UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN MATEMÁTICAS

TESIS

MODELO DE NEGOCIACIÓN SECUENCIAL A LA RUBINSTEIN EN EL CONFLICTO SOCIAL EN LA ACTIVIDAD MINERA MMG - LAS BAMBAS AL 2022

PARA OPTAR AL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN MATEMÁTICAS

AUTOR:

BR. WILSON MACHACA HUANCOLLO

ASESOR:

DR. ALFREDO VALENCIA TOLEDO

CÓDIGO ORCID:

$0000-0001-6505-9634$

FINANCIADO POR:

MARCO CONVENIO CONCYTEC-UNSAAC-FONDECYT

CUSCO - PERÚ

2023

INFORME DE ORIGINALIDAD
(Aprobado por Resolución Nro. CU-303-2020-UNSAAC)

El que suscribe, **Dr. Alfredo Valencia Toledo**, asesor del trabajo de investigación titulado: MODELO DE NEGOCIACIÓN SECUENCIAL A LA RUBINSTEIN EN EL CONFLICTO SOCIAL EN LA ACTIVIDAD MINERA MMG - LAS BAMBAS AL 2022.

Presentado por **Wilson Machaca Huancollo**, con DNI Nro: 43419010 para optar el Grado académico de Maestro.

Informo que el trabajo de investigación ha sido sometido a revisión por ..2... veces, mediante el software antiplagio, conforme al art. 6° del **Reglamento para Uso de Sistemas Antiplagio de la UNSAAC** y de la evaluación de originalidad se tiene un porcentaje de ..2... %

Evaluación y acciones del reporte de coincidencia para trabajos de investigación conducentes a grado académico o título profesional, tesis

PORCENTAJE	EVALUACIÓN Y ACCIONES	MARQUE CON UNA (X)
Del 1 a 10%	No se considera plagio	X
Del 11 al 30%	Devolver al usuario para las correcciones	
Mayor a 31%	El responsable de la revisión del documento emite un informe al inmediato jerárquico, quien a su vez eleva el informe a la autoridad académica para que tome las acciones correspondientes. Sin perjuicio de las sanciones administrativas que correspondan de acuerdo a ley.	

Por tanto, en mi condición de Asesor, firmo el presente informe en señal de conformidad y adjunto la primera página del reporte del Sistema Antiplagio.

Cusco, 24 de enero de 2024

FIRMA

POST FIRMA: Alfredo Valencia Toledo

N° DE DNI: 43162177

ORCID DEL ASESOR: https://orcid.org/0000-0001-6505-9634

Se adjunta:
1. Reporte generado por el Sistema Antiplagio.
2. Enlace del reporte Generado por el Sistema Antiplagio
https://unsaac.turnitin.com/viewer/submissions/oid:27259:283549125?locale=es-MX

turnitin

Identificación de reporte de similitud: oid:27259:283549125

NOMBRE DEL TRABAJO

MODELO-DE-NEGOCIACIÓN-SECUENCIAL-A-LA-RUBINSTEIN-EN-EL-CONFLICTO-SOCIAL-EN-LA-ACTIVIDAD-MINERA-MMG-LAS-BAMBAS-AL-2022.pdf

AUTOR

WILSON MACHACA HUANCOLLO

RECUENTO DE PALABRAS

17143 Words

RECUENTO DE CARACTERES

82530 Characters

RECUENTO DE PÁGINAS

61 Pages

TAMAÑO DEL ARCHIVO

882.8KB

FECHA DE ENTREGA

Nov 5, 2023 5:23 PM GMT-5

FECHA DEL INFORME

Nov 5, 2023 5:24 PM GMT-5

2% de similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para cada base c

- 2% Base de datos de Internet
- Base de datos de Crossref
- 2% Base de datos de trabajos entregados
- 1% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de contenido publicado de Crossr

Excluir del Reporte de Similitud

- Bloques de texto excluidos manualmente

Alfredo Valencia Toledo
Asesor

PRESENTACIÓN

Señor Director de la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, en cumplimiento del Reglamento para optar al grado académico de Maestro en Matemáticas, pongo en consideración el presente trabajo de tesis intitulado: “MODELO DE NEGOCIACIÓN SECUENCIAL A LA RUBINSTEIN EN EL CONFLICTO SOCIAL EN LA ACTIVIDAD MINERA MMG - LAS BAMBAS AL 2022”, para su revisión, sustentación y posterior registro en el repositorio institucional correspondiente.

Para modelar los conflictos generados por la actividad minera MMG - Las Bambas en la región Apurímac se recurre a la teoría de juegos no cooperativos, dentro de ello se estudia a los juegos estáticos en estrategias puras y estrategias mixtas; y también a la teoría de juegos dinámicos por medio; de los cuales se puede obtener los respectivos equilibrios de Nash. Además dentro de los juegos dinámicos se utiliza el modelo de negociación secuencial a la Rubinstein para modelar situaciones de ofertas y contraofertas entre la empresa minera y las comunidades, el cual es una característica que se ajusta a la situación descrita.

DEDICATORIA

Dedicado especialmente a:

Nadyr

y

Benjamín

AGRADECIMIENTOS

A Dios por sobre todas las cosas.

A la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco con su Escuela de Posgrado, Maestría en Matemática por haber forjado parte de mi vida profesional conjuntamente con quienes fueron mis docentes, compañeros y amigos.

A mi asesor de tesis por sus constantes alcances, observaciones y correcciones para concluir el presente trabajo de investigación.

A mi familia por su constante motivación para seguir adelante y a todo mi entorno personal quienes me apoyaron directa o indirectamente para la conclusión de este trabajo de investigación.

Al Fondo Nacional de Desarrollo Científico, Tecnológico y de Innovación Tecnológica - FONDECYT (Ahora programa PROCIENCIA) mediante el proyecto de investigación básica, convenio 061-2021 FONDECYT, denominado Desarrollo de modelos para evaluar el impacto de la minería en Apurímac-Cusco (Development of models to evaluate the mining impact on Apurímac-Cusco) que se viene ejecutando en la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, por el apoyo financiero como tesista de posgrado de dicho proyecto.

ÍNDICE GENERAL

LISTA DE TABLAS

LISTA DE FIGURAS

RESUMEN

El Perú desde hace más de 30 años viene afrontando múltiples conflictos mineros entre empresas mineras y comunidades campesinas. La causa principal es la explotación de grandes yacimientos mineros, que genera protestas en las zonas de influencia minera del país, afectan no solo a los principales actores involucrados, sino también a los intereses nacionales. El objetivo principal del presente trabajo de investigación es estudiar las características de los conflictos mineros generados por la actividad de la empresa minera MMG - Las Bambas y proponer modelos de la teoría de juegos que mejor se ajusten según las características encontradas. Para ello se utilizará la teoría de juegos no cooperativos como la teoría de juegos estáticos y la teoría de juegos dinámicos, en particular el modelo de negociación a la Rubinstein, que son teorías que permiten modelar situaciones conflictivas generados por las actividades de empresa minera MMG - Las Bambas. Como resultados, con la teoría de juegos no cooperativos se configura el juego en forma estratégica, donde primero se identifica a los agentes determinando las estrategias con las que iteractuan en la situación del conflicto social de la minera MMG - Las Bambas; obteniendo como resultados dentro de la teoría de juegos estáticos el equilibrio de Nash en estrategias puras con el perfil de estrategias *No Coopera, No Bloquea (NC, NB)*, de la misma forma se obtiene el equilibrio de Nash en estrategias mixtas como muestra la Figura 4.1. También se obtiene el Equilibrio Perfecto en Subjuegos, con el perfil de estrategias *No Coopera, No Bloquea, No bloquea* $(NC, (NB, NB))$. Finalmente, se asocia el modelo de negociación secuencial a la Rubinstein a la situación descrita, debido a sus características de ofertas y contraofertas sobre un bien totalmente divisible (cantidad monetaria) que realizan la empresa minera MMG - Las Bambas y las comunidades campesinas involucradas para obtener una partición ideal sobre los beneficios obtenidos por la actividad minera.

Palabras claves: Teoría de juegos no cooperativos; Equilibrio de Nash; Modelo de negociación a las Rubinstein; Conflictos; Minería.

ABSTRACT

For more than 30 years, Peru has been facing multiple mining conflicts between mining companies and peasant communities. The main cause is the exploitation of large mining deposits, which generates protests in the areas of mining influence of the country, affecting not only the main actors involved, but also national interests. The main objective of this research work is to study the characteristics of the mining conflicts generated by the activity of the mining company MMG - Las Bambas and to propose game theory models that best fit according to the characteristics found. For this, the theory of non-cooperative games will be used, such as the theory of static games and the theory of dynamic games, in particular the Rubinstein negotiation model, which are theories that allow modeling conflict situations generated by the activities of the mining company MMG - The Bambas. As results, with the theory of non-cooperative games the game is configured strategically, where the agents are first identified by determining the strategies with which they interact in the situation of the social conflict of the MMG mining company - Las Bambas; obtaining as results within the theory of static games the Nash equilibrium in pure strategies with the strategy profile *Does Not Cooperate, Does Not Block (NC, NB)*, in the same way the Nash equilibrium is obtained in mixed strategies as shown in Figure 4.1. Perfect Subgame Equilibrium is also obtained, with the strategy profile *Does Not Cooperate, Does Not Block, Does Not Block (NC,(NB,NB))*. Finally, the Rubinstein sequential negotiation model is associated with the situation described, due to its characteristics of offers and counteroffers on a completely divisible good (monetary amount) made by the mining company MMG - Las Bambas and the peasant communities involved to obtain an ideal division of the profits obtained from mining activity.

Keywords: Non-cooperative game theory; Nash equilibrium; Rubinstein model of negotiation; conflicts; Mining.

INTRODUCCIÓN

El desarrollo del presente trabajo de investigación está inspirado en los conflictos generados por la actividad minera formal desde finales de los años 90 en el Perú. Los conflictos mineros en los últimos 20 años son cada vez mas severos en el país. Los conflictos mineros son complejos en virtud a que involucra diferentes agentes de la sociedad, el Estado y las empresas mineras, quienes perciben que sus objetivos, intereses o necesidades son contradictorios. En particular nos centraremos en los conflictos generados por la actividad minera de la empresa MMG - Las Bambas.

La teoría de juegos es un área de la matemática aplicada, que permite modelar situaciones reales de manera formal y abstracta. La teoría de juegos se clasifica en teoría de juegos Cooperativos y teoría de juegos No Cooperativos. En este trabajo de investigación recurrimos a la teoría de juegos No Cooperativos (juegos estáticos y juegos dinámicos), que nos permitirá modelar el caso de la actividad minera de la empresa MMG - Las Bambas. Debido a que este tipo de juegos tienen características que se ajustan al caso de interés de estudio, donde existen al menos dos agentes antagonistas y cada uno de estos cuentan con opciones con los que interactúan en tal situación, a los que denominaremos estrategias. Por ejemplo, la esencia de los juegos en forma estratégica tienen al menos dos jugadores que persiguen objetivos que pueden ser opuestos, pero que de alguna manera también pueden tener un punto de convergencia, debido a que existe un interés en común sobre las ganancias o beneficios generados por la actividad minera.

Para el presente trabajo de investigación se sistematiza los patrones comunes observados en el conflicto minero MMG - Las Bambas y así identificar a los agentes involucrados (representantes de la empresa minera y las comunidades) y las posibles acciones que pudieron haber tomado dichas partes involucradas.

También se busca estudiar e identificar la dinámica del conflicto con la finalidad de contribuir desde la academia a la gestión de la actividad minera en el país. Es por ello que se propone modelos desde la literatura de la teoría de juegos.

El modelo de negociación secuencial asociado a Rubinstein es la que se propone para estudiar el caso de las negociaciones generadas por los conflictos mineros de la empresa MMG - Las Bambas. Se ha elegido este modelo de negociación porque a raíz de los conflictos mineros se generan mesas de diálogos donde las partes (empresa minera y comunidades campesinas) entran en negociaciones haciendo ofertas y contraofertas, para repartirse un bien (cantidad monetaria) totalmente divisible, que son características de este conflicto minero. El modelo de negociación a la Rubinstein se refiere a una clase de juegos de negociación que cuenta con ofertas alternadas a través de un horizonte de tiempo infinito.

CAPÍTULO I
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Situación problemática

Los conflictos son situaciones en las cuales las partes con intereses diferentes entran en confrontación y emprenden acciones mutuamente antagonistas, con el objetivo de obtener el mejor beneficio posible. La intensidad de los conflictos difiere desde los más leves hasta los más graves. Los conflictos son una parte natural de la convivencia humana, aunque a veces se quiera evitarlos, por lo tanto, sería necesario aprender a manejarlos, sin que esta signifique violencia. Si hacemos una comparación, la manifestación del conflicto es para la sociedad lo que la fiebre es para la persona; no es una enfermedad en sí; si no un síntoma que nos alerta de que algo anda mal. Si se actúa con confianza, responsabilidad y respeto a todas las personas; los conflictos pueden ser una gran oportunidad para seguir con el desarrollo de una sociedad y así alcanzar el bienestar de todos los involucrados.

Los problemas de negociación se refieren a situaciones en las que dos o más partes (jugadores) deben alcanzar un acuerdo acerca de cómo repartirse un bien (usualmente son cuantificables en cantidades monetarias). En estos problemas, cada jugador prefiere alcanzar un acuerdo a no hacer ninguno; pero a su vez, prefiere el acuerdo más favorable en el contexto en el que se encuentra. La negociación es un proceso de intercambio de información y compromisos en el cuál dos o más partes, que tienen intereses comunes y otros divergentes, intentan llegar a un acuerdo, estas podrían ser por medio de promesas o acuerdos formales. En los problemas de negociación, su solución comienza con la identificación de un conflicto; es aquí donde la negociación entre dos partes adquiere relevancia en la resolución de conflictos, mediante ella se logra disminuir o solucionar. En este sentido, la negociación se puede dar en forma de diálogo entre las partes, en donde cada uno tiene preferencias en lo que la otra parte tiene o puede ofrecer, pero no está dispuesto a aceptar todas sus condiciones. De esta forma, cada parte busca que la otra ceda en algo su postura para poder llegar a un punto de acuerdo aceptable por ambos. Un problema de negociación es en esencia un problema de selección de acuerdos en el que ninguna de las partes obtendrá menos de lo que por sí mismo podría garantizarse; a los que nos referiremos como puntos de equilibrio.

Ejemplos sobre problemas negociación son las que se dan entre dos hermanos sobre una herencia, un sindicato y el representante de los empresarios acerca del incremento salarial, la disputa entre dos comunidades sobre un territorio en común, una comunidad y una empresa minera sobre las compensaciones de los perjuicios, oligopolios y monopolios sobre la fijación de precios de determinado producto, un programa de desarme nuclear entre dos países, etc.

Contextualizando, los residentes del distrito de Challhuahuacho, donde se ubican las localidades de Nueva Fuerabamba, Huancuire, entre otras, en la región de Apurímac, no estaban dispuestos a ser nuevamente sometidos a las condiciones que ofrecía la empresa minera por medio del estado. A unos kilómetros de distancia, como era de esperarse, se encuentra establecida una de las unidades de Minerals Metals Group (MMG - Las Bambas), la empresa China que le compró a Glencore - Xstrata todas sus propiedades en 2013, y con quien comenzó la reubicación de los pobladores de la comunidad FueraBamba.

El conflicto inicia por algunos cambios en el contrato impulsados por los nuevos representantes de la empresa, y a raíz de este incidente dicho conflicto se fue agravando a pesar que hubo intermediarios y mesas de dialogo los cuales no conllevaron a los acuerdos más favorables para cada una de las partes. Cuando la empresa MMG - Las Bambas asumió el liderazgo, la mayoría de acuerdos no se respetaron, como por ejemplo la construcción del mineroducto.

