

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

FACULTAD DE INGENIERIA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA,  
INFORMÁTICA Y MECÁNICA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ELÉCTRICA



---

“METODOLOGÍA INDIRECTA DE LYAPUNOV ASISTIDA POR EL  
SOFTWARE MATLAB PARA ANALIZAR Y CONTROLAR LAS  
OSCILACIONES ELECTROMECAÑICAS EN EL SISTEMA ELÉCTRICO  
DE MACHUPICCHU - CACHIMAYO”

---

PRESENTADO POR:

Edsson Frank Medina Vigoria

TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO ELECTRICISTA

ASESOR:

MSc. Manuel Lau Pacheco

Cusco – Perú

2020

## **DEDICATORIA**

Dedicado a mi familia, en especial a mis queridos padres Gloria Vigoria Valle, Francisco Medina Martínez y a mi hermana Rosa Liz Medina Vigoria que siempre me brindaron su apoyo incondicional en mi formación y me ayudaron cuando más los necesitaba, no hubiera podido llegar hasta donde estoy sin su ayuda.

A mi querido primo J. Pavel Triveño Ramos mi modelo a seguir, un gran ingeniero que me enseñó varias cosas de las cuales estoy muy agradecido.

Y dedicada a todas aquellas personas que día a día entregan su vida por un futuro mejor.

Br. Edsson Frank Medina Vigoria

## **AGRADECIMIENTO**

Expreso mi entera y total gratitud:

A los catedráticos de la Escuela Profesional de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, en especial a mi asesor de tesis, Manuel Lau Pacheco, por ser una guía y de vital importancia para el la elaboración de esta tesis.

A la Empresa de Generación Eléctrica Machupicchu S.A. (EGEMSA) en especial a los ingenieros de la gerencia comercial: Carlos Menéndez Deza, Abel Choqueneira Villa, Homero Huamaní Alonso y J. Pavel Triveño Ramos por su amistad, apoyo incondicional y por sus enseñanzas recibidas durante el periodo de mi formación profesional.

Y a todos los amigos que formaron parte de mi vida y aportaron de alguna manera en el desarrollo de este presente trabajo.

Br. Edsson Frank Medina Vigoria

## PRESENTACIÓN

Señor.

Decano de la facultad de Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Informática y mecánica

Con el propósito de optar al título de ingeniero electricista, así mismo, cumpliendo los requerimientos del reglamento de grados y títulos vigentes, presento la siguiente tesis de investigación:

**“METODOLOGÍA INDIRECTA DE LYAPUNOV ASISTIDA POR EL SOFTWARE MATLAB PARA ANALIZAR Y CONTROLAR LAS OSCILACIONES ELECTROMECÁNICAS EN EL SISTEMA ELÉCTRICO DE MACHUPICCHU - CACHIMAYO”.**

La tesis mencionada es presentada con el fin de aportar una metodología matemática, la cual, será aplicada al software Matlab con el propósito de poder analizar y controlar las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo.

Br. Edsson Frank Medina Vigoria

## RESUMEN

La presente tesis se presenta a partir de la problemática que posee el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo con la estabilidad en pequeña señal, la cual, deriva a problemas como las oscilaciones electromecánicas y son producidas por la variación de una carga eléctrica de considerable magnitud que es de 24 Mw y es perteneciente a la empresa Industrias Cachimayo S.A.

Dichas oscilaciones generan inestabilidad en el sistema eléctrico que si no son controladas a tiempo conllevan a problemas mayores como salida de grupos generación, salidas de líneas de transmisión, etc. y éstos a su vez, generan pérdidas económicas.

Para un efectivo control sobre las Oscilaciones electromecánicas, el método indirecto de Lyapunov desarrolla un completo análisis de estabilidad en pequeña señal y a su vez brinda una posible solución que será implementada en el sistema eléctrico para un control de dichas oscilaciones.

Este estudio contempla la aplicación del teorema indirecto de Lyapunov sobre el sistema eléctrico Machupicchu – Cachimayo, donde, se desarrolla un completo análisis de las oscilaciones electromecánicas en dicho sistema con la finalidad de reducir las contingencias vinculadas con estos problemas y de la misma forma evitar mayores pérdidas económicas.

El presente trabajo, está estructurado en cinco capítulos de la siguiente manera:

Primer capítulo denominado aspectos generales, en ella se describe el ámbito geográfico, problema de investigación, objetivos, hipótesis, justificación del problema y la metodología.

Segundo capítulo denominado marco teórico, en ella se encuentran los antecedentes de investigación, definición de la máquina síncrona, estabilidad de los sistemas eléctricos de potencia y cargas eléctricas.

Tercer capítulo denominado análisis de estabilidad interna de sistemas no lineales, contiene la estabilidad en el sentido de Lyapunov, análisis modal de un SER mediante el método indirecto de Lyapunov y respuesta en el dominio del tiempo.

Cuarto capítulo denominado análisis de estabilidad en pequeña señal mediante el método indirecto de Lyapunov, contiene el modelo clásico del SEP, introducción de la carga eléctrica al SEP conectado a una barra infinita, introducción de estabilizador de potencia (PSS) al SEP conectado a una barra infinita y forma de oscilaciones en función al amortiguamiento.

Quinto capítulo denominado aplicación numérica del análisis de estabilidad en pequeña señal en el sistema eléctrico de Machupicchu- Cachimayo, resultados, conclusiones y recomendaciones.

**Palabras claves:** Oscilaciones Electromecánicas, Metodología indirecta de Lyapunov, Software de Matlab, Tiempo.

## **ABSTRACT**

This thesis is presented based on the problems that the electrical system of Machupicchu - Cachimayo has with the stability in a small signal, which leads to problems such as electromechanical oscillations and are produced by the variation of an electrical charge of considerable magnitude that It is 24 Mw and belongs to Industrias Cachimayo SA

These oscillations generate instability in the electrical system that if not controlled in time lead to major problems such as output of generation groups, outputs of transmission lines, etc. and these in turn, generate economic losses.

For effective control over electromechanical oscillations, Lyapunov's indirect theorem develops a complete analysis of stability in a small signal and in turn provides effective control over these oscillations.

This study contemplates the application of Lyapunov's indirect theorem on the Machupicchu - Cachimayo electrical system, where a complete analysis of the electromechanical oscillations in said system is developed in order to reduce the contingencies related to these problems and in the same way avoid further economic losses.

The present work is structured in five chapters as follows:

First chapter called general aspects, it describes the geographical scope, research problem, objectives, hypotheses, justification of the problem and methodology.

Second chapter called the theoretical framework, it contains the research background, definition of the synchronous machine, stability of the electrical power systems and electrical charges.

Third chapter called internal stability analysis of non-linear systems, contains stability in the sense of Lyapunov, modal analysis of a SER through the indirect method of Lyapunov and response in the time domain.

Fourth chapter called stability analysis in small signal using the indirect method of Lyapunov, contains the classic model of the SEP, introduction of the electric charge to

the SEP connected to an infinite bar, introduction of power stabilizer (PSS) to the SEP connected to a bar infinite and oscillation form depending on the damping.

Fifth chapter called numerical application of stability analysis in small signal in the electrical system of Machupicchu-Cachimayo, results, conclusions and recommendations.

**Keywords:** Electromechanical Oscillations, Indirect Methodology of Lyapunov, Matlab Software, Time.



## GLOSARIO

|                   |  |
|-------------------|--|
| <b>SEP</b>        | Sistema eléctrico de potencia  |
| <b>NTCSE</b>      | Norma técnica de calidad de suministro eléctrico                     |
| <b>OSINERGMIN</b> | Organismo supervisor de la inversión en energía y minería            |
| <b>COES</b>       | Comité de operaciones económicas del sistema interconectado nacional |
| <b>PSS</b>        | Power System Stabilizer  |
| <b>EGEMSA</b>     | Empresa de Generación Eléctrica de Machupicchu S.A                   |
| <b>SEIN</b>       | Sistema eléctrico interconectado nacional                            |
| <b>INCASA</b>     | Industrias Cachimayo S.A.  |
| <b>C.H.</b>       | Central Hidroeléctrica   |
| <b>S.E.</b>       | Subestación Eléctrica  |
| <b>USD</b>        | Dólar Americano  |
| <b>Kv</b>         | Kilovoltios  |
| <b>Mw</b>         | Mega watts   |
| <b>Hz</b>         | Hertz  |
| <b>Rpm</b>        | Revoluciones por minuto  |
| <b>P.U.</b>       | Valores por unidad   |
| <b>N</b>          | Newton   |
| <b>m</b>          | metro  |
| <b>D</b>          | Dominio  |
| <b>Rad</b>        | radianes   |
| <b>Seg</b>        | segundos   |

## ÍNDICE

|   | Pág.     |
|---|----------|
| Dedicatoria   | ii       |
| Agradecimiento  | iii      |
| Presentación  | iv       |
| Resumen   | v        |
| Abstract  | vii      |
| Glosario  | ix       |
| Índice  | x        |
| Índice de tablas                                      | xiii     |
| Índice de ilustraciones                               | xiv      |
| Índice de anexos                                      | xx       |
| Introducción  | 1        |
| <b>CAPÍTULO I: ASPECTOS GENERALES</b>                 | <b>3</b> |
| 1.1 ÁMBITO GEOGRÁFICO                                 | 3        |
| 1.1.1 Ubicación geográfica                            | 3        |
| 1.2 PROBLEMA  | 6        |
| 1.2.1 Descripción del problema                        | 6        |
| 1.3 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA                          | 14       |
| 1.3.1 Problema general                                | 14       |
| 1.3.2 Problemas específicos                           | 14       |
| 1.4 OBJETIVOS   | 14       |
| 1.4.1 Objetivo general                                | 14       |
| 1.4.2 Objetivos específicos                           | 15       |
| 1.5 HIPÓTESIS   | 15       |
| 1.5.1 Hipótesis general                               | 15       |
| 1.5.2 Hipótesis específicas                           | 15       |
| 1.6 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA                        | 15       |
| 1.6.1 Resarcimiento 2019 – I correspondiente a EGEMSA | 17       |

|   | Pág.      |
|---|-----------|
| 1.6.2 Análisis de la norma técnica de calidad de suministro eléctrico de EGEMSA - INCASA            | 18        |
| 1.7 METODOLOGÍA   | 19        |
| 1.7.1 Variables e Indicadores   | 19        |
| <b>CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO</b>   | <b>24</b> |
| 2.1 ANTECEDENTES  | 24        |
| 2.2 MÁQUINA SÍNCRONA  | 28        |
| 2.2.1 Torque Electromagnético y Mecánico  | 31        |
| 2.2.2 Ángulo de potencia de la máquina síncrona   | 32        |
| 2.2.2.1 Analogía mecánica del funcionamiento del ángulo de potencia conectado a una barra infinita. | 33        |
| 2.3 RÉGIMEN PERMANENTE DE LA MÁQUINA SÍNCRONA   | 36        |
| 2.3.1 Conexión de la máquina síncrona a un sistema eléctrico representado por una barra infinita    | 38        |
| 2.4 ESTABILIDAD EN LOS SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA  | 41        |
| 2.4.1 Estabilidad de voltaje  | 43        |
| 2.4.2 Estabilidad de frecuencia   | 44        |
| 2.4.3 Estabilidad del ángulo de potencia  | 44        |
| 2.4.4 Oscilaciones electromecánicas en la estabilidad de pequeña señal                              | 47        |
| 2.4.5 Naturaleza de las Oscilaciones electromecánicas   | 51        |
| 2.5 CARGAS ELÉCTRICAS   | 59        |
| 2.5.1 Desconexión de las cargas eléctricas por baja frecuencia                                      | 59        |
| <b>CAPÍTULO III: ANÁLISIS DE ESTABILIDAD INTERNA DE SISTEMAS NO LINEALES</b>                        | <b>68</b> |
| 3.1 Generalidades   | 68        |
| 3.2 ESTABILIDAD   | 68        |
| 3.2.1 Comparación de la estabilidad según Lyapunov con el lugar geométrico de las raíces            | 71        |

|       | Pág.   |     |
|-------|--|-----|
| 3.2.2 | Análisis de estabilidad en los sistemas no lineales mediante la linealización aproximada de los puntos de equilibrio                   | 72  |
| 3.3   | <b>ANÁLISIS MODAL DE UN SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA MEDIANTE EL MÉTODO INDIRECTO DE LYAPUNOV</b>                                     | 73  |
| 3.3.1 | Ecuaciones de estado   | 73  |
| 3.3.2 | Aproximación lineal de las ecuaciones de estado  | 76  |
| 3.2.3 | Propiedades de la Matriz de Estado   | 78  |
| 3.2.4 | Eigenvalores   | 80  |
| 3.3   | <b>RESPUESTA EN EL DOMINIO DEL TIEMPO</b>  | 82  |
| 3.3.1 | Sistema de primer orden  | 82  |
| 3.3.2 | Sistema de segundo orden   | 83  |
|       | <b>CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE ESTABILIDAD EN PEQUEÑA SEÑAL MEDIANTE EL MÉTODO INDIRECTO DE LYAPUNOV</b>                                  | 95  |
| 4.1   | Generalidades  | 95  |
| 4.2   | Modelo clásico del SEP   | 95  |
| 4.3   | Introducción de la carga eléctrica al sistema eléctrico de potencia conectado a una barra infinita                                     | 100 |
| 4.4   | Introducción del estabilizador de potencia (pss) al sep conectado a una barra infinita   | 102 |
| 4.5   | Forma de las oscilaciones en función al amortiguamiento  | 102 |
|       | <b>CAPÍTULO V: APLICACIÓN NUMÉRICA DEL ANÁLISIS DE ESTABILIDAD EN PEQUEÑA SEÑAL EN EL SISTEMA ELÉCTRICO DE MACHUPICCHU - CACHIMAYO</b> | 107 |
| 5.1   | GENERALIDADES  | 107 |
| 5.2   | ANÁLISIS DE ESTABILIDAD EN PEQUEÑA SEÑAL CON LOS VALORES REALES DEL SISTEMA ELÉCTRICO MACHUPICCHU-CACHIMAYO                            | 107 |

|   | Pág. |
|---|------|
| 5.3 ESCENARIOS DE RESPUESTAS DEL SISTEMA ELÉCTRICO<br>MACHUPICCHU-CACHIMAYO CUANDO SUFRE VARIACIONES EN<br>SU FACTOR DE AMORTIGUAMIENTO | 115  |
| CONCLUSIONES  | 140  |
| RECOMENDACIONES   | 142  |
| BIBLIOGRAFÍA  | 143  |
| ANEXOS  | 146  |

## ÍNDICE DE TABLAS

|          |   | Pág. |
|----------|---|------|
| Tabla 1  | Contingencias en el SEIN por oscilaciones electromecánicas  | 7    |
| Tabla 2  | Contingencias en el SEIN por oscilaciones electromecánicas en el Sistema Eléctrico Machupicchu – Cachimayo  | 11   |
| Tabla 3  | Resarcimiento total de Egemsa por puntos de entrega y rechazo de carga en el primer semestre  | 18   |
| Tabla 4  | Punto de suministro y potencias suministradas contratadas por EGEMSA a INCASA   | 19   |
| Tabla 5  | Parámetros eléctricos permitidos por la NTCSE para el suministro de EGEMSA a INCASA   | 19   |
| Tabla 6  | Resarcimiento correspondiente a INCASA por parte de EGEMSA en el periodo del primer semestre  | 19   |
| Tabla 7  | Parámetros de la máquina síncrona de la C.H. de Machupicchu.  | 107  |
| Tabla 8  | Parámetros de la línea de transmisión Machupicchu - Cachimayo (L-1001).   | 107  |
| Tabla 9  | Valores reales de los eigenvalores y la tasa de amortiguamiento del sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo cuando el amortiguamiento del sistema es negativo. | 115  |
| Tabla 10 | Valores reales de los eigenvalores y la tasa de amortiguamiento del sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo cuando el amortiguamiento del sistema es nulo      | 123  |
| Tabla 11 | Valores reales de los eigenvalores y la tasa de amortiguamiento del sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo cuando el amortiguamiento del sistema es positivo  | 131  |

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

|                |  | Pág. |
|----------------|--|------|
| Ilustración 1  | Mapa geográfico de la región Cusco   | 4    |
| Ilustración 2  | Ubicación geográfica del sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo.   | 4    |
| Ilustración 3  | Sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo   | 5    |
| Ilustración 4  | Oscilografía de la salida del servicio de Chimbote - Paramonga debido a oscilaciones electromecánicas                        | 8    |
| Ilustración 5  | Oscilografía de la desconexión de la línea L-2275 (La Ramada – Cajamarca Norte) de 220 Kv                                    | 8    |
| Ilustración 6  | Oscilografía de la desconexión de la línea de transmisión L-6652 (S.E. Guadalupe y S.E. Cementos Pacasmayo) de 60kv          | 9    |
| Ilustración 7  | Oscilografía de la avería del cable de energía del interruptor IN-A020 de llegada en la línea - 1116 de la S.E. Santa - 2017 | 10   |
| Ilustración 8  | Oscilografía de la avería del cable de energía del interruptor IN-A020 de llegada en la línea - 1116 de la S.E. Santa - 2017 | 11   |
| Ilustración 9  | Salida intempestiva de los grupos de generación N°2 y 3 de la C.H. de Machupicchu ante oscilaciones Electromecánicas         | 12   |
| Ilustración 10 | Consumo de Potencia Eléctrica INCASA 2018  | 13   |
| Ilustración 11 | Oscilografía de la salida de carga de INCASA por mínima frecuencia   | 13   |
| Ilustración 12 | Esquema de una máquina síncrona de polos salientes trifásica   | 28   |

|                |  | Pág. |
|----------------|--|------|
| Ilustración 13 | Diagrama simplificado de una máquina síncrona trifásica con un par de polos con los ejes directo y de cuadratura | 29   |
| Ilustración 14 | Representación clásica de la máquina síncrona  | 30   |
| Ilustración 15 | Diagrama fasorial de un generador síncrono con factor de potencia inductivo                                      | 31   |
| Ilustración 16 | Representación de las potencias y torques de la máquina síncrona   | 32   |
| Ilustración 17 | Variación en el ángulo de potencia de un una máquina síncrona  | 33   |
| Ilustración 18 | Ángulo de potencia desbalanceado $E_q > V_e$   | 34   |
| Ilustración 19 | Representación del ángulo de potencia en aceleración ( $\delta > 0$ )  | 34   |
| Ilustración 20 | Angulo de potencia balanceado $E_q = V_e$  | 35   |
| Ilustración 21 | Representación del ángulo de potencia en equilibrio ( $\delta = 0$ )   | 35   |
| Ilustración 22 | Ángulo de potencia balanceado $E_q < V_e$  | 35   |
| Ilustración 23 | Representación del Ángulo de potencia en desaceleración ( $\delta < 0$ )   | 36   |
| Ilustración 24 | Representación de un SEP conectado a una barra infinita  | 38   |
| Ilustración 25 | Diagrama fasorial de un generador síncrono.  | 39   |
| Ilustración 26 | Curva potencia - ángulo de un generador síncrona   | 40   |
| Ilustración 27 | Representación del nuevo valor del ángulo de una máquina síncrona.   | 41   |



|                |   | Pág. |
|----------------|---|------|
| Ilustración 28 | Clasificación de los diferentes tipos de estabilidad en los SEP               | 43   |
| Ilustración 29 | Clasificación de la estabilidad en pequeña señal                              | 45   |
| Ilustración 30 | Gráficas de Inestabilidad no oscilatoria                                      | 46   |
| Ilustración 31 | Gráficas de Inestabilidad oscilatoria   | 47   |
| Ilustración 32 | Modo local de oscilación  | 48   |
| Ilustración 33 | Modo inter-área   | 49   |
| Ilustración 34 | Modo inter-planta   | 49   |
| Ilustración 35 | Modo Torsional  | 50   |
| Ilustración 36 | Desarrollo de Oscilaciones Electromecánicas                                   | 51   |
| Ilustración 37 | Representación de modo local de un SEP conectada a una barra infinita         | 51   |
| Ilustración 38 | Sistema masa – resorte  | 52   |
| Ilustración 39 | Sistema Eléctrico de potencia comprado con el sistema masa – resorte          | 53   |
| Ilustración 40 | Curva potencia - ángulo de una máquina síncrona de polos salientes            | 58   |
| Ilustración 41 | Diagrama de bloques de un PSS   | 66   |
| Ilustración 42 | Puntos de equilibrio estables en $x(0)$                                       | 70   |
| Ilustración 43 | Puntos de equilibrio inestables en $x(0)$                                     | 71   |
| Ilustración 44 | Puntos de equilibrio asintóticamente estables en $x(0)$                       | 71   |
| Ilustración 45 | Raíces geométricas estables   | 72   |
| Ilustración 46 | Variación de $x$ mediante la trayectoria de fase en el espacio tridimensional | 74   |

|                |  | Pág. |
|----------------|--|------|
| Ilustración 47 | Representación de bloques de un diagrama de un sistema en espacio – estado   | 80   |
| Ilustración 48 | Respuesta al escalón unitario de un sistema de primer orden  | 83   |
| Ilustración 49 | Prototipo de un sistema de control de segundo orden  | 84   |
| Ilustración 50 | Plano complejo de una respuesta subamortiguada a un escalón unitario   | 90   |
| Ilustración 51 | Comportamiento de una respuesta subamortiguada a un escalón unitario de segundo orden con respecto al tiempo             | 91   |
| Ilustración 52 | Plano complejo de las respuestas de amortiguamiento crítico a un escalón unitario  | 92   |
| Ilustración 53 | Comportamiento de una respuesta de amortiguamiento crítico a un escalón unitario de segundo orden con respecto al tiempo | 92   |
| Ilustración 54 | Plano complejo de la respuesta de sobre amortiguamiento a un escalón unitario  | 93   |
| Ilustración 55 | Comportamiento de una respuesta de sobreamortiguamiento a un escalón unitario de segundo orden con respecto al tiempo    | 93   |
| Ilustración 56 | Plano complejo de la respuesta oscilatoria a un escalón unitario   | 94   |
| Ilustración 57 | Comportamiento de una respuesta oscilatoria a un escalón unitario de segundo orden con respecto al tiempo                | 94   |
| Ilustración 58 | Representación SEP conectada a una barra infinita  | 95   |
| Ilustración 59 | Representación clásica de un SEP   | 96   |

|                |  | Pág. |
|----------------|--|------|
| Ilustración 60 | Diagrama fasorial del SEP conectada a una barra infinita   | 96   |
| Ilustración 61 | Diagrama de bloques SEP conectada a una barra infinita   | 98   |
| Ilustración 62 | Modelo clásico de una carga conectada a un SEP conectada a una barra infinita  | 100  |
| Ilustración 63 | Diagrama de bloques de un SEP conectado a una barra infinita sin el efecto de amortiguamiento de la carga eléctrica                        | 101  |
| Ilustración 64 | Diagrama de bloques de un SEP conectado a una barra infinita afectado por el efecto de amortiguamiento de una carga eléctrica              | 101  |
| Ilustración 65 | Diagrama de bloques simplificado de un SEP conectado a una barra infinita afectado por el efecto de amortiguamiento de una carga eléctrica | 101  |
| Ilustración 66 | Diagrama de bloques simplificado con la introducción del PSS de un SEP conectado a una barra infinita                                      | 102  |
| Ilustración 67 | Oscilación amortiguada con el tiempo   | 103  |
| Ilustración 68 | Aceleración del rotor sin amortiguamiento  | 104  |
| Ilustración 69 | Oscilación no amortiguada con el tiempo  | 104  |
| Ilustración 70 | Oscilación con inestabilidad en el tiempo  | 105  |
| Ilustración 71 | Flujo grama de estabilidad de un sistema eléctrico de potencia en pequeña señal.   | 106  |
| Ilustración 72 | Representación clásica del sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo  | 108  |
| Ilustración 73 | Mapa de calor de los puntos de equilibrio del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo  | 110  |

|                | Pág.   |     |
|----------------|--|-----|
| Ilustración 74 | Curva potencia - ángulo de la máquina síncrona de la C.H. Machupicchu  | 111 |
| Ilustración 75 | Curva potencia - ángulo de la máquina síncrona de la C.H. Machupicchu con el coeficiente sincronizante       | 112 |
| Ilustración 76 | Diagrama de bloques del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo sin PSS                                    | 115 |
| Ilustración 77 | Respuesta oscilatoria del ángulo de potencia cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es negativo     | 116 |
| Ilustración 78 | Respuesta oscilatoria de la potencia eléctrica cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es negativo.  | 117 |
| Ilustración 79 | Respuesta oscilatoria del torque amortiguante cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es negativo.   | 118 |
| Ilustración 80 | Lugar de las raíces geométricas cuando el factor de amortiguamiento es negativo.                             | 118 |
| Ilustración 81 | Diagrama de bloques del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo con PSS.                                   | 119 |
| Ilustración 82 | Respuesta amortiguada del ángulo de potencia cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es negativo.    | 120 |
| Ilustración 83 | Respuesta amortiguada de la potencia eléctrica cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es negativo   | 121 |
| Ilustración 84 | Respuesta amortiguada del torque amortiguante cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es negativo.   | 122 |
| Ilustración 85 | Lugar de las raíces geométricas cuando el amortiguamiento es negativo.                                       | 123 |
| Ilustración 86 | Diagrama de bloques del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo sin PSS cuando el amortiguamiento es nulo. | 124 |

|                |  | Pág. |
|----------------|--|------|
| Ilustración 87 | Respuesta oscilatoria del ángulo de potencia cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es nulo.                | 125  |
| Ilustración 88 | Respuesta oscilatoria de la potencia eléctrica cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es nulo.              | 125  |
| Ilustración 89 | Respuesta del torque amortiguante cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es nulo.                           | 126  |
| Ilustración 90 | Lugar de las raíces geométricas cuando el amortiguamiento es nulo.   | 127  |
| Ilustración 91 | Diagrama de bloques del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo con PSS cuando el amortiguamiento es nulo.         | 128  |
| Ilustración 92 | Respuesta amortiguada parcialmente cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es nulo.                          | 128  |
| Ilustración 93 | Respuesta Amortiguada parcialmente de la potencia eléctrica cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es nulo. | 129  |
| Ilustración 94 | Respuesta del torque amortiguando cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es nulo.                           | 130  |
| Ilustración 95 | Lugar de las raíces geométricas cuando el amortiguamiento es nulo.   | 130  |
| Ilustración 96 | Diagrama de bloques del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo sin PSS cuando el amortiguamiento es positivo.     | 132  |
| Ilustración 97 | Respuesta amortiguada del ángulo de potencia de la máquina síncrona cuando el amortiguamiento es positivo.           | 133  |
| Ilustración 98 | Respuesta amortiguada de la potencia eléctrica cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es positivo.          | 134  |
| Ilustración 99 | Lugar de las raíces geométricas cuando el amortiguamiento del sistema es positivo.                                   | 135  |

|                 |  |     |
|-----------------|--|-----|
| Ilustración 100 | Diagrama de bloques del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo con PSS cuando el amortiguamiento es positivo.   | 136 |
| Ilustración 101 | Respuesta sobre amortiguada cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es positivo.                         | 136 |
| Ilustración 102 | Respuesta sobreamortiguada de la potencia eléctrica cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es positivo. | 137 |
| Ilustración 103 | Respuesta sobreamortiguada del torque amortiguante cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es positivo.  | 138 |
| Ilustración 104 | Lugar de las raíces geométricas cuando el amortiguamiento es positivo.   | 138 |

## INDICE DE ANEXOS

|          | Pág.  |     |
|----------|---|-----|
| Anexo 1  | Esquema Unifilar de S. E. Machupicchu 138 kv  | 147 |
| Anexo 2  | Plano del transformador de potencia de 138 Kv de la S.E. Machupicchu                  | 148 |
| Anexo 3  | Diagrama Unifilar de la línea de transmisión eléctrica 1001 (Machupicchu - Cachimayo) | 149 |
| Anexo 4  | Diagrama Unifilar de la S.E. de Cachimayo   | 150 |
| Anexo 5  | Diagrama Unifilar de la empresa INCASA  | 151 |
| Anexo 6  | Código de Matlab del análisis de estabilidad en pequeña señal                         | 152 |
| Anexo 7  | Código de Matlab de variación de frecuencia   | 155 |
| Anexo 8  | Código de Matlab de mapa de calor de puntos de equilibrio                             | 156 |
| Anexo 9  | Evaluación de la NTCSE en tensión por parte de EGEMSA a la empresa INCASA             | 157 |
| Anexo 10 | Evaluación de la NTCSE en armónicos por parte de EGEMSA a la empresa INCASA           | 158 |
| Anexo 11 | Evaluación de la NTCSE en Flickers por parte de EGEMSA a la empresa INCA              | 159 |

## INTRODUCCIÓN

El análisis de estabilidad en los sistemas eléctricos de potencia (SEP) es uno de los estudios más importantes y redundantes de la Ingeniería Eléctrica, por lo que, se involucran varios factores: desde el diseño de la central de generación, las redes de transmisión, unidades de control y protección; por lo tanto, mantener el sincronismo en los diferentes puntos de operación del sistema, en su actividad de condiciones normales, ha sido todo un reto desde la expansión de redes de transmisión eléctrica, lo cual requiere un incremento en la potencia eléctrica para generar un trabajo eficiente; lo que obligó a que se desarrollaran nuevas centrales de generación eléctrica.

Es de conocimiento que, en los SEP se presentan continuos problemas, los cuales varían de acuerdo a su severidad y naturaleza, sin embargo, la mayoría de estos vienen a ser alteraciones o perturbaciones de pequeña magnitud, por ejemplo: las fluctuaciones suscitadas en la potencia generada por las máquinas síncronas en respuesta a la potencia requerida por el sistema, estas, a su vez originan pequeñas perturbaciones llamadas oscilaciones electromecánicas (Llamadas también oscilaciones de potencia, que, vienen a ser resonancias que se identifican como oscilaciones de baja frecuencia y amortiguamiento que fluctúan entre sí) que en su accionar se involucran las masas rodantes de los generadores.

Las oscilaciones electromecánicas normalmente decrecen con el tiempo, pero en ciertas circunstancias llegan a persistir o a incrementar su magnitud ocasionando varios problemas en los SEP como: la salida intempestiva de los grupos de generación, la activación de los sistemas de protección, salida de las líneas de transmisión, limitación en las potencias transferidas, etc.

El presente trabajo de investigación pretende desarrollar una metodología matemática, que, permitirá analizar y controlar las oscilaciones electromecánicas con la finalidad de poder mejorar el comportamiento dinámico (El cual se refiere a la forma en que actúan los SEP ante las variaciones bruscas de voltaje y carga) a través de una interfaz de programación visual desarrollada en el software Matlab (el cual al poseer una programación abierta permite poder simular el comportamiento de las oscilaciones electromecánicas)



Para desarrollar el trabajo de investigación, se necesita el apoyo de un software computacional que permita plantear y obtener el cálculo, así como los gráficos de las oscilaciones electromecánicas en un tiempo breve, que permitirá analizar dichas oscilaciones en el sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo de una manera más versátil; por lo que, la investigación se constituye en una alternativa para mejorar de manera eficiente el comportamiento dinámico de este sistema.

# CAPÍTULO I: ASPECTOS GENERALES

## 1.1 Ámbito geográfico

Para el desarrollo del estudio de investigación, el ámbito geográfico se ubica en el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo (Ilustración 3), los cuales, pertenecen a la Empresa de Generación Eléctrica Machupicchu S.A. (EGEMSA) dicha central suministra el 2.5% de la energía eléctrica al Sistema Eléctrico Interconectado Nacional (SEIN) este sistema a su vez presenta las siguientes características técnicas:

- Posee cuatro grupos de generación distribuidas en dos etapas: la primera formada por tres turbinas Pelton de 30.0 MW cada una, generando un total del 90 MW y la segunda etapa formada por una turbina Francis de 102 MW. (Empresa de Genración Electrica Machupicchu. S. A. , 2019)
- La línea de transmisión 1001 (Machupicchu – Cachimayo) está comprendida por una longitud de 76.80 km, posee una impedancia de 22,96 Ohm, un ángulo de línea  $71,80^\circ$  y transmite un voltaje de 138 Kv con una potencia de 7 MVA. (Empresa de Genración Electrica Machupicchu. S. A. , 2019)
- La subestación eléctrica de Cachimayo recibe de la línea de transmisión 1001 (L – 1001) una cantidad de voltaje de 138 Kv, el cual, es distribuido a una carga de 24 MW perteneciente a Industrias Cachimayo S.A. que opera a una tensión de 138 Kv. (Empresa de Genración Electrica Machupicchu. S. A. , 2019)
- La carga eléctrica de 24 MW es una empresa considerada como cliente libre (Industrias Cachimayo S.A) que realiza sus actividades las 24 horas realizando un cambio de carga de acuerdo al contrato que posee con EGEMSA. (Empresa de Genración Electrica Machupicchu. S. A. , 2019)

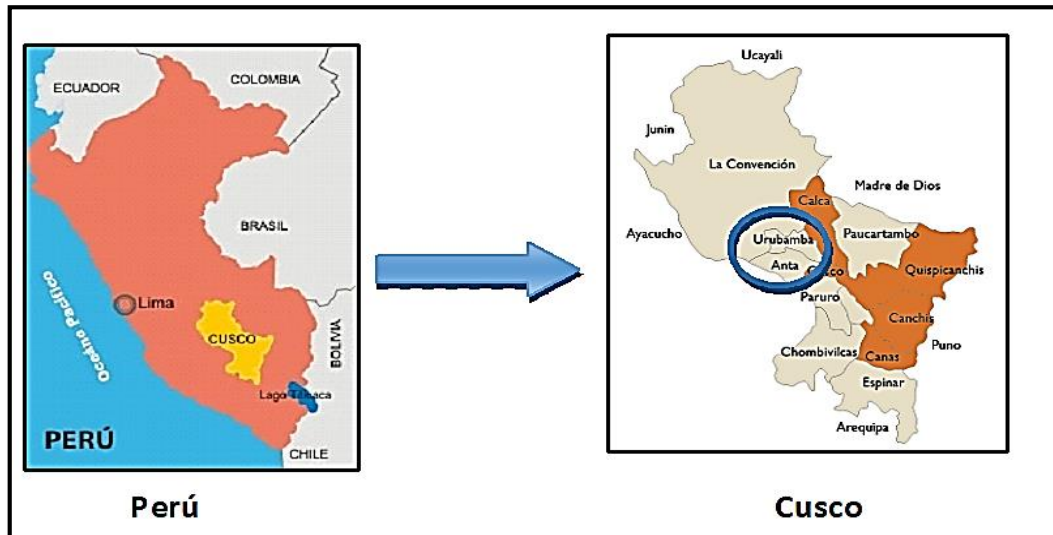
### 1.1.1 Ubicación geográfica

El sistema eléctrico Machupicchu – Cachimayo se ubica desde la Central Hidroeléctrica de Machupicchu ubicada en el kilómetro 123 de la línea férrea Machupicchu – Santa Teresa (entre los paralelos  $13^\circ 10' 29''$  de latitud sur y los meridianos  $72^\circ 33' 32''$  de longitud oeste) en la provincia de Urubamba hasta la Subestación eléctrica de Cachimayo ubicada en la Av. Huayna Ccapac (entre los paralelos  $13^\circ 28' 27.5''$  de latitud sur y los meridianos  $72^\circ 04' 16.7''$  de longitud

oeste) situada en el distrito de Cachimayo, dentro de la provincia de Anta de la región del Cusco. (Empresa de Generación Eléctrica Machupicchu. S. A. , 2019)

En la ilustración 1 se muestra el mapa geográfico de la región Cusco, donde se ubica el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo.

**Ilustración 1: Mapa geográfico de la región Cusco**



Fuente: EGEMSA

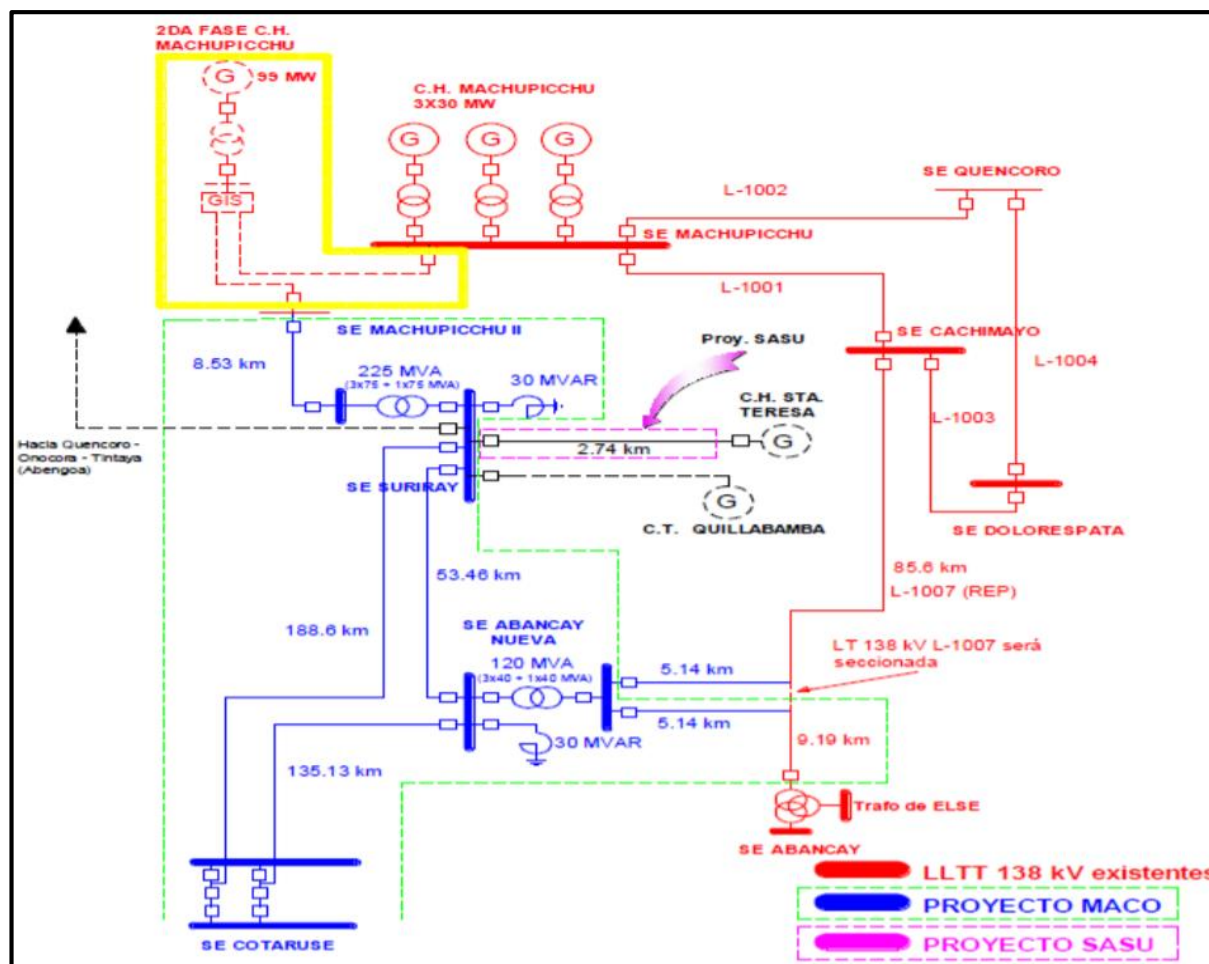
La ubicación geográfica del sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo dentro de la región Cusco, se representa, en la ilustración 2.

**Ilustración 2: Ubicación geográfica del sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo.**



Fuente: Osinergmin

**Ilustración 3: Sistema eléctrico interconectado Peruano parte Sur**



Fuente: Osinergmin

## **1.2 Problema**

### **1.2.1 Descripción del problema**

En la actualidad el sistema eléctrico peruano se encuentra en crecimiento, el cual, posee sistemas de condición enmallada (Sistema eléctrico que posee más de un camino simultáneo para el flujo de potencia, parte desde una subestación y se distribuye en forma de ramas), los receptores se insertan entre los transformadores. La ventaja principal es que ante una avería de un transformador el usuario seguirá recibiendo alimentación eléctrica desde otro transformador, es decir garantiza mejor la continuidad del servicio) que pueden tener problemas en su estabilidad; entonces, si estas contingencias llegaran a generar oscilaciones electromecánicas que no son controladas adecuadamente, pueden producir un colapso en los sistemas eléctricos de potencia; por lo tanto, el correcto funcionamiento del SEP está asociado a su confiabilidad y seguridad de poder mantenerse en una región estable y óptima, que, es definida según sus variables eléctricas.

Las oscilaciones electromecánicas son generadas por diferentes causas: la primera, cuando el SEP está constituido por líneas de transmisión largas (mayores a 200 km) los cuales, tienden a presentar problemas con dichas oscilaciones por su longitud y a su vez, pueden tener una conexión débil entre los parámetros del SEP; así mismo, se presenta otra causa cuando se produce cambios en las condiciones operativas del SEP (Variaciones en la carga, voltaje y potencia, Sistemas sobrecargados, etc.) debido a que en su accionar se involucran el ángulo de potencia de las máquina síncronas y consecuentemente las variables de operación experimentan oscilaciones sostenidas (oscilaciones con amplitud constante)

El SEP del Perú tiende a presentar problemas con las oscilaciones electromecánicas (Tabla 1) así mismo, por su topología posee sistemas eléctricos que pueden sufrir variaciones en sus condiciones operativas.

El sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo perteneciente al SEIN-SUR es alimentado por la Central Hidroeléctrica de Machupicchu y se encuentra interconectada al resto del sistema mediante la línea de transmisión 1038 (L-1038), (Machupicchu – Suriray) en la parte de la barra de Machupicchu 138 Kv y mediante

la línea de transmisión 1001 (L-1001), (Machupicchu – Cachimayo) hasta llegar a la subestación eléctrica de Cachimayo de 138 kv, la cual, se interconecta con el resto del sistema mediante la línea de transmisión 1003 (L-1003) de 138 Kv (Cachimayo – Dolorespata) y 1007 (Cachimayo – Abancay) de 138 Kv, es susceptible a sufrir problemas en sus condiciones de operación (Tabla 2) debido a su topología enmallada, la cual, posee un suministro de una considerable magnitud 24 MW (Industrias Cachimayo Sociedad Anónima - INCASA) dicho suministro tiende a sufrir variaciones (Ilustración 4) que podrían ocasionar oscilaciones electromecánicas, y en un caso muy extremo, provocar el colapso (Es la pérdida del suministro de energía eléctrica en un área) del sistema.

Con la finalidad de poder evitar que el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo colapse, EGEMSA emplea software convencional de estabilidad para poder identificar las fuentes indeseables de oscilaciones; pero, estos a su vez requieren demasiado tiempo computacional, lo que exige utilizar varios minutos para analizar, comprender y controlar el fenómeno dinámico en su totalidad, así como el tiempo necesario para poder restablecer la estabilidad del sistema.

**Tabla 1: Contingencias en el SEIN por oscilaciones electromecánicas**

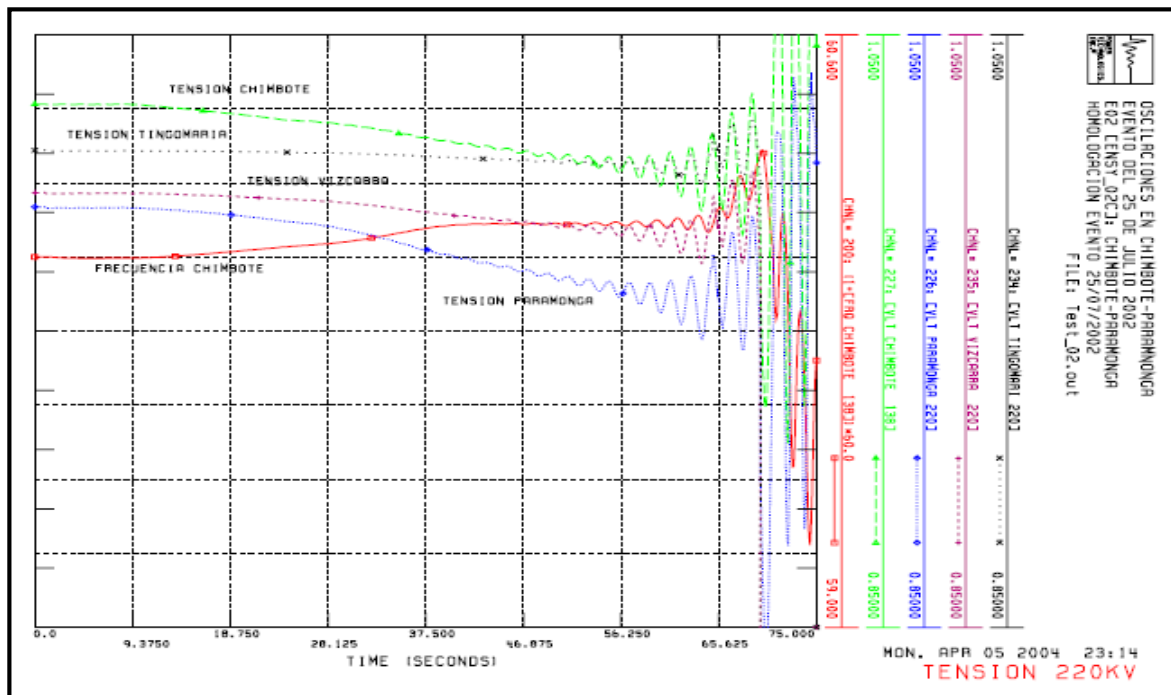
| Número | Descripción   |
|--------|---|
| 1      | Salida de servicio Chimbote – Paramonga (220 kV) - 2003   |
| 2      | Desconexión de la línea L-2275 (La Ramada – Cajamarca Norte) de 220 Kv - 2016.                          |
| 3      | Salida de la línea de transmisión L-6652 (Guadalupe – Pacasmayo) de 60 Kv – 2017.                       |
| 4      | Avería de terminación del cable de energía del interruptor IN-A020 de llegada L-1116 S.E. Santa – 2017. |
| 5      | Salida del grupo N° 01 y 02 de la Central Hidroeléctrica La Joya – 2018.                                |
| 6      | Salida de la línea 6645 de 60 kv (S.E. Guadalupe – S.E. Chepén) – 2018.                                 |

Fuente: COES

La descripción de la tabla 1, se muestra a través de las ilustraciones 4, 5, 6 y 7; donde se evidencia las contingencias en el SEIN por oscilaciones electromecánicas a lo largo de los años 2003-2019. A continuación mostramos:

- a) Oscilografías de las contingencias en el SEIN generadas por oscilaciones electromecánicas:

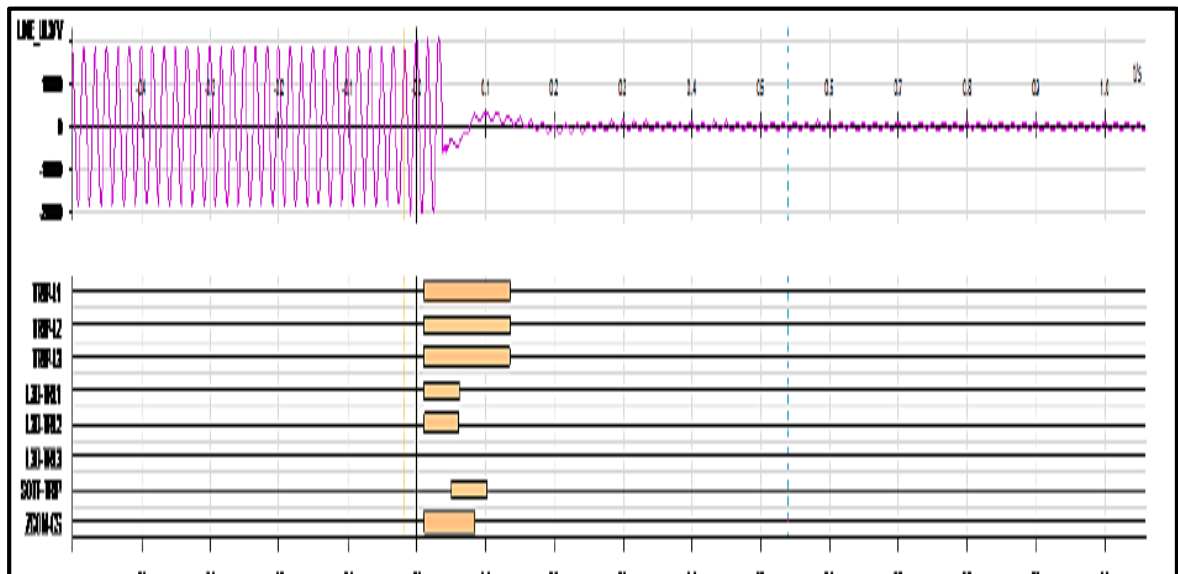
**Ilustración 4: Oscilografía de la salida del servicio de Chimbote - Paramonga debido a oscilaciones electromecánicas**



Fuente: COES, 2003

En la ilustración 4, se observa la Oscilografía de salida de servicio en la línea de transmisión Chimbote-Paramonga, en ella se evidencia el crecimiento de tensión y frecuencia del sistema eléctrico Chimbote-Paramonga de 220kv, conllevando a la falta de amortiguamiento del sistema que se vuelve incapaz de volver a su estado original y produciéndose oscilaciones electromecánicas que generan la salida del servicio eléctrico.

