
Ancho :	$B_{canal}$ =	0.30	m
Altura :	$H_{canal}$ =	0.42	m
Pendiente :	$S$ =	0.00	--

Dimensiones del vertedero			
Base :	$B$ =	0.300	m
Altura :	$H_v$ =	0.150	m
Cresta :	$W$ =	0.150	m
Altura total :	$H_t$ =	0.308	m
$b$ :	=	0.200	m
$m$ :	=	0.050	m
Espesor :	$e$ =	0.01	m



Datos recolectados :

MEDIDA N°	Datos de ensayo 06 SECCIÓN 01		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	12.865	30.000	30.200
2	12.389	30.000	30.200
3	12.979	30.000	30.200
4	13.635	30.000	30.200
5	12.317	30.000	30.200
6	12.318	30.000	30.200
7	13.677	30.000	30.200
8	13.068	30.000	30.200
9	12.141	30.000	30.200
10	12.900	30.000	30.200
11	12.146	30.000	30.200
12	12.144	30.000	30.200
13	12.674	30.000	30.200
14	11.059	30.000	30.200
15	11.200	30.000	30.200
16	12.072	30.000	30.200
17	11.734	30.000	30.200
18	12.729	30.000	30.200
19	11.812	30.000	30.200
20	11.434	30.000	30.200
21			
22			
23			
24			

Ensayo N°	Datos de ensayo 06 SECCIÓN 02		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	13.592	30.000	30.200
2	12.324	30.000	30.200
3	12.544	30.000	30.200
4	11.425	30.000	30.200
5	12.085	30.000	30.200
6	12.576	30.000	30.200
7	11.630	30.000	30.200
8	12.775	30.000	30.200
9	12.043	30.000	30.200
10	12.274	30.000	30.200
11	12.042	30.000	30.200
12	13.881	30.000	30.200
13	12.483	30.000	30.200
14	11.700	30.000	30.200
15	13.110	30.000	30.200
16	11.578	30.000	30.200
17	12.650	30.000	30.200
18	11.024	30.000	30.200
19	11.497	30.000	30.200
20	12.641	30.000	30.200
21	13.047	30.000	30.200
22	12.621	30.000	30.200
23			
24			

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

<b>TESIS:</b>	ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES
<b>ESTUDIANTES:</b>	APAZA HUACAC, Alonso Alexander ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**EXPERIMENTACION ETAPA 01 - LABORATORIO - ENSAYO DE VERTEDEROS SINUSOIDAL, TRIANGULAR Y RECTANGULAR**

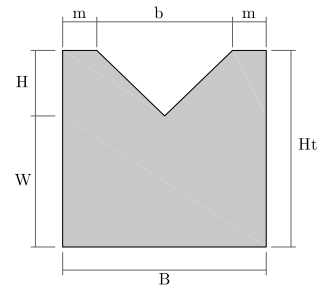
**VERTEDERO : TRIANGULAR / MUESTRA N° 3**

Vertedero:	TRIANGULAR
Muestra :	N° = 3.00

Dimensiones del vertedero			
Base :	B =	0.300	m
Altura :	Hv =	0.200	m
Cresta :	W =	0.150	m
Altura total :	Ht =	0.308	m
H:	H=	0.100	m
Ø:	=	90.000	°
m	=	0.05	m

Datos del lugar			
Temperatura :	=	24.20	° C
Presión :	=	686.00	bar
Humedad ambiental:	=	37.000	%

Dimensiones del canal			
Largo :	L <sub>canal</sub> =	10.00	m
Ancho :	B <sub>canal</sub> =	0.30	m
Altura :	H <sub>canal</sub> =	0.42	m
Pendiente :	S =	0.00	--



Datos recolectados :

Datos recolectados :

MEDIDA N°	Datos recolectados de ensayo 01	
	volumen [L]	tiempo [t]
1	1.10000	1.350
2	1.63000	1.850
3	1.77000	2.100
4	1.20000	1.650
5	1.25000	1.420
6	1.15000	1.540
7	1.18000	1.520
8	1.14000	1.480
9	1.40000	1.940
10	1.28000	1.720
11	1.32000	1.630
12	1.26000	1.560
13	1.35000	1.750
14	1.22000	1.670
15	1.30000	1.740
16		

MEDIDA N°	Datos recolectados de ensayo 02	
	volumen [L]	tiempo [t]
1	2.18000	1.240
2	2.32000	1.330
3	2.04000	1.170
4	2.25000	1.290
5	2.08000	1.190
6	2.21000	1.260
7	2.12000	1.210
8	2.05000	1.180
9	2.15000	1.240
10	2.06000	1.170
11	1.97000	1.120
12	2.04000	1.180
13	1.99000	1.150
14	2.02000	1.150
15	2.01000	1.140
16		

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**EXPERIMENTACION ETAPA 01 - LABORATORIO - ENSAYO DE VERTEDEROS SINUSOIDAL, TRIANGULAR Y RECTANGULAR**

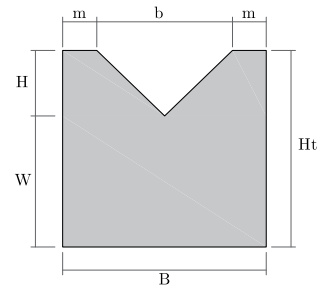
**VERTEDERO : TRIANGULAR / MUESTRA N° 3**

Vertedero: TRIANGULAR  
Muestra : N° = 3.00

Dimensiones del vertedero			
Base :	B =	0.300	m
Altura :	Hv =	0.200	m
Cresta :	W =	0.150	m
Altura total :	Ht =	0.308	m
H:	H=	0.100	m
Ø:	=	90.000	°
m	=	0.05	m

Datos del lugar			
Temperatura :	=	24.20	° C
Presión :	=	686.00	bar
Humedad ambiental:	=	37.000	%

Dimensiones del canal			
Largo :	L <sub>canal</sub> =	10.00	m
Ancho :	B <sub>canal</sub> =	0.30	m
Altura :	H <sub>canal</sub> =	0.42	m
Pendiente :	S =	0.00	--



Datos recolectados :

MEDIDA N°	Datos de ensayo 03 SECCIÓN 01		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	3.746	30.000	28.700
2	3.683	30.000	28.700
3	3.652	30.000	28.700
4	3.631	30.000	28.700
5	3.502	30.000	28.700
6	3.585	30.000	28.700
7	3.614	30.000	28.700
8	3.781	30.000	28.700
9	3.702	30.000	28.700
10	3.471	30.000	28.700
11	3.700	30.000	28.700
12	3.622	30.000	28.700
13	3.590	30.000	28.700
14	3.731	30.000	28.700
15	3.778	30.000	28.700
16	3.767	30.000	28.700
17	3.572	30.000	28.700
18	3.630	30.000	28.700
19	3.701	30.000	28.700
20	3.772	30.000	28.700
21	3.612	30.000	28.700
22	3.644	30.000	28.700
23	3.543	30.000	28.700
24			

Ensayo N°	Datos de ensayo 03 SECCIÓN 02		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	3.533	30.000	28.700
2	3.754	30.000	28.700
3	3.812	30.000	28.700
4	3.656	30.000	28.700
5	3.775	30.000	28.700
6	3.704	30.000	28.700
7	3.593	30.000	28.700
8	3.704	30.000	28.700
9	3.833	30.000	28.700
10	3.660	30.000	28.700
11	3.826	30.000	28.700
12	3.396	30.000	28.700
13	3.753	30.000	28.700
14	3.674	30.000	28.700
15	3.632	30.000	28.700
16	3.674	30.000	28.700
17	3.446	30.000	28.700
18	3.640	30.000	28.700
19	3.704	30.000	28.700
20	3.822	30.000	28.700
21	3.607	30.000	28.700
22	3.576	30.000	28.700
23	3.609	30.000	28.700
24			

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

<b>TESIS:</b>	ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES
<b>ESTUDIANTES:</b>	APAZA HUACAC, Alonso Alexander ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**EXPERIMENTACION ETAPA 01 - LABORATORIO - ENSAYO DE VERTEDEROS SINUSOIDAL, TRIANGULAR Y RECTANGULAR**

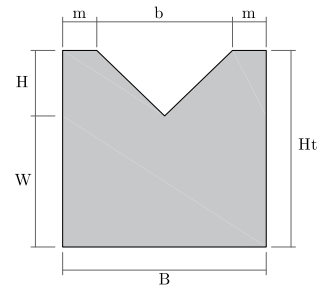
**VERTEDERO : TRIANGULAR / MUESTRA N° 3**

Vertedero:	TRIANGULAR		
Muestra :	N° =	3.00	

Dimensiones del vertedero			
Base :	B =	0.300	m
Altura :	Hv =	0.200	m
Cresta :	W =	0.150	m
Altura total :	Ht =	0.308	m
H:	H=	0.100	m
Ø:	=	90.000	°
m	=	0.05	m

Datos del lugar			
Temperatura :	=	24.20	° C
Presión :	=	686.00	bar
Humedad ambiental:	=	37.000	%

Dimensiones del canal			
Largo :	L <sub>canal</sub> =	10.00	m
Ancho :	B <sub>canal</sub> =	0.30	m
Altura :	H <sub>canal</sub> =	0.42	m
Pendiente :	S =	0.00	--



Datos recolectados :

MEDIDA N°	Datos de ensayo 04 SECCIÓN 01		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	4.514	30.000	29.700
2	4.474	30.000	29.700
3	4.516	30.000	29.700
4	4.711	30.000	29.700
5	4.630	30.000	29.700
6	4.512	30.000	29.700
7	4.655	30.000	29.700
8	4.598	30.000	29.700
9	4.718	30.000	29.700
10	4.488	30.000	29.700
11	4.540	30.000	29.700
12	4.531	30.000	29.700
13	4.384	30.000	29.700
14	4.626	30.000	29.700
15	4.621	30.000	29.700
16	4.586	30.000	29.700
17	4.553	30.000	29.700
18	4.390	30.000	29.700
19	4.527	30.000	29.700
20	4.538	30.000	29.700
21	4.475	30.000	29.700
22	4.563	30.000	29.700
23	4.640	30.000	29.700
24			

Ensayo N°	Datos de ensayo 04 SECCIÓN 02		
	Velocidad [m/s]	Base [cm]	Altura de agua [cm]
1	4.844	30.000	29.700
2	4.609	30.000	29.700
3	4.620	30.000	29.700
4	4.575	30.000	29.700
5	4.321	30.000	29.700
6	4.581	30.000	29.700
7	4.593	30.000	29.700
8	4.919	30.000	29.700
9	4.558	30.000	29.700
10	4.626	30.000	29.700
11	4.580	30.000	29.700
12	4.424	30.000	29.700
13	4.742	30.000	29.700
14	4.688	30.000	29.700
15	4.694	30.000	29.700
16	4.460	30.000	29.700
17	4.778	30.000	29.700
18	4.392	30.000	29.700
19			
20			
21			
22			
23			
24			

ANEXO D

OBTENCIÓN DE LOS COEFICIENTES DE DESCARGA A PARTIR DE LAS  
SIMULACIONES EN ANSYS

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**ETAPA 3 DE LA EXPERIMENTACION - CFD - OBTENCION DE LOS COEFICIENTES DE DESCARGA DEL VERTEDERO SINUSOIDE**

**CONDICION :  $a * c = 0.5 \pi$  / MUESTRA N° 1**

Condición :  $a * c = 0.50 \pi$   
Muestra : N° = 1.00

**Características del fluido - Agua**

Temperatura :  $T = 12.00$  °C  
Densidad :  $\rho = 999.50$  kg/m<sup>3</sup>  
Viscosidad :  $\mu = 1.24E-03$  Kg/(m.s)

**Dimensiones del vertedero**

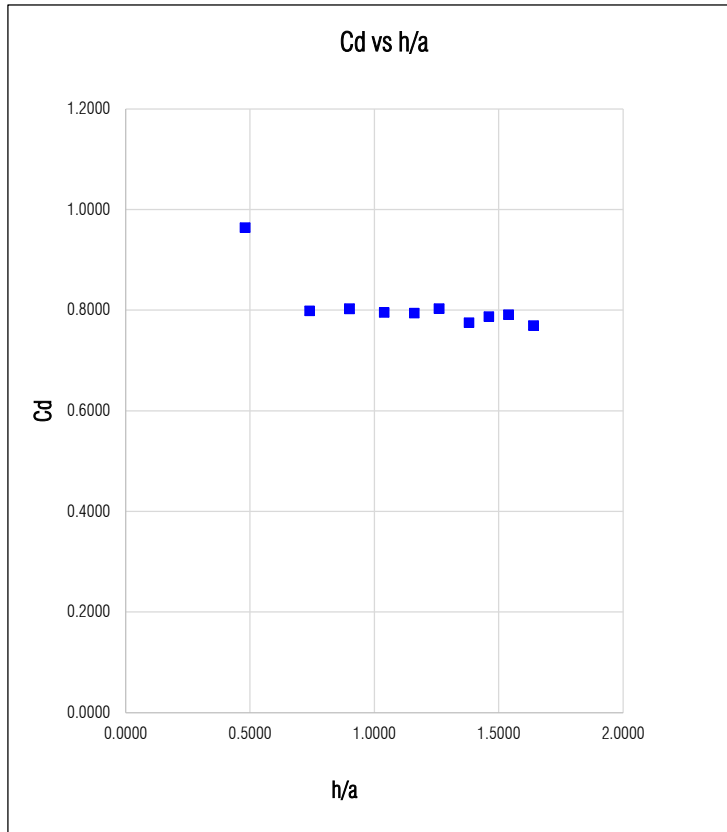
Factor a :  $a = 0.050$  m  
Factor c :  $c = 31.42$  m<sup>-1</sup>  
Base :  $B = 0.20$  m  
Altura :  $H_v = 0.10$  m  
Cresta :  $W = 0.10$  m  
Altura total :  $H_t = 0.20$  m  
Espesor :  $e = 0.40$  m

**Dimensiones del canal de aproximacion**

Largo :  $L_{canal} = 2.00$  m  
Ancho :  $B_{canal} = 0.20$  m  
Altura :  $H_{canal} = 0.24$  m  
Pendiente :  $S = 0.00$  --

**Condiciones del modelamiento para el ingreso del agua**

Altura de ingreso = 0.050 m  
Base de ingreso = 0.200 m  
Área de ingreso = 0.010 m<sup>2</sup>  
Gravedad = 9.81 m/s<sup>2</sup>  
(1) Coef. Descarga = 0.50  
(2) Caudal máximo = 0.003962962 m<sup>3</sup>/s



Análisis de los resultados del modelamiento :

Ensayo N°	Datos del modelamiento				h [m]	t (h/a)	$\psi$	Q <sub>teórico</sub> [m <sup>3</sup> /s]	Cd
	V <sub>ingreso</sub> [m/s]	A <sub>ingreso</sub> [m <sup>2</sup> ]	Q <sub>real</sub> [m <sup>3</sup> /s]	h <sub>agua</sub> [m]					
3	0.03963	0.010	0.00040	0.124	0.024	0.4800	0.1304	0.00041	0.9639
4	0.07926	0.010	0.00079	0.137	0.037	0.7400	0.3149	0.00099	0.7984
5	0.11889	0.010	0.00119	0.145	0.045	0.9000	0.4697	0.00148	0.8028
6	0.15852	0.010	0.00159	0.152	0.052	1.0400	0.6320	0.00199	0.7956
7	0.19815	0.010	0.00198	0.158	0.058	1.1600	0.7915	0.00250	0.7941
8	0.23778	0.010	0.00238	0.163	0.063	1.2600	0.9393	0.00296	0.8029
9	0.27741	0.010	0.00277	0.169	0.069	1.3800	1.1354	0.00358	0.7750
10	0.31704	0.010	0.00317	0.173	0.073	1.4600	1.2777	0.00403	0.7870
11	0.35667	0.010	0.00357	0.177	0.077	1.5400	1.4298	0.00451	0.7912
12	0.39630	0.010	0.00396	0.182	0.082	1.6400	1.6341	0.00515	0.7692

<sup>(1)</sup> Para establecer el caudal máximo que puede pasar por el vertedero modelado, se debe asumir un posible coeficiente de descarga.

<sup>(2)</sup> Para realizar los modelamientos en el programa ANSYS, es necesario establecer un posible caudal máximo que pueda pasar por el vertedero, caso de que este caudal sea mayor al que pueda soportar el vertedero, el modelamiento presentaría resultados incorrectos.

\* A<sub>ingreso</sub>: Es el área por el cual el fluido ingresa al canal modelado; V<sub>ingreso</sub>: Es la velocidad con la cual el fluido ingresa al canal modelado; h<sub>agua</sub>: Es la altura de agua medida desde la base de canal de aproximación, medida a una distancia de 4h de la cresta; h: Es la carga de agua encima de la cresta, medida a una distancia de 4h; Cd: es el coeficiente de descarga; Q<sub>real</sub>: Es el caudal real que esta pasando por el canal y vertedero modelado y Q<sub>teórico</sub>: Es el caudal que no considera el Cd

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**ETAPA 3 DE LA EXPERIMENTACION - CFD - OBTENCION DE LOS COEFICIENTES DE DESCARGA DEL VERTEDERO SINUSOIDE**

**CONDICION :  $a * c = 0.5 \pi$  / MUESTRA N° 2**

Condición :  $a * c = 0.50 \pi$   
Muestra : N° = 2.00

**Características del fluido - Agua**

Temperatura : T = 12.00 °C  
Densidad :  $\rho = 999.50$  kg/m<sup>3</sup>  
Viscosidad:  $\mu = 1.24E-03$  Kg/(m.s)

**Dimensiones del vertedero**

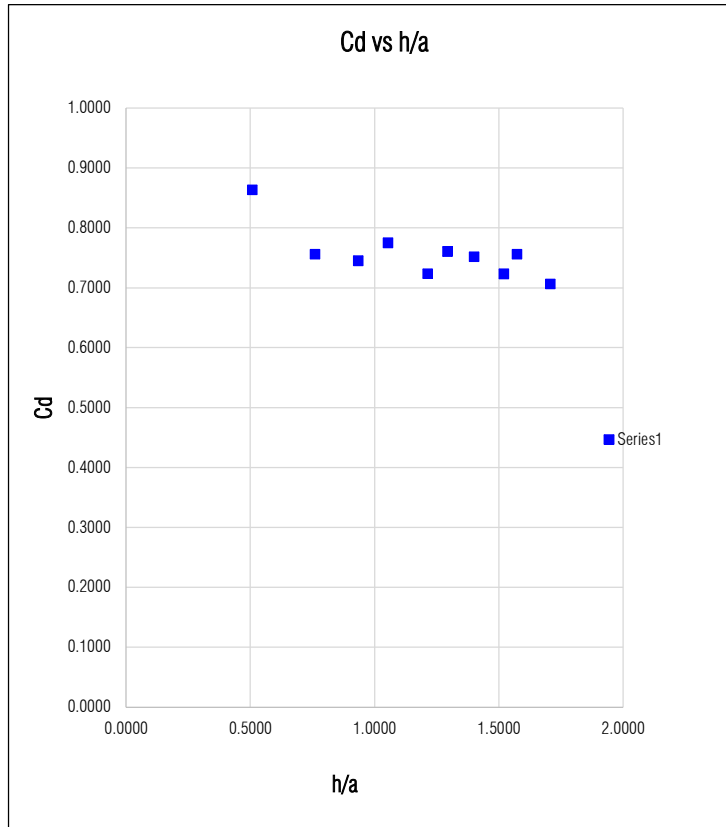
Factor a : a = 0.075 m  
Factor c : c = 20.94 m<sup>-1</sup>  
Base : B = 0.30 m  
Altura : Hv = 0.15 m  
Cresta : W = 0.15 m  
Altura total : Ht = 0.30 m  
Espesor : e = 0.60 m

**Dimensiones del canal de aproximacion**

Largo :  $L_{\text{canal}} = 3.00$  m  
Ancho :  $B_{\text{canal}} = 0.30$  m  
Altura :  $H_{\text{canal}} = 0.36$  m  
Pendiente : S = 0.00 --

**Condiciones del modelamiento para el ingreso del agua**

Altura de ingreso = 0.075 m  
Base de ingreso = 0.300 m  
Área de ingreso = 0.023 m<sup>2</sup>  
Gravedad = 9.81 m/s<sup>2</sup>  
(1) Coef. Descarga = 0.50  
(2) Caudal máximo = 0.010920639 m<sup>3</sup>/s



Análisis de los resultados del modelamiento :

Ensayo N°	Datos del modelamiento				h [m]	t (h/a)	$\psi$	$Q_{\text{teorico}}$ [m <sup>3</sup> /s]	Cd
	$V_{\text{ingreso}}$ [m/s]	$A_{\text{ingreso}}$ [m <sup>2</sup> ]	$Q_{\text{real}}$ [m <sup>3</sup> /s]	$h_{\text{agua}}$ [m]					
1	0.04854	0.023	0.00109	0.188	0.038	0.5067	0.1456	0.00126	0.8635
2	0.09707	0.023	0.00218	0.207	0.057	0.7600	0.3325	0.00289	0.7561
3	0.14561	0.023	0.00328	0.220	0.070	0.9333	0.5061	0.00440	0.7451
4	0.19414	0.023	0.00437	0.229	0.079	1.0533	0.6487	0.00564	0.7750
5	0.24268	0.023	0.00546	0.241	0.091	1.2133	0.8686	0.00755	0.7236
6	0.29122	0.023	0.00655	0.247	0.097	1.2933	0.9917	0.00862	0.7605
7	0.33975	0.023	0.00764	0.255	0.105	1.4000	1.1701	0.01017	0.7520
8	0.38829	0.023	0.00874	0.264	0.114	1.5200	1.3909	0.01208	0.7230
9	0.43683	0.023	0.00983	0.268	0.118	1.5733	1.4961	0.01300	0.7562
10	0.48536	0.023	0.01092	0.278	0.128	1.7067	1.7794	0.01546	0.7064

(1) Para establecer el caudal máximo que puede pasar por el vertedero modelado, se debe asumir un posible coeficiente de descarga.

