

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA,

INFORMÁTICA Y MECÁNICA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA



TESIS

**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN MODELO DE TURBINA
FRANCIS A PARTIR DE UN PROTOTIPO DE 200 KW DE POTENCIA
USANDO LA TEORÍA DE LA SEMEJANZA HIDRÁULICA**

PRESENTADO POR:

PANTIGOZO ORQUE, Wilmer
Bachiller en Ingeniería Mecánica

JAIMES GALLEGOS, Jonathan Rodrigo
Bachiller en Ingeniería Mecánica

Para optar al Título de Ingeniero Mecánico.

ASESOR:

Ing. Mgt. ARTURO MACEDO SILVA

CUSCO – PERU

2019



PRESENTACIÓN

**SEÑOR DECANO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA,
ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL
DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO.**

SEÑORES MIEMBROS DEL JURADO.

En cumplimiento con las disposiciones del Reglamento de Grados y Títulos Vigentes regidas en nuestra casa de estudios, para optar al título de Ingeniero Mecánico, damos a conocer el trabajo de investigación intitulado: **“DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A PARTIR DE UN PROTOTIPO DE 200 KW DE POTENCIA USANDO LA TEORÍA DE LA SEMEJANZA HIDRÁULICA”** a fin de optar el Título profesional de Ingeniero Mecánico.

Bach. Pantigozo Orqque, Wilmer.

Bach. Jaimes Gallegos, Jonathan Rodrigo.



DEDICATORIA

A Dios y a la Virgen Natividad, por haberme brindado una nueva oportunidad en mi vida y así poder culminar con éxito mi carrera profesional.

A mis padres, Marthita y Julian; por ser los seres más amados de mi vida, motivo de mi gran lucha por alcanzar mis metas cada vez más importantes y sobre todo por confiar y apostar siempre en mí a pesar de las situaciones vividas.

A Yesica, que me ha dado siempre su amor, apoyo y comprensión sin condición.

Wilmer Pantigozo Orque

Al Señor de Qoylluriti, quien siempre me ha guiado y brindado la sabiduría y fortaleza para continuar cuando estaba a punto de caer y ceder.

A mis padres Pedro y Concepción, quienes siempre me brindaron su apoyo total, cariño, aliento y confianza sin importar las adversidades de la vida para alcanzar este gran logro profesional.

A mis hermanos Pedro y Melissa, por confiar en mí y demostrarme siempre su cariño y apoyo incondicional sin importar nuestras diferencias de opiniones.

A mi tío Higidio, por brindarme ánimos en momentos difíciles, instruirme como a un hijo y darme tus consejos, los cuales siempre pondré en práctica a lo largo de mi vida profesional.

A mi compañera de la vida Meylin, quien me apoyo y alentó a continuar cuando parecía que me iba a rendir ante la adversidad y la dificultad.

A mi hermana Marianela, que desde el cielo siempre me guía y acompaña en todo momento de alegría y adversidad y siempre me inspira a ser una persona de valores y principios.

Jonathan Rodrigo Jaimes Gallegos



AGRADECIMIENTO

Agradecemos a Dios por permitirnos lograr un objetivo, a nuestros familiares y amigos que nos brindaron su apoyo incondicional.

Nuestro más sentido agradecimiento al Asesor de tesis, Ing. MGT. ARTURO MACEDO SILVA, por solucionar todas nuestras dudas, involucrarse desde el primer día en este proyecto de tesis y por su buena dirección en la realización del mismo.

Nuestro sincero agradecimiento al Ing. DR. EDGAR ALFREDO CATAORA ACEVEDO por el apoyo y asesoramiento profesional que nos brindó en el desarrollo del proyecto de investigación.

Nuestro especial agradecimiento a LUCHO HUALPARIMACHI ZUÑIGA, al Ing. PAUL HUALPARIMACHI ZUÑIGA y toda su familia por ser parte del proyecto y por brindarnos su amistad.

Nuestro agradecimiento a los docentes de la Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica por ser parte de nuestra formación académica.

Bach. Pantigozo Orque, Wilmer.

Bach. Jaimes Gallegos, Jonathan Rodrigo.