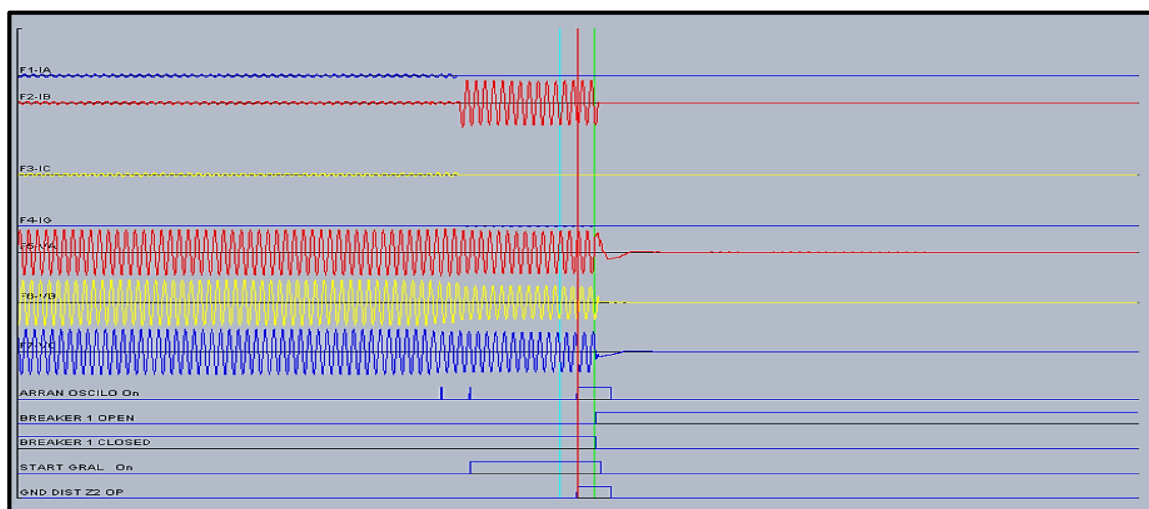
**Ilustración 5: Oscilografía de la desconexión de la línea L-2275 (La Ramada – Cajamarca Norte) de 220 Kv**



Fuente: COES, 2016

En la ilustración 5, se observa una sobretensión producido en la línea La Ramada-Cajamarca Norte de 220 kv, que conlleva a que actué los sistemas de protección del sistema eléctrico previniendo que los valores de frecuencia varíen más allá de los valores que permite el sincronismo.

**Ilustración 6: Oscilografía de la desconexión de la línea de transmisión L-6652 (S.E. Guadalupe y S.E. Cementos Pacasmayo) de 60kv**

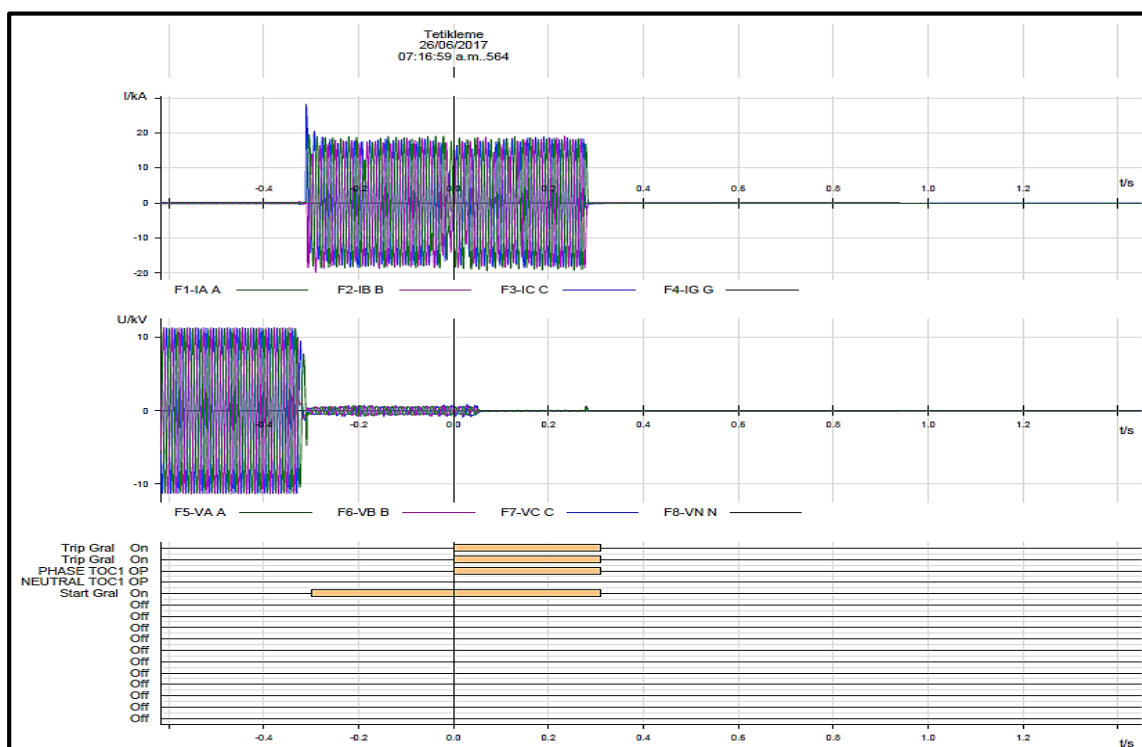


Fuente: COES, 2017.



La ilustración 6, muestra la sobre corriente en la fase B de la línea de trasmisión que va desde Guadalupe a Pacasmayo de 60 kv y genera la disminución de voltaje en la fase B produciendo la actuación de los sistemas de protección de la línea antes de que los valores de la frecuencia disminuyan y se produzca una contingencia mayor.

**Ilustración 7: Oscilografía de la avería del cable de energía del interruptor IN-A020 de llegada en la línea - 1116 de la S.E. Santa - 2017**



Fuente: COES, 2017

La ilustración 7 muestra la sobre corriente de todas las fases de la línea de transmisión de llegada (L-1116) de la S. E. Santa, que produce un decrecimiento considerable en la tensión de línea de transmisión, generando la avería del cable de energía del interruptor IN-A020 conllevando una inmediata actuación de los sistemas de protección.

**Tabla 2: Contingencias en el SEIN por oscilaciones electromecánicas en el Sistema Eléctrico Machupicchu – Cachimayo**

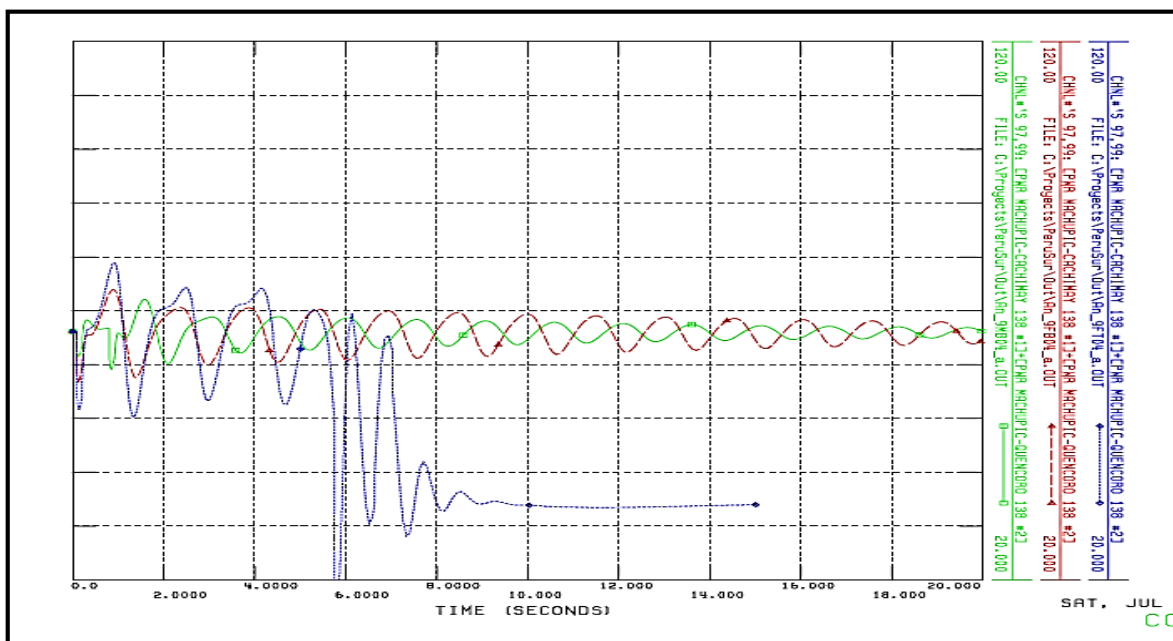
| Número | Descripción  |
|--------|--|
| 1      | Oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo – 2003.                                 |
| 2      | Salida intempestiva de los grupos de generación 2 y 3 de la CH de Machupicchu ante oscilaciones Electromecánicas – 2003. |
| 3      | Salida de la L 1001 produce la pérdida de carga de INCASA – 2018.  |
| 4      | Salida de la carga INCASA por mínima frecuencia – 2019.  |

Fuente: COES.

La descripción de la tabla 2, se muestra a través de las ilustraciones 8, 9, 10 y 11; donde se evidencia las contingencias en el sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo 2003-2018. A continuación mostramos:

- b) Oscilografías de las contingencias en sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo generadas por oscilaciones electromecánicas:

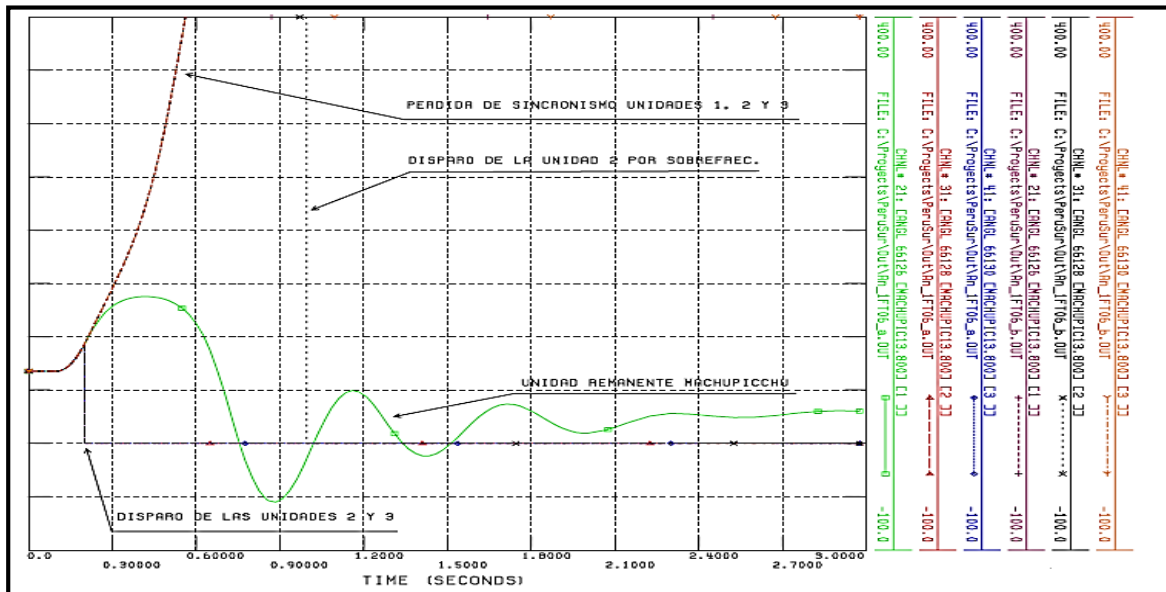
**Ilustración 8: Oscilografía de la salida del servicio del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo por oscilaciones electromecánicas**



Fuente COES, 2003.

La ilustración 8 evidencia la salida de servicio en la línea de transmisión Machupicchu-Cachimayo por oscilaciones electromecánicas debido a una falta de amortiguamiento del sistema eléctrico como se observa en la Oscilografía de color azul.

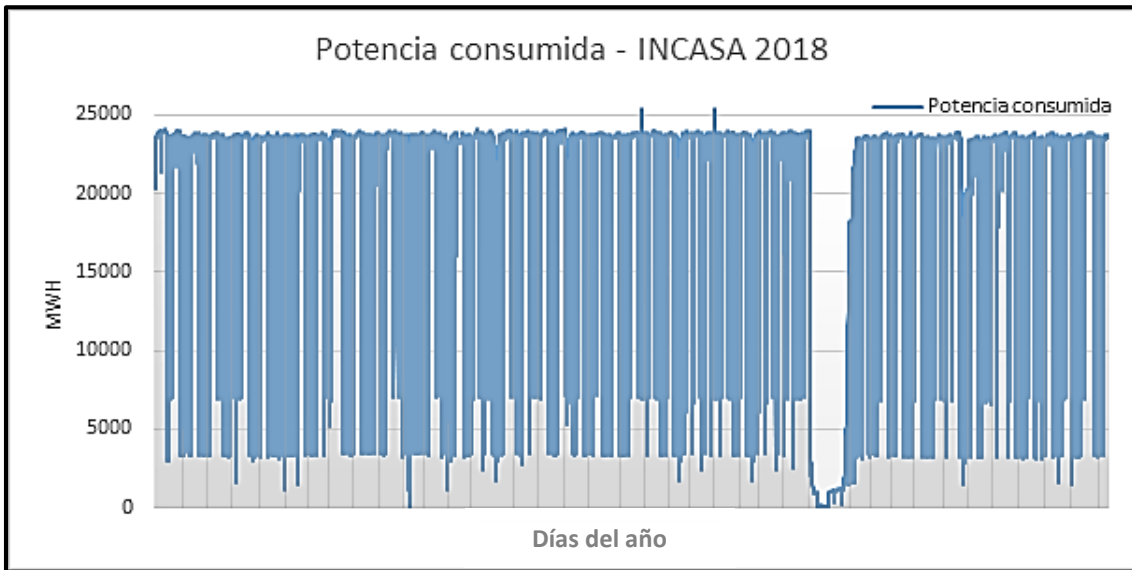
**Ilustración 9: Salida intempestiva de los grupos de generación N°2 y 3 de la C.H. de Machupicchu ante oscilaciones Electromecánicas**



Fuente: COES, 2003

La ilustración 9 muestra el efecto de las oscilaciones electromecánicas en los grupos de generación N° 1, 2 y 3 de la C. H. de Machupicchu que por falta de amortiguamiento en el sistema, dichos grupos de generación pierden sincronismo y a su vez el grupo de generación 2 sufre una sobre frecuencia, lo que conlleva a la actuación de los aparatos de protección.

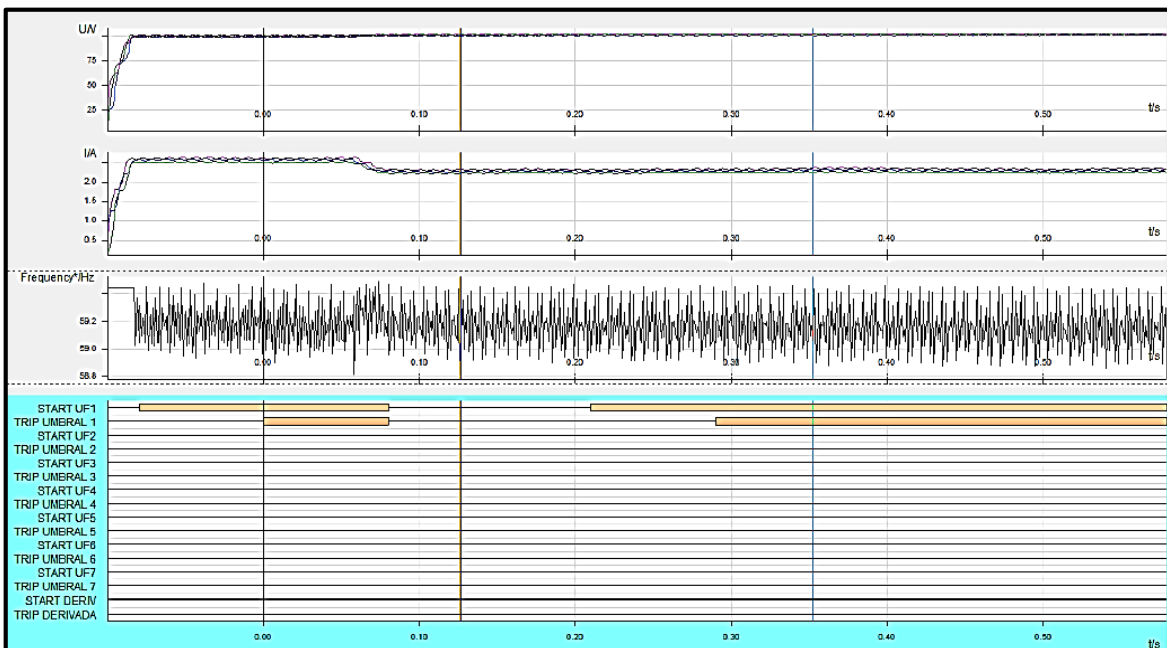
### **Ilustración 10: Consumo de Potencia Eléctrica INCASA 2018**



Fuente: EGEMSA, 2018

La ilustración 10 describe el consumo de potencia eléctrica por parte de la empresa INCASA en el año 2018, detallándose una pérdida de consumo de potencia eléctrica entre los días 265 y 268, a continuación se muestra la Oscilografía del tal evento (Ilustración 11)

### **Ilustración 11: Oscilografía de la salida de carga de INCASA por mínima frecuencia**



Fuente: COES, 2018

La ilustración 11, describe la salida de servicio de carga eléctrica de la empresa INCASA por un problema de mínima frecuencia (La frecuencia decae a valores menores que los permitidos para el sincronismo), por el sufrimiento de dicha perturbación los sistemas de protección de dicha empresa actúan para evitar el deterioro de las máquinas eléctricas, lo que conlleva a un sobre amortiguamiento del sistema.

### **1.3 Formulación del problema**

#### **1.3.1 Problema general**

¿De qué manera la metodología indirecta de Lyapunov asistida por el software Matlab puede analizar y controlar las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo?

#### **1.3.2 Problemas específicos**

- a) ¿De qué manera el uso del Software Matlab podrá simular y determinar el comportamiento de las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo?
- b) ¿De qué manera el método indirecto de Lyapunov puede optimizar el análisis de las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico Machupicchu -Cachimayo?
- c) ¿De qué manera el estabilizador de potencia (PSS) del software Matlab puede mejorar el análisis del comportamiento dinámico y ampliar los límites de estabilidad del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo?

### **1.4 Objetivos**

#### **1.4.1 Objetivo general**

Desarrollar la metodología indirecta de Lyapunov, el cual, será asistido por el software Matlab para poder analizar y controlar las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo.

### **1.4.2 Objetivos específicos**

- a) Usar el Simulink del software Matlab para para simular y determinar el comportamiento de las oscilaciones electromecánicas el sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo.
- b) Implementar el método indirecto de Lyapunov para optimizar el análisis de las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo.
- c) Modular la excitación del generador con el estabilizador de potencia (PSS) para ampliar los límites de estabilidad del sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo.

## **1.5 Hipótesis**

### **1.5.1 Hipótesis general**

La metodología indirecta de Lyapunov asistida por el software Matlab, puede ayudar a analizar y controlar de manera eficiente las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo.

### **1.5.2 Hipótesis específicas**

- a) Los diagramas que se implementen en el software de Matlab, podrán simular el comportamiento de las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo.
- b) El método indirecto de Lyapunov podrá optimizar el análisis de las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo.
- c) El estabilizador de potencia (PSS) del software Matlab, podrá ampliar los límites de estabilidad del sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo para mejorar de manera eficiente su comportamiento dinámico.

## **1.6 Justificación del problema**

El análisis y control de las oscilaciones electromecánicas en los SEP viene a ser de gran importancia, debido a la prioridad que poseen para mantener los sistemas estables, por lo que, es necesario implementar una metodología

matemática/computacional que facilite el análisis y control sobre éstas, en vista de que proporcionan resultados en menor tiempo y determinan con mayor exactitud el comportamiento de las oscilaciones mencionadas.

La carencia y control exhaustivo de dichas oscilaciones, con el tiempo vienen a ser perjudiciales para los sistemas eléctricos, debido a su naturaleza de baja frecuencia, lo que, conlleva a problemas como salidas intempestivas de los grupos de generación (Ilustración 9), actuación de relés de protección (Ilustración 5, 6, 7 y 11) etc. Por lo que, desfavorece enormemente a las empresas de generación eléctrica, originando pérdidas económicas (Tabla N° 3).

Las pérdidas económicas en el Perú son regidas por la Norma Técnica de calidad de servicios eléctricos (NTCSE) que establece los niveles mínimos de calidad del productor energético, calidad de suministro, calidad comercial y de alumbrado público.

En el caso que se llegue a transgredir la NTCSE, las empresas de generación deben compensar económicamente a los clientes afectados; y, para poder calcular el resarcimiento, se toma en cuenta los siguientes aspectos:

a) Calidad de Producto

Según el Ministerio de Energía y Minas (2019) la calidad de producto se refiere a los puntos de compra y transferencia de energía entre el Generador y Distribuidor.

El producto energético, por su calidad es medido por equipos de uso múltiple o individual que sean aprobados por el Organismo Supervisor de la Inversión en Energía y Minería (OSINERGMIN) esta medición debe realizarse bajo los siguientes parámetros:

- Tensión: Cada quince minutos por el periodo de 7 días como mínimo.
- Frecuencia: Cada diez minutos por el periodo de 7 días como mínimo.
- Perturbaciones de Flicker y Armónicos: Cada diez minutos por el periodo de 7 días como mínimo.

Una vez culminado la medición, se debe evaluar los datos obtenidos para saber en qué calidad se encuentra el producto, tal como se indica:

- Tensión :  $\pm 5\%$  respecto a la tensión nominal
- Frecuencia :  $\pm 0.6\%$  para variaciones sostenidas  
 $\pm 1\%$  para variaciones súbitas
- Perturbaciones :
  - Flicker : Corta duración ( $P_{st} \leq 1$ )
  - Armónicos : Tasa de distorsión armónica (THD)  $< 3\%$

Fuente: (Norma Técnica de Calidad de Suministro Eléctrico - Título quinto, 2016)

Cuando los datos analizados exceden a los parámetros de control, entonces, la empresa de generación está infringiendo la NTCSE; por lo tanto, está en la obligación de compensar económicamente al cliente.

#### b) Calidad de Suministro

La calidad de suministro se expresa en función a la continuidad del servicio eléctrico que se brinda a los clientes, las cancelaciones económicas se hacen de acuerdo a las interrupciones producidas en el servicio.

Para evaluar la calidad de suministro se toma en cuenta los siguientes casos:

- Interrupciones: Producidas por salidas de equipos de las instalaciones del suministrador.
- Rechazos de carga por mínima frecuencia y tensión: Producida por la acción de protecciones por mínima frecuencia y tensión.

Para efectos de la NTCSE, se considera que debe compensarse cuando:

- La interrupción tiene una duración mayor a 3 minutos.
- Los no relacionados con casos de fuerza mayor y exonerados por el Comité de Operaciones Económicas del Sistema Interconectado Nacional (COES) siempre y cuando sean debidamente comprobados.

Fuente: (Norma Técnica de Calidad de Suministro Eléctrico - Título sexto, 2016)

#### **1.6.1 Resarcimiento 2019 – I correspondiente a EGEMSA**

Siguiendo la NTCSE, el cálculo de resarcimiento es elaborado por el COES según el tipo de evento en el SEIN, esta responsabilidad se asigna al suministrador que generó la falla y el monto económico que debe resarcir al cliente afectado.



Entonces en base a lo mencionado, el resarcimiento publicado por el COES para EGEMSA es:

**Tabla 3: Resarcimiento total de Egemsa por puntos de entrega y rechazo de carga en el primer semestre**

| Resarcimientos 2019-I |               |
|-----------------------|---------------|
| Punto de entrega      | USD 12.31     |
| Rechazo de carga      | USD 52,367.33 |
| Total                 | USD 52,379.64 |

Fuente: COES - 2019

### 1.6.2 Análisis de la norma técnica de calidad de suministro eléctrico de EGEMSA - INCASA

La empresa INCASA al ser un cliente libre<sup>1</sup> que posee un contrato con EGEMSA (Tabla N°4) debe solicitar una buena calidad de producto y suministro, que, se basa en la NTCSE. Por lo tanto, estas acciones se realizan bajo un análisis de parámetros eléctricos en base a la NTCSE por parte de EGEMSA para suministrar energía eléctrica a INCASA (Tabla N°5):

a) Contrato EGEMSA – INCASA:

| PUNTO DE SUMINISTRO Y POTENCIAS CONTRATADAS   |                        |
|---|------------------------|
| Punto de Suministro   | Barra Cachimayo 138 KV |
| Barra de referencia de generación   | Barra Cachimayo 138 KV |
| Tensión de Operación (*)  | 138 KV                 |
| Potencia Contratada Horas Punta (**)  | 9.5 MW                 |
| Potencia Contratada Horas Fuera de Punta (***)  | 24.0 MW                |
| Notas:<br>(*) Tensión de Operación: Es la tensión promedio registrada en los últimos doce (12) meses en concordancia con las normas de operación vigentes designadas por las autoridades competentes.<br>(**) Horas Punta: Periodo comprendido entre las 18:00 – 23:00 horas, excepto domingos y feriados nacionales.<br>(***) Horas Fuera de Punta: Periodo no comprendido en las horas punta. |                        |

Fuente: EGEMSA – 2019

<sup>1</sup> Cliente Libre: Se define como clientes libres a aquellos usuarios no sujetos a regulación de precios por la energía o potencia que consumen, y como grandes usuarios, poseen una potencia contratada igual o mayor a 10 MW.

**Tabla 4: Punto de suministro y potencias suministradas contratadas por EGEMSA a INCASA**

b) Parámetros eléctricos regidos en base a la NTCSE:

**Tabla 5: Parámetros eléctricos permitidos por la NTCSE para el suministro de EGEMSA a INCASA**

| Parámetros Eléctricos     | Mínimo   | Máximo   |
|---------------------------|----------|----------|
| Tensión Nominal (13800 V) | 131100 V | 144900 V |
| Frecuencia (60 Hz)        |          |          |
| Oscilaciones Sostenidas   | 59 Hz    | 61 Hz    |
| Variaciones Súbitas       | 58.3 Hz  | 61.6 Hz  |

Fuente: EGEMSA – 2019

En la tabla 5 se observa los parámetros mínimos y máximos permitidos por la NTCSE por parte de EGEMSA a la empresa INCASA mensualmente, tal como se muestra en el anexo 9, 10 y 11.

c) Resarcimiento correspondiente a INCASA en el periodo del primer semestre del 2019.

**Tabla 6: Resarcimiento correspondiente a INCASA por parte de EGEMSA en el periodo del primer semestre**

| Cliente | Monto        |
|---------|--------------|
| INCASA  | USD 3,367.93 |

Fuente: COES – 2019

## **1.7 Metodología**

### **1.7.1 Variables e Indicadores**

#### **a) Variable independiente:**

Metodología indirecta de Lyapunov

#### **Indicadores:**

- Software computacional Matlab
- Algoritmos matemáticos / computacionales

#### **b) Variable dependiente:**

Oscilaciones electromecánicas

#### **Indicadores:**

- Frecuencia de las oscilaciones electromecánicas
- Estabilizador de potencia
- Factor de amortiguamiento de oscilaciones electromecánicas

#### **c) Tipo de investigación**

El presente estudio de investigación es un trabajo de tipo cuantitativo aplicada básica, que busca desarrollar una metodología que sea asistido por el software Matlab para analizar y controlar las oscilaciones electromecánicas dentro del sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo. (Hernandez, 2014)

#### **d) Nivel de investigación:**

La investigación corresponde al nivel de tipo explicativo, entre uno de sus objetivos es analizar el comportamiento de las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo. (Hernandez, 2014)

#### **e) Diseño de investigación:**

El diseño de la investigación es experimental, debido a que estudia las variables dependientes e independientes con la finalidad de poder controlar las oscilaciones electromecánicas. (Hernandez, 2014)

#### **f) Población**

La población del presente proyecto de investigación está constituida por el sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo. (Hernandez, 2014)

#### **g) Muestra**

La muestra de la investigación está compuesto por las máquinas síncronas de polos salientes de la central hidroeléctrica de Machupicchu, la línea de transmisión 1001 (Línea de transmisión de Machupicchu - Cachimayo) y la carga eléctrica de INCASA (24 MW). (Hernandez, 2014)

#### **h) Unidad de análisis**

Esta unidad está constituida por la estabilidad dinámica del sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo, el entorno a las máquinas síncronas, sus componentes, la línea de transmisión 1001 y la carga eléctrica de INCASA. (Hernandez, 2014)

#### **i) Periodo de análisis de datos**

El periodo de análisis corresponde al comportamiento de la máquina síncrona de polos salientes cuando se encuentra en estado dinámico. (Hernandez, 2014)

#### **j) Técnicas de recolección de datos**

La técnica de recolección de datos, se efectúa de manera bibliográfica y con información técnica brindada por sus proveedores, en este caso EGEMSA. (Hernandez, 2014)

#### **k) Instrumento**

El instrumento del trabajo de investigación está constituido por los informes técnicos brindados por EGEMSA, que son implementados a las ecuaciones requeridas para poder calcular el comportamiento de las oscilaciones electromecánicas a través de algoritmos matemáticos computacionales. (Hernandez, 2014)

#### **l) Procesamiento de datos**

El procesamiento se efectúa por medio de un análisis de variables y fórmulas definidas por otros autores, y en base a una recopilación bibliográfica consignada por los antecedentes del proyecto de investigación. (Hernandez, 2014)

### **I) Alcances y Limitaciones de Investigación:**

Para este trabajo de investigación se limita al uso de la Línea de transmisión 1001, Grupo de generación G-01 de la central hidroeléctrica de Machupicchu, así como la carga eléctrica de la empresa INCASA. (Hernandez, 2014)

## MATRIZ DE CONSISTENCIA DE LA INVESTIGACIÓN

**TÍTULO:** METODOLOGÍA INDIRECTA DE LYAPUNOV ASISTIDA POR EL SOFTWARE MATLAB PARA ANALIZAR Y CONTROLAR LAS OSCILACIONES ELECTROMECAÑICAS EN EL SISTEMA ELÉCTRICO DE MACHUPICCHU - CACHIMAYO.

| PROBLEMA GENERAL  | OBJETIVO GENERAL  | HIPÓTESIS GENERAL   | VARIABLES DE ESTUDIO   | METODOLOGÍA   |
|---|---|---|--|---|
| ¿De qué manera la metodología indirecta de Lyapunov asistida por el software Matlab puede analizar y controlar las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo?  | Desarrollar la metodología indirecta de Lyapunov, que, será asistida por el software Matlab para poder analizar y controlar las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo. | <ul style="list-style-type: none"> <li>La metodología indirecta de Lyapunov asistida por el software Matlab, puede ayudar a analizar y controlar de manera eficiente las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo.</li> </ul> | <p><b>Variable independiente</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Metodología indirecta Lyapunov</li> </ul> <p><b>Indicadores:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Software computacional</li> <li>Algoritmos matemáticos / computacionales</li> </ul> <p><b>Variable dependiente</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Oscilaciones electromecánicas</li> </ul> | <p><b>Tipo de investigación</b></p> <p>Aplicada, cuantitativo</p> <p><b>Nivel de investigación</b></p> <p>Explicativo</p> <p><b>Diseño de investigación</b></p> <p>Experimental</p> <p><b>Población</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo</li> </ul> <p><b>Muestra</b></p> <p>Generadores síncronos de la central hidroeléctrica de Machupicchu y la línea de transmisión 1001</p> |
| PROBLEMAS ESPECÍFICOS   | OBJETIVOS ESPECIFICOS   | HIPÓTESIS ESPECÍFICOS   |  |   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>¿De qué manera el uso del Software Matlab podrá simular y determinar el comportamiento de las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Usar el Simulink del software Matlab para simular y determinar el comportamiento de las oscilaciones electromecánicas en sistema eléctrico de</li> </ul>                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>Los diagramas que se implementen en el software de Matlab podrán simular el comportamiento de las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de</li> </ul>  |  |   |

|   |   |  |   |  |
|---|---|--|---|--|
| <p>Machupicchu - Cachimayo?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿De qué manera el método indirecto de Lyapunov puede optimizar el análisis de las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo?</li> <li>• ¿De qué manera el estabilizador de potencia (PSS) del software Matlab puede mejorar el análisis del comportamiento dinámico y ampliar los límites de estabilidad del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo?</li> </ul> | <p>Machupicchu - Cachimayo.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Implementar el método indirecto de Lyapunov para optimizar el análisis de las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo.</li> <li>• Modular la excitación del generador con el estabilizador de potencia (PSS) para ampliar los límites de estabilidad del sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo.</li> </ul> | <p>Machupicchu - Cachimayo.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El método indirecto de Lyapunov podrá optimizar el análisis de las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo.</li> <li>• El estabilizador de potencia (PSS) del software Matlab, podrá ampliar los límites de estabilidad del sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo para mejorar de manera eficiente su comportamiento dinámico.</li> </ul> | <p><b>Indicadores:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Frecuencia de las oscilaciones electromecánicas</li> <li>• Regulador automático de tensión</li> <li>• Factor de amortiguamiento de oscilaciones electromecánicas</li> </ul> | <p>(Línea de transmisión de Machupicchu-Cachimayo L - 1001).</p> |
|---|---|--|---|--|

## CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

### 2.1 ANTECEDENTES

Actualmente en la escuela profesional de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco (UNSAAC) no se han desarrollado investigaciones académicas sobre el problema propuesto.

Sin embargo, a nivel nacional e internacional se han encontrado investigaciones similares sobre el problema propuesto, como:

- **Vega** (2006) presenta el siguiente trabajo de investigación: Metodología para el análisis de oscilaciones electromecánicas de baja frecuencia en la C.H. Yaupi (Informe de suficiencia) presentada en la Universidad Nacional de Ingeniería, Perú.

- ✓ Objetivo del trabajo de investigación, Vega (2006):

El presente trabajo tiene como objetivo desarrollar una metodología para verificar la robustez de los controladores de una central utilizando un sistema equivalente, que conectado a la barra del generador permite simular diversas condiciones de operación requeridas para la determinación de los ajustes de estos controladores.

- ✓ Conclusiones del trabajo de investigación, Vega (2006):

- a) Con esta metodología es posible estudiar la estabilidad permanente de un sistema generador-línea-sistema eléctrico de potencia (G-L-SEP) verificando la robustez de los ajustes del sistema de excitación y regulación de tensión (conformado la excitatriz, el regulador de tensión y el estabilizador de sistemas de potencia) considerando diversas condiciones de operación en estado estacionario.
- b) Se muestra que con la incorporación del PSS (Potencia Activa) todas las variables de estado presentan oscilaciones amortiguadas, ya que por el aporte de la señal del PSS se adiciona amortiguamiento positivo a las oscilaciones de potencia.



c) El efecto del PSS se traduce en el desplazamiento de los eigenvalores en el plano complejo, con lo cual se asegura que su parte real sea negativa y con ello dotar al sistema de un amortiguamiento positivo, que garantiza una operación estable del sistema ante pequeñas perturbaciones.

- **Quispe** (2005) presenta el trabajo de investigación titulada: Metodología de estimación de modos electromecánicos locales de oscilación de las centrales de generación del SEIN, aplicación a la C.H. San Gabán II” (Tesis Pregrado) presentada en la Universidad Nacional de Ingeniería, Perú.

✓ Objetivos del trabajo de investigación, Quispe (2005):

a) Desarrollo de una metodología de estimación de los modos electromecánicos locales de oscilación de las unidades de generación del Sistema Eléctrico Interconectado Nacional “SEIN”, para detectar eventuales inestabilidades provocadas por determinadas condiciones de operación. También en la determinación de estos modos de oscilación de nuevas centrales que se incorporen al sistema.

b) Mostrar la técnica de reducción del sistema a los bornes del generador, cuyo modo local de oscilación va a ser estimado.

c) Mostrar un método para verificar y/o confirmar los básicos parámetros del sistema de control de tensión de una unidad de generación, para mejorar la estabilidad del sistema.

✓ Conclusiones del trabajo de investigación, Quispe (2005):

a) La metodología considera una detallada representación del área del sistema eléctrico. El sistema eléctrico principal es representado mediante una reactancia externa que es calculado mediante la potencia de cortocircuito. La configuración del área eléctrica es deducida por el método de eliminación de nodos, interesando el nodo de generación y de inyección al sistema eléctrico principal. La finalidad, es reducir el sistema eléctrico, para representarlo mediante el modelo MLBI, máquina-línea-barra infinita.

b) La metodología representa el generador sin el devanado amortiguador (despreciable) debido a que los resultados son conservadores y no requieren mayores detalles. Por otro lado, la inclusión del devanado amortiguador no permitiría representar el sistema eléctrico mediante un diagrama de bloques y no se podría estudiar sus aspectos físicos. La determinación de los eigenvalores críticos se realiza mediante el modelo MLBI con el efecto del circuito de campo. Una vez determinados estos eigenvalores, se añaden al modelo el sistema de excitación con el regulador automático de tensión AVR y el estabilizador de sistema de potencia PSS, para finalmente calcular los eigenvalores, que determinaran la influencia de estos equipos en el sistema eléctrico.

c) Se comprobaron las ecuaciones con los resultados obtenidos al implementar el ejemplo descrito en la literatura, que analiza la estabilidad permanente.

- **Agudelo & Parra** (2008) presentan el trabajo de investigación titulado: Control de Oscilaciones electromecánicas en sistemas eléctricos de potencia usando el análisis modal. (Tesis Pregrado) presentada en la Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia.

✓ Objetivo del trabajo de investigación, Agudelo y Parra (2008):

Estudiar las Oscilaciones Electromecánicas que se presentan en el sistema multimáquina IEEE Western System Coordinating Council (WSCC) y en un sistema de prueba simple e hipotética de dos áreas, utilizando como herramienta el análisis modal.

✓ Conclusiones del trabajo de investigación, Agudelo y Parra (2008):

a) La manipulación del sistema WSCC, permite concluir que las condiciones de carga en las que se encuentra un SEP, están directamente relacionadas con el margen de estabilidad que este ofrece; por lo tanto, se justifica introducir dispositivos de control PSS sólo para condiciones de operación cercanas a la sobrecarga.

b) El efecto negativo que tienen los reguladores automáticos de voltaje (AVR) puede llevar el sistema a la inestabilidad cuando se encuentra operando cerca de la sobrecarga, pero sucede lo contrario cuando el sistema opera en un punto

de carga ligera, pues la inclusión de estos dispositivos tiene como consecuencia un aumento en la magnitud del radio de amortiguamiento de los modos electromecánicos.

c) Es importante destacar la necesidad de poner limitadores de ganancia en los dispositivos de control PSS, porque aunque para altas ganancias se observa un alto amortiguamiento relativo de los modos electromecánicos, se puede arriesgar la estabilidad de voltaje del sistema.

➤ **Sánchez** (2016) presenta el trabajo de investigación titulada: Control de oscilaciones en sistemas de potencia usando el Power System Stabilizer delta-w modificado. (Tesis Pregrado) Presentada en la Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia.

✓ Objetivo del trabajo de investigación, Sánchez (2016):

Mantener la estabilidad de los sistemas de potencia diseñando múltiples estrategias orientadas a mejorar la estrategia de control y modernizar el monitoreo de los sistemas de potencia.

✓ Conclusiones del trabajo de investigación, Sánchez (2016):

a) La implementación de la metodología PSS  $\Delta\omega$ , es relativamente sencilla y no toma mucho tiempo una vez que se cuenta con el sistema de prueba. Por el contrario, la metodología PSS  $\Delta\omega$ -PM requirió de la implementación de los sistemas WAMS en el sistema de potencia de prueba y otras complicaciones propias de las simulaciones requeridas.

b) Un sistema es inestable debido a la presencia de retardo en las comunicaciones puede ser bien controlado por la propuesta presentada e implementada sobre éste gran sistema de potencia, la promisoría propuesta es denominada PSS  $\Delta\omega$ -PM. La fortaleza es debida a la presencia de señales locales y remotas en el cálculo del control del sistema de potencia.

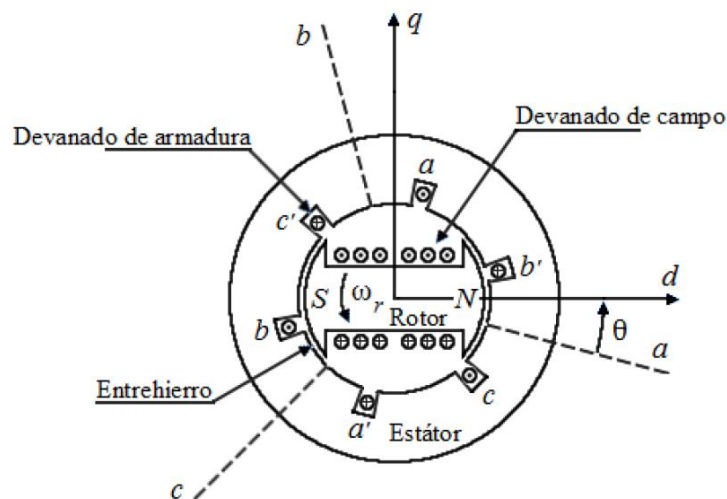
## 2.2 Máquina Síncrona

Según Castañeda (2013) la máquina síncrona es la unidad que puede operar como generador, es decir, dicha unidad posee la función de producir energía eléctrica mediante el proceso de transformación de energía mecánica hacia la misma.

Para Castañeda (2013) la máquina síncrona está compuesta por dos partes (Ilustración 12):

- ❖ Estator o Armadura: Es la parte estática del generador síncrono, que, está compuesta por un conjunto de chapas magnéticas, que, conforman las ranuras longitudinales, donde se colocan los conductores que se conectan entre sí, con la finalidad de crear un conjunto de devanados que se introducen las fuerzas electromotrices alternas de igual magnitud y que vienen a estar separadas por  $120^\circ$  eléctricos.
- ❖ Rotor: Parte móvil del generador síncrono, que está ubicado en la parte interior del estator, y que, está compuesto por un electroimán que es alimentado por la corriente continua.

**Ilustración 12: Esquema de una máquina síncrona de polos salientes trifásica**



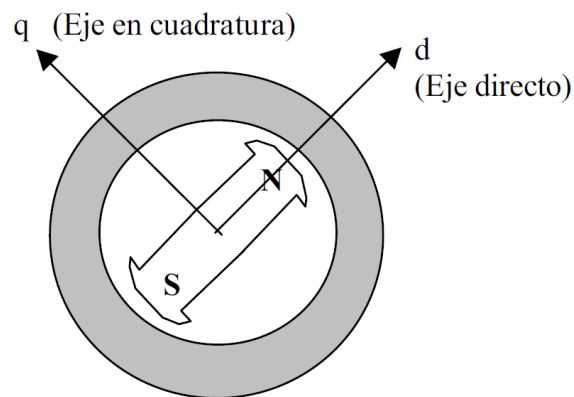
Fuente: Análisis de estabilidad en pequeña señal de una máquina síncrona conectada a un bus infinito - Jaime Castañeda.

En las máquinas síncronas de polos salientes, el entrehierro que se encuentra ubicado entre el estator y rotor no llega a ser uniforme, debido a que, las máquinas están acopladas a turbinas hidráulicas.

La complejidad para esquematizar el comportamiento de estas máquinas a través de un circuito equivalente, en el empleo de los ejes imaginarios (Eje de cuadratura, Eje directo) (Ilustración 13) simplificará el estudio del comportamiento ya mencionado.

- ❖ Eje directo (d): Es aquel eje que define la dirección Norte-Sur del rotor, que, tiene su origen en el centro del campo magnético y posee una dirección hacia el norte.
- ❖ Eje de cuadratura (q): Posee el mismo origen que el eje directo (d) con la diferencia en la dirección, que, viene a ser perpendicular a este.

**Ilustración 13: Diagrama simplificado de una máquina síncrona trifásica con un par de polos con los ejes directo y de cuadratura**



Fuente: Máquinas Síncronas - (Argüello & Flores, 2005).

Si la máquina síncrona de polos salientes está conectada al sistema eléctrico, la frecuencia, voltajes y corrientes son dependientes de dicho sistema; sin embargo, la velocidad de giro del eje dependerá del número de polos que posea la máquina síncrona de polos salientes, que está descrita de la siguiente forma:

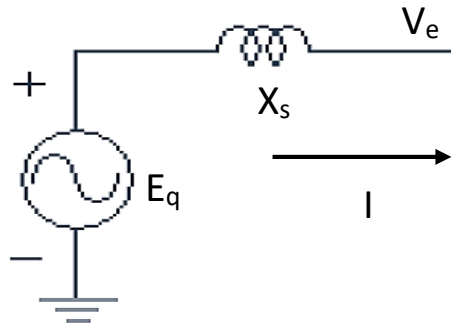
$$\eta = \frac{120 * f}{p} [RPM] \quad (1)$$

Donde:

- f: Frecuencia del sistema (Hz)
- p: Número de polos de la máquina síncrona de polos salientes

Zamora (2012) al representar la máquina síncrona con su reactancia  $X_s$  y deprecia su resistencia, obtiene el siguiente modelo clásico (Ilustración 14):

**Ilustración 14: Representación clásica de la máquina síncrona**



Fuente: Modelamiento dinámico de estabilidad a pequeña señal – Eduardo Zamora

Donde:

- $E_q$ : Tensión de la máquina antes de la reactancia. (V)
- $X_s$ : Reactancia síncrona del generador. ( $\Omega$ )
- $V_e$ : Tensión en los bornes de la máquina. (V)
- $I$ : Corriente en los bornes de la máquina. (A)

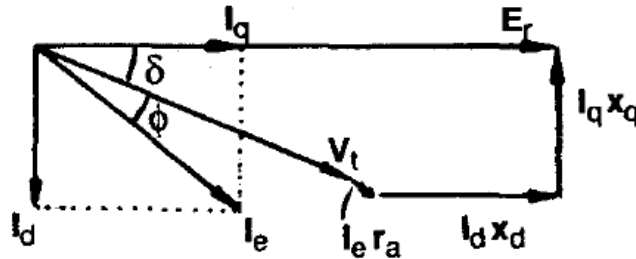
La máquina síncrona al poseer piezas de hierro tiende a producir una dirección de magnetización y atracción por la presencia de polos magnéticos, además, se encuentra en función de  $\sin(2\delta)$ , que, viene a ser llamada par de reluctancia. (Zamora, 2012)

Para analizar el efecto dentro de la máquina síncrona, se puede descomponer la reactancia síncrona  $X_s$  en ambos ejes imaginarios, en donde  $X_d$  y  $X_q$  viene a ser las reactancias síncronas en el eje directo, y de cuadratura respectivamente. (Zamora, 2012)

Como ambos componentes llevan equilibradamente un componente de caída de tensión, su valor será  $jI_d * X_d$  y  $jI_q * X_q$ , por lo tanto, al representar el diagrama fasorial de la máquina síncrona de polos salientes con un factor de potencia inductivo se puede observar sus componentes equilibrados (Ilustración 15). (Zamora, 2012)

Vargas & Saldarriaga (1990) muestran un diagrama fasorial de un generador síncrono tal como se observa en la ilustración 15.

**Ilustración 15: Diagrama fasorial de un generador síncrono con factor de potencia inductivo**



Fuente: Máquinas rotativas eléctricas - (Vargas & Saldarriaga, 1990).

Entonces:

En una máquina síncrona de polos salientes, la potencia activa se define de la siguiente manera:

$$P_e = \frac{E_q * V_e}{X_d} * \sin \delta + \frac{V_e^2 (X_d - X_q)}{2 * X_d * X_q} * \sin 2\delta \quad (2)$$

Donde:

- $E_q$ : Tensión de la máquina antes de la reactancia. (V)
- $V_e$ : Tensión en los bornes de la máquina. (V)
- $X_d$ : Reactancia síncrona eje directo del generador. ( $\Omega$ )
- $X_q$ : Reactancia síncrona eje cuadratura del generador. ( $\Omega$ )
- $\delta$ : Ángulo de potencia de la máquina síncrona. (radianes)

### 2.2.1 Torque Electromagnético y Mecánico

Cuando en una máquina síncrona, la potencia mecánica entregada viene a ser igual a la potencia eléctrica generada, se establece un equilibrio con el SEP, y que, a su vez se produce un equilibrio en la velocidad angular, dando como resultado el torque de la máquina.

Al respecto en un estudio realizado por González (2015) refiere que el torque es el resultado de la potencia y la velocidad angular de la máquina síncrona.

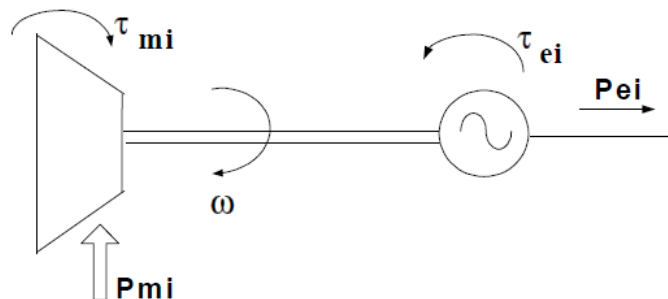
$$\frac{P_e}{\omega} = T_e \quad (3)$$

Donde:

- $P_e$ : Potencia eléctrica (Mw)
- $\omega$ : Velocidad angular (rad/seg)
- $T_e$ : Torque electromagnético (N/m)

Cuando la máquina síncrona está en equilibrio, se establece que ambos torques también se encuentran en armonía (Torque mecánico = Torque electromagnético) conllevando a que se genere una velocidad angular constante, tal como se observa en la ilustración 16:

**Ilustración 16: Representación de las potencias y torques de la máquina síncrona**



Fuente: Introducción a los Sistemas Eléctricos de Potencia- Universidad Nacional de Tucumán

Por otro, cuando el SEP se encuentra en estado transitorio, la velocidad angular raramente varía en un  $\pm 5\%$ , entonces, al trabajar con valores por unidad se considera que la potencia eléctrica es igual al torque electromecánico.