(2) Para realizar los modelamientos en el programa ANSYS, es necesario establecer un posible caudal máximo que pueda pasar por el vertedero, caso de que este caudal sea mayor al que pueda soportar el vertedero, el modelamiento presentaría resultados incorrectos.

\*  $A_{\text{ingreso}}$ : Es el área por el cual el fluido ingresa al canal modelado;  $V_{\text{ingreso}}$ : Es la velocidad con la cual el fluido ingresa al canal modelado;  $h_{\text{agua}}$ : Es la altura de agua medida desde la base de canal de aproximación, medida a una distancia de 4h de la cresta; h: Es la carga de agua encima de la cresta, medida a una distancia de 4h; Cd: es el coeficiente de descarga;  $Q_{\text{real}}$ : Es el caudal real que está pasando por el canal y vertedero modelado y  $Q_{\text{teorico}}$ : Es el caudal que no considera el Cd

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**ETAPA 3 DE LA EXPERIMENTACION - CFD - OBTENCION DE LOS COEFICIENTES DE DESCARGA DEL VERTEDERO SINUSOIDE**

**CONDICION :  $a * c = 0.5 \pi$  / MUESTRA N° 3**

Condición :  $a * c = 0.50 \pi$   
Muestra : N° = 3.00

**Características del fluido - Agua**

Temperatura : T = 12.00 °C  
Densidad :  $\rho = 999.50$  kg/m<sup>3</sup>  
Viscosidad:  $\mu = 1.24E-03$  Kg/(m.s)

**Dimensiones del vertedero**

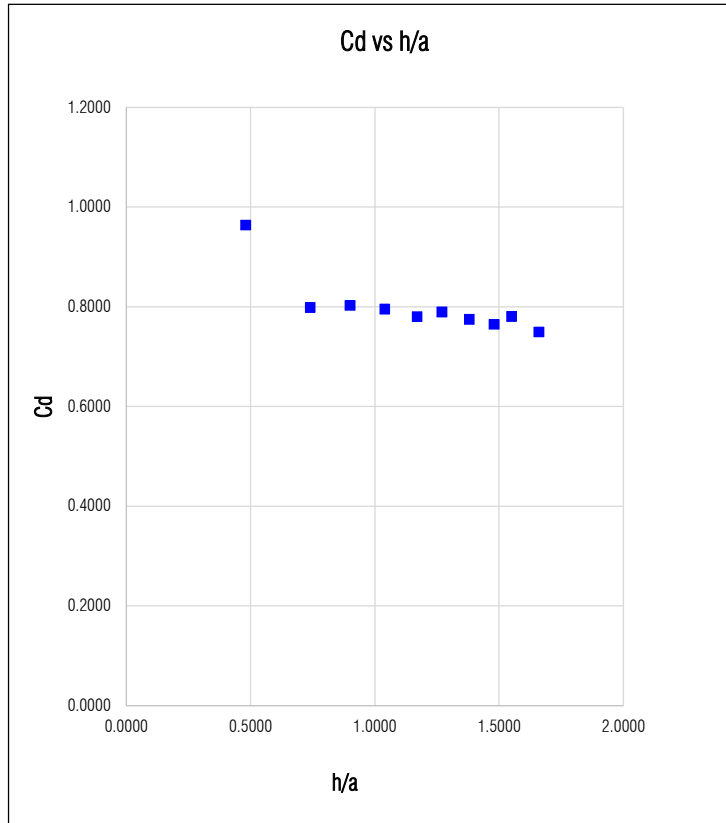
Factor a : a = 0.100 m  
Factor c : c = 15.71 m<sup>-1</sup>  
Base : B = 0.40 m  
Altura : Hv = 0.20 m  
Cresta : W = 0.20 m  
Altura total : Ht = 0.40 m  
Espesor : e = 0.80 m

**Dimensiones del canal de aproximacion**

Largo :  $L_{\text{canal}} = 4.00$  m  
Ancho :  $B_{\text{canal}} = 0.40$  m  
Altura :  $H_{\text{canal}} = 0.48$  m  
Pendiente : S = 0.00 --

**Condiciones del modelamiento para el ingreso del agua**

Altura de ingreso = 0.100 m  
Base de ingreso = 0.400 m  
Área de ingreso = 0.040 m<sup>2</sup>  
Gravedad = 9.81 m/s<sup>2</sup>  
(1) Coef. Descarga = 0.50  
(2) Caudal máximo = 0.022417898 m<sup>3</sup>/s



Análisis de los resultados del modelamiento :

Ensayo N°	Datos del modelamiento				h [m]	t (h/a)	$\psi$	$Q_{\text{teorico}}$ [m <sup>3</sup> /s]	Cd
	$V_{\text{ingreso}}$ [m/s]	$A_{\text{ingreso}}$ [m <sup>2</sup> ]	$Q_{\text{real}}$ [m <sup>3</sup> /s]	$h_{\text{agua}}$ [m]					
1	0.05604	0.040	0.00224	0.248	0.048	0.4800	0.1304	0.00233	0.9639
2	0.11209	0.040	0.00448	0.274	0.074	0.7400	0.3149	0.00562	0.7984
3	0.16813	0.040	0.00673	0.290	0.090	0.9000	0.4697	0.00838	0.8028
4	0.22418	0.040	0.00897	0.304	0.104	1.0400	0.6320	0.01127	0.7956
5	0.28022	0.040	0.01121	0.317	0.117	1.1700	0.8056	0.01437	0.7801
6	0.33627	0.040	0.01345	0.327	0.127	1.2700	0.9549	0.01703	0.7898
7	0.39231	0.040	0.01569	0.338	0.138	1.3800	1.1354	0.02025	0.7750
8	0.44836	0.040	0.01793	0.348	0.148	1.4800	1.3148	0.02345	0.7648
9	0.50440	0.040	0.02018	0.355	0.155	1.5500	1.4495	0.02585	0.7805
10	0.56045	0.040	0.02242	0.366	0.166	1.6600	1.6769	0.02991	0.7496

(1) Para establecer el caudal máximo que puede pasar por el vertedero modelado, se debe asumir un posible coeficiente de descarga.

(2) Para realizar los modelamientos en el programa ANSYS, es necesario establecer un posible caudal máximo que pueda pasar por el vertedero, caso de que este caudal sea mayor al que pueda soportar el vertedero, el modelamiento presentaría resultados incorrectos.

\*  $A_{\text{ingreso}}$ : Es el área por el cual el fluido ingresa al canal modelado;  $V_{\text{ingreso}}$ : Es la velocidad con la cual el fluido ingresa al canal modelado;  $h_{\text{agua}}$ : Es la altura de agua medida desde la base de canal de aproximación, medida a una distancia de 4h de la cresta; h: Es la carga de agua encima de la cresta, medida a una distancia de 4h; Cd: es el coeficiente de descarga;  $Q_{\text{real}}$ : Es el caudal real que está pasando por el canal y vertedero modelado y  $Q_{\text{teorico}}$ : Es el caudal que no considera el Cd

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**ETAPA 3 DE LA EXPERIMENTACION - CFD - OBTENCION DE LOS COEFICIENTES DE DESCARGA DEL VERTEDERO SINUSOIDE**

**CONDICION :  $a * c = 0.5 \pi$  / MUESTRA N° 4**

Condición :  $a * c = 0.50 \pi$   
Muestra : N° = 4.00

**Características del fluido - Agua**

Temperatura : T = 12.00 °C  
Densidad :  $\rho = 999.50$  kg/m<sup>3</sup>  
Viscosidad:  $\mu = 1.24E-03$  Kg/(m.s)

**Dimensiones del vertedero**

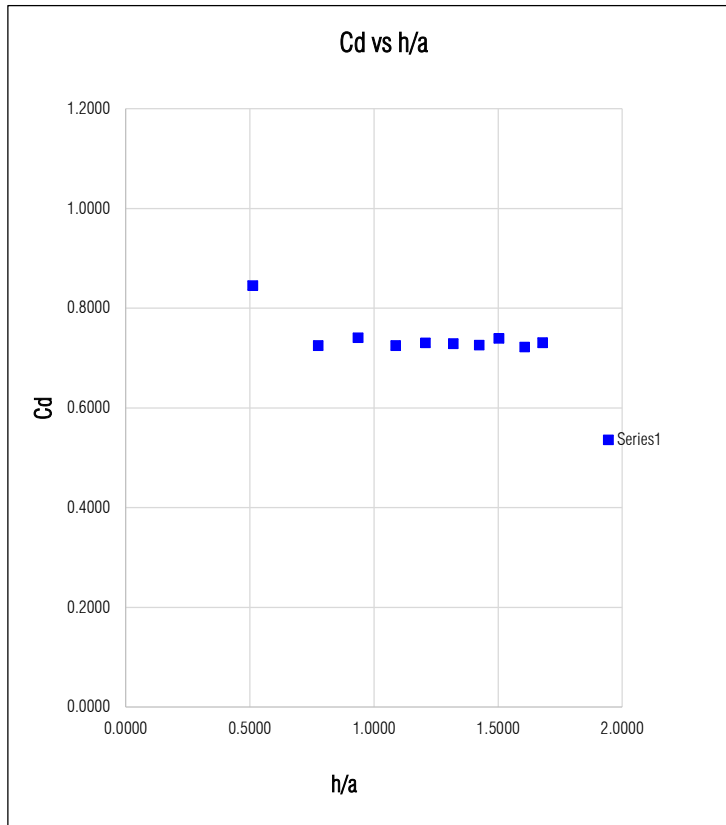
Factor a : a = 0.125 m  
Factor c : c = 12.57 m<sup>-1</sup>  
Base : B = 0.50 m  
Altura : Hv = 0.25 m  
Cresta : W = 0.25 m  
Altura total : Ht = 0.50 m  
Espesor : e = 1.00 m

**Dimensiones del canal de aproximacion**

Largo : L<sub>canal</sub> = 5.00 m  
Ancho : B<sub>canal</sub> = 0.50 m  
Altura : H<sub>canal</sub> = 0.60 m  
Pendiente : S = 0.00 --

**Condiciones del modelamiento para el ingreso del agua**

Altura de ingreso = 0.125 m  
Base de ingreso = 0.500 m  
Área de ingreso = 0.063 m<sup>2</sup>  
Gravedad = 9.81 m/s<sup>2</sup>  
(<sup>1</sup>)Coef. Descarga = 0.50  
(<sup>2</sup>)Caudal máximo = 0.039162457 m<sup>3</sup>/s



Análisis de los resultados del modelamiento :

Ensayo N°	Datos del modelamiento				h [m]	t (h/a)	$\psi$	Q <sub>teórico</sub> [m <sup>3</sup> /s]	Cd
	V <sub>ingreso</sub> [m/s]	A <sub>ingreso</sub> [m <sup>2</sup> ]	Q <sub>real</sub> [m <sup>3</sup> /s]	h <sub>agua</sub> [m]					
1	0.06266	0.063	0.00392	0.314	0.064	0.5120	0.1487	0.00463	0.8453
2	0.12532	0.063	0.00783	0.347	0.097	0.7760	0.3469	0.01081	0.7246
3	0.18798	0.063	0.01175	0.367	0.117	0.9360	0.5090	0.01586	0.7408
4	0.25064	0.063	0.01566	0.386	0.136	1.0880	0.6935	0.02161	0.7251
5	0.31330	0.063	0.01958	0.401	0.151	1.2080	0.8607	0.02682	0.7302
6	0.37596	0.063	0.02350	0.415	0.165	1.3200	1.0348	0.03224	0.7289
7	0.43862	0.063	0.02741	0.428	0.178	1.4240	1.2125	0.03778	0.7257
8	0.50128	0.063	0.03133	0.438	0.188	1.5040	1.3601	0.04238	0.7393
9	0.56394	0.063	0.03525	0.451	0.201	1.6080	1.5670	0.04882	0.7220
10	0.62660	0.063	0.03916	0.460	0.210	1.6800	1.7204	0.05360	0.7306

(<sup>1</sup>) Para establecer el caudal máximo que puede pasar por el vertedero modelado, se debe asumir un posible coeficiente de descarga.

(<sup>2</sup>) Para realizar los modelamientos en el programa ANSYS, es necesario establecer un posible caudal máximo que pueda pasar por el vertedero, caso de que este caudal sea mayor al que pueda soportar el vertedero, el modelamiento presentaría resultados incorrectos.

\* A<sub>ingreso</sub>: Es el área por el cual el fluido ingresa al canal modelado; V<sub>ingreso</sub>: Es la velocidad con la cual el fluido ingresa al canal modelado; h<sub>agua</sub>: Es la altura de agua medida desde la base de canal de aproximación, medida a una distancia de 4h de la cresta; h: Es la carga de agua encima de la cresta, medida a una distancia de 4h; Cd: es el coeficiente de descarga; Q<sub>real</sub>: Es el caudal real que está pasando por el canal y vertedero modelado y Q<sub>teórico</sub>: Es el caudal que no considera el Cd

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**ETAPA 3 DE LA EXPERIMENTACION - CFD - OBTENCION DE LOS COEFICIENTES DE DESCARGA DEL VERTEDERO SINUSOIDE**

**CONDICION :  $a * c = 0.5 \pi$  / MUESTRA N° 5**

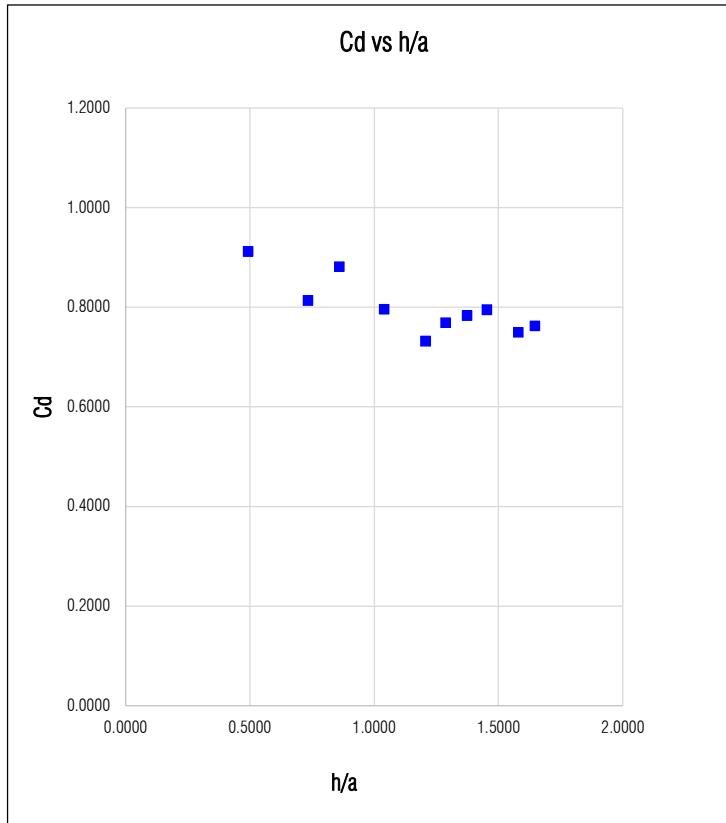
Condición :  $a * c = 0.50 \pi$   
Muestra : N° = 5.00

Características del fluido - Agua		
Temperatura :	T =	12.00 °C
Densidad :	r =	999.50 kg/m <sup>3</sup>
Viscosidad:	m =	1.24E-03 Kg/(m.s)

Dimensiones del vertedero		
Factor a :	a =	0.150 m
Factor c :	c =	10.47 m <sup>-1</sup>
Base :	B =	0.60 m
Altura :	Hv =	0.30 m
Cresta :	W =	0.30 m
Altura total :	Ht =	0.60 m
Espesor :	e =	1.20 m

Dimensiones del canal de aproximacion		
Largo :	L <sub>canal</sub> =	6.00 m
Ancho :	B <sub>canal</sub> =	0.60 m
Altura :	H <sub>canal</sub> =	0.72 m
Pendiente :	S =	0.00 --

Condiciones del modelamiento para el ingreso del agua		
Altura de ingreso =	0.150	m
Base de ingreso =	0.600	m
Área de ingreso =	0.090	m <sup>2</sup>
Gravedad =	9.81	m/s <sup>2</sup>
<sup>(1)</sup> Coef. Descarga =	0.50	
<sup>(2)</sup> Caudal máximo =	0.061776464	m <sup>3</sup> /s



Análisis de los resultados del modelamiento :

Ensayo N°	Datos del modelamiento				h [m]	t (h/a)	$\psi$	Q <sub>teórico</sub> [m <sup>3</sup> /s]	Cd
	V <sub>ingreso</sub> [m/s]	A <sub>ingreso</sub> [m <sup>2</sup> ]	Q <sub>real</sub> [m <sup>3</sup> /s]	h <sub>agua</sub> [m]					
1	0.06864	0.090	0.00618	0.374	0.074	0.4933	0.1379	0.00678	0.9117
2	0.13728	0.090	0.01236	0.410	0.110	0.7333	0.3091	0.01519	0.8133
3	0.20592	0.090	0.01853	0.429	0.129	0.8600	0.4280	0.02104	0.8811
4	0.27456	0.090	0.02471	0.456	0.156	1.0400	0.6320	0.03106	0.7956
5	0.34320	0.090	0.03089	0.481	0.181	1.2067	0.8588	0.04220	0.7319
6	0.41184	0.090	0.03707	0.493	0.193	1.2867	0.9811	0.04822	0.7687
7	0.48048	0.090	0.04324	0.506	0.206	1.3733	1.1239	0.05524	0.7829
8	0.54912	0.090	0.04942	0.518	0.218	1.4533	1.2655	0.06219	0.7946
9	0.61776	0.090	0.05560	0.537	0.237	1.5800	1.5096	0.07419	0.7494
10	0.68641	0.090	0.06178	0.547	0.247	1.6467	1.6483	0.08101	0.7626

<sup>(1)</sup> Para establecer el caudal máximo que puede pasar por el vertedero modelado, se debe asumir un posible coeficiente de descarga.

<sup>(2)</sup> Para realizar los modelamientos en el programa ANSYS, es necesario establecer un posible caudal máximo que pueda pasar por el vertedero, caso de que este caudal sea mayor al que pueda soportar el vertedero, el modelamiento presentaría resultados incorrectos.

\* A<sub>ingreso</sub>: Es el área por el cual el fluido ingresa al canal modelado; V<sub>ingreso</sub>: Es la velocidad con la cual el fluido ingresa al canal modelado; h<sub>agua</sub>: Es la altura de agua medida desde la base de canal de aproximación, medida a una distancia de 4h de la cresta; h: Es la carga de agua encima de la cresta, medida a una distancia de 4h; Cd: es el coeficiente de descarga; Q<sub>real</sub>: Es el caudal real que esta pasando por el canal y vertedero modelado y Q<sub>teórico</sub>: Es el caudal que no considera el Cd

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**ETAPA 3 DE LA EXPERIMENTACION - CFD - OBTENCION DE LOS COEFICIENTES DE DESCARGA DEL VERTEDERO SINUSOIDE**

**CONDICION :  $a * c = 0.5 \pi$  / MUESTRA N° 6**

Condición :  $a * c = 0.50 \pi$   
Muestra : N° = 6.00

**Características del fluido - Agua**

Temperatura : T = 12.00 °C  
Densidad :  $\rho = 999.50$  kg/m<sup>3</sup>  
Viscosidad:  $\mu = 1.24E-03$  Kg/(m.s)

**Dimensiones del vertedero**

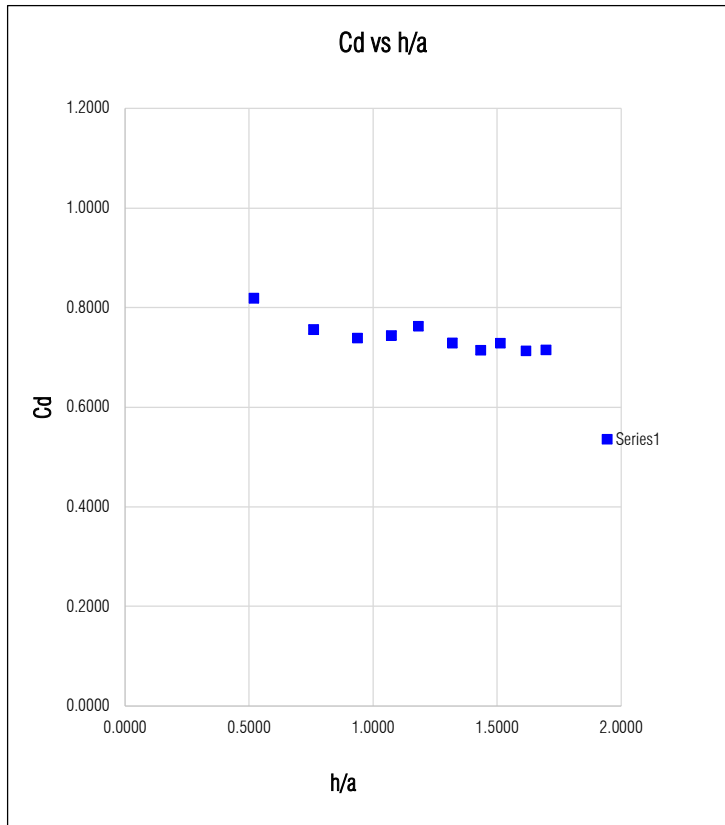
Factor a : a = 0.175 m  
Factor c : c = 8.98 m<sup>-1</sup>  
Base : B = 0.70 m  
Altura : Hv = 0.35 m  
Cresta : W = 0.35 m  
Altura total : Ht = 0.70 m  
Espesor : e = 1.40 m

**Dimensiones del canal de aproximacion**

Largo : L<sub>canal</sub> = 7.00 m  
Ancho : B<sub>canal</sub> = 0.70 m  
Altura : H<sub>canal</sub> = 0.84 m  
Pendiente : S = 0.00

**Condiciones del modelamiento para el ingreso del agua**

Altura de ingreso = 0.175 m  
Base de ingreso = 0.700 m  
Área de ingreso = 0.123 m<sup>2</sup>  
Gravedad = 9.81 m/s<sup>2</sup>  
(1) Coef. Descarga = 0.50  
(2) Caudal máximo = 0.090821782 m<sup>3</sup>/s



Análisis de los resultados del modelamiento :

Ensayo N°	Datos del modelamiento				h [m]	t (h/a)	$\psi$	Q <sub>teórico</sub> [m <sup>3</sup> /s]	Cd
	V <sub>ingreso</sub> [m/s]	A <sub>ingreso</sub> [m <sup>2</sup> ]	Q <sub>real</sub> [m <sup>3</sup> /s]	h <sub>agua</sub> [m]					
1	0.07414	0.123	0.00908	0.441	0.091	0.5200	0.1535	0.01109	0.8191
2	0.14828	0.123	0.01816	0.483	0.133	0.7600	0.3325	0.02402	0.7561
3	0.22242	0.123	0.02725	0.514	0.164	0.9371	0.5103	0.03687	0.7390
4	0.29656	0.123	0.03633	0.538	0.188	1.0743	0.6756	0.04881	0.7443
5	0.37070	0.123	0.04541	0.557	0.207	1.1829	0.8241	0.05954	0.7627
6	0.44484	0.123	0.05449	0.581	0.231	1.3200	1.0348	0.07476	0.7289
7	0.51898	0.123	0.06358	0.601	0.251	1.4343	1.2309	0.08894	0.7148
8	0.59312	0.123	0.07266	0.615	0.265	1.5143	1.3798	0.09970	0.7288
9	0.66726	0.123	0.08174	0.633	0.283	1.6171	1.5860	0.11459	0.7133
10	0.74140	0.123	0.09082	0.647	0.297	1.6971	1.7582	0.12704	0.7149

(1) Para establecer el caudal máximo que puede pasar por el vertedero modelado, se debe asumir un posible coeficiente de descarga.