INTRODUCCIÓN

El desarrollo del presente trabajo de investigación constituye el diseño y construcción de un modelo de turbina Francis a partir de un prototipo de 200 KW de potencia usando la teoría de la semejanza hidráulica.

Los modelos hidráulicos a escala nos permiten evaluar el funcionamiento de una turbina Francis para condiciones determinadas. Las turbinas Francis son construidas solo después de haber sido estudiadas en modelos, gracias a ello es posible determinar la correcta configuración de dicha turbina.

En el capítulo I, describimos y formulamos el problema, objetivos, justificaciones, hipótesis y otros aspectos generales del trabajo de investigación.

En el capítulo II, presentamos las bases teóricas necesarias para el diseño y construcción de un modelo de turbina Francis a partir de las leyes de semejanza Hidráulica.

En el capítulo III, desarrollamos el diseño hidráulico del modelo de turbina Francis, se determinaron todos los parámetros geométricos, cinemático e hidrodinámico de la turbina y las curvas de operación del modelo de turbina Francis.

En el capítulo IV, desarrollamos el diseño mecánico de los principales elementos mecánicos que constituyen el modelo de turbina Francis a partir del análisis de resistencia de materiales por Von Mises.

En el capítulo V, describimos el procedimiento de construcción con las especificaciones técnicas de los materiales, del proceso de fabricación y de montaje del modelo de turbina Francis y adjuntamos un reporte fotográfico de dicho proceso de construcción.

El trabajo de tesis está acompañado de los planos necesarios para su construcción, un presupuesto general de costos directos y un listado de anexos de información referente al modelo de T. Francis.



RESUMEN

El presente proyecto de investigación tiene como objetivo el diseño y construcción de un modelo de turbina Francis a partir de un prototipo de 200 KW de potencia usando la teoría de la semejanza hidráulica.

El proyecto consta de cinco capítulos que van relacionados directamente con los objetivos específicos, donde se detallan los trabajos realizados.

Los modelos hidráulicos a escala nos permiten estudiar problemas donde el análisis no se puede realizar a partir de métodos analíticos o numéricos adecuados y necesariamente se requieren de modelos que nos permitan experimentar para probar su funcionamiento, detectar problemas y/o hacer las correcciones necesarias, donde se desarrolla la teoría matemática a partir de los resultados experimentales de diferentes investigadores para determinar el diseño y construcción de todos los componentes de un modelo de turbina Francis, siendo el más relevante, el método experimental de diseño de M. Th. Bovet, el cual establece un método estadístico donde el diseño parte desde el diámetro de salida del rodete y el número específico de revoluciones lo cual es calculado a partir de la semejanza hidráulica entre un modelo (máquina que se quiere construir a escala) y el prototipo (máquina a escala real).



ABSTRACT

The present research project aims at the design and construction of a Francis turbine model from a prototype of 200 KW of power using the theory of hydraulic similarity.

The project consists of five chapters that are directly related to the specific objectives, where the work carried out is detailed.

The hydraulic scale models allow us to study problems where the analysis can not be carried out from adequate analytical or numerical methods and necessarily require models that allow us to experiment to test its operation, detect problems and / or make the necessary corrections, where the mathematical theory is developed from the experimental results of different researchers to determine the design and construction of all the components of a Francis turbine model, the most relevant being the experimental design method of M. Th. Bovet, which establishes a statistical method where the design starts from the diameter of the impeller and the specific number of revolutions which is calculated from the hydraulic similarity between a model (machine that wants to build to scale) and the prototype (scale machine real).