### 2.2.2 Ángulo de potencia de la máquina síncrona

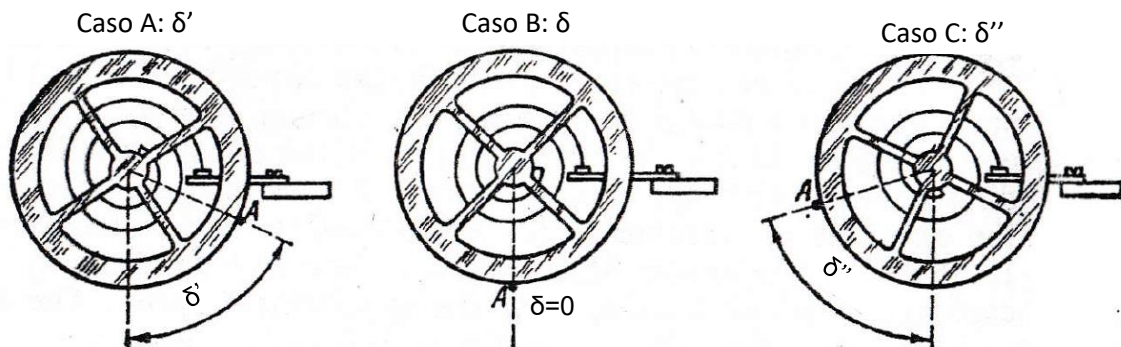
Debido a que la máquina síncrona se encuentra conectada a una barra infinita, esta, solo posee un par. El cual, es dependiente de del ángulo de potencia ( $\delta$ ) (Ilustración 17).



En este proceso el ángulo se conforma entre la diferencia de los fasores de  $E_q$  y  $V_e$ , como  $E_q$  que es generado por la inducción del campo magnético, mientras que  $V_e$  asume el valor del sistema eléctrico representado por la barra infinita, y, cuando el sistema se encuentra en sincronismo, la diferencia entre los fasores es nula ( $\delta=0$ ) entonces, al ocurrir un desfase de ( $\delta$ ) este representa a la diferencia física que se genera entre el nuevo ángulo de potencia con el ángulo en equilibrio.

En el momento que sucede una gran variación en la carga eléctrica de una considerable magnitud el ángulo de potencia ( $\delta$ ) experimenta un desplazamiento en el torque electromagnético, el cual obtiene un nuevo ángulo debido al desplazamiento del mismo ( $\delta'$ ) causado por la falta de consumo en la potencia generada, originado por la aceleración en el rotor de la unidad de generación ( $\delta > 0^\circ$ ) de la misma manera, procede el torque mecánico al disminuir o perder generación ( $\delta < 0^\circ$ ), ya que, el rotor experimenta un desplazamiento en el ángulo ( $\delta''$ ) debido a que este no se encuentra en equilibrio con las condiciones requeridas por el sistema; es decir, este se desacelera por falta o pérdida de generación. (Rodríguez, 2018)

**Ilustración 17: Variación en el ángulo de potencia de un una máquina síncrona**



Fuente: Máquinas eléctricas - (Vargas & Saldarriaga, 1990).

### 2.2.2.1 Analogía mecánica del funcionamiento del ángulo de potencia conectado a una barra infinita.

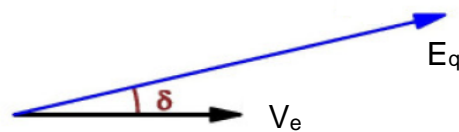
Para analizar el funcionamiento mecánico del ángulo de potencia, se considera dos puntos imaginarios en el entrehierro, donde A, representa el lado rotor, el cual, gira a la velocidad de la máquina ( $\Omega$ ) y A' el lado del estator de la máquina síncrona,

cuyo caso, gira a la velocidad de sincronismo ( $\Omega_1$ ) además, se simboliza el par opuesto a la aceleración (Inercia H) mediante un resorte. (Rodríguez, 2018)

a) Caso A:

En el caso A, el ángulo de potencia ( $\delta$ ) está desfasado debido a una aceleración en el rotor, cuyo caso puede ser la salida de una línea de transmisión, salida de una carga eléctrica y la actuación de elementos de protección de una subestación, etc. Entonces, el ángulo de  $E_q$  se adelanta al de  $V_e$  como se observa en la ilustración 18.

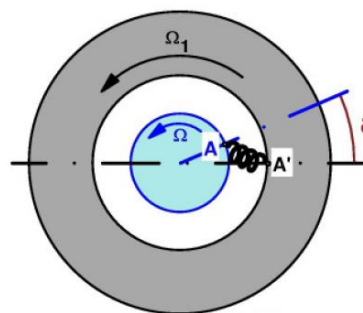
**Ilustración 18: Ángulo de potencia desbalanceado  $E_q > V_e$ .**



Fuente: Potencias Activas y reactivas de la máquina síncrona - Miguel Rodríguez

Una consecuencia para esta aceleración, es que el rotor viene a tomar una nueva velocidad ( $\Omega$ ) mientras que el estator se mantiene en la velocidad de sincronismo ( $\Omega_1$ ) entonces, al aumentarse la velocidad del rotor, el punto A se adelanta al A' conllevando a que el resorte se tense y origine un par opuesto a la aceleración (H) por lo que, dicho par provocará que el rotor vuelva a su estado de equilibrio a medida que pase el tiempo (ilustración 19). (Rodríguez, 2018)

**Ilustración 19: Representación del ángulo de potencia en aceleración ( $\delta > 0$ ).**



Fuente: Potencias Activas y reactivas de la máquina síncrona - Miguel Rodríguez

b) Caso B:

En el caso B, el ángulo de potencia se encuentra en equilibrio porque este no sufre ningún tipo de variación, en el cual se manifiesta la inexistencia de algún desfasaje

(Ilustración 20), entonces, el resorte no produce ningún tipo de fuerza y como consecuencia no puede tensarse (Ilustración 21). (Rodríguez, 2018)

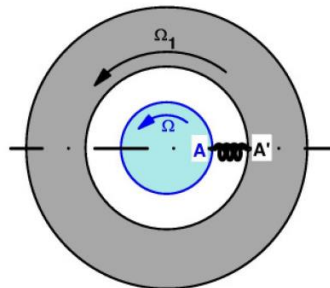
**Ilustración 20: ángulo de potencia balanceado  $E_q = V_e$ .**



Fuente: Potencias Activas y reactivas de la máquina síncrona - Miguel Rodríguez

Debido a la existencia de equilibrio entre el punto A y A', la velocidad del rotor ( $\Omega$ ) viene a ser la misma que la velocidad de sincronismo ( $\Omega_1$ ) entonces, se puede establecer que ambos giran a la velocidad de sincronismo. (Rodríguez, 2018)

**Ilustración 21: Representación del ángulo de potencia en equilibrio ( $\delta=0$ ).**

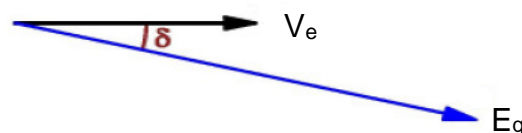


Fuente: Potencias Activas y reactivas de la máquina síncrona - Miguel Rodríguez

c) Caso C:

En el caso C, el ángulo rotor ( $\delta$ ) se encuentra desequilibrado debido a una desaceleración en el rotor, cuyo caso, puede ser la congestión en una línea de transmisión, el aumento de una carga eléctrica, etc. Entonces, el ángulo de  $E_q$  se retrasa al de  $V_e$  (Ilustración 22). (Rodríguez, 2018)

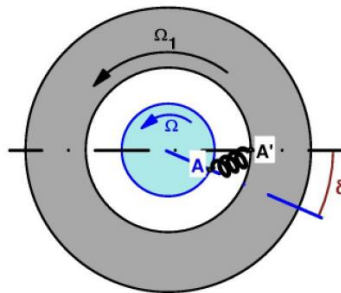
**Ilustración 22: Ángulo de potencia balanceado  $E_q < V_e$ .**



Fuente: Potencias Activas y reactivas de la máquina síncrona - Miguel Rodríguez

Cuando el rotor es afectado por un frenado, este adquiere una velocidad en desaceleración ( $\Omega$ ) entonces, al reducirse la velocidad del rotor, el punto A se retrasa al A' conllevando a que el resorte se tense en sentido opuesto, así mismo, genera un par opuesto a la desaceleración (Inercia H) por lo que, este par provocará que el rotor vuelva a girar en sincronismo a medida que pase el tiempo (Ilustración 23). (Rodríguez, 2018)

**Ilustración 23: Representación del Ángulo de potencia en desaceleración ( $\delta < 0$ ).**



Fuente: Potencias Activas y reactivas de la máquina síncrona - Miguel Rodríguez

### 2.3 Régimen permanente de la máquina síncrona

El régimen estático o permanente se refiere a la condición de las variables eléctricas y mecánicas cuando se encuentran en total armonía, es decir, sus variables eléctricas y mecánicas han llegado a un punto de equilibrio donde permanecen sin ningún tipo de contingencia.

Rodríguez (2018) refiere que esta condición permite que la máquina síncrona permanezca sincronizada con la velocidad requerida por el sistema eléctrico, es decir, la velocidad angular del rotor tiene la misma magnitud que la velocidad de sincronismo del sistema, donde la expresión es descrita de la siguiente manera:

$$\omega = \frac{2\pi f}{p/2} \quad (4)$$

Igualando:

$$\omega_s = \frac{4\pi f}{p} \quad (5)$$

Donde:

- $\omega_s$ : Velocidad de sincronismo (rad/s)
- P: Número de polos
- f: Frecuencia del sistema (Hz)

Como consecuencia del equilibrio de las variables eléctricas y mecánicas de la máquina síncrona, se puede deducir que:

$$\begin{aligned}T_e &= T_m \\T_e - T_m &= 0\end{aligned}\tag{6}$$

Remplazando:

$$\begin{aligned}T_a &= T_e - T_m \\T_a &= 0\end{aligned}\tag{7}$$

Donde:

- $T_e$ : Torque Electromagnético (N.m)
- $T_m$ : Torque Mecánico (N.m)
- $T_a$ : Torque Acelerante (N.m)

Se debe tomar cuenta que la aceleración es nula, donde se establece que la potencia entregada en los bornes de la máquina es igual a la potencia mecánica del eje producido por su equilibrio permanente, dicha máquina funcionará de manera constante con la misma velocidad de sincronismo, por lo que, la  $P_m$  viene a ser:

$$P_m = \frac{E_q * V_e}{X_d} * \sin \delta + \frac{V_e^2 (X_d - X_q)}{2 * X_d * X_q} * \sin 2\delta\tag{8}$$

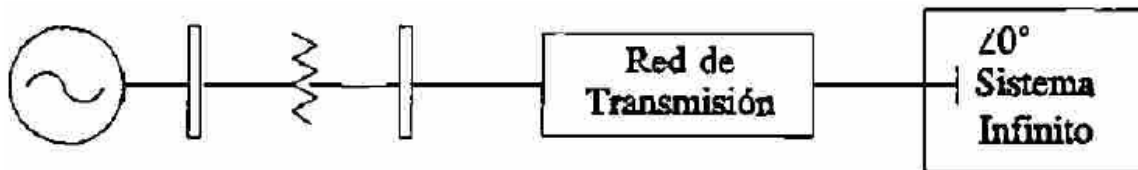
Donde:

- $E_q$ : Tensión de la máquina antes de la reactancia. (V)
- $X_d$ : Reactancia síncrona en el eje de cuadratura. ( $\Omega$ )
- $X_q$ : Reactancia síncrona en el eje directo. ( $\Omega$ )
- $\delta$ : Ángulo de potencia de la máquina síncrona.(radianes)

### 2.3.1 Conexión de la máquina síncrona a un sistema eléctrico representado por una barra infinita

La barra infinita o bus infinito (Ilustración 24), viene a ser la representación ideal de un SEP, el cual, al poseer un considerable tamaño, tiene voltaje y frecuencia constante, siendo inmaterial la magnitud de las potencias activas o reactivas que se toman o suministran a esta conexión. (Castañeda, 2013)

**Ilustración 24: Representación de un SEP conectado a una barra infinita.**



Fuente: Análisis de estabilidad en pequeña señal de una máquina síncrona conectada a un bus infinito - Jaime Castañeda.

Como se considera que la frecuencia es constante, esto producirá que la velocidad de sincronismo permanezca invariable. (Castañeda, 2013)

Consecuentemente, la potencia activa y la potencia mecánica al estar conectados a una red de potencia infinita dependen sólo de la variación del ángulo de potencia ( $\delta$ ) por lo que, el par de reluctancia puede considerarse como depreciable, definiéndose las ecuaciones 2 y 8 de la siguiente manera:

$$P_e = \frac{E_q * V_e}{X_s} * \text{sen } \delta \quad (9)$$

Donde:

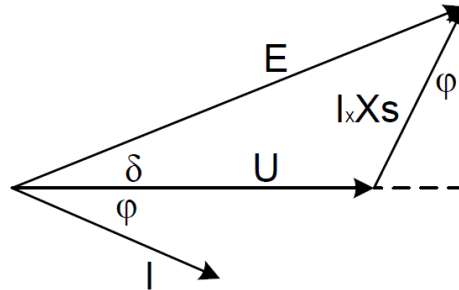
- $E_q$ : Tensión de la máquina antes de la reactancia (V)
- $V_e$ : Tensión en los bornes de la máquina. (V)
- $X_s$ : Reactancia síncrona del generador. ( $\Omega$ )
- $\delta$ : Ángulo de potencia de la máquina síncrona. (radianes)

Así mismo:

$$P_m = P_e \quad (10)$$

En base a la ecuación 10, el diagrama fasorial viene a estar representado en la Ilustración 25:

**Ilustración 25: Diagrama fasorial de un generador síncrono.**



Fuente: Análisis de estabilidad en pequeña señal de una máquina síncrona conectada a un bus infinito - Jaime Castañeda.

El sistema eléctrico con características radiales, permite deducir que la potencia activa inyectada por el generador síncrono al sistema, a través de una línea de transmisión ideal (no posee pérdidas) en régimen permanente (Comportamiento de la unidad de generación que permanece constante hasta que varíe la excitación del mismo) que viene a ser:

$$P_e = \frac{E_q * V_e * \text{Sen}\delta}{X_T} \quad (11)$$

$$P_e = P_{\text{máx}} * \text{sen}\delta$$

Entonces:

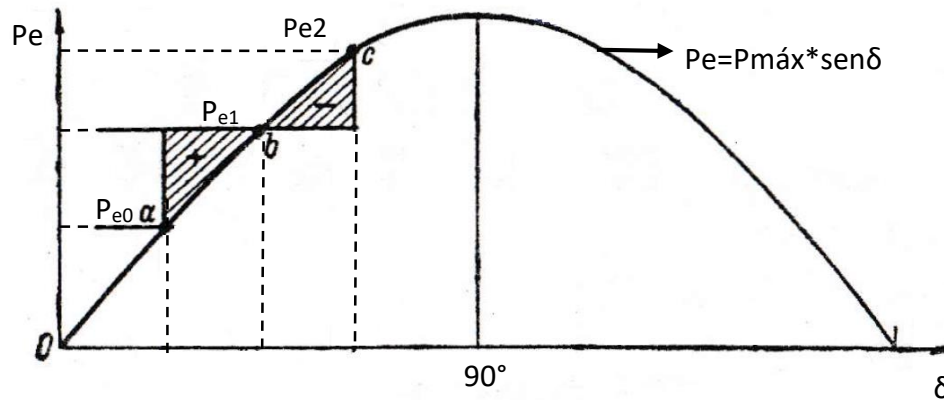
$$P_{\text{máx}} = \frac{E_q * V_e}{X_T} \quad (12)$$

Donde:

- $E_q$  = Tensión detrás de la reactancia de generador (v)
- $V_e$  = Tensión de la carga (v)
- $\delta$  = Ángulo de potencia (radianes)
- $X_T$  = Reactancia total (Línea + Máquina) ( $\Omega$ )

En función a la ecuación 11, se puede representar la curva potencia – ángulo (Ilustración 26), en donde, se observa los puntos en donde el ángulo de potencia acelera o desacelera el rotor de la máquina síncrona.

**Ilustración 26: Curva potencia - ángulo de una máquina síncrona.**



Fuente: Método de igualdad de las áreas - Miguel Angel Rodríguez Pozueta.

Rodríguez (2018) señala que cuando se produce un aumento en la potencia mecánica del generador (Desde el punto b hasta el punto a) se produce una mayor energía, que, es transportada hacia el sistema eléctrico; por consiguiente, el ángulo de potencia ( $\delta$ ) tiende a incrementarse por el exceso de producción de energía en la turbina; por lo tanto, se obtiene un efecto de aceleración en la potencia mecánica (Desde el punto  $P_{m0}$  hasta el punto  $P_{m1}$ ) mientras el ángulo de potencia no llegue hasta el punto b, la potencia generada es mayor a la potencia entregada. Cuando el valor de la potencia mecánica ( $P_m$ ) sobrepase al valor del punto b, la energía producida por la turbina será mucho menor a la potencia entregada al sistema; entonces, cuando el valor de la potencia mecánica llegue al punto c, este, corresponderá a su máxima variación, a partir de allí, el ángulo de potencia ( $\delta$ ) comenzará a disminuir, de modo que la variación angular oscile entre sus puntos máximo y mínimo de desviación (Desde el punto a hasta el punto c)

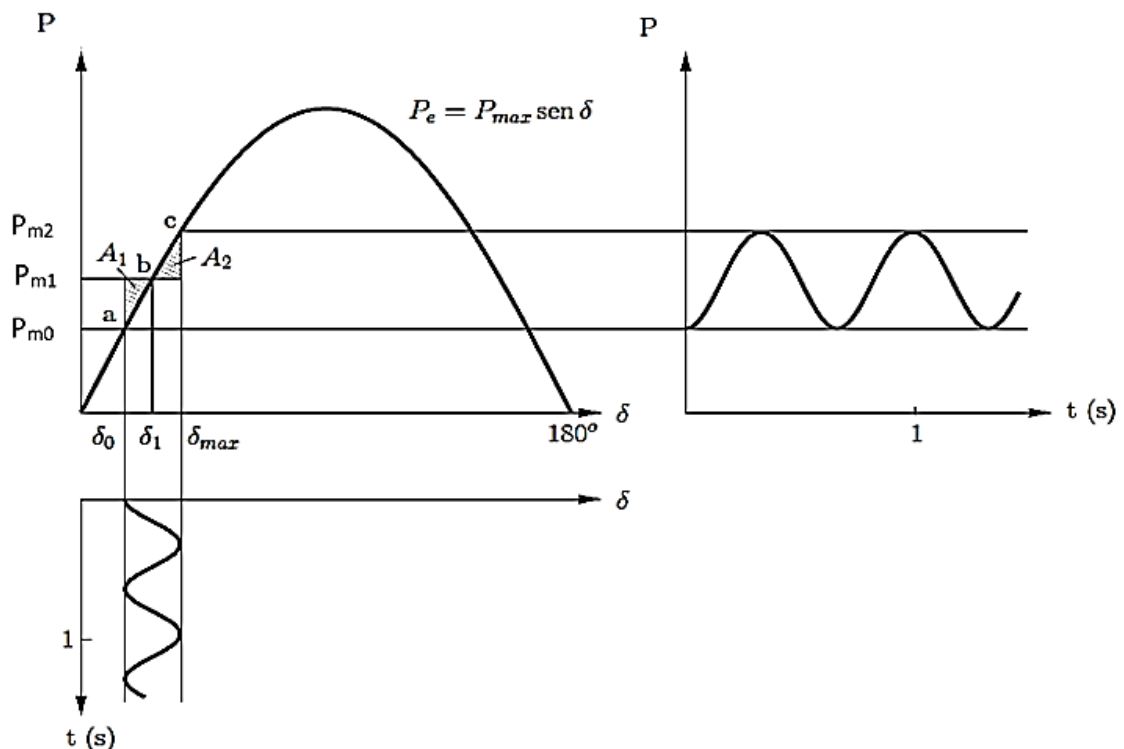
Cuando se produce una desviación hacia un punto de la curva potencia ángulo, se produce un nuevo valor del ángulo de potencia, todo esto se debe a su nueva condición de estabilidad.



El ángulo cuando llega a pasar el valor de  $90^\circ$ , la máquina síncrona va a tender a salir de sincronismo con respecto al SEP; por lo tanto, se puede establecer que todo ángulo mayor a  $90^\circ$  es considerado inestable, porque al sufrir alguna perturbación se puede dar la posibilidad de que no recupere su estado inicial de equilibrio. (Rodríguez, 2018)

Ledesma (2008) indica que si se representa la variación tanto en valores por unidad como por ángulo (ambos con respecto al tiempo) se obtiene que sus sinusoides sean como las mostradas en la Ilustración 27:

**Ilustración 27: Representación sinusoidal de una máquina síncrona ante una variación angular**



Fuente: Estabilidad Transitoria – Pablo Ledesma.

## 2.4 Estabilidad en los sistemas eléctricos de potencia

La estabilidad de los SEP viene a ser la destreza del sistema eléctrico para mantenerse en sincronismo con el resto del sistema, y cuando se encuentre en la condición de falla y post-falla (Después de haber sido sometido a alguna perturbación) esta condición viene a ser el estado en el que se encuentran las

tensiones, ángulos de operación del rotor y frecuencia del sistema eléctrico que han sufrido alguna perturbación.

Las perturbaciones en los SEP pueden presentarse de varias maneras como: variaciones en la carga eléctrica, cambios bruscos en los parámetros de operación de las unidades de generación, cortocircuitos, sobre corrientes en las fases de las líneas de transmisión, fallas en la operación de los transformadores de potencia, etc., estos problemas generan un cambio dentro del funcionamiento del sistema eléctrico, produciendo un comportamiento de manera compleja e inestable.

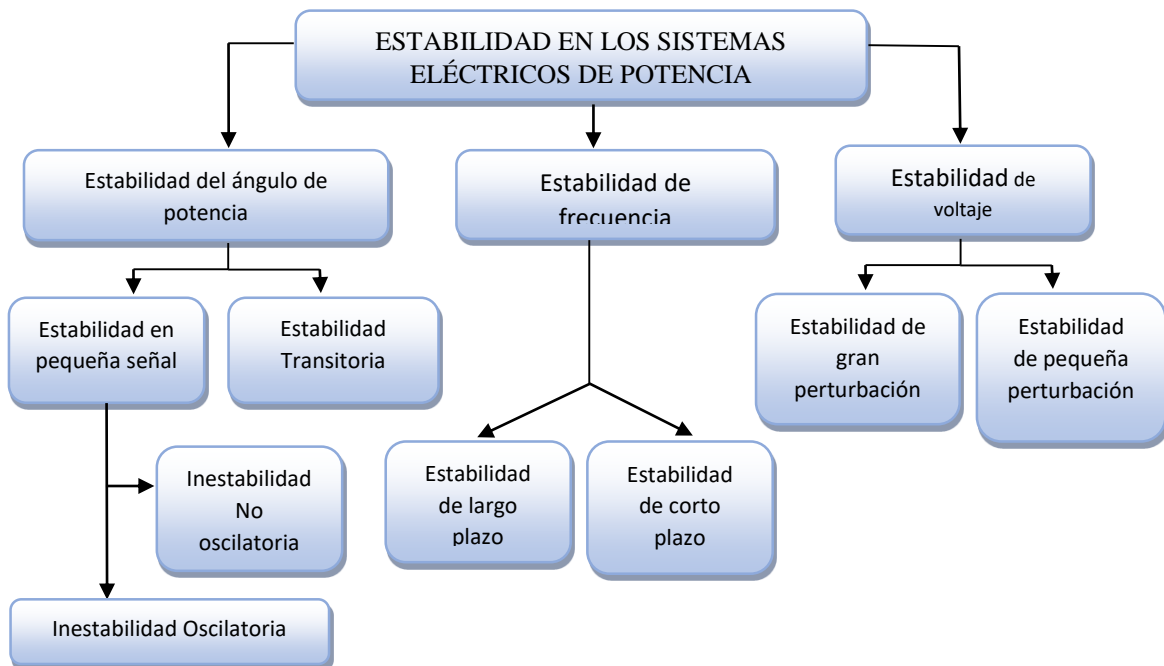
Cuando ocurre una perturbación, el torque electromagnético de la unidad de generación se divide en dos componentes; una de amortiguamiento y otra de sincronización, para que el sincronismo exista, es necesario la presencia de ambos componentes, y la falta de una de estos produce inestabilidad como la aperiódica cuando hay insuficiente par de sincronización; y la oscilatoria se efectúa cuando hay insuficiente par de amortiguamiento.

En los SEP actuales, los problemas de inestabilidad relacionados con pequeñas perturbaciones son originados por el insuficiente amortiguamiento que poseen algunas unidades de generación, debido a que el constante cambio dentro de la topología de la red produce alteraciones en su estructura, carga y potencia requerida, y esto conlleva a un constante cambio en el par de amortiguamiento de dichas unidades; consecuentemente, esto provocará a producir más problemas como la inestabilidad aperiódica, etc.

En la actualidad, los SEP están en constante crecimiento, estos tienen tendencia a presentar problemas relacionados con su estabilidad; los cuales son estudiados y clasificados en diferentes tipos de estabilidad de acuerdo a la naturaleza que poseen. (Agudelo & Parra, 2008)

Por lo tanto, son organizados como se muestra en la Ilustración 28:

**Ilustración 28: Clasificación de los diferentes tipos de estabilidad en los SEP**



Fuente: Elaboración propia basado en el estudio de Cabrera, Agudelo y Parra.

### 2.4.1 Estabilidad de voltaje

Es el estudio que se refiere a la habilidad de poder mantener los voltajes en los nodos<sup>2</sup> del SEP después de haber sufrido una eventualidad. Esta habilidad corresponde al equilibrio entre la generación y demanda.

De manera opuesta, la inestabilidad sucede cuando los voltajes de los nodos aumentan o disminuyen, y que es producida debido a la pérdida de una gran carga, salida de una línea de transmisión o pérdida de generación, como consecuencia, se originan caídas de voltaje; donde se limita la capacidad de transferencia de potencia de la línea de transmisión, que a su vez, ocasiona cortes en el suministro de electricidad, pérdida de sincronismo entre varios generadores, conllevando a un colapso del sistema.

El colapso del sistema se refiere a la pérdida de suministro de energía en varios sectores o la totalidad del SEP en el peor de los casos.

<sup>2</sup> Nodos: Puntos de entrega de energía eléctrica en el SEP.

Según Castañeda (2013) y Agudelo & Parra (2008) para el análisis de la estabilidad de voltaje, se clasifica dicha estabilidad en dos tipos.

- a) Estabilidad de voltaje en gran perturbación: Se refiere a la habilidad del sistema de poder mantener constantes los voltajes en los nodos<sup>2</sup> del SEP después de haber sufrido una falla de gran dimensión, como las salidas intempestivas de líneas de transmisión, pérdidas en la potencia entregada al sistema por salidas intempestivas de las unidades de generación. Esta habilidad se refleja en las características topológicas del sistema, el control continuo y discreto y los sistemas de protección.
- b) Estabilidad de voltaje en pequeña perturbación: Se refiere a la habilidad del sistema de poder mantener constantes los voltajes en los nodos del SEP después de haber sufrido una falla de pequeña perturbación como el aumento o reducción en las cargas. Este tipo de estabilidad es influenciada en un instante de tiempo, el cual, se rige a las características de la carga y del control que se puede ejercer sobre esta.

El periodo de inestabilidad de voltaje, puede variar entre pocos segundos hasta varios minutos, por lo tanto, se puede deducir que dicha inestabilidad podría resultar de corto o largo periodo.

#### **2.4.2 Estabilidad de frecuencia**

Castañeda (2013) y Agudelo & Parra (2008) señalan que la estabilidad de frecuencia como la habilidad de un SEP de poder mantener la magnitud de la frecuencia entre sus límites valores después de haber sufrido una contingencia.

Dicha contingencia es producida por el desbalance entre la potencia generada y la potencia entregada al sistema, donde la estabilidad se encuentra para mantener o restaurar el equilibrio entre las potencias mencionadas; sin embargo, al producirse la inestabilidad se genera oscilación en forma sostenida llevando a la pérdida de sincronismo de unidades de generación y/o cargas.

#### **2.4.3 Estabilidad del ángulo de potencia**

Se refiere a la habilidad de una máquina síncrona de un SEP de poder mantenerse en sincronismo después de haber sufrido una perturbación, que se representa

mediante el equilibrio entre el torque electromagnético y mecánico. Agudelo & Parra (2008)

La inestabilidad del ángulo de potencia se presenta por la variación angular entre sus pares, conllevando a la aceleración o desaceleración del rotor de dichas máquinas. Consecuentemente, si el equilibrio es alterado y el sistema no puede absorber la energía cinética producida por la velocidad del rotor, se produce una pérdida en el sincronismo de la máquina.

Castañeda (2013) y Agudelo & Parra (2008) refieren que para un buen análisis y panorama sobre la naturaleza de dicha inestabilidad, se clasifica la estabilidad del ángulo de potencia en las siguientes formas:

a) Estabilidad en pequeña señal

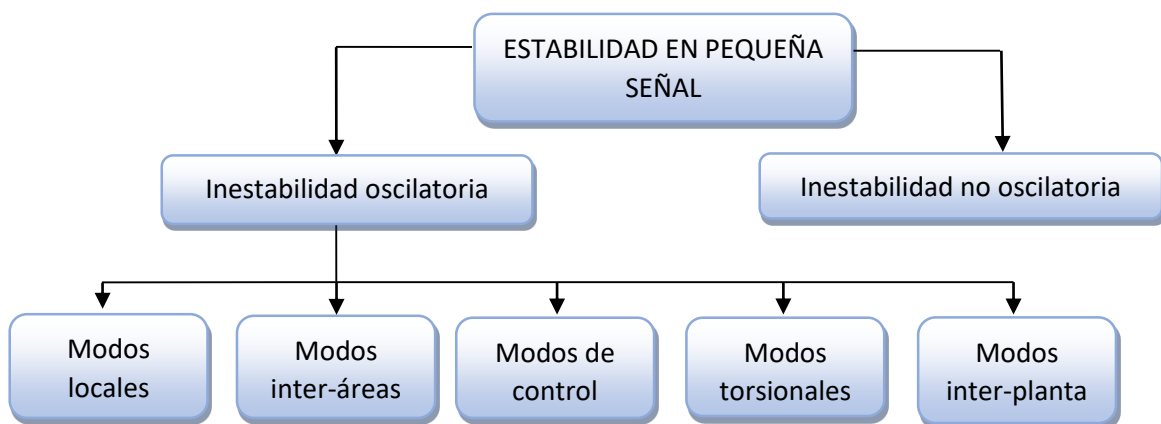
Es la habilidad del SEP de mantenerse en sincronismo después de haber sufrido pequeñas perturbaciones.

Esto a su vez indica que:

- Una perturbación se considera pequeña, cuando las ecuaciones del sistema pueden ser linealizadas.
- La linealización del sistema permite un buen análisis del comportamiento dinámico del SEP.

Este tipo de estabilidad está dividida como se muestra en la ilustración 29:

**Ilustración 29: Clasificación de la estabilidad en pequeña señal**

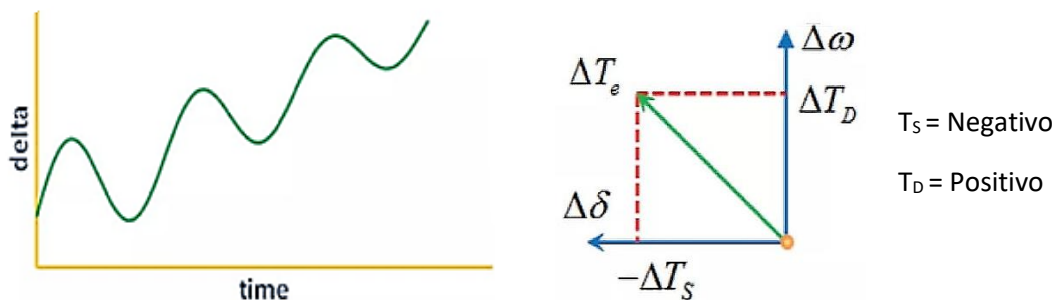


Fuente: Propia basada en el trabajo de Agudelo & Parra, 2008.

- Inestabilidad no oscilatoria: Es la inestabilidad producida por falta de torque sincronizante ( $T_s$ ), que, al poseer un valor negativo o positivo pequeño, produce un incremento sostenido en el ángulo de potencia (Ilustración 30).

Castro (2019) presenta las graficas de inestabilidad no oscilatoria y oscilatoria que a continuación se muestra:

**Ilustración 30: Gráficas de Inestabilidad no oscilatoria**



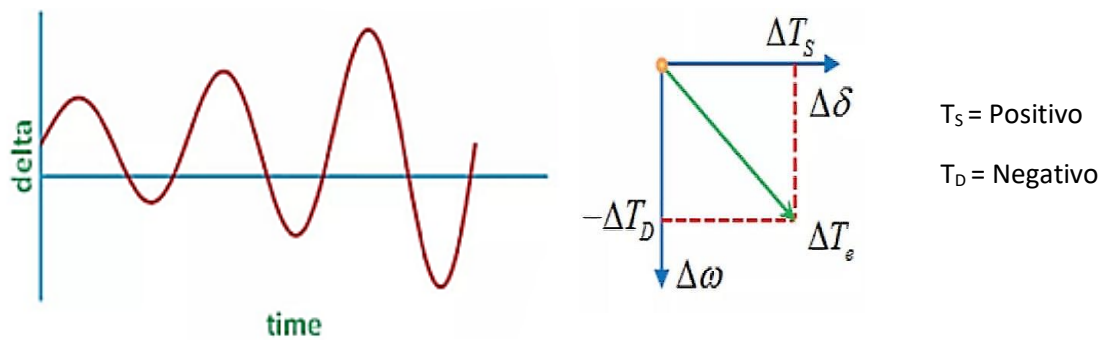
Fuente: Boletín informativo de INEL. Castro, 2019.

Donde:

- $T_e$  = Torque electromagnético (N.m)
- $T_d$  = Torque amortiguante (N.m)
- $T_s$  = Torque sincronizante (N.m)
- $\omega$  = Velocidad síncrona (rad/s)
- $\delta$  = Ángulo de potencia (radianes)

- Inestabilidad oscilatoria: Es la inestabilidad producida por falta de torque amortiguante ( $T_D$ ) que al poseer un valor negativo o positivo pequeño produce que las oscilaciones del rotor no puedan ser amortiguadas o se amortigüen de una forma lenta (Ilustración 31).

### Ilustración 31: Gráficas de Inestabilidad oscilatoria



Fuente: Boletín informativo de INEL. Castro, 2019.

Donde:

- $T_e$  = Torque electromagnético (N.m)
- $T_d$  = Torque amortiguante (N.m)
- $T_s$  = Torque sincronizante (N.m)
- $\omega$  = velocidad síncrona (rad/seg)
- $\delta$  = Ángulo de potencia (radianes)

Al presentarse inestabilidad oscilatoria en el SEP, se generan oscilaciones electromecánicas o de potencia, los cuales, poseen una frecuencia muy diferente a la del sistema (60 Hz) cuyos valores oscilan entre 0.05 y 3 Hz. En este tipo de oscilaciones el amortiguamiento se vuelve muy complicado debido a la magnitud de dicha oscilación; por consiguiente, al no poseer un buen amortiguamiento o en el peor de los casos, cuando se produce un amortiguamiento negativo, estas irán creciendo gradualmente hasta alcanzar amplitudes que interfieran con el sincronismo del sistema.

#### 2.4.4 Oscilaciones electromecánicas en la estabilidad de pequeña señal

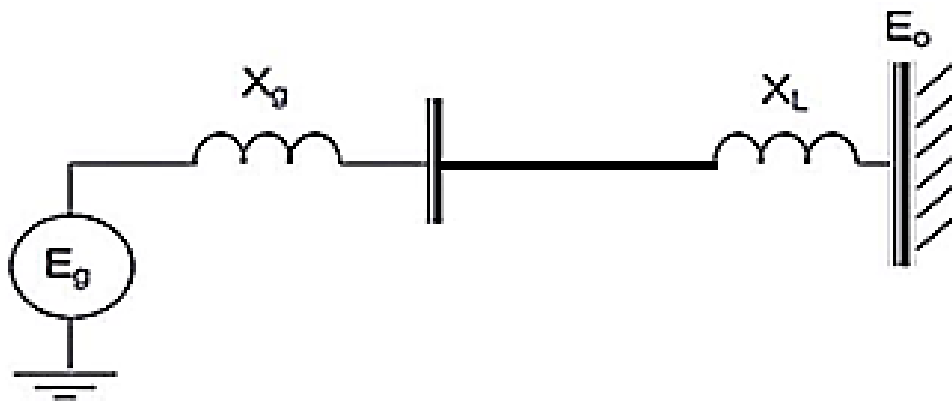
Las oscilaciones electromecánicas vienen a ser pequeñas perturbaciones que son producidas por disturbios dentro de los SEP, como la variación de una considerable o pequeña cantidad en la carga eléctrica, generación o fallas en el SEP; y cuando suceden estos disturbios, las unidades generadoras de energía eléctrica tienden a oscilar alrededor de su punto de operación; por lo tanto, al producirse los disturbios,

el ángulo de potencia de las unidades generadoras aumentan o disminuyen su aceleración en los rotores (Ilustración 36). (Cabrera, 2017)

Modos de Oscilaciones Electromecánicas:

- Modo local: Este modo oscilatorio se encuentra vinculado a la estación de generación con respecto al sistema (Ilustración 32), donde las oscilaciones están localizadas en las unidades de generación. La frecuencia de este modo local está comprendida entre 0.7 a 2 Hz. (Cabrera, 2017)

**Ilustración 32: Modo local de oscilación**

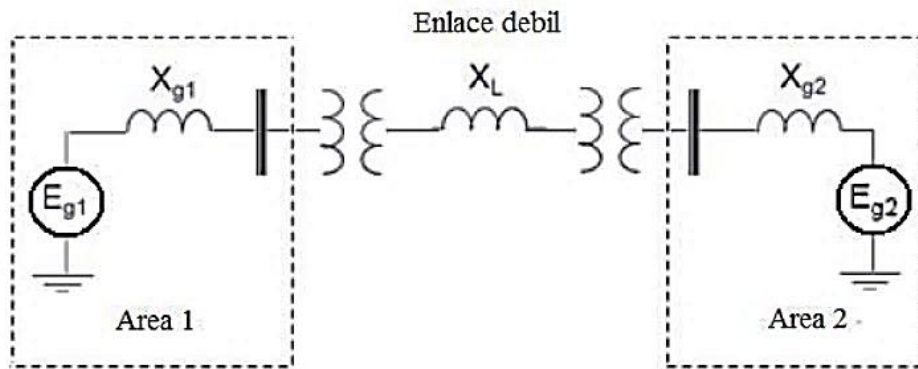


Fuente: Amortiguación de oscilaciones pequeñas usando sincrofasores y compensadores estáticos reactivos – Felipe Cabrera.

- Modo inter-área: Este modo oscilatorio se encuentra vinculado a un grupo de unidades de generación que están ubicadas en una parte del sistema (Ilustración 33), que oscilan en oposición a otro grupo de unidades de generación, ubicadas en otra parte del sistema. Ambos grupos de generación se encuentran conectados mediante un sistema de transmisión que posee un enlace débil, por lo que, la frecuencia de este modo está comprendida entre 0.1 a 0.7 Hz. (Cabrera, 2017)



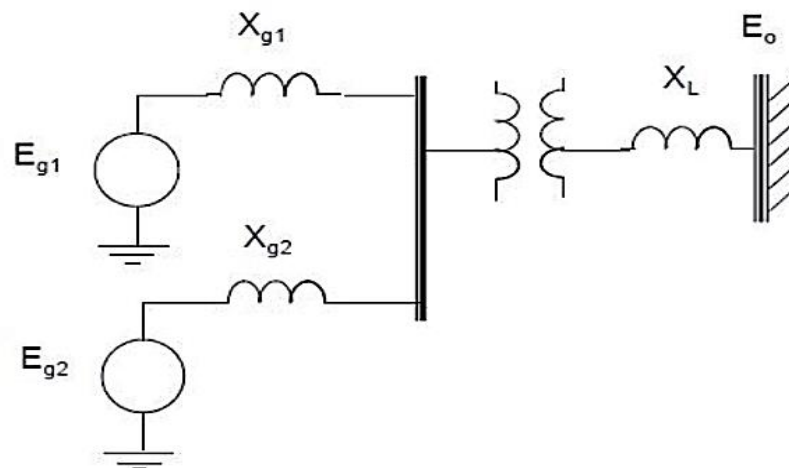
**Ilustración 33: Modo inter-área**



Fuente: Amortiguación de oscilaciones pequeñas usando sincrofasores y compensadores estáticos reactivos – Felipe Cabrera.

- Modo inter-planta: Este modo de oscilación se encuentra vinculado a las unidades de generación de una misma central de generación (Ilustración 34), los cuales, oscilan entre sí como consecuencia de las interacciones de los controladores electrónicos de estas unidades, más no de la estabilidad de transferencia de potencia. La frecuencia de este modo está comprendida entre 1 y 3 Hz.

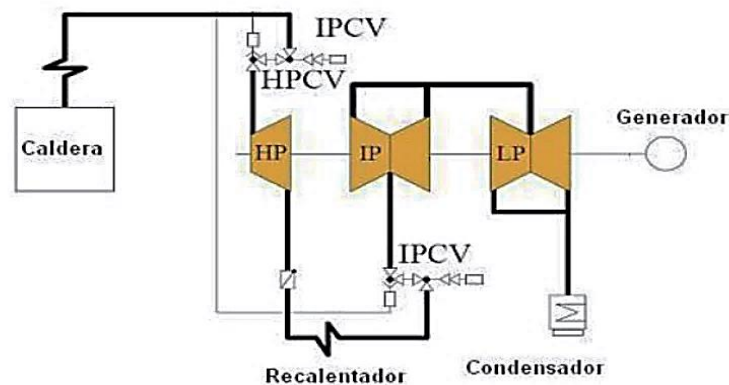
**Ilustración 34: Modo inter-planta**



Fuente: Fuente: Amortiguación de oscilaciones pequeñas usando sincrofasores y compensadores estáticos reactivos – Felipe Cabrera.

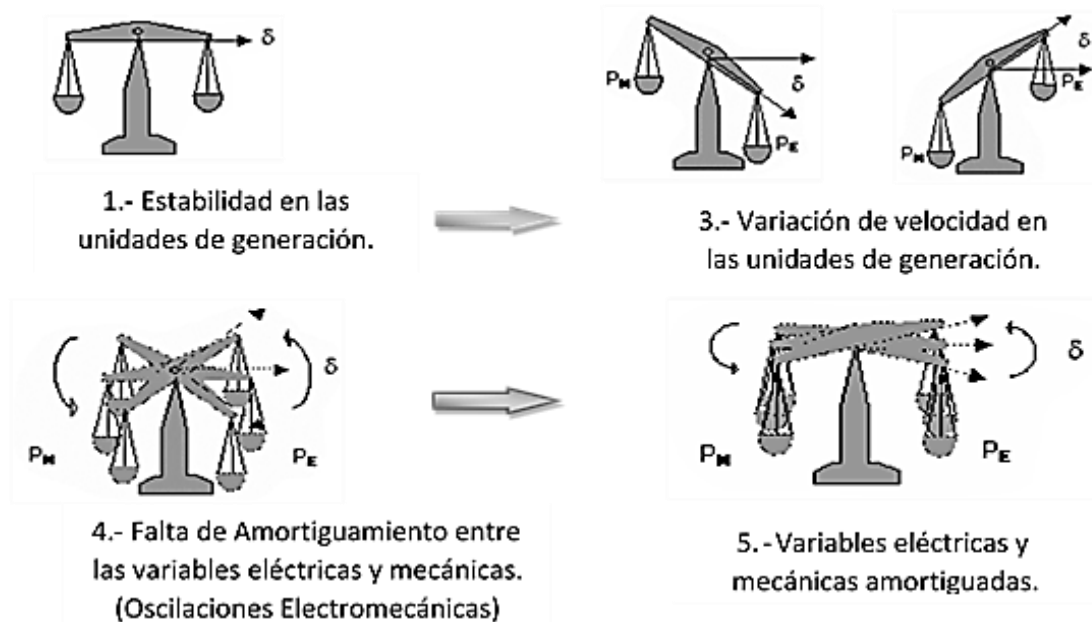
- Modo Torsional: Este modo de oscilación es asociada a la interacción entre la turbina y el generador (Ilustración 35), causado por la interacción de elementos de potencia del sistema o elementos de control HVDC. La frecuencia de este modo está comprendida entre 10 y 45 Hz. (Cabrera, 2017)

**Ilustración 35: Modo Torsional**



Fuente: Fuente: Amortiguación de oscilaciones pequeñas usando sincrofasores y compensadores estáticos reactivos – Felipe Cabrera.

**Ilustración 36: Desarrollo de Oscilaciones Electromecánicas**



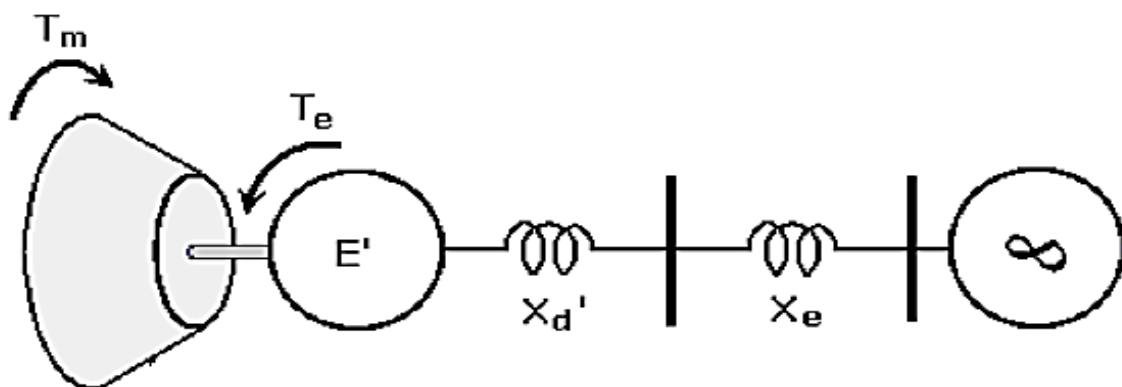
Fuente: Control de oscilaciones electromecánicas en sistemas eléctricos de potencia usando análisis modal – Vivian Agudelo, Diego Parra.

En el análisis de los SEP, es de vital importancia identificar el origen de las oscilaciones electromecánicas. En general las causas vienen a ser el comportamiento de las unidades de generación, las cargas eléctricas y la red de transmisión eléctrica.

Cuando una perturbación toma lugar en un sistema eléctrico, se genera un desbalance angular del rotor por el cambio intempestivo del torque electromagnético y mecánico; entonces, como la unidad de generación está conectada al resto del sistema por medio de la red de transmisión, y este a su vez viene a ser de una dimensión extensa, y para fines analíticos se simbolizará dicho sistema mediante una barra infinita. (Agudelo & Parra, 2008)

Por consiguiente, simbolizando el SEP mediante una barra infinita en el caso de la oscilación de modo local, se define el sistema eléctrico de la siguiente forma (Ilustración 37), donde  $T_m$  representa el torque mecánico,  $T_e$  el torque electromagnético,  $E'$  voltaje antes de la reactancia del generador,  $X_d'$  representa la reactancia en el eje directo el cual al ser mayor que la reactancia en el eje de cuadratura  $X_q$  esta se considera despreciable,  $X_e$  representa la reactancia de transmisión:

**Ilustración 37: Representación de modo local de un SEP conectada a una barra infinita**



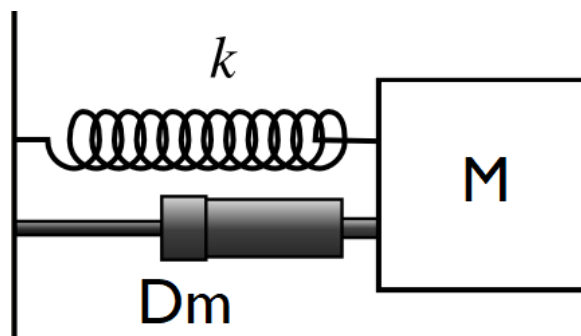
Fuente: Análisis de pequeña señal de una barra infinita - Jesús Játiva – Rommel Aguilar.

### 2.4.5 Naturaleza de las Oscilaciones electromecánicas

Este tipo de oscilación electromecánica de modo local, tiene un comportamiento muy similar al sistema masa – resorte (Ilustración 38), donde la respuesta dinámica de estos tipos de sistemas mecánicos se rige a la segunda ley de Newton, que vincula la fuerza y aceleración de la siguiente manera:

$$\text{Masa} + \text{Aceleración} + \text{Fuerza de Fricción} + \text{Fuerza del Resorte} = 0 \quad (13)$$

**Ilustración 38: Sistema masa – resorte**



Fuente: Diseño propio basado en el trabajo de oscilaciones electromecánicas en Sistemas de Potencia – Fernando Sánchez.