Un modelo de negociación a la Rubinstein se refiere a una clase de juego de negociación que cuenta con ofertas alternadas a través de un horizonte de tiempo infinito. La propuesta original fue presentada por Ariel Rubinstein en 1982 en su artículo “Perfect Equilibrium in a Bargaining Model” (Equilibrio perfecto en un modelo de negociación) cuya solución de esta clase de juegos de negociación fue desconocida hasta que se dio el planteamiento de Ariel Rubinstein, el cual se transformó en una de las soluciones más influyentes dentro de la teoría de juegos.

En el presente trabajo de investigación se estudia la situación conflictiva entre dos jugadores, por un lado, un grupo de comunidades y por el otro una empresa minera, esta situación conflictiva se asocia de manera natural al modelo de negociación de Ariel Rubinstein.

Al representar el juego en su forma normal el problema de negociación que se propone, se requiere reconocer primero como jugadores, a un grupo de comunidades (Jugador A) y una empresa minera (Jugador B), como segundo requisito es reconocer las estrategias de las que disponen ambos jugadores y tercero las ganancias de cada jugador en cada combinación de estrategias. Ambas partes anhelan maximizar sus propios beneficios y, por ello, no están dispuestos a ceder fácilmente ante su contraparte, razón por la cual los argumentos de ambos cobran mayor vigor; mientras el jugador A acusa de extorsión y subversión al jugador B, el último jugador culpa de irresponsabilidad social al primero a través de manifestaciones masivas.

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema general

¿Es posible asociar el modelo de negociación secuencial a la Rubinstein en el conflicto social en la actividad minera MMG - Las Bambas en el 2022?

1.2.2. Problemas específicos

a) ¿Es posible determinar las estrategias de los jugadores en el conflicto social de la minera MMG - Las Bambas para obtener el equilibrio de Nash en juegos estáticos?

b) ¿Es posible determinar las estrategias de los jugadores en el conflicto social de la minera MMG - Las Bambas para obtener el Equilibrio Perfecto en Subjuegos?

c) ¿Es posible obtener una partición de los beneficios, generado por la actividad minera, entre la empresa MMG - Las Bambas y las comunidades mediante el modelo de negociación secuencial a la Rubinstein?

1.3. Justificación de la investigación

En la sierra rural del Perú los índices de pobreza y extrema pobreza son 46.1 % y 11.9 %, respectivamente. Si embargo esta zona tiene las riquezas naturales demandadas a nivel mundial como el oro, cobre zinc, etc. Lo cual resulta ser una paradoja (Canchumanya, 2020).

El Perú se ubica entre los tres primeros países exportadores de minerales en Latinoamérica y entre los seis primeros en el mundo. Esta situación lo convierte en un país altamente atractivo para la inversión, dado que desde 1996 hasta 2017 el sector empresarial ha desembolsado US$ 60,273 millones en megaproyectos mineros, siendo Arequipa, Apurímac, Cusco, Junín y Moquegua las regiones con mayor índice de explotación minera (Canchumanya, 2020).

Para el 2021 y posterior, se espera el inicio de construcción de 7 proyectos con una inversión total de US$ 3,577 millones (6.4 % de la inversión global de la Cartera), a este grupo pertenecen los proyectos: "Ampliación Shouxin" en Ica, "Corani" en Puno, "Yanacocha Sulfuros" en Cajamarca, "Chalcobamba Fase I" (proyecto de reposición de MMG - Las Bambas) en Apurímac, "Pampacancha" (proyecto de reposición de Constancia) en Cusco, "Optimización Inmaculada" en Ayacucho y "San Gabriel" en Moquegua (MINEM, 2020).

Sin embargo, las cifras presentadas por la Defensoría del Pueblo con respecto a los conflictos suscitados son preocupantes; de los 178 problemas registrados en junio, el 65.7 % corresponden a conflictos socioambientales, de los cuales el 64.4 % está relacionado con actividades mineras. Es ligeramente alentador que, del porcentaje total, 77 casos se encuentran en mesas de diálogo, pero minúsculo, angustiante que, por cada conflicto resuelto, la tasa de crecimiento de conflictos es a veces hasta el doble (Canchumanya, 2020).

A continuación se organiza la justificación por diferentes aspectos:

1.3.1. Justificación social

La relevancia de este trabajo de investigación para la sociedad está en que se pretende contribuir en la definición de medidas estratégicas para solucionar conflictos generados por la actividad minera a partir de los resultados de la investigación. Los beneficiados directos son los agentes involucrados en el conflicto social tales como los comuneros de la zona de influencia directa e indirecta, la empresa minera y la sociedad en general.

1.3.2. Justificación práctica

Los resultados del presente trabajo de investigación contribuirán a evitar que no se repitan y no se agraven los conflictos sociales originados por la actividad minera. Para ello mi propuesta práctica es el uso del modelo de negociación a la Rubinstein que aborda este tipo de conflictos.

1.3.3. Justificación teórica

La relevancia del uso de la teoría de juegos en la búsqueda de la solución de problemas sociales generados por la actividad minera es novedosa en virtud a que se aplica el modelo de negociación a la Rubinstein. En consecuencia, la aplicación de la teoría de juegos permite entender el impacto de las decisiones sobre el bienestar individual y colectivo de manera racional y formal.

Las finalidades del presente trabajo de investigación es contribuir de que se agraven conflictos futuros socio económicos y ambientales además de hacer una contribución por medio de la teoría de juegos a la solución de problemas de negociación en base al comportamiento racional. En el juego que se propone entre el grupo de comunidades (Jugador A) y la empresa minera MMG - Las Bambas (Jugador B), sus respectivas ganancias estarán condicionadas a las estrategias que utilicen cada uno de ellos para luego encontrar un equilibrio al conflicto por medio del modelo de negociación secuencial a la Rubinstein.

1.4. Objetivos de la investigación

1.4.1. Objetivo general

Aplicar el modelo de negociación secuencial a la Rubinstein en el conflicto social en la actividad minera MMG - Las Bambas en el 2022.

1.4.2. Objetivos específicos

a) Determinar las estrategias de los jugadores en el conflicto social de la minera MMG - Las Bambas para obtener el equilibrio de Nash en juegos estáticos.

b) Determinar las estrategias de los jugadores en el conflicto social de la minera MMG - Las Bambas para obtener el equilibrio perfecto en subjuegos.

c) Obtener una partición de los beneficios, generado por la actividad minera, entre la empresa MMG - Las Bambas y las comunidades mediante el modelo de negociación secuencial a la Rubinstein.

CAPÍTULO II
MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

2.1. Bases teóricas

2.1.1. Evolución de la teoría de juegos

Desde sus orígenes, la teoría de Juegos ha consistido en la modelización y análisis de situaciones de conflicto y cooperación entre decisores racionales e inteligentes.

En tiempos actuales muchos consideran que la teoría de juegos inicia con la publicación de la obra *Theory of Games and Economic Behavior* en 1944 por el destacado matemático John von Neumann (1903-1957) y el gran economista llamado Oskar Morgenstern (1902-1977). Esta obra fue el primer tratamiento riguroso y exhaustivo del concepto de juego, estrategia y resolución del mismo, así como sobre la forma de representar las preferencias de los jugadores.

En dos artículos de los años 1950 y 1953 respectivamente, publicados por el matemático estadounidense Harold William Kuhn estableció la formulación que actualmente se conoce de los tipos de juegos en forma extensiva y fijó los resultados básicos para dichos juegos.

Pero el punto clave e importante de la teoría de juegos a partir del año de 1950 y que sostiene toda la investigación a futuro sobre la teoría de juegos no cooperativos, se debe al matemático John Forbes Nash Jr. En 1950, John Nash presentó su tesis doctoral titulada *Non-cooperative games* bajo el asesoramiento del matemático William Albert Tucker (1905-1995) en dicha tesis se establecen las bases generales de los juegos no cooperativos. En dicha investigación se inserto el concepto de lo que es un punto de equilibrio (o equilibrio de Nash como es conocido actualmente) y se daba la prueba de su existencia (Tenorio and Martín, 2015).

En el año de 1982 Ariel Rubinstein publicó su articulo bajo el titulo "*Perfect equilibrium in a bargaining model*" (*Equilibrio perfecto en un modelo de nego-*

ciación), la cual es una importante contribución a la teoría de modelos de negociación. Modeló la negociación entre dos jugadores como un juego en forma extensiva con información completa, en el que los jugadores involucrados realizan sus ofertas alternadamente. El supuesto primordial es que los jugadores son impacientes. El resultado esencial contribuye condiciones bajo las cuales el juego tiene un único equilibrio perfecto en subjuegos (Rubinstein, 1982).

2.1.2. Teoría de juegos

La teoría de juegos es un conjunto de herramientas analíticas diseñadas para ayudarnos a comprender los fenómenos que observamos cuando interactúan los jugadores. Los supuestos básicos que subyacen a la teoría son que los jugadores persiguen objetivos exógenos bien definidos (son racionales) y tienen en cuenta su conocimiento o expectativas del comportamiento de otros jugadores (razonan estratégicamente). Los modelos de la teoría de juegos son representaciones muy abstractas de clases de situaciones de la vida real. Su abstracción les permite ser utilizados para estudiar una amplia gama de fenómenos.

2.1.2.1. Teoría de juegos cooperativos

Los juegos cooperativos son aquellos tipos de juegos en los que es posible formar coaliciones y es por ello que también son conocidos como juegos coalicionales. En la teoría de juegos cooperativos los agentes acondicionan mecanismos que les permiten realizar acuerdos en forma de condicionales. El punto mas importante de los tipos de juegos cooperativos está en proporcionar métodos para repartir entre los jugadores las ganancias que se obtienen con su cooperación (Vargas, 2017).

2.1.2.2. Teoría de juegos no cooperativos

La teoría de juegos denominados no cooperativos son situaciones abstractas que se presentan en la vida real, en las cuales agentes racionales es decir jugadores se ven forzados a tomar decisiones por sí solos acerca de las acciones o estrategias que deben considerar para obtener un beneficio, teniendo en cuenta que éste estará sujeto a las acciones de cada uno de los demás jugadores.
En los juegos no cooperativos, los jugadores no cuentan con mecanismos externos que les faculte garantizar el cumplimiento de acuerdos y/o compromisos entre grupos de jugadores, es decir los jugadores deciden de forma independien-

te. Por lo que, el principal objetivo de los juegos no cooperativos es establecer por cuales de las estrategias deben optar los jugadores, teniendo en cuenta el comportamiento esperado de los demás jugadores, obteniendo situaciones con características deseables.

Para mas precisión, la teoría de juegos no cooperativos recomienda perfiles de estrategias que conducen a un equilibrio, en el cual la estrategia asignada a cada jugador debe ser óptima para él cuando los demás jugadores optan por las estrategias que se les fueron escogidas. Así, cada jugador no tiene incentivos para desviarse de las acciones que le fue encargado, lo que asegura que la acción propuesta es realizable por sí misma (Vargas, 2017).

2.1.3. Juegos estáticos

Llamados también de decisión simultanea; son aquellos juegos en los cuales los jugadores forman decisiones simultáneamente, luego reciben sus ganancias, los cuales dependen de la combinación de estrategias que acaban de elegir.
Las estrategias son los conjuntos de acciones entre los cuales cada jugador puede hacer su elección. Los juegos estáticos están asociados con lo que se conoce como "forma normal" de un juego.
La representación de un juego en forma normal específica lo siguiente:

- Los jugadores.
- Las estrategias de las que dispone cada jugador.
- La ganancia de cada jugador.

(Gibbons, 1992).

2.1.3.1. Juegos estáticos con estrategias puras

En esta clase de juegos la elección de una estrategia por parte de un jugador se realiza con un 100 % de certeza sobre el resultado, es decir, si se toma la decisión de realizar una acción concreta el resultado es seguro.

2.1.3.2. Juegos estáticos con estrategias mixtas

La noción de estrategia mixta es la que se da en términos de la incertidumbre de un jugador respecto a lo que el otro jugador hará. Harsanyi (1973) fue quien interpreto la estrategia mixta del jugador j como la incertidumbre del jugador i sobre la estrategia pura elegida por el jugador j y que, a su vez, la elección de j depende de cierta información privada. Ante ello un equilibrio de Nash con estrategias mixtas no es que el jugador j elija una estrategia al azar, si no que el jugador i no sabe con certeza la elección del jugador j. Esta falta de certeza puede provenir de algún suceso aleatorio o (más probablemente) de un poco de información incompleta (Gibbons, 1992).

2.1.4. Juegos dinámicos

A los juegos dinámicos, se le define como cualquier situación en la que los jugadores teniendo el conocimiento de la estructura del juego, reglas, acciones y recompensas que son de dominio de todos y cada uno de ellos, actúan con interdependencia estratégica y, toman sus decisiones en el momento del juego que le corresponde jugar, conociendo las decisiones que han tomado el resto de jugadores buscando obtener el mejor resultado. Las decisiones se toman de modo secuencial por lo que se representa mediante el denominado árbol de decisiones donde las ramas representan las acciones de elección y los frutos son los pagos de un sendero de acciones. El árbol de decisiones puede ser orientado de izquierda a derecha o de arriba hacia abajo (Ramirez, 2019).

Las características de los juegos dinámicos con información completa y perfecta que son los del tipo que se trataran en este trabajo de investigación con las siguientes características:

a) Las decisiones se toman de manera sucesiva.

b) Todas las decisiones anteriores son conocidas antes de tomar la decisión siguiente.

c) Las ganancias de los jugadores para cada combinación posible de jugadores son información de dominio público.

Definición 2.1 (**Representación de un juego en forma estratégica).** Un juego G en forma estratégica es una $2n$ - tupla dado por:

$$G = (X_i, E_i) \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n$$

donde:

- $N = \{1, 2, \dots, n\}$ es el conjunto de jugadores (agentes).
- X_i denota el conjunto de estrategias de i.

- $E_i : X = \Pi_{i=n}^{n} X_i \to \mathbb{R}$ es la función de pago del jugador i que asigna a cada $x \in X$, el pago $E_i(x)$ que i obtiene si se juega según x.

(Valencia Toledo, 2021) y (Gibbons, 1992).

Definición 2.2 (**Equilibrio de Nash).** Sea $G = (X_i, E_i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$ un juego estratégico; el equilibrio de Nash es una combinación de estrategias $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ tal que, para todo $i \in N$.

$$E_i(x) \geq E_i(x_{-i}, x_i') \quad ; \quad \forall x_i' \in X_i$$

donde: $(x_{-i}, x_i') = (x_1, x_2, \ldots, x_{i-1}, x_i', x_{i+1}, \ldots, x_n)$

Es decir, cuando todos los jugadores han tomado una decisión y no pueden cambiarla sin empeorar su bienestar, se considera que se alcanzado un equilibrio de Nash (Gibbons, 1992).

Definición 2.3 (**Estrategia mixta).** Sea $G = \{X_i, E_i\}_{i=1,2,\ldots,n}$ un juego en su forma normal, supongamos que $X_i = x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{iK}$. En este caso para el jugador i una estrategia mixta es una distribución de probabilidad $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \ldots, p_{iK})$ donde $0 \leq p_{ik} \leq 1$ para $k = 1, 2, \ldots, K$ y $p_{i1} + p_{i2} + \cdots + p_{iK} = 1$ (Gibbons, 1992).