ÍNDICE GENERAL

PRESENTACIÓN.....	ii
DEDICATORIA.....	iii
AGRADECIMIENTO.....	iv
INTRODUCCIÓN.....	v
RESUMEN	vi
ABSTRACT.....	vii
ÍNDICE DE TABLAS.....	xiv
ÍNDICE DE FIGURAS	xvi
ÍNDICE DE ACRÓNIMOS.....	xx
ESTADO DEL ARTE	xiv
CAPITULO I: PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN	2
1.1. Planteamiento Del Problema	2
1.2. Formulación del problema	3
1.2.1. Problema general.....	3
1.2.2. Problemas específicos	3
1.3. Justificación	3
1.4. Objetivos.....	5
1.4.1. Objetivo general	5
1.4.2. Objetivos específicos.....	5
1.5. Hipótesis	5
1.6. Variables e indicadores	6
1.6.1. Variables Independientes	6
1.6.2. Variables Dependientes.....	6
1.6.3. Indicadores	6
1.7. Alcances y Limitaciones	7
1.7.1. Alcances	7
1.7.2. Limitaciones.....	7



CAPITULO II: MARCO TEÓRICO.....	9
2.1. Definición de una Turbina Hidráulica.	9
2.2. Generalidades de las Turbinas de Reacción.....	9
2.3. Turbinas Francis	10
2.3.1. Descripción de una Turbina Francis.....	10
2.3.2. Clasificación de Turbinas Francis	14
2.4. Número específico de Revoluciones.....	16
2.4.1. Número específico de Revoluciones en función de la Potencia.....	16
2.4.2. Número específico de Revoluciones en función del Caudal.....	17
2.4.3. Número específico adimensional	17
2.5. Cavitación en turbinas	18
2.6. Leyes de la semejanza hidráulica.....	20
2.6.1. Modelo	21
2.6.2. Prototipo.....	21
2.6.3. Clasificación racional de las turbinas.....	21
2.6.4. Similitud.....	21
2.6.5. Usos de las leyes de semejanza o similitud.....	22
2.6.6. Semejanza en el estudio sobre modelos.	23
2.7. Semejanza geométrica del modelo de Turbina Francis	24
2.7.1. Dimensionamiento del rodete por medio de las ecuaciones de F. de Siervo y F. de Leva	24
2.7.2. Método de M.Th. Bovet.....	25
2.7.3. Determinación de números de álabes.....	32
2.7.4. Diseño de la caja espiral por el método clásico	32
2.7.5. Diseño de la caja espiral por el método de F. Siervo y F. Leva.....	36
2.7.6. Diseño de la caja espiral por el método de Pedro Fernández Díez	38



2.7.7.	Diseño del distribuidor.....	40
2.7.8.	Diseño del tubo de aspiración.....	42
2.8.	Semejanza cinemática del modelo de Turbina Francis.....	44
2.8.1.	Triangulo de velocidades en el rotor.....	44
2.8.2.	Analisis cinematico del alabe de rotor del modelo.....	45
2.9.	Semejanza Dinámica Del Modelo De Turbina Francis.....	63
2.9.1.	Balance energético del modelo de turbina Francis.....	63
2.9.2.	Ecuación de conservación de la energía.....	69
2.9.3.	Ecuación de conservación de la energía mecánica.....	70
2.9.4.	Balance de energía mecánica y rendimientos en turbinas.....	71
2.9.5.	Parámetros energéticos del volumen de control.....	73
2.9.6.	Análisis Dimensional en Turbinas Hidráulicas.....	73
2.9.7.	Curvas características de funcionamiento.....	76
2.9.8.	Velocidad y diámetro específico.....	78
2.9.9.	Aplicación de los parámetros adimensionales.....	80
CAPITULO III: DISEÑO HIDRÁULICO.....		83
3.1.	Generalidades del diseño hidráulico del prototipo de turbina Francis.....	83
3.2.	Diseño hidráulico del Prototipo de turbina Francis.....	84
3.2.1.	Cálculo de la potencia útil.....	85
3.2.2.	Cálculo de la velocidad de Rotación.....	86
3.2.3.	Número específico de revoluciones en función de la potencia.....	88
3.2.4.	Diseño del Rodete Prototipo.....	89
3.2.5.	Condiciones de Semejanza o Similitud.....	96
3.3.	Generalidades del diseño hidráulico del modelo de turbina Francis.....	100
3.4.	Diseño hidráulico del Modelo de turbina Francis.....	100
3.4.1.	Escala del modelo de turbina Francis.....	100