(2) Para realizar los modelamientos en el programa ANSYS, es necesario establecer un posible caudal máximo que pueda pasar por el vertedero, caso de que este caudal sea mayor al que pueda soportar el vertedero, el modelamiento presentaría resultados incorrectos.

\* A<sub>ingreso</sub>: Es el área por el cual el fluido ingresa al canal modelado; V<sub>ingreso</sub>: Es la velocidad con la cual el fluido ingresa al canal modelado; h<sub>agua</sub>: Es la altura de agua medida desde la base de canal de aproximación, medida a una distancia de 4h de la cresta; h: Es la carga de agua encima de la cresta, medida a una distancia de 4h; Cd: es el coeficiente de descarga; Q<sub>real</sub>: Es el caudal real que está pasando por el canal y vertedero modelado y Q<sub>teórico</sub>: Es el caudal que no considera el Cd

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**ETAPA 3 DE LA EXPERIMENTACION - CFD - OBTENCION DE LOS COEFICIENTES DE DESCARGA DEL VERTEDERO SINUSOIDE**

**CONDICION :  $a * c = 0.5 \pi$  / MUESTRA N° 7**

Condición :  $a * c = 0.50 \pi$   
Muestra : N° = 7.00

**Características del fluido - Agua**

Temperatura : T = 12.00 °C  
Densidad :  $\rho = 999.50$  kg/m<sup>3</sup>  
Viscosidad:  $\mu = 1.24E-03$  Kg/(m.s)

**Dimensiones del vertedero**

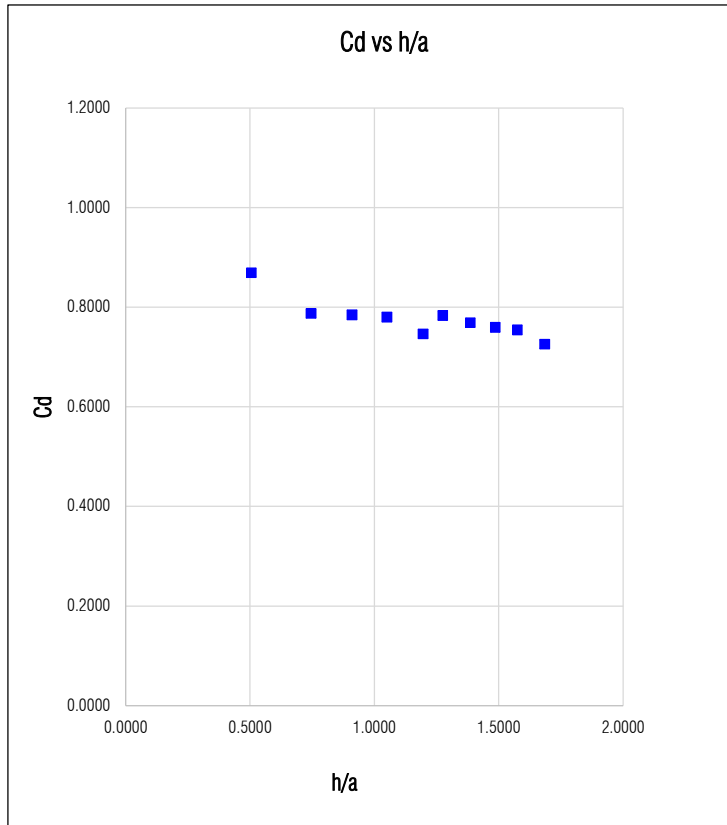
Factor a : a = 0.200 m  
Factor c : c = 7.85 m<sup>-1</sup>  
Base : B = 0.80 m  
Altura : Hv = 0.40 m  
Cresta : W = 0.40 m  
Altura total : Ht = 0.80 m  
Espesor : e = 1.60 m

**Dimensiones del canal de aproximacion**

Largo :  $L_{\text{canal}} = 8.00$  m  
Ancho :  $B_{\text{canal}} = 0.80$  m  
Altura :  $H_{\text{canal}} = 0.96$  m  
Pendiente : S = 0.00

**Condiciones del modelamiento para el ingreso del agua**

Altura de ingreso = 0.200 m  
Base de ingreso = 0.800 m  
Área de ingreso = 0.160 m<sup>2</sup>  
Gravedad = 9.81 m/s<sup>2</sup>  
(1) Coef. Descarga = 0.50  
(2) Caudal máximo = 0.126814784 m<sup>3</sup>/s



Análisis de los resultados del modelamiento :

Ensayo N°	Datos del modelamiento				h [m]	t (h/a)	$\psi$	$Q_{\text{teorico}}$ [m <sup>3</sup> /s]	Cd
	$V_{\text{ingreso}}$ [m/s]	$A_{\text{ingreso}}$ [m <sup>2</sup> ]	$Q_{\text{real}}$ [m <sup>3</sup> /s]	$h_{\text{agua}}$ [m]					
1	0.07926	0.160	0.01268	0.501	0.101	0.5050	0.1446	0.01459	0.8693
2	0.15852	0.160	0.02536	0.549	0.149	0.7450	0.3192	0.03221	0.7875
3	0.23778	0.160	0.03804	0.582	0.182	0.9100	0.4805	0.04848	0.7848
4	0.31704	0.160	0.05073	0.610	0.210	1.0500	0.6445	0.06502	0.7801
5	0.39630	0.160	0.06341	0.639	0.239	1.1950	0.8417	0.08491	0.7467
6	0.47556	0.160	0.07609	0.655	0.255	1.2750	0.9627	0.09713	0.7834
7	0.55481	0.160	0.08877	0.677	0.277	1.3850	1.1440	0.11541	0.7692
8	0.63407	0.160	0.10145	0.697	0.297	1.4850	1.3242	0.13359	0.7594
9	0.71333	0.160	0.11413	0.715	0.315	1.5750	1.4995	0.15128	0.7545
10	0.79259	0.160	0.12681	0.737	0.337	1.6850	1.7314	0.17467	0.7260

(1) Para establecer el caudal máximo que puede pasar por el vertedero modelado, se debe asumir un posible coeficiente de descarga.

(2) Para realizar los modelamientos en el programa ANSYS, es necesario establecer un posible caudal máximo que pueda pasar por el vertedero, caso de que este caudal sea mayor al que pueda soportar el vertedero, el modelamiento presentaría resultados incorrectos.

\*  $A_{\text{ingreso}}$ : Es el área por el cual el fluido ingresa al canal modelado;  $V_{\text{ingreso}}$ : Es la velocidad con la cual el fluido ingresa al canal modelado;  $h_{\text{agua}}$ : Es la altura de agua medida desde la base de canal de aproximación, medida a una distancia de 4h de la cresta; h: Es la carga de agua encima de la cresta, medida a una distancia de 4h; Cd: es el coeficiente de descarga;  $Q_{\text{real}}$ : Es el caudal real que está pasando por el canal y vertedero modelado y  $Q_{\text{teorico}}$ : Es el caudal que no considera el Cd

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**ETAPA 3 DE LA EXPERIMENTACION - CFD - OBTENCION DE LOS COEFICIENTES DE DESCARGA DEL VERTEDERO SINUSOIDE**

**CONDICION :  $a * c = 0.5 \pi$  / MUESTRA N° 8**

Condición :  $a * c = 0.50 \pi$   
Muestra : N° = 8.00

**Características del fluido - Agua**

Temperatura : T = 12.00 °C  
Densidad :  $\rho = 999.50$  kg/m<sup>3</sup>  
Viscosidad:  $\mu = 1.24E-03$  Kg/(m.s)

**Dimensiones del vertedero**

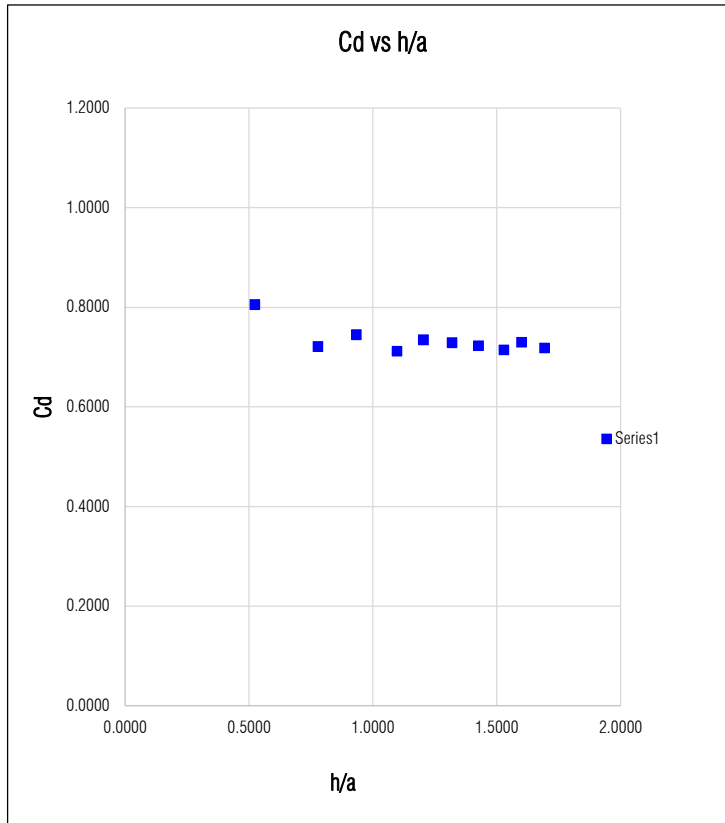
Factor a : a = 0.225 m  
Factor c : c = 6.98 m<sup>-1</sup>  
Base : B = 0.90 m  
Altura : Hv = 0.45 m  
Cresta : W = 0.45 m  
Altura total : Ht = 0.90 m  
Espesor : e = 1.80 m

**Dimensiones del canal de aproximacion**

Largo :  $L_{\text{canal}} = 9.00$  m  
Ancho :  $B_{\text{canal}} = 0.90$  m  
Altura :  $H_{\text{canal}} = 1.08$  m  
Pendiente : S = 0.00 --

**Condiciones del modelamiento para el ingreso del agua**

Altura de ingreso = 0.225 m  
Base de ingreso = 0.900 m  
Área de ingreso = 0.203 m<sup>2</sup>  
Gravedad = 9.81 m/s<sup>2</sup>  
(<sup>1</sup>) Coef. Descarga = 0.50  
(<sup>2</sup>) Caudal máximo = 0.170235916 m<sup>3</sup>/s



Análisis de los resultados del modelamiento :

Ensayo N°	Datos del modelamiento				h [m]	t (h/a)	$\psi$	$Q_{\text{teorico}}$ [m <sup>3</sup> /s]	Cd
	$V_{\text{ingreso}}$ [m/s]	$A_{\text{ingreso}}$ [m <sup>2</sup> ]	$Q_{\text{real}}$ [m <sup>3</sup> /s]	$h_{\text{agua}}$ [m]					
1	0.08407	0.203	0.01702	0.568	0.118	0.5244	0.1561	0.02115	0.8050
2	0.16813	0.203	0.03405	0.625	0.175	0.7778	0.3486	0.04720	0.7213
3	0.25220	0.203	0.05107	0.660	0.210	0.9333	0.5061	0.06854	0.7451
4	0.33627	0.203	0.06809	0.697	0.247	1.0978	0.7064	0.09566	0.7118
5	0.42034	0.203	0.08512	0.721	0.271	1.2044	0.8555	0.11586	0.7347
6	0.50440	0.203	0.10214	0.747	0.297	1.3200	1.0348	0.14014	0.7289
7	0.58847	0.203	0.11917	0.771	0.321	1.4267	1.2172	0.16485	0.7229
8	0.67254	0.203	0.13619	0.794	0.344	1.5289	1.4081	0.19070	0.7142
9	0.75660	0.203	0.15321	0.810	0.360	1.6000	1.5505	0.20998	0.7297
10	0.84067	0.203	0.17024	0.831	0.381	1.6933	1.7498	0.23697	0.7184

(<sup>1</sup>) Para establecer el caudal máximo que puede pasar por el vertedero modelado, se debe asumir un posible coeficiente de descarga.

(<sup>2</sup>) Para realizar los modelamientos en el programa ANSYS, es necesario establecer un posible caudal máximo que pueda pasar por el vertedero, caso de que este caudal sea mayor al que pueda soportar el vertedero, el modelamiento presentaría resultados incorrectos.

\*  $A_{\text{ingreso}}$ : Es el área por el cual el fluido ingresa al canal modelado;  $V_{\text{ingreso}}$ : Es la velocidad con la cual el fluido ingresa al canal modelado;  $h_{\text{agua}}$ : Es la altura de agua medida desde la base de canal de aproximación, medida a una distancia de 4h de la cresta; h: Es la carga de agua encima de la cresta, medida a una distancia de 4h; Cd: es el coeficiente de descarga;  $Q_{\text{real}}$ : Es el caudal real que está pasando por el canal y vertedero modelado y  $Q_{\text{teorico}}$ : Es el caudal que no considera el Cd

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**ETAPA 3 DE LA EXPERIMENTACION - CFD - OBTENCION DE LOS COEFICIENTES DE DESCARGA DEL VERTEDERO SINUSOIDE**

**CONDICION :  $a * c = 0.5 \pi$  / MUESTRA N° 9**

Condición :  $a * c = 0.50 \pi$   
Muestra : N° = 9.00

**Características del fluido - Agua**

Temperatura : T = 12.00 °C  
Densidad :  $\rho = 999.50$  kg/m<sup>3</sup>  
Viscosidad:  $\mu = 1.24E-03$  Kg/(m.s)

**Dimensiones del vertedero**

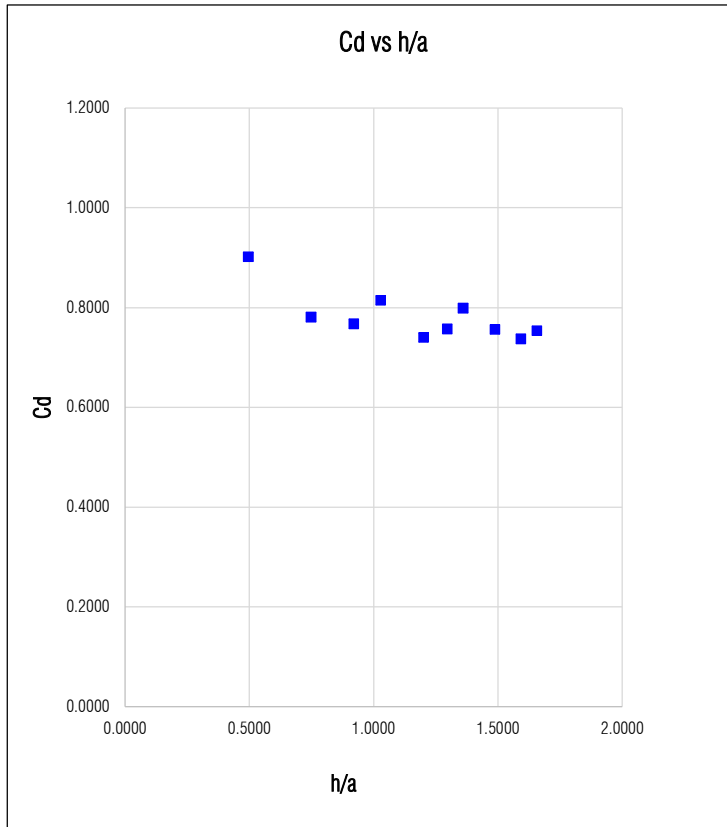
Factor a : a = 0.250 m  
Factor c : c = 6.28 m<sup>-1</sup>  
Base : B = 1.00 m  
Altura : Hv = 0.50 m  
Cresta : W = 0.50 m  
Altura total : Ht = 1.00 m  
Espesor : e = 2.00 m

**Dimensiones del canal de aproximacion**

Largo : L<sub>canal</sub> = 10.00 m  
Ancho : B<sub>canal</sub> = 1.00 m  
Altura : H<sub>canal</sub> = 1.20 m  
Pendiente : S = 0.00 --

**Condiciones del modelamiento para el ingreso del agua**

Altura de ingreso = 0.250 m  
Base de ingreso = 1.000 m  
Área de ingreso = 0.250 m<sup>2</sup>  
Gravedad = 9.81 m/s<sup>2</sup>  
(1) Coef. Descarga = 0.50  
(2) Caudal máximo = 0.221536311 m<sup>3</sup>/s



Análisis de los resultados del modelamiento :

Ensayo N°	Datos del modelamiento				h [m]	t (h/a)	$\psi$	Q <sub>teórico</sub> [m <sup>3</sup> /s]	Cd
	V <sub>ingreso</sub> [m/s]	A <sub>ingreso</sub> [m <sup>2</sup> ]	Q <sub>real</sub> [m <sup>3</sup> /s]	h <sub>agua</sub> [m]					
1	0.08861	0.250	0.02215	0.624	0.124	0.4960	0.1394	0.02457	0.9017
2	0.17723	0.250	0.04431	0.687	0.187	0.7480	0.3219	0.05672	0.7811
3	0.26584	0.250	0.06646	0.730	0.230	0.9200	0.4914	0.08660	0.7674
4	0.35446	0.250	0.08861	0.757	0.257	1.0280	0.6171	0.10875	0.8148
5	0.44307	0.250	0.11077	0.800	0.300	1.2000	0.8490	0.14962	0.7403
6	0.53169	0.250	0.13292	0.824	0.324	1.2960	0.9960	0.17553	0.7572
7	0.62030	0.250	0.15508	0.840	0.340	1.3600	1.1012	0.19409	0.7990
8	0.70892	0.250	0.17723	0.872	0.372	1.4880	1.3298	0.23437	0.7562
9	0.79753	0.250	0.19938	0.898	0.398	1.5920	1.5340	0.27036	0.7375
10	0.88615	0.250	0.22154	0.914	0.414	1.6560	1.6683	0.29403	0.7535

(1) Para establecer el caudal máximo que puede pasar por el vertedero modelado, se debe asumir un posible coeficiente de descarga.

(2) Para realizar los modelamientos en el programa ANSYS, es necesario establecer un posible caudal máximo que pueda pasar por el vertedero, caso de que este caudal sea mayor al que pueda soportar el vertedero, el modelamiento presentaría resultados incorrectos.