Donde:

- $M$ : Masa (kg)
- $Dm$ : Amortiguamiento Mecánico o fuerza fricción (kg/s)
- $K$ : Fuerza de resorte (N)
- $X$ : Aceleración ( $m/s^2$ )

Sanchez (1988) manifiesta que si la relación del sistema masa – resorte, es expresada mediante una ecuación diferencial de segundo orden, este vendría a plantearse de la siguiente forma:

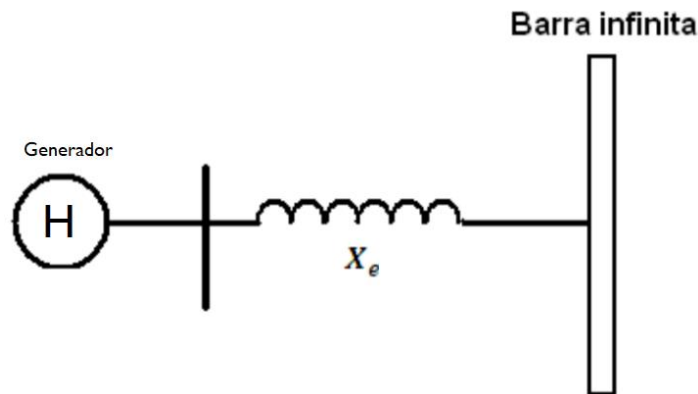
$$M \left( \frac{d^2x}{dt^2} \right) + Dm \left( \frac{dx}{dt} \right) + K * \Delta x = 0 \quad (14)$$

Cuando el valor de  $D_m$  resulta depreciable, la ecuación refleja que el movimiento es una oscilación sinusoidal amortiguada, que posee una frecuencia de oscilación descrita de la siguiente manera:

$$\omega_n = \sqrt{K/M} \quad (15)$$

Por lo tanto el sistema mecánico puede ser comparado con los SEP (Ilustración 39), entonces se representa el sistema eléctrico se representa como un generador o grupo de generadores, los cuales, transfieren potencia a través de un sistema de transmisión.

**Ilustración 39: Sistema Eléctrico de potencia comparado con el sistema masa – resorte**



Fuente: Diseño propio basado en el trabajo de oscilaciones electromecánicas en Sistemas de Potencia – Fernando Sánchez.

Donde:

- $H$  = Constante de Inercia
- $X_e$  = Reactancia del sistema de transmisión ( $\Omega$ )

Al presenciar dicha similitud, se puede establecer que el sistema está conectado a una barra infinita, el cual, no oscila y posee voltaje y frecuencia constante; entonces, el movimiento producido por la inercia del rotor ( $H$ ) con esta barra será semejante al comportamiento oscilatorio de la masa con respecto a su referencia fija (Ilustración 39) Las variaciones en los ángulos del rotor actuarán como un amortiguamiento ante la variación de potencia, como un resorte en el sistema mecánico. (Sanchez, 1988)

Entonces en un SEP, la ecuación que describe el movimiento relativo entre el rotor y el campo del entrehierro, relacionando así las variables de movimiento físicas del rotor como la inercia (H) y la velocidad mecánica con la potencia eléctrica que se genera, es llamada la ecuación de oscilación; esta ecuación, es la base del estudio y análisis de las oscilaciones en pequeña señal que comprende variaciones en el ángulo de potencia ( $\delta$ ) durante un evento.

La ecuación se expresa de la siguiente manera:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = J \frac{d\omega_m}{dt} = T_a \quad (16)$$

Reemplazando la ecuación 16 en 7, se obtiene:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_m - T_e \quad (17)$$

Donde:

- $\theta$  = Ángulo del torque mecánico (Radianes)
- $J$  = Momento de Inercia del generador (Kg/m<sup>2</sup>)
- $\omega_m$  = Velocidad angular del rotor (Rad mec/s)
- $T_e$  = Torque electromagnético (N.m)
- $T_m$  = Torque mecánico (N.m)
- $T_a$  = Torque acelerante (N.m)

Al normalizar la ecuación 17, en función de la constante de inercia (H) está definida como energía cinética en (watts/s) a una velocidad máxima que se encuentra dividida por VA en forma base, y se tiene la siguiente ecuación:

$$\frac{2H}{\omega_{0m}^2} VA_{base} \frac{d\omega_m}{dt} = T_m - T_e \quad (18)$$

Reajustando las variables en función de H:

$$2H \frac{d}{dt} \left( \frac{\omega_m}{\omega_{0m}} \right) = \frac{T_m - T_e}{VA_{base}/\omega_{0m}} \quad (19)$$

Convirtiendo a valores por unidad (P.U):

$$T_{base} = \frac{VA_{base}}{\omega_{0m}} \quad (20)$$

$$\frac{\omega_m}{\omega_{0m}} = \frac{\omega_r/P}{\omega_0/P} = \frac{\omega_r}{\omega_0} = \overline{\omega_r} \quad (21)$$

Donde:

- $\overline{\omega_r}$  = Velocidad del ángulo de potencia (p.u)
- $\omega_r$  = Velocidad mecánica base (rad eléctricos/s)
- $\omega_0$  = Velocidad nominal (rad/seg)
- P = Pares de polos

Sanchez (1988) indica que cuando la posición del ángulo de potencia ( $\delta$ ) varía con respecto a su punto inicial, se obtiene un nuevo valor de posicionamiento del ángulo ( $\delta_0$ ) en un tiempo de  $t=0$ , dicha variación se puede expresar de la siguiente manera:

$$\delta = \omega_r t - \omega_0 t + \delta_0 \quad (22)$$

Derivando la anterior ecuación con respecto a t:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_r - \omega_0 = \Delta\omega_r \quad (23)$$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{d(\Delta\overline{\omega_r})}{dt} \quad (24)$$

Reemplazando con  $\omega_r = \overline{\omega_r}\omega_0$ :

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \omega_0 \frac{d\omega_r}{dt} = \omega_0 \frac{d(\Delta\overline{\omega_r})}{dt} \quad (25)$$

Tomando en cuenta que:

$$\Delta\overline{\omega_r} = \frac{\Delta\omega_r}{\omega_0} = \frac{1}{\omega_0} \frac{d\delta}{dt} \quad (26)$$

Sustituyendo el planteamiento de la ecuación 26 en la 17, se obtiene la siguiente ecuación de oscilación:

$$\frac{2 * H}{\omega_0} * \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} = \Delta Tm - \Delta Te \quad (27)$$

Donde:

- H = Constante de Inercia del generador (p.u)
- $\delta$  = Posición angular del rotor (Rad)
- $\omega_0$  = Velocidad síncrona de la máquina (Rad/seg)
- $\Delta Te$  = Torque electromagnético (p.u)
- $\Delta Tm$  = Torque mecánico (p.u)
- t = Tiempo (s)

Aplicando la transformada de Laplace y despejando el  $\Delta Te$ :

$$\frac{2 * H}{\omega_0} s * \Delta\omega(s) = \Delta Tm(s) - \Delta Te(s) \quad (28)$$

$$s\Delta\delta(s) = \Delta\omega(s) \quad (29)$$

Se obtiene:

$$\Delta Te(s) = -\frac{2 * H}{\omega_0} s * \Delta\omega(s) + \Delta Tm(s) \quad (30)$$

Con la condición que la inercia de la turbina es constante ( $\Delta Tm = 0$ ), entonces:

$$\Delta Te(s) = K_D(s) * \Delta\omega(s) \quad (31)$$



Se obtiene la ecuación de primer orden, donde, el  $\Delta T_e$  (s) viene a estar ligado con el torque amortiguante, el cual hace referencia a la velocidad de la máquina.

Donde:

- Factor Amortiguante ( $K_D$ ): Viene a ser el factor que determina la tasa de disminución de las oscilaciones en el generador síncrono, por lo que, la falta de  $K_D$  producirá una inestabilidad oscilatoria, por consecuencia de las oscilaciones del rotor, obtendrán un incremento en su amplitud debido al insuficiente amortiguamiento.

Si se considera que la excitación del generador síncrono es constante, se puede obtener una aproximación a su comportamiento dinámico, relacionando sus variables de la misma forma que con el sistema masa - resorte:

$$2H \frac{d^2 \delta}{dt^2} + (K_D \Delta \omega) = \Delta T_m \quad (32)$$

Donde:

- $H$  = Constante de Inercia del generador. (p.u)
- $\delta$  = Ángulo de potencia. (radianes)
- $K_D$  = Coeficiente de amortiguamiento. (p.u)
- $\omega$  = Velocidad de la máquina. (rad/seg)
- $T_m$  = Torque mecánico. (N.m)

Entonces al reemplazar la ecuación 32 con 6, cuando ( $T_m=0$ ) se obtiene que:

$$T_m - T_e + K_S \Delta \delta = 0 \quad (33)$$

Entonces como  $T_m=0$ , se obtiene:

$$K_S = \frac{P_e}{\Delta \delta} K_S \quad (34)$$

$$K_S = \frac{\partial P_e}{\partial \delta}$$

Se obtiene:

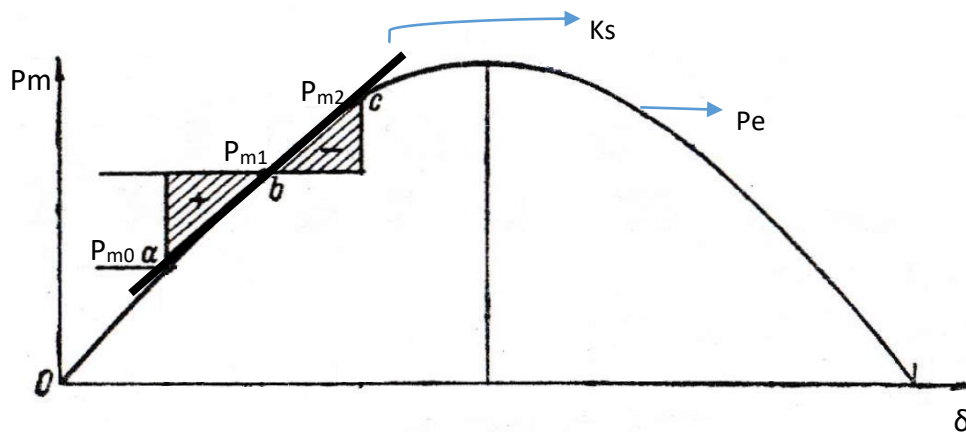
$$K_S = \frac{E_G * E_M * \cos\delta}{X_T} \quad (35)$$

Para las pequeñas perturbaciones,  $K_S$  viene a ser la pendiente de la curva potencia - ángulo del generador síncrono, y se produce cuando este opera en estado estable.

Donde:

- Factor Sincronizante ( $K_S$ ): Viene a ser el factor que mantiene la unión eléctrica entre los generadores síncronos, el cual, es de vital importancia para mantener la estabilidad cuando el sistema se encuentre en estado de postfalla, y la falta de  $K_S$  provocará inestabilidad no oscilatoria, en consecuencia, el ángulo de potencia sufrirá un incremento constante por la pérdida de sincronismo, es representado como la tangente en la curva de potencia ángulo de una máquina síncrona (Ilustración 40).

**Ilustración 40: Curva potencia - ángulo de una máquina síncrona de polos salientes.**



Fuente: Elaboración propia basada en el trabajo de Fernando Sánchez Tello

Sánchez (1988) refiere de la forma en que la fuerza de restauración del resorte actúa sobre el sistema mecánico masa - resorte, similarmente el término ( $K_s * \Delta\delta$ ) funciona como potencia sincronizante, que, produce la aceleración o desaceleración de la inercia del generador síncrono, y a su vez, este generará mayor o menor potencia hacia el sistema.

Ante las pequeñas variaciones, el comportamiento dinámico se verá afectado y la excitación del generador se modificará de acuerdo a los cambios en las potencias, ante esta variación, la ecuación de oscilación tiene la misma estructura que la ecuación sistema masa – resorte:

$$2H \frac{d^2\delta}{dt^2} + K_D \frac{d\delta}{dt} + K_S \Delta\delta = 0 \quad (36)$$

Donde:

- H: Constante de Inercia del generador (p.u)
- $\delta$ : Ángulo de potencia (radianes)
- KD: Factor amortiguante (Pu-Potencia/Pu- $\Delta f$ )
- KS: Factor sincronizante (Pu- $\Delta P$ /radianes)
- $\Delta\delta$ : Desviación angular del rotor (radianes)

## 2.5 CARGAS ELÉCTRICAS

La carga eléctrica de un SEP, está compuesta por instrumentos, artefactos eléctricos como motores eléctricos, bombas de agua, etc. Instrumentos que se encuentran conectados al SEP y son dependientes de la frecuencia con que funcionan. (Zeni & Marcos, 2003)

El comportamiento de las cargas eléctricas, ante las variaciones de voltaje y frecuencia son muy variables y dependientes por su naturaleza no lineal, por consiguiente, esta característica dependiente de la frecuencia se representa mediante:

$$\Delta P_e = \Delta P_L + D\Delta\omega_r \quad (37)$$

Donde:

- $\Delta P_L$ : Variación de carga no dependiente de la frecuencia (Mw)

- $\Delta\omega_r$ : Variación de carga dependiente de la frecuencia (Mw)
- D: Factor de amortiguamiento de la carga

El factor de amortiguamiento es definido mediante el porcentaje de variación de la carga por otro de variación en la frecuencia.

### 2.5.1 Desconexión de las cargas eléctricas por baja frecuencia

Martínez & Hernández (1990) manifiestan que la desconexión de las cargas eléctricas, son producidas por diversos factores entre ellos la pérdida o exceso de generación de energía, sobrecarga de la barra del sistema, etc. Consecuentemente, este tipo de eventos en el SEP originan un desbalance en la velocidad angular del rotor de la máquina síncrona, que, perjudica también a la frecuencia, cuya variación depende de la magnitud de un desbalance.

Dicho desbalance puede ser expresado de la siguiente manera:

$$P_a = P_m - P_e \quad (38)$$

$$P_a = P_g - P_c$$

Donde:

- $P_a$ : Potencia acelerante (Mw)
- $P_m$ : Potencia mecánica (Mw)
- $P_e$ : Potencia eléctrica (Mw)
- $P_g$ : Potencia generada (Mw)
- $P_c$ : Potencia consumida (Mw)

#### 2.5.1.1 Sobrecarga del sistema

La sobrecarga del sistema se genera en dos formas, la primera se produce por pérdida de generación que origina un desbalance negativo en la velocidad angular del rotor, provocando la desaceleración de la máquina síncrona; y el segundo caso, se manifiesta cuando hay exceso en la generación produciendo un desbalance positivo que ocasiona la aceleración de la máquina síncrona. (Martínez & Hernández, 1990)

La sobrecarga se expresa de la siguiente forma:

$$SC = \frac{100|P_a|}{\text{Generación Final}} \quad (39)$$

$$SC = \frac{|P_a|}{P_{go} - |P_a|} * 100$$

Donde:

- $|P_a|$ : Valor absoluto del desbalance
- $P_{go}$ : Potencia generada antes del disturbio (Mw)

Despejando  $|P_a|$ :

$$|P_a| = \frac{SC}{100 + SC} * P_{go} \quad (40)$$

La ecuación 40 es válida para el cálculo por pérdida de generación; mientras que, la ecuación 39 es útil para el cálculo por sobrecarga de energía.

Cuando sucede pérdida o exceso de generación, la energía cinética de las masas rodantes de la máquina síncrona es alterada, por lo tanto, es necesario corregir la constante de inercia.

$$H' = H \frac{P_{go} - |P_a|}{P_{go}} \quad (41)$$

$$H' = H(1 - |P_a|)$$

Si una máquina síncrona posee una alta inercia, es decir, una gran cantidad de energía cinética, tendrá más resistencia antes los desbalances generados en los SEP. (Martínez & Hernández, 1990)

### 2.5.1.2 Variación de la frecuencia

Martínez & Hernández (1990) señalan que la variación de frecuencia es producida por los eventos del SEP, que generan un desbalance con tendencia a desconectarse entre las unidades de generación y cargas eléctricas.

Utilizando la ecuación 27, conocida como la ecuación de oscilación, con las nuevas condiciones de la constante de inercia corregida, se puede obtener la variación de la frecuencia en el SEP, entonces:

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = \frac{\omega_0}{2H} (P_m - P_e) \quad (42)$$

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = \frac{\omega_0}{2H} (P_a)$$

Donde:

- $\delta$ : Ángulo de potencia (radianes)
- $\omega_0$ : Velocidad angular síncrona (rad/seg)
- $P_m$ : Potencia mecánica (Mw)
- $P_e$ : Potencia eléctrica (Mw)

Como se sabe que  $\omega_0 = 2\pi f$ , y sustituyendo en la ecuación 42, se obtiene:

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = \frac{\pi f}{H} (P_a) \quad (43)$$

La relación entre ángulo y el ángulo real del rotor ( $\theta$ ) se encuentra dado por:

$$\theta = \omega_0 t + \delta \quad (44)$$

Derivando  $\omega_0$ :

$$\omega_0 = 2\pi f$$

$$\omega_0 = \frac{d\theta}{dt} \quad (45)$$

$$\omega_0 + \frac{d\delta}{dt}$$

$$2\pi \frac{df}{dt} = \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} \quad (46)$$

Igualando las ecuaciones 43 en las 45 y 46:

$$\frac{df}{dt} = \frac{f_0}{2H} (P_a) \quad (47)$$

Entonces se establece que el nuevo valor de la frecuencia se expresa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{f} &= \frac{df}{dt} \\ \dot{f} &= \frac{f_0}{2H'} (P_a) \end{aligned} \quad (48)$$

La ecuación puede transformarse en:

$$\begin{aligned} \dot{f} &= \frac{df}{dt} \\ \dot{f} &= \frac{f_0}{2H} (SC) \end{aligned} \quad (49)$$

Expresando el nuevo valor de la frecuencia con relación al tiempo es:

$$f(t) = f_0 + \dot{f}(t) \quad (50)$$

Donde:

- $f_0$ : Ordenada al origen.
- $\dot{f}$ : Derivada de la frecuencia con respecto al tiempo.

### 2.5.1.3 Coeficiente de amortiguamiento de la carga eléctrica

La carga eléctrica se encuentra en sincronismo en el SEP, que funciona con una frecuencia determinada (60 Hz), entonces, esta carga puede variar por ser dependiente de la frecuencia, la cual, tiende a sufrir variaciones. (Martínez & Hernández, 1990)

Entonces dicha variación puede ser medida mediante el coeficiente de amortiguamiento, el cual se manifiesta como:

$$D \triangleq \frac{\partial P_c}{\partial f} \quad (51)$$

Cuando la variación de la carga es lineal, este puede expresarse de la siguiente manera:

$$D = \frac{\Delta P_c}{\Delta f} \quad (52)$$

$$\bar{D} = \frac{\frac{\Delta P_c}{P_{g0}}}{\Delta f} \quad (53)$$

$$\bar{D} = \frac{\Delta \bar{P}_c}{\Delta f} \text{ (P. U)}$$

$$D = \frac{\Delta P_c / P_{g0}}{\Delta f / f_0} (\%) \quad (54)$$

Estas expresiones son usadas para expresar el amortiguamiento de la carga, tanto en valores por unidad como en porcentajes.

Por lo tanto, cuando se considera que la carga en función de la frecuencia varía, se puede expresar la potencia de generación como invariable, a partir de esta condición se establece que:

$$\bar{P}_c = \bar{P}_{c0} + \Delta \bar{P}_c \quad (55)$$

$$\bar{P}_c = \bar{P}_{c0} + \bar{D} \Delta f$$

Implementando la ecuación 48 a la ecuación de Oscilación:

$$\frac{df}{dt} = \frac{f_0}{2H'} (\bar{P}_g - \bar{P}_c) \quad (56)$$

Si:  $\bar{P}_{a0} = \bar{P}_g - \bar{P}_{c0}$ , entonces, la nueva condición se describe de la siguiente manera:

$$\frac{df}{dt} = \frac{f_0}{2H'} (\bar{P}_{a0} - \bar{D}f + \bar{D}f_0) \quad (57)$$



Donde:

- $\bar{P}_{a0}$ : Potencia de aceleración (Mw)

La solución de la ecuación diferencial es:

$$f(t) = f_0 + \frac{\bar{P}_{a0}}{D} (1 - e^{-kt}) \quad (58)$$

Con:

$$K = \frac{f_0 D}{2H} \quad (59)$$

Con esta nueva condición se puede observar que la frecuencia no decae indefinidamente, sino, se estabiliza con el tiempo y se expresa con el siguiente valor:

$$f_{EE} = f(\infty) = f_0 + \frac{\bar{P}_{a0}}{D} \quad (60)$$

Estas condiciones establecen que la frecuencia puede decaer o elevarse dependiendo a las condiciones del SEP cuando se encuentra en estado dinámico.

Cuando la frecuencia decae o se eleva a un valor límite, se produce la salida de elementos del SEP por mínima o máxima frecuencia, esto genera un desbalance en el sistema, produciendo inestabilidad y conllevando a grandes pérdidas económicas. (Martínez & Hernández, 1990)

## 2.6 Estabilizador del sistema de potencia (PSS)

Agudelo & Parra (2008) señalan que el estabilizador de potencia, es un dispositivo encargado de brindar amortiguamiento a un SEP, con la finalidad de reducir las oscilaciones electromecánicas producidas por perturbaciones pequeñas.

El PSS viene a ser un dispositivo de control auxiliar conectada a la máquina síncrona, la cual, genera señales de control cuya finalidad es la de mejorar el amortiguamiento del SEP.

En la actualidad existen varios modelos de PSS aprobados por la IEEE, las cuales se clasifican según su regulación, existen modelos de PSS para motores como:

“Transient excitation boosting stabilizer model”, “Dual-input signal power system stabilizer model”, “1981 IEEE power system stabilizer model”, etc, en el caso de generadores: “Ontario Hydro delta-omega power system stabilizer”, “IEEE Std. 421.5-2005 PSS1A Single-Input Stabilizer model”, “1992 IEEE type PSS2A dual-input signal stabilizer model”, “IEEE 421.5 2005 PSS2B IEEE dual-input stabilizer model”, “IEEE Std. 421.5 2005 PSS3B IEEE dual-input stabilizer model”, “IEEE 421.5(2005) dual-input stabilizer model”, entre otros. Adicionalmente, existen PSS para sistemas de energía eólica como: “WECC supplementary signal for static var system”, “Power sensitive stabilizer model type NI (NVE)”, “ASEA power sensitive stabilizer model” entre otros. Cabe resaltar que en el caso de la C.H. de Machupicchu es utilizado el modelo PSS2B.

El objetivo principal del PSS es expandir los límites de la estabilidad angular, afianzando la excitación de la máquina síncrona, mediante señales que estabilicen a través de un control moderno.

Como los parámetros de la máquina síncrona varían con respecto al funcionamiento del sistema, el cual, está compuesto por cargas eléctricas, éstas al sufrir una perturbación varían el comportamiento dinámico de esta por lo cual el generador tenderá a sufrir una variación de amortiguamiento

Cuando existe un disturbio, el PSS tiene la función de afianzar la estabilidad del SEP, agregando mayor amortiguamiento a los rotores de las maquinas síncronas mediante un componente de torque electromagnético que se mantiene en fase con los cambios de velocidad, en consecuencia, este dispositivo se emplea en redes de adelanto y retraso para poder volver a la condición de estable en la excitación del SEP, compensando el amortiguamiento negativo producido en el disturbio; sin embargo, existe ocasiones cuando el amortiguamiento es insuficiente para poder estabilizar el sistema que se generan las oscilaciones electromecánicas, y pueden limitar la capacidad de transmisión de potencia.

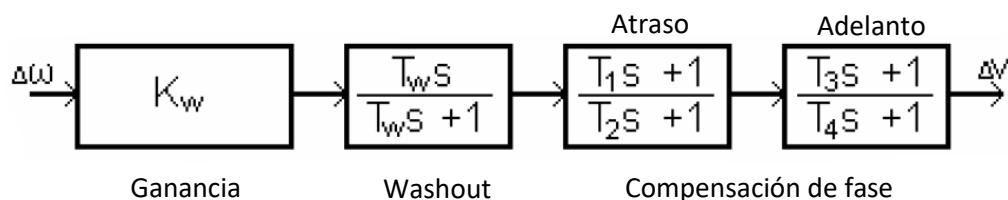
### 2.6.1 Sistema de bloques del PSS

El PSS debe poseer las siguientes cualidades de diseño para poder amortiguar el SEP.

- **Compensación en fase:** Es el conjunto de varios componentes que proveen una adecuada característica de adelanto o retraso de fase, la cual, es para compensar esta fase de entrada entre la excitación y el par electromagnético de la máquina síncrona.
- **Filtro estabilizador (WASHOUT):** Es un dispositivo que determina el valor de la frecuencia mínima o máxima, donde el PSS empieza a agregar amortiguamiento al SEP. Para el modo de oscilación local se requiere una constante de tiempo  $T_w$  de 1 o 2 segundos, que, satisfacen el tiempo de amortiguación del sistema.
- **Estabilizador de ganancia:** Es el dispositivo que determina el amortiguamiento necesario para el SEP, que será entregado por el PSS. Este dispositivo debe ser calibrado a un valor que aporte un amortiguamiento máximo.
- **Bloque limitador de señal estabilizante:** Este dispositivo restringe el nivel de los cambios de voltaje de salida de la máquina síncrona cuando se encuentra en estado transitorio. (Agudelo & Parra, 2008)

Estas cualidades de diseño del PSS son representadas mediante el diagrama de bloques (Ilustración 41). Se representa el estabilizador como un controlador que posee dos etapas de adelanto-retraso, un bloque que represente el filtro estabilizador.

**Ilustración 41: Diagrama de bloques del modelo clásico de un PSS**



Fuente: Análisis de estabilidad en pequeña señal de una máquina síncrona conectada a un bus infinito - Jaime Castañeda.

Para Verdugo (2005) los valores típicos para cada dispositivo varían dependiendo al tipo y tamaño del disturbio, en el caso de pequeños disturbios los valores fluctúan entre:

- ✓  $T_w$ : 1 – 2
- ✓  $T_1 - T_3$ : 0.1 - 0.9
- ✓  $T_2 - T_4$ : 0.01 - 0.05
- ✓  $K_w$ : 1 - 100

La respuesta a la variación de frecuencia del SEP, indica la compensación de fase que debe ser entregada por este dispositivo. Esto se logra ajustando las constantes de tiempo  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  y  $T_4$  del compensador de fase; y una mala sintonización, puede generar el sobre amortiguamiento del sistema que producirá problemas en la estabilidad.

$$f_c = \frac{1}{2\pi} * \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}} \quad (61)$$

$$n = \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_3}{T_4} \quad (62)$$

Para obtener la ganancia del PSS se tiene que calcular la octava parte del valor de la ganancia de inestabilidad, tal como se plantea:

$$K_w = \frac{K_I}{8} \quad (63)$$

## **CAPÍTULO III: ANÁLISIS DE ESTABILIDAD INTERNA DE SISTEMAS NO LINEALES**

### **3.1 Generalidades**

Junco (2003) refiere que el análisis de estabilidad, es uno de los elementos más importantes dentro de los sistemas dinámicos, al presentarse diversos problemas, cada uno de estos presenta diferentes características. Por ejemplo, cuando se consideran sistemas lineales y estacionarios, existen métodos para poder determinar su punto óptimo de estabilidad; sin embargo, cuando se trata de sistemas no lineales estos métodos no tienen validez debido a sus características de composición.

En los sistemas no lineales, se presentan fenómenos que no pueden ser evidenciados en los sistemas lineales. Uno de estos fenómenos es la existencia de múltiples puntos de equilibrios que están aislados, a diferencia de, un sistema lineal que posee un solo punto de equilibrio aislado, y como consecuencia un solo estado de régimen estacionario.

A diferencia de los sistemas lineales que pueden ser asintóticamente estables<sup>3</sup>, los sistemas no lineales pueden llegar a tener varios puntos de equilibrio, donde la convergencia de uno de éstos, dependerá del estado inicial del sistema. A partir de esto, se analiza la estabilidad en los diferentes puntos de equilibrio en los sistemas no lineales mediante el estudio de comportamiento, para ello se presenta el concepto de estabilidad de Alexander Mikhailovich Lyapunov<sup>4</sup> que permite el análisis de estabilidad en pequeña señal.

### **3.2 Estabilidad en el sentido de Lyapunov**

En la estabilidad de Lyapunov, un punto de equilibrio de un sistema no lineal es estable, cuando las soluciones cercanas a este punto permanecen estables cuando

---

<sup>3</sup> Asintóticamente Estable: Si las soluciones aparte de pertenecer a las cercanías del mismo, tienden hacia el punto de equilibrio medida que transcurre el tiempo.

<sup>4</sup> Alexander Mikhailovich Lyapunov (1875-1918): Matemático Ruso que dio origen al estudio de estabilidad mediante un enfoque teórico.

ha sufrido una pequeña variación, entonces, si en dicho punto ocurre lo contrario, éste resulta inestable.

Entonces, al considerar que el sistema es autónomo<sup>5</sup>:

$$\dot{x} = f(x) \quad (64)$$

Donde, los componentes del vector n-dimensional  $f(x)$  son funciones continuas, los cuales, poseen definidas su dominio  $x$  en la función, es decir,  $D \in \mathfrak{R}^n$ .

Cómo  $f: D \in \mathfrak{R}^n$ , dicha función viene a estar en el mapa Lipschitziano, el cual, se refiere a que un punto  $x_0$  si satisface la condición de Lipschitz:  $\|f(x) - f(y)\| \leq L \|x - y\|$  para  $x, y$  en un entorno de  $x_0$ , donde  $L$  es una constante positiva y  $\|*\|$  representa la norma Euclídea en  $\mathfrak{R}^n$ , el cual, se presenta de la siguiente forma:

$$\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}.$$

La condición de Lipschitz avala la existencia de una solución única de  $f(x)$  que satisface la condición  $x(0) = x_0$ .

Al suponer que  $\bar{x} \in D$ , viene a ser un punto de equilibrio de  $f(x)$ ; es decir que  $f(\bar{x}) = 0$ . Para caracterizar y analizar la estabilidad de  $\bar{x}$ , por comodidad se considera que  $\bar{x} = 0$ , dicha suposición no afecta la generalidad del punto de equilibrio  $\bar{x} \neq 0$ ; por lo tanto puede ser llevado al punto de origen, definiendo el cambio de variable  $y = x - \bar{x}$ , entonces se obtiene:

$$\dot{y} = \dot{x} = f(x) = f(y + \bar{x}) := g(y), \quad \text{con } g(y) = 0 \quad (65)$$

Simplificando:

$$g(y) \triangleq f(y + \bar{x}) \quad (66)$$

---

<sup>5</sup>Un sistema es autónomo cuando no depende del tiempo.

En este cambio de variable, se obtiene una nueva función  $\dot{y} = g(y)$ , que tiene su punto de equilibrio en el origen del espacio de estados. Debido a esto, se puede considerar que  $f(0) = 0$ , donde el punto de equilibrio será en  $x=0$ . (Junco, 2003)

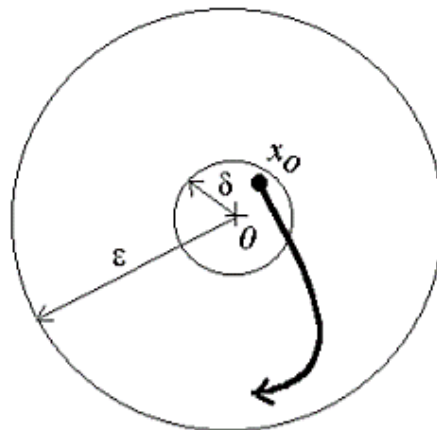
Consecuentemente, aplicando la primera definición del teorema de Lyapunov, se puede establecer que:

Si  $\phi(t; t_0, x_0)$  viene a ser la solución de  $f(x)$  acogiendo la condición inicial de  $x(t_0)=x_0$  a partir del instante inicial  $t_0$ , el punto de equilibrio de  $x=0$  es:

- Estable: Si para cada punto en  $\varepsilon > 0$ , existe un  $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$  (Ilustración 42), entonces:

$$\|x(0) < \delta\| \rightarrow \|\phi(t, t_0, x_0)\| < \varepsilon, \quad \forall t \geq 0 \quad (67)$$

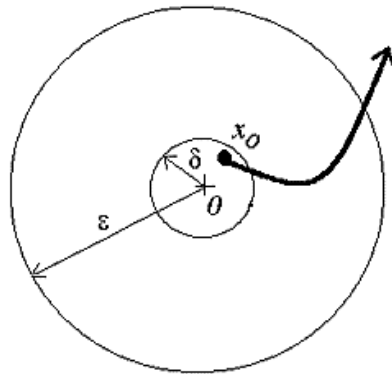
**Ilustración 42: Puntos de equilibrio estables en  $x(0)$**



Fuente: Análisis de estabilidad interna de sistemas no lineales - Universidad Nacional de Rosario.

- Inestable: Si no cumple con la condición de estable, es decir,  $x(0)$  no tiene puntos de equilibrio, según la estabilidad de Lyapunov (Ilustración 43).

**Ilustración 43: Puntos de equilibrio inestables en  $x(0)$**

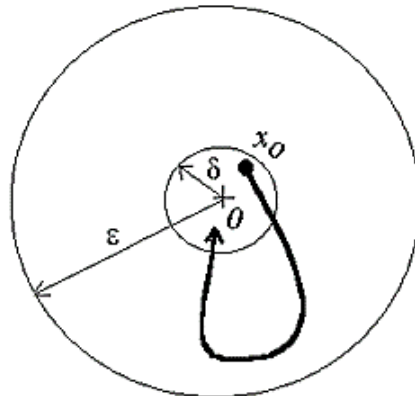


Fuente: Análisis de estabilidad interna de sistemas no lineales - Universidad Nacional de Rosario.

- Asintóticamente Estable: Si cumple la condición de estable y  $\delta$  puede ser legible (Ilustración 44) de modo que:

$$\|x(0) < \delta\| \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t, t_0, x_0) = 0 \quad (68)$$

**Ilustración 44: Puntos de equilibrio asintóticamente estables en  $x(0)$**



Fuente: Análisis de estabilidad interna de sistemas no lineales - Universidad Nacional de Rosario.

**3.2.1 Comparación de la estabilidad según Lyapunov con el lugar geométrico de las raíces.**

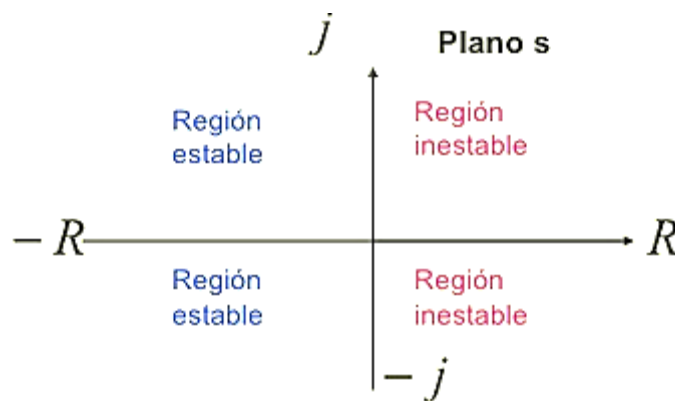
Según Ogata (1998) el Lugar Geométrico de las Raíces (LGR) viene a ser un método para determinar el posicionamiento de los polos del sistema en el plano complejo a medida que sufre variaciones en sus parámetros; por lo que, los



resultados que proporciona este método son muy usados en el análisis de estabilidad y funcionamiento de control.

Realizando una comparación de los puntos estables en el método de Lyapunov con el método de LRG se puede establecer que si un punto de equilibrio es estable (Ilustración 42) los polos y ceros estarán situados en los cuadrantes 2 y 3 del plano complejo (ilustración 45), los cuales, indican que el sistema es estable, sin embargo existe el caso donde el punto de equilibrio es inestable (Ilustración 43) de tal modo que los polos y ceros se ubican en los cuadrantes 1 y 4 del plano complejo evidenciando un sistema inestable (Ilustración 45).

**Ilustración 45: Raíces geométricas estables.**



Fuente: Ingeniería de control moderna (Ogata, 1998).

**3.2.2 Análisis de Estabilidad en los sistemas no lineales mediante la linealización aproximada de los puntos de equilibrio.**

Según Seron & Braslavsky (2000) para realizar un buen análisis de los puntos de equilibrio en sistemas no lineales se recomienda realizar una linealización para analizar el comportamiento del modelo lineal. Entonces, el siguiente teorema establece condiciones para realizar una aproximación a la linealización, y de la misma forma, extraer conclusiones sobre la estabilidad de origen en los puntos de equilibrio del sistema no lineal, dicho teorema se conoce como el Método Indirecto de Lyapunov.

- Método Indirecto de Lyapunov: Sea  $x = 0$  un punto de equilibrio del sistema no lineal  $\dot{x} = f(x)$ , donde,  $f: D \rightarrow \mathbb{R}^n$ , con  $D \subset \mathbb{R}^n$ , que es continuamente

diferenciable y D se encuentra entorno al origen, entonces la matriz Jacobiana es:

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (69)$$

Entonces, el sistema linealizado en torno al punto de equilibrio  $x = 0$  es:

$$\dot{x} = Ax \quad (70)$$

Utilizando la expresión 69 en un sistema autónomo forzado  $\dot{x} = f(x, u)$ , donde,  $u$  es la variable de entrada al sistema; por lo tanto, el punto  $f(0,0)$  se puede derivar parcialmente de la siguiente manera:

$$\dot{x} = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=0, u=0} x + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{x=0, u=0} u \quad (71)$$

Denominando el sistema linealizado por partes, se establece que:

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=0, u=0}, \quad B = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{x=0, u=0} \quad (72)$$

Tomando los puntos  $x = 0, u = 0$ , resulta de la siguiente manera:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (73)$$

### 3.3 Análisis modal de un sistema eléctrico de potencia mediante el método indirecto de Lyapunov

El método indirecto de Lyapunov, es un modelo no lineal del SEP que puede ser linealizado alrededor de un punto de equilibrio, el cual, es representado mediante una condición de estado estable.

#### 3.3.1 Ecuaciones de estado

Para Castañeda (2013) el conjunto de ecuaciones diferenciales, describen el comportamiento de un sistema, que a su vez son aplicados a sistemas no lineales.

El estado de un sistema es el conjunto de variables, llamadas también variables de estado, que poseen información sobre el sistema y que permite el cálculo de sus estados futuros con relación a las nuevas variables de entrada.

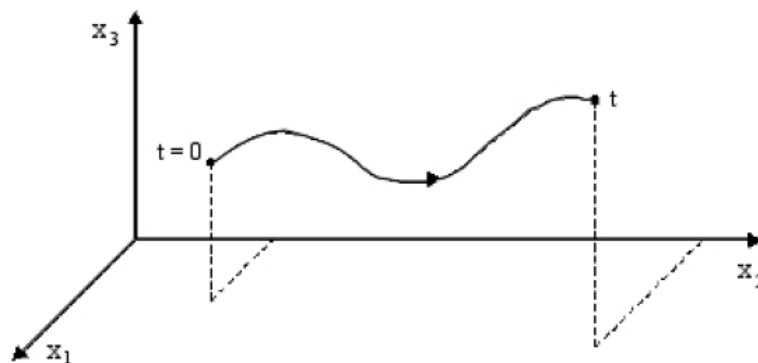
El número de variables de estado ( $n$ ) son las que definirán la dimensión total del sistema, entonces, es factible utilizar la expresión espacio de estado para poder referenciar el espacio ( $n$ )-dimensional donde el valor de ( $x$ ) sufrirá variaciones.

Para tomar los valores correspondientes de la variación de  $x$  en la trayectoria de fase a medida que el tiempo avanza, se puede establecer que el vector de estado del sistema no lineal viene a ser:  $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$  (Ilustración 46).

La representación de un SEP en estado dinámico, se puede describir por un conjunto de  $n$ -ecuaciones diferenciales, como se puede observar en la siguiente forma:

$$x_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (74)$$

**Ilustración 46: Variación de  $x$  mediante la trayectoria de fase en el espacio tridimensional**



Fuente: Análisis de estabilidad en pequeña señal de una máquina sincrónica conectada a un bus infinito - Jaime Castañeda.

En este esquema, se puede decir que ( $n$ ) es el número de orden y el número de entradas que posee el sistema; por lo tanto, al escribir en forma de vectorial se llega a la siguiente forma:

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (75)$$

Donde:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_r \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \quad (76)$$

El vector columna (x) viene a ser el vector de estado, y los elementos que lo componen como (x)<sub>1</sub> es una variable de estado. El vector de columna (u) es un vector de entrada al sistema, dicho vector posee las señales que son externas y tienen cierta influencia en la forma de reacción del sistema; por último, (t) viene a ser el tiempo y las derivadas de (x) con respecto a (t) son representadas mediante (x<sup>·</sup>). (Castañeda, 2013)

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = \dot{x}_i(t) = f_i(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)) \quad (77)$$

Donde:

- i = 1,2,...n
- n = Número de variables de estado
- r = Número de entradas al sistema

Si las derivadas de las variables de estado son autónomas, se puede simplificar la ecuación vectorial 75 de la siguiente forma:

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (78)$$

Utilizando la definición de variables de estado, se puede establecer de la misma manera las ecuaciones de salida del sistema, por lo tanto:

$$y_j(t) = g_j(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)) \quad (79)$$

Donde:

- j = 1,2,...n
- n = Número de variables de estado
- m = Número de salidas del sistema

Por consiguiente, se puede simplificar la forma vectorial de la siguiente forma:

$$y = g(x, u) \quad (80)$$

Donde:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_m \end{bmatrix} \quad (81)$$

El vector de columna (y) viene a ser las variables de salida del sistema, mientras que el vector columna (g) representa a las funciones no lineales que vinculan estados y variables de entrada o salida.

El conjunto de n-ecuaciones de estado y las m-ecuaciones de salida del sistema, llegan a formar el grupo de las ecuaciones dinámicas.

Las n-variables de estado, así como las entradas al sistema, llegan a ofrecer una descripción total del comportamiento, de la misma forma, estas variables de estado pueden ser valores de cantidades físicas como velocidad, tensión, ángulos, etc., o pueden llegar a ser expresiones matemáticas ligadas a ecuaciones diferenciales en función al sistema dinámico. (Castañeda, 2013)

### 3.3.2 Aproximación lineal de las ecuaciones de estado

Para Agudelo & Parra (2008) el análisis de estudio de un SEP está consignado sobre un punto de equilibrio, presenta una característica estable. Utilizar el modelo no lineal de este sistema no es conveniente; sin embargo, existe la posibilidad de realizar una aproximación lineal del modelo sobre el punto de equilibrio para un estudio más óptimo y menos complejo.

La aproximación lineal, permite analizar el comportamiento en el punto de equilibrio del sistema que se produce ante disturbios pequeños que normalmente suceden en las variables de estado ( $\Delta x$ ) así como en las entradas del sistema ( $\Delta y$ ).

Entonces, al realizar la aproximación lineal sobre la ecuación 77, se establece que:

$$\dot{x}_0 = f(x_0, u_0) = 0 \quad (82)$$

Donde,  $x_0$  y  $u_0$  representa el vector de estado en estado inicial y entrada del punto de equilibrio, respectivamente.

Cuando el sistema se encuentra perturbado, entonces el nuevo estado viene a ser:

$$x = x_0 + \Delta x \quad , \quad u = u_0 + \Delta u \quad (83)$$

El nuevo estado en función de las nuevas condiciones, se expresa de la siguiente forma:

$$\dot{x} = \dot{x}_0 + \Delta \dot{x} = f(x_0 + \Delta x), (u_0 + \Delta u) \quad (84)$$

En el caso de que el sistema sea alterado a causa de perturbaciones pequeñas, las funciones no lineales  $f(x,u)$  pueden ser expresadas mediante las series de Taylor, estos términos de potencias de segundo orden y superior de  $\Delta x$  y  $\Delta u$  son despreciados, quedando entonces:

$$\dot{x} = \dot{x}_0 + \Delta \dot{x} = f(x_0 + u_0) + \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_r} \Delta u_r \quad (85)$$

Donde,  $i: 1,2,\dots, n$ .

Pero como  $\dot{x} = f(x_0, u_0)$ , se obtiene:

$$\Delta \dot{x} = \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_r} \Delta u_r \quad (86)$$

Donde,  $i: 1,2,\dots, n$ .

De la misma forma se puede realizar el cálculo matemático para  $y = g(x,u)$ :

$$\Delta y = \frac{\partial g_j}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial g_j}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial g_j}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial g_j}{\partial u_r} \Delta u_r \quad (87)$$

Donde:  $j: 1,2,\dots, n$ .

Al tomar las ecuaciones con sus aproximaciones lineales, se obtiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x} &= A\Delta x + B\Delta u \\ \Delta y &= C\Delta x + D\Delta u \end{aligned} \quad (88)$$

En las ecuaciones 88,  $\Delta x$  es un vector de estado que posee una dimensión “n”, mientras que  $\Delta y$ , así como  $\Delta u$  son vectores de salida y entrada con dimensiones “m” y “r” respectivamente.

Las anteriores derivadas parciales, son determinadas en el punto de equilibrio en el entorno del pequeño disturbio, el cual, está siendo analizado. (Agudelo & Parra, 2008)

Entonces, colocando las derivadas en la matriz, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_n} \end{bmatrix} \\
 C &= \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} & D &= \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial u_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_n}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial g_n}{\partial u_n} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{ 89}$$

Donde:

- A = Estado o matriz de planta, que posee, tamaño de n x n.
- B = Control o matriz de entrada, que posee, tamaño de n x r.
- C = Matriz de salida de tamaño m x n.
- D = Matriz de pre-alimentación, la cual, contiene la proporción de la entrada que aparece en la salida m x r.

### 3.3.3 Propiedades de la Matriz de Estado

Según Castañeda (2013) señala que se puede establecer que la matriz A es Jacobiana, donde, se emplea un flujo de carga común. Entonces, se puede aplicar las derivadas parciales en el punto de equilibrio del sistema para analizar el disturbio en pequeña señal.

Por esto, a la matriz A recibe el nombre de planta o estado, y es un término utilizado en la teoría de control.

La estabilidad en pequeña señal se encuentra regentada en sus Eigenvalores (valores propios) de la matriz A, por esto, los modos de respuesta de oscilación de un sistema, ante pequeñas perturbaciones, dependen únicamente de sus valores propios.

Por consiguiente, aplicar la transformada de Laplace en las ecuaciones 88, se obtiene las ecuaciones de estado en el dominio de la frecuencia:

$$s\Delta x(s) - \Delta x(0) = A\Delta x(s) + B\Delta u(s) \quad (90)$$

$$\Delta y(s) = C\Delta x(s) + D\Delta u(s) \quad (91)$$

Al reemplazar la ecuación 90 en 91, para luego despejar  $\Delta x$ , se obtiene:

$$\Delta y(s) = C \frac{\text{adj}(sI - A)}{\det(sI - A)} [\Delta x(0) + B\Delta u(s)] + D\Delta u(s) \quad (92)$$

Por lo tanto, la ecuación característica de A, viene a ser:

$$\det(sI - A) = 0 \quad (93)$$

Los valores de  $\Delta x(s)$ ,  $\Delta y(s)$  son raíces que satisfacen la ecuación de la matriz A y en la ecuación anterior, son denominados como eigenvalores o valores propios de la matriz A.

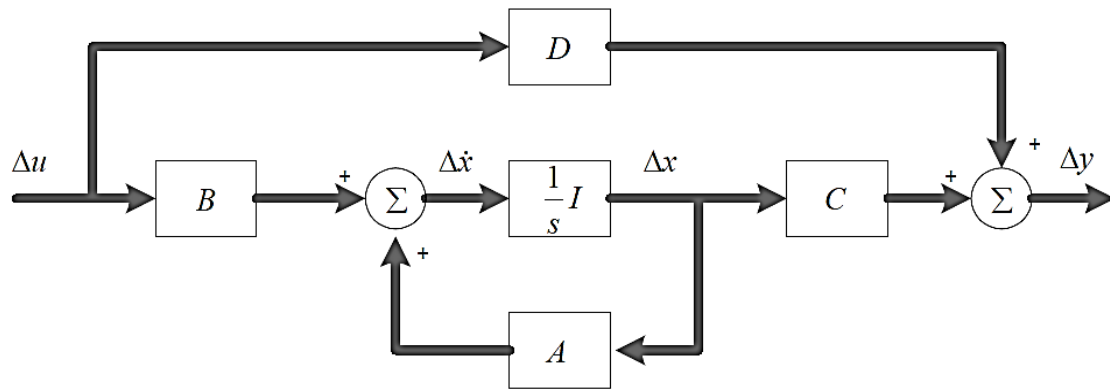
El método indirecto de Lyapunov establece que, para la existencia de estabilidad en pequeña señal en un sistema no lineal, depende de las raíces de la ecuación del sistema; es decir, los eigenvalores o valores propios de la matriz A.

- Si los eigenvalores poseen una parte real negativa, entonces el sistema es asintóticamente estable.
- Si por lo menos, uno de los eigenvalores posee parte real positiva, el sistema es inestable.
- Si los eigenvalores poseen parte real igual a cero, entonces no es factible establecer una primera aproximación general a la estabilidad del sistema.