3.4.2.	Cálculo de la potencia útil.....	101
3.4.3.	Número específico de revoluciones en función de la potencia	101
3.5.	Diseño del Rodete Rápido Modelo.....	102
3.5.2.	Diseño de la Camara Espiral o Voluta del Modelo.....	109
3.5.3.	Diseño del Distribuidor Modelo.....	113
3.5.4.	Dimencionamiento del tubo de Aspiracion.....	116
3.6.	Análisis cinemático del modelo de turbina Francis.....	119
3.6.1.	Trazado del perfil de alabe del modelo de turbina Francis	119
3.6.2.	Método iterativo para el trazado de la red de corriente.....	122
3.6.3.	Análisis cinemático del alabe modelo.....	124
3.6.4.	Análisis cinemático en el rodete.....	150
3.7.	Análisis dinámico del modelo de turbina Francis.....	154
3.7.1.	Desarrollo de las variables de funcionamiento	154
3.7.2.	Aplicación del teorema de Buckingham.	156
3.7.3.	Números adimensionales del modelo.....	167
3.7.4.	Simplificación de los números adimensionales.	167
3.7.5.	Curvas características del modelo de turbina Francis	169
CAPITULO IV: DISEÑO MECÁNICO.....		182
4.1.	Análisis de resistencia del alabe	182
4.2.	Cálculo de la carga axial.....	182
4.2.1.	Cálculo de la carga tangencial.....	187
4.2.2.	Determinación del espesor de alabe.....	188
4.3.	Cálculo de los elementos del distribuidor Fink.....	191
4.3.1.	Análisis de resistencia del perfil de distribuidor	191
4.3.2.	Cálculo del diámetro del eje de los alabes directrices.....	194
4.3.3.	Diseño de las bielas y el anillo distribuidor	197



4.3.4.	Calculo fuerza de accionamiento corona	209
4.3.5.	Cálculo del tornillo de potencia	210
4.4.	Análisis de la volante de inercia	219
4.4.1.	Transferencia de energía del volante.....	220
4.4.2.	Grado de irregularidad o coeficiente de fluctuación	222
4.4.3.	Dimensionamiento de la volante de Inercia	223
4.5.	Diseño del eje.....	224
4.5.1.	Cálculo del eje por fatiga según el código ASME	225
4.5.2.	Cálculo del diámetro del eje bajo condiciones de fatiga	230
4.5.3.	Cálculo de chavetas o cuñas.....	239
4.6.	Selección de rodamientos	241
4.6.1.	Selección rodamiento tipo cónico de una hilera.....	243
4.6.2.	Selección de rodamiento de rodillos cilíndricos	245
4.7.	Cálculo de los componentes mecánicos del distribuidor Fink.....	246
4.7.1.	Analisis de resistencia del espesor de la camara espiral	237
4.7.2.	Determinación de las fuerzas del flujo en la cámara espiral	248
4.7.3.	Determinación de los elementos de unión brida	254
4.7.4.	Cálculo de las uniones permanentes por soldadura.....	257
4.8.	Cálculo del espesor de la chapa metálica del tubo difusor	261
4.8.1.	Análisis de la resistencia de los pernos entre las tapas y la cámara espiral	262
CAPITULO V: CONSTRUCCIÓN DEL MODELO DE TURBINA FRANCIS		267
5.1.	Especificaciones técnicas de los materiales	267
5.1.1.	Rodete y alabes directrices	267
5.1.2.	Cámara Espiral y Tubo difusor	268
5.1.3.	Anillos laterales del caracol, anillo de accionamiento del mecanismo de regulación, volantes de inercia y bridas	269



5.1.4.	Tapas laterales	269
5.1.5.	Mecanismo de regulación y soporte estructural de la turbina	270
5.1.6.	Tubo laminado al frio ASTM A 513	271
5.1.7.	Eje de la turbina.....	271
5.1.8.	Acabado Superficial	271
5.2.	Especificaciones técnicas de la fabricación	272
5.2.1.	Rodete	272
5.2.2.	Caja o Cámara Espiral.....	278
5.2.3.	Tapas laterales de la turbina.....	282
5.2.4.	Distribuidor Fink	283
5.2.5.	Tubo de Aspiración	286
5.2.6.	Eje de la turbina.....	288
5.2.7.	Volante de Inercia	289
5.2.8.	Soportes estructurales de la turbina.....	290
5.2.9.	Acabado superficial.....	290
5.3.	Especificaciones técnicas del montaje de la turbina	291
5.4.	Presupuesto de la construcción del modelo de Turbina Francis	296
5.5.	Análisis de costos unitarios para la construcción del modelo de Turbina Francis	298
ANEXOS		309
PLANOS Y DETALLES		317