\* A<sub>ingreso</sub>: Es el área por el cual el fluido ingresa al canal modelado; V<sub>ingreso</sub>: Es la velocidad con la cual el fluido ingresa al canal modelado; h<sub>agua</sub>: Es la altura de agua medida desde la base de canal de aproximación, medida a una distancia de 4h de la cresta; h: Es la carga de agua encima de la cresta, medida a una distancia de 4h; Cd: es el coeficiente de descarga; Q<sub>real</sub>: Es el caudal real que está pasando por el canal y vertedero modelado y Q<sub>teórico</sub>: Es el caudal que no considera el Cd

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**ETAPA 3 DE LA EXPERIMENTACION - CFD - OBTENCION DE LOS COEFICIENTES DE DESCARGA DEL VERTEDERO SINUSOIDE**

**CONDICION :  $a * c = 0.5 \pi$  / MUESTRA N° 10**

Condición :  $a * c = 0.50 \pi$   
Muestra : N° = 10.00

**Características del fluido - Agua**

Temperatura : T = 12.00 °C  
Densidad :  $\rho = 999.50$  kg/m<sup>3</sup>  
Viscosidad:  $\mu = 1.24E-03$  Kg/(m.s)

**Dimensiones del vertedero**

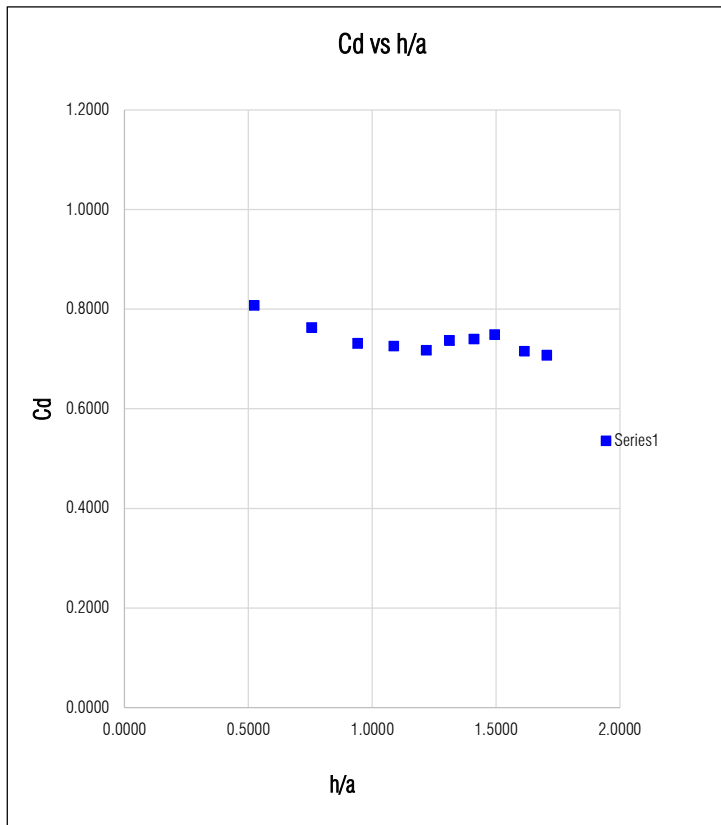
Factor a : a = 0.275 m  
Factor c : c = 5.71 m<sup>-1</sup>  
Base : B = 1.10 m  
Altura : Hv = 0.55 m  
Cresta : W = 0.55 m  
Altura total : Ht = 1.10 m  
Espesor : e = 2.20 m

**Dimensiones del canal de aproximacion**

Largo :  $L_{\text{canal}} = 11.00$  m  
Ancho :  $B_{\text{canal}} = 1.10$  m  
Altura :  $H_{\text{canal}} = 1.32$  m  
Pendiente : S = 0.00 --

**Condiciones del modelamiento para el ingreso del agua**

Altura de ingreso = 0.275 m  
Base de ingreso = 1.100 m  
Área de ingreso = 0.303 m<sup>2</sup>  
Gravedad = 9.81 m/s<sup>2</sup>  
(1) Coef. Descarga = 0.50  
(2) Caudal máximo = 0.281142584 m<sup>3</sup>/s



Análisis de los resultados del modelamiento :

Ensayo N°	Datos del modelamiento				h [m]	t (h/a)	$\psi$	$Q_{\text{teorico}}$ [m <sup>3</sup> /s]	Cd
	$V_{\text{ingreso}}$ [m/s]	$A_{\text{ingreso}}$ [m <sup>2</sup> ]	$Q_{\text{real}}$ [m <sup>3</sup> /s]	$h_{\text{agua}}$ [m]					
1	0.09294	0.303	0.02811	0.694	0.144	0.5236	0.1557	0.03481	0.8076
2	0.18588	0.303	0.05623	0.758	0.208	0.7564	0.3292	0.07364	0.7636
3	0.27882	0.303	0.08434	0.809	0.259	0.9418	0.5156	0.11531	0.7315
4	0.37176	0.303	0.11246	0.849	0.299	1.0873	0.6925	0.15489	0.7261
5	0.46470	0.303	0.14057	0.885	0.335	1.2182	0.8758	0.19589	0.7176
6	0.55764	0.303	0.16869	0.911	0.361	1.3127	1.0229	0.22879	0.7373
7	0.65058	0.303	0.19680	0.938	0.388	1.4109	1.1892	0.26599	0.7399
8	0.74352	0.303	0.22491	0.961	0.411	1.4945	1.3422	0.30020	0.7492
9	0.83646	0.303	0.25303	0.994	0.444	1.6145	1.5806	0.35351	0.7158
10	0.92940	0.303	0.28114	1.019	0.469	1.7055	1.7767	0.39739	0.7075

(1) Para establecer el caudal máximo que puede pasar por el vertedero modelado, se debe asumir un posible coeficiente de descarga.

(2) Para realizar los modelamientos en el programa ANSYS, es necesario establecer un posible caudal máximo que pueda pasar por el vertedero, caso de que este caudal sea mayor al que pueda soportar el vertedero, el modelamiento presentaría resultados incorrectos.

\*  $A_{\text{ingreso}}$ : Es el área por el cual el fluido ingresa al canal modelado;  $V_{\text{ingreso}}$ : Es la velocidad con la cual el fluido ingresa al canal modelado;  $h_{\text{agua}}$ : Es la altura de agua medida desde la base de canal de aproximación, medida a una distancia de 4h de la cresta; h: Es la carga de agua encima de la cresta, medida a una distancia de 4h; Cd: es el coeficiente de descarga;  $Q_{\text{real}}$ : Es el caudal real que está pasando por el canal y vertedero modelado y  $Q_{\text{teorico}}$ : Es el caudal que no considera el Cd

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**ETAPA 3 DE LA EXPERIMENTACION - CFD - OBTENCION DE LOS COEFICIENTES DE DESCARGA DEL VERTEDERO SINUSOIDE**

**CONDICION :  $a * c = 0.5 \pi$  / MUESTRA N° 11**

Condición :  $a * c = 0.50 \pi$   
Muestra : N° = 11.00

**Características del fluido - Agua**

Temperatura : T = 12.00 °C  
Densidad :  $\rho = 999.50$  kg/m<sup>3</sup>  
Viscosidad:  $\mu = 1.24E-03$  Kg/(m.s)

**Dimensiones del vertedero**

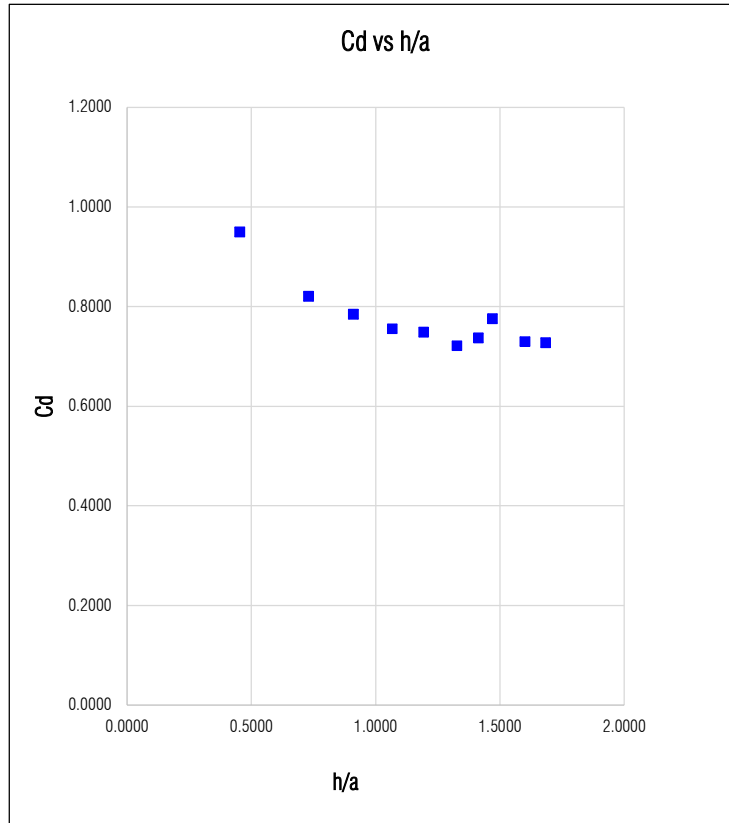
Factor a : a = 0.300 m  
Factor c : c = 5.24 m<sup>-1</sup>  
Base : B = 1.20 m  
Altura : Hv = 0.60 m  
Cresta : W = 0.60 m  
Altura total : Ht = 1.20 m  
Espesor : e = 2.40 m

**Dimensiones del canal de aproximacion**

Largo :  $L_{\text{canal}} = 12.00$  m  
Ancho :  $B_{\text{canal}} = 1.20$  m  
Altura :  $H_{\text{canal}} = 1.44$  m  
Pendiente : S = 0.00 --

**Condiciones del modelamiento para el ingreso del agua**

Altura de ingreso = 0.300 m  
Base de ingreso = 1.200 m  
Área de ingreso = 0.360 m<sup>2</sup>  
Gravedad = 9.81 m/s<sup>2</sup>  
(1) Coef. Descarga = 0.50  
(2) Caudal máximo = 0.349460452 m<sup>3</sup>/s



Análisis de los resultados del modelamiento :

Ensayo N°	Datos del modelamiento				h [m]	t (h/a)	$\psi$	$Q_{\text{teorico}}$ [m <sup>3</sup> /s]	Cd
	$V_{\text{ingreso}}$ [m/s]	$A_{\text{ingreso}}$ [m <sup>2</sup> ]	$Q_{\text{real}}$ [m <sup>3</sup> /s]	$h_{\text{agua}}$ [m]					
1	0.09707	0.360	0.03495	0.736	0.136	0.4533	0.1161	0.03227	0.9500
2	0.19414	0.360	0.06989	0.819	0.219	0.7300	0.3063	0.08514	0.8209
3	0.29122	0.360	0.10484	0.873	0.273	0.9100	0.4805	0.13358	0.7848
4	0.38829	0.360	0.13978	0.920	0.320	1.0667	0.6657	0.18509	0.7552
5	0.48536	0.360	0.17473	0.958	0.358	1.1933	0.8392	0.23332	0.7489
6	0.58243	0.360	0.20968	0.998	0.398	1.3267	1.0457	0.29071	0.7213
7	0.67951	0.360	0.24462	1.024	0.424	1.4133	1.1935	0.33181	0.7372
8	0.77658	0.360	0.27957	1.041	0.441	1.4700	1.2962	0.36036	0.7758
9	0.87365	0.360	0.31451	1.080	0.480	1.6000	1.5505	0.43105	0.7297
10	0.97072	0.360	0.34946	1.105	0.505	1.6833	1.7277	0.48033	0.7275

(1) Para establecer el caudal máximo que puede pasar por el vertedero modelado, se debe asumir un posible coeficiente de descarga.

(2) Para realizar los modelamientos en el programa ANSYS, es necesario establecer un posible caudal máximo que pueda pasar por el vertedero, caso de que este caudal sea mayor al que pueda soportar el vertedero, el modelamiento presentaría resultados incorrectos.

\*  $A_{\text{ingreso}}$ : Es el área por el cual el fluido ingresa al canal modelado;  $V_{\text{ingreso}}$ : Es la velocidad con la cual el fluido ingresa al canal modelado;  $h_{\text{agua}}$ : Es la altura de agua medida desde la base de canal de aproximación, medida a una distancia de 4h de la cresta; h: Es la carga de agua encima de la cresta, medida a una distancia de 4h; Cd: es el coeficiente de descarga;  $Q_{\text{real}}$ : Es el caudal real que está pasando por el canal y vertedero modelado y  $Q_{\text{teorico}}$ : Es el caudal que no considera el Cd

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**ETAPA 3 DE LA EXPERIMENTACION - CFD - OBTENCION DE LOS COEFICIENTES DE DESCARGA DEL VERTEDERO SINUSOIDE**

**CONDICION :  $a * c = 0.5 \pi$  / MUESTRA N° 12**

Condición :  $a * c = 0.50 \pi$   
Muestra : N° = 12.00

**Características del fluido - Agua**

Temperatura : T = 12.00 °C  
Densidad :  $\rho = 999.50$  kg/m<sup>3</sup>  
Viscosidad:  $\mu = 1.24E-03$  Kg/(m.s)

**Dimensiones del vertedero**

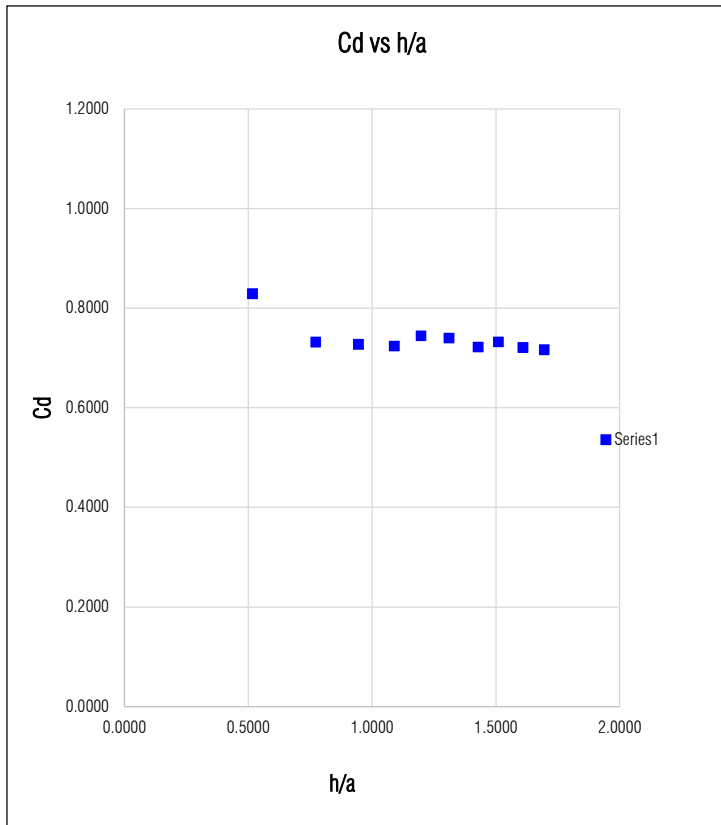
Factor a : a = 0.325 m  
Factor c : c = 4.83 m<sup>-1</sup>  
Base : B = 1.30 m  
Altura : Hv = 0.65 m  
Cresta : W = 0.65 m  
Altura total : Ht = 1.30 m  
Espesor : e = 2.60 m

**Dimensiones del canal de aproximacion**

Largo :  $L_{\text{canal}} = 13.00$  m  
Ancho :  $B_{\text{canal}} = 1.30$  m  
Altura :  $H_{\text{canal}} = 1.56$  m  
Pendiente : S = 0.00 --

**Condiciones del modelamiento para el ingreso del agua**

Altura de ingreso = 0.325 m  
Base de ingreso = 1.300 m  
Área de ingreso = 0.423 m<sup>2</sup>  
Gravedad = 9.81 m/s<sup>2</sup>  
(1) Coef. Descarga = 0.50  
(2) Caudal máximo = 0.426877535 m<sup>3</sup>/s



Análisis de los resultados del modelamiento :

Ensayo N°	Datos del modelamiento				h [m]	t (h/a)	$\psi$	$Q_{\text{teorico}}$ [m <sup>3</sup> /s]	Cd
	$V_{\text{ingreso}}$ [m/s]	$A_{\text{ingreso}}$ [m <sup>2</sup> ]	$Q_{\text{real}}$ [m <sup>3</sup> /s]	$h_{\text{agua}}$ [m]					
1	0.10104	0.423	0.04269	0.818	0.168	0.5169	0.1516	0.05149	0.8290
2	0.20207	0.423	0.08538	0.901	0.251	0.7723	0.3436	0.11668	0.7317
3	0.30311	0.423	0.12806	0.957	0.307	0.9446	0.5187	0.17615	0.7270
4	0.40414	0.423	0.17075	1.004	0.354	1.0892	0.6951	0.23605	0.7234
5	0.50518	0.423	0.21344	1.039	0.389	1.1969	0.8445	0.28678	0.7443
6	0.60622	0.423	0.25613	1.076	0.426	1.3108	1.0197	0.34631	0.7396
7	0.70725	0.423	0.29881	1.114	0.464	1.4277	1.2191	0.41400	0.7218
8	0.80829	0.423	0.34150	1.141	0.491	1.5108	1.3731	0.46630	0.7324
9	0.90932	0.423	0.38419	1.173	0.523	1.6092	1.5695	0.53301	0.7208
10	1.01036	0.423	0.42688	1.201	0.551	1.6954	1.7543	0.59577	0.7165

(1) Para establecer el caudal máximo que puede pasar por el vertedero modelado, se debe asumir un posible coeficiente de descarga.

(2) Para realizar los modelamientos en el programa ANSYS, es necesario establecer un posible caudal máximo que pueda pasar por el vertedero, caso de que este caudal sea mayor al que pueda soportar el vertedero, el modelamiento presentaría resultados incorrectos.

\*  $A_{\text{ingreso}}$ : Es el área por el cual el fluido ingresa al canal modelado;  $V_{\text{ingreso}}$ : Es la velocidad con la cual el fluido ingresa al canal modelado;  $h_{\text{agua}}$ : Es la altura de agua medida desde la base de canal de aproximación, medida a una distancia de 4h de la cresta; h: Es la carga de agua encima de la cresta, medida a una distancia de 4h; Cd: es el coeficiente de descarga;  $Q_{\text{real}}$ : Es el caudal real que está pasando por el canal y vertedero modelado y  $Q_{\text{teorico}}$ : Es el caudal que no considera el Cd

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**ETAPA 3 DE LA EXPERIMENTACION - CFD - OBTENCION DE LOS COEFICIENTES DE DESCARGA DEL VERTEDERO SINUSOIDE**

**CONDICION :  $a * c = 0.5 \pi$  / MUESTRA N° 13**

Condición :  $a * c = 0.50 \pi$   
Muestra : N° = 13.00

**Características del fluido - Agua**

Temperatura : T = 12.00 °C  
Densidad :  $\rho = 999.50$  kg/m<sup>3</sup>  
Viscosidad:  $\mu = 1.24E-03$  Kg/(m.s)

**Dimensiones del vertedero**

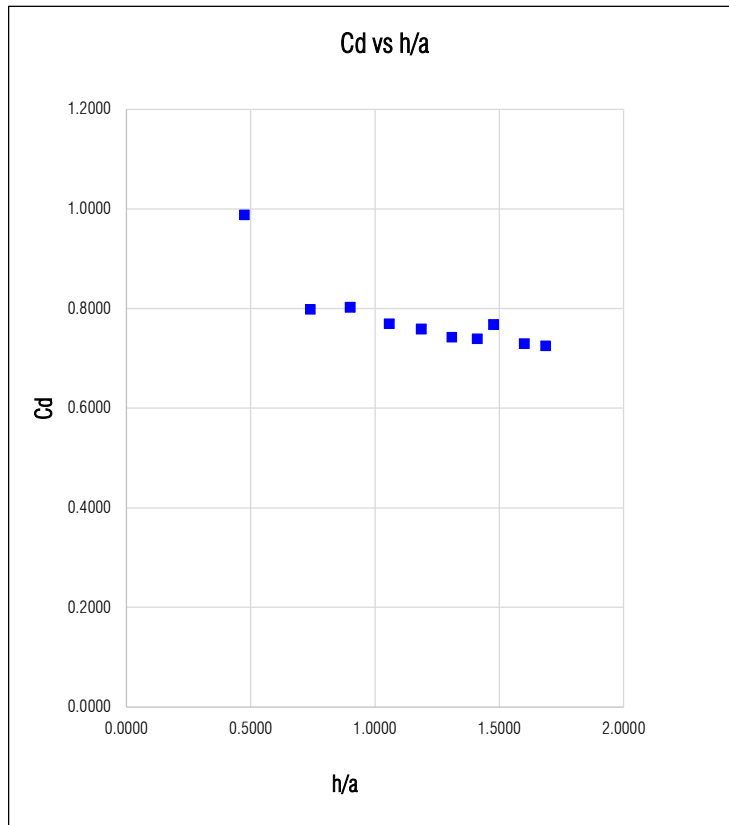
Factor a : a = 0.350 m  
Factor c : c = 4.49 m<sup>-1</sup>  
Base : B = 1.40 m  
Altura : H<sub>v</sub> = 0.70 m  
Cresta : W = 0.70 m  
Altura total : H<sub>t</sub> = 1.40 m  
Espesor : e = 2.80 m

**Dimensiones del canal de aproximacion**

Largo : L<sub>canal</sub> = 14.00 m  
Ancho : B<sub>canal</sub> = 1.40 m  
Altura : H<sub>canal</sub> = 1.68 m  
Pendiente : S = 0.00 --

**Condiciones del modelamiento para el ingreso del agua**

Altura de ingreso = 0.350 m  
Base de ingreso = 1.400 m  
Área de ingreso = 0.490 m<sup>2</sup>  
Gravedad = 9.81 m/s<sup>2</sup>  
(<sup>1</sup>) Coef. Descarga = 0.50  
(<sup>2</sup>) Caudal máximo = 0.513765584 m<sup>3</sup>/s



Análisis de los resultados del modelamiento :

Ensayo N°	Datos del modelamiento				h [m]	t (h/a)	$\psi$	Q <sub>teórico</sub> [m <sup>3</sup> /s]	Cd
	V <sub>ingreso</sub> [m/s]	A <sub>ingreso</sub> [m <sup>2</sup> ]	Q <sub>real</sub> [m <sup>3</sup> /s]	h <sub>agua</sub> [m]					
1	0.10485	0.490	0.05138	0.866	0.166	0.4743	0.1273	0.05202	0.9877
2	0.20970	0.490	0.10275	0.959	0.259	0.7400	0.3149	0.12870	0.7984
3	0.31455	0.490	0.15413	1.015	0.315	0.9000	0.4697	0.19200	0.8028
4	0.41940	0.490	0.20551	1.070	0.370	1.0571	0.6536	0.26713	0.7693
5	0.52425	0.490	0.25688	1.115	0.415	1.1857	0.8282	0.33850	0.7589
6	0.62910	0.490	0.30826	1.158	0.458	1.3086	1.0162	0.41534	0.7422
7	0.73395	0.490	0.35964	1.194	0.494	1.4114	1.1901	0.48644	0.7393
8	0.83880	0.490	0.41101	1.217	0.517	1.4771	1.3095	0.53522	0.7679
9	0.94365	0.490	0.46239	1.260	0.560	1.6000	1.5505	0.63371	0.7297
10	1.04850	0.490	0.51377	1.290	0.590	1.6857	1.7330	0.70830	0.7253

(<sup>1</sup>) Para establecer el caudal máximo que puede pasar por el vertedero modelado, se debe asumir un posible coeficiente de descarga.