Definición 2.4 (**Equilibrio de Nash en estrategias mixtas).** En el juego en forma normal de dos jugadores $G = \{X_1, X_2, E_1, E_2\}$ las estrategias mixtas (p_1^*, p_2^*) forman un equilibrio de Nash si la estrategia mixta de cada jugador es una mejor respuesta a la estrategia mixta del otro jugador (Gibbons, 1992).

Teorema 2.1 (**Nash, 1951).** Todo juego finito tiene un punto de equilibrio.

Demostración: Sea X una n-tupla de estrategias mixtas, y $p_{i\alpha}(X)$ el pago para el jugador i si usa su estrategia pura $\pi_{i\alpha}$ y los demás usan sus respectivas estrategias mixtas en X.
Para cada entero λ definimos funciones continuas de X.

$$q_i(X) = \max_{\alpha} p_{i\alpha}(X)$$
$$\phi_{i\alpha}(X, \lambda) = p_{i\alpha} - q_i(X) + \frac{1}{\lambda}$$

y

$$\phi_{i\alpha}^{+}(X, \lambda) = \max\left[0, \phi_{i\alpha}(X, \lambda)\right]$$

luego

$$
\begin{aligned}
\sum_{\alpha} \phi_{i\alpha}^{+} &\geq \text{máx}\, \phi_{i\alpha}^{+}(X, \lambda) \\
&= \frac{1}{\lambda} \\
&> 0
\end{aligned}
$$

así

$$c'_{i\alpha}(X, \lambda) = \frac{\phi_{i\alpha}^{+}(X, \lambda)}{\sum_{\beta} \phi_{i\beta}^{+}(X, \lambda)}$$

es continua

se define

$$x'_i(X, \lambda) = \sum_{\alpha} \pi_{i\alpha} c'_{i\alpha}(X, \lambda)$$

y

$$X'(X, \lambda) = (x'_1, x'_2, \ldots, x'_n)$$

Como todas las operaciones han conservado la continuidad, la aplicación $X \to X'(X, \lambda)$ es continua, y como el espacio de n-tuplas, X, es una celda, debe haber un punto fijo para cada λ. Por lo tanto, habrá una subsucesion X_μ, que converge a X^*, donde X_μ se fija bajo el mapeo $X \to X'\,(X, \lambda(\mu))$. Ahora supongamos que X^* no fuera un punto de equilibrio. Entonces, si $X^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*)$, algún componente x_i^* debe ser no óptimo comparado con los demás, lo que significa que usa alguna estrategia pura $\pi_{i\alpha}$ que no es óptima. Esto significa que

$$p_{i\alpha}(X^*) < q_i(X^*)$$

que justifica escribir que

$$p_{i\alpha}(X^*) - q_i(X^*) < -\epsilon$$

De la continuidad, si μ es lo suficientemente grande

$$|[p_{i\alpha}(X_\mu) - q_i(X_\mu)] - [p_{i\alpha}(X^*) - q_i(X^*)]| < \frac{\epsilon}{2}$$

y

$$\frac{1}{\lambda(\mu)} < \frac{\epsilon}{2}$$

sumando se tiene

$$p_{i\alpha}(X_\mu) - q_i(X_\mu) + \frac{1}{\lambda(\mu)} < 0$$

que es simplemente

$$\phi_{i\alpha}\left(X_\mu, \lambda(\mu)\right) < 0$$

de lo cual

$$\phi^{+}_{i\alpha}\left(X_\mu, \lambda(\mu)\right) = 0$$

lo que implica que

$$c'_{i\alpha}\left(X_\mu, \lambda(\mu)\right) = 0$$

De esta última ecuación sabemos que se cumple $\pi_{i\alpha}$ no se usa en X_μ ya que $X_\mu = \sum_\alpha \pi_{i\alpha} c'_{i\alpha}\left(X_\mu, \lambda(\mu)\right)$, en virtud a que X_μ es un punto fijo. Ademas, considerando que $X_\mu \to X^*$, $\pi_{i\alpha}$ no se usa en X^*, lo que contradice nuestra suposición. Por lo tanto, X^* es un punto de equilibrio.

$\square$

En seguida se realiza la representación de un juego en forma extensiva. Esta representación exige precisar lo siguiente: (1) los jugadores, (2a) cuando tiene que jugar cada jugador, (2b) lo que cada jugador puede hacer cada vez que tiene la oportunidad de jugar, (2c) lo que cada jugador sabe cada vez que tiene la oportunidad de jugar y (3) la ganancia recibida por cada jugador para cada combinación posible de jugadas.

Definición 2.5 (**Representación de un juego en forma extensiva).** Un juego en forma extensiva Γ es una 7-tupla (A,M,P,U,C,p,u) cuyas componentes son descritos a continuación:

- (A, M) es un árbol finito, donde A es un conjunto finito de nodos y $M \subset A \times A$ es un conjunto finito de arcos. Z es el conjunto de nodos finales de árbol.
- $P = (P_1, P_2, \cdots, P_n)$ es una partición de $A \backslash Z$.
- U es una partición de P_i (denotado por U_i) para cada $i \in N$.
- Aunque los jugadores seleccionan objetivamente alternativas en los nodos de decisión, subjetivamente seleccionan opciones en conjuntos de información.
- Es una aplicación que asigna una distribución de probabilidad p_a.
- $u = (u_1, u_2, \cdots, u_n)$ es función de utilidades de los jugadores definidos en Z.

(Gibbons, 1992).

Se presenta ahora la definición general de subjuego, después de cual podremos aplicar la definición de equilibrio de Nash perfecto en subjuegos a lo juegos dinámicos con información completa en general.

Definición 2.6. Un conjunto de información de un jugador es una colección de nodos de decisión que satisface:

i) Al jugador le corresponde jugar en cada nodo del conjunto de información y

ii) Cuando en el transcurso del juego se llega a un nodo del conjunto de información, el jugador al que le corresponde decidir no sabe a qué nodo dentro del conjunto de información se ha (o no se ha) llegado.

(Gibbons, 1992).

Definición 2.7. Un subjuego de un juego en forma extensiva:

a) Empieza en un nodo de decisión n que sea un conjunto de información con un único elemento (pero que no sea el primer nodo de decisión del juego),

b) Incluye todos los nodos de decisión y terminales que siguen a n en el árbol (pero no los nodos que no siguen a n) y

c) No intersecta a ningún conjunto de información (es decir, si un nodo de decisión n' sigue a n en el árbol, todos los otros nodos en el conjunto de información que contiene a n' deben también seguir a n y, por tanto, deben incluirse en el subjuego).

(Gibbons, 1992).

Definición 2.8. Un equilibrio de Nash es perfecto en subjuegos si las estrategias de los jugadores constituyen un equilibrio de Nash en cada subjuego (Gibbons, 1992).

2.1.5. Modelo de negociación a la Rubinstein

El modelo de negociación de Ariel Rubinstein se refiere a una clase de juegos de negociación que cuenta con ofertas alternadas a través de un horizonte de tiempo infinito.

Los requisitos para un modelo clásico de negociación de Rubinstein son los siguientes:

i) Dos jugadores.

ii) Información completa.

iii) Ofertas ilimitadas, es decir el juego se continúa dando hasta que uno de los jugadores acepta la oferta.

iv) Ofertas alternadas, se entiende que el primer jugador hace una oferta en la primera etapa, si el segundo jugador la rechaza el juego se traslada a la segundo etapa en el que el segundo jugador hace una oferta, si el primero la rechaza, el juego se traslada a la tercera etapa, etc.

v) Los retrasos son costosos; es decir cada oferta corresponde a un periodo y los jugadores son impacientes; descuentan las ganancias obtenidas en periodos posteriores de acuerdo con el factor δ, donde $0 < \delta < 1$.

(Rubinstein, 1982).

2.1.6. Descripción del modelo de negociación a la Rubinstein

Sean J_1 y J_2, dos jugadores tal que negocian la partición de un pastel de tamaño $\pi > 0$, (π es un bien totalmente divisible) de acuerdo con el siguiente procedimiento de ofertas alternadas entendiéndose que una oferta es una propuesta de partición del pastel π:

- En el momento 0, el jugador J_1 hace una oferta al jugador J_2. Si el jugador J_2 acepta la oferta, se llega a un acuerdo y los jugadores dividen el pastel de acuerdo con la oferta aceptada. Por otro lado, si el jugador J_2 rechaza la oferta, se pasa a la siguiente etapa.
- En el momento 1Δ, el jugador J_2 hace una contraoferta. Si el jugador J_1 acepta esta contraoferta, entonces se llega a un acuerdo. De lo contrario se encuentran en la siguiente etapa.
- En el momento 2Δ El jugador J_1 realiza una contraoferta. El jugador J_2 puede aceptar o rechazar dicha contraoferta. Así, este proceso de hacer ofertas y contraofertas continúa hasta que un jugador acepta una oferta.

Una descripción precisa de este procedimiento de negociación es el que se da a continuación:

Las ofertas se realizan en puntos discretos en el tiempo: a veces $0, \Delta$, 2Δ, 3Δ, $\ldots$, $t\Delta$,$\ldots$, donde $\Delta > 0$. Una oferta es un número mayor o igual a cero y menor o igual a π. Adoptamos la convención de que una oferta es la parte del pastel para el proponente y, por lo tanto, π menos la oferta es la parte del responde a la propuesta.

- En el momento $t\Delta$, cuando t es par (es decir, $t = 0, 2, 4, ...$), el jugador J_1 hace una oferta al jugador J_2. Si el jugador J_2 acepta la oferta, las negociaciones terminan con un acuerdo.
- Por otro lado, si el jugador J_2 rechaza la oferta, entonces Δ unidades de tiempo más tarde, en el tiempo $(t + 1)\Delta$, el jugador J_2 hace una oferta al jugador J_1. Si el jugador J_1 acepta la oferta, entonces las negociaciones terminan con un acuerdo.
- Por otro lado, si el jugador J_1 rechaza la oferta, entonces Δ unidades de tiempo más tarde, en el tiempo $(t + 2)\Delta$, el jugador J_1 hace una oferta al jugador J_2, y así sucesivamente.
- Las negociaciones terminan si y solo si un jugador acepta una oferta. Véase la Figura (2.1)

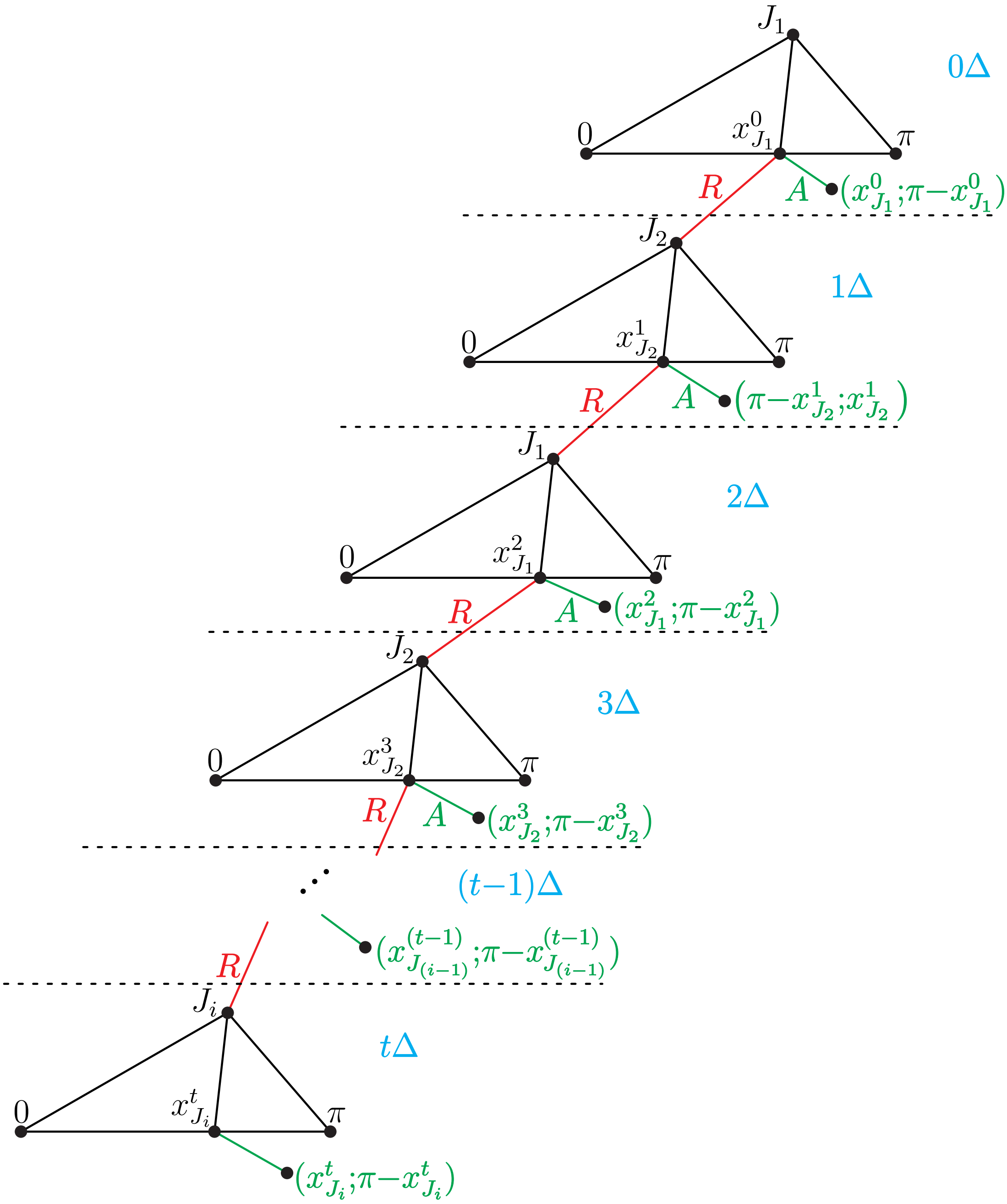

Figura 2.1: Descripción gráfica del modelo de Rubinstein

Los pagos son los siguientes. Si los jugadores llegan a un acuerdo en el tiempo $t\Delta$ ($t = 1, 2, \ldots$) sobre una partición que le da al jugador i, ($i = \{J_1, J_2\}$) una parte x_i ($0 \leq x_i \leq \pi$) del pastel, entonces el pago del jugador i es $x_i e^{(-r_i t\Delta)}$, donde $r_i > 0$ es la tasa de descuento del jugador i. Por otro lado, es natural ver que si los jugadores no estuvieran de acuerdo perpetuamente (es decir, cada jugador siempre rechazara cualquier oferta que se le haga), entonces el pago de cada jugador seria cero.

Esto completa la descripción del juego básico de ofertas alternadas. Por conveniencia de notación, se define $\delta_i = e^{(-r_i\Delta)}$, donde δ_i es el factor de descuento del jugador i. Observe que $0 < \delta_i < 1$.

2.1.7. Tasa de descuento (r_i) y factor de descuento (δ_i)

La tasa de descuento se puede interpretar como la cantidad extra de una unidad de pago que necesita para compensar el retraso con el que un jugador recibe un pago. Esta misma idea se puede reflejar de manera alternativa: en lugar de establecer cuánto tendría que aumentar el pago futuro para que el agente fuera indiferente entre recibir el pago hoy y recibirlo en el próximo periodo, se puede estimar cuánto valora el agente en el presente un pago futuro. Esto lo conseguimos mediante el factor de descuento $\delta = e^{(-r\Delta)}$. Cuanto mayor sea la tasa de descuento, menor es el factor de descuento, lo que implica, dado que δ varía entre 0 y 1, que más valor descontamos con el paso del tiempo. Si δ está próximo a 1 (y r por tanto próximo a 0), esto significa que el descuento es muy pequeño. Si δ se aleja de 1 y se acerca hacia el 0, el agente descuenta mucho el futuro: es muy impaciente o su incertidumbre sobre el final del juego es muy alta (Sánchez, 2009).