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Tipos de Turbina en función a N_s	16
Tabla 2 Presión de vapor en función de la Temperatura.....	19
Tabla 3 Número de par de polos con la frecuencia del Alternador.....	87
Tabla 4 Tabla Velocidades Específicas de una turbina.....	88
Tabla 5 Selección del tipo de Turbina en función del N_s	89
Tabla 6 Dimensiones del Rodete Prototipo Francis	90
Tabla 7 Valores adimensionales y reales del perfil hidráulico del rodete.....	94
Tabla 8 Dimensiones reales del Rodete Prototipo	95
Tabla 9 Semejanza Hidráulica respecto a la Velocidad de Rotación.....	97
Tabla 10 Semejanza Hidráulica respecto al diámetro de rodete	98
Tabla 11 Semejanza Hidráulica respecto al caudal.....	99
Tabla 12 Semejanza Hidráulica respecto a la Altura Neta.....	99
Tabla 13 Dimensiones del Rodete Francis modelo.....	102
Tabla 14 Valores adimensionales y reales del perfil hidráulico del rodete.....	106
Tabla 15 Dimensiones de la cámara espiral.....	111
Tabla 16 Dimensiones de los diámetros de la cámara espiral.....	112
Tabla 17 Dimensiones básicas del alabe directriz simétrico.....	115
Tabla 18 Parámetros de posicionamiento de las líneas de corriente	122
Tabla 19 Valores característicos del triángulo de velocidades a la entrada del Rodete.....	151
Tabla 20 Valores característicos del triángulo de velocidades a la salida del Rodete	153
Tabla 21 Propiedades mecánicas material alabe rodete	189
Tabla 22 Propiedades mecánicas del material “mecanismo de accionamiento”.....	203
Tabla 23 Altura de la rosca según el tipo de filete.....	213
Tabla 24 Parámetros de la rosca seleccionada tipo ACME	214



Tabla 25 Propiedades mecánicas tornillo de accionamiento distribuidor	217
Tabla 26 Valores recomendados del coeficiente de fluctuación	222
Tabla 27 Propiedades mecánicas material eje principal.....	228
Tabla 28 Factores de momento flector y torsión para el cálculo de ejes	230
Tabla 29 Dimensiones elemento transmisor de potencia.....	240
Tabla 30 Duración nominal de los rodamientos	242
Tabla 31 Características rodamientos tipo cónico	244
Tabla 33 Características rodamientos tipo rodillos.....	245
Tabla 34 Propiedades mecánicas material cámara espiral	246
Tabla 35 Propiedades mecánicas pernos brida válvula – Cámara espiral.....	254
Tabla 36 Parámetros de resistencia tipos de soldadura	258
Tabla 37 Esfuerzos permisibles uniones soldadas	259
Tabla 38 Valores espesores uniones soldadas.....	259
Tabla 39 Propiedades mecánicas del material de tubo difusor	261
Tabla 40 Propiedades mecánicas pernos SAE grado 2	263
Tabla 41 Propiedades mecánicas del Bronce al aluminio	267
Tabla 42 Propiedades mecánicas del Acrilonitrilo Butadieno Estireno.....	268
Tabla 43 Propiedades mecánicas del Acero galvanizado comercial ASTM A-653 CS.....	268
Tabla 44 Propiedades mecánicas del Electrodo para acero E6011 Celulosico convencional (Cellocord)	269
Tabla 45 Propiedades mecánicas de Plancha estructural ASTM A 1008/A 1008 tipo B	269
Tabla 46 Propiedades mecánicas del Aluminio 60661-O	270
Tabla 47 Propiedades mecánicas de los Ángulos estructurales de calidad dual ASTM 36.....	270
Tabla 48 Propiedades mecánicas de Platinas ASTM 36.....	270
Tabla 49 Propiedades mecánicas de Acero AISI-SAE 1020	271