(<sup>2</sup>) Para realizar los modelamientos en el programa ANSYS, es necesario establecer un posible caudal máximo que pueda pasar por el vertedero, caso de que este caudal sea mayor al que pueda soportar el vertedero, el modelamiento presentaría resultados incorrectos.

\* A<sub>ingreso</sub>: Es el área por el cual el fluido ingresa al canal modelado; V<sub>ingreso</sub>: Es la velocidad con la cual el fluido ingresa al canal modelado; h<sub>agua</sub>: Es la altura de agua medida desde la base de canal de aproximación, medida a una distancia de 4h de la cresta; h: Es la carga de agua encima de la cresta, medida a una distancia de 4h; Cd: es el coeficiente de descarga; Q<sub>real</sub>: Es el caudal real que está pasando por el canal y vertedero modelado y Q<sub>teórico</sub>: Es el caudal que no considera el Cd

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**

**TESIS:** ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES

**ESTUDIANTES:** APAZA HUACAC, Alonso Alexander  
ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

**ETAPA 3 DE LA EXPERIMENTACION - CFD - OBTENCION DE LOS COEFICIENTES DE DESCARGA DEL VERTEDERO SINUSOIDE**

**CONDICION :  $a * c = 0.5 \pi$  / MUESTRA N° 14**

Condición :  $a * c = 0.50 \pi$   
Muestra : N° = 14.00

**Características del fluido - Agua**

Temperatura : T = 12.00 °C  
Densidad :  $\rho = 999.50$  kg/m<sup>3</sup>  
Viscosidad:  $\mu = 1.24E-03$  Kg/(m.s)

**Dimensiones del vertedero**

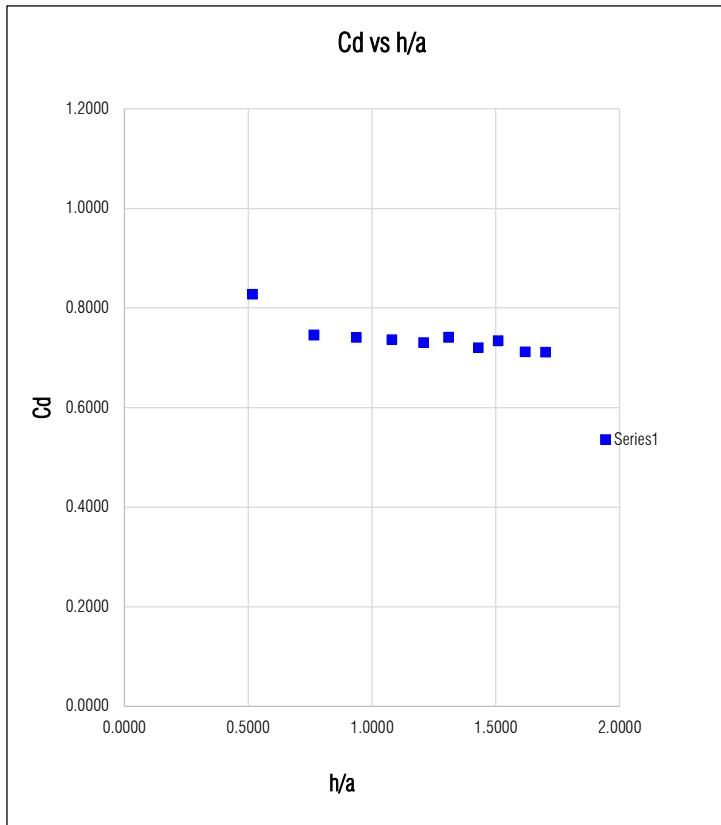
Factor a : a = 0.375 m  
Factor c : c = 4.19 m<sup>-1</sup>  
Base : B = 1.50 m  
Altura : Hv = 0.75 m  
Cresta : W = 0.75 m  
Altura total : Ht = 1.50 m  
Espesor : e = 3.00 m

**Dimensiones del canal de aproximacion**

Largo :  $L_{\text{canal}} = 15.00$  m  
Ancho :  $B_{\text{canal}} = 1.50$  m  
Altura :  $H_{\text{canal}} = 1.80$  m  
Pendiente : S = 0.00 --

**Condiciones del modelamiento para el ingreso del agua**

Altura de ingreso = 0.375 m  
Base de ingreso = 1.500 m  
Área de ingreso = 0.563 m<sup>2</sup>  
Gravedad = 9.81 m/s<sup>2</sup>  
(1) Coef. Descarga = 0.50  
(2) Caudal máximo = 0.610482287 m<sup>3</sup>/s



Análisis de los resultados del modelamiento :

Ensayo N°	Datos del modelamiento				h [m]	t (h/a)	$\psi$	$Q_{\text{teorico}}$ [m <sup>3</sup> /s]	Cd
	$V_{\text{ingreso}}$ [m/s]	$A_{\text{ingreso}}$ [m <sup>2</sup> ]	$Q_{\text{real}}$ [m <sup>3</sup> /s]	$h_{\text{agua}}$ [m]					
1	0.10853	0.563	0.06105	0.944	0.194	0.5173	0.1519	0.07376	0.8277
2	0.21706	0.563	0.12210	1.037	0.287	0.7653	0.3373	0.16380	0.7454
3	0.32559	0.563	0.18314	1.101	0.351	0.9360	0.5090	0.24723	0.7408
4	0.43412	0.563	0.24419	1.155	0.405	1.0800	0.6830	0.33171	0.7362
5	0.54265	0.563	0.30524	1.203	0.453	1.2080	0.8607	0.41803	0.7302
6	0.65118	0.563	0.36629	1.241	0.491	1.3093	1.0174	0.49413	0.7413
7	0.75971	0.563	0.42734	1.286	0.536	1.4293	1.2220	0.59349	0.7200
8	0.86824	0.563	0.48839	1.316	0.566	1.5093	1.3703	0.66553	0.7338
9	0.97677	0.563	0.54943	1.357	0.607	1.6187	1.5892	0.77181	0.7119
10	1.08530	0.563	0.61048	1.388	0.638	1.7013	1.7675	0.85844	0.7112

(1) Para establecer el caudal máximo que puede pasar por el vertedero modelado, se debe asumir un posible coeficiente de descarga.

(2) Para realizar los modelamientos en el programa ANSYS, es necesario establecer un posible caudal máximo que pueda pasar por el vertedero, caso de que este caudal sea mayor al que pueda soportar el vertedero, el modelamiento presentaría resultados incorrectos.

\*  $A_{\text{ingreso}}$ : Es el área por el cual el fluido ingresa al canal modelado;  $V_{\text{ingreso}}$ : Es la velocidad con la cual el fluido ingresa al canal modelado;  $h_{\text{agua}}$ : Es la altura de agua medida desde la base de canal de aproximación, medida a una distancia de 4h de la cresta; h: Es la carga de agua encima de la cresta, medida a una distancia de 4h; Cd: es el coeficiente de descarga;  $Q_{\text{real}}$ : Es el caudal real que está pasando por el canal y vertedero modelado y  $Q_{\text{teorico}}$ : Es el caudal que no considera el Cd

ANEXO E

MANUAL DE USO DEL VERTEDERO SINUSOIDAL DE PARED DELGADA

---

# MANUAL DE USO Y OPERACIÓN



---

## VERTEDERO SINUSOIDAL DE PARED DELGADA

### AUTORES:

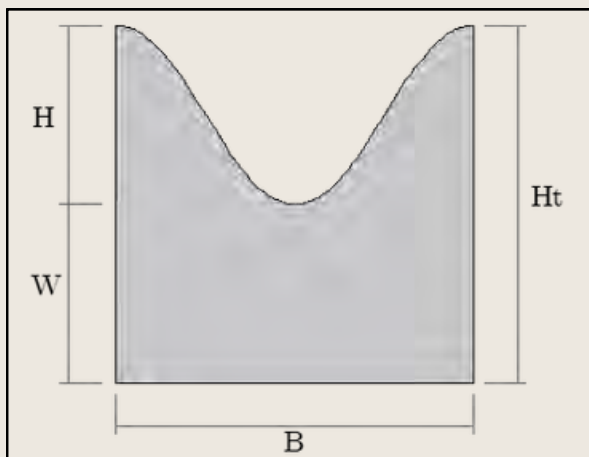
- Alonso Alexander Apaza Huacac
- Luis Enrique Arredondo Lima

# ÍNDICE

<b>1. IDENTIFICACIÓN DEL INSTRUMENTO</b>	03
<b>2. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL VERTEDERO</b>	03
• Funcionamiento básico del vertedero	
• Aplicaciones hidráulicas	
<b>3. PARÁMETROS GEOMÉTRICOS Y CONFIGURACIÓN DEL VERTEDERO</b>	04
• Definición de parámetros principales	
• Consideraciones para el diseño dimensional	
<b>4. CONDICIONES DE OPERACIÓN</b>	04
<b>5. ECUACIÓN DE CAUDAL Y PARÁMETROS HIDRÁULICOS</b>	05
• Ecuación general de caudal para vertederos sinusoidales	
• Ecuación general del coeficiente de descarga para vertederos sinusoidales	
• Obtención de caudal mediante uso de tablas	
<b>6. CONDICIONES DE AFORO</b>	07
• Ejemplo de cálculo	
<b>7. CONSIDERACIONES Y LIMITACIONES</b>	11
<b>8. INSTALACIÓN DEL VERTEDERO</b>	12
<b>9. MANTENIMIENTO Y CONSERVACIÓN</b>	12

## 1. IDENTIFICACIÓN DEL INSTRUMENTO

- Nombre del dispositivo: Vertedero Sinusoidal de Pared Delgada
- Tipo de aplicación: Campo / Laboratorio / Canales artificiales
- Alcance del manual: Aplicable a vertederos sinusoidales con geometría variable y dentro de los rangos límites que se mencionan en este manual.
- Representación gráfica: Se presenta el esquema general del perfil sinusoidal con parámetros variables, así también una foto del vertedero en campo.



*Gráfico del vertedero típico*



*Vertedero en campo*

## 2. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL VERTEDERO

### **FUNCIONAMIENTO BÁSICO DEL VERTEDERO**

Esta estructura es colocada de forma transversal en un canal el cual nos ayuda a medir el caudal del flujo que pasa sobre este. El vertedero actúa como una barrera la cual obliga al agua a pasar por este. Cuando llega el agua, hace que se acumule hasta que supere la altura y hace que siga discurriendo por la parte superior. Ya cuando todo se encuentra en equilibrio, se puede calcular la altura de agua la cual se mide aguas arriba del vertedero y ya con este dato se calcula el caudal que pasa gracias a formulas obtenidas para el vertedero.

### **APLICACIONES HIDRÁULICAS**

Se utiliza para obras de riego, donde aseguran la dotación adecuada de agua en las parcelas agrícolas, mejorando la eficiencia del riego y reduciendo pérdidas de agua así también para los sistemas de abastecimiento de agua potable, permitiendo una medición precisa de caudales en los sistemas de abastecimiento. En el ámbito académico, como recurso didáctico en los laboratorios de hidráulica de diversas universidades, sirviendo como modelo de estudio para la formulación de ecuaciones de caudal y el análisis de comportamientos de flujo.

### 3. PARÁMETROS GEOMÉTRICOS Y CONFIGURACIÓN DEL VERTEDERO

#### DEFINICIÓN DE LOS PARÁMETROS PRINCIPALES

La función matemática que describe la geometría del vertedero sinusoidal incluye dos variables principales:  $a$  y  $c$ . La variable " $a$ " representa la amplitud de la función seno, mientras que " $c$ " determina el período de la misma. Es por eso que el ancho del vertedero se expresa como  $B = \frac{2 * \pi}{c}$ , y su altura se calcula como  $H = 2 * a$ .

Adicionalmente, el umbral del vertedero tendrá una dimensión equivalente a  $W=H$ . Por otro lado, la expresión para el cálculo del caudal estará en función de la carga hidráulica ( $h$ ), los parámetros " $a$ " y " $c$ ", y el coeficiente de descarga ( $C_d$ ).

$$Q = f(h, a, c, C_d)$$

#### CONSIDERACIONES PARA EL DISEÑO DIMENSIONAL

Debido a que son dos las variables que definen la geometría del vertedero sinusoidal, generan una complejidad al momento de obtener parámetros de la geometría, ya que seleccionar un determinado valor de " $a$ " implica tener una cantidad ilimitada de valores de " $c$ ". Es por eso que se optó por seleccionar una condición específica entre las variables " $a$ " y " $c$ ", la cual será:  $a * c = 0.5 * \pi$

### 4. CONDICIONES DE OPERACIÓN

Para un adecuado uso y resultados fiables, se recomienda trabajar bajo las siguientes condiciones:

- Pendiente del canal: 0% recomendada.
- Uso de una geometría adecuada para el canal en donde se llevará a cabo la toma de datos.
- Requisitos de flujo: uniforme, sin retroceso.
- Condiciones ambientales recomendables:
  - Temperatura 20 a 25 C°
  - Humedad 35 a 40%
  - Presión 686.00 bar.



*Instrumentos de recolección de datos*

## 5. ECUACIÓN DE CAUDAL Y PARÁMETROS HIDRÁULICOS

### ECUACIÓN GENERAL DE CAUDAL PARA VERTEDORES SINUSOIDALES

La ecuación general del vertedero con sección transversal sinusoidal de pared delgada es:

$$Q = 2\sqrt{2 * g} * C_d * \frac{a^{\frac{3}{2}}}{c} * \psi$$

Donde  $g$  es gravedad en  $m/s^2$ ,  $Q$  es caudal en  $m^3/s$ , " $a$ " esta en  $m$ , " $c$ " está en  $m^{-1}$ . En esta fórmula " $\psi$ " es la función de  $h/a$  y  $C_d$  es el coeficiente de descarga.

### VALORES DE " $\psi$ "

Esta función viene de la siguiente expresión:

$$Q = 2\sqrt{2 * g} * C_d * \frac{a^{\frac{3}{2}}}{c} * \int_0^t \cos^{-1}(1 - z) * \sqrt{t - z} * dz$$

donde representa toda la integral. En la siguiente tabla se presentan los valores obtenidos para este término.

Con los valores de la tabla, se realizó una regresión no lineal obteniendo la siguiente expresión representativa:

$$\psi = 0.00405741 * \left(\frac{h}{a}\right)^{5.16422} + 0.578963 * \left(\frac{h}{a}\right)^{2.03185}$$

h/a	$\psi$	h/a	$\psi$
0.05	0.00139	1.05	0.64423
0.10	0.00558	1.10	0.70910
0.15	0.01258	1.15	0.77733
0.20	0.02241	1.20	0.84895
0.25	0.03509	1.25	0.92402
0.30	0.05064	1.30	1.00259
0.35	0.06908	1.35	1.08471
0.40	0.09043	1.40	1.17044
0.45	0.11472	1.45	1.25983
0.50	0.14196	1.50	1.35296
0.55	0.17218	1.55	1.44991
0.60	0.20541	1.60	1.55075
0.65	0.24167	1.65	1.65558
0.70	0.28099	1.70	1.76451
0.75	0.32338	1.75	1.87767
0.80	0.36889	1.80	1.99520
0.85	0.41755	1.85	2.11730
0.90	0.46937	1.90	2.24420
0.95	0.52441	1.95	2.37626
1.00	0.58268	2.00	2.51416

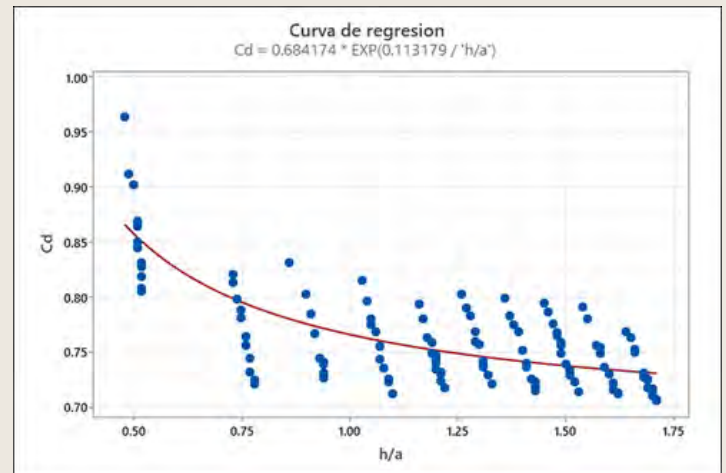
En este caso, los cálculos se realizaron para valores de  $t$  en el rango  $[0,2]$ , dado que  $t = h/a$  y  $h$  puede tomar como máximo el valor de  $2a$ . Si  $h$  supera este límite, el vertedero dejaría de comportarse como un vertedero sinusoidal y pasaría a funcionar como un vertedero compuesto, lo que modificaría su régimen de flujo.

## ECUACIÓN GENERAL DEL COEFICIENTE DE DESCARGA PARA VERTEDORES SINUSOIDALES

El coeficiente de descarga viene da do por la siguiente formula:

$$C_d = 0.684174 \cdot e^{\frac{0.113179}{h/a}}$$

Esta expresión se obtuvo mediante 140 ensayos experimentales, por lo cual los valores del coeficiente de descarga obtenidos de la siguiente expresión se limitarán exclusivamente para las condiciones de la experimentación, la cual se especifica en el numeral 7: CONSIDERACIONES Y LIMITACIONES, del presente manual.



## OBTENCIÓN DE CAUDAL MEDIANTE EL USO DE TABLAS.

Estas tablas nos ayudarán a obtener, de manera más directa y eficiente, los caudales para una determinada geometría. Para eso es necesario saber la dimensión de la base del vertedero (B) y la carga de agua (h).