Las propiedades de los eigenvalores o valores propios de  $A$ , son transcendentales al momento de analizar el sistema para poder obtener información (Ilustración 47). (Castañeda, 2013)

**Ilustración 47: Representación de bloques de un diagrama de un sistema en espacio – estado.**



Fuente: Análisis de estabilidad en pequeña señal de una máquina sincrónica conectada a un bus infinito - Jaime Castañeda.

### 3.3.4 Eigenvalores

Para Sanchez (1997) los eigenvalores de una matriz, son aquellos valores de parámetros escalares ( $\lambda$ ) en los cuales, existe una solución no trivial ( $\phi \neq 0$ ) de la ecuación.

$$A\phi = \lambda\phi \quad (94)$$

Donde:

- $A$  = Matriz  $n \times n$ .
- $\Phi$  = Matriz  $n \times 1$ .

Para poder calcular los eigenvalores, la ecuación 93 se describe de la forma:

$$(A - \lambda I) = 0 \quad (95)$$

Entonces, para calcular los eigenvalores con la condición de la solución no trivial, se plantea:

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (96)$$

Las (n) soluciones de  $\lambda = \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , vienen a ser los eigenvalores de A, los cuales, pueden ser de dos clases: reales o complejos, donde A es de clase real, y los eigenvalores de clase compleja resultan de los pares conjugados.

- a) Eigenvalores reales: Un eigenvalor con valor propio real, corresponde a un modo no oscilatorio, que indica:
- Si valor propio real es negativo, este, representa una disminución del modo, entonces, mientras más extensa sea la magnitud del modo, su decaimiento será más rápido.
  - Si valor propio real es positivo, este, representa una inestabilidad aperiódica.
- b) Eigenvalores Complejos: Un eigenvalor con valor propio complejo es el resultado de pares conjugados; es decir, cada par conjugado representa un modo de oscilación.

Donde:

- La parte real ( $\sigma$ ) viene a ser la representación del amortiguamiento del modo:
  1. Si es negativo, representa una reducción en la amplitud oscilación.
  2. Si es positivo, representa un aumento en la amplitud de la oscilación.
- La parte imaginaria ( $\omega$ ) viene a ser la velocidad que posee la oscilación del modo.

Dado un valor propio complejo:

$$\lambda = \sigma \pm j\omega = \zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} \quad (97)$$

En Consecuencia, para un modo de oscilación que posee un valor propio complejo, la frecuencia de oscilación natural y su tasa de amortiguamiento, se encuentran dadas por:

$$\omega_n = \frac{\sigma}{\zeta} \quad (98)$$

$$\zeta = \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} \quad (99)$$

Por lo tanto, es considerado aceptable cuando los nodos electromecánicos posean una cantidad de porcentaje mayor al 5% este en el caso de disminución de la amplitud. (Argüello & Flores, 2005)

### **3.4 Respuesta en el dominio del tiempo**

Castañeda (2013) señala cuando un SEP se encuentra en funcionamiento, posee dos tipos de respuestas: uno del estado estacionario y el otro del estado transitorio. En los sistemas de control moderno, el estado transitorio tiene tendencia de llegar a 0 pasando por una porción de tiempo ( $t$ ), mientras que, el estado estacionario es conformado por parte de la señal que rige su comportamiento, el cual podría variar dependiendo de la onda, función, etc.

Todos los SEP almacenan energía (inercia, masa, etc.) es imposible que una respuesta típica de un sistema contribuya en cambios instantáneos que se ejercen en la entrada de este sistema, consecuentemente se puede establecer que la respuesta transitoria del sistema es de vital importancia, porque esta parte es significativa en el comportamiento dinámico del sistema y debe ser analizada antes de entrar en estado permanente.

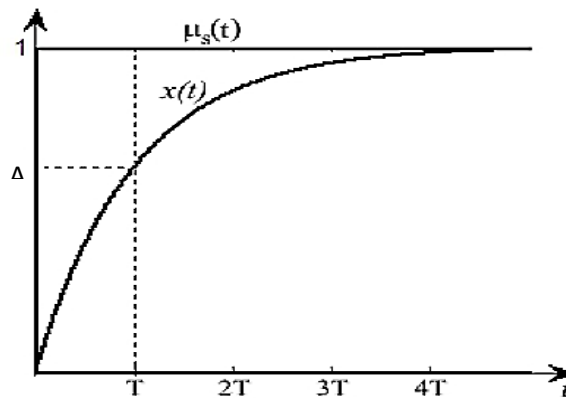
Para las cuestiones analíticas se muestra la respuesta de un sistema con la entrada mediante un escalón unitario  $\mu_s(t)$  donde se hace énfasis en la característica dependiente del tiempo en modo correspondiente a un eigenvalor  $\lambda_1$ , que está representado por  $e^{\lambda_1 t}$ .

#### **3.4.1 Sistema de primer orden**

Es la respuesta dada por un solo polo, descrita en la ecuación 96, ajustando a la característica dependiente del tiempo (Ilustración 48), que se presenta de la siguiente manera:

$$x(t) = K(1 - e^{\frac{-1}{T}t})\mu_s(t) \quad (100)$$

### **Ilustración 48: Respuesta al escalón unitario de un sistema de primer orden**



Fuente: Análisis de estabilidad en pequeña señal de una máquina sincrónica conectada a un bus infinito - Jaime Castañeda.

La ilustración 48, representa la respuesta de un sistema de primer orden ante un escalón unitario, que está descrito por la ecuación 100, donde  $K$ , representa la ganancia y el término  $(-1/T)$  a un eigenvalor real, que genera un modo no oscilatorio, el valor de la amplitud del transitorio decae a medida que transcurre el tiempo ( $t$ )

En caso de que el eigenvalor sea positivo, este representará una estabilidad no oscilatoria, donde la amplitud en vez de decrecer, aumentará con el tiempo.

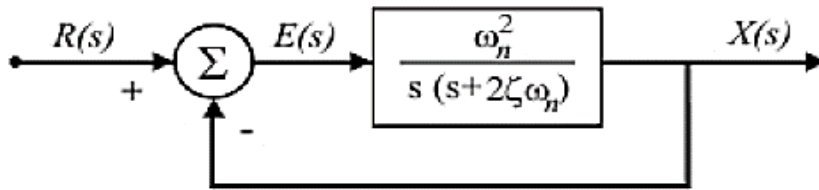
Una cualidad notable en la ilustración 48, es que la constante de tiempo ( $t$ ) alcanza un valor  $A$ , el cual, demuestra que mientras más pequeño sea el valor de  $T$ , el sistema está predispuesto a dar una respuesta más rápida, entonces esto se refleja que el polo tiende a alejarse más del origen sobre el eje real negativo. (Castañeda, 2013)

#### **3.4.2 Sistema de segundo orden**

En nuestro caso el SEP, es un sistema no lineal y cuadrático, que se puede representar mediante un sistema de segundo orden (Ilustración 49), entonces  $\omega_n$  y  $\zeta$  vienen a ser constantes reales.

Una vez obtenida esta condición, se puede establecer el siguiente prototipo de sistema de control:

**Ilustración 49: Prototipo de un sistema de control de segundo orden**



Fuente: Análisis de estabilidad en pequeña señal de una máquina síncrona conectada a un bus infinito - Jaime Castañeda.

Entonces, al tener la siguiente función de transferencia, el sistema en lazo cerrado viene a ser:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (101)$$

Obtener respuesta de un escalón unitario:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{(s + a)(s + b)} \quad (102)$$

n=0, escalón

$$R(s) = \frac{A * n!}{s^{n+1}} = \frac{1 * 0!}{s^1} = \frac{1}{s} \quad (103)$$

Luego

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} = \frac{\omega_n^2}{s(s + a)(s + b)} \quad (104)$$

Entonces:

$$C(s) = \frac{A}{s} + \frac{B_1}{s + a} + \frac{B_2}{s + b} \quad (105)$$

Igualando la ecuación 101 con 105

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + (a + b)s + ab$$

$$a + b = 2\zeta\omega_n s \rightarrow (a + b)^2 = 4\zeta^2\omega_n^2$$

$$ab = \omega_n^2 \rightarrow -4ab = -4\omega_n^2 \quad (106)$$

Entonces:

$$(a - b)^2 = 4\omega_n^2(\zeta^2 - 1) \rightarrow (a - b) = 2\omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (107)$$

Si ( $\zeta < 1$ ), entonces:  $\sqrt{\zeta^2 - 1} = j\sqrt{1 - \zeta^2}$

$$(a - b)^2 = j4\omega_n^2\sqrt{1 - \zeta^2} \quad (108)$$

Luego:

$$(a + b) = 2\zeta\omega_n \quad (109)$$

$$(a - b) = j2\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} \rightarrow \sqrt{1 - \zeta^2} = \beta \quad (110)$$

Entonces:

$$a = \zeta\omega_n + j\zeta\omega_n\beta = \vec{Q} \quad (111)$$

$$b = \zeta\omega_n - j\zeta\omega_n\beta = \dot{Q} \quad (112)$$

De la ecuación 104:

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} = \frac{A}{s} + \frac{B_1}{s + a} + \frac{B_2}{s + b} \quad (113)$$

Entonces al igualar ambas ecuaciones:

$$\omega_n^2 = A(s + a)(s + b) + B_1s(s + b) + B_2(s + a)s \quad (114)$$

Si  $s = 0$ , entonces:  $\omega_n^2 = A(a)(b)$

Sabemos que:  $\vec{Q} \dot{Q} = (\zeta^2\omega_n^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)) = \omega_n^2$

$$A = \frac{\omega_n^2}{ab} = \frac{\omega_n^2}{\vec{Q}\dot{Q}} = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2} = 1 \quad (115)$$

Si  $s = -\vec{Q}$ , entonces  $\omega_n^2 = B_1 s(s + b)$

$$B_1 = \frac{\omega_n^2}{(-\vec{Q})(-\vec{Q} + b)} = \frac{\omega_n^2}{\vec{Q}(\vec{Q} - \dot{Q})} \quad (116)$$

Si  $s = -b$ , entonces:  $\omega_n^2 = B_2 - b(-b + a)$

$$B_2 = \frac{\omega_n^2}{-b(-b + a)} = \frac{\omega_n^2}{b(b - a)} = \frac{\omega_n^2}{\dot{Q}(\vec{Q} - \dot{Q})}$$

$$B_2 = \frac{\omega_n^2}{[\vec{Q}(\vec{Q} - \dot{Q})]} = B_1 \quad (117)$$

Cálculo del  $B_1$ :

$$\frac{\omega_n^2}{\vec{Q}(\vec{Q} - \dot{Q})} = \frac{\omega_n^2}{(\zeta\omega_n + j\omega_n\beta)(2j\omega_n\beta)} = B_1$$

$$B_1 = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2(\zeta + j\beta)(2j\beta)} = \frac{1}{(\zeta + j\beta)(2j\beta)}$$

$$B_1 = \frac{1}{2\beta(\zeta j - \beta)} = \frac{(\zeta j + \beta)}{2\beta(-\zeta^2 - \beta^2)} = \frac{(\beta + j\zeta)}{-2\beta(\zeta^2 + \beta^2)}$$

$$B_1 = \frac{-\beta}{2\beta(\zeta^2 + \beta^2)} - \frac{j\zeta}{2\beta(\zeta^2 + \beta^2)} = b_1 - jb_2 \quad (118)$$

Cálculo del  $B_2$ :

$$B_2 = \frac{\omega_n^2}{(\zeta\omega_n - j\omega_n\beta)(\zeta\omega_n - j\omega_n\beta - \zeta\omega_n - j\omega_n\beta)}$$

$$B_2 = \frac{\omega_n^2}{(\zeta\omega_n - j\omega_n\beta)(-2j\omega_n\beta)} = \frac{1}{(\zeta - j_n\beta)(-2j\beta)}$$

$$B_2 = \frac{1}{(2\beta)(-\zeta j - \beta)} = \frac{1}{(-2\beta)(\beta + j\zeta)}$$

$$B_2 = \frac{-1(\beta - j\zeta)}{(2\beta)(\beta^2 + \zeta^2)} = \frac{-\beta + j\zeta}{(2\beta)(\beta^2 + \zeta^2)}$$

$$B_2 = \frac{-\beta}{(2\beta)(\beta^2 + \zeta^2)} + \frac{j\zeta}{(2\beta)(\beta^2 + \zeta^2)} = b_1 + jb_2 = \dot{B}_1 \quad (119)$$

Reemplazando ecuación 105 en 113:

$$C(s) = \frac{1}{s} + \frac{(b_1 - jb_2)}{s + a} + \frac{b_1 + jb_2}{s + b}$$

$$C(s) = \frac{1}{s} + \left[ \frac{B_1(s + b) + \dot{B}_1(s + a)}{(s + a)(s + b)} \right] \quad (120)$$

Reduciendo la expresión del corchete ( $\alpha$ ) se obtiene:

$$\alpha = \frac{B_1(s + \zeta\omega_n - j\omega_n\beta) + B_1(s + \zeta\omega_n + j\omega_n\beta)}{(s + \zeta\omega_n - j\omega_n\beta)(s + \zeta\omega_n + j\omega_n\beta)}$$

$$\alpha = \frac{b_1(s + \zeta\omega_n - j\omega_n\beta) - jb_2(s + \zeta\omega_n - j\omega_n\beta)}{[(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2\beta^2]} +$$

$$+ \frac{b_1(s + \zeta\omega_n + j\omega_n\beta) + jb_2(s + \zeta\omega_n + j\omega_n\beta)}{[(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2\beta^2]}$$

$$\alpha = \frac{2b_1(s + \zeta\omega_n) - 2b_2\omega_n\beta}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2\beta^2}$$

$$\alpha = \frac{2b_1(s + \zeta\omega_n)}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2\beta^2} + \frac{2b_2\omega_n\beta}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2\beta^2} \quad (121)$$



Reemplazando los valores de  $b_1$  y  $b_2$  en 121:

$$\alpha = \frac{2 \left[ \frac{-\beta}{2\beta(\beta^2 + \zeta^2)} \right] (s + \zeta\omega_n)}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2 \beta^2} - \frac{2 \left[ \frac{\zeta}{2\beta(\beta^2 + \zeta^2)} \right] (\omega_n \beta)}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2 \beta^2}$$

$$\alpha = \frac{1}{(\beta^2 + \zeta^2)} \left[ \frac{-(s + \zeta\omega_n)}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2 \beta^2} - \frac{(\zeta\omega_n)}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2 \beta^2} \right] \quad (122)$$

Como:  $\beta = \sqrt{1 - \zeta^2} \rightarrow \beta^2 = 1 - \zeta^2 \therefore \beta^2 + \zeta^2 = 1$

$$\alpha = \left[ \frac{-(s + \zeta\omega_n)}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2 \beta^2} - \frac{(\zeta\omega_n)}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2 \beta^2} \right] \quad (123)$$

Reemplazando en la ecuación 120:

$$C(s) = \frac{1}{s} + \frac{-(s + \zeta\omega_n)}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2 \beta^2} - \frac{(\zeta\omega_n)}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2 \beta^2} \quad (124)$$

Según las tablas de  $\mathcal{L}$ :

$$\bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s-a}{(s-a)^2 + w^2} \right] = e^{at} * \cos \omega_n \beta t \quad (125)$$

$$\bullet \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{(s-a)^2 + w^2} \right] = \frac{e^{at}}{\omega_n \beta} * \text{sen} \omega_n \beta t \quad (126)$$

Como se sabe:  $a = \zeta\omega_n \rightarrow a = -\zeta\omega_n, W^2 = \omega_n^2 \beta^2$

Entonces reemplazando  $\mathcal{L}$  en la ecuación 31, se obtiene:

$$C(t) = 1 - e^{-\zeta\omega_n t} * \cos \omega_n \beta t - \zeta\omega_n \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\omega_n \beta} \text{sen} \omega_n \beta t$$

$$C(t) = 1 - e^{-\zeta\omega_n t} * \cos \omega_n \beta t - \zeta \frac{\omega_n}{\omega_n \beta} e^{-\zeta\omega_n t} * \text{sen} \omega_n \beta t$$

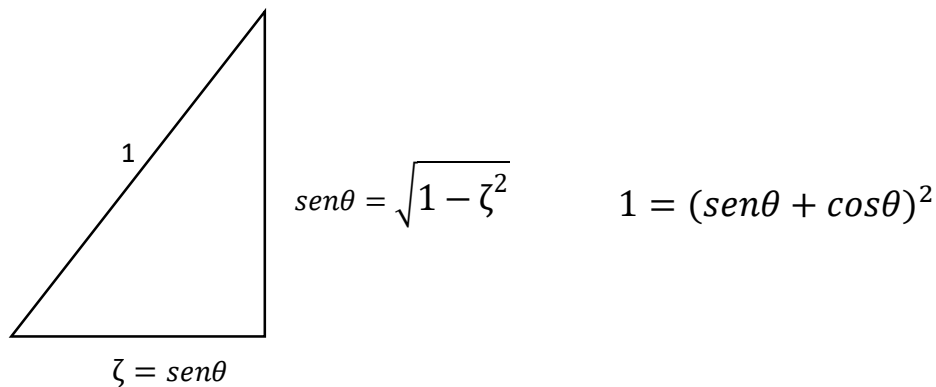
$$C(t) = 1 - e^{-\zeta\omega_n t} \left[ \cos\omega_n \beta t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \text{sen}\omega_n \beta t \right]$$

$$C(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \left[ \cos\omega_n t * \sqrt{1-\zeta^2} + \zeta \text{sen}\omega_n \beta t \right] \quad (127)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\beta}{\zeta} \rightarrow \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right)$$

$$\beta = \sqrt{1-\zeta^2}$$

Entonces:



$$C(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} [\cos\omega_n t \beta * \text{sen}\theta + \text{cos}\theta * \text{sen}\omega_n t \beta] \quad (128)$$

Entonces, se obtiene que la respuesta es:

$$C(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\beta} \text{sen}[\omega_n \beta t + \theta] \quad (129)$$

Donde, la ecuación característica del SEP es:

$$a(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 \quad (130)$$

Donde:

- $\omega_n$ : Frecuencia natural no amortiguada

- $\zeta$ : Razón de amortiguamiento

Por lo tanto, los eigenvalores del SEP son:

$$\lambda_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}\omega_n \quad (131)$$

Al obtener la respuesta en la función de transferencia, se puede analizar los diferentes tipos de amortiguamiento, los cuales están sometidos el escalón unitario.

### 3.4.2.1 Respuesta subamortiguada

Castañeda (2013) indica que para este tipo de respuesta, la razón de amortiguamiento se encuentra entre los valores  $0 < \zeta < 1$ , por lo tanto, los eigenvalores del SEP son negativos y su conjugada viene a ser:

$$\lambda_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_d \quad (132)$$

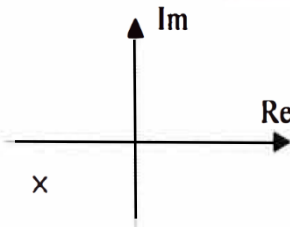
Donde:

$$\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2}\omega_n \quad (133)$$

- $\omega_d$ : Frecuencia natural amortiguada

Al obtener la conjugada se puede observar que se encuentran en los cuadrantes dos y tres del plano complejo (Ilustración 50), reflejando que sus puntos son estables, tal como se observa:

**Ilustración 50: Plano complejo de una respuesta subamortiguada a un escalón unitario**



Fuente: Metodología para el análisis de oscilaciones electromecánicas de baja frecuencia en la C.H. de Yaupi – Vega.

Entonces, al analizar la ecuación 131 con respuesta al escalón unitario utilizando las condiciones de amortiguamiento mencionadas, se puede establecer que:

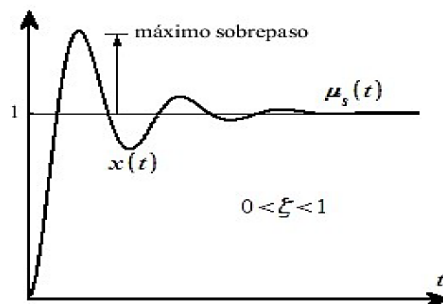
$$x(t) = \left[ 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\beta} \text{sen}[\omega_n \beta t + \theta] \right] \mu_s(t) \quad (134)$$

Donde:

$$\theta = \tan^{-1} \sqrt{\zeta^{-2} - 1} \quad (135)$$

Entonces, su comportamiento en el tiempo se observa en la ilustración 51:

**Ilustración 51: Comportamiento de una respuesta subamortiguada a un escalón unitario de segundo orden con respecto al tiempo**



Fuente: Análisis de estabilidad en pequeña señal de una máquina sincrónica conectada a un bus infinito - Jaime Castañeda.

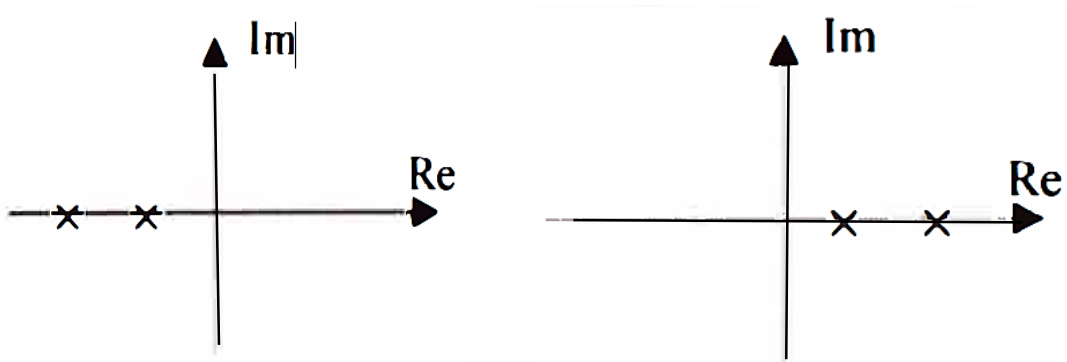
### 3.4.2.2 Respuesta de amortiguamiento crítico

Para este tipo de respuesta, la razón de amortiguamiento es de valor  $\zeta = 1$ , porque, la respuesta a la función de transferencia varía en:

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + \zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2} \quad (136)$$

Los eigenvalores del SEP son iguales a la frecuencia natural no amortiguada  $\lambda_{1,2} = -\omega_n$ , entonces al obtener la conjugada se puede observar que se encuentran en el eje de la parte real del plano complejo (Ilustración 52), reflejando que sus puntos son inestables. (Castañeda, 2013)

**Ilustración 52: Plano complejo de las respuestas de amortiguamiento crítico a un escalón unitario**

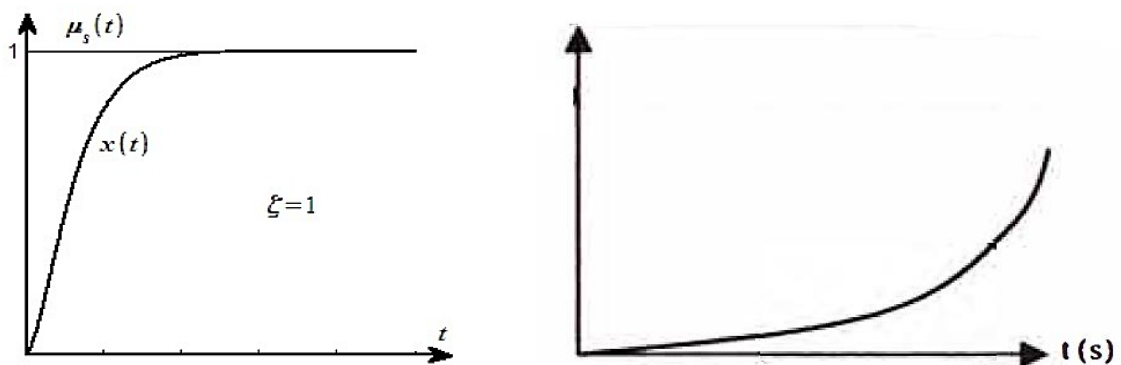


Fuente: Metodología para el análisis de oscilaciones electromecánicas de baja frecuencia en la C.H. de Yaupi - Vega.

Entonces, al analizar la ecuación 136 con respuesta al escalón unitario utilizando la condición de amortiguamiento (Ilustración 53), se puede establecer que:

$$x(t) = [1 - e^{-\omega_n t} [1 + \omega_n \beta t]] \mu_s(t) \quad (137)$$

**Ilustración 53: Comportamiento de una respuesta de amortiguamiento crítico a un escalón unitario de segundo orden con respecto al tiempo**



Fuente: Análisis de estabilidad en pequeña señal de una máquina sincrónica conectada a un bus infinito - Jaime Castañeda.

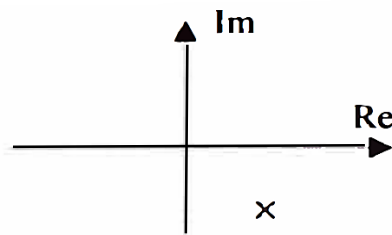
### 3.4.2.3 Respuesta de sobre amortiguamiento

Castañeda (2013) indica que para este tipo de respuesta, la razón de amortiguamiento es de valor  $\zeta > 1$ , por lo que, los eigenvalores vienen a ser:

$$\lambda_{1,2} = \omega_n(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}) \quad (138)$$

Al obtener la conjugada del eigenvalor, se puede observar que se encuentran en el eje de la parte real negativa del plano complejo (Ilustración 54), reflejando que los pares de polos son reales y se encuentran más cerca al origen, conduciendo a que sus puntos sean inestables.

**Ilustración 54: Plano complejo de la respuesta de sobreamortiguamiento a un escalón unitario**

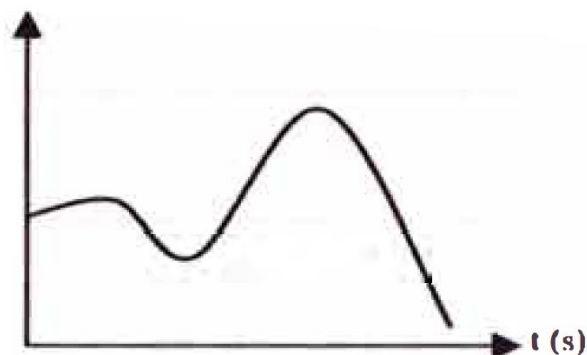


Fuente: Metodología para el análisis de oscilaciones electromecánicas de baja frecuencia en la C.H. de Yaupi - Vega.

Esta respuesta se representa mediante la ecuación 139, y su comportamiento se manifiesta de la siguiente manera (Ilustración 55):

$$x(t) = \left[ 1 - \frac{\omega_n}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \left[ \frac{e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1} - \frac{e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2} \right] \right] \mu_s(t) \quad (139)$$

**Ilustración 55: Comportamiento de una respuesta de sobreamortiguamiento a un escalón unitario de segundo orden con respecto al tiempo**



Fuente: Análisis de estabilidad en pequeña señal de una maquina sincrónica conectada a un bus infinito - Jaime Castañeda.

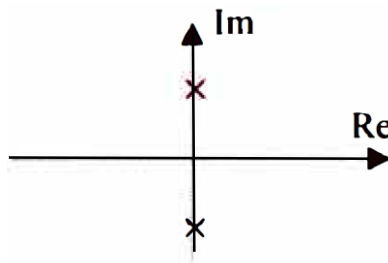
### 3.4.2.4 Respuesta oscilatoria

Para este tipo de respuesta, la razón de amortiguamiento es de valor  $\zeta = 0$ , donde los eigenvalores vienen a tomar el valor de:

$$\lambda_{1,2} = \pm j\omega_n \quad (140)$$

Al obtener la conjugada se puede observar que los eigenvalores se encuentran sobre el eje imaginario del plano complejo (Ilustración 56), produciendo que sus puntos sean inestables.

**Ilustración 56: Plano complejo de la respuesta oscilatoria a un escalón unitario**

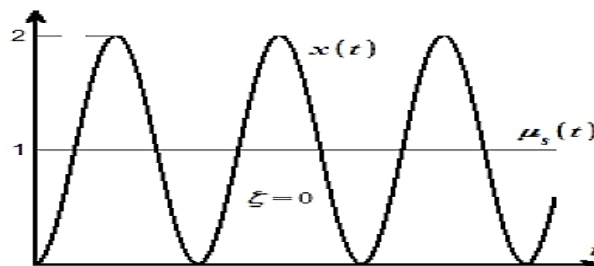


Fuente: Análisis de estabilidad en pequeña señal de una máquina síncrona conectada a un bus infinito - Jaime Castañeda.

Entonces, la respuesta oscilatoria se describe mediante la ecuación 141 y su comportamiento se representa de la siguiente manera (Ilustración 57):

$$x(t) = [1 - \cos(\omega_n t)]\mu_s(t) \quad (141)$$

**Ilustración 57: Comportamiento de una respuesta oscilatoria a un escalón unitario de segundo orden con respecto al tiempo**



Fuente: Análisis de estabilidad en pequeña señal de una máquina síncrona conectada a un bus infinito - Jaime Castañeda.

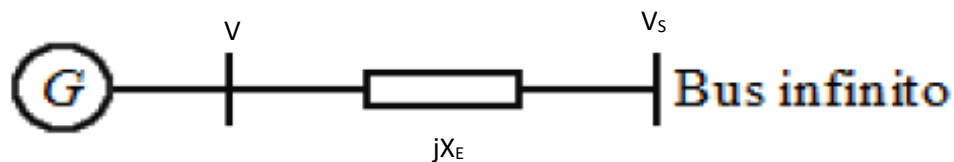
## CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE ESTABILIDAD EN PEQUEÑA SEÑAL MEDIANTE EL MÉTODO INDIRECTO DE LYAPUNOV

### 4.1 Generalidades

En este capítulo se analizará el modelo de estabilidad en pequeña señal y estudiará el comportamiento de una máquina síncrona conectada a un SEP de gran tamaño que está representado mediante una barra infinita (Ilustración 58).

Generalmente un sistema eléctrico está compuesto por generadores eléctricos, transformadores, líneas de transmisión, cargas eléctricas. Esta configuración del SEP puede ser representada por medio de un circuito eléctrico en forma de Thévenin, como se muestra a continuación (Ilustración 58):

**Ilustración 58: Representación SEP conectada a una barra infinita**



Fuente: Análisis de estabilidad en pequeña señal de una máquina síncrona conectada a un bus infinito - Jaime Castañeda.

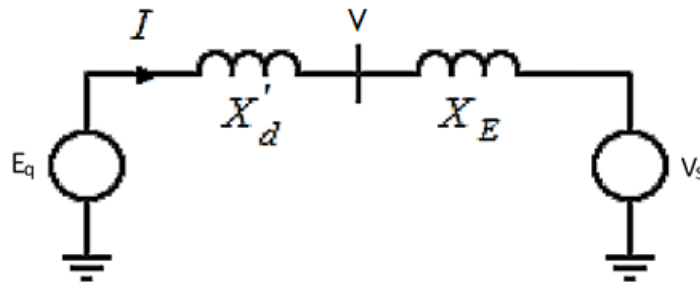
El resto del SEP está representado por una barra infinita, los cambios dinámicos asociados con la máquina síncrona, no producirán cambios en la frecuencia y voltaje en la barra infinita.

### 4.2 Modelo clásico del SEP

Para Zamora (2012) aplicar la configuración Thévenin en el SEP, se puede representar la máquina síncrona por medio de su modelo clásico, representado en la ilustración 14, y despreciando el valor de las resistencias, se puede asumir la forma del sistema la siguiente manera (Ilustración 59), donde  $E_q$  representa el voltaje antes de la reactancia del generador,  $I$  es la corriente,  $X_d'$  reactancia en el eje directo,  $V$  es el voltaje en los bornes,  $X_e$  representa la reactancia de transmisión y  $V_s$  viene a ser voltaje en la barra infinita:



**Ilustración 59: Representación clásica de un SEP**



Fuente: Análisis de estabilidad en pequeña señal de una máquina síncrona conectada a un bus infinito - Jaime Castañeda.

Para Paucar & Hugh (2002) la configuración asume que  $E_q$  es constante cuando sucede una perturbación, donde se tiene que  $\delta$  representa al ángulo de potencia por el cual  $E_q$  se encuentra en adelanto o retraso al voltaje de la barra infinita ( $V_s$ ), consecuentemente, el ángulo de potencia varía durante una perturbación; por lo tanto, se obtiene un nuevo valor de ángulo, que se representa por  $\delta_1$ .

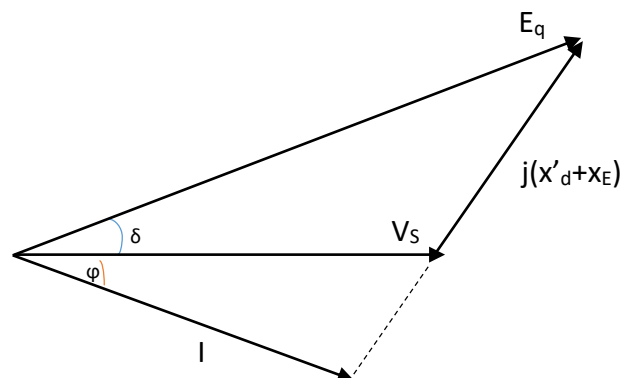
Entonces, con el fasor de  $E_q$  como referente del SEP, se obtiene:

$$E_q = V + jx'_d I \quad (142)$$

$$V = V_s + jx_E I \quad (143)$$

Es posible trazar un diagrama fasorial para la condición de operación constante (Ilustración 60):

**Ilustración 60: Diagrama fasorial del SEP conectada a una barra infinita**



Fuente: Elaboración propia, basado en el trabajo de Jaime Castañeda.

Por consiguiente, la potencia eléctrica es:

$$P_e = \frac{E'_q V_s}{X_T} \text{sen}(\delta) \quad (144)$$

Con:

$$X_T = x'_d + x_E \quad (145)$$

La resistencia es considerada depreciable, la potencia que entrega la máquina síncrona es igual a la potencia del entrehierro, y considerando en valores por unidad (P.U), se obtiene:

$$T_e = P_e = \frac{E'_q V_s}{X_T} \text{sen}(\delta) \quad (146)$$

Linealizando la ecuación 146, alrededor de los puntos de equilibrio inicial de operación  $\delta = \delta_0$ :

$$\Delta T_e = \frac{\partial T_e}{\partial \delta} * \Delta \delta]_{\delta_0} = \frac{E'_q V_s}{X_T} \cos(\delta_0) = K_S \Delta \delta \quad (147)$$

Considerando la ecuación de movimiento linealizada con valores por unidad (P.U) de la máquina síncrona, se obtiene:

$$p \Delta \omega_r = \frac{1}{2H} (\Delta T_m - \Delta T_e - K_D \Delta \omega_r) \quad (148)$$

$$p \delta = \omega_0 \Delta \omega_r \quad (149)$$

Donde  $\Delta \omega_r$  viene a ser la desviación de la velocidad por unidad, el ángulo de potencia ( $\delta$ ) se encuentra en radianes eléctricos, que, se mide desde la referencia de  $E_q$ ,  $\omega_0$  es la velocidad base del rotor de la máquina síncrona que se encuentra también en radianes eléctricos por segundo, donde (p) se considera como el operador diferencial  $\frac{d}{dt}$  y (t) representa el tiempo que se encuentra en segundos. (Castañeda, 2013)

Remplazando la ecuación 147 en la ecuación 148:

$$p\Delta\omega_r = \frac{1}{2H} (\Delta T_m - K_S\Delta\delta - K_D\Delta\omega_r) \quad (150)$$

Donde  $K_S$  representa al coeficiente sincronizante, que está dado por:

$$K_S = \left( \frac{E_q V_S}{X_T} \right) \cos\delta_0 \quad (151)$$

Linealizando la ecuación 149:

$$p\Delta\delta = \omega_0\Delta\omega_r \quad (152)$$

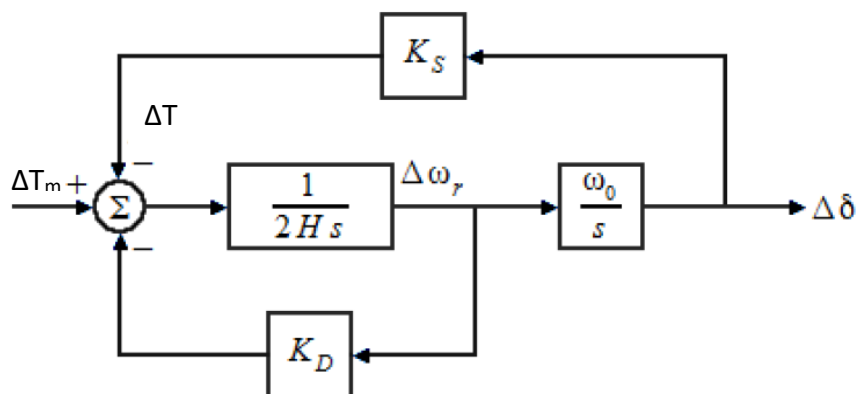
Representando, las ecuaciones mediante la forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_D}{2H} & -\frac{K_S}{2H} \\ \omega_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_m \quad (153)$$

El anterior sistema de ecuaciones tiene la forma de  $\dot{x} = Ax + bu$ , donde, la matriz de estado A depende de los parámetros del SEP:  $K_D$ , H,  $X_T$ ; así mismo, de las condiciones iniciales de operación establecidos por los valores:  $E_q$  y  $\delta_0$ .

Representando mediante diagrama de bloques (Ilustración 61), el sistema de ecuaciones se obtiene:

**Ilustración 61: Diagrama de bloques SEP conectada a una barra infinita**



Fuente: Análisis de estabilidad en pequeña señal de una máquina síncrona conectada a un bus infinito - Jaime Castañeda.

Tomando en cuenta la salida del SEP, se puede obtener la ecuación de estado de salida  $C = Cx + Du$ , donde D viene a ser 0 para la mayoría de los sistemas físicos, la ecuación de salida vendría a quedar de la siguiente forma:

$$C = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} \quad (154)$$

Del diagrama de bloques también se obtiene:

$$\Delta\delta = \frac{\omega_0}{s} \left[ \frac{1}{2Hs} (-K_s\Delta\delta - K_D\Delta\omega_r + \Delta T_m) \right] \quad (155)$$

Despejando  $\Delta\delta$ :

$$= \frac{\omega_0}{s} \left[ \frac{1}{2Hs} (-K_s\Delta\delta - K_Ds\frac{\Delta\delta}{\omega_0} + \Delta T_m) \right] \quad (156)$$

Ordenando la ecuación:

$$(\Delta\delta)s^2 + \frac{K_D}{2H} (\Delta\delta)s + \frac{K_s}{2H} \omega_0 (\Delta\delta) = \frac{\omega_0}{2H} \Delta T_m \quad (157)$$

Entonces, la ecuación característica viene a ser:

$$s^2 + \frac{K_D}{2H} s + \frac{K_s}{2H} \omega_0 = 0 \quad (158)$$

Si se compara la ecuación característica 158 con la ecuación general de un sistema de segundo orden 130, se obtiene:

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (159)$$

Donde:

- $\omega_n$ : Frecuencia natural no amortiguado (rad/seg)
- $\zeta$ : Razón de amortiguamiento

Por consiguiente, se obtiene:

$$\omega_n = \sqrt{K_S \frac{\omega_0}{2H}} \quad (160)$$

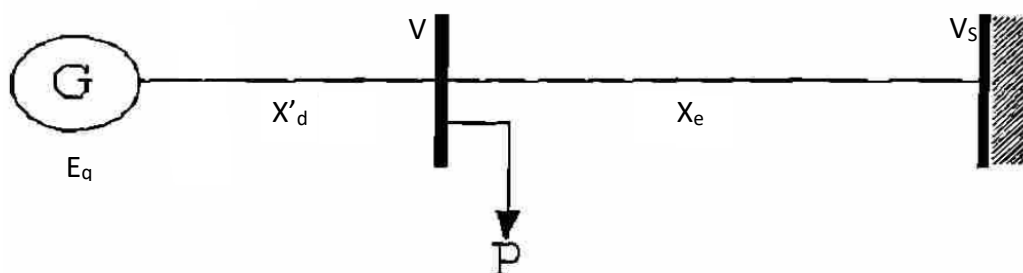
$$\zeta = \frac{1}{2} \frac{K_D}{\sqrt{K_S 2H\omega_0}} \quad (161)$$

### 4.3 Introducción de la carga eléctrica al sistema eléctrico de potencia conectado a una barra infinita

Sanchez (1997) señala que la introducción de cargas eléctricas al SEP que está conectado a una barra infinita implica que sus valores de resistencia son depreciables, sin embargo, al conectarse al sistema eléctrico está predispuesto a sufrir variaciones, tanto en el voltaje como en su frecuencia, a partir de estas variables se puede analizar el impacto en el amortiguamiento de las oscilaciones, así como en la transmisión de potencia.

Introduciendo la carga al modelo clásico del SEP conectado a una barra infinita, se obtiene lo mostrado en la ilustración 62:

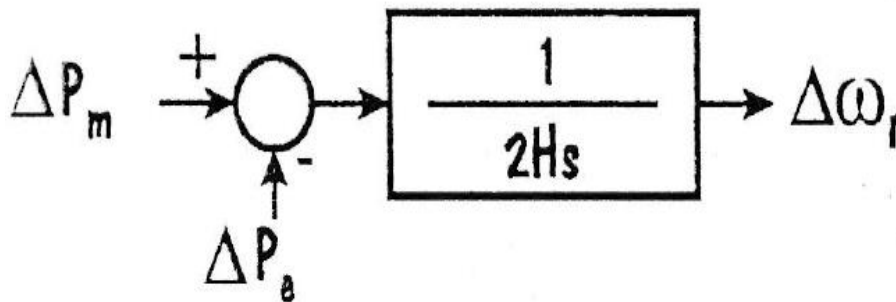
**Ilustración 62: Modelo clásico de una carga conectada a un SEP conectada a una barra infinita**



Fuente: Análisis y control de oscilaciones electromecánicas en sistemas eléctricos de potencia – Fernando Sánchez.

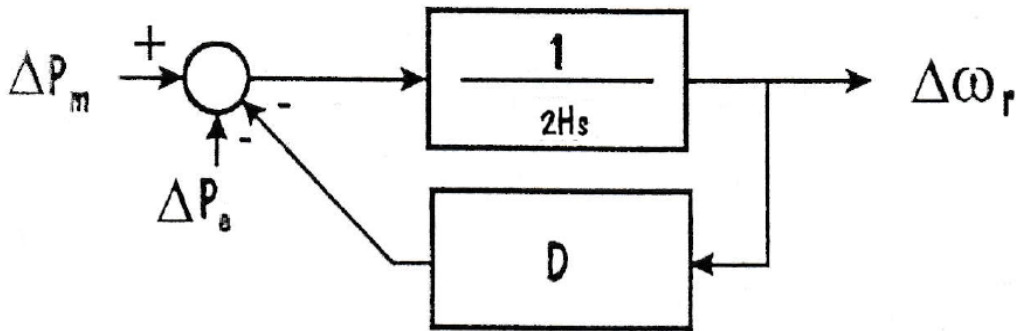
Al introducir la carga eléctrica al SEP, el diagrama de bloques del modelo clásico tiene tendencia a variar debido a la incursión de este nuevo elemento, entonces, como la variación de la carga eléctrica es dependiente a su amortiguamiento (Ilustración 63,64 y 65), se obtiene el siguiente diagrama de bloques:

**Ilustración 63: Diagrama de bloques de un SEP conectado a una barra infinita sin el efecto de amortiguamiento de la carga eléctrica**



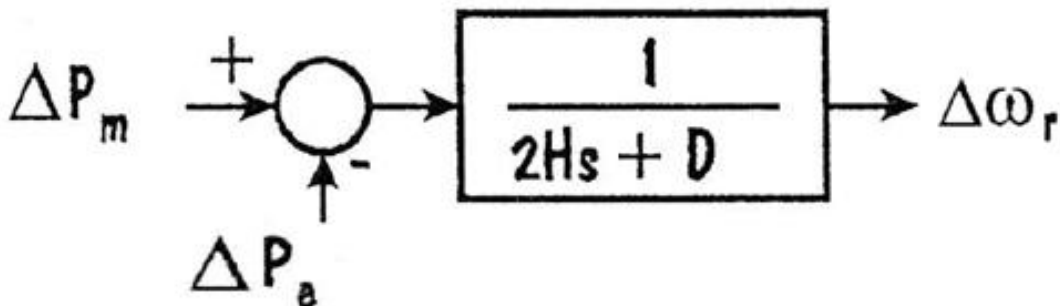
Fuente: Control y velocidad de tensión – Paulo Marcos, Nelson Zeni.

**Ilustración 64: Diagrama de bloques de un SEP conectado a una barra infinita afectado por el efecto de amortiguamiento de una carga eléctrica**



Fuente: Control y velocidad de tensión – Paulo Marcos, Nelson Zeni.

**Ilustración 65: Diagrama de bloques simplificado de un SEP conectado a una barra infinita afectado por el efecto de amortiguamiento de una carga eléctrica**



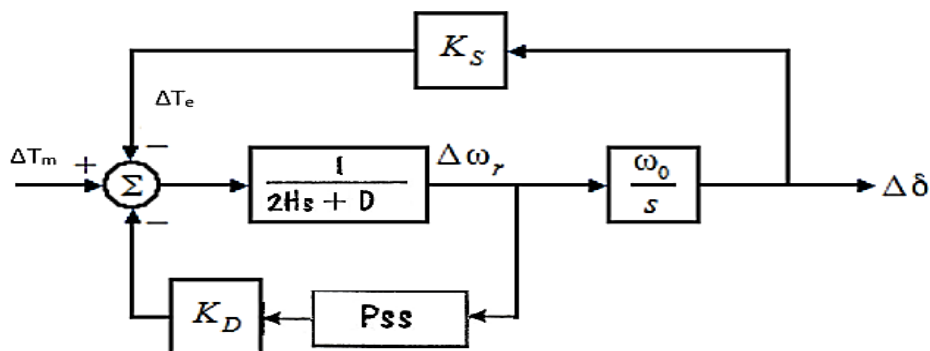
Fuente: Control y velocidad de tensión – Paulo Marcos, Nelson Zeni.

#### 4.4 Introducción del estabilizador de potencia (PSS) al sistema eléctrico de potencia conectado a una barra infinita

En el trabajo de investigación se describe que el amortiguamiento del SEP puede variar mediante el sistema de excitación, entonces, cuando el sistema eléctrico es afectado por falta de amortiguamiento, es necesario una señal adicional para regular el voltaje, que se obtiene con la introducción del PSS al SEP conectado a una barra infinita, esto implica que el valor de amortiguamiento será modulado para mejorar la estabilidad dinámica.

Introduciendo el PSS al diagrama de del SEP conectado a una barra infinita (Ilustración 66), se consigue lo siguiente:

**Ilustración 66: Diagrama de bloques simplificado con la introducción del PSS de un SEP conectado a una barra infinita.**



Fuente: Elaboración Propia basado en el trabajo de Fernando Sánchez

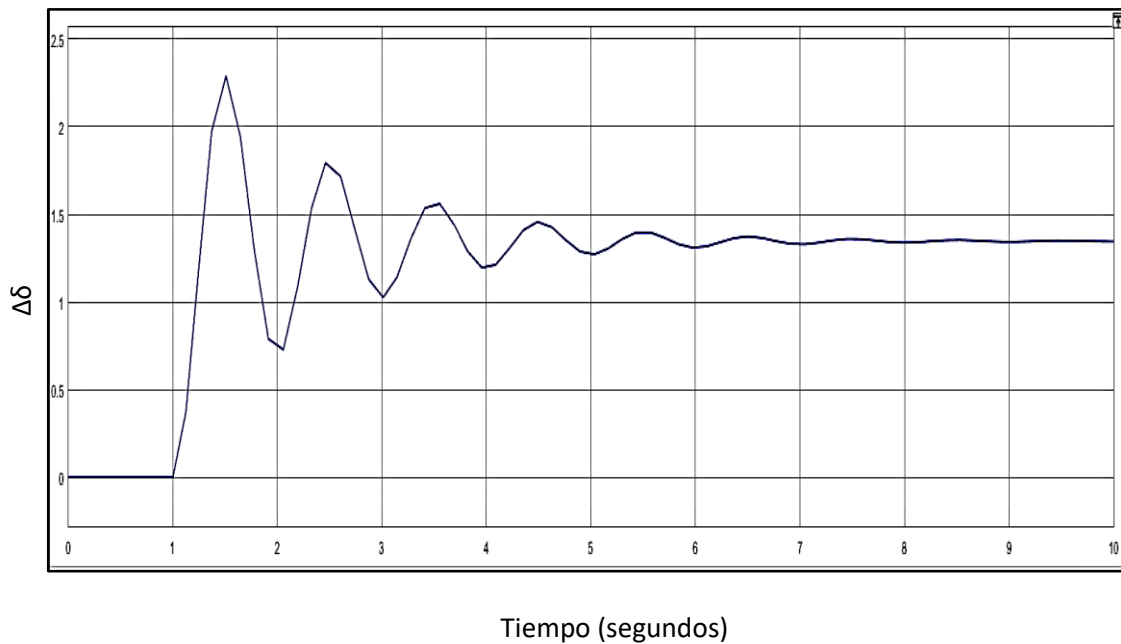
#### 4.5 Forma de las oscilaciones en función al amortiguamiento

Para Sanchez (1997) el amortiguamiento de las oscilaciones es de vital importancia para la estabilidad dinámica del SEP, y para poder obtener que la oscilación sea amortiguada, es necesario que el eigenvalor sea negativo, y esto a su vez significa que el factor amortiguante tiene características positivas (Ilustración 67).