2.1.8. El único equilibrio perfecto en subjuegos

En el presente trabajo de investigación se recurre al concepto de Equilibrio Perfecto en Subjuegos **(EPS)** para caracterizar el resultado del juego modelado según Rubinstein. En particular, se buscarán respuestas a las siguientes preguntas. En el equilibrio, ¿llegan a un acuerdo los jugadores o están perpetuamente en desacuerdo? En el primer caso, ¿cuál es la partición acordada y en qué momento se acuerda?

¿Cómo se debe proceder para caracterizar los equilibrios perfectos en subjuegos de este juego? Se debe tener en cuenta que, dado que este es un juego de horizonte infinito, no se puede usar el método de inducción hacia atrás. Se procederá como sigue: primero, se caracterizara el único EPS que satisface las dos propiedades que se indican mas adelante.

Luego, se mostrara que es el único EPS de este juego, lo que significa que no existe un EPS que no satisfaga estas dos propiedades. Se tomara en consideración un EPS que satisfaga las siguientes dos propiedades:

Propiedad 2.1 (**Sin demora).** Cada vez que un jugador tiene que hacer una oferta, el otro jugador acepta su oferta de equilibrio.

Propiedad 2.2 (**Estacionariedad).** En equilibrio, un jugador hace la misma oferta cada vez que tiene que hacer una oferta.

En la Propiedad 2.2, sea x_i^*; la oferta de equilibrio que hace el jugador i cada vez que tiene que hacer una oferta. Consideremos un momento arbitrario en el que el jugador A tiene que hacerle una oferta al jugador B. De las Propiedades 2.1 y 2.2 se deduce que el pago de equilibrio del jugador B al rechazar cualquier oferta es $\delta_B x_B^*$. Esto se debe a que, por la Propiedad 2.2, ofrece x_B^* después de rechazar cualquier oferta que, por la Propiedad 2.1, sea aceptada por el jugador A. La perfección requiere que el jugador B acepte cualquier oferta x_A tal que $\pi - x_A > \delta_B x_B^*$, y rechace cualquier oferta x_A tal que $\pi - x_A < \delta_B x_B^*$. Además, de la Propiedad 2.1 se sigue que $\pi - x_A^* \geq \delta_B x_B^*$. Sin embargo, $\pi - x_A^* \not> \delta_B x_B^*$; de lo contrario, el jugador A podría aumentar su pago ofreciendo en su lugar x'_A tal que $\pi - x_A^* > \pi - x'_A > \delta_B x_B^*$. Por lo tanto:

$$\pi - x_A^* = \delta_B x_B^* \tag{2.1}$$

La ecuación (2.1) establece que al jugador B le es indiferente aceptar o rechazar la oferta de equilibrio del jugador A. Por un argumento simétrico (con los roles de A y B invertidos), se sigue que el jugador A es indiferente entre aceptar o rechazar la oferta de equilibrio del jugador B. Esto es:

$$\pi - x_B^* = \delta_A x_A^* \tag{2.2}$$

Las ecuaciones (2.1) y (2.2) tienen una solución única, los cuales son:

$$x_A^* = \mu_A \pi \qquad \text{y} \qquad x_B^* = \mu_B \pi \tag{2.3}$$

donde

$$\mu_A = \frac{1 - \delta_B}{1 - \delta_A \delta_B} \qquad \text{y} \qquad \mu_B = \frac{1 - \delta_A}{1 - \delta_A \delta_B} \tag{2.4}$$

La unicidad de la solución de las ecuaciones (2.1) y (2.2) significa que existe como máximo un EPS que satisface las Propiedades 2.1 y 2.2. En ese EPS, el jugador A siempre ofrece x_A^* y siempre acepta una oferta x_B si y solo si $\pi - x_B \geq \delta_A x_A^*$, y el jugador B siempre ofrece x_B^* y siempre acepta una oferta x_A si solamente si $\pi - x_A \geq \delta_B x_B^*$, donde x_A^* y x_B^* son definidas en (2.3). Se puede verificar, como se hace más adelante en la prueba de la Proposición 2.1, que este par de estrategias es un equilibrio perfecto en subjuegos.

Proposición 2.1. El siguiente par de estrategias es un equilibrio perfecto en subjuegos del juego básico de ofertas alternadas:

- El jugador A siempre ofrece x_A^* y siempre acepta una oferta x_B si y solo si $x_B \leq x_B^*$,
- El jugador B siempre ofrece x_B^* y siempre acepta una oferta x_A si y sólo si $x_A \leq x_A^*$, donde x_A^* y x_B^* están definidos en (2.3).

(Muthoo, 2009).

Demostración: Se mostrará que la estrategia del jugador A, tal como se define en la proposición, es óptima en cualquier punto del juego, dado que el jugador B usa la estrategia descrita en la proposición. Se tomara en consideración cualquier punto en el tiempo $t\Delta$ (donde t es un número par arbitrario) cuando el jugador A tiene que hacer una oferta al jugador B. Si se usa la estrategia descrita en la proposición, entonces su pago es x_A^*. Ahora consideremos cualquier estrategia alternativa para el jugador A, donde x_A^t denota la oferta que hace en el momento $t\Delta$. Si $x_A^t \leq x_A^*$, entonces, dado que el jugador B acepta tal oferta, la desviación a esta estrategia alternativa no es rentable.

Supongamos ahora que $x_A^t > x_A^*$. En este caso, el jugador B rechaza la oferta hecha en el momento $t\Delta$. Dado que el jugador B siempre rechaza cualquier oferta que le dé al jugador A una participación mayor que x_A^* y siempre ofrece x_B^*, el pago del jugador A con esta estrategia alternativa es menor que o igual que máx$\{\delta_A(\pi - x_B^*), \delta^2 x_A^*\}$. Usando (2.2), se deduce que la desviación a esta estrategia alternativa no es rentable.

Ahora consideremos cualquier punto en el tiempo $t\Delta$. (donde t es un número impar arbitrario) cuando el jugador A tiene que responder a una oferta hecha por el jugador B. Se ha establecido anteriormente que en el tiempo $(t+1)\Delta$ es óptimo para el jugador A usar la estrategia descrita en la proposición. Por lo tanto, se deduce que es óptimo para él aceptar una oferta x_B si y solo $\pi - x_B \geq \delta x_A^*$. $\square$

La Proposición 2.1 caracteriza el EPS único que satisface las Propiedades 2.1 y 2.2. El siguiente teorema establece que este EPS es el único EPS del juego básico de ofertas alternadas. Esto significa que no existe un EPS que no cumpla con las Propiedades 2.1 y 2.2.

Teorema 2.2. El equilibrio perfecto en subjuegos descrito en la Proposición 2.1 es el único equilibrio perfecto en subjuegos del juego básico de ofertas alternadas (Muthoo, 2009).

La demostración del Teorema 2.2 se realizara después de las herramientas necesarias que se dan a continuación.

En el único EPS, el acuerdo se alcanza en el momento 0, y el EPS es eficiente en el sentido de Pareto. Dado que es el jugador A quien hace la oferta en el momento 0, las partes del pastel obtenidas por los jugadores A y B en el único EPS son x_A^* y $\pi - x_A^*$, respectivamente, donde $x_A^* = \mu_A \pi$ y $\pi - x_A^* = \delta_B \mu_B \pi$.

La participación de equilibrio de cada jugador depende de los factores de descuento de ambos jugadores. En particular, la participación de equilibrio obtenida por un jugador es estrictamente creciente en su factor de descuento y estrictamente decreciente en el factor de descuento de su oponente. Observe que si las tasas de descuento de los jugadores son idénticas (es decir, $r_A = r_B = r > 0$), entonces la participación de equilibrio $\dfrac{\pi}{1+\delta}$ del jugador A es estrictamente mayor que la participación de equilibrio $\dfrac{\pi\delta}{1+\delta}$ del jugador B, donde $\delta = e^{(-r\Delta)}$. Este resultado sugiere que existe una "primera ventaja del primer jugador", ya que si $r_A = r_B$ entonces la única asimetría en el juego es que el jugador A hace la primera oferta, en el momento 0. Sin embargo, tenga en cuenta que esta ventaja del primer jugador desaparece en el límite cuando $\Delta \longrightarrow 0$ cada jugador obtiene la mitad del pastel.

Como se evidencia en el siguiente corolario, las propiedades de las acciones de equilibrio (cuando $r_A \neq r_B$) son relativamente más transparentes en el límite a medida que el intervalo de tiempo Δ entre dos ofertas consecutivas tiende a cero.

Corolario 2.1. En el límite, como $\Delta \longrightarrow 0$, las particiones obtenidas por los jugadores A y B respectivamente en el único EPS convergen a $\eta_A \pi$ y $\eta_B \pi$, donde

$$\eta_A = \frac{r_B}{r_A + r_B} \qquad \text{y} \qquad \eta_B = \frac{r_A}{r_A + r_B}.$$

(Muthoo, 2009).

Demostración: Para cada $\Delta > 0$

$$\mu_A = \frac{1 - e^{(-r_B \Delta)}}{1 - e^{(-(r_A + r_B)\Delta)}}$$

Dado que $\Delta > 0$ es pequeño, $e^{(-r_i\Delta)} = r - r_i\Delta$, se sigue que cuando Δ es pequeño, $\mu_A = \dfrac{r_B\Delta}{(r_A + r_B)\Delta}$, es decir, $\mu_A = \dfrac{r_B}{(r_A + r_B)}$, con lo cual el corolario quedaría demostrado inmediatamente. $\square$

En el límite, como $\Delta \to 0$, la magnitud relativa de las tasas de descuento de los jugadores influye críticamente en la partición en equilibrio del pastel: la partición en equilibrio obtenida por un jugador depende de la relación $\dfrac{r_A}{r_B}$. Nótese que incluso en el límite, tanto r_A como r_B tienden a cero, la partición en equilibrio depende de la razón $\dfrac{r_A}{r_B}$. La siguiente metáfora ilustra muy bien el mensaje contenido en el Corolario 2.1. En un combate de boxeo, el ganador es el que relativamente es más fuerte de los dos; las fuerzas absolutas de los boxeadores son irrelevantes para el resultado.

Demostración del Teorema 2.2. La estrategia de la demostración del Teorema 2.2 es la siguiente:

Primero se establece que los pagos para cada jugador en cualquier equilibrio perfecto de dos subjuegos son idénticos. Observe que este resultado no descarta la posibilidad de que exista más de un equilibrio perfecto en subjuegos. Sin embargo, dado este resultado, se establece el Teorema 2.2. El argumento central se basa en explotar la estructura estacionaria que subyace en el juego de ofertas alternas: dos subjuegos cualesquiera que comiencen con la oferta del jugador i son *estratégicamente equivalentes*, en el sentido de que las estructuras estratégicas de dichos subjuegos son idénticas. Esto significa que los conjuntos de equilibrios perfectos en subjuegos en dichos subjuegos son idénticos. Por lo tanto, los conjuntos de pagos en EPS para el jugador i en tales subjuegos son idénticos.

Sea G_i el conjunto de pagos en EPS al jugador i en cualquier subjuego que comience con la oferta del jugador i. Formalmente, $G_i = \{u_i :$ existe un EPS en cualquier subjuego que comience con la oferta del jugador i que le da al jugador i un pago igual a $u_i\ \}$. Se obtendrá el resultado (que los pagos de cada jugador en dos EPS cualesquiera son idénticos) mostrando que los valores máximo y mínimo de G_i son idénticos. Sean M_i y m_i, respectivamente, los pagos máximo y mínimo que obtiene el jugador i en cualquier EPS de cualquier subjuego que comience con su oferta.

Observación 2.1. Para ser precisos, M_i denota el supremo de G_i y m_i su ínfimo. Esto se debe a que, en este punto, no se descarta la posibilidad de que G_i es un conjunto abierto; es decir, puede que no exista un EPS (en cualquier subjuego que comience con la oferta del jugador i) que le dé al jugador i un pago exactamente igual a M_i. Sin embargo, dado que G_i está acotado, existirá un EPS que le dé al jugador i un pago arbitrariamente cercano a M_i; por lo tanto, M_i denota el supremo en lugar del máximo. Comentarios similares se aplican a m_i.

Los Lemas 2.1, 2.3 y 2.4 (enunciados a continuación) establecen varias relaciones entre las cuatro incógnitas, a saber, entre M_A, m_A, M_B y m_B. El Lema 2.2 es un resultado intermedio.

Lema 2.1.

a) $m_A \geq \pi - \delta_B M_B$

b) $m_B \geq \pi - \delta_A M_A$

Demostración: En cualquier EPS, el jugador B acepta cualquier oferta x_A tal que $\pi - x_A > \delta_B M_B$. Por tanto, no existe $\mu_A \in G_A$ tal que $\mu_A < \pi - \delta_B M_B$; de lo contrario, el jugador A podría aumentar su pago ofreciendo x'_A tal que $u_A < x'_A < \pi - \delta_B M_B$. Por lo tanto, para cualquier $u_A \in G_A$, $u_A \geq \pi - \delta_B M_B$. Por lo tanto, $m_A \geq \pi - \delta_B M_B$. $\square$

Lema 2.2.

a) Para cualquier $u_B \in G_B$, $\pi - \delta_B u_B \in G_A$

b) Para cualquier $u_A \in G_A$, $\pi - \delta_A u_A \in G_B$.

Demostración: Fijamos un $u_B \in G_B$ arbitrario; denotemos con σ el EPS que apoya el pago u_B al jugador B, y permita que el pago del jugador A en este EPS sea denotado por v_A. Ahora se arregla un subjuego arbitrario que comience con la oferta del jugador A y se considera el siguiente par de estrategias. El jugador A comienza haciendo la oferta $x'_A = \pi - \delta_B u_B$. El jugador B acepta una oferta x_A si y solo si $x_A \leq x'_A$. Si se rechaza alguna oferta, el juego continúa de acuerdo con σ. Se afirma que este par de estrategias es un EPS.