TABLA DE CAUDAL (Q) VS CARGA (h) PARA LA CONDICION $a \cdot c = 0.5 \cdot \pi$	
<p>B ancho del vertedero. W altura de la cresta del vertedero h carga de agua Q caudal que pasa por el vertedero a y c factores que definen la geometría del vertedero</p>	
<p>Notas:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. La carga (h) debe medirse a una distancia de 4h aguas arriba desde el vertedero.</li> <li>2. Debe cumplirse la condición <math>0.35 \leq h/a \leq 1.70</math>. En la tabla proporcionada, estos límites se están respetados.</li> <li>3. La altura de la cresta del vertedero debe ser, como mínimo, igual a 2a.</li> <li>4. La pendiente del canal de acceso debe ser del 0.00 %.</li> <li>5. El ancho del canal de acceso debe ser igual al ancho del vertedero (B).</li> <li>6. La tabla solo es válida para anchos de vertedero que cumplan con la condición <math>0.20 \text{ m} \leq B \leq 1.50 \text{ m}</math>.</li> <li>7. La tabla solo es válida para la relación <math>a \cdot c = 0.5 \cdot \pi</math>.</li> </ol>	

PARA B = 20 cm		PARA B = 30 cm		PARA B = 40 cm		PARA B = 50 cm		PARA B = 60 cm		PARA B = 70 cm		PARA B = 80 cm	
h	Q	h	Q	h	Q	h	Q	h	Q	h	Q	h	Q
[cm]	[L/s]	[cm]	[L/s]	[cm]	[L/s]	[cm]	[L/s]	[cm]	[L/s]	[cm]	[L/s]	[cm]	[L/s]
1.75	0.20	2.63	0.56	3.50	1.16	4.38	2.02	5.25	3.19	6.13	4.69	7.00	6.54
2.00	0.26	3.00	0.71	4.00	1.46	5.00	2.55	6.00	4.02	7.00	5.90	8.00	8.24
2.25	0.32	3.38	0.87	4.50	1.79	5.63	3.13	6.75	4.94	7.88	7.27	9.00	10.15
2.50	0.38	3.75	1.06	5.00	2.17	6.25	3.79	7.50	5.97	8.75	8.78	10.00	12.26
2.75	0.46	4.13	1.26	5.50	2.58	6.88	4.50	8.25	7.11	9.63	10.45	11.00	14.59
3.00	0.53	4.50	1.47	6.00	3.03	7.50	5.29	9.00	8.34	10.50	12.26	12.00	17.12
3.25	0.62	4.88	1.71	6.50	3.51	8.13	6.13	9.75	9.67	11.38	14.22	13.00	19.86
3.50	0.71	5.25	1.96	7.00	4.03	8.75	7.04	10.50	11.11	12.25	16.34	14.00	22.81
3.75	0.81	5.63	2.24	7.50	4.59	9.38	8.02	11.25	12.65	13.13	18.60	15.00	25.98
4.00	0.92	6.00	2.53	8.00	5.19	10.00	9.07	12.00	14.30	14.00	21.02	16.00	29.36
4.25	1.03	6.38	2.84	8.50	5.83	10.63	10.18	12.75	16.05	14.88	23.60	17.00	32.95
4.50	1.15	6.75	3.17	9.00	6.50	11.25	11.35	13.50	17.91	15.75	26.33	18.00	36.77
4.75	1.28	7.13	3.51	9.50	7.21	11.88	12.60	14.25	19.88	16.63	29.22	19.00	40.81
5.00	1.41	7.50	3.88	10.00	7.97	12.50	13.92	15.00	21.95	17.50	32.27	20.00	45.06
5.25	1.55	7.88	4.27	10.50	8.76	13.13	15.30	15.75	24.14	18.38	35.49	21.00	49.55
5.50	1.70	8.25	4.67	11.00	9.59	13.75	16.76	16.50	26.43	19.25	38.86	22.00	54.27
5.75	1.85	8.63	5.10	11.50	10.47	14.38	18.29	17.25	28.84	20.13	42.41	23.00	59.21
6.00	2.01	9.00	5.55	12.00	11.38	15.00	19.89	18.00	31.37	21.00	46.12	24.00	64.39
6.25	2.18	9.38	6.01	12.50	12.34	15.63	21.56	18.75	34.01	21.88	50.00	25.00	69.82
6.50	2.36	9.75	6.50	13.00	13.34	16.25	23.31	19.50	36.77	22.75	54.06	26.00	75.48
6.75	2.54	10.13	7.01	13.50	14.39	16.88	25.14	20.25	39.65	23.63	58.29	27.00	81.40
7.00	2.74	10.50	7.54	14.00	15.48	17.50	27.04	21.00	42.66	24.50	62.71	28.00	87.56
7.25	2.94	10.88	8.09	14.50	16.61	18.13	29.02	21.75	45.78	25.38	67.31	29.00	93.99
7.50	3.15	11.25	8.67	15.00	17.80	18.75	31.09	22.50	49.04	26.25	72.10	30.00	100.67
7.75	3.36	11.63	9.27	15.50	19.03	19.38	33.24	23.25	52.43	27.13	77.08	31.00	107.63
8.00	3.59	12.00	9.89	16.00	20.31	20.00	35.47	24.00	55.95	28.00	82.26	32.00	114.86
8.25	3.82	12.38	10.54	16.50	21.63	20.63	37.79	24.75	59.62	28.88	87.64	33.00	122.38
8.50	4.07	12.75	11.21	17.00	23.01	21.25	40.20	25.50	63.42	29.75	93.23	34.00	130.18

PARA B = 90 cm		PARA B = 100 cm		PARA B = 110 cm		PARA B = 120 cm		PARA B = 130 cm		PARA B = 140 cm		PARA B = 150 cm	
h	Q	h	Q	h	Q	h	Q	h	Q	h	Q	h	Q
[cm]	[L/s]	[cm]	[L/s]	[cm]	[L/s]	[cm]	[L/s]	[cm]	[L/s]	[cm]	[L/s]	[cm]	[L/s]
7.88	8.78	8.75	11.43	9.63	14.51	10.50	18.03	11.38	22.03	12.25	26.51	13.13	31.50
9.00	11.07	10.00	14.40	11.00	18.28	12.00	22.72	13.00	27.75	14.00	33.40	15.00	39.69
10.13	13.63	11.25	17.73	12.38	22.50	13.50	27.97	14.63	34.17	15.75	41.12	16.88	48.87
11.25	16.46	12.50	21.43	13.75	27.19	15.00	33.80	16.25	41.28	17.50	49.69	18.75	59.04
12.38	19.58	13.75	25.48	15.13	32.34	16.50	40.20	17.88	49.10	19.25	59.09	20.63	70.22
13.50	22.98	15.00	29.90	16.50	37.95	18.00	47.17	19.50	57.62	21.00	69.35	22.50	82.40
14.63	26.66	16.25	34.69	17.88	44.02	19.50	54.72	21.13	66.84	22.75	80.45	24.38	95.59
15.75	30.62	17.50	39.85	19.25	50.57	21.00	62.86	22.75	76.78	24.50	92.41	26.25	109.81
16.88	34.87	18.75	45.38	20.63	57.59	22.50	71.58	24.38	87.44	26.25	105.24	28.13	125.05
18.00	39.41	20.00	51.28	22.00	65.08	24.00	80.90	26.00	98.82	28.00	118.93	30.00	141.32
19.13	44.24	21.25	57.57	23.38	73.06	25.50	90.81	27.63	110.92	29.75	133.50	31.88	158.63
20.25	49.36	22.50	64.23	24.75	81.51	27.00	101.32	29.25	123.77	31.50	148.96	33.75	177.00
21.38	54.78	23.75	71.28	26.13	90.46	28.50	112.45	30.88	137.36	33.25	165.31	35.63	196.43
22.50	60.49	25.00	78.73	27.50	99.91	30.00	124.18	32.50	151.70	35.00	182.57	37.50	216.94
23.63	66.52	26.25	86.56	28.88	109.85	31.50	136.55	34.13	166.79	36.75	200.74	39.38	238.54
24.75	72.85	27.50	94.80	30.25	120.30	33.00	149.54	35.75	182.67	38.50	219.85	41.25	261.23
25.88	79.49	28.75	103.44	31.63	131.27	34.50	163.17	37.38	199.32	40.25	239.89	43.13	285.05
27.00	86.44	30.00	112.49	33.00	142.76	36.00	177.45	39.00	216.76	42.00	260.88	45.00	310.00
28.13	93.72	31.25	121.97	34.38	154.78	37.50	192.39	40.63	235.01	43.75	282.85	46.88	336.10
29.25	101.33	32.50	131.86	35.75	167.34	39.00	208.01	42.25	254.09	45.50	305.80	48.75	363.37
30.38	109.27	33.75	142.19	37.13	180.45	40.50	224.30	43.88	273.99	47.25	329.76	50.63	391.84
31.50	117.54	35.00	152.96	38.50	194.12	42.00	241.29	45.50	294.75	49.00	354.74	52.50	421.52
32.63	126.17	36.25	164.19	39.88	208.36	43.50	259.00	47.13	316.37	50.75	380.77	54.38	452.45
33.75	135.14	37.50	175.87	41.25	223.19	45.00	277.42	48.75	338.88	52.50	407.86	56.25	484.64
34.88	144.48	38.75	188.02	42.63	238.61	46.50	296.60	50.38	362.30	54.25	436.05	58.13	518.13
36.00	154.19	40.00	200.66	44.00	254.65	48.00	316.53	52.00	386.65	56.00	465.35	60.00	552.95
37.13	164.28	41.25	213.79	45.38	271.31	49.50	337.24	53.63	411.94	57.75	495.79	61.88	589.13
38.25	174.76	42.50	227.42	46.75	288.61	51.00	358.74	55.25	438.22	59.50	527.41	63.75	626.70

## 6. PROCEDIMIENTO DE AFORO

- Ubicación del punto de medición de la carga (h) debe de estar a una longitud mayor aproximada de 4H aguas arriba del vertedero.
- Técnicas de medición: para la medición de esta puede utilizarse una regla, limnómetro o también sensores de medición.



Sensor de medición



Regla metálica

- Uso de tablas o software complementario para el cálculo: para obtener el valor del caudal se puede hacer uso de hojas de cálculo elaborados en Excel con las fórmulas establecidas, uso de directo de las tablas brindadas o también uso de un programa elaborado el cual nos ayuda a obtener el valor del caudal con solo colocar el ancho del canal y la carga (h) obtenida, estos dos en cm.



Captura de pantalla de la interfaz del programa

Para la utilización del programa debe de ingresar al siguiente link: [https://drive.google.com/drive/folders/1\\_qIzHgBQsSD05t2cq5\\_pNK-gxPeeNtlm?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/drive/folders/1_qIzHgBQsSD05t2cq5_pNK-gxPeeNtlm?usp=drive_link) o también escanear el siguiente QR para la descarga del programa:



### EJEMPLO DE CÁLCULO

Se hizo uso del vertedero sinusoidal en el Distrito de Chinchaypujio de la provincia de Anta, del departamento de Cusco para obtener el valor del caudal, este fue utilizado en un canal destinado a riego, las dimensiones del vertedero son de:

- Base de 40 cm.
- Altura de 40 cm.

La carga de agua (h) obtenida fue de 5.50cm. Se requiere saber el caudal que pasa por el canal. Cabe mencionar que el canal elegido, así como el vertedero en uso cumplen con las consideraciones que tiene el vertedero.



Ubicación del lugar de la toma de datos



Obtención de la carga de agua



Medidas del vertedero

#### A. CON USO DE LAS TABLAS

Se debe de identificar primeramente la longitud de la base del canal la cual es de 40cm. para el cual se obtuvo una carga de 5.50cm. Estos valores se ubican en la tabla, así obteniendo el caudal de 2.58 Lt/s.

PARA B = 20 cm		PARA B = 30 cm		PARA B = 40 cm	
h	Q	h	Q	h	Q
[cm]	[Lt/s]	[cm]	[Lt/s]	[cm]	[Lt/s]
1.75	0.20	2.63	0.56	3.50	1.16
2.00	0.26	3.00	0.71	4.00	1.46
2.25	0.32	3.38	0.87	4.50	1.79
2.50	0.38	3.75	1.06	5.00	2.17
2.75	0.46	4.13	1.26	5.50	2.58
3.00	0.53	4.50	1.47	6.00	3.03
3.25	0.62	4.88	1.71	6.50	3.51

B. CON EL USO DEL PROGRAMA

De la misma manera se debe de identificar primeramente la longitud de la base del canal, estos serán colocados en sus respectivas casillas la cual también indica las unidades en las que deben de ser colocados. Posteriormente debemos de pulsar en Calcular.

Luego nos dará el resultado tanto en  $m^3/s$  o L/s, así también brinda las limitaciones del uso del vertedero para tener resultados mas exactos.

**RESULTADOS:**

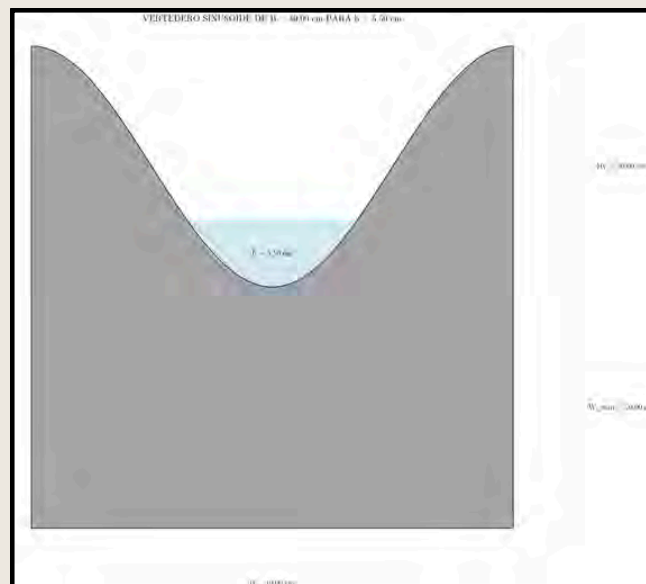
Caudal: 0.0026  $m^3/s$

Caudal: 2.58 L/s

**Notas importantes:**

1. La carga (h) debe medirse a una distancia de 4h aguas arriba desde el vertedero.
2. Debe cumplirse la condición  $0.35 \leq h/a \leq 1.70$ .
3. La altura de la cresta del vertedero debe ser, como mínimo, igual a 2a.
4. La pendiente del canal de acceso debe ser del 0.00 %.
5. El ancho del canal de acceso debe ser igual al ancho del vertedero (B).
6. El programa solo es válido para  $0.20 m \leq B \leq 1.50 m$ .
7. El programa solo es válido para la relación  $a/c = 0.5-\pi$ .

Se tiene también la opción de exportar la imagen generada por el programa con los datos obtenidos.



## 7. CONSIDERACIONES Y LIMITACIONES

- La carga (h) debe medirse a una distancia de 4h aguas arriba desde el vertedero.
- Debe cumplirse la condición  $0.35 \leq h/a \leq 1.70$ .
- La altura de la cresta del vertedero debe ser, como mínimo, igual a 2a.
- La pendiente del canal de acceso debe ser del 0.00 %.
- El ancho del canal de acceso debe ser igual al ancho del vertedero (B).
- La tabla solo es válida para anchos de vertedero que cumplan con la condición  $0.20 \text{ m} \leq B \leq 1.50 \text{ m}$ .
- Las tablas solo son válidas para la relación  $a \cdot c = 0.5 \cdot \pi$ .



*Vertedero utilizado en un canal de laboratorio*

Tabla de geométricas utilizadas recomendadas:

Geometría N°	Base (B) [m]	Altura (H) [m]	Umbral (W) [m]	Ht [m]
1	0.20	0.10	0.10	0.20
2	0.30	0.15	0.15	0.30
3	0.40	0.20	0.20	0.40
4	0.50	0.25	0.25	0.50
5	0.60	0.30	0.30	0.60
6	0.70	0.35	0.35	0.70
7	0.80	0.40	0.40	0.80
8	0.90	0.45	0.45	0.90
9	1.00	0.50	0.50	1.00
10	1.10	0.55	0.55	1.10
11	1.20	0.60	0.60	1.20
12	1.30	0.65	0.65	1.30
13	1.40	0.70	0.70	1.40
14	1.50	0.75	0.75	1.50

## 8. INSTALACIÓN DEL VERTEDERO

- Preparación del canal, el cual debe de estar limpio y con pendiente de 0.00%
- Montaje de la placa del vertedero, el cual debe de estar con las geometrías exactas del canal y este debe de encajar adecuadamente.
- Sellado y sujeción, lo que puede ayudarse con algún material pastico, pernos de anclaje o empotrarlo en el canal.
- Revisión previa a la operación tanto de fugas o la sujeción.



*Vista superior del vertedero donde se muestra los anclajes*

## 9. MANTENIMIENTO Y CONSERVACIÓN



*Acumulación de residuos y oxidación de pernos de anclaje por el no mantenimiento del vertedero*

- Si el vertedero es usado en un laboratorio, se debe de retirar de forma no precipitada para evitar dañar el vertedero y los elementos de sujeción.
- Si el vertedero esta empotrado en un canal de riego u otro uso, revisión de deformaciones o acumulación de residuos que pueda existir, esto realizarlo de forma periódica.
- Tener cuidado de golpear el vertedero ya que este podría astillarse o romperse, esto dependiendo del material del cual este elaborado.
- Realizar un almacenamiento seguro en caso de no usarlo de forma prolongada.

**ANEXO F**

**CÓDIGO EN MATLAB PARA EL CÁLCULO DE INTEGRALES DEFINIDAS  
MEDIANTE EL MÉTODO DE SIMPSON**

```
% ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD
% PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y TRIANGULARES
```

```
% UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
% ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL
```

```
% APAZA HUACAC, Alonso Alexander
% ARREDONDO LIMA, Luis Enrique
```

```
% MÉTODO DE SIMPSON
```

```
function y = Simpson(f, a, b, n)
```

```
    if mod(n, 2) ~= 0
        error('El número de subintervalos (n) debe ser par.');
```

```
    end
```

```
    h = (b - a) / n;
    fa = f(a);
    fb = f(b);
```

```
    S1 = 0;
    S2 = 0;
```

```
    for i = 1:n-1
        if mod(i, 2) == 1
            S1 = S1 + f(a + i * h);
        else
            S2 = S2 + f(a + i * h);
        end
    end
```

```
    y = h * (fa + 4 * S1 + 2 * S2 + fb) / 3;
```

```
    x_vals = linspace(a, b, 1000);
    y_vals = real(arrayfun(f, x_vals));
```

```
    x_points = linspace(a, b, n+1);
    y_points = real(arrayfun(f, x_points));
```

```
    figure;
    hold on;
```

```
    plot(x_vals, y_vals, 'b', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'f(x)', 'LineJoin', 'round');
```

```
    for i = 1:n/2
```

```
        x_sub = x_points(2*i-1:2*i+1);
        y_sub = y_points(2*i-1:2*i+1);
```

```
        p = polyfit(x_sub, y_sub, 2);
        x_fit = linspace(x_sub(1), x_sub(3), 100);
        y_fit = polyval(p, x_fit);
```

```
        fill([x_fit, fliplr(x_fit)], [y_fit, zeros(size(y_fit))], 'n', ...
            'FaceAlpha', 0.3, 'EdgeColor', 'none');
```

```
    End
```

```
    xlabel('$x$', 'Interpreter', 'latex', 'FontSize', 14);
    ylabel('$f(x)$', 'Interpreter', 'latex', 'FontSize', 14);
    title('Método de Simpson: Aproximación de la Integral', 'FontSize', 16);
```

```
    str_integral = ['I = ', num2str(y, '%.4f')];
    annotation('textbox', [0.4, 0.5, 0.2, 0.1], 'String', str_integral, ...
        'Interpreter', 'latex', 'FontSize', 14, 'HorizontalAlignment', 'center', ...
        'EdgeColor', 'none', 'BackgroundColor', 'white');
```

```
    legend({'f(x)', 'Aprox. Simpson'}, 'Location', 'best');
```

```
    grid on;
    set(gca, 'FontSize', 12, 'LineWidth', 1.5);
    box on;
    hold off;
```

```
end
```

## ANEXO G

CÓDIGO EN MATLAB PARA CALCULO DE LA REGRESIÓN NO LINEAL POR  
EL MÉTODO DE GAUSS - NEWTON

```

% ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS VERTEDEROS SINUSOIDALES DE PARED DELGADA MEDIANTE CFD
% PARA SU USO EN LA MEDICIÓN DE CAUDALES CON RESPECTO A LOS VERTEDEROS RECTANGULARES Y
% TRIANGULARES

% UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
% ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL

% APAZA HUACAC, Alonso Alexander
% ARREDONDO LIMA, Luis Enrique

% AJUSTE NO LINEAL

function [a, ea, tabla, R2, error_estandar] = ajuste_no_lineal(x, y, f, a_init, N, e)
    % Entrada:
    % x: Datos independientes
    % y: Datos dependientes
    % f: Función de regresión (como una cadena de texto, e.g., 'a0*x^a1 + a2*x^a3')
    % a_init: Valores iniciales de los parámetros de la función
    % N: Número máximo de iteraciones
    % e: Tolerancia de error para convergencia

    if length(x) ~= length(y)
        error('Los vectores x y y deben tener la misma longitud.');
```

```

    end
    if any(diff(x) <= 0)
        warning('El vector x no está ordenado de forma creciente.');
```

```

    end

    F = str2sym(f);
    v = symvar(F);
    vn = v(1:end-1);
    vs = v(end);

    a = zeros(N, length(a_init));
    a(1,:) = a_init;
    ea = zeros(N, length(a(1,:)));

    for i = 1:N-1
        dF_1 = gradient(F, vn);

        dF_2 = subs(dF_1, vn, a(i,:));
        Zo = double(subs(dF_2, vs, x))';
        Z = Zo' * Zo;

        if cond(Z) > 1e10
            lambda = 1e-5;
            dA = (Z + lambda * eye(size(Z))) \ (Zo' * (y - double(subs(subs(F, vn, a(i,:)), vs, x))))';
        else
            dA = Z \ (Zo' * (y - double(subs(subs(F, vn, a(i,:)), vs, x))))';
        end

        a(i+1, :) = a(i, :) + dA';
        ea(i+1, :) = abs((a(i+1, :) - a(i, :)) ./ a(i+1, :)) * 100;

        if max(abs(dA)) < e
            fprintf('Convergencia alcanzada después de %d iteraciones.\n', i);
            break;
        end
    end

    a = a(1:i+1, :);
    ea = ea(1:i+1, :);

    figure;
    F_x = subs(F, vn, a(end, :));
    x_ajustado = linspace(min(x), max(x), 100);
    y_ajustado = double(subs(F_x, vs, x_ajustado));

    plot(x_ajustado, y_ajustado, 'Color', [138, 149, 151] / 255, 'LineWidth', 2);
    hold on;

    scatter(x, y, "k", "filled", 's');

    xlabel('h/a', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
```

```

ylabel('\psi', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
title('Curva de regresión de h/a vs \psi', 'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold');
legend("Ajuste de regresión", "Puntos de datos", 'Location', 'best');
grid on;
hold off;

n = length(x);
m = length(vn);
Sr = sum((y - double(subs(F_x, vs, x))).^2);
St = sum((y - mean(y)).^2);
error_estandar = sqrt(Sr / (n - (m + 1)));
R2 = ((St - Sr) / St) * 100;

fprintf('\nEstadísticas de la regresión no lineal:\n');
fprintf('Número de datos (n): %d\n', n);
fprintf('Número de parámetros (m): %d\n', m);
fprintf('Suma de los residuos al cuadrado (Sr): %.4f\n', Sr);
fprintf('Suma total de cuadrados (St): %.4f\n', St);
fprintf('Error estándar de la estimación: %.4f\n', error_estandar);
fprintf('Coeficiente de determinación (R^2): %.2f%%\n\n', R2);

iteraciones = (1:size(a, 1))';
E1 = arrayfun(@(j) sprintf('a%d', j), 0:length(vn)-1, 'UniformOutput', false);
E2 = arrayfun(@(j) sprintf('Ea (%) de a%d', j), 0:length(vn)-1, 'UniformOutput', false);
header = [{'Iteración'}, E1, E2];

data = [iteraciones, a, ea];
tabla = array2table(data, 'VariableNames', [header]);

disp('Tabla de parámetros y errores en cada iteración:');
disp(tabla);

fprintf('\nValores finales de los parámetros:\n');
for j = 1:length(vn)
    fprintf('a%d = %.4f\n', j-1, a(end, j));
end

text(0.15, 0.85, ['R^2 = ' num2str(R2, '%.2f') '%'], 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold', 'Units',
'normalized');
text(0.15, 0.80, ['Error Est. = ' num2str(error_estandar, '%.4f')], 'FontSize', 12, 'FontWeight',
'bold', 'Units', 'normalized');

saveas(gcf, 'ajuste_no_lineal.png');
end

```

## CAPITULO X

## 10 PANEL FOTOGRÁFICO

Fotografía 1.