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Selección de una Turbina Hidráulica	11
Figura 2 Elementos principales de una turbomáquina de reacción.....	11
Figura 3 Evolución de la forma del rodete y triángulo de velocidades en función del N_s	15
Figura 4 Ábaco de cavitación de Thoma.	19
Figura 5 Esquema de la similitud hidráulica.....	23
Figura 6 Curvas límites del volumen ocupado por los álabes	25
Figura 7 Radios característicos de las aristas de entrada y salida del álabe.....	26
Figura 8 Perfiles Hidráulicos de TF obtenidos por el procedimiento de Bovet de No creciente.....	27
Figura 9 Dimensiones características del perfil hidráulico del rodete	27
Figura 10 Curvas límites inferior y exterior del perfil hidráulico.....	28
Figura 11 Influencia de la posición de la arista de entrada sobre el triángulo de velocidades	31
Figura 12 Influencia de la posición de la arista de salida sobre el triángulo de velocidades.....	31
Figura 13 Estimación del número de álabes de una TF en función de N_s	32
Figura 14 Caja espiral de una bomba rotodinámica.....	33
Figura 15 Deducción de la ecuación general de la voluta	34
Figura 16 Secciones diversas de la cámara espiral	35
Figura 17 Selección del material de la Cámara Espiral	35
Figura 18 Caja espiral para un valor de l/r determinado.....	36
Figura 19 Medidas principales de la caja espiral según Siervo y Leva	38
Figura 20 Cámara espiral de una turbina Francis	39
Figura 21 Alabes del distribuidor en diferentes posiciones (apertura, cierre, apertura máxima)	40
Figura 22 Accionamiento del anillo distribuidor	41
Figura 23 Dimensiones Tubo difusor	43
Figura 24 Diagrama de velocidades de una Turbina Francis.....	44



Figura 25 Línea de corriente en el plano meridional	46
Figura 26 Desarrollo espacial de la línea de corriente	46
Figura 27 Desarrollo líneas de corriente	47
Figura 28 Perfil de alabe en un plano meridional	48
Figura 29 Trazo de las líneas de corriente y equipotenciales	49
Figura 30 Proyección longitudinal y transversal del perfil de alabe.....	51
Figura 31 Transformación cilíndrica del perfil de alabe.....	51
Figura 32 Red de corriente inscrita en el perfil hidráulico	53
Figura 33 Diagrama de velocidades salida alabe	55
Figura 34 Descomposición de la velocidad a la salida del distribuidor.....	56
Figura 35 Descomposición de la velocidad a la salida del distribuidor para un hilo de corriente.....	57
Figura 36 Diagrama de velocidades de la línea de corriente media a la salida del alabe	57
Figura 37 Ángulos constructivos del perfil de alabe	59
Figura 38 Ángulo ocupado por los alabes.....	61
Figura 39 Arco correspondiente al ángulo del alabe	62
Figura 40 Valor del meridiano correspondiente	62
Figura 41 Sección transversal de las turbinas Francis	62
Figura 42 Línea de corriente en transformación conforme cilíndrica.....	62
Figura 43 Balance Energético Turbina Francis	64
Figura 44 Diagrama de fuerzas sobre la superficie.....	64
Figura 45 Gasto másico de la Turbina Francis	72
Figura 46 Curvas elementales dimensionales	77
Figura 47 Flujo másico de la Turbina Francis	80
Figura 48 Diagrama de Selección del tipo de Turbina	84
Figura 49 Alturas neta máxima en función del N_s para turbinas Francis	86