- $K_D > 0, K_S > 0$

En el valor positivo del factor de amortiguamiento, existe el suficiente torque amortiguante, que produce una inestabilidad que pueda amortiguarse con el tiempo.

### Ilustración 67: Oscilación amortiguada con el tiempo



Fuente: Elaboración Propia basado en el trabajo de Fernando Sánchez

La posesión de un factor amortiguante positivo indica una variación negativa en la potencia acelerante que conduce un aumento en la velocidad del rotor.

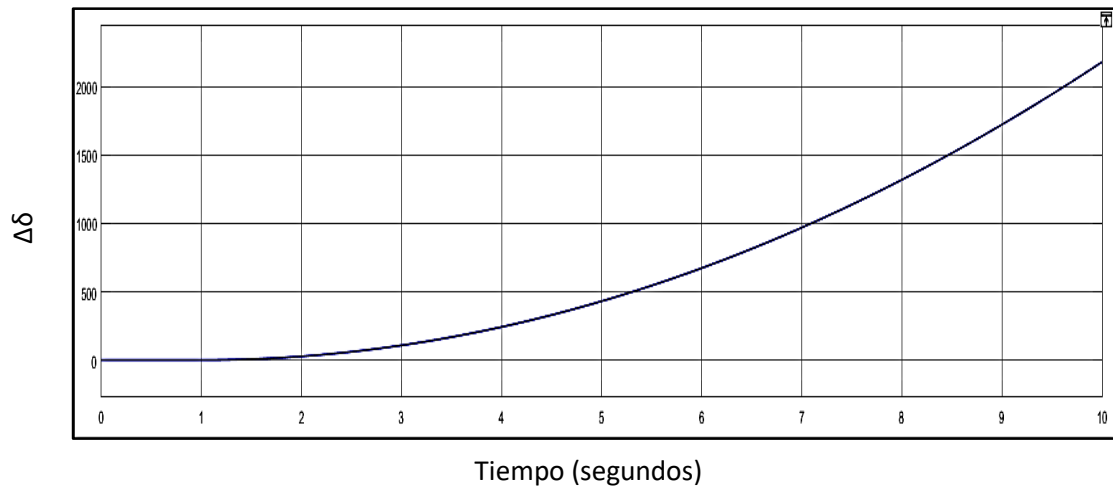
Sin embargo, cuando el análisis del factor amortiguante conlleva a un valor que no es positivo se obtiene los siguientes casos:

- $K_D = 0, K_S = 0$

Cuando se analiza que el valor del factor amortiguante es nulo, al igual que el sincronizante, se obtiene una aceleración del rotor, esto implica que a medida que pase el tiempo, es tendiente a salir de sincronismo por la inexistencia de amortiguamiento (Ilustración 68).



**Ilustración 68: Aceleración del rotor sin amortiguamiento**

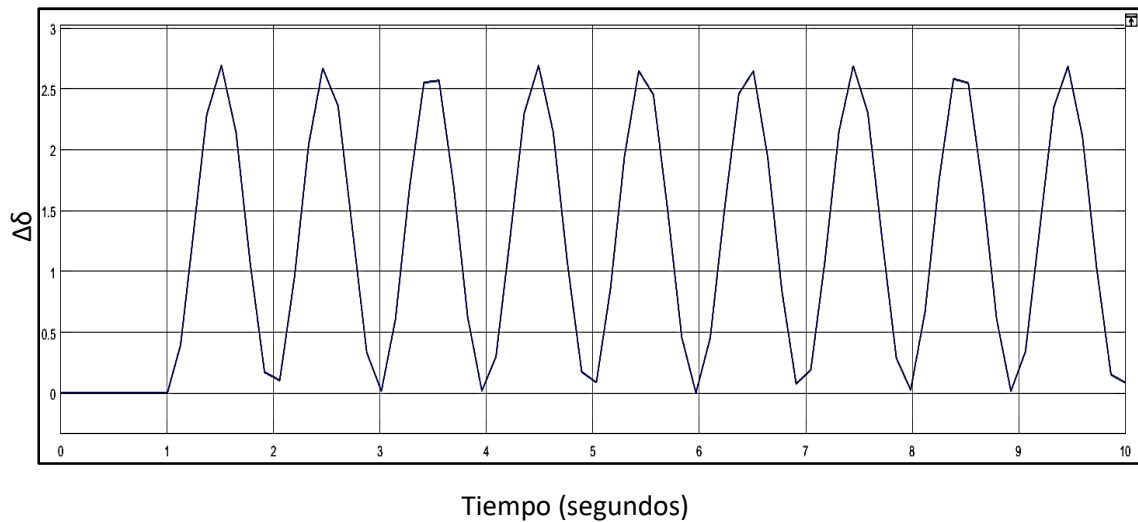


Fuente: Elaboración Propia basado en el trabajo de Fernando Sánchez

- $K_D = 0, K_S > 0$

En caso de que exista una ausencia de torque amortiguante, se produce una inestabilidad permanente al no poseer el SEP un amortiguamiento que reduzca la oscilación (Ilustración 69).

**Ilustración 69: Oscilación no amortiguada con el tiempo**

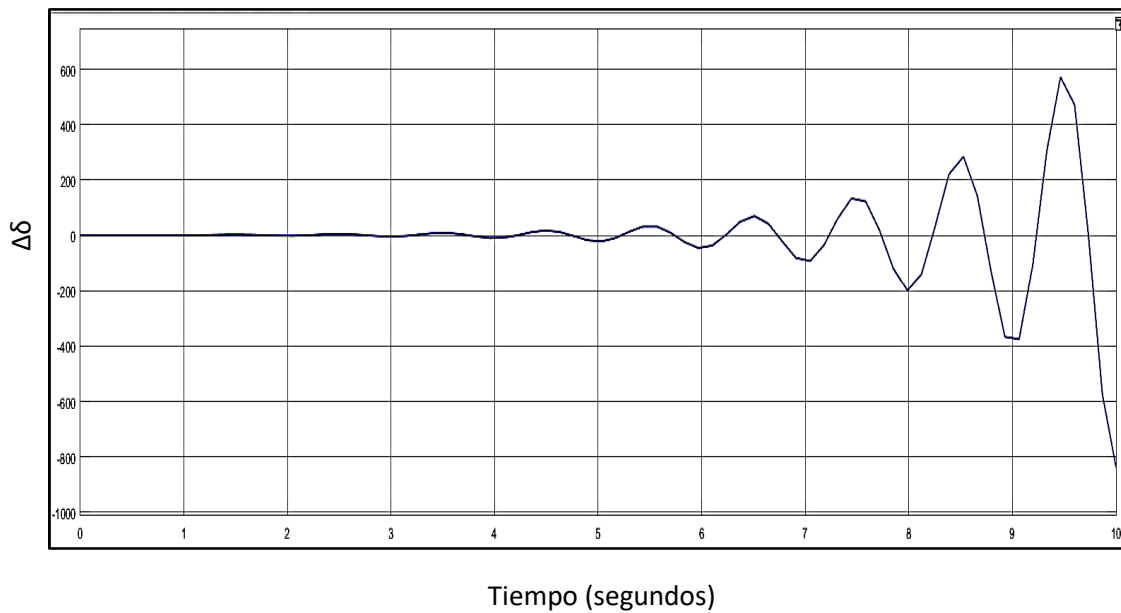


Fuente: Elaboración Propia basado en el trabajo de Fernando Sánchez

- $K_D < 0, K_S > 0$

En el caso del factor amortiguante, cuando adopta un valor negativo, existe una falta de amortiguamiento, y a medida que pase el tiempo se produce una inestabilidad oscilatoria, y el amortiguamiento es insuficiente para poder frenar el incremento de las oscilaciones (Ilustración 70).

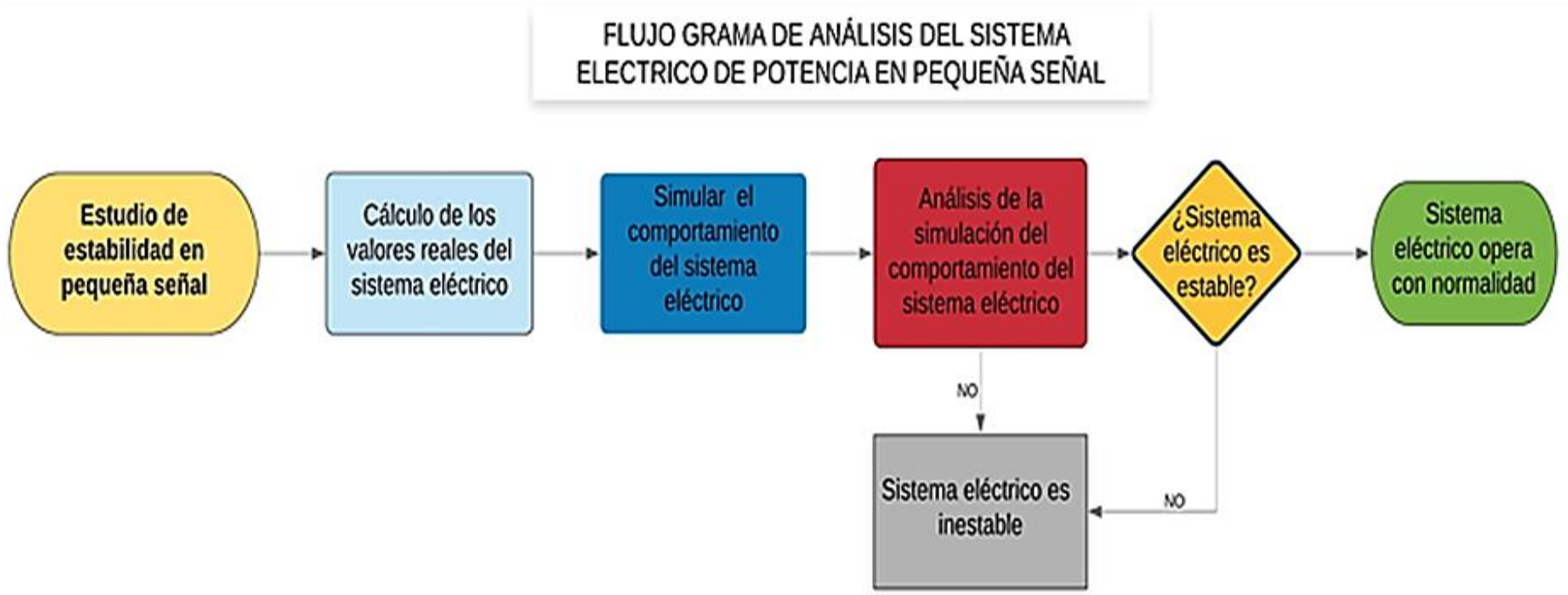
**Ilustración 70: Oscilación con inestabilidad en el tiempo**



Fuente: Elaboración Propia basado en el trabajo de Fernando Sánchez

En base a los resultados de las ilustraciones 67, 68, 69 y 70 es factible realizar un flujo grama que determine los pasos completos de análisis de estabilidad en pequeña señal, en donde, se demuestre las etapas necesarias para determinar que el sistema eléctrico opera con normalidad, entonces la ilustración 71 refleja el flujo grama del análisis de estabilidad en pequeña señal.

**Ilustración 71: Flujo grama de estabilidad de un sistema eléctrico de potencia en pequeña señal.**



Fuente: Elaboración propia

## **CAPÍTULO V: APLICACIÓN NUMÉRICA DEL ANÁLISIS DE ESTABILIDAD EN PEQUEÑA SEÑAL EN EL SISTEMA ELÉCTRICO DE MACHUPICCHU – CACHIMAYO**

### **5.1 Generalidades**

En este capítulo, se aplica mediante el método indirecto de Lyapunov la estabilidad en pequeña señal en el sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo, el cual, permitirá analizar las oscilaciones electromecánicas producidas por contingencias en dicho sistema eléctrico donde solo será tomado en cuenta el grupo generador G-01 de la C.H. de Machupicchu, la línea de transmisión 1001 (L-1001) y el resto del sistema será representado mediante una barra infinita por ser una aplicación modal. Debido a que, los generadores eléctricos de la primera etapa de la C.H. de Machupicchu poseen las mismas características es factible generalizar el resultado del análisis de uno con respecto a los demás porque sufrirán el mismo efecto por sus parámetros idénticos, en este caso G-02 y G-03.

Consecuentemente, este sistema eléctrico es susceptible a sufrir pérdidas de estabilidad debido a las variaciones de gran carga eléctrica que posee por la empresa INCASA, la cual al sufrir un gran desbalance en el originaría una pérdida de sincronismo de los grupos generadores por la gran variación que sufriría el ángulo de potencia así como la actuación de los sistemas de protección de la L-1001 por exceso de generación, sin embargo, cabe resaltar que existen otros factores para la pérdidas de sincronismo de este sistema eléctrico, los cuales pueden llegar a ser: Salida intempestiva de la línea de transmisión L-1001 por factores ambientales, exceso de generación eléctrica, mal manejo por parte del centro de control, fallas trifásicas, etc.

En el caso de pérdida de amortiguamiento, el uso del PSS viene a ser primordial para la estabilidad del sistema, en estos cálculos será utilizado el modelo clásico del PSS referenciado en (Agudelo & Parra, 2008), (Castañeda, 2013), (Sanchez, Oscilaciones electromecánicas en sistemas de potencia, 1988) y (Zeni & Marcos, 2003).

## 5.2 Análisis de estabilidad en pequeña señal con los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo

Entonces, como primer paso se debe establecer los parámetros del sistema eléctrico:

**Tabla 7: Parámetros de la máquina síncrona de la C.H. de Machupicchu.**

| C.H. Machupicchu  |      |       |        |         |       |                    |
|-------------------|------|-------|--------|---------|-------|--------------------|
| Máquina Síncrona  | H    | $X_d$ | $X'_d$ | $X''_d$ | $X_q$ | $\text{Cos}(\phi)$ |
| Grupo Pelton N° 1 | 2.22 | 1.33  | 0.22   | 0.13    | 0.70  | 0.80               |

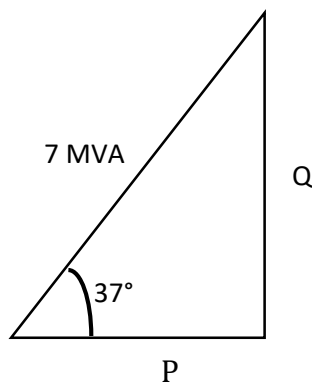
Fuente: EGEMSA - 2019

**Tabla 8: Parámetros de la línea de transmisión Machupicchu - Cachimayo (L-1001).**

| Línea de transmisión |       |     |     |        |       |
|----------------------|-------|-----|-----|--------|-------|
| Línea 1001           | $X_L$ | Kv  | l   | $Z_B$  | Km    |
| Datos                | 0.1   | 138 | 350 | 394.28 | 76.80 |

Fuente: EGEMSA – 2019

Como se sabe el  $\text{Cos}(\phi)$  del grupo Pelton N°1 es de 0.8 y la línea 1001 transmite una potencia de 7 MVA es posible calcular la potencia activa y reactiva:



$$\text{Cos}(\phi) = 0.8$$

$$\phi = \text{arcCos}(0.8) = 36.86 \approx 37^\circ$$

$$P = 5.6 \text{ MVA}$$

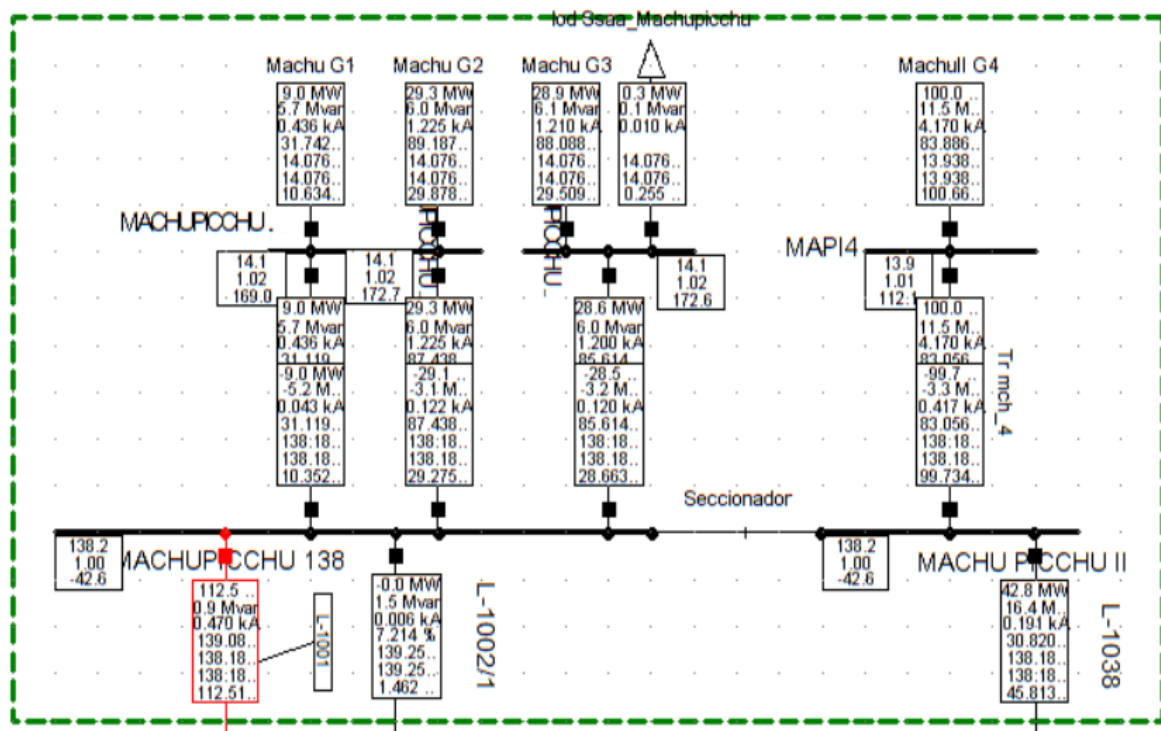
$$Q = 4,21 \text{ MVA}$$

Transformando los valores a (P.U):

$$P = \frac{5.6}{7} = 0.8$$

$$Q = \frac{4,21}{7} = 0.6$$

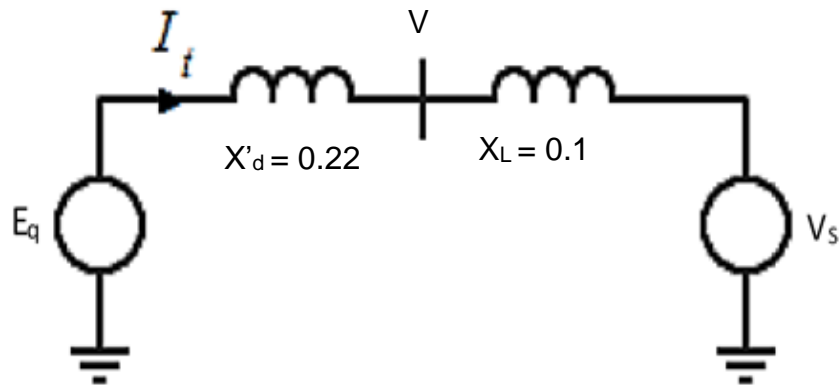
Realizando el flujo de potencia mediante el software Power Factory, se puede observar (Ilustración 72) que no existe gran diferencia en los flujos de potencia del sistema eléctrico de potencia de Machupicchu el cual comprende la primera y segunda etapa de la C.H. de Machupicchu, las líneas de transmisión L-1001, L-1002, L-1038 que interconecta dicho sistema con el resto del SEIN Sur.



**Ilustración 72 - Flujo de potencia del sistema eléctrico de potencia de la C.H. Machupicchu.**

Una vez obtenido los valores reales del sistema eléctrico es factible reemplazarlos en la representación clásica de los SEP como se muestra en la Ilustración 73:

**Ilustración 73: Representación clásica del sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo.**



Fuente: Elaboración propia de los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu – Cachimayo basada en el trabajo de Jaime Castañeda.

Se asume que el valor de  $V_s = 1\angle 0^\circ$ , entonces realizando el cálculo mediante la ecuación 142 se obtiene la corriente que circula por el SEP:

$$I = \frac{(P + jQ)^T}{V_s} = \frac{0.8 - j0.6}{1\angle 0^\circ}$$

$$I = (0.8 - j0.6)$$

Transformando a su forma polar:

$$I = 1\angle -36.87^\circ$$

Utilizando la ecuación 143, se halla el valor de  $V$ :

$$V = V_s + jX_L I$$

$$V = 1\angle 0^\circ + 0.1j * (0.8 - j0.6)$$

$$V = 1.063\angle 4.31$$

Hallando el valor de  $E_q$  mediante la ecuación 142:

$$E_q = V + IX'$$

$$E_q = 1.063[4.31^\circ + IX'd]$$

$$E_q = 1.063[4.31^\circ + [(1[-36.87^\circ) * (j0.22)]]$$

$$E_q = 1.219[12.11^\circ]$$

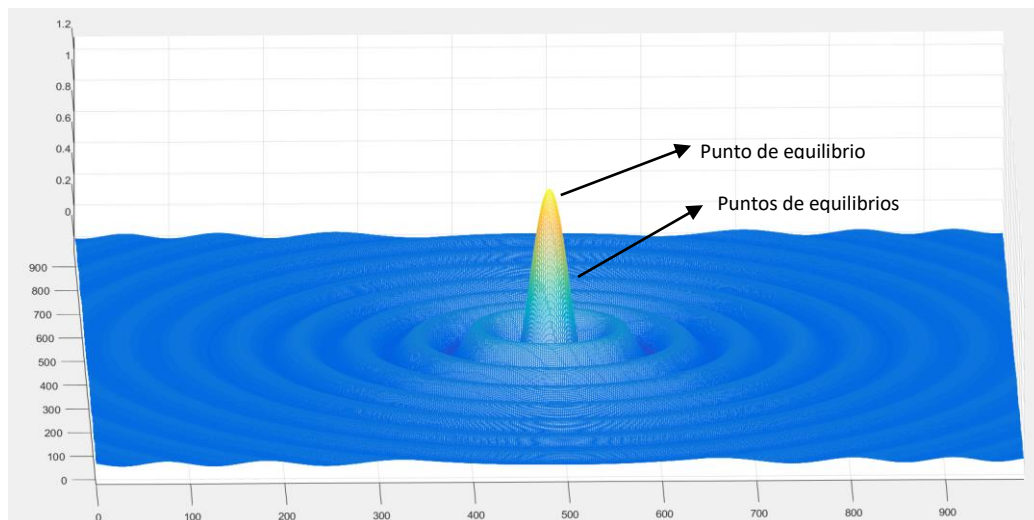
En consecuencia, el valor de  $(\delta_0)$  viene a ser:

$$\delta = 12.11 + 37$$

$$\delta = 49.11$$

El valor calculado del ángulo de potencia viene a ser el punto de equilibrio estable con el cual opera el sistemas eléctrico de Machupicchu – Cachimayo en condiciones normales, entonces, la ilustración 74 muestra un mapa de calor de puntos de operación, en donde, mientras más lejano se encuentren dichos puntos del punto de equilibrio estable(Parte amarilla), estos, se vuelven más inestables.

***Ilustración 74: Mapa de calor de los puntos de equilibrio del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo***



Fuente: Elaboración propia en base a los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo.



A través de la ecuación 144, se calcula la potencia eléctrica ( $P_e$ ) que se transmite por el SEP:

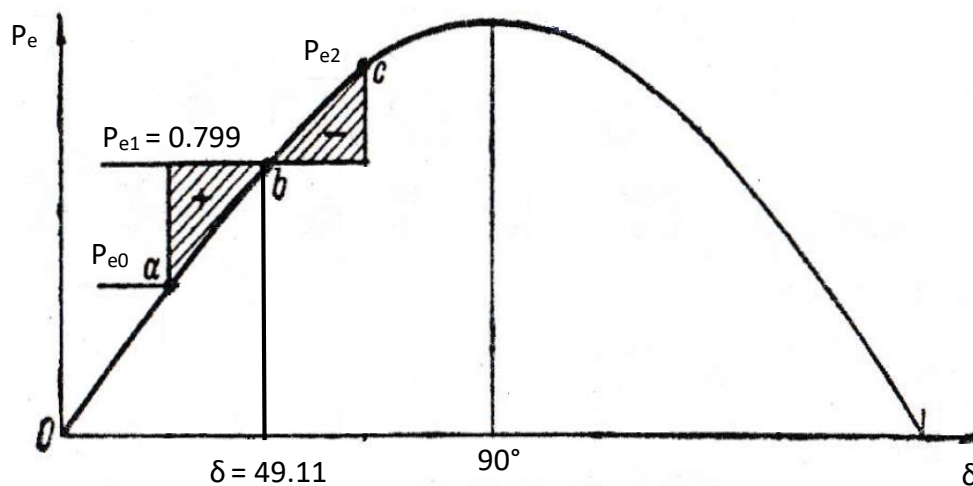
$$P_e = \frac{E_q * V_S}{X_T} * \text{sen}(\delta)$$

$$P_e = \frac{1.219 * 1}{0.32} * \text{sen}(12.11)$$

$$P_e = 0.799$$

Conocidos los valores de la  $P_e$  y del ángulo de potencia, se puede obtener la curva – potencia del sistema eléctrico Machupicchu – Cachimayo (Ilustración 75), en donde, se muestra que a partir del valores hallados, la máquina síncrona de la C.H. de Machupicchu tiende a acelerar o desacelerar dependiendo el nuevo valor que alcance ante una perturbación.

**Ilustración 75 Curva potencia - ángulo de la máquina síncrona de la C.H. Machupicchu**



Fuente: Elaboración propia de los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu – Cachimayo en base al trabajo de - Miguel Ángel Rodríguez Pozueta.

Una vez obtenido la curva potencia - ángulo de la máquina síncrona de la C.H. Machupicchu, se calcula el valor de  $K_s$  con la ecuación 147:

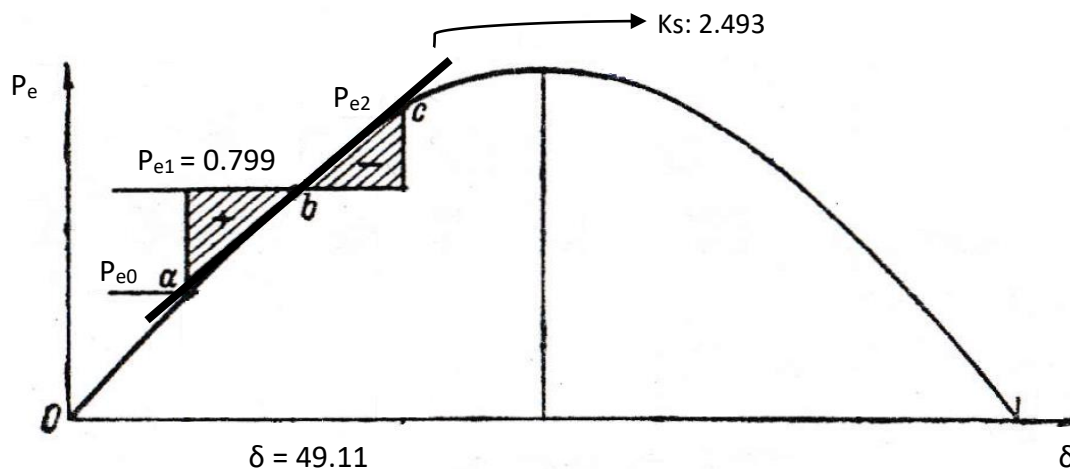
$$K_s = \frac{E_q * V_s}{X_T} * \cos(\delta_0)$$

$$K_s = \frac{1.219 * 1}{0.32} * \cos(49.11)$$

$$K_s = 2.493$$

Cuando se obtiene el valor de  $K_s$  y se analiza bajo las condiciones de operación descritas en el capítulo 4, se puede afirmar que existe el suficiente factor sincronizante dentro del sistema eléctrico Machupicchu – Cachimayo para su operación en estado permanente debido a que  $K_s > 0$ , entonces, la tangente de la curva potencia - ángulo de la máquina síncrona de la C.H. Machupicchu se muestra en la ilustración 76.

**Ilustración 76 Curva potencia - ángulo de la máquina síncrona de la C.H. Machupicchu con el coeficiente sincronizante**



Fuente: Elaboración propia de los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu – Cachimayo basada en el trabajo de Fernando Sánchez Tello.

Reemplazando los valores obtenidos en los cálculos anteriores en la ecuación (153):

$$\begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_D}{2H} & -\frac{K_S}{2H} \\ \omega_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_m$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.225K_D & -0.561 \\ 377 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.225 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_m$$

Obteniendo los Eigenvalores con la ecuación 96:

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

$$[\lambda I] = \begin{bmatrix} -\lambda & 0 \\ 0 & -\lambda \end{bmatrix}$$

Reemplazando los eigenvalores de la ecuación 96 en la 153, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.225K_D - \lambda & -0.561 \\ 377 & -\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.225 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_m$$

Sustituyendo y comparando los valores calculados en las ecuaciones 158 y 159:

$$\lambda^2 + 0.225K_D\lambda + 211.497$$

$$\lambda^2 + 2\zeta\omega_n\lambda + \omega_n^2$$

Se obtiene la frecuencia natural, que es descrita en la ecuación 160:

$$\omega_n^2 = 211.497$$

$$\omega_n = 14.542$$

Se convierte a Hercios:

$$1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 0.159 \text{ Hz}$$

$$14.542 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 2.312 \text{ Hz}$$

$$f_n = 2.312 \text{ Hz}$$

A partir de la ecuación 161, se obtiene la razón de amortiguamiento:

$$\zeta = \frac{0.225K_D}{2 * 14.542} = 0.077K_D$$

Se utiliza la ecuación 39 para calcular la sobrecarga:

$$SC = \frac{|P_a|}{P_{go} - |P_a|} * 100$$

$$SC = \frac{1.2}{30 - 1.2} * 100$$

$$SC = 8.6 \%$$

Se corrige la constante de inercia (H), con la ecuación 41:

$$H' = 2.20 \left(1 - \frac{1.2}{30}\right)$$

$$H' = 2.02$$

A partir de la nueva constante de inercia, se puede calcular la variación de frecuencia, mediante la ecuación 48 (sin actuación de PSS):

$$\dot{f} = \frac{df}{dt} = \frac{f_0}{2H'} (P_a)$$

$$\dot{f} = \frac{60}{2 * 2.02'} (1.2)$$

$$\dot{f} = 2.53$$

Con la ecuación 53, se obtiene el coeficiente de carga:

$$\bar{D} = \frac{\Delta P_c}{\Delta f}$$

$$\bar{D} = \frac{1.2}{30}$$

$$\bar{D} = 0.04$$

Hallando la estabilización de frecuencia a través de la ecuación 59:

$$K = \frac{f_0 \bar{D}}{2H}$$

$$K = \frac{60 * 0.04}{2(2.22)}$$

$$K = 0.568$$

Se expresa la variación de la frecuencia en el tiempo con la ecuación 58:

$$f(t) = f_0 + \frac{\bar{P}_{a0}}{D} (1 - e^{-0.568t})$$

El valor de la frecuencia que se restablece con el tiempo, calculada con la ecuación 58 es:

$$f_{EE} = f(\infty) = f_0 + \frac{\bar{P}_{a0}}{D}$$

$$f_{EE} = 60 + \frac{0.04}{0.04}$$

$$f_{EE} = 61 \text{ Hz}$$

Con los valores conocidos sobre el cambio de amortiguamiento del sistema eléctrico con respecto al amortiguamiento de la carga eléctrica, se toma el valor de ganancia de inestabilidad de la carga, la cual es, 10. Para Verdugo (2005), el washout posee el valor de 2 para máxima frecuencia por consiguiente al reemplazar dicho valor en la ecuación 61 para el PSS por consiguiente se tiene:

$$K_W = 2$$

Donde al realizar los cálculos establecidos por las ecuaciones 61 y 62 se obtiene los tiempos de compensación de fase para el PSS dados por:

Atraso:

$$T_1 = 0.2, \quad T_2 = 0.03$$

Adelanto:

$$T_3 = 0.2, \quad T_4 = 0.03$$

A partir de los valores reales obtenidos en el capítulo 5, se puede simular el comportamiento de la estabilidad en pequeña señal del sistema eléctrico Machupicchu – Cachimayo, en donde, se toma como referencia 3 escenarios con un valor de amortiguamiento diferente para cada caso, con un valor de pérdida de carga eléctrica del 5% (Valor de pérdida de carga eléctrica máxima permitida por la NTCSE, descrita en Título sexto, sección de interrupciones).

### 5.3 Escenarios de respuestas del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo cuando sufre variaciones en su factor de amortiguamiento

Los escenarios que se muestran a continuación se encuentran sometidos a una del pérdida de 5 % de carga eléctrica de la empresa INCASA que viene a ser en valores reales 1.2 Mw.

- **Escenario 1: Factor de amortiguamiento negativo Kd: -10**

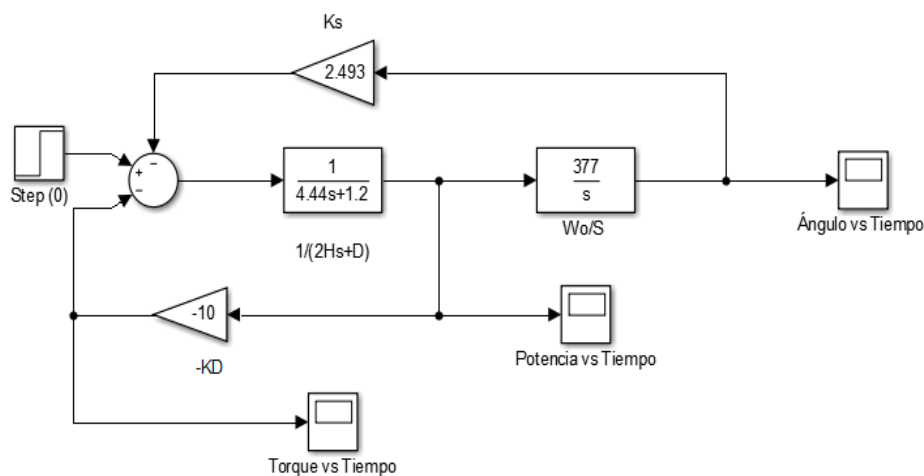
Se obtienen los valores de los eigenvalores y la tasa de amortiguamiento mediante las ecuaciones 97 y 99 respectivamente (Tabla 9):

**Tabla 9: Valores reales de los eigenvalores y la tasa de amortiguamiento del sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo cuando el amortiguamiento del sistema es negativo.**

|                        |                     |
|------------------------|---------------------|
| $\lambda_1, \lambda_2$ | $11.197 \pm j9.274$ |
| $\zeta$                | -0.77               |

Reemplazando los valores obtenidos en la tabla 9 en el diagrama de bloques del sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo que es conectado a una barra infinita (ilustración 77), se obtiene el comportamiento de dicho sistema en pequeña señal:

**Ilustración 77 Diagrama de bloques del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo sin PSS.**



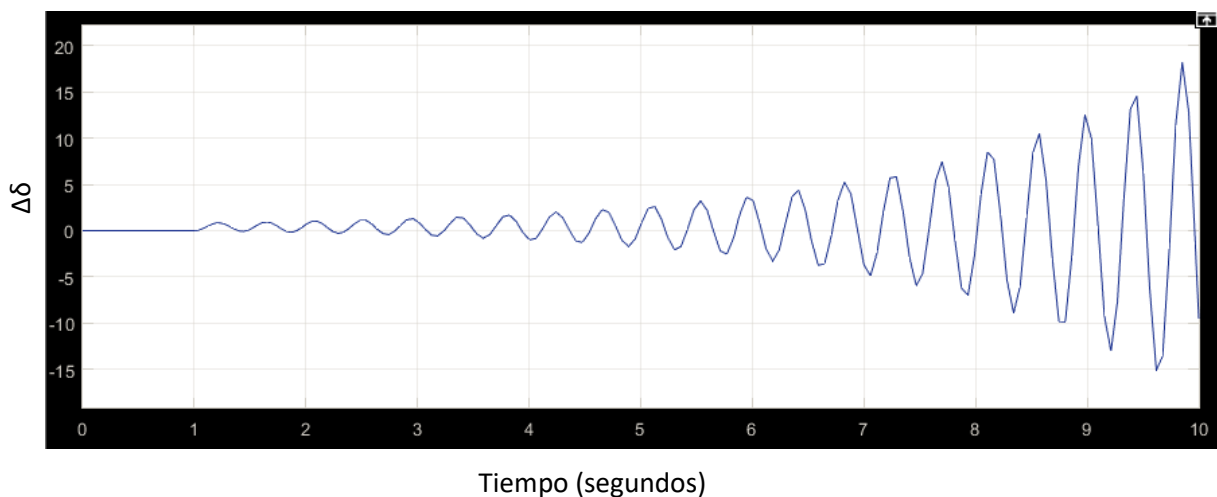
Fuente: Elaboración propia con los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo en base al trabajo de Jaime Castañeda.

La ilustración 77 viene a ser el diagrama de bloques del sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo, el cual, dará como resultado tres tipos de respuestas:

- a) La primera es del ángulo de potencia en función del tiempo que describe el comportamiento de la variación de la velocidad del rotor al sufrir una contingencia.
- b) La segunda es de la potencia eléctrica en función del tiempo que muestra el incremento o decrecimiento del transporte de este, cuando el SEP sufre una contingencia.
- c) La tercera es del torque amortiguante en función del tiempo que demuestra el cambio producido en el amortiguamiento del sistema cuando sufre una contingencia.

Obteniendo las respuestas del diagrama de bloques de la Ilustración 76 se tiene las respuestas descritas en las Ilustraciones 78, 79, 80 y 81.

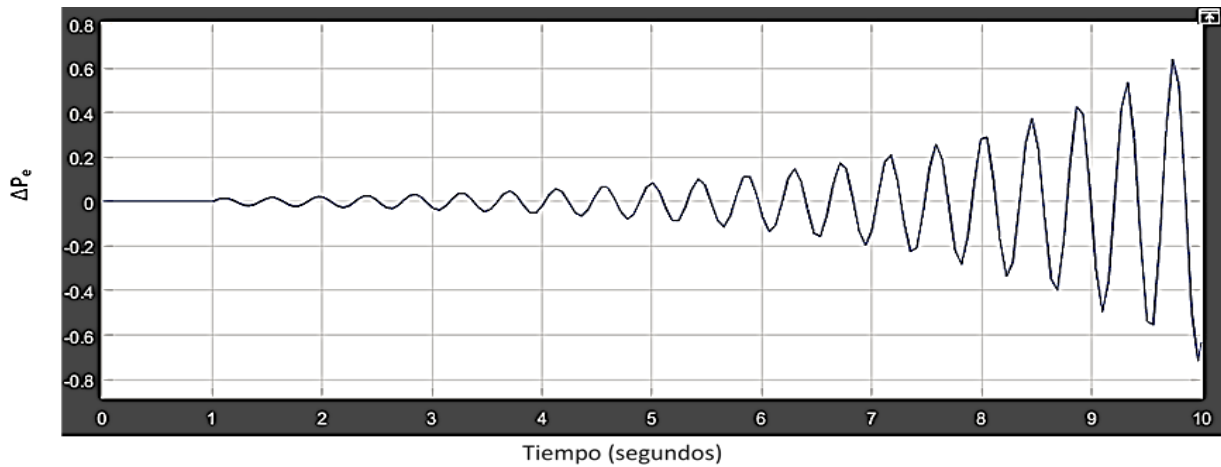
***Ilustración 78 Respuesta oscilatoria del ángulo de potencia cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es negativo***



Fuente: Elaboración propia en base a los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo basado en el trabajo de Fernando Sánchez.

La ilustración 78, describe que la falta de amortiguamiento en el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo produce una inestabilidad oscilatoria en el ángulo de potencia que si persiste conllevará a la salida de los grupos de generación.

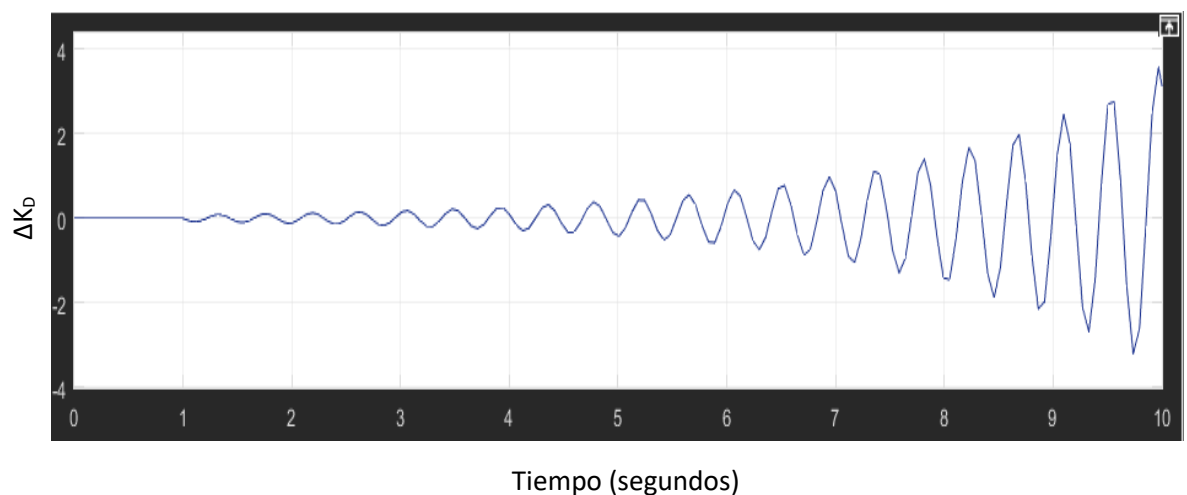
**Ilustración 79** Respuesta oscilatoria de la potencia eléctrica cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es negativo.



Fuente: Elaboración propia en base a los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo basado en el trabajo de Fernando Sánchez.

La ilustración 79, muestra que la carencia de suficiente amortiguamiento en el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo genera una inestabilidad oscilatoria, provocando un crecimiento considerable en la potencia eléctrica transmitida por la Línea 1001 que provocará la salida de dicha línea de transmisión por actuación de sistemas de protección.

**Ilustración 80** Respuesta oscilatoria del torque amortiguante cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es negativo.

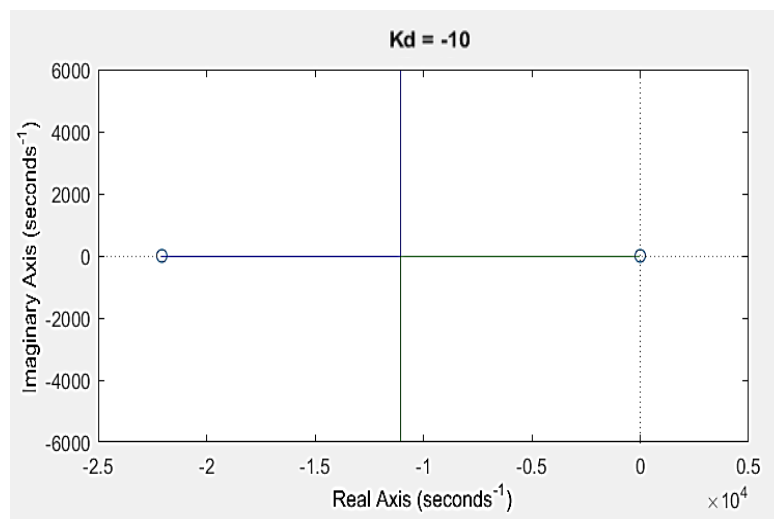


Fuente: Elaboración propia en base a los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo basado en el trabajo de Fernando Sánchez.



La ilustración 80, evidencia que el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo se sobre amortigua debido a la aceleración del rotor de la máquina síncrona de la C.H. Machupicchu por la pérdida de consumo de la potencia eléctrica generada entonces el amortiguamiento del sistema tiende a crecer, produciéndose una inestabilidad oscilatoria.

**Ilustración 81: Lugar de las raíces geométricas cuando el factor de amortiguamiento es negativo.**



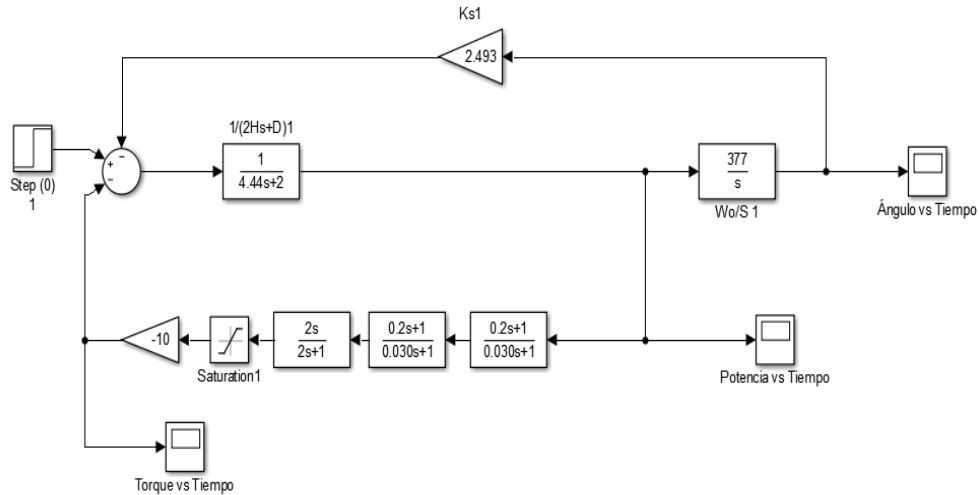
Fuente: Elaboración propia en base a los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo basado en el trabajo de Vega.

La ilustración 81, corrobora que el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo se encuentra sobre amortiguado debido a la aceleración del rotor de la máquina síncrona de la C.H. Machupicchu, por la pérdida de consumo de la potencia eléctrica generada, entonces se cumple la condición puesta en la ecuación 138 donde se establece que los pares de polos son reales pero más cerca la origen conduciendo a que sus puntos sean inestables.

Debido a que el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo se encuentra en estado inestable es necesario la implementación de controladores que permitan abastecer de suficiente amortiguamiento a dicho sistema para que pueda operar en condiciones normales después de haber sufrido alguna contingencia, entonces, la implementación del PSS ayudará con abastecer el amortiguamiento necesario para que el sistema eléctrico no sufra percances.

La ilustración 82 muestra la implementación del PSS en el sistema eléctrico Machupicchu – Cachimayo:

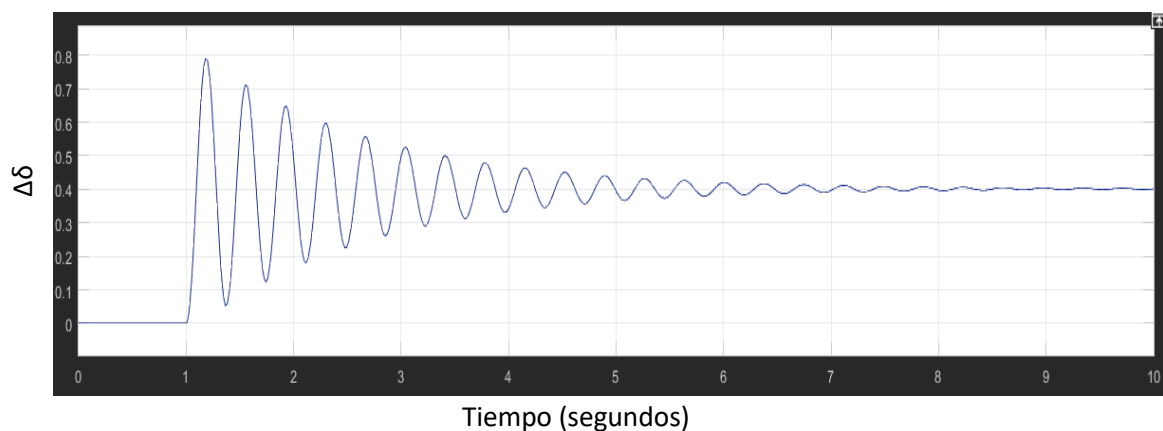
**Ilustración 82 Diagrama de bloques del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo con PSS.**



Fuente: Elaboración propia en base a los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo de Fernando Sánchez.

La implementación del PSS en el diagrama de bloques del sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo varía el tipo de respuesta que generará el sistema ante una perturbación, por lo que, dichas respuestas se evidenciarán en las ilustraciones 83, 84, 85 y 86.