*Vista isométrica del vertedero sinusoidal en planta*



Fotografía 2.

*Vista en planta del vertedero sinusoidal*



Fotografía 3.

*Vista en perfil del vertedero sinusoidal*



Fotografía 4.

*Vista isométrica del vertedero rectangular*



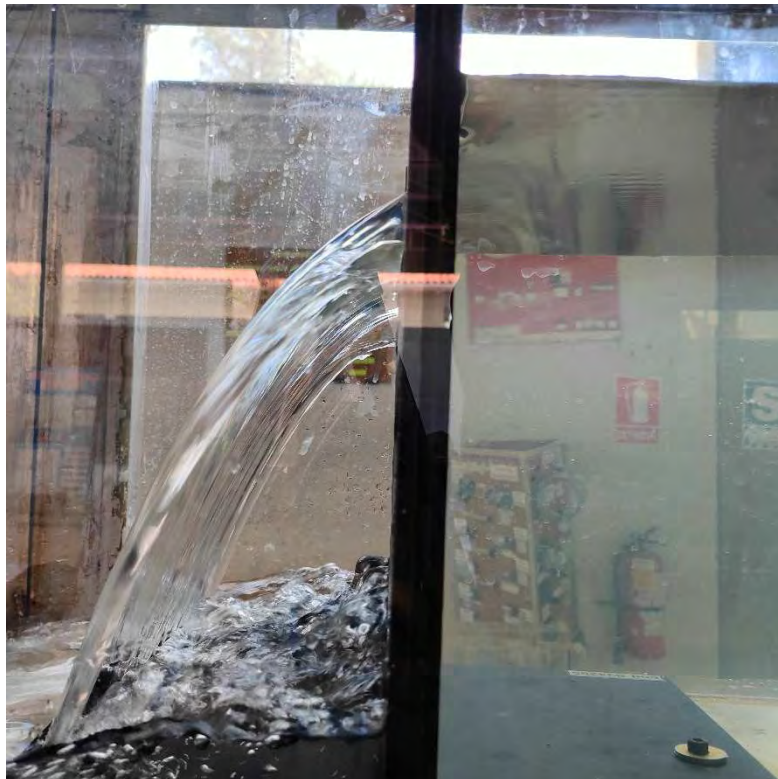
Fotografía 5.

*Vista en planta del vertedero rectangular*



Fotografía 6.

*Vista en perfil de vertedero sinusoidal*



Fotografía 7.

*Vista isométrica del vertedero triangular*



*Fotografía 8.*

*Vista en planta del vertedero triangular*



Fotografía 9.

*Vista en perfil del vertedero triangular*



Fotografía 10.

*Vertedero sinusoidal utilizado para los ensayos en laboratorio*



Fotografía 11.

*Vertedero rectangular utilizado para los ensayos en laboratorio*



Fotografía 12.

*Vertedero triangular utilizado para los ensayos en laboratorio*



Fotografía 13.

*Obtención de velocidades en laboratorio*



Fotografía 14.

*Preparación del canal de pendiente variable antes de la toma de datos*



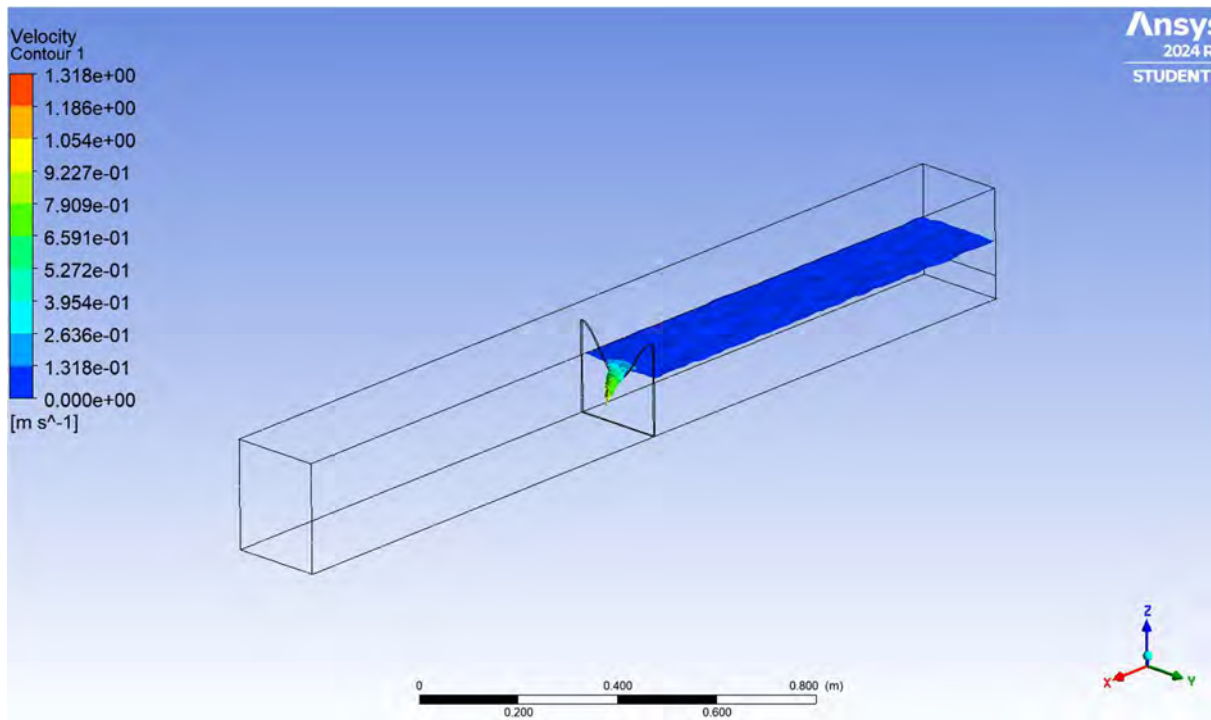
Fotografía 15.

*Coordinación y supervisión del asesor en la experimentación en laboratorio*



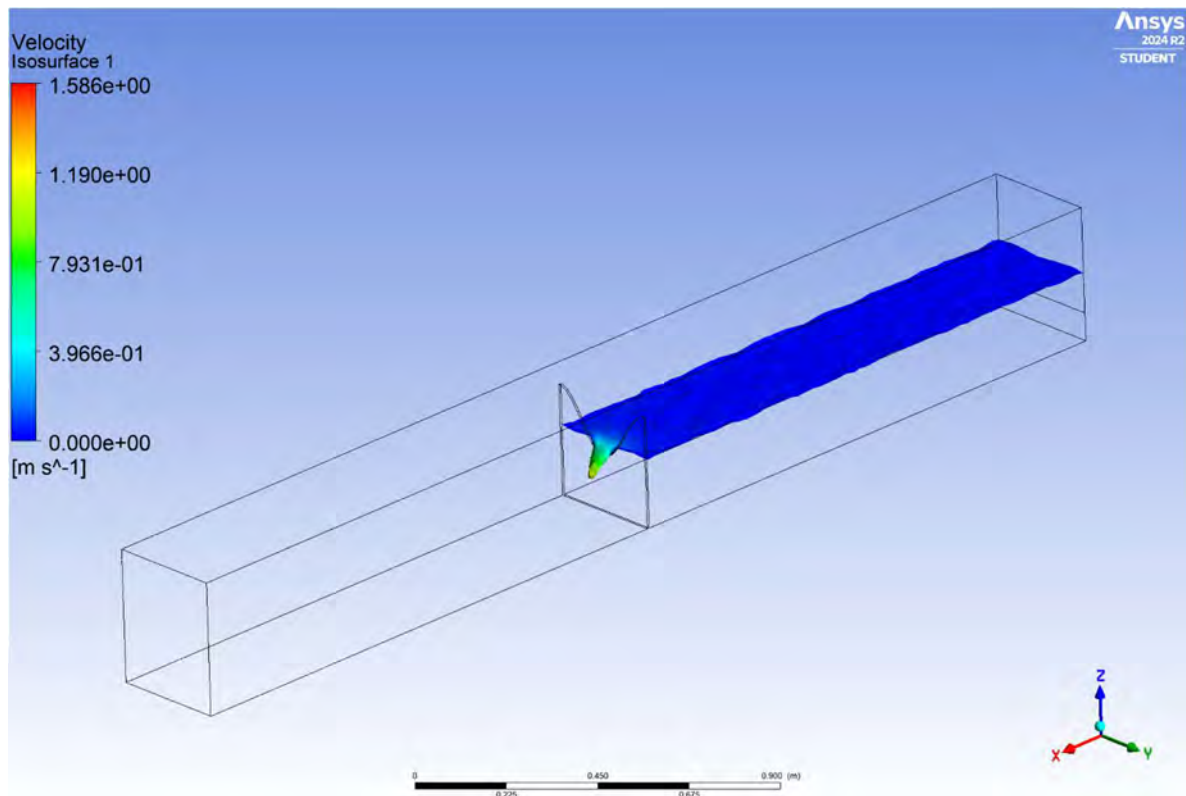
Fotografía 16.

*Simulación de la muestra N°1 de la tercera etapa experimental*



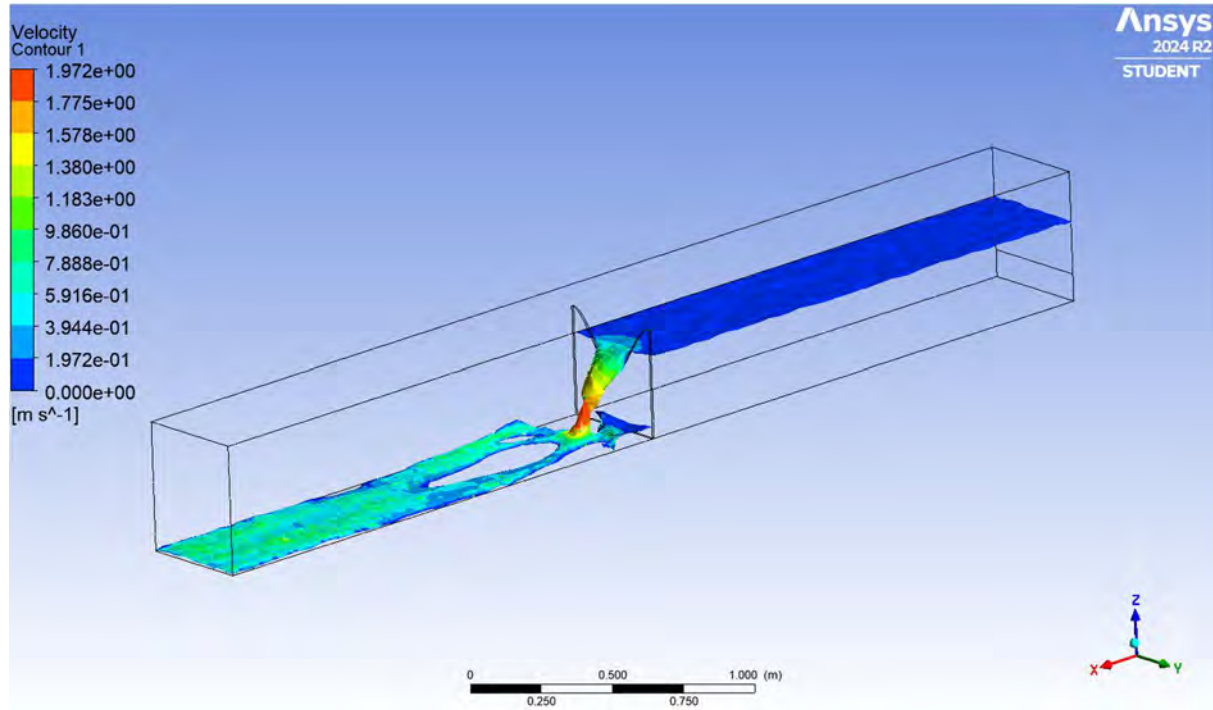
Fotografía 17.

*Simulación de la muestra N°2 de la tercera etapa experimental*



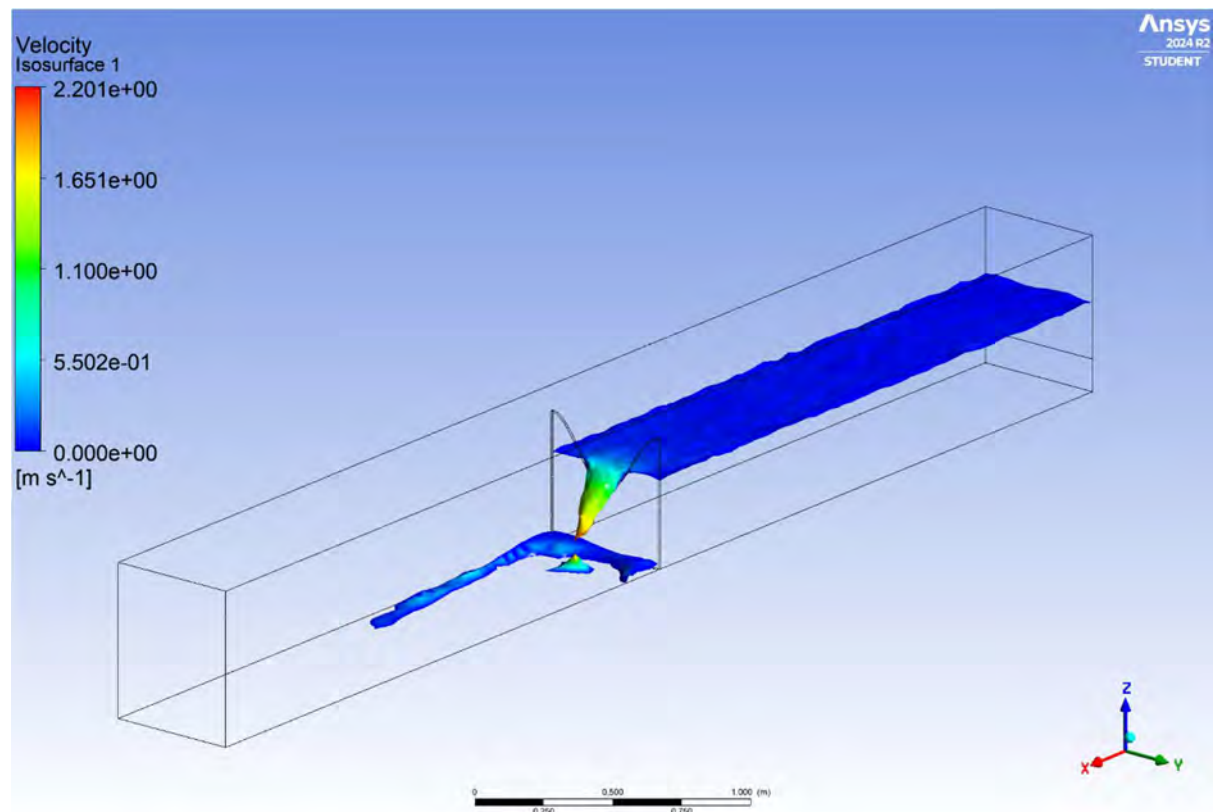
Fotografía 18.

*Simulación de la muestra N°3 de la tercera etapa experimental*



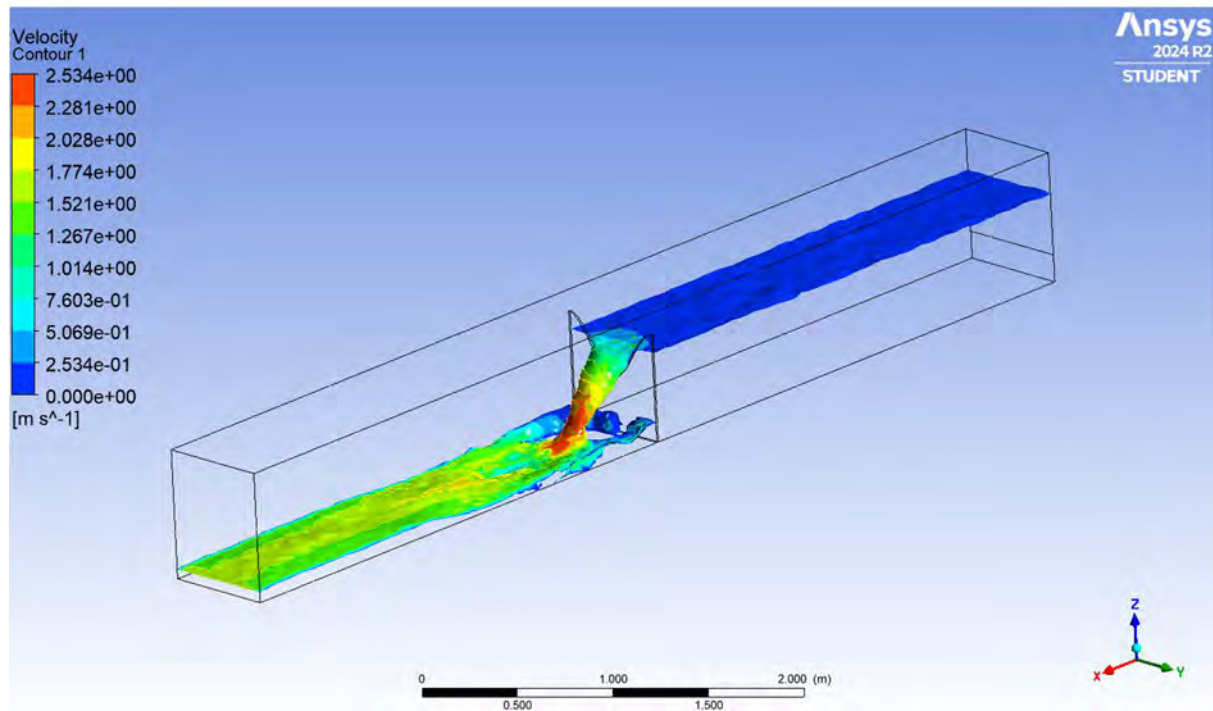
Fotografía 19.

*Simulación de la muestra N°4 de la tercera etapa experimental*



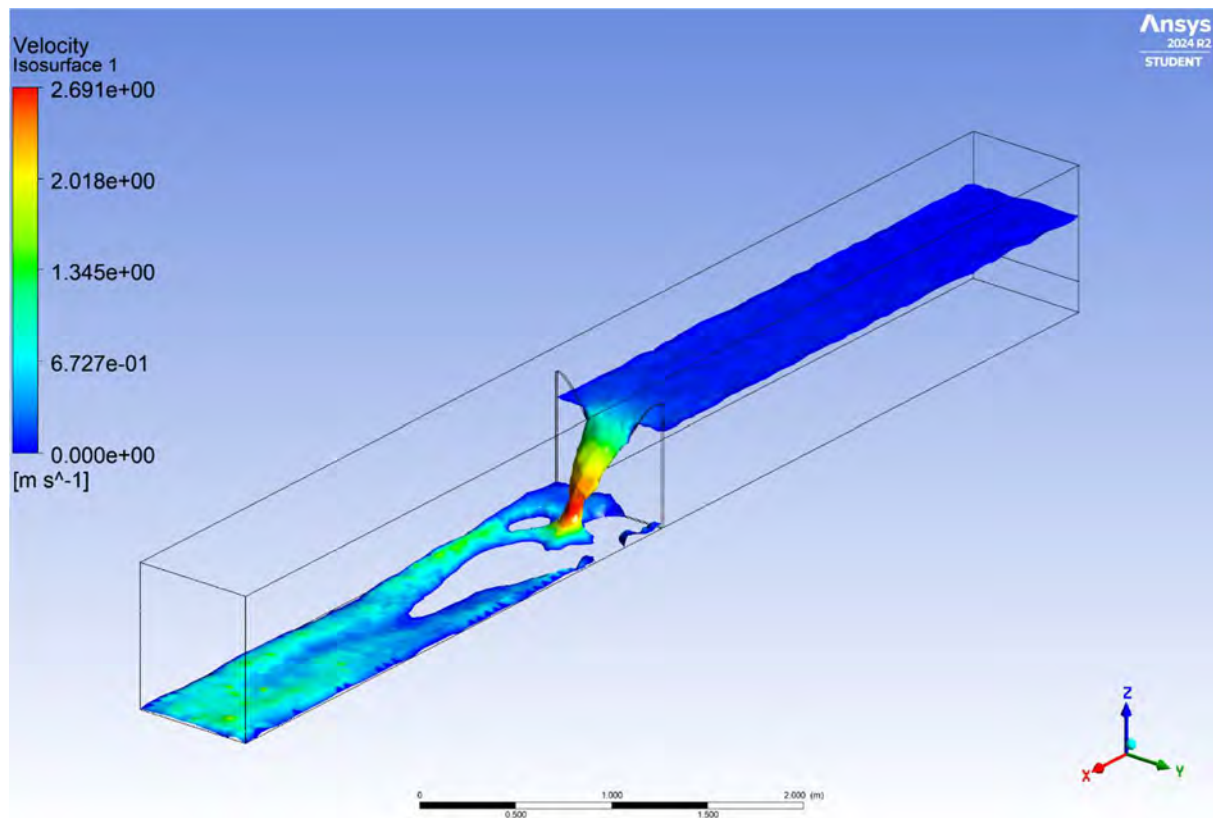
Fotografía 20.