El comportamiento de respuesta del jugador B es óptimo y creíble. La oferta inicial del jugador A es óptima siempre que no se beneficie al hacer una oferta superior a x'_A. Esto es cierto siempre que $\pi - \delta_B u_B \geq \delta_A v_A$, que se cumple desde $u_B + v_A \leq \pi$. Por lo tanto, se sigue que $\pi - \delta_B u_B \in G_A$ $\square$

Lema 2.3.

a) $m_A \leq \pi - \delta_B M_B$ y $M_A \geq \pi - \delta_B m_B$

b) $m_B \leq \pi - \delta_A M_A$ y $M_B \geq \pi - \delta_A m_A$

Demostración: Si $m_A > \pi - \delta_B M_B$, entonces existe $u_B \in G_B$ tal que $m_A > \pi - \delta_B u_B$, lo que contradice al Lema 2.2 parte (a). De manera similar, si $M_A < \pi - \delta_B m_B$, entonces existe $u_B \in G_B$ tal que $M_A < \pi - \delta_B u_B$, lo que contradice al Lema 2.2 parte (a). $\square$

Lema 2.4.

a) $M_A \leq \pi - \delta_B m_B$

b) $M_B \leq \pi - \delta_A m_A$

Demostración: Se propone un subjuego arbitrario que comienza con la oferta del jugador A. El conjunto de EPS en este subjuego se puede dividir en dos tipos: (i) equilibrios en los que se acepta la oferta inicial del jugador A y (ii) equilibrios en los que se rechaza la oferta inicial del jugador A. Teniendo en cuenta que, en cualquier EPS, el jugador B rechaza cualquier oferta $x_A > \pi - \delta_B m_B$, por lo que en cualquier EPS del tipo (i), el pago del jugador A es $u_A \leq \pi - \delta_B m_B$. Ahora consideremos cualquier EPS del tipo (ii). Una vez que, en tal equilibrio, se rechaza la oferta del jugador A, el juego comienza con la oferta del jugador B. En cualquier EPS en dichos subjuegos, la suma de los pagos de equilibrio v_A y u_B para los jugadores es menor o igual a π. Esto implica que $v_A \leq \pi - m_B$. Por lo tanto, en cualquier EPS del tipo (ii), el pago del jugador A es $u_A = \delta_A v_A \leq \delta_A(\pi - m_B)$. En resumen, para cualquier $u_A \in G_A$, $u_A \leq \text{máx}\{\pi - \delta_B m_B, \delta_A(\pi - m_B)\}$. Con esto, se demuestra la parte (a) ya que $\text{máx}\{\pi - \delta_B m_B, \delta_A(\pi - m_B)\} = \pi - \delta_B m_B$. $\square$

Combinando los Lemas 2.1, 2.3 y 2.4, se sigue que

$$M_A = \pi - \delta_B m_B \tag{2.5}$$

$$m_A = \pi - \delta_B M_B \tag{2.6}$$

$$M_B = \pi - \delta_A m_A \tag{2.7}$$

$$m_B = \pi - \delta_A M_A \tag{2.8}$$

Resolviendo estas ecuaciones para M_A, m_A, M_B y m_B, se deduce que los pagos para cada jugador en dos EPS cualesquiera son idénticos:

Proposición 2.2. $M_A = m_A = \mu_A \pi$ y $M_B = m_B = \mu_B \pi$, donde μ_A y μ_B se definen en (2.4).

Observe que $M_A = m_A = x_A^*$ y $M_B = m_B = x_B^*$, donde x_A^* y x_B^* se definen en (2.3). El Teorema 2.2 se sigue inmediatamente una vez que se demuestra (usando el resultado contenido en la Proposición 2.2) que en cualquier EPS se cumple la Propiedad 2.1. El argumento es por contradicción. En tanto, supongamos que existe un EPS en el que se rechaza la oferta de equilibrio de algún jugador, digamos el jugador A. De la Proposición 2.2, el pago por EPS para el jugador A en este subjuego es x_A^*. Luego, al hacer la suposición, $x_A^* \leq \delta_A(\pi - x_B^*)$; esto debido a que después de que se rechace la oferta del jugador A, su pago en EPS en el subjuego que comienza con la oferta del jugador B no es mayor que $\pi - x_B^*$. Como $\pi - x_B^* = \delta_A x_A^*$; se sigue que $x_A^* \leq \delta_A^2 x_A^*$, lo cual es una contradicción. Este resultado, combinado con la Proposición 2.2, implica que en cualquier EPS se cumple la Propiedad 2.2. En particular, la oferta que siempre hace el jugador i ($i = \{A, B\}$) es x_i^*. Por lo tanto, el Teorema 2.2 queda demostrado. $\square$

2.2. Marco conceptual: Palabras clave

2.2.1. Conflicto

Es una situación que, en la naturaleza o en la sociedad, relaciona a individuos con intereses diversos, ninguno de los cuales es capaz de resolver por sí mismo y en la que, el resultado que cada uno obtendrá, dependerá no solamente de su propia acción, sino también de la que los demás lleven adelante. No obstante, es cierto que los conflictos en la naturaleza y en la sociedad relacionan a individuos que actúan en forma diferente, se parte aquí de que el hombre es capaz de elegir entre diferentes posibles comportamientos, mientras que el animal sigue una acción predeterminada, que en definitiva es una manifestación directa de su estructura genética (Accinelli, 2011).

2.2.2. Costo social

Se refiere a los costos en los que incurre la sociedad en su conjunto como resultado del desarrollo de una determinada actividad económica, pueden ser mayores o menores que los costos privados. El costo social de una determinada actividad está constituido por los beneficios que la sociedad pierde por el hecho de que aquélla se ejecute.

2.2.3. Actividad minera

La actividad minera se refiere a la extracción de minerales y otros recursos geológicos valiosos de la tierra. Abarca la extracción de metales preciosos, minerales no metálicos, combustibles fósiles y otros recursos naturales. Esta actividad desempeña un papel fundamental en la economía de un país y en la economia global, ya que proporciona los materiales necesarios para una amplia gama de productos y procesos industriales.

2.2.4. Equilibrio de Nash

En la teoría de juegos, es un concepto de solución para juegos de dos o más jugadores que asume que hemos elegido nuestra mejor estrategia en función de la estrategia del resto de jugadores, que son conocidas por todos y hace que los demás no puedan cambiar de estrategia que conlleve a un mejor beneficio. Es importante saber que el equilibrio de Nash no implica que se vaya a lograr el mejor resultado conjunto para todos los participantes, si no maximizar el beneficio individual posible, teniendo en cuenta que existe más de dos jugadores y que cada uno va a intentar hacer su mejor jugada.

2.2.5. Negociación

Es un proceso de intercambio de información y compromisos en el cuál dos o más partes, que tienen intereses comunes y otros divergentes, intentan llegar a un acuerdo. Un problema de negociación es en esencia un problema de selección de equilibrio; de hecho, muchos juegos poseen equilibrios múltiples con diferentes beneficios para cada jugador, obligando a cada uno de estos a negociar sobre a cuál equilibrio apuntar como objetivo.

2.2.6. Negociación secuencial

Se refiere a un proceso en el que los agentes involucrados discuten y acuerdan sobre varios puntos a tratar en una secuencia específica en vez de abordar todos los temas simultáneamente. Específicamente trata de que, en lugar de negociar todos los elementos de un acuerdo al mismo tiempo, las partes tratan con uno o más temas en una secuencia ordenada.

2.2.7. Teoría de juegos

Llamado también teoría de las decisiones interactivas, es el estudio del comportamiento estratégico cuando dos o más individuos interactúan y cada decisión individual resulta de lo que él (o ella) espera que los otros hagan. Es decir, que debemos esperar que suceda a partir de las interacciones entre individuos. La teoría de Juegos consiste en buscar estrategias óptimas para la toma de decisiones, además del comportamiento de los agentes participantes en la situación o juego. Este estudio es de gran importancia, pues todos los sucesos del mundo demandan la toma de alguna decisión, por más simple que pueda parecer. Algunas de estas situaciones requieren de una profunda reflexión, mientras que otras se hacen prácticamente de forma automática. Cabe notar que las decisiones tomadas están vinculadas a los objetivos personales que se pretendan alcanzar, y así, cuando se conocen las consecuencias de cada alternativa, la elección de una solución determinada resulta una tarea racional. Los modelos o juegos se clasifican en dos clases: los cooperativos y los no cooperativos (Vargas, 2017).

2.3. Antecedentes empíricos de la investigación: Estado del arte

Los antecedentes relacionados al presente trabajo de investigación son los siguientes:

2.3.1. Internacionales

Figueroa, (2013) en su artículo *"The Mining Conflict Game: A proposal to disentangle and settle mining conflicts using game theory"* (*El Juego de Conflictos Mineros: Una propuesta para desentrañar y dirimir conflictos mineros utilizando la teoría de juegos*) modela juegos sobre los conflictos por el acceso y uso de cuerpos de agua entre empresas mineras y comunidades rurales del Perú utilizando el enfoque Bayesiano. Se elige este enfoque porque permite que los jugadores tengan información incompleta sobre los demás y, en consecuencia, existe incertidumbre sobre las opciones a elegir y los pagos que podrían obtener, y por lo tanto los jugadores tienen que hacer inferencias sobre las decisiones de los demás y luego actualizar esas inferencias. A través de esta herramienta de análisis se demuestra que una solución pacífica y constructiva a un conflicto minero es factible, y esto sucede cuando la empresa minera coopera y muestra cumplimiento de las normas y las comunidades rurales no protestan violentamente contra las minas.

Cuellar Tapia, (2014) en su tesis *“Bargaining and the hold-up problem”* estudia un modelo de negociación secuencial entre dos agentes a la Rubinstein. La principal innovación que presenta es la endogenización del protocolo de negociación y del monto a repartir en cada ronda. En el modelo, al principio de cada periodo, los jugadores pueden esforzarse para incrementar el monto disponible, lo que, si bien es privadamente costoso, aumenta la probabilidad de manejar la agenda de negociación en el periodo. Este trabajo caracteriza la dinámica de la negociación y las ineficiencias en equilibrio perfecto en subjuegos.

2.3.2. Nacionales

Canchumanya, (2020) en su artículo *“LOS IMPOSTORES: Reflexiones sobre un conflicto socioambiental”* formula una reflexión sobre las decisiones de los actores involucrados, apoyándose de conceptos como la teoría de juegos, el equilibrio de Nash, los costos de transacción, el problema de agencia, el oportunismo y, como valor agregado, la gestión de conflictos.

Casas, (2017) en su artículo *“Conflictos mineros y acuerdos comunitarios, identificación de mecanismos de retroalimentación”* realiza una primera aproximación cuantitativa para identificar los factores observables que influyen en la ocurrencia de un conflicto. En una segunda parte de analizan de manera cualitativa el rol de los acuerdos entre las comunidades y las empresas mineras en los conflictos. Se verifica la presencia de acuerdos no cumplidos como mecanismo de retroalimentación de los conflictos. A partir de los resultados se hacen recomendaciones de política pública.

Velarde, (2018) en su tesis *“Violencia y Polarización en la Conflictividad Minera Peruana: Las Bambas”* identifica las consecuencias producidas por los conflictos en las condiciones económicas y políticas de los actores involucrados. Para ello, se ha realizado un monitoreo del proceso mediante la revisión de medios de comunicación, reportes de la Defensoría del Pueblo y un trabajo de campo.

2.4. Hipótesis

No corresponde hipótesis, en virtud a que el nivel de investigación que se desarrolla en el presente trabajo es descriptivo y de tipo aplicada.

CAPÍTULO III
METODOLOGÍA

3.1. Ámbito de estudio: localización política y geográfica

Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco - UNSAAC. Minera MMG - Las Bambas ubicada entre las provincias de Cotabambas y Grau, región Apurímac, altura: 3698 m.s.n.m. con coordenadas 14°05'56°S 72°19'11°O, comunidades de Yavi Yavi, Chalhuahuacho, FueraBamba y aledaños a la ubicación de la empresa minera.

Figura 3.1: Ubicación geográfica de la minera MMG - Las Bambas.
Fuente: Astete and Gastañaga, 2014

3.2. Tipo y nivel de investigación

El presente trabajo de investigación corresponde al tipo de investigación aplicada, tal como Valderrama, 2013 precisa que la investigación aplicada "está íntimamente ligada a la investigación básica, ya que depende de sus descubrimientos y aportes teóricos para poder generar beneficios y bienestar a la sociedad. Este tipo de investigación busca conocer para hacer, actuar, construir y modificar; le preocupa la aplicación inmediata sobre una realidad concreta" (p. 39).

Asimismo, esta investigación se enmarca en el nivel de investigación descriptiva, lo que se sustenta en Hernández-Sampieri, 2018 "los estudios descriptivos pretenden especificar las propiedades, características y perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno o problema a investigar" (p. 108).

3.3. Unidad de análisis

La unidad de análisis que corresponde al presente trabajo de investigación es el conflicto generado por la actividad minera entre la empresa minera formal y las comunidades campesinas.

3.4. Técnicas de recolección de información

La técnica que se utilizo en el presente trabajo de investigación es el análisis documental, cuyo instrumento es el análisis de contenidos. Para ello la información se obtuvo por fuentes como del Ministerio de Energía y Minas del Perú, revistas de la empresa minera, revistas de las comunidades, diarios nacionales y locales.

3.5. Técnicas de análisis e interpretación de la información

La técnica que se utilizo es el deductivo en virtud a que primero se interpreta el modelo de negociación secuencial a la Rubinstein para luego asociarlo en un caso particular como es el conflicto minero MMG - Las Bambas.

CAPÍTULO IV
RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Procesamiento, análisis, interpretación y discusión de resultados

4.1.1. Contextualización del juego en la minera MMG - Las Bambas

El conflicto entre las comunidades y la empresa China minera MMG - La Bambas se venía venir principalmente por algunos cambios en el contrato hechos por el nuevo dueño, y a causa de este hecho dicho conflicto se fue agravando a medida que pasaba el tiempo. Los problemas empeoraron cuando el grupo de comunidades de Cotabambas empezaron a protestar por el impacto ocasionado por el transporte minero en el año 2018, con el transcurrir de los hechos se establece una mesa de diálogo. En ella se denuncia el despojo de tierras que habían sufrido los propietarios y posesionarios integrados por sus habitantes, quienes exigían que la empresa minera les pague por sus tierras y asuma el costo de los impactos. En virtud a ello, la empresa señaló que no le correspondía realizar pago alguno porque transitaba por una vía denominada pública, como un usuario más, que la empresa minera goza de servicios del Estado como cualquier otra institución y/o persona porque paga sus impuestos. En este juego se modela la matriz de pagos dependiendo de una sola variable que es el tiempo “t” dicha variable nos indica el número de días que paraliza la empresa minera MMG - Las Bambas, a causa de los bloqueos generados por las comunidades.

4.1.1.1. Sobre las estrategias de la minera MMG - Las Bambas

Si la minera MMG - Las Bambas se compromete a cumplir por medio de las mesas de diálogos las siguientes acciones: consultar a las comunidades sobre las formas en las que explotaran los minerales, realizar pagos por venta de terrenos, asumir pagos de indemnizaciones por daño ambiental, contratar mano de obra (bienes y servicios) de las mismas comunidades compartir con las comunidades los beneficios económicos de cualquier manera factible (impuestos y cofinanciamiento de la inversión pública para el desarrollo local.), se puede señalar como la estrategia de Cooperar (C). Es importante señalar que dichas acciones están estrechamente relacionadas entre sí y, por lo tanto, se necesita coherencia. Por lo tanto, cualquier desviación del camino cooperativo calificará a la minera MMG - Las Bambas como optar por la estrategia de No Cooperar (NC).

En conclusión, la estrategia de No Cooperar (NC) comprende algunas o todas las acciones antes mencionadas; lo que genera una pérdida diaria de USS 9.5 millones en los ingresos de la minera. (León, 2022)

4.1.1.2. Sobre las estrategias de las comunidades

Para poder establecer estrategias por parte de las comunidades, es necesario saber que a través del tiempo se fueron creando algunos frentes sociales, con demandas directas a la empresa minera.

Seis frentes sociales en la comunidad de FueraBamba la que fue “trasladada” a la denominada nueva FueraBamba para que existiera el proyecto minero. Han presentado demandas, a lo largo de los años, para que la minera cumpla los compromisos que asumió para ese reasentamiento, la principal es el derecho de pago de una servidumbre minera equivalente a unos 40 millones de soles (aproximadamente US$ 10 millones), así como temas laborales y de contratación de bienes y servicios (SPDA, 2019).

Otro frente se creó cuando se modificó el Estudio de Impacto Ambiental inicial de Las Bambas y quedaron solo 17 comunidades en la zona de influencia directa que piden constantemente se contrate mano de obra y bienes y servicios de la comunidad, además de una mayor inversión social además evitar cortes del agua y de fluido eléctrico en las viviendas aun existentes; esto a causa de los trabajos de explotación minera.

Además, está el frente de las comunidades que excluyeron y perdieron los “beneficios” de la zona de influencia. Pese a que la empresa les creó una zona de tratamiento especial, dicen que no satisface sus demandas. Unas piden volver a la zona de influencia directa de la mina y otras, renegociación de terrenos.