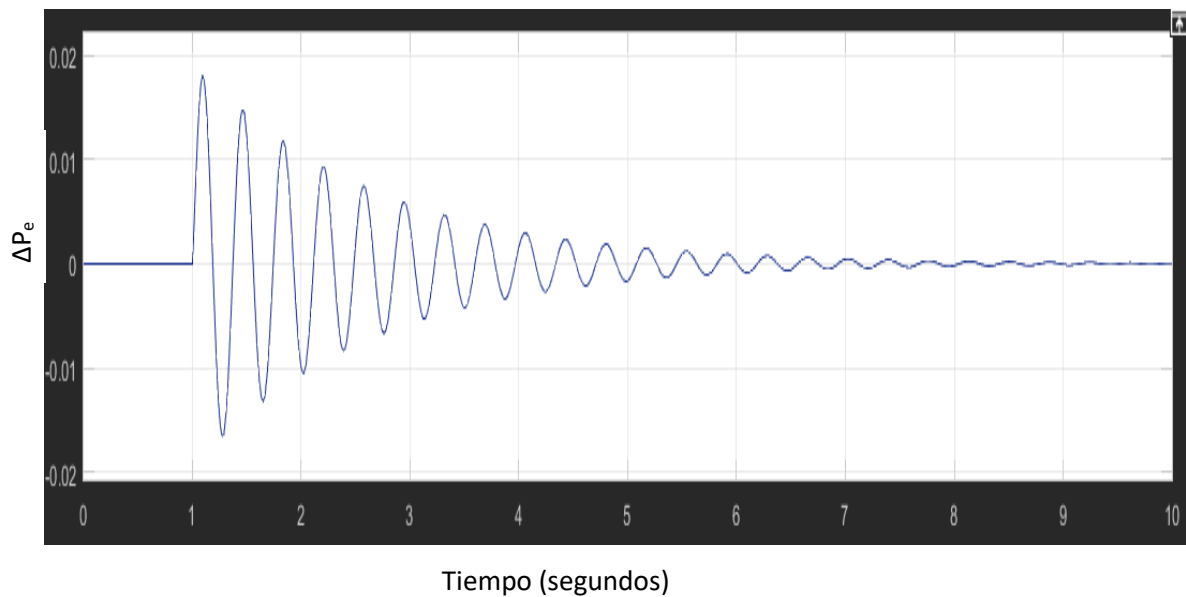
**Ilustración 83 Respuesta amortiguada del ángulo de potencia cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es negativo.**



Fuente: Elaboración propia en base a los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo en base al trabajo de Fernando Sánchez.

La ilustración 83 detalla que la implementación del PSS produce un aumento en el amortiguamiento del sistema conllevando a la desaceleración de la máquina síncrona de la C.H. de Machupicchu a condiciones estables de sincronismo y al ángulo de potencia a sub amortiguarse y operar con normalidad ante el sufrimiento de un percañe.

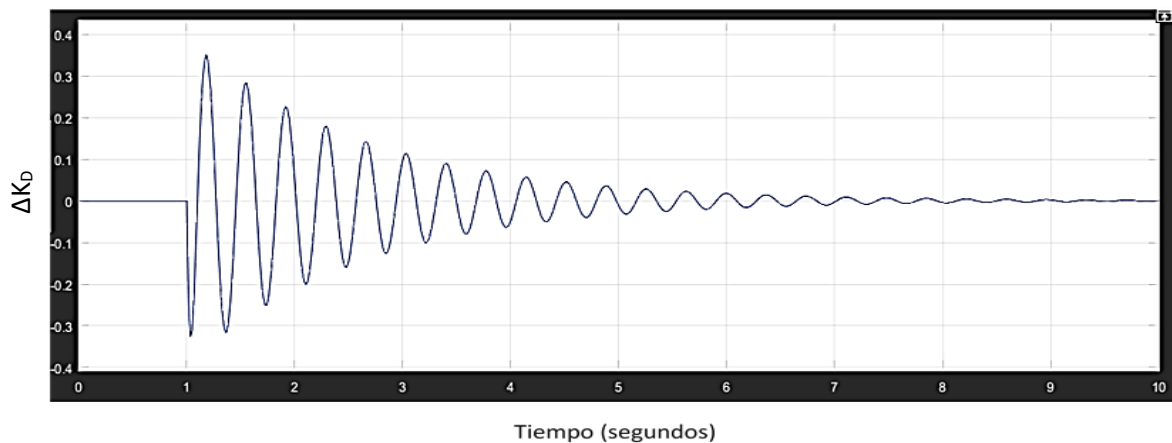
***Ilustración 84 Respuesta amortiguada de la potencia eléctrica cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es negativo.***



Fuente: Elaboración propia en base a los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo en base al trabajo de Fernando Sánchez.

La ilustración 84 muestra el efecto del PSS en la variación de la potencia eléctrica que viene a ser amortiguada debido al incremento de amortiguamiento en la máquina síncrona de la C.H. de Machupicchu, evitando la actuación de los sistemas de protección de la línea de transmisión 1001, y a su vez, los valores de operación regresan a condiciones normales a medida que pasa el tiempo.

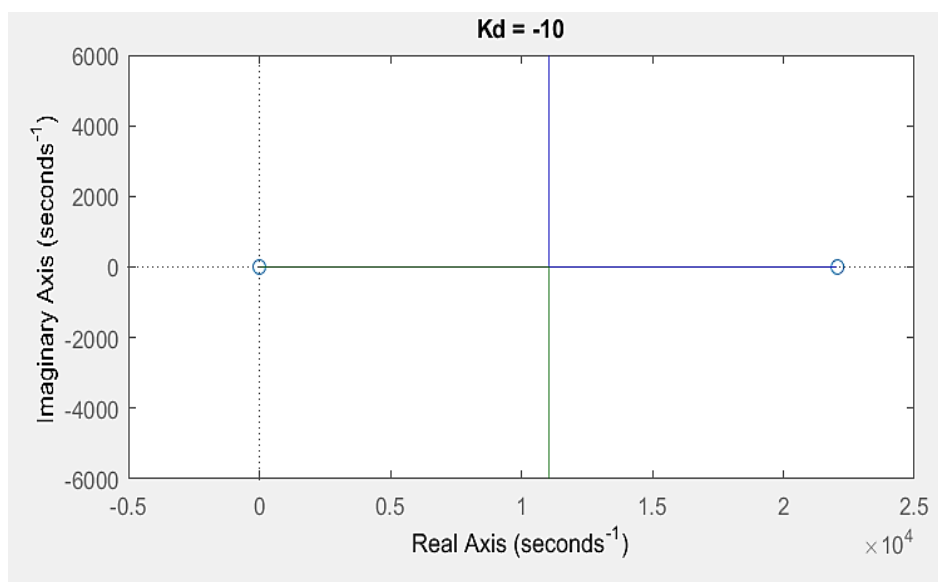
**Ilustración 85** Respuesta amortiguada del torque amortiguante cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es negativo.



Fuente: Elaboración propia en base a los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo en base al trabajo de Fernando Sánchez.

La ilustración 85 describe el amortiguamiento del sistema eléctrico por efecto del PSS que aumenta el amortiguamiento en la máquina síncrona de la C.H. de Machupicchu, previniendo la actuación de los sistemas de protección evitando así el incremento de velocidad y frecuencia.

**Ilustración 86:** Lugar de las raíces geométricas cuando el amortiguamiento es negativo pero se encuentra con el efecto del PSS.



Fuente: Elaboración propia en base a los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo en base al trabajo de Vega.

La ilustración 86, evidencia que el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo está subamortiguado, entonces, la pérdida de consumo de la potencia eléctrica generada es contrarrestada por la actuación del estabilizador de potencia que al aumentar el amortiguamiento del sistema, disminuye la velocidad del rotor de la máquina síncrona de la C.H. Machupicchu y contrarresta una posible sobre frecuencia, a partir de esto se puede verificar que se cumple la condición puesta en la ecuación 132 donde se establece que los pares de polos se encuentran en los cuadrantes 2 y 3 del plano complejo reflejando sus puntos son estables.

Al obtener los resultados mostrados anteriormente se puede afirmar que el PSS amplía los límites de estabilidad del sistema eléctrico Machupicchu – Cachimayo ayudando a aumentar el amortiguamiento del sistema cuando éste ha sufrido algún tipo de contingencia.

- **Escenario 2: Factor de amortiguamiento nulo  $K_D$ : 0**

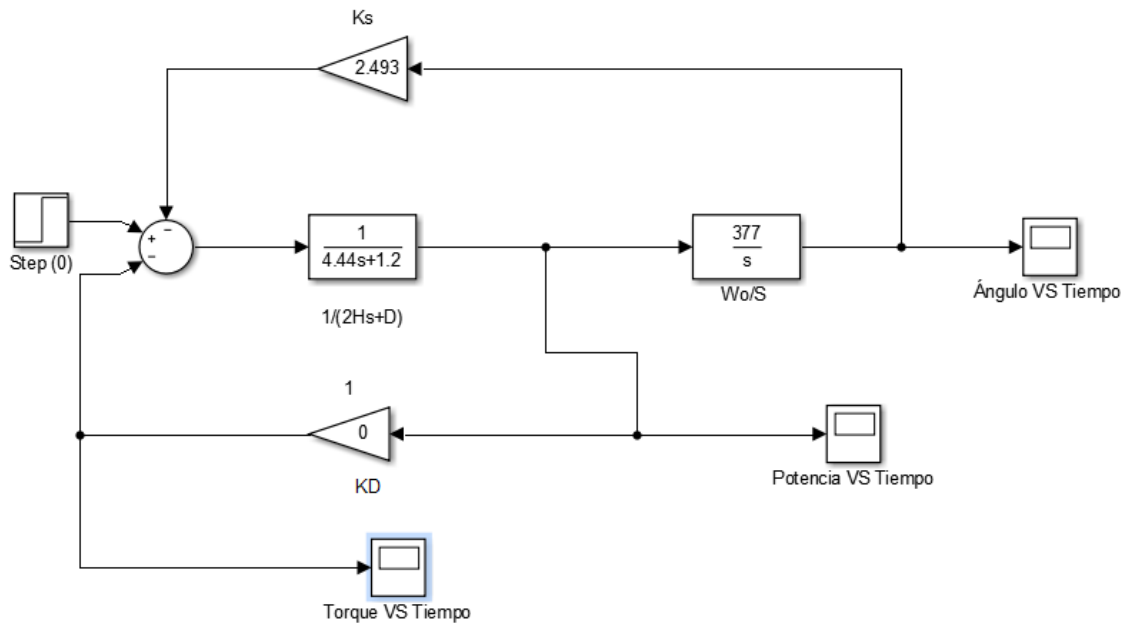
Se obtienen los valores de los eigenvalores y la tasa de amortiguamiento mediante las ecuaciones 140 y 99 respectivamente (Tabla 10):

**Tabla 10: Valores reales de los eigenvalores y la tasa de amortiguamiento del sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo cuando el amortiguamiento del sistema es nulo.**

|                        |              |
|------------------------|--------------|
| $\lambda_1, \lambda_2$ | $\pm j9.274$ |
| $\zeta$                | 0            |

Reemplazando los valores obtenidos en la tabla 10 en el diagrama de bloques del sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo que es conectado a una barra infinita (ilustración 87), se obtiene el comportamiento de dicho sistema en pequeña señal:

**Ilustración 87: Diagrama de bloques del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo sin PSS cuando el amortiguamiento es nulo.**



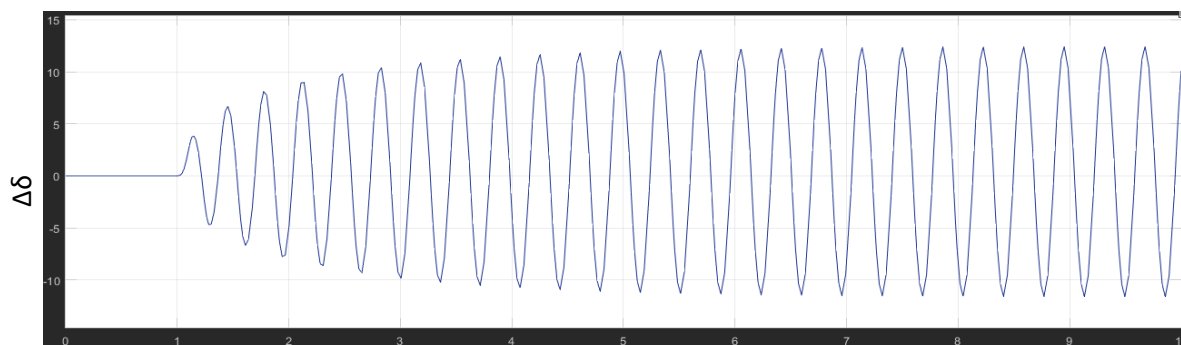
Fuente: Elaboración propia con los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo en base al trabajo de Jaime Castañeda.

La ilustración 87 viene a ser el diagrama de bloques del sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo, el cual, dará como resultado tres tipos de respuestas:

- La primera es del ángulo de potencia en función del tiempo que describe el comportamiento de la variación de la velocidad del rotor al no poseer amortiguamiento el sistema.
- La segunda es de la potencia eléctrica en función del tiempo que muestra el incremento o decrecimiento del transporte de este, cuando el SEP no posee amortiguamiento alguno.
- La tercera es del torque amortiguante en función del tiempo que demuestra el cambio producido en el amortiguamiento del sistema cuando el amortiguamiento es nulo.

Obteniendo las respuestas del diagrama de bloques de la Ilustración 86 se tiene las respuestas descritas en las Ilustraciones 88, 89, 90 y 91.

**Ilustración 88: Respuesta oscilatoria cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es nulo.**

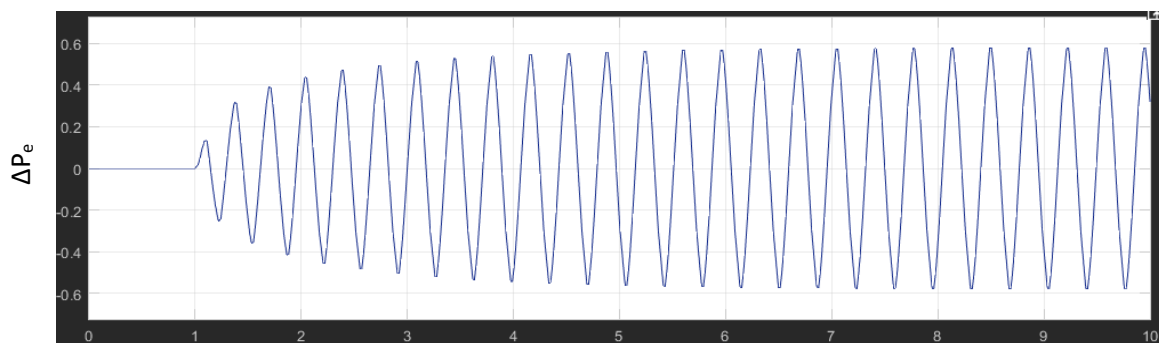


Tiempo (segundos)

Fuente: Elaboración propia con los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo en base al trabajo de Fernando Sánchez.

La ilustración 88, describe que la ausencia de amortiguamiento en el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo produce una inestabilidad oscilatoria en el ángulo de potencia que produce la salida intempestiva de los grupos de generación por exceder los valores permitidos de sincronismo.

**Ilustración 89: Respuesta oscilatorio de la potencia eléctrica cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es nulo.**

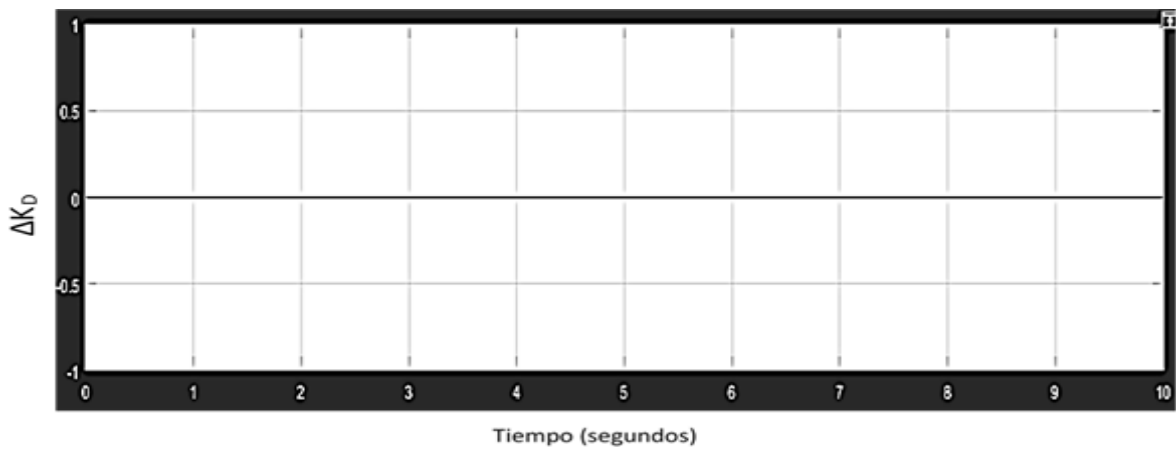


Tiempo (segundos)

Fuente: Elaboración propia con los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo en base al trabajo de Fernando Sánchez.

La ilustración 89, muestra que la potencia eléctrica no puede amortiguarse por la ausencia de amortiguamiento en el sistema eléctrico, lo que, produce una inestabilidad oscilatoria que genera la actuación inmediata de los sistemas de protección de la línea de transmisión por exceder los valores permitidos de sincronismo, entonces, debido a esto la potencia eléctrica no podrá amortiguarse.

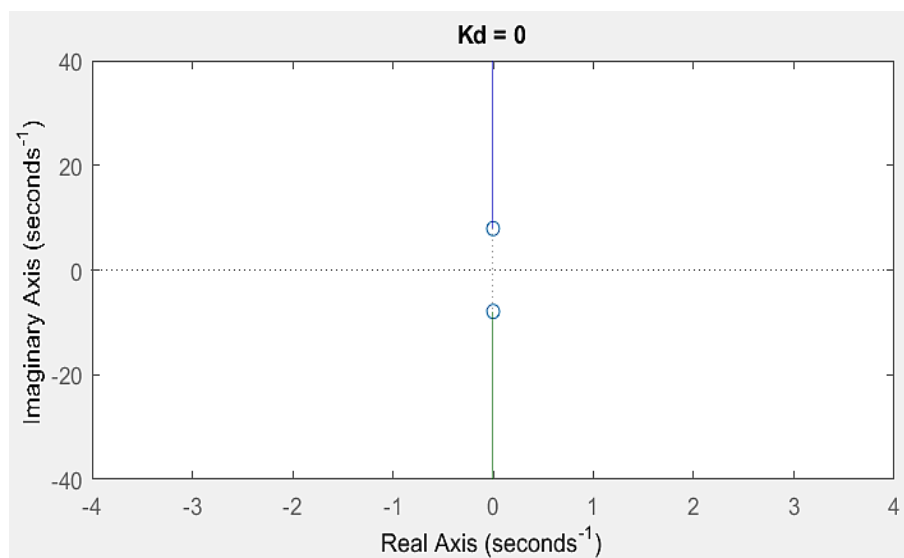
**Ilustración 90: Respuesta del torque amortiguante cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es nulo.**



Fuente: Elaboración propia con los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo en base al trabajo de Fernando Sánchez.

La ilustración 90, evidencia la ausencia de amortiguamiento que no permite la operación con normalidad de los sistemas eléctricos debido a que no existe una respuesta adecuada ante la inestabilidad oscilatoria.

**Ilustración 91: Lugar de las raíces geométricas cuando el amortiguamiento es nulo.**



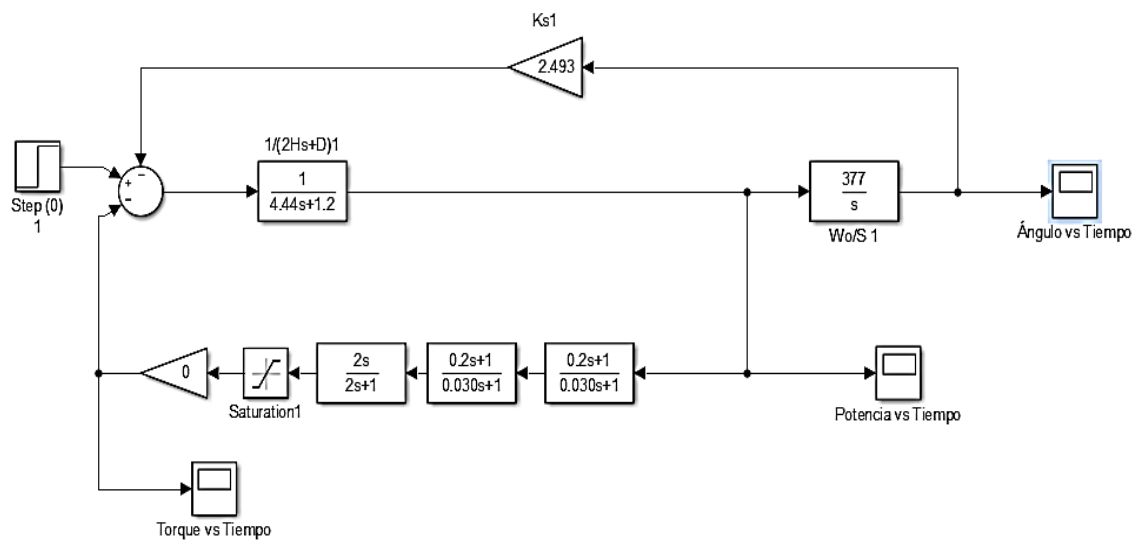
Fuente: Elaboración propia en base a los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo en base al trabajo de Vega.



La ilustración 91, evidencia que el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo se encuentra sin amortiguamiento, entonces, los eigenvalores se encuentra sobre el eje imaginario indicando que los puntos son inestables en su totalidad y nunca llegarán a amortiguarse indicando una inestabilidad oscilatoria permanente.

Debido a que el sistema eléctrico se encuentra en un estado de inestabilidad permanente, se implementa el PSS para abastecer de amortiguamiento a dicho sistema y pueda disminuir la inestabilidad oscilatoria con el fin de poder alcanzar los valores necesarios de sincronismo, tal y como se muestra en la ilustración 92.

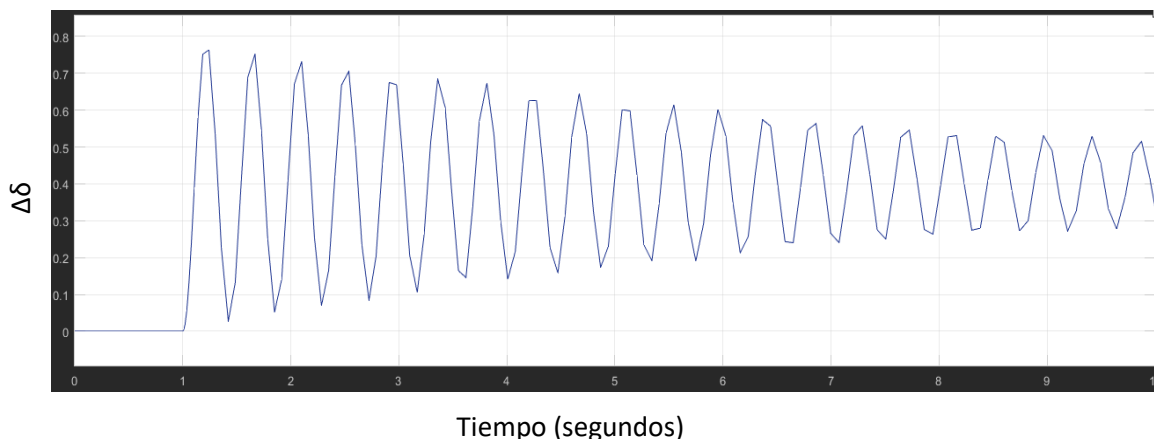
**Ilustración 92: Diagrama de bloques del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo con PSS cuando el amortiguamiento es nulo**



Fuente: Elaboración propia en base a los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo de Fernando Sánchez.

La implementación del PSS en el diagrama de bloques del sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo varía el tipo de respuesta que generará el sistema ante la ausencia de amortiguamiento, por lo que, dichas respuestas se evidenciarán en las ilustraciones 93, 94, 95 y 96.

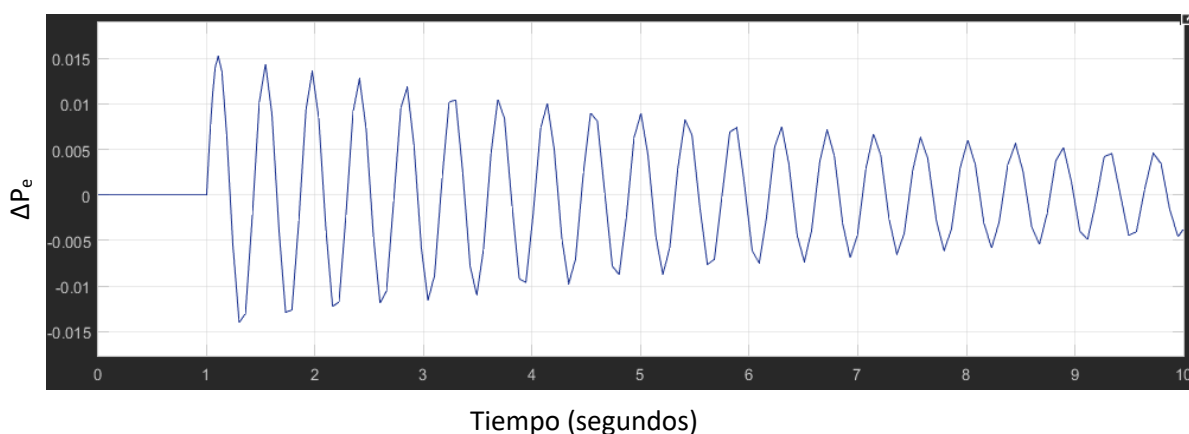
**Ilustración 93: Respuesta amortiguada parcialmente cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es nulo.**



Fuente: Elaboración propia con los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo en base al trabajo de Fernando Sánchez.

La ilustración 93, describe que a pesar de la actuación del PSS en el sistema eléctrico la inestabilidad oscilatoria no puede ser amortiguada en su totalidad debido a que el sistema requiere de valores de amortiguamiento mayores para poder evitar la aceleración del rotor de la máquina síncrona de la C.H. de Machupicchu conllevando a que dicho sistema no pueda alcanzar los valores de sincronismo permitidos.

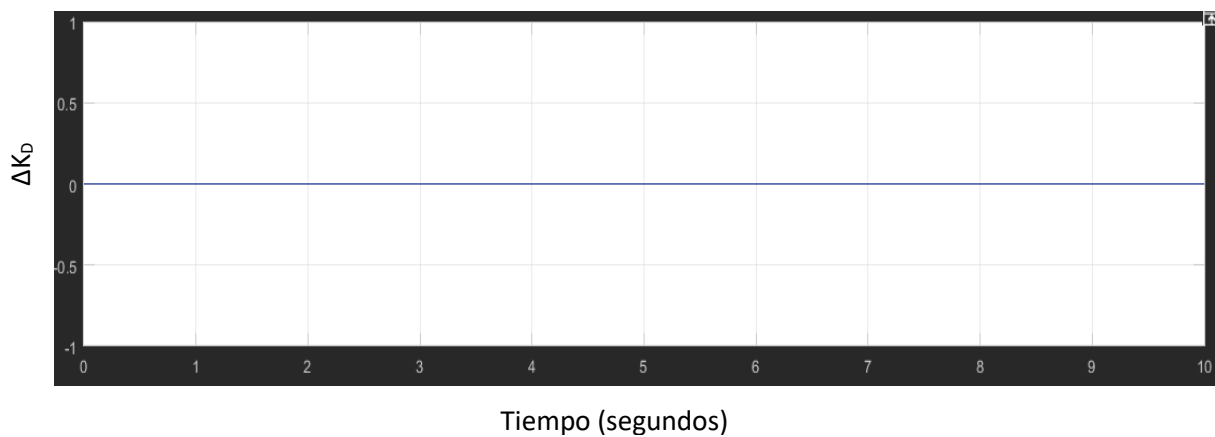
**Ilustración 94: Respuesta Amortiguada parcialmente de la potencia eléctrica cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es nulo.**



Fuente: Elaboración propia con los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo en base al trabajo de Fernando Sánchez.

La ilustración 94, muestra que incluyendo el efecto del PSS en la inestabilidad oscilatoria presente en la potencia eléctrica, este, no puede ser controlado debido a que el sistema no se encuentra amortiguado en su totalidad para poder operar en condiciones normales, lo que, conlleva a la actuación de los sistemas de protección de la línea de transmisión.

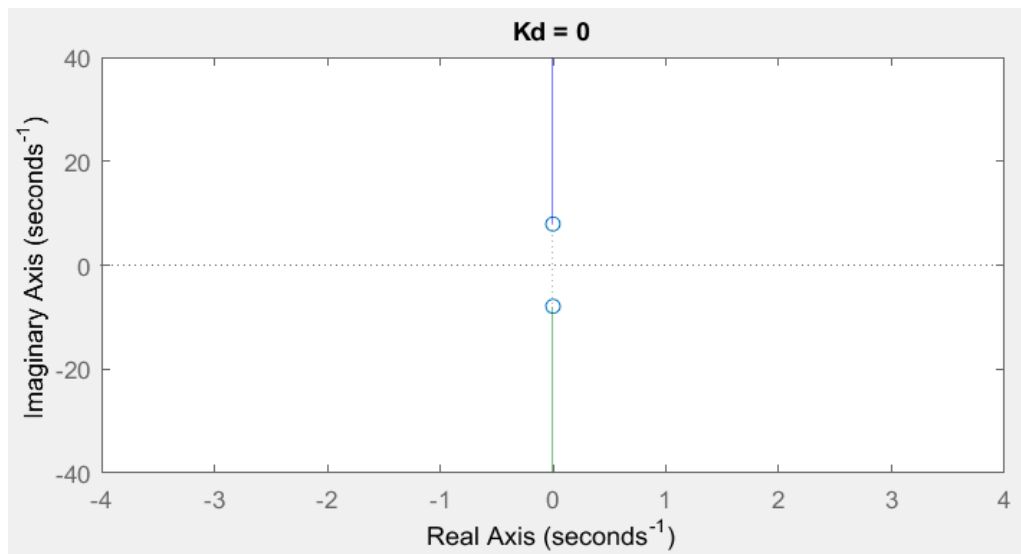
***Ilustración 95: Respuesta del torque amortiguando cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es nulo.***



Fuente: Elaboración propia con los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo en base al trabajo de Fernando Sánchez.

La ilustración 95, muestra la inexistencia total de amortiguamiento en el sistema a pesar de la inclusión del PSS por lo que el sistema no puede ser controlado del todo debido a que el sistema nunca se llegará a amortiguar en su totalidad para poder operar en sincronismo.

**Ilustración 96: Lugar de las raíces geométricas cuando el amortiguamiento es nulo.**



Fuente: Elaboración propia en base a los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo en base al trabajo de Vega.

La ilustración 96, evidencia los eigenvalores se encuentra sobre el eje imaginario indicando que los puntos son inestables, por lo tanto, el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo no podrá amortiguarse debido a la ausencia de amortiguamiento necesario para poder controlar la inestabilidad oscilatoria permanente.

Al obtener los resultados del sistema eléctrico de potencia con ausencia de amortiguamiento mostrado anteriormente se puede afirmar que a pesar que el PSS incrementa el amortiguamiento del sistema, este, no puede amortiguarse en su totalidad debido a que dicho sistema requiere de valores más amplios de amortiguamiento para poder ser estable y operar a condiciones normales.

- **Escenario 3: Factor de amortiguamiento positivo Kd: 10**

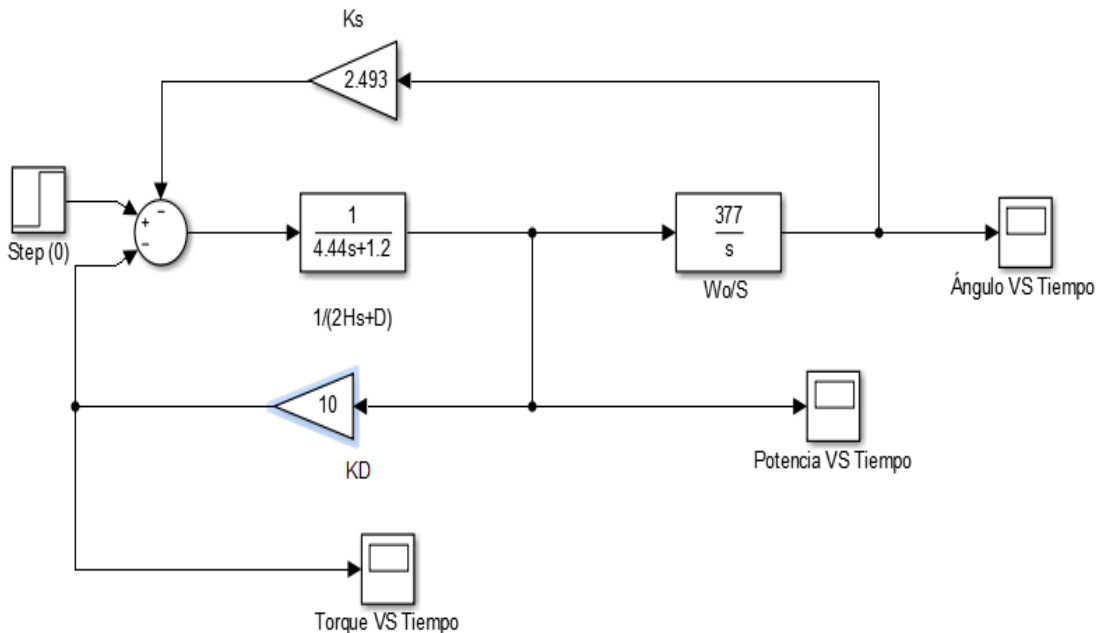
Se obtienen los valores de los eigenvalores y la tasa de amortiguamiento mediante las ecuaciones 140 y 99 respectivamente (Tabla 11):

**Tabla 11: Valores reales de los eigenvalores y la tasa de amortiguamiento del sistema eléctrico de Machupicchu - Cachimayo cuando el amortiguamiento del sistema es positivo.**

|                        |                      |
|------------------------|----------------------|
| $\lambda_1, \lambda_2$ | $-11.197 \pm j9.274$ |
| $\zeta$                | 0.77                 |

Reemplazando los valores obtenidos en la tabla 11 en el diagrama de bloques del sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo que es conectado a una barra infinita (ilustración 97), se obtiene el comportamiento de dicho sistema en pequeña señal:

**Ilustración 97: Diagrama de bloques del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo sin PSS cuando el amortiguamiento es positivo**



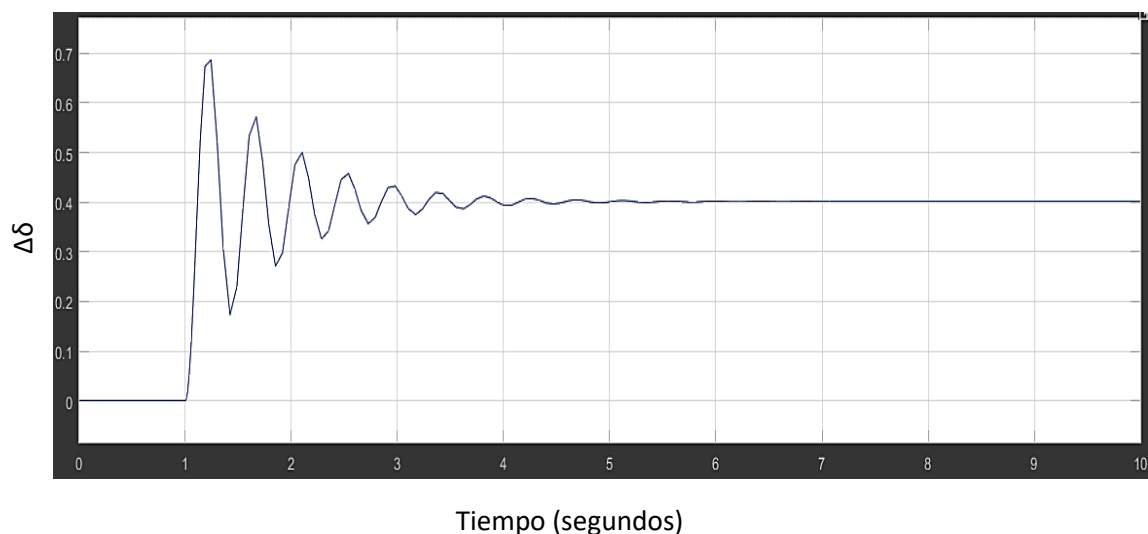
Fuente: Elaboración propia con los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo en base al trabajo de Jaime Castañeda.

La ilustración 97 viene a ser el diagrama de bloques del sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo, el cual, dará como resultado tres tipos de respuestas:

- a) La primera es del ángulo de potencia en función del tiempo que describe el comportamiento de la variación de la velocidad del rotor cuando el sistema se encuentra amortiguado y sobre amortiguado.
- b) La segunda es de la potencia eléctrica en función del tiempo que muestra el incremento o decrecimiento del transporte de este, cuando el SEP se encuentra amortiguado y sobre amortiguado.
- c) La tercera es del torque amortiguante en función del tiempo que demuestra el cambio producido en el amortiguamiento del sistema cuando el amortiguamiento es positivo.

Obteniendo las respuestas del diagrama de bloques de la Ilustración 96 se tiene las respuestas descritas en las Ilustraciones 98, 99, 100 y 101.

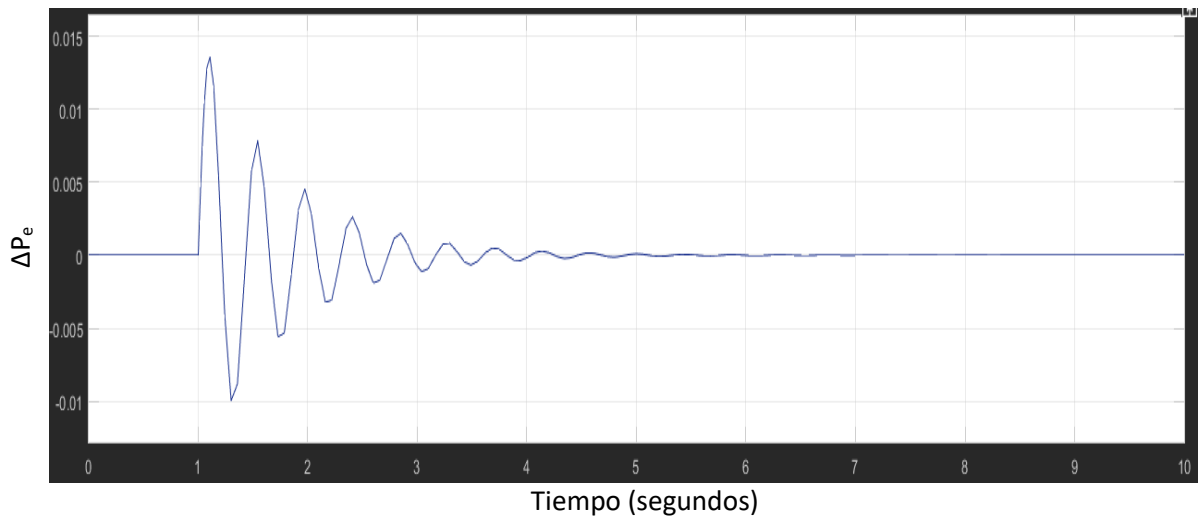
***Ilustración 98: Respuesta amortiguada del sistema eléctrico cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es positivo.***



Fuente: Elaboración propia con los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo en base al trabajo de Jaime Castañeda.

La ilustración 98 describe que el sistema eléctrico se encuentra subamortiguado a pesar de haber pasado alguna contingencia debido a que el amortiguamiento del sistema es suficiente para poder controlar la inestabilidad oscilatoria que puede sufrir el ángulo de potencia.

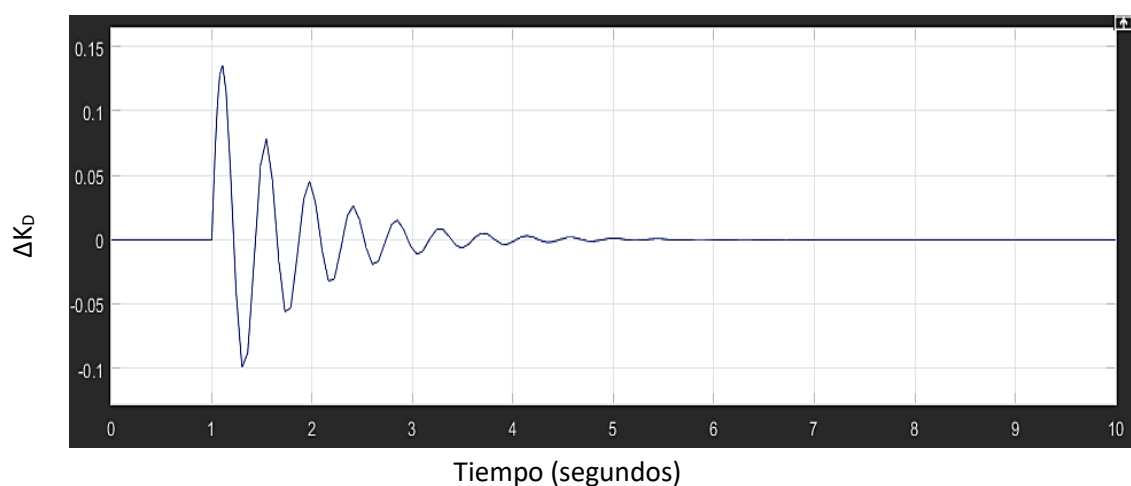
**Ilustración 99: Respuesta amortiguada del sistema eléctrico cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es positivo.**



Fuente: Elaboración propia con los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo en base al trabajo de Jaime Castañeda.

La ilustración 99 muestra que la potencia eléctrica se encuentra amortiguado a pesar de haber sufrido alguna contingencia por lo que indica que el suficiente amortiguamiento que debe poseer el sistema para evitar sobre amortiguamientos es de vital importancia para no llegar a la inestabilidad dentro del sistema eléctrico.

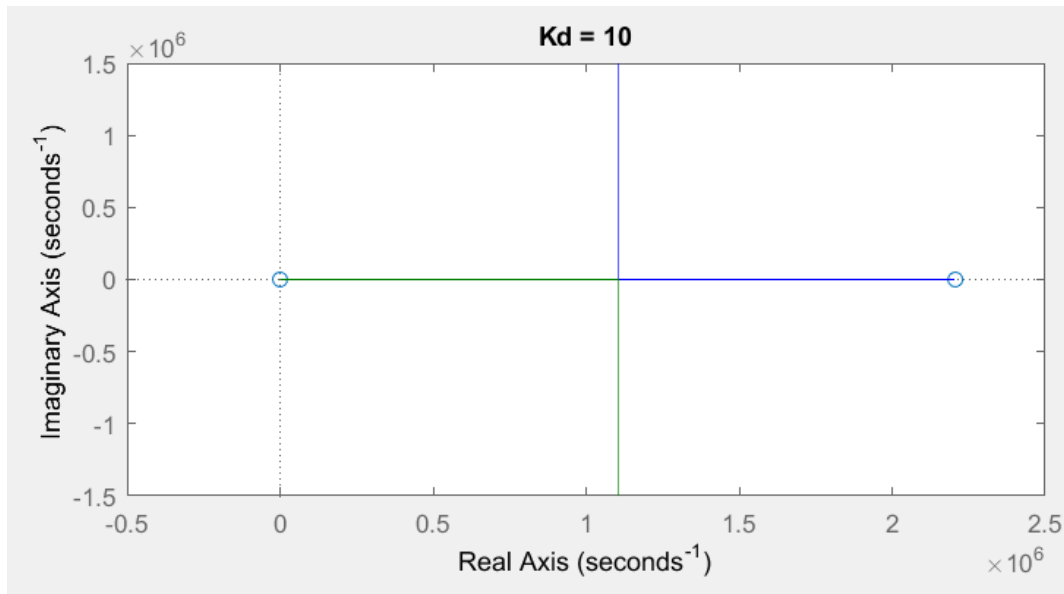
**Ilustración 100: Respuesta amortiguada de la potencia eléctrica cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es positivo.**



Fuente: Elaboración propia con los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo en base al trabajo de Jaime Castañeda.

La ilustración 100 evidencia que a pesar de haber sufrido algún tipo de percance el sistema eléctrico se amortigua con el tiempo debido a que sus valores de amortiguamiento son mayores a los valores de amortiguamiento negativo de inestabilidad.

**Ilustración 101: Lugar de las raíces geométricas cuando el amortiguamiento del sistema es positivo.**



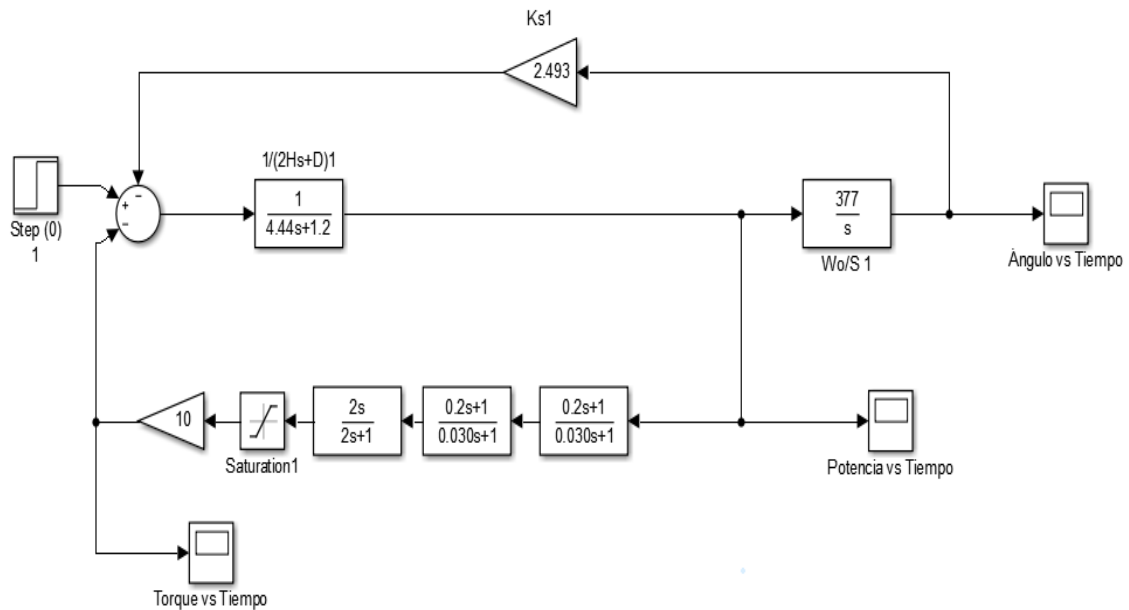
Fuente: Elaboración propia en base a los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo en base al trabajo de Vega.

La ilustración 101, evidencia que los eigenvalores obtiene valores negativos por lo que se encuentran sobre los cuadrantes 2 y 3 del plano complejo indicando que los puntos son estables, por lo tanto, el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo operará a condiciones normales.

Al obtener los resultados del sistema eléctrico de potencia un factor de amortiguamiento positivo mostrado anteriormente se puede afirmar que el sistema se encuentra operando en condiciones normales pero existe el caso de que pueda llegar a sobre amortiguarse por acción del PSS (Ilustración 102) debido a una mala calibración el estabilizador de potencia puede entregar más amortiguamiento de lo necesario y conllevar al sistema eléctrico a una inestabilidad oscilatoria tal y como se observa en las ilustraciones 103, 104, 105 y 106.



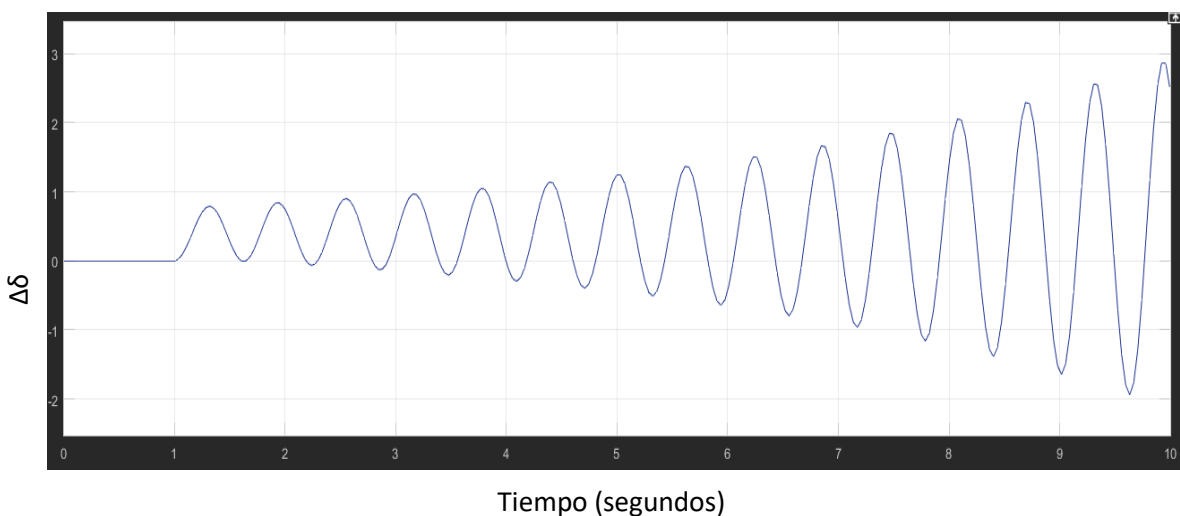
**Ilustración 102: Diagrama de bloques del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo con PSS cuando el amortiguamiento es positivo**



Fuente: Elaboración propia en base a los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo de Fernando Sánchez.

La implementación del PSS sin una buena calibración en el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo provocará una inestabilidad oscilatoria.