*Simulación de la muestra N°5 de la tercera etapa experimental*



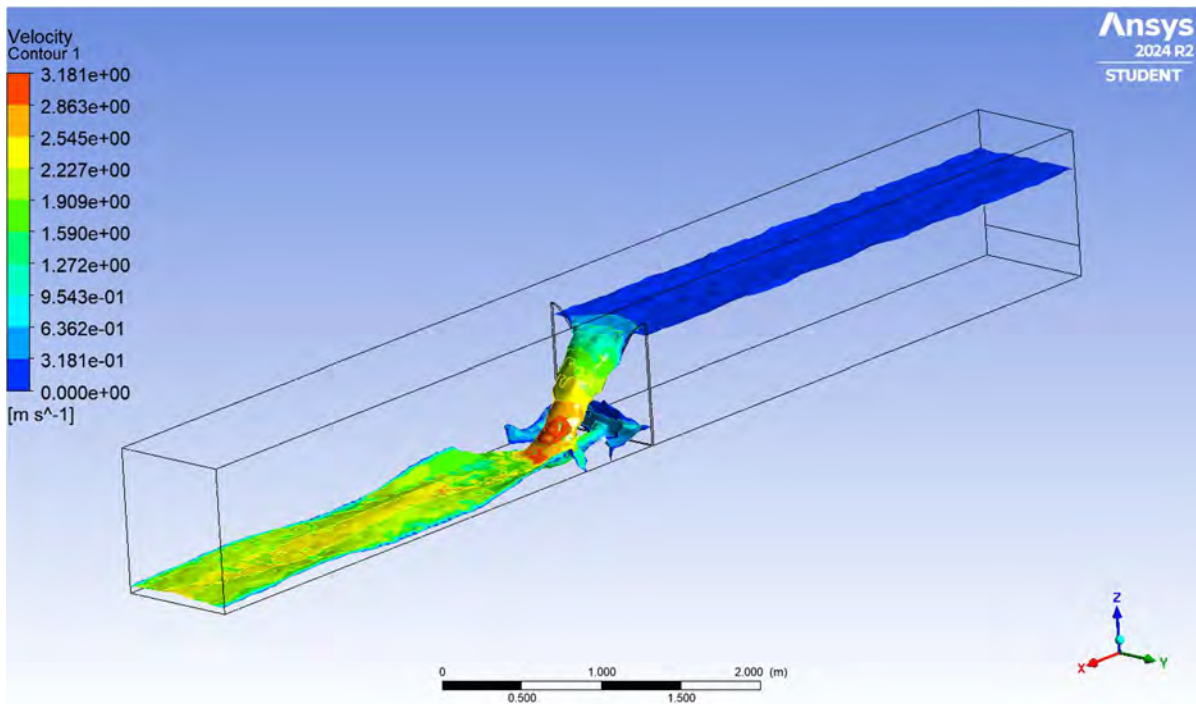
Fotografía 21.

*Simulación de la muestra N°6 de la tercera etapa experimental*



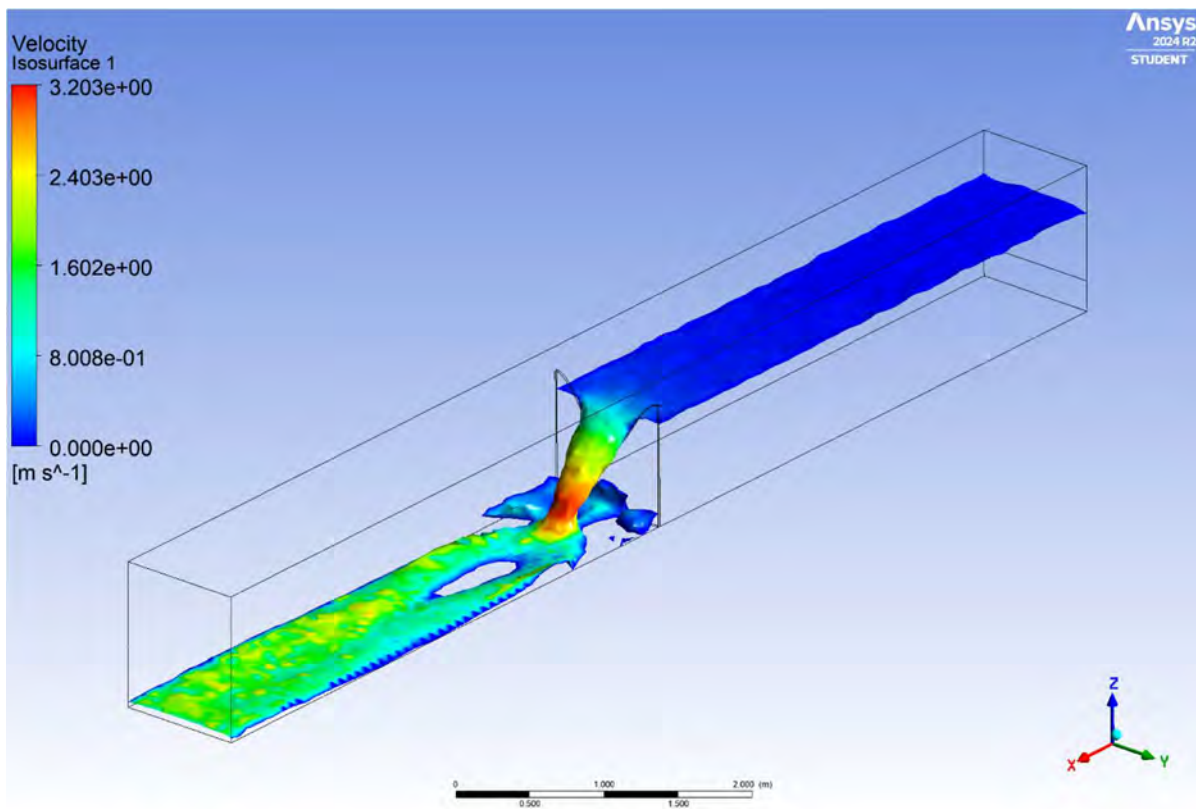
Fotografía 22.

*Simulación de la muestra N°7 de la tercera etapa experimental*



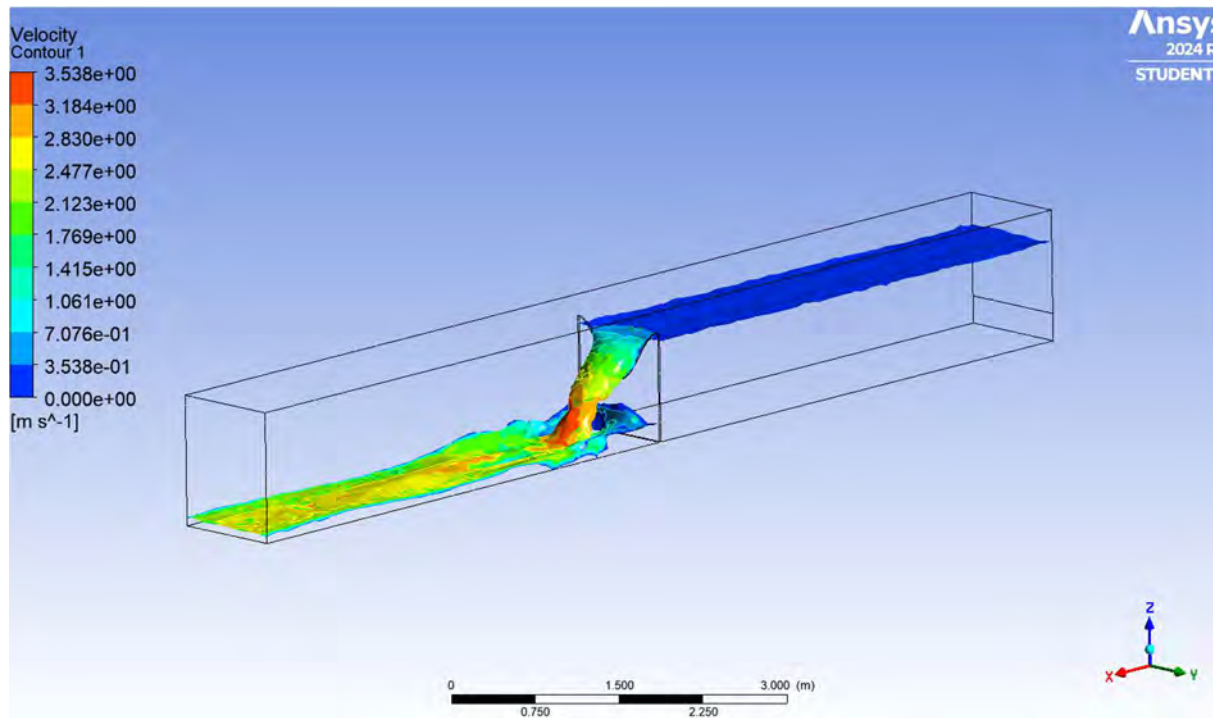
Fotografía 23.

*Simulación de la muestra N°8 de la tercera etapa experimental*



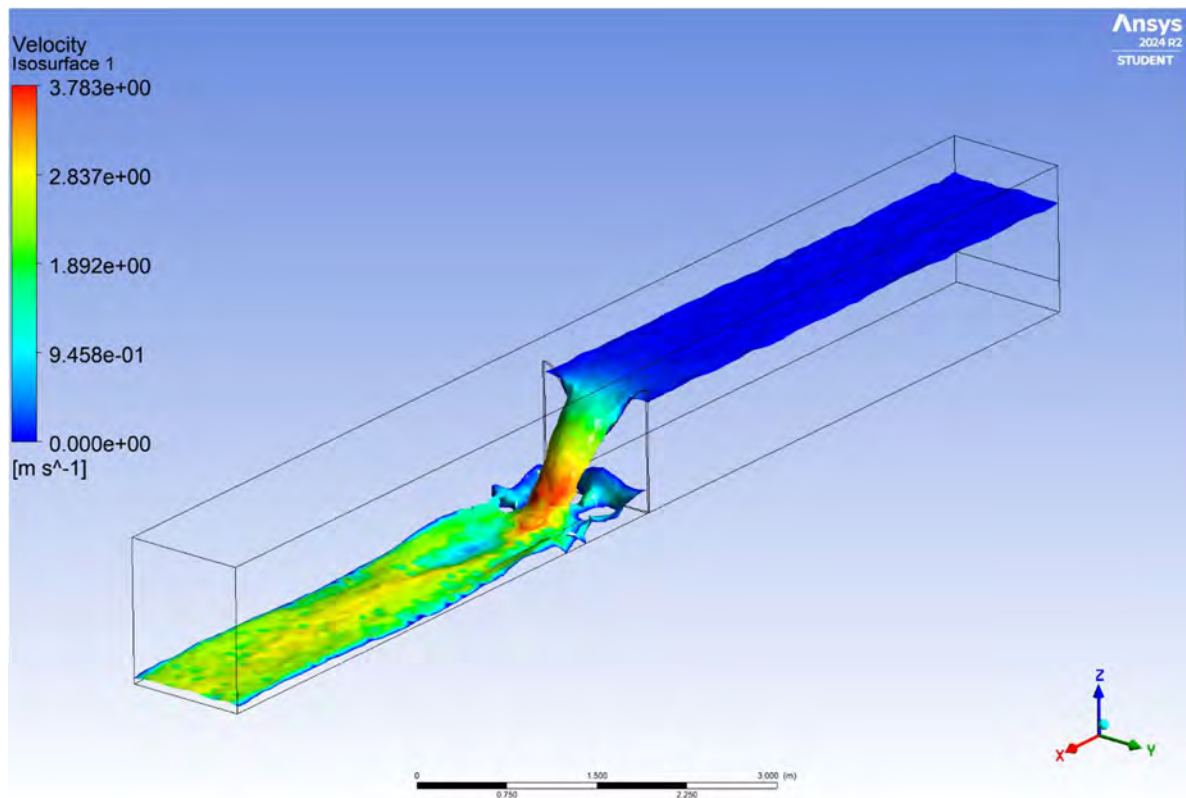
Fotografía 24.

*Simulación de la muestra N°9 de la tercera etapa experimental*



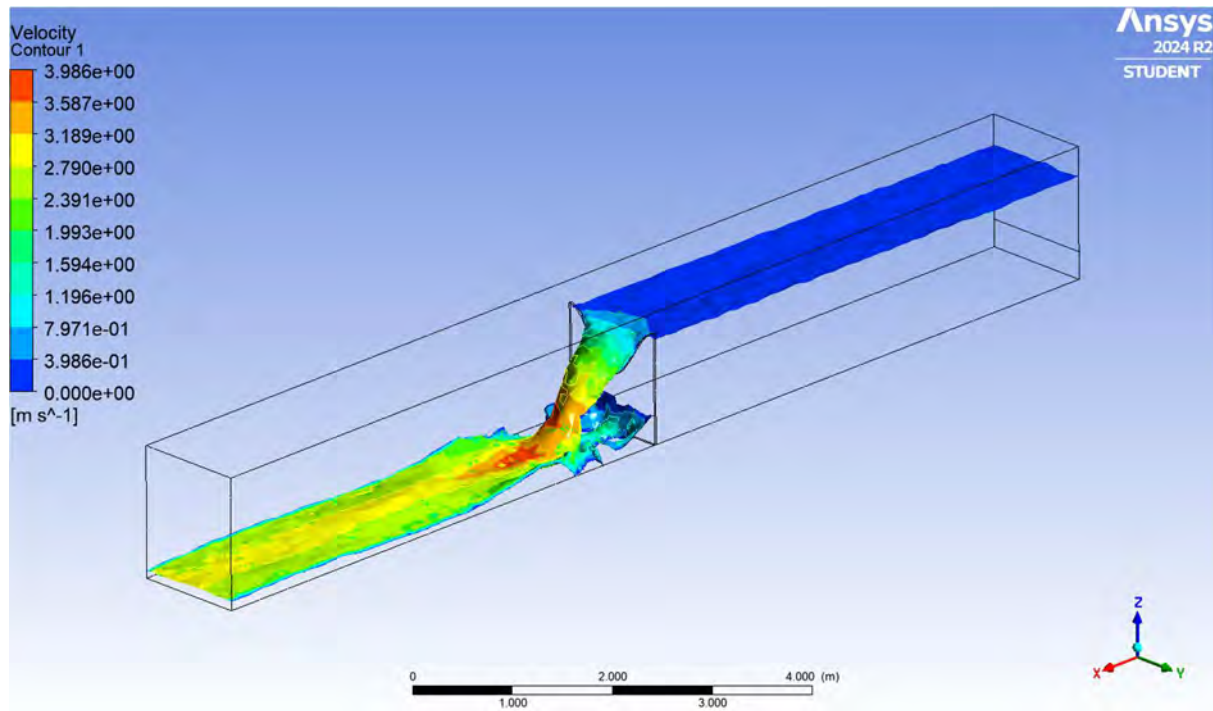
Fotografía 25.

*Simulación de la muestra N°10 de la tercera etapa experimental*



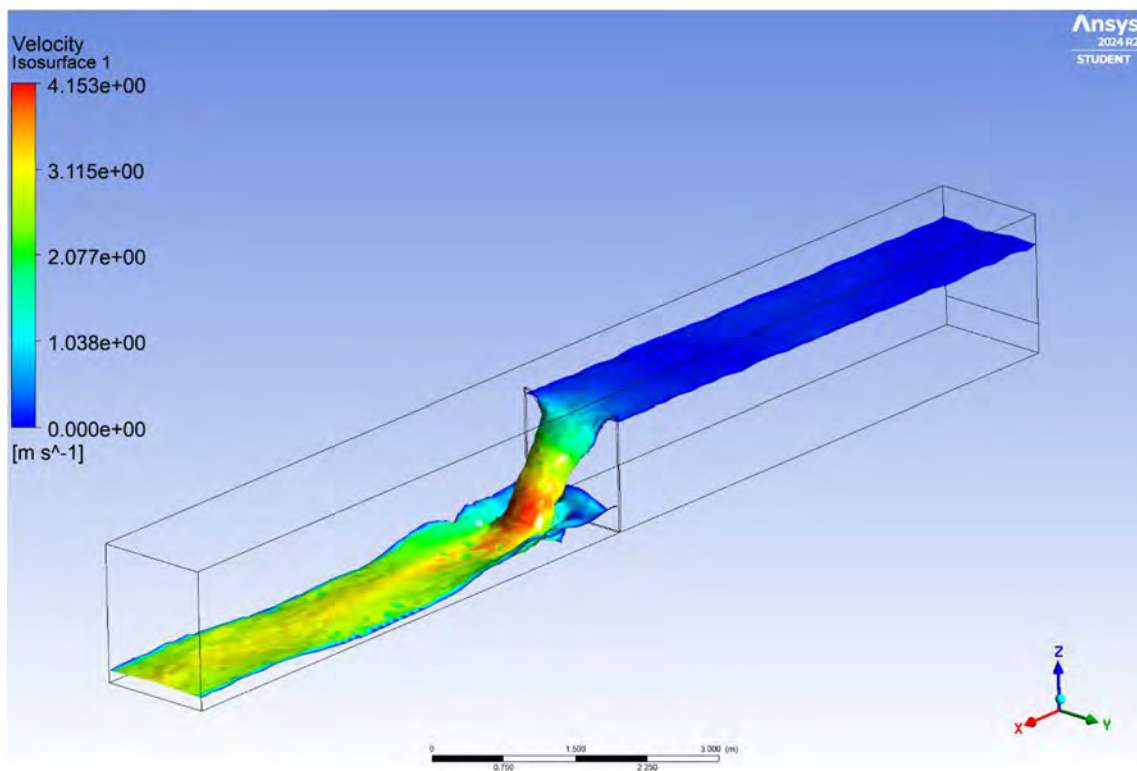
Fotografía 26.

*Simulación de la muestra N°11 de la tercera etapa experimental*



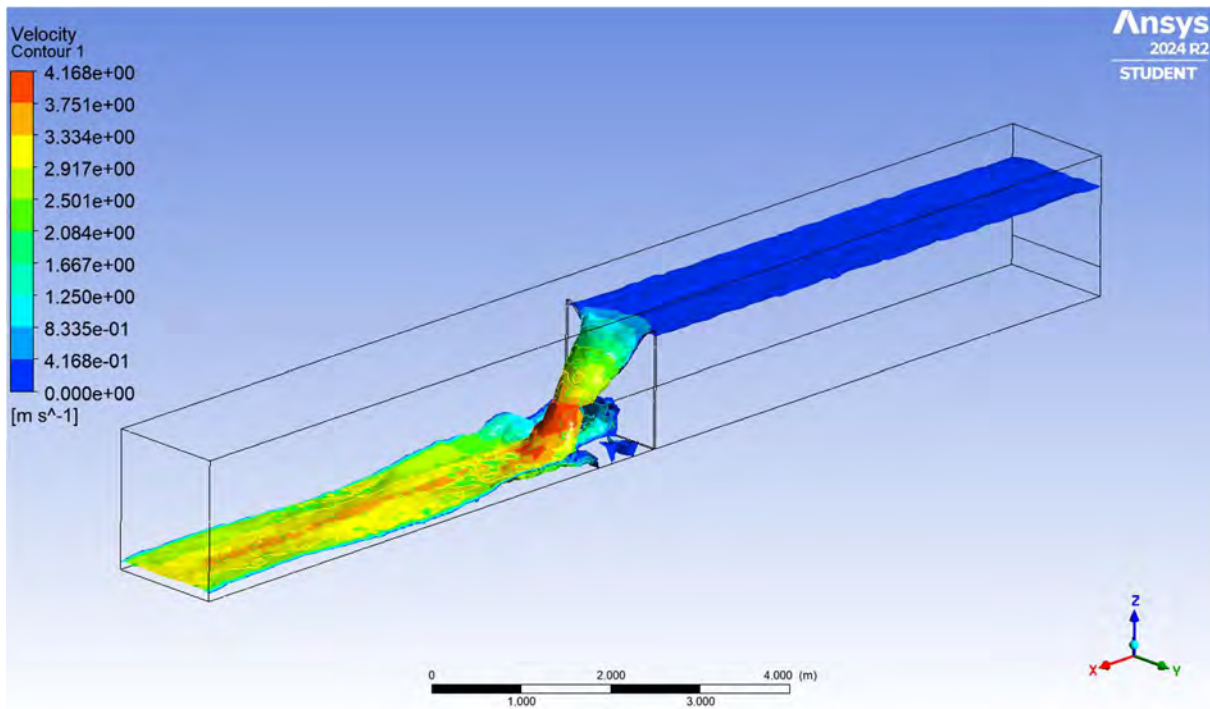
Fotografía 27.

*Simulación de la muestra N°12 de la tercera etapa experimental*



Fotografía 28.

*Simulación de la muestra N°13 de la tercera etapa experimental*



Fotografía 29.

*Captación del sistema de riego para la experimentación en campo*



Fotografía 30.

*Tramo del canal del sistema de riego donde se realizará las pruebas con el vertedero sinusoidal*



Fotografía 31.

*Vista isométrica del vertedero sinusoidal en funcionamiento*