Luego hay como 20 comunidades agrupadas en la Federación de Comunidades Campesinas del distrito de Chalhuahuacho. Son las que, en los últimos años, convocan a paros, movilizaciones y bloqueos porque quieren ser zonas de influencia directa y así tener empleo e inversión social de la empresa.

Otro frente se creó porque a algunas comunidades, como la de FueraBamba, pero también Chila, Choaquere, Huancuire o Pumamarca, la empresa les compró sus tierras para desarrollar más el proyecto, los precios de compra son US$ 0,42 (Pumamarca) y US$ 2,49 (Huancuire) por metro cuadrado. Y ahora, algunas demandan a la minera, renegociar los montos por haber sido muy bajos, y algunos han iniciado procesos judiciales.

Esta también el frente social de los dueños de hoteles, restaurantes, lavanderías, transporte de personal, que se generaron con la inversión inicial del proyecto. Pero hoy, han visto disminuidos los pedidos o contratos por las paralizaciones y la demora del segundo tajo.

Todos estos frentes de comunidades, se ven unos afectados por los otros, haciendo de este conflicto uno muy complejo (León, 2022).

Por tanto, si no se cumpliesen estos requisitos a favor de estos frentes ellos considerarían la estrategia de Bloquear (B), en caso contrario optarían por la estrategia de No Bloquear (NB).

De acuerdo a información oficial, 9000 trabajadores de la minera MMG - Las Bambas (aproximadamente 2500 son de las comunidades) están siendo afectados por la paralización de operaciones en la mina. La remuneración mensual de cada trabajador en promedio es de US$ 1200 por lo que aproximadamente por día percibe US$ 42 (Cervera, 2021).

En Apurímac preocupa la paralización del transporte del cobre, la región pierde S/3,5 millones (US$900 mil) por cada día de bloqueo (León, 2022).

La Cámara de Comercio de Apurímac (CCA) estima que 1400 empresarios de Mypes y Pymes de Cusco y Apurímac proveen bienes y servicios a la minera (aseguran que ellos son parte de las comunidades ya sea mediante un acuerdo o pacto). En tanto, los proveedores de la zona venden unos S/255 mil al día a la mina. Así, entre ingresos para el sector público y privado, se suman unos S/945 mil (US$ 252 mil), a los que falta sumarles el movimiento de recursos detrás de los proveedores de la mina. Si bien las operaciones no han parado por el momento, vale la pena resaltar que se trata de la tercera empresa con mayores exportaciones del Perú (AmericaMining, 2020).

Asimismo, se afectan los ingresos al país en un monto de US$ 70 millones, dado que el proyecto minero de Las Bambas representa el 1 % del PBI nacional y el 72 % del de Apurímac, con 1400 pequeños y medianos empresarios perjudicados.

El crecimiento económico a través de un mayor PBI por persona hace que aumente el Índice de Desarrollo Humano (IDH). Y en Apurímac se ha percibido ello desde el ingreso de Las Bambas, afirmó Rudy Laguna, director del Centro para la Competitividad y el Desarrollo (CCD).

El Perú está en un proceso de mejorar este indicador tanto en PBI per cápita que está en US$ 12,000 por persona al año y un indicador cercano a 0,7 de IDH. Desde el 2015-2016 cuando ingresó en operación MMG - Las Bambas, el PBI de Apurímac pasó de S/ 2000 millones (US$ 512 millones) a S/ 8000 (US$ 2051 millones), lo que por día significa aproximadamente US$ 4 millones. Además, desde el 2016, la contribución de Apurímac en la producción de cobre a nivel nacional ha sido entre 25 % a 30 %, indicó Laguna en la conferencia magistral “Impacto y potencial de la minería en Apurímac”, organizado por el Instituto de Ingenieros de Minas del Perú (IIMP) (AmericaMining, 2020).

4.2. Presentación de resultados

4.2.1. Juego en forma estratégica en el contexto de la minera MMG - Las Bambas

4.2.1.1. En estrategias puras

a) Jugadores.

- MMG - Las Bambas (J_1)
- Comunidades (J_2)

b) Estrategias.

- J_1: Cooperar (C), No cooperar (NC)
- J_2: Bloquear (B), No Bloquear (NB)

c) Perfiles de estrategias. $X = (C; B), (C; NB), (NC; B), (NC; NB)$

d) Matriz de pagos.

Donde:

$f(t)$**:** Función de demandas de las comunidades a la minera, el cual depende del tiempo.

$f(t) = 24\,000t + 2500(42)t \qquad ; \qquad t \in \mathbb{Z}_0^+$

		J_2	
		B	NB
J_1	C	$[-\alpha-\mu-\beta;\alpha+\mu-f(t)]$	$[\beta-f(t)-\alpha-\mu;f(t)+\alpha+\mu]$
	NC	$[\mu-\alpha-\beta;\alpha-\mu-f(t)]$	$[\beta+\mu-\alpha-f(t);f(t)+\alpha-\mu]$

Tabla 4.1: Matriz de pagos para estrategias puras.

$24\,000$**:** Ingreso en dólares de proveedores de bienes y servicios de las comunidades.

2500**:** Número de trabajadores de las comunidades en la minera.

42**:** Remuneración en dólares de un trabajador por día.

$\mu = 10\,000\,000$ (Pago en dólares que exigen las comunidades por derecho de uso de servidumbre minera).

$\alpha = 4\,000\,000$ (Ingreso en dólares a la región por canon minero por cada día).

$\beta = 9\,000\,000$ (Pérdida de la minera en dólares por cada día a causa del bloqueo de vías).

En seguida se realiza el análisis de existencia de equilibrio de Nash en estrategias puras

- Analizando el perfil de estrategias $(C;B)$:

  $$\begin{array}{cccccc} J_1(C;B) & \leq & J_1(NC;B) & J_2(C;B) & \leq & J_2(C;NB) \\ -\alpha-\mu-\beta & & \mu-\alpha-\beta & \alpha+\mu-f(t) & & f(t)+\alpha+\mu \end{array}$$

  Dado que el J_1 y J_2 encuentra incentivos al cambiar de estrategia, por tanto el perfil de estrategias (C,B) NO ES equilibrio de Nash.

- Analizando el perfil de estrategias $(C;NB)$:

  $$\begin{array}{cccccc} J_1(C;NB) & \leq & J_1(NC;NB) & J_2(C;NB) & \geq & J_2(C;B) \\ \beta-f(t)-\alpha-\mu & & \beta+\mu-\alpha-f(t) & f(t)+\alpha+\mu & & \alpha+\mu-f(t) \end{array}$$

  Dado que el J_1 encuentra incentivos al cambiar de estrategia, por tanto el perfil de estrategias (C,NB) NO ES equilibrio de Nash.

- Analizando el perfil de estrategias $(NC;B)$:

  $$\begin{array}{cccccc} J_1(NC;B) & \geq & J_1(C;B) & J_2(NC;B) & \leq & J_2(NC;NB) \\ \mu-\alpha-\beta & & -\alpha-\mu-\beta & \alpha-\mu-f(t) & & f(t)+\alpha-\mu \end{array}$$

  Dado que el J_2 encuentra incentivos al cambiar de estrategia, por tanto el perfil de estrategias (NC,B) NO ES equilibrio de Nash.

- Analizando el perfil de estrategias $(NC;NB)$:

  $$\begin{array}{cccccc} J_1(NC;NB) & \geq & J_1(C;NB) & J_2(NC;NB) & \geq & J_2(NC;B) \\ \beta+\mu-\alpha-f(t) & & \beta-f(t)-\alpha-\mu & f(t)+\alpha-\mu & & \alpha-\mu-f(t) \end{array}$$

Dado que el J_1 y J_2 NO encuentran incentivos al cambiar de estrategia, por tanto el perfil de estrategias (NC, NB) ES equilibrio de Nash.

4.2.1.2. En estrategias Mixtas

Consideremos la siguiente tabla:

			J_2	
			q	$1-q$
			B	NB
J_1	p	C	$[-\alpha-\mu-\beta; \alpha+\mu-f(t)]$	$[\beta-f(t)-\alpha-\mu; f(t)+\alpha+\mu]$
	$1-p$	NC	$[\mu-\alpha-\beta; \alpha-\mu-f(t)]$	$[\beta+\mu-\alpha-f(t); f(t)+\alpha-\mu]$

Tabla 4.2: Matriz de pagos para estrategias mixtas.

En seguida se realiza el análisis de existencia de equilibrio de Nash en estrategias mixtas.

- ANALIZAMOS J_1:

  Suponemos que J_2 elige $(q; 1-q)$: $\begin{cases} q & \longrightarrow B \\ 1-q & \longrightarrow NB \end{cases}$

  Ganancias de J_1:

$$q[-\alpha-\mu-\beta]+(1-q)[\beta-f(t)-\alpha-\mu] = \beta-2q\beta-f(t)+qf(t)-\alpha-\mu$$

elija (C)

$$q[\mu-\alpha-\beta]+(1-q)[\beta+\mu-\alpha-f(t)] = \beta-2q\beta+\mu-\alpha-f(t)+qf(t)$$

elija (NC)

$$\begin{array}{rcll} \beta-2q\beta-f(t)+qf(t)-\alpha-\mu & < & \beta-2q\beta+\mu-\alpha-f(t)+qf(t) & \Leftrightarrow \\ \mu & > & 0 \quad \text{cumple } \forall\ q\in[0;1] & \\ \beta-2q\beta-f(t)+qf(t)-\alpha-\mu & = & \beta-2q\beta+\mu-\alpha-f(t)+qf(t) & \Leftrightarrow \\ \mu & = & 0 \quad \text{no existe } q & \\ \beta-2q\beta-f(t)+qf(t)-\alpha-\mu & > & \beta-2q\beta+\mu-\alpha-f(t)+qf(t) & \Leftrightarrow \\ \mu & < & 0 \quad \text{no existe } q & \end{array}$$

- ANALIZAMOS J_2:

  Suponemos que J_1 elige $(p; 1-p)$: $\begin{cases} p & \longrightarrow C \\ 1-p & \longrightarrow NC \end{cases}$

  Ganancias de J_2:

$$p[\alpha+\mu-f(t)]+(1-p)[\alpha-\mu-f(t)] = 2p\mu+\alpha-\mu-f(t) \quad \text{elija } B$$

$$p[f(t)+\alpha+\mu]+(1-p)[f(t)+\alpha-\mu] = 2p\mu+f(t)+\alpha \quad \text{elija } NB$$

$$2p\mu + \alpha - \mu - f(t) < 2p\mu + f(t) + \alpha \quad \Leftrightarrow \quad f(t) > -\frac{\mu}{2} \quad \text{cumple } \forall p \in [0;1]$$

$$2p\mu + \alpha - \mu - f(t) = 2p\mu + f(t) + \alpha \quad \Leftrightarrow \quad f(t) = -\frac{\mu}{2} \quad \text{no existe } p$$

$$2p\mu + \alpha - \mu - f(t) > 2p\mu + f(t) + \alpha \quad \Leftrightarrow \quad f(t) < -\frac{\mu}{2} \quad \text{no existe } p$$

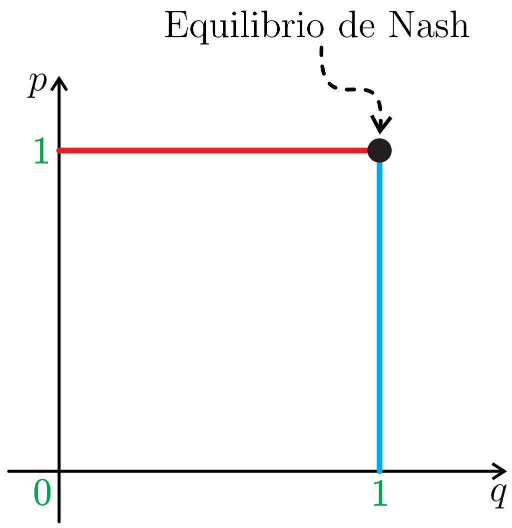

Figura 4.1: Equilibrio de Nash en estrategias mixtas.

4.2.2. Juego dinámico en el contexto de la minera MMG - Las Bambas

4.2.2.1. Determinación del Equilibrio Perfecto en Subjuegos

$N = \{J_1, J_2\}$

$A_{J_1} = \{C, NC\}$

$A_{J_2} = \{(B,B); (B,NB); (NB,B); (NB,NB)\}$

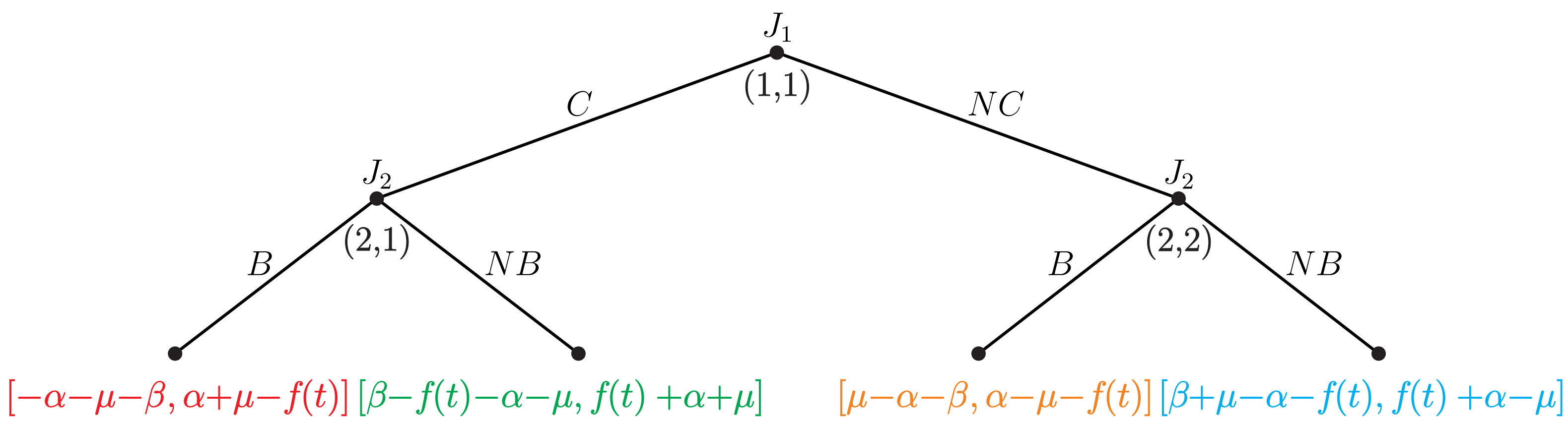

Figura 4.2: Subjuego para las comunidades J_2

		J_1			
		B,B	B,NB	NB,B	NB,NB
J_2	C	$[-\alpha-\mu-\beta; \alpha+\mu-f(t)]$	$[-\alpha-\mu-\beta; \alpha+\mu-f(t)]$	$[\beta-f(t)-\alpha-\mu; f(t)+\alpha+\mu]$	$[\beta-f(t)-\alpha-\mu; f(t)+\alpha+\mu]$
	NC	$[\mu-\alpha-\beta; \alpha-\mu-f(t)]$	$[\beta+\mu-\alpha-f(t); f(t)+\alpha-\mu]$	$[\mu-\alpha-\beta; \alpha-\mu-f(t)]$	$[\beta+\mu-\alpha-f(t); f(t)+\alpha-\mu]$

Tabla 4.3: Matriz de pagos para subjuegos.

a) Vértice $(2,1)_{J_2}$ se genera el subjuego:

máx $\{U_{J_2}(a,B); U_{J_2}(a,NB)\}$ = máx $\{\alpha+\mu-f(t); f(t)+\alpha+\mu\} = f(t)+\alpha+\mu$