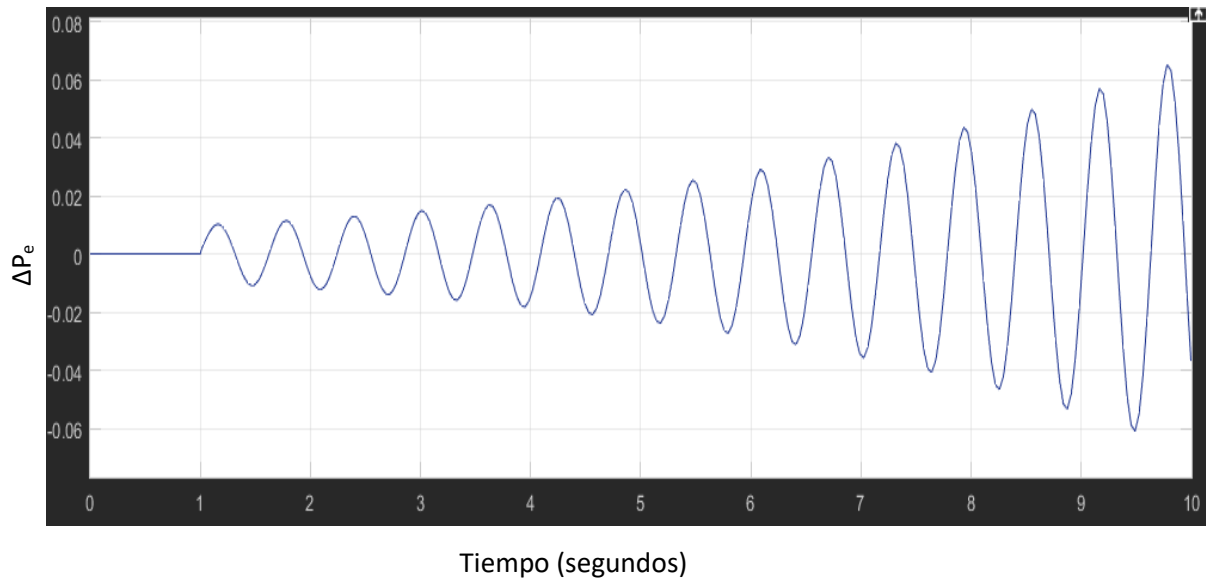
**Ilustración 103: Respuesta sobre amortiguada cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es positivo.**



Fuente: Elaboración propia con los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo en base al trabajo de Jaime Castañeda.

La ilustración 103 evidencia que la mala calibración del PSS genera un sobre amortiguamiento en el ángulo de potencia de la máquina síncrona de la C.H. de Machupicchu lo que conlleva a una aceleración del rotor debido a que el estabilizador de potencia entrega más amortiguamiento de lo necesario y esto influye en la velocidad de giro de dicha máquina síncrona.

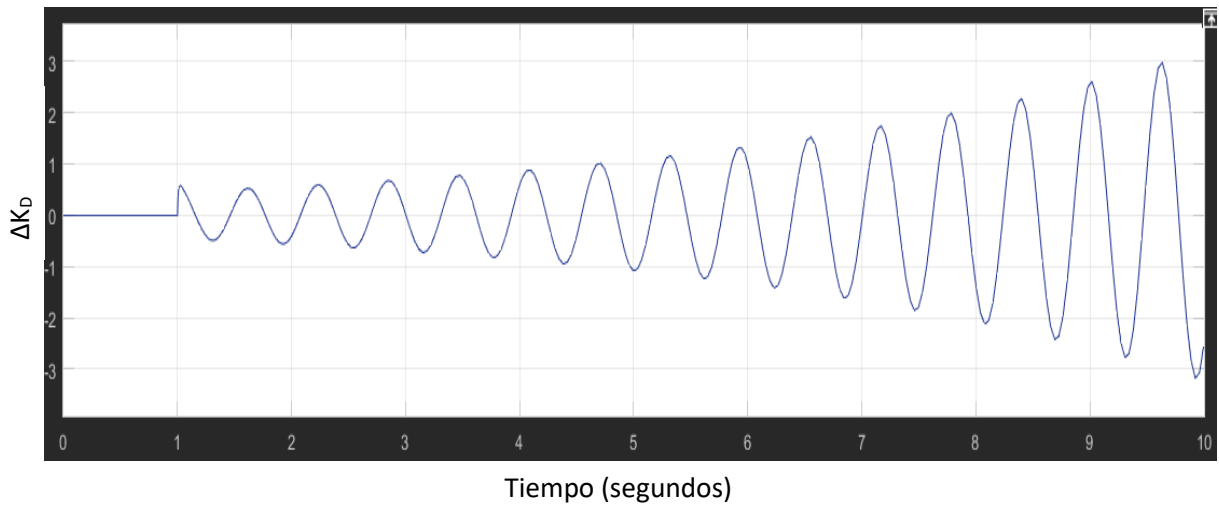
***Ilustración 104: Respuesta sobreamortiguada de la potencia eléctrica cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es positivo.***



Fuente: Elaboración propia con los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo en base al trabajo de Jaime Castañeda.

La ilustración 104 muestra que por un mal uso PSS se produce una inestabilidad oscilatoria en la potencia eléctrica del sistema debido a la aceleración del rotor de la máquina síncrona de la C.H. de Machupicchu lo que conlleva a una mayor producción de potencia que no puede ser consumida y a su vez se genera a un sobre amortiguamiento del sistema.

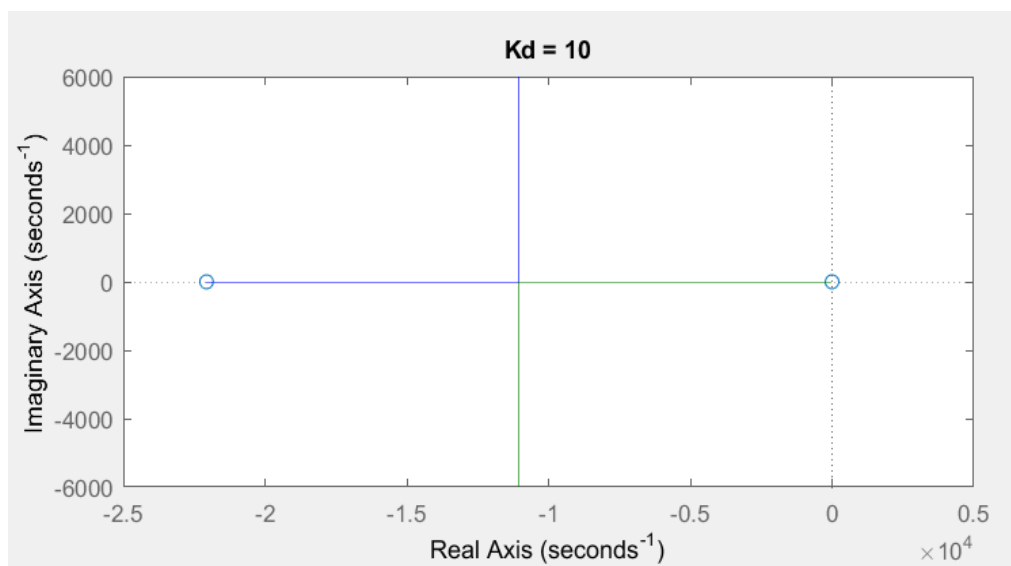
**Ilustración 105: Respuesta sobreamortiguada del torque amortiguante cuando el amortiguamiento del sistema eléctrico es positivo.**



Fuente: Elaboración propia con los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu - Cachimayo en base al trabajo de Jaime Castañeda.

La ilustración 105 describe que el aumento innecesario de amortiguamiento a causa de una mala calibración del PSS produce una inestabilidad oscilatoria en el amortiguamiento y a su vez se genera que el sistema eléctrico se sobreamortigue.

**Ilustración 106: lugar de las raíces geométricas cuando el amortiguamiento es positivo**



Fuente: Elaboración propia en base a los valores reales del sistema eléctrico Machupicchu-Cachimayo en base al trabajo de Vega.

La ilustración 106, evidencia que los eigenvalores por el sobreamortiguamiento obtienen valores positivos por lo que se encuentran sobre los cuadrantes 1 y 4 del plano complejo indicando que los puntos son inestables, por lo tanto, el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo no podrá entrar en sincronismo debido a la inestabilidad oscilatoria que sufrirá a medida que pase el tiempo.

## CONCLUSIONES

1. Tras el estudio realizado se demostró que la metodología indirecta de Lyapunov contribuye de manera eficiente en el análisis de las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo debido a su característica de poder linealizar sistemas mediante la formulación de espacio de estados y control moderno para poder obtener los valores propios de dicho sistema eléctrico que en su estado original de no lineal tiende a tener problemas de análisis y control por lo tanto el poder utilizar una herramienta de control lineal hace posible un análisis sencillo y fácil de entender.
2. Los diagramas de bloques que se implementaron en el software de Matlab simularon de forma eficiente el comportamiento de las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo dando como resultado la respuesta del sistema cuando se encuentra en diferentes escenarios, tal y como se muestra en las ilustraciones: 77, 78, 79, 87 y 88 que demuestran que la insuficiencia de torque amortiguante resulta en una inestabilidad oscilatoria de modo que las oscilaciones del rotor aumentan progresivamente, entonces un modo de control para dichas oscilaciones es la de mejorar el factor amortiguante mediante el uso del PSS para que el sistema no se encuentre desbalanceado en su amortiguamiento y pueda soportar un cambio brusco en su operación como se evidencia en las ilustraciones: 82, 83, 84, 92, 93 y 94.
3. El método indirecto de Lyapunov mediante el uso de los eigenvalores contribuye al análisis del factor amortiguante en el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo como se evidencia en las ilustraciones: 80, 85 90, 95, 99 y 104 demostrando que si las raíces geométricas de dicho factor se encuentran en el 1 o 4 cuadrante, se evidencia una falta de amortiguamiento y por lo tanto el sistema será inestable, sin embargo cuando estas raíces se ubiquen en el 2 o 3 cuadrante significará que el amortiguamiento es positivo conllevando a que el sistema opere a condiciones normales.

4. El estabilizador de potencia (PSS) del software Matlab al ampliar el amortiguamiento mejora los límites de estabilidad del sistema eléctrico Machupicchu – Cachimayo como se muestra en las ilustraciones: 82, 83, 84, 92, 93 y 94 atribuyendo mayor confiabilidad al sistema cuando sufra alguna perturbación pero cuando el PSS no es calibrado correctamente en vez de ampliar, reduce los límites de estabilidad del sistema conllevando a una inestabilidad por exceso de amortiguamiento como se puede observar en las ilustraciones: 101, 102 y 103.

## RECOMENDACIONES

1. Se recomienda realizar mayores estudios de estabilidad en pequeña señal de los sistemas eléctricos para determinar el punto más óptimo de operación del sistema eléctrico Machupicchu – Cachimayo y así poder evitar posibles perturbaciones y deficiencias en su funcionamiento.
2. Es recomendable simular constantemente el comportamiento del sistema eléctrico para evitar algún tipo de contingencia con oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de Machupicchu – Cachimayo.
3. Es conveniente llevar acabo métodos directos de estudio de estabilidad para modelar el comportamiento del sistema eléctrico cuando se encuentra en diferentes condiciones de operación, para que su operación sea óptima.
4. Se recomienda a todas las empresas de Generación Eléctrica a implementar el estabilizador de potencia (PSS) para ampliar el amortiguamiento y mejorar los límites de estabilidad de los sistemas eléctricos.
5. Calibrar constantemente el estabilizador de potencia (PSS) para evitar situaciones de sobre amortiguamiento en el sistema eléctrico Machupicchu – Cachimayo.

## BIBLIOGRAFÍA

- Agudelo, V. M., & Parra, D. (2008). Control de Oscilaciones electromecánicas en sistemas eléctricos de potencia usando el análisis modal. *Tesis de Pregrado*. Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia.
- Argüello, G., & Flores, H. (2005). Estudio de estabilidad de pequeña señal en el sistema nacional interconectado aplicando el método de análisis modal. *XIX Jornadas en Ingeniería Eléctrica y Electrónica*, 19.
- Cabrera Ibacache, F. I. (2017). Amortiguación de oscilaciones pequeñas usando sincrofasores y compensadores estáticos reactivos. *Tesis de pregrado*. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile.
- Castañeda, J. A. (2013). Análisis de estabilidad en pequeña señal de una máquina síncrona conectada a un bus infinito. *Tesis de Pregrado*. Universidad Tecnológica de Periers, Colombia.
- Castro, J. M. (2019). *Estabilidad de Sistemas de Potencia II*. La Habana, Cuba.
- COES. (2003-2019). COES. Recuperado el 10 de agosto de 2019, de <http://www.coes.org.pe/portal/>
- Empresa de Generación Eléctrica Machupicchu. S. A. , E. (2019). SCADA. Cusco.
- González, J. A. (2015). *Introducción a los Sistemas Eléctricos de Potencia*. Tucumán, Argentina.
- Hernandez, R. F. (2014). *Métodos de Investigación*. (M. G. Hill, Ed.) Mexico.
- Junco, S. (2003). *Análisis de la estabilidad interna de los sistemas no lineales*. Rosario, Argentina.
- Ledesma, P. (2008). *Estabilidad transitoria*. Madrid, España: Universidad Carlos III.



- Martínez, F., & Hernández, L. (1990). *Desconexión de carga por baja frecuencia en un sistema eléctrico de potencia*. México.
- Minas, M. d. (15 de Junio de 2019). *MEM*. Obtenido de <http://www.minem.gob.pe/index2.php>
- Ogata, K. (1998). *Ingeniería de control* (Tercera ed.). Minesota: Pearson Educación.
- Paucar, L., & Hugh, R. (2002). El estabilizador de potencia en el amortiguamiento de las oscilaciones electromecánicas en sistemas eléctricos multimáquina.
- Quispe, J. M. (2005). Metodología de estimación de modos electromecánicos locales de oscilación de las centrales de generación del SEN, aplicación a la C. H. San Gabón II. *Tesis de Pregrado*. Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú.
- Rodríguez, M. A. (2018). *Máquinas eléctricas II*. España: Universidad de Cantabria.
- Sanchez, F. (1988). Oscilaciones electromecánicas en sistemas de potencia. *Tesis de maestría*. Universidad Autónoma de Nuevo León, Monterrey, México.
- Sanchez, F. (1997). *Análisis y control de oscilaciones electromecánicas en sistemas eléctricos de potencia*. Monterrey, México.
- Sánchez, V. M. (2016). Control de oscilaciones en sistemas de potencia usando el Power System Stabilizer delta-w modificado. *Tesis de Pregrado*. Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia.
- Seron, M., & Braslavsky, J. (2000). *Sistemas no lineales*. Rosario, Argentina.
- Vargas, F., & Saldarriaga, M. (1990). *Máquinas eléctricas rotativas*. Lima, Perú.
- Vega, P. R. (2006). Metodología para el análisis de oscilaciones electromecánicas de baja frecuencia en la C. H. Yaupi. *Tesis de licenciatura*. Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú.

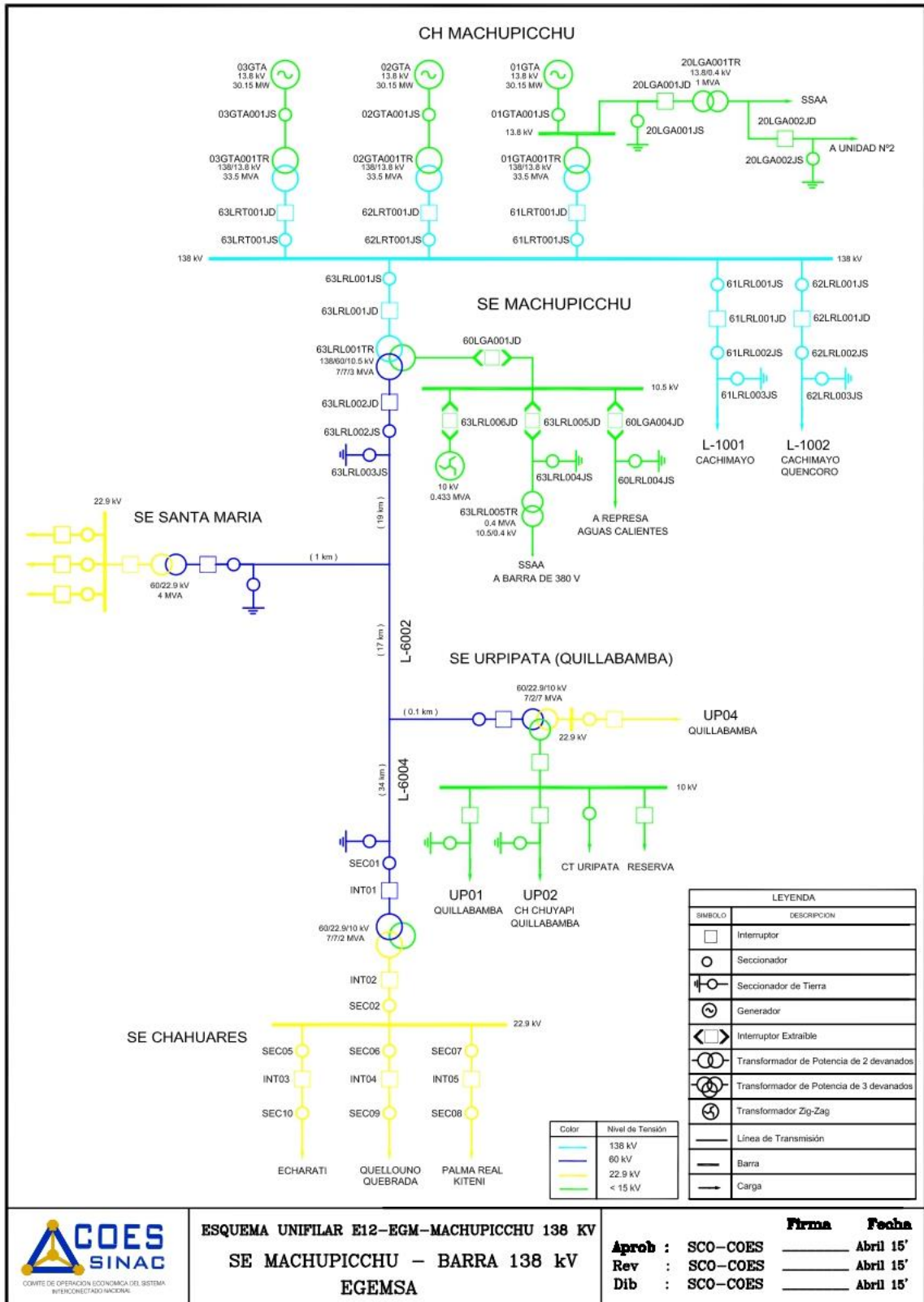
Verdugo, P. (2005). *Metodología de sintonización de parámetros del estabilizador del sistema de potencia (PSS)*. Quito, Ecuador.

Zamora, E. (2012). Modelamiento dinámico de estabilidad a pequeña señal. *Tesis de pre grado*. Universidad de Chile, Santiago, Chile.

Zeni, N., & Marcos, P. (2003). *Curso de control de velocidad y tensión*. Brasil.

## **ANEXOS**

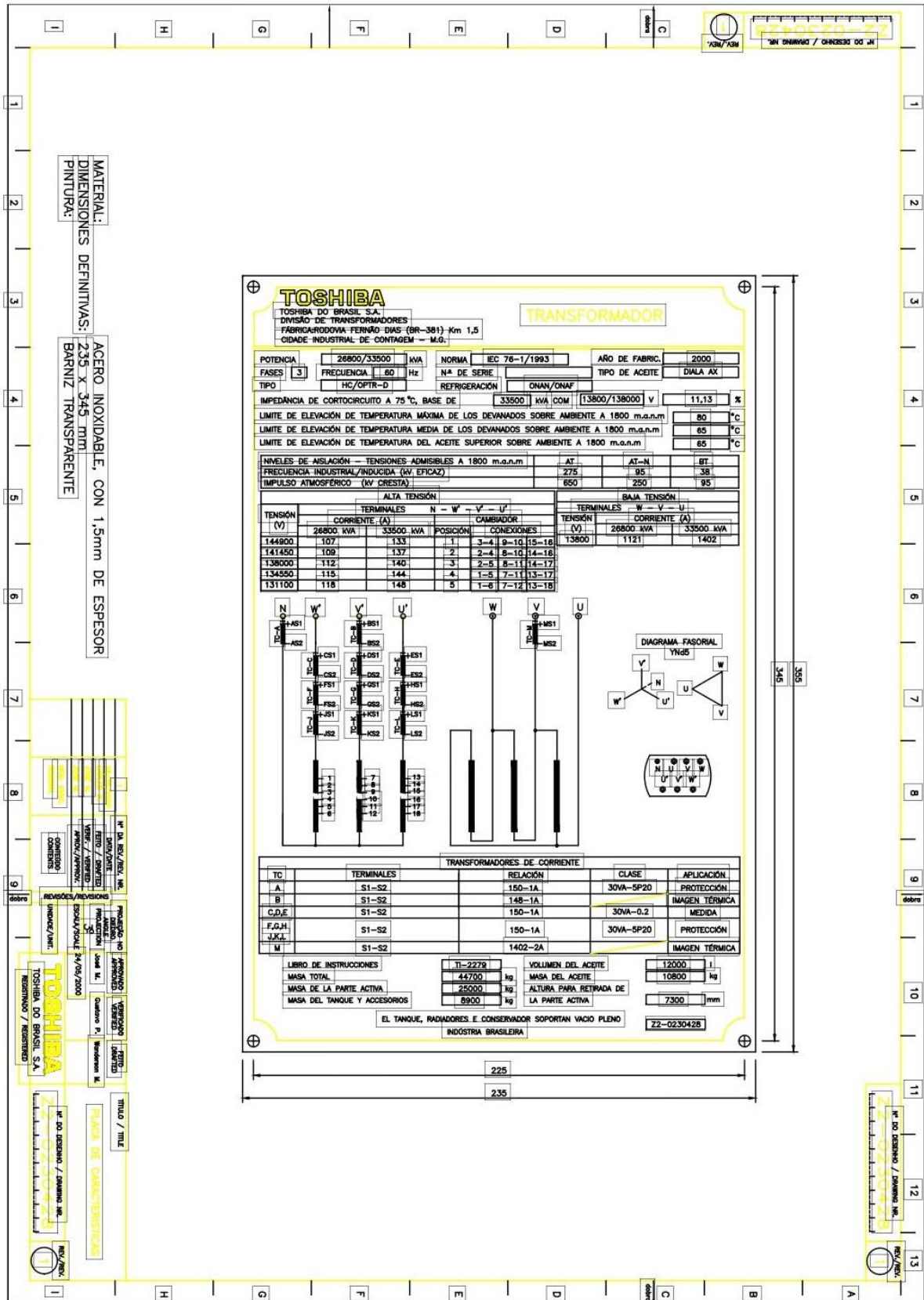
## Anexo 1: Esquema Unifilar de S. E. Machupicchu 138 kv



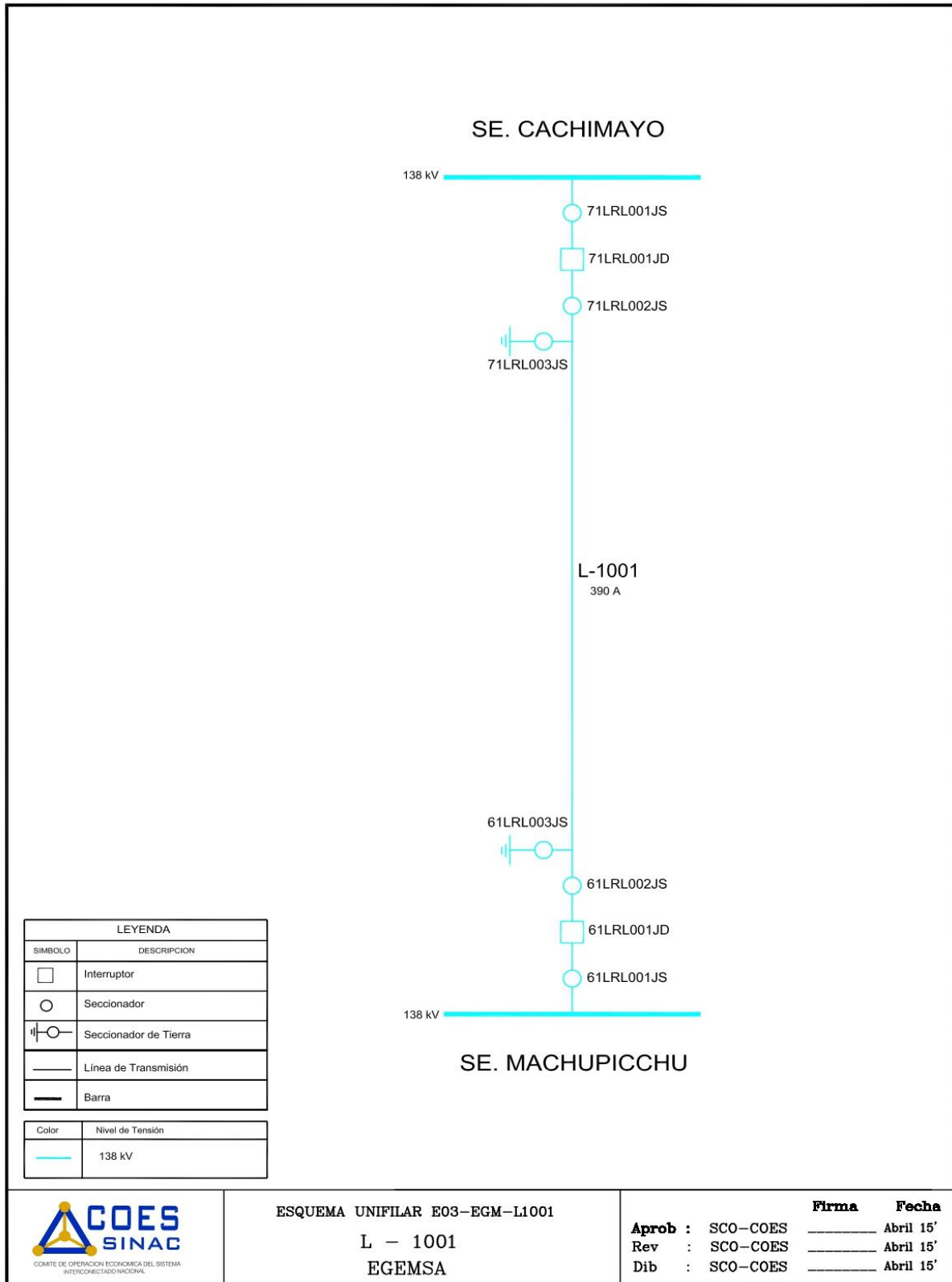
ESQUEMA UNIFILAR E12-EGM-MACHUPICCHU 138 KV  
SE MACHUPICCHU - BARRA 138 kV  
EGEMSA

**Firma** **Fecha**  
Aprob : SCO-COES \_\_\_\_\_ Abril 15'  
Rev : SCO-COES \_\_\_\_\_ Abril 15'  
Dib : SCO-COES \_\_\_\_\_ Abril 15'

## Anexo 2: Plano del transformador de potencia de 138 Kv de la S.E. Machupicchu



### Anexo 3: Diagrama Unifilar de la línea de transmisión eléctrica 1001 (Machupicchu - Cachimayo)

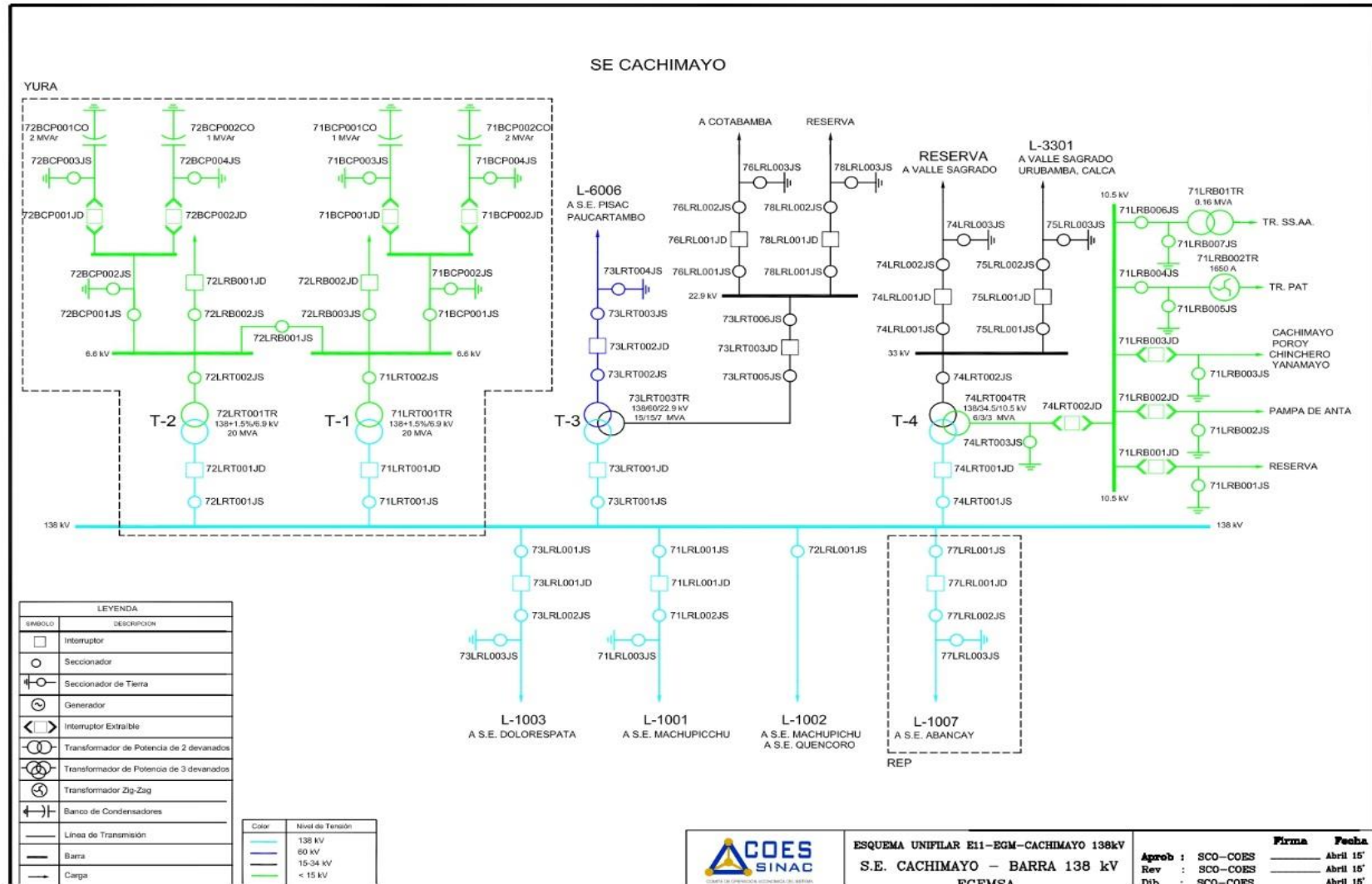


ESQUEMA UNIFILAR E03-EGM-L1001

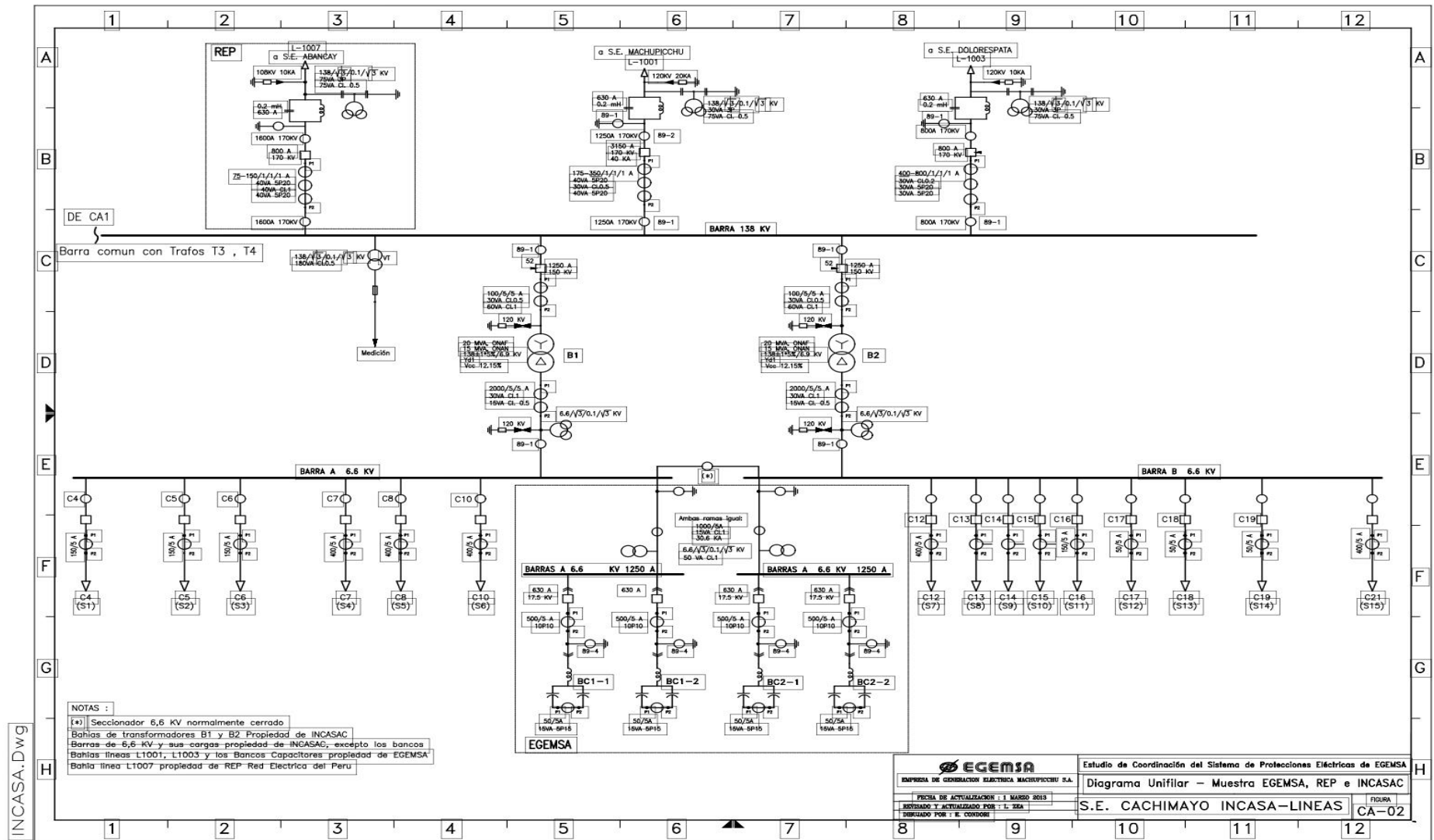
L - 1001  
EGEMSA

|                         | Firma | Fecha     |
|-------------------------|-------|-----------|
| <b>Aprob</b> : SCO-COES | _____ | Abril 15' |
| <b>Rev</b> : SCO-COES   | _____ | Abril 15' |
| <b>Dib</b> : SCO-COES   | _____ | Abril 15' |

### Anexo 4: Diagrama Unifilar de la S.E. de Cachimayo



## Anexo 5: Diagrama Unifilar de la empresa INCASA





## Anexo 6: Código de Matlab del análisis de estabilidad en pequeña señal

```
clc
Xd = 0.22 % Reactancia Síncrona
H = 2.22 % Constante de inercia de la máquina síncrona
Vs = 1 + 0i % Voltaje de la barra infinita
V = 1.060 + 0.079i % Voltaje en el borne de la máquina
Pe = 0.8 % Potencia activa
Qe = -0.6 % Potencia reactiva
S = Pe + complex(0,Qe) % (potencia aparente)
Xe = 0.32 % Reactancia total

'Cálculos'

I = S/V % (NO SALE IGUAL LA RESPUESTA, PREGUNTAR)
Eq = V + i*Xd*I

'Sacamos el módulo'

MoEq = abs(Eq) % Módulo de Eq
MEq = linspace (0,MoEq,20) % Valores de módulo de Eq
para graficar
MoVs = abs(Vs) % Módulo de Vs
MVs = linspace (0,Vs,20) % Valores de módulo de Vs
para graficar
MV = linspace (0,V,20) % Valores de módulo de V

'Sacamos el Delta0' % (MODIFICAR)

Delta = angle(Eq) %Ángulo de Eq
Delta1 = angle (Vs) %Ángulo de Vs
DeltaNominal = abs(Delta) % Delta nominal porque se
toman los valroes sin importar su signo
DeltaNominal1 = abs(Delta1)
Delta0 = DeltaNominal + DeltaNominal1

% Graficos de diagrama fasorial

'Calculando Ks'

Xde = Xd + Xe %Suma de reactancias (preguntar nombre)

Ks = ((MoEq * MoVs)/Xde) * cos(Delta0) %% Preguntar
nombre
```

```
'Ecuaciones linealizadas'
```

```
syms Kd
```

```
syms Landa
```

```
syms Epsilon
```

```
syms Wn
```

```
f=60 % Frecuencia
```

```
p=6 % Número de polos
```

```
[X] = [((0.143*Kd)-Landa) -0.108; %Matriz de las  
ecuaciones linealizadas  
337 - (Landa)]
```

```
DetX = det(X) % Determinante de X
```

```
'Igualando Ecuaciones'
```

```
DetX
```

```
Incognita = Landa^2 + 2*Epsilon*Wn*Landa+ Wn^2
```

```
'Estabilidad del sistema'
```

```
Fn = Wn/2*pi % Frecuencia Natural
```

```
Wo = (4*pi*f)/p % Veolcidad angular base en rad/seg
```

```
'Valores Propios para Kd=-10'
```

```
Kd1 = -10 % factor de amortiguamiento
```

```
Epsilon1 = Kd1/2*sqrt(Ks*((Wo)^2)*H)
```

```
Wn1 = sqrt((Wo*Ks)/(2*H)) %Velocidad angular natural
```

```
DeltaEstable= 0.143*Kd1/Wn1 % Angulo del rotor en rad
```

```
Deltaly0 = -Epsilon1*Wn1*i + Wn1*sqrt(1-(Epsilon1^2)) %  
Preguntar
```

```
'Valores Propios para Kd=0'
```

```
Kd2 = 0 % factor de amortiguamiento
```

```
Epsilon2 = Kd2/2*sqrt(Ks*((Wo)^2)*H)
```

```
Wn2 = sqrt((Wo*Ks)/(2*H)) %Velocidad angular natural
```

```
DeltaEstable= 0.143*Kd2/Wn2 % Angulo del rotor en rad
```

```
Deltaly0 = -Epsilon2*Wn2 + Wn2*i*sqrt(1-(Epsilon2^2)) %  
Preguntar
```

```
'Valores Propios para Kd=10'
```

```
Kd3 = 10 % factor de amortiguamiento
```

```
Epsilon3 = Kd3/2*sqrt(Ks*((Wo)^2)*H)
```

```
Wn3 = sqrt((Wo*Ks)/(2*H)) %Velocidad angular natural
```

```
DeltaEstable= 0.143*Kd3/Wn3 % Angulo del rotor en rad
```

```
Deltaly0 = -Epsilon3*Wn3 + Wn3*sqrt(1-(Epsilon3^2))*i
```

```
'Lugares de las raíces geométricas'
```

```
'Kd=-10'
```

```
RgKd1= tf([1 2*Epsilon1*Wn1 (Wn1^2)], [1])  
polos1= roots(RgKd1.num{1})  
zeros1= roots(RgKd1.den{1})  
subplot(2,2,1);  
rlocus(RgKd1)  
title('Kd = -10')
```

```
'Kd=0'
```

```
RgKd2= tf([1 2*Epsilon2*Wn2 (Wn2^2)], [1])  
polos2= roots(RgKd2.num{1})  
zeros2= roots(RgKd2.den{1})  
subplot(2,2,2);  
rlocus(RgKd2)  
title('Kd = 0')
```

```
'Kd = 10'
```

```
RgKd3= tf([1 2*Epsilon3*Wn3 (Wn3^2)], [1])  
polos3= roots(RgKd3.num{1})  
zeros3= roots(RgKd3.den{1})  
subplot(2,2,3);  
rlocus(RgKd3)  
title('Kd = 10')
```

## Anexo 7: Código de Matlab de variación de frecuencia

```
Pa = 1.2 %Valor absoluto del desbalance (Mw)
Pgo = 30 % Potencia generada antes del desbalance (Mw)
SC = ((Pa)/(Pgo-Pa))*100 % Sobrecarga
%Si se quiere halla el desbalance en función de la
sobrecarga usar la
%siguiente expresión: Pa=(SC/100+SC)*Pgo

% CONSTANTE DE INERCIA CORREGIDA
H = 2.2 %Constante de inercia
Hs = H*(1-(Pa/Pgo)) %Constante de inercia corregida

% VARIACIÓN DE FRECUENCIA
f = 60 %frecuencia
fn=(f/2*Hs)*(Pa/Pgo) %varaición de frecuencia
t=1 %tiempo en segundos
ft= f + fn*(t) %Nuevo valor de la frecuencia pasando un
tiempo

%Coeficiente de carga
Pc = Pa %pérdida de generación
fe= 60 - 59 %frecuencia estable
D=Pc/fe %coeficiente de carga

Dp.u=(Pa/Pgo)/fe

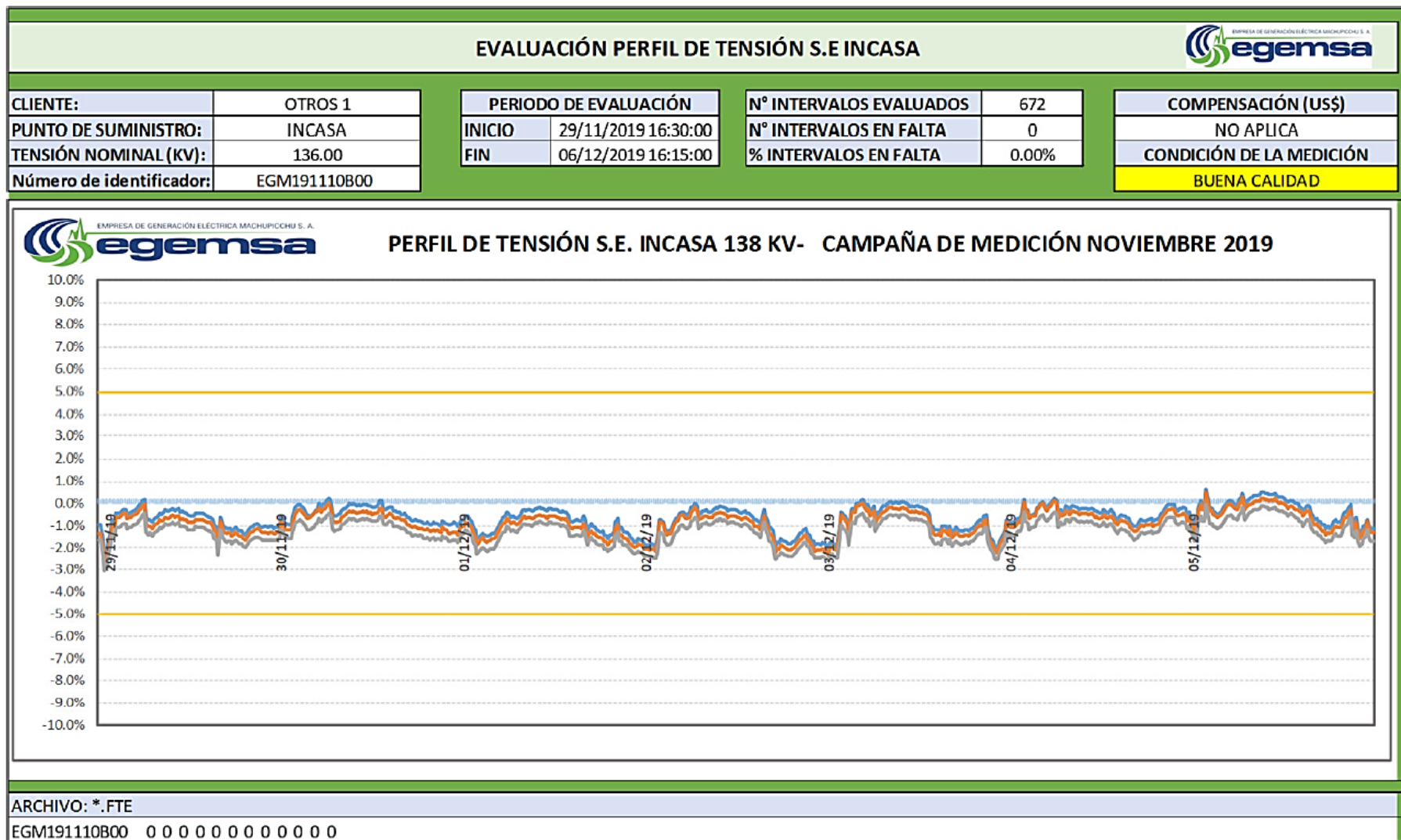
%Estabilización de la frecuencia

K= (f*Dp.u)/(2*Hs)% tiempo de estabiliar la frecuencia
Pa0= Pc/Pgo
fee= f+(Pa0/Dp.u)
```

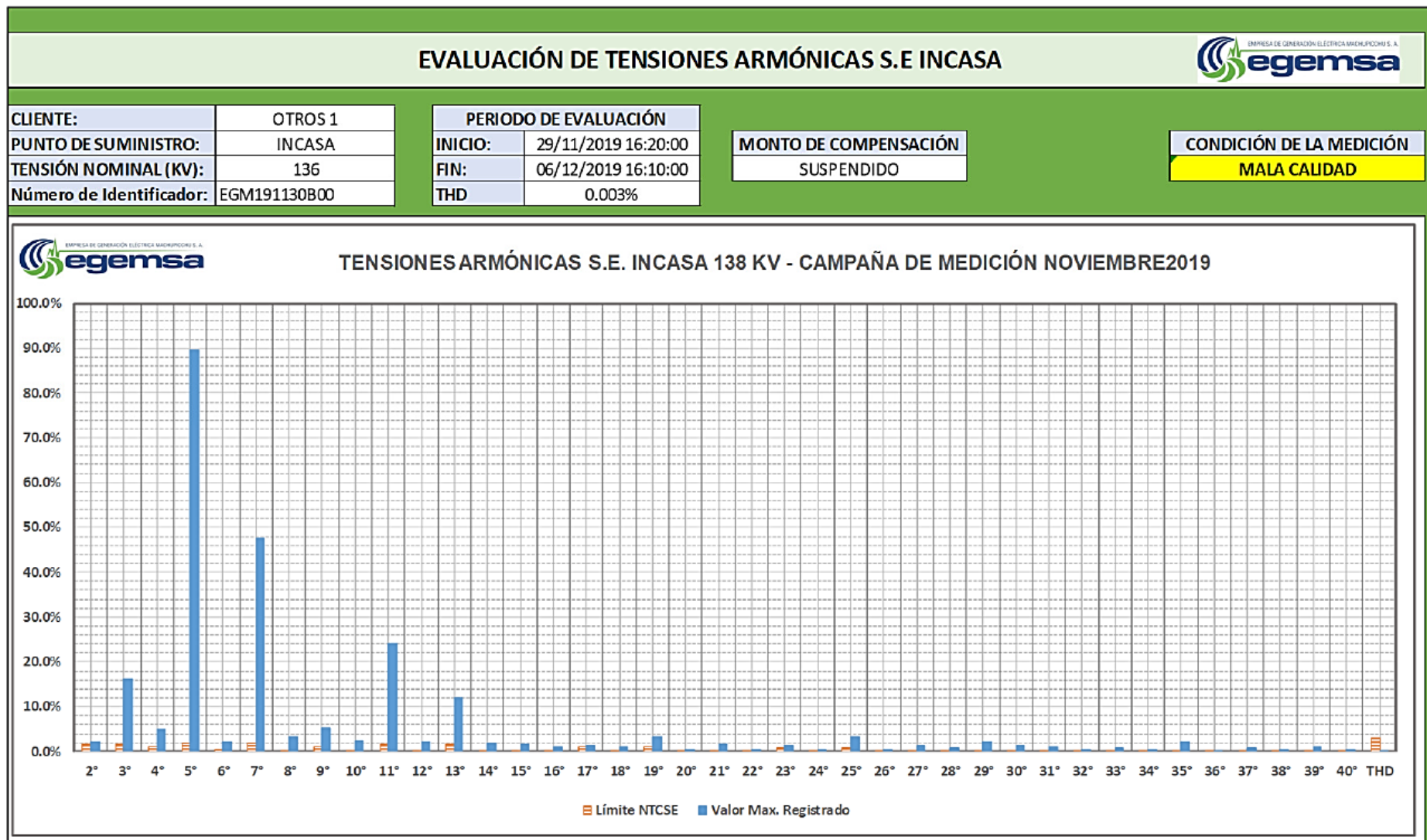
### **Anexo 8: Código de Matlab de mapa de calor de puntos de equilibrio**

```
%mapa de calor  
  
u=-49.11:0.1:49.11  
v=u  
[U,V]=meshgrid(u,v)  
R=sqrt(U.^2+V.^2)+eps  
W=sin(R)./R  
mesh(W)
```

### Anexo 9: Evaluación de la NTCSE en tensión por parte de EGEMSA a la empresa INCASA



**Anexo 10: Evaluación de la NTCSE en armónicos por parte de EGEMSA a la empresa INCASA**





**Anexo 11: Evaluación de la NTCSE en Flickers por parte de EGEMSA a la empresa INCASA.**