$\Rightarrow J_2$ decide NB

b) Vértice $(2,2)_{J_2}$ se genera el subjuego:

máx $\{U_{J_2}(a',B); U_{J_2}(a',NB)\}$ = máx $\{\alpha-\mu-f(t); f(t)+\alpha-\mu\} = f(t)+\alpha-\mu$

$\Rightarrow J_2$ decide NB

c) Vértice $(1,1)_{J_1}$ se genera el subjuego: máx $\{U_{J_1}(C, R_{J_2}(NB)); U_{J_1}(NC, R_{J_2}(NB))\}$ = máx $\{\beta-f(t)-\alpha-\mu); \beta+\mu-\alpha-f(t)\} =$

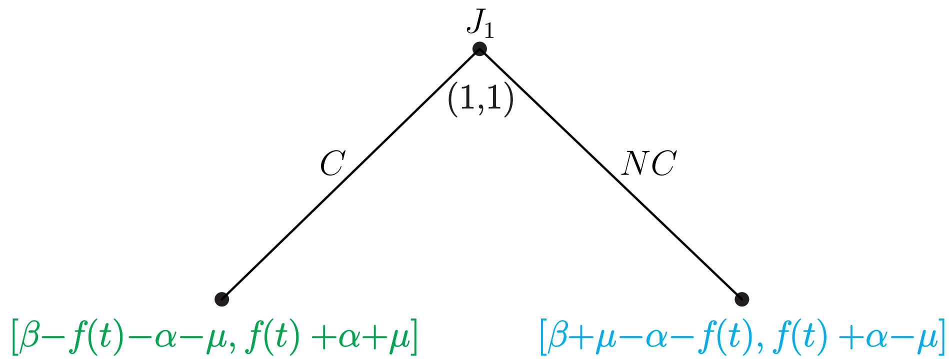

Figura 4.3: Subjuego para la minera MMG - Las Bambas (J_1)

$\beta+\mu-\alpha-f(t)$

$\Rightarrow J_1$ decide NC

Por lo tanto:

$ENPS : (NC, (NB, NB))$

Interpretación: El Equilibrio de Nash Perfecto en Subjuegos es que: la empresa minera elige su estrategia de “No Cooperar” y las comunidades eligen la estrategia de “No Bloquear” y “No Bloquear”, es decir, ambos jugadores han elegido sus estrategias que maximizan su beneficio individual, dada las elecciones de la otra parte y ninguna de ellas tiene el incentivo de cambiar sus estrategias. En esta situación cada parte considera que su elección de estrategia es la mejor respuesta frente a la elección de estrategia de la otra parte y no tiene motivación para cambiar de estrategia.

4.2.3. Modelo de negociación a la Rubinstein

4.2.3.1. Hechos cronológicos y acuerdos pactados en el bloqueo de carreteras del fundo Yavi Yavi - FueraBamba del departamento de Apurímac

El corredor minero a Las Bambas fue bloqueado desde el 4 de febrero del año 2019, por 62 días aproximadamente, a la altura del fundo Yavi Yavi, de propiedad de FueraBamba (región Apurímac). La comunidad tomó esta medida al considerar que se vulneró su propiedad privada al reclasificarse como vía nacional el espacio de la carretera que atraviesa este fundo, mediante una resolución ministerial publicada el 23 de mayo del 2018 por el Ministerio de Transportes y Comunicaciones - MTC (Rojas, 2019).

Desde entonces, la comunidad de FueraBamba reclamaba la indemnización por el Derecho de vía correspondiente a los 12 km del fundo Yavi Yavi que son atravesados por la carretera. En tanto, a la minera MMG le exigía el pago por el Derecho de Servidumbre. Hasta entonces se habían instalado diez mesas de diálogo entre representantes de FueraBamba y de la minera MMG, con la intermediación de la Presidencia del Consejo de ministros. La Comunidad de FueraBamba solicitaba el pago de S/100 millones ($ 25 millones) por el Derecho de Servidumbre de 38 hectáreas de Yavi Yavi que son atravesados por la vía a la empresa MMG. Por su parte, la minera de capitales chinos ofreció al principio pagar solo S/2 millones ($ 0,5 millones), luego aumentó la oferta hasta los S/5 millones ($ 1,25 millones) para luego rebajarla a S/3.8 millones ($ 0,95 millones) en la última negociación del 21 de febrero, según documentos internos del MEM (EnergíaMinas, 2019).

En una reunión con fecha 21 de marzo de 2019, la comunidad solicitaba el monto de S/40 millones ($ 10 millones) por el pago de servidumbre por el uso de la vía, mientras que la empresa propuso S/10 millones ($ 2,5 millones), entre dinero en efectivo y otros proyectos (Rojas, 2019).

El 6 de abril de 2019, tras más de ocho horas de reunión en la sede de la Conferencia Episcopal Peruana (CEP), en Jesús María (Lima), los representantes del Ejecutivo, de la empresa minera MMG y dirigentes de la comunidad de FueraBamba alcanzaron diversos acuerdos que pusieron fin al conflicto social en la zona.

- Uno de los principales acuerdos fue que FueraBamba restableciera y liberara el tránsito en la carretera que atraviesa el fundo Yavi Yavi (región Apurímac), donde desde el 4 de febrero pasado los comuneros impedían el paso de vehículos por la vía nacional que atraviesa el terreno.

- Se acordó también liberar los dos accesos a la minera en el distrito de Challhuahuacho (provincia de Cotabambas, Apurímac), que habían sido bloqueados desde el 22 de marzo pasado.
- También se resaltó que “el Estado reconoce que debe estar más presente en las zonas donde se ha desarrollado el presente conflicto para garantizar que los derechos de los comuneros y de la sociedad en general sean respetados y protegidos”.
- Las partes acordaron que la empresa minera Las Bambas asumirá el cumplimiento del compromiso del empleo laboral de los comuneros de Fuera-Bamba en la empresa minera en todo aquello que no haya sido cumplido desde el 2014 hasta el 2019, conforme al acuerdo denominado: Çompendio de acuerdos entre el comité central de negociación de la comunidad de FueraBamba y los representantes del proyecto minero Las Bambas operado por Xstrata Cooper”desde el 29 de diciembre de 2009.

Según el nuevo asesor de comuneros Jorge Paredes Terry al ser consultado sobre el acuerdo económico, indico que Gregorio Rojas cometió un error al firmar con el Gobierno y la mina. Ya que según él no se llegaron a acuerdos favorables. No obstante, en el documento rubricado por Rojas se indica que llegaron a un acuerdo económico mutuamente satisfactorio que pone fin a toda controversia respecto al fundo Yavi Yavi. Si bien allí no se especifica la cifra, trascendió que el monto acordado es de S/ 15 millones ($ 3,75 millones). La comunidad pedía S/ 40 millones, aunque adelantó que era negociable (ProActivo, 2019).

Los ingresos de Las Bambas crecieron un 48 %, pero los gastos también aumentaron, tal como informó CAMIPER en enero, Las Bambas produjo 290.097 toneladas de cobre en 2021; es decir, un 7 % por debajo de 2020 por menor promedio leyes de alimentación y barricadas comunitarias que llevaron a un cierre de la mina por dos semanas. Pero, ¿cuáles fueron los gastos de producción 2021 en Las Bambas? En este caso, los gastos totales de producción de $893,6 millones ($ 0,105 millones por día) fueron 19 % superiores a los de 2020. Así, los mayores costos de minería de $32,3 millones sucedieron por un mayor total de material movido y mayores costos de mantenimiento. Los costos del diésel también fueron más altos y existió un mayor consumo.

En tanto, los costos de procesamiento aumentaron $19,7 millones impulsados por mayores consumos de reactivos y medios de molienda en línea con mayores volúmenes de molienda. En tercer lugar, los mayores incentivos para los empleados impactaron también en los gastos. Esto, a medida que Las Bambas ingresa al primer año de participación en las utilidades de los empleados (TiempoMinero, 2022).

4.2.3.2. Modelo de Rubinstein asociado al conflicto minero MMG - Las Bambas

Adaptamos el modelo de Rubinstein al hecho real ocurrido en el conflicto minero de las Bambas, particularmente en el caso de bloqueos de carreteras del fundo Yavi Yavi. Las características que presenta dicha negociación es de ofertas y contraofertas por parte de los dos agentes que son: las comunidades (J_1) y la empresa minera (J_2), se adaptan al modelo de negociación secuencial a la Rubinstein. A continuación, se muestra un gráfico indicando la línea de tiempo de los hechos sobre las ofertas y contraofertas de ambos jugadores:

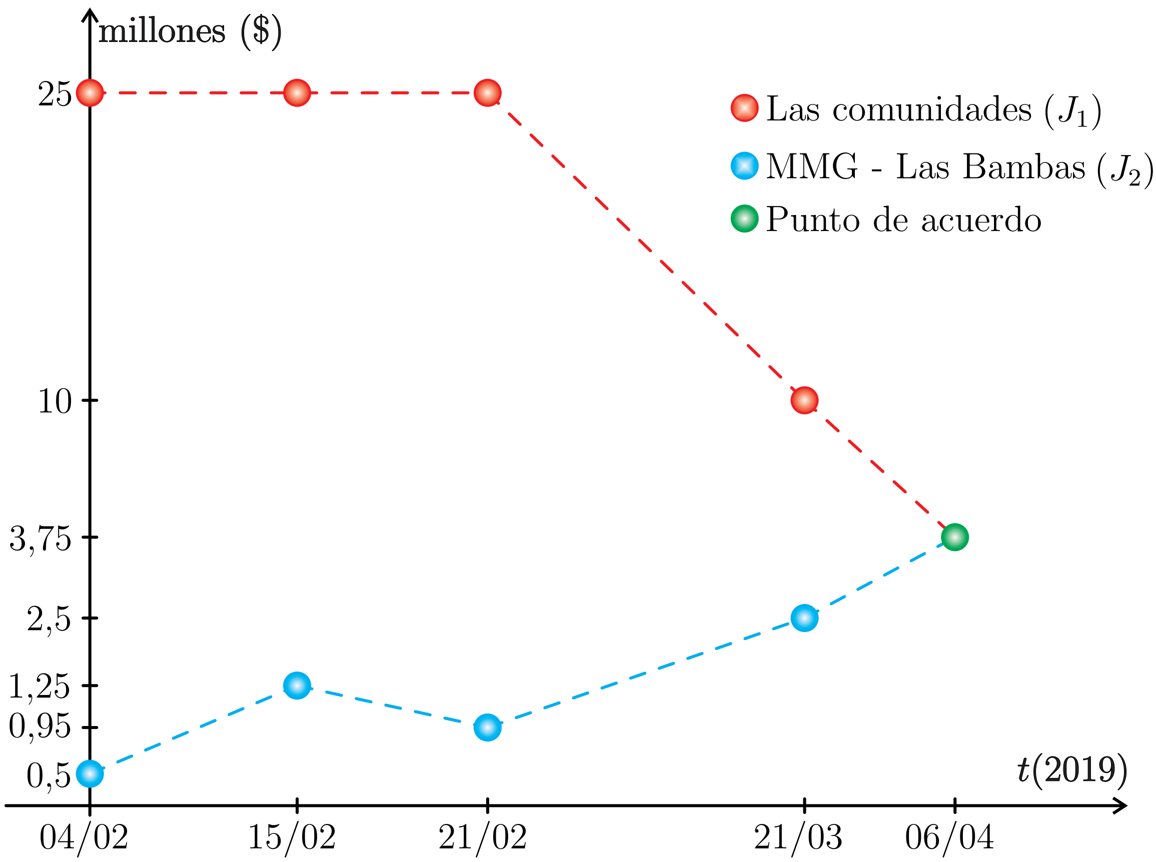

Figura 4.4: Linea de tiempo de ofertas y contraofertas de los jugadores J_1 y J_2.

Los dos jugadores, J_1 y J_2 , negocian la partición de un bien (dinero) de tamaño (valor) π (donde $\pi > 0$) de acuerdo con el siguiente procedimiento de ofertas alternas. En el momento 1, el jugador J_1 hace una oferta al jugador J_2. Una oferta es una propuesta de partición del bien. Si el jugador J_2 acepta la oferta, se llega a un acuerdo y los jugadores dividen el dinero de acuerdo con la oferta aceptada. Por otro lado, si el jugador J_2 rechaza la oferta, entonces hace una contraoferta en el momento 2Δ. Si el jugador J_1 acepta esta contraoferta, entonces se llega a un acuerdo. De lo contrario, el jugador J_1 realiza una contraoferta en el momento 3Δ. Este proceso de hacer ofertas y contraofertas continúa hasta que un jugador acepta una oferta.

La Figura 4.5 muestra las ofertas y contraofertas propuestas por los jugadores J_1 y J_2 hasta que llegan a un acuerdo.

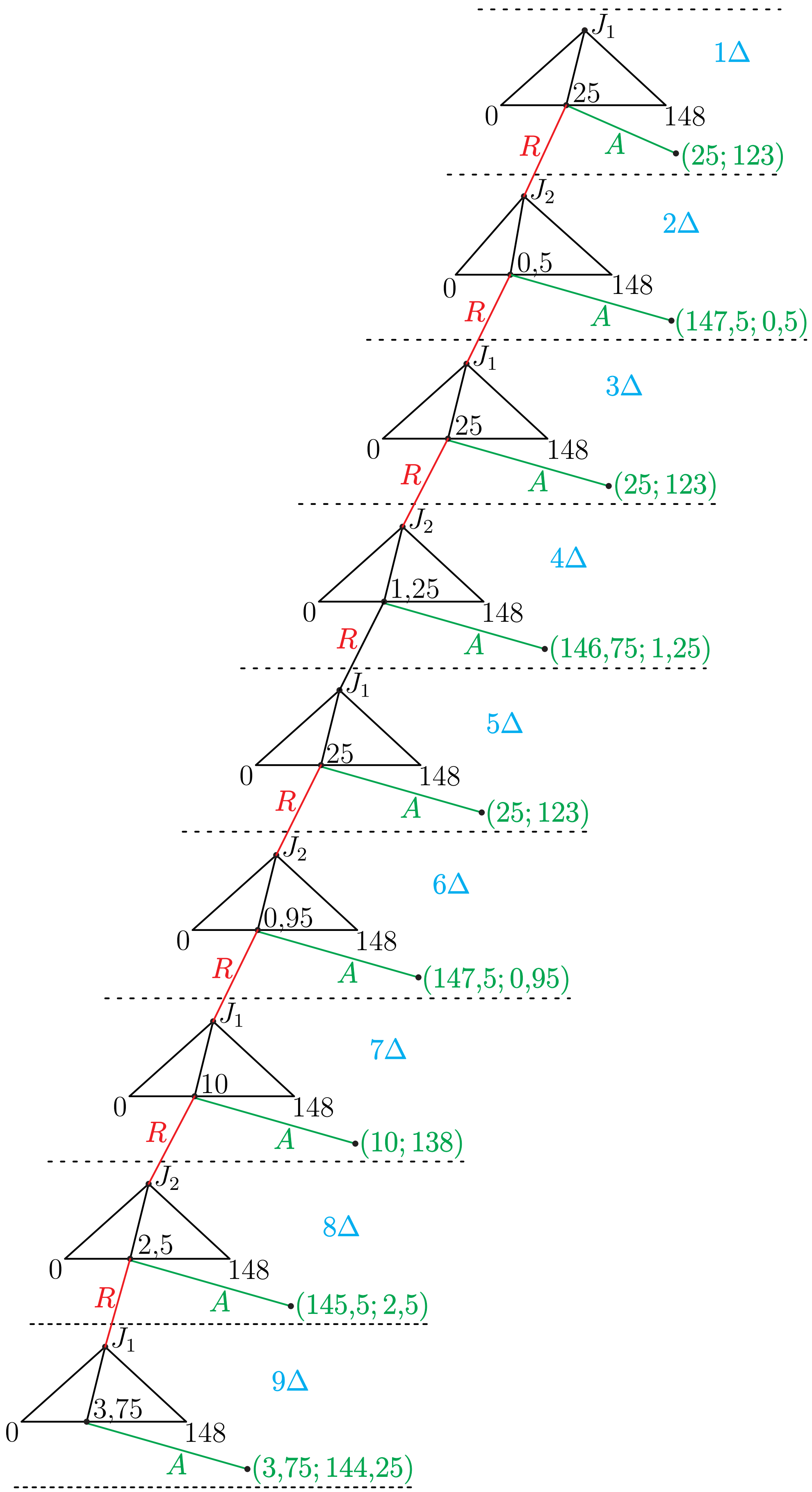

Figura 4.5: Ofertas y contraofertas de los jugadores

En seguida se adapta el conflicto minero MMG - Las Bambas a una versión simple del modelo de Rubinstein en el que los dos jugadores negocian la partición de un monto (dinero) (o excedente) de tamaño fijo. El análisis implica caracterizar el único equilibrio perfecto en subjuegos de este modelo dentro de la teoría de juegos. Se adapta una versión accesible del modelo, porque el objetivo en este trabajo es presentar los argumentos principales de una manera simple pero rigurosa.

- Ingreso neto (en dólares) del jugador J_2:
  $I(t) = 9t$, $\forall t \in \mathbb{Z}^+$
- Egreso (en dólares) del jugador J_2:
  $E(t) = 0,105t + 2,5t + 4t = 6,605t$
- Beneficio de cooperación (en dólares):

$$\begin{aligned} \pi &= I(t) - E(t) \\ \pi &= 9t - 6,605t \\ \pi &= 2,395t \qquad ; \quad t = 62 \end{aligned}$$

Se asume los siguientes tasas de descuento para cada jugador:

$r_c = 0,29547$ y $r_m = 0,38961$

Entonces los factores de descuento para cada jugador son los siguientes:

$\delta_c = e^{-r_c\Delta}$ y $\delta_m = e^{-r_m\Delta}$

$\delta_c = e^{(-0,29547)(9)}$ y $\delta_m = e^{(-0,38961)(9)}$

$\delta_c = 0,07$ y $\delta_m = 0,93$

Luego:

$$\mu_c = \frac{1-\delta_m}{1-\delta_c\delta_m} \quad \text{y} \quad \mu_m = \frac{1-\delta_c}{1-\delta_c\delta_m}$$

$$\mu_c = \frac{1-0,93}{1-(0,07)(0,93)} \quad \text{y} \quad \mu_m = \frac{1-0,07}{1-(0,07)(0,93)}$$

$$\mu_c = 0,07487 \quad \text{y} \quad \mu_m = 0,99475$$

Finalmente los pagos en equilibrio son los siguientes:

$x_c^* = \mu_c\pi$ y $x_m^* = \mu_m\pi$

$x_c^* = (0,07487)(148)$ y $x_m^* = (0,99475)(148)$

$x_c^* = 11,08076$ y $x_m^* = 147,22$

A continuación se considera la tabla con algunas tasas de descuento; en los cuales se considera $r_c > r_m$ y $r_c < r_m$, obteniendo sus respectivos factores de descuento y pagos en equilibrio.

TASA DE DESCUENTO		FACTOR DE DESCUENTO				PAGOS EN EQUILIBRIO	
r_c	r_m	δ_c	δ_m	μ_c	μ_m	x_c^*	x_m^*
0,31260	0, 35765	0,06	0,94	0,06358	0,99618	9,40984	147,43
0,29547	0, 38961	0,07	0,93	0,07487	0,99475	11,08076	147,22
0,28063	0, 43466	0,08	0,92	0,08635	0,99309	12,77000	146,97
0,26754	0, 51168	0,09	0,91	0,09802	0,99117	14,50000	146,69
0,33285	0, 33285	0,05	0,95	0,05249	0,99737	7,76852	147,61
0,51168	0, 26754	0,01	0,99	0,01009	0,99989	1,49332	147,98
0,43466	0, 28063	0,02	0,98	0,02039	0,99959	3,01772	147,93
0,38961	0, 29547	0,03	0,97	0,03089	0,99907	4,57172	147,86
0,35765	0, 31260	0,04	0,96	0,04159	0,99833	6,15532	147,75

Tabla 4.4: Matriz de algunas tasas de descuento, factor de descuento y pagos en equilibrio.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

1. Se determinó las estrategias de los jugadores en el conflicto social de la minera MMG - Las Bambas dentro de la teoría de juegos estáticos, luego se obtuvo el equilibrio de Nash en estrategias puras con el perfil de estrategias *No Coopera, No Bloquea (NC, NB)*.

2. Se determinó las estrategias de los jugadores en el conflicto social de la minera MMG - Las Bambas en juegos dinámicos, para luego obtener el equilibrio perfecto en subjuegos, con el perfil de estrategias *No Coopera, No Bloquea, No bloquea (NC,(NB,NB))*.

3. Se describió y asocio el modelo de negociación secuencial a la Rubinstein en el conflicto social en la actividad minera MMG - Las Bambas en el 2022. Se considero como jugadores a la empresa minera MMG - Las Bambas (J_1) y a las Comunidades (J_2), quienes negociaron sobre un bien totalmente divisible π (dinero en millones de dólares) el cual es producto de los ingresos por la explotación minera. La negociación se hizo por medio de ofertas y contraofertas que hicieron los jugadores J_1 y J_2 de manera alternada. En una primera etapa J_1 oferto 0,5 millones a lo que J_2 hizo una contraoferta de 25 millones, en una segunda etapa J_1 oferto 1,25 millones en respuesta J_2 contraoferta con 25 millones y así sucesivamente hasta llegar a una novena etapa en la cual J_1 oferta 3,75 millones y J_2 acepta tal oferta. En cada etapa de negociación existieron retrasos o demoras esto al realizar ofertas, contraofertas y recibir posibles pagos; en virtud a ello para cada jugador se garantiza la existencia de factores de descuento δ_1 y δ_2, lo que explica que hay un mayor descuento mientras más pasa el tiempo.

4. Haciendo una comparación entre la partición del beneficio de cooperación y la partición real, se puede verificar que por medio del modelo de Rubinstein nos aproximamos a la partición mas ideal para los jugadores involucrados.

RECOMENDACIONES

1. El modelo de Rubinstein estudiado y adaptado en este trabajo de investigación se realiza haciendo el supuesto de que cada jugador descuenta utilidades futuras de acuerdo a una tasa de descuento constante. Se recomienda estudiar y adoptar dicho modelo para otras estructuras de preferencias temporales.

2. La relación que existe con la solución de negociación de Nash contiene varias extensiones y generalizaciones interesantes del modelo de Rubinstein. Se recomienda sean exploradas algunas de estas extensiones en una investigación mas completa.

3. El modelo de Rubinstein estudiado y adaptado en este trabajo de investigación se realizo para dos jugadores. Para futuros trabajos de investigación se recomienda considerar la implementación de dicho modelo para tres o mas jugadores.

4. Se recomienda aplicar el modelo de negociación de Rubinstein a otras situaciones conflictivas que se presentan en el Perú.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Accinelli, E. (2011). La teoría de juegos evolutivos, naturaleza y racionalidad. Documento 117:19. Temas de Teoría Económica y su Método.

AmericaMining (02-10-2020). Las Bambas: ¿Cuánto le cuesta a Apurímac el bloqueo de carreteras?. Rumbo Minero. Recuperado de https://n9.cl/4ltux.

Astete, J. and Gastañaga, M. (2014). Niveles de metales pesados en el ambiente y su exposición en la población luego de cinco años de exploración minera en las Bambas, Perú 2010. 31:695–701. Recuperado de https://n9.cl/jadypw.

Canchumanya, G. (2020). Los impostores: Reflexiones sobre un conflicto socioambiental. (6):18–28. InnovaG.

Casas, C. (2017). Conflictos mineros y acuerdos comunitarios: identificación de mecanismos de retroalimentación. page 155. Recuperado de http://hdl.handle.net/11354/1715.

Cervera, A. (13-01-2021). Salario en el sector minero bordea los 63 mil soles al año. Tiempo Minero. Recuperado de https://n9.cl/hgify.

Cuellar Tapia, P. F. (2014). Bargaining and the Hold - Up Problem. Link de repositorio: https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/131305.

EnergíaMinas (12-03-2019). Comunidad de FueraBamba exige 12 millones de dolares a minera MMG para desbloquear vía. Revista ENERGIMINAS. Recuperado de https://n9.cl/xdcc0.

Figueroa, E. (2013). The mining conflict game: A proposal to disentangle and settle mining conflicts using game theory. page 19.

Gibbons, R. (1992). *A Primer in Game Theory*. Financial Times Prentice Hall. Universidad de Cornell.

Hernández-Sampieri, R. & Mendoza, C. (2018). *Metodologia de la investigacion. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw Hill Education.

Kakutani, S. (1941). A Generalization of Brouwer's Fixed Point Theorem. 8(3).

León, M. (22-04-2022). ¿Por qué la mina Las Bambas en Perú está en constante conflicto? Dialogo Chino. Recuperado de https://n9.cl/o4chp.

MINEM, P. (2020). 2020 - Minería Peruana, Motor de Crecimiento en un Contexto de Crisis. (N° 12):36. Comité de Gestión Minero Energético como plataforma regional de articulación y diálogo.

Muthoo, A. (2009). *Bargaining Theory with Applications*. Cambridge University Press.

Nash, J. (1950). Equilibrium Points in n-Person Games. 36(1):48–49.

Nash, J. (1951). Non-Cooperative Games. 54(2):286–295.

Osborne, M. J. and Rubinstein, A. (1994). *A Course in Game Theory*. Massachusetts Institute of Technology - MIT Press.

ProActivo (08-04-2019). Las Bambas: Hoy comunidad de Fuerabamba decide si acepta acuerdo. ProActivo. Recuperado de https://n9.cl/oaro08.

Ramirez, R. P. (2019). Texto: Teoría de Juegos. Universidad Nacional del Callao. Link de repositorio: http://hdl.handle.net/20.500.12952/5133.

Rojas, A. (28-09-2019). Las Bambas: Todos los bloqueos que se reportaron este año en el corredor minero. El Comercio. Recuperado de https://n9.cl/vyiod.

Rubinstein, A. (1982). Perfect equilibrium in a bargaining model. 50(1):97. Published by: The Econometric Society.

SPDA (31-04-2019). Las Bambas: Cinco puntos claves para entender el conflicto. SPDA Actualidad Ambiental. Recuperado de https://n9.cl/6ylss.

Sánchez, I. (2009). *Teoría de Juegos*, volume 34. CIS. Cuadernos Metodológicos.

Tenorio, A. J. and Martín, A. (2015). Un Paseo por la Historia de la Teoría de Juegos. 22(1):77–95.

TiempoMinero (24-03-2022). Ingresos de Las Bambas crecieron un 48 por ciento en el 2021, reportó MMG. Tiempo Minero. Recuperado de https://n9.cl/d5nbc.

Valderrama, S. (2013). *Pasos para elaborar proyectos de investigación científica: cuantitativa, cualitativa y mixta*. 2 edition.

Valencia Toledo, A. (2021). Teoría de Juegos No - Cooperativos. Notas de clases de maestria en Matemática - EPG UNSAAC.

Vargas, M. A. (2017). Juegos Cooperativos en Diferentes Estructuras. Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT). Link de repositorio: http://cimat.repositorioinstitucional.mx/jspui/handle/1008/716.

Velarde, P. (2018). Violencia y Polarización en la Conflictividad Minera Peruana: Las Bambas. Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP). Link de repositorio: http://hdl.handle.net/20.500.12404/12261.

ANEXOS

Anexo 1: Matriz de consistencia

Título: Modelo de negociación secuencial a la Rubinstein en el conflicto social en la actividad minera MMG - Las Bambas al 2022.

PROBLEMA GENERAL	OBJETIVO GENERAL	JUSTIFICACIÓN	METODOLOGÍA
¿Es posible asociar el modelo de negociación secuencial a la Rubinstein en el conflicto social en la actividad minera MMG - Las Bambas en el 2022?	Aplicar el modelo de negociación secuencial a la Rubinstein en el conflicto social en la actividad minera MMG - Las Bambas en el 2022.	La relevancia del uso de la teoría de juegos en la búsqueda de la solución de problemas sociales generados por la actividad minera es novedosa en virtud a que se aplica el modelo de negociación a la Rubinstein. En consecuencia, la aplicación de la teoría de juegos permite entender el impacto de las decisiones sobre el bienestar individual y colectivo. El presente trabajo de investigación se justifica en contribuir de que se agraven conflictos futuros socio económicos y ambientales además de hacer una contribución por medio de la teoría de juegos a la solución de problemas de negociación en base al comportamiento racional. En el juego que se propone entre el grupo de comunidades (Jugador A) y la empresa minera MMG - Las Bambas (Jugador B), sus respectivas ganancias estarán condicionadas a las estrategias que utilicen cada uno de ellos para luego encontrar un equilibrio al conflicto por medio del modelo de negociación secuencial a la Rubinstein.	a) **Ámbito de Estudio:** Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco - UNSAAC. Minera MMG - Las Bambas ubicada entre las provincias de Cotabambas y Grau, región Apurímac. b) **Tipo y nivel de investigación:** El tipo de investigación es aplicada y el nivel de investigación es descriptiva. c) **Unidad de análisis:** La unidad de análisis es el conflicto generado por la actividad minera entre la empresa minera formal y las comunidades campesinas. d) **Técnicas de recolección de información:** La técnica es el análisis documental, cuyo instrumento es el análisis de contenidos. e) **Técnicas de análisis e interpretación de la información:** La técnica que se utilizo es el deductivo.
PROBLEMAS ESPECÍFICOS	**OBJETIVOS ESPECÍFICOS**		
a. ¿Es posible determinar las estrategias de los jugadores en el conflicto social de la minera MMG - Las Bambas para obtener el equilibrio de Nash en juegos estáticos? b. ¿Es posible determinar las estrategias de los jugadores en el conflicto social de la minera MMG - Las Bambas para obtener el equilibrio perfecto en subjuegos? c. ¿Es posible obtener una partición de los beneficios, generado por la actividad minera, entre la empresa MMG - Las Bambas y las comunidades mediante el modelo de negociación secuencial a la Rubinstein?	a) Determinar las estrategias de los jugadores en el conflicto social de la minera MMG - Las Bambas para obtener el equilibrio de Nash en juegos estáticos. b) Determinar las estrategias de los jugadores en el conflicto social de la minera MMG - Las Bambas para obtener el equilibrio perfecto en Subjuegos. c) Obtener una partición de los beneficios, generado por la actividad minera, entre la empresa MMG - Las Bambas y las comunidades mediante el modelo de negociación secuencial a la Rubinstein.		

Tabla 5.1: Matriz de consistencia.

Anexo 2: Instrumentos de recolección de información

Los instrumentos de recojo de información se detallan a continuación:

- Se ha extraído información de SPDA, 2019
- Se recopilo información de León, 2022
- Se acopio información de Rojas, 2019
- Se ha extraído información de EnergíaMinas, 2019
- Se acopio información de ProActivo, 2019
- Se ha extraído información de AmericaMining, 2020
- Se recogió información de Cervera, 2021
- Se ha extraído información de TiempoMinero, 2022