Figura 50	Selección del tipo de perfil hidráulico para un $no=0,489$	91
Figura 51	Perfil Hidráulico Interno y Externo del Prototipo	93
Figura 52	Dimensiones características del canal del rodete	95
Figura 53	Dimensiones reales del Rodete Prototipo.....	95
Figura 54	Estimación del número de alabes de una turbina Francis en función del Ns	96
Figura 55	Perfil Hidráulico del alabe del Modelo	105
Figura 56	Dimensiones características del canal del rodete	107
Figura 57	Dimensiones reales del Rodete Modelo	107
Figura 58	Dimensiones reales del Rodete Modelo	107
Figura 59	Estimación del número de alabes de una turbina modelo Francis en función del Ns	108
Figura 60	Selección del material de la Cámara Espiral modelo.	109
Figura 61	Dimensiones de la cámara espiral por el método de Siervo y Leva.....	111
Figura 62	Trazado del perfil simétrico del alabe Directriz.....	116
Figura 63	Dimensiones del tubo de aspiración calculadas por el método troncocónico	118
Figura 64	Dimensiones del tubo de aspiración por el método de Siervo y Leva.....	119
Figura 65	Perfil hidráulico del alabe modelo.....	120
Figura 66	Trazado de las líneas de corriente en el perfil hidráulico del alabe modelo.....	121
Figura 67	Desarrollo de las turbinas parciales.....	121
Figura 68	Líneas de corrientes medias y equipotenciales	122
Figura 69	Línea de corriente en transformación cilíndrica (I-II).....	127
Figura 70	Sección transversal del alabe en la línea de corriente (I-II)	128
Figura 71	Línea de corriente en transformación cilíndrica (II-III)	131
Figura 72	Sección transversal del alabe en la línea de corriente (II-III).....	132
Figura 73	Línea de corriente en transformación cilíndrica (III-IV).....	135
Figura 74	Sección transversal del alabe en la línea de corriente (III-IV).	136



Figura 75 Línea de corriente en transformación cilíndrica (IV-V).....	139
Figura 76 Sección transversal del alabe en la línea de corriente (IV-V).	140
Figura 77 Línea de corriente en transformación cilíndrica (V-VI).....	143
Figura 78 Sección transversal del alabe en la línea de corriente (V-VI)	144
Figura 79 Línea de corriente en transformación cilíndrica (VI-VII)	147
Figura 80 Sección transversal del alabe en la línea de corriente (VI-VII).....	148
Figura 81 Trazo de las líneas de corriente relativas proyectadas ortogonalmente.....	148
Figura 82 Vista seccional del alabe proyectado ortogonalmente.....	149
Figura 83 Descripción grafica de la cinemática del modelo	150
Figura 84 Triangulo de velocidades a la salida del rodete.....	152
Figura 85 Triangulo de velocidades a la salida del rodete.....	153
Figura 86 Descripción cinemática del Rodete modelo	153
Figura 87 Curva altura útil y altura neta frente al caudal	172
Figura 88 Curva altura neta frente al caudal	172
Figura 89 Altura útil frente al caudal para diferentes posiciones del distribuidor	173
Figura 90 Altura neta frente al caudal para distintas posiciones del distribuidor	173
Figura 91 Potencia frente al caudal para diferentes posiciones del distribuidor.....	174
Figura 92 Curva coeficiente adimensional caudal / coeficiente adimensional de velocidad (Apertura total)	174
Figura 93 Curva coeficiente adimensional caudal / coeficiente adimensional de velocidad (Apertura media).....	175
Figura 94 Curva coeficiente adimensional caudal / coeficiente adimensional de velocidad (Apertura 25%)	175
Figura 95 Curva coeficiente adimensional potencia / coeficiente adimensional de velocidad (Apertura total)	176



Figura 96 Curva coeficiente adimensional potencia / coeficiente adimensional de velocidad (Apertura media).....	176
Figura 97 Curva coeficiente adimensional potencia / coeficiente adimensional de velocidad (Apertura 25%)	177
Figura 98 Curva coeficiente adimensional torque / coeficiente adimensional de velocidad (Apertura total)	177
Figura 99 Curva coeficiente adimensional torque / coeficiente adimensional de velocidad (Apertura media).....	178
Figura 100 Curva coeficiente adimensional torque / coeficiente adimensional de velocidad (Apertura 25%)	178
Figura 101 Desarrollo del área donde incide la carga axial.....	183
Figura 102 Grado de reacción en función del radio del alabe del rodete.....	185
Figura 103 Diagrama de fuerzas que actúan sobre el alabe del rodete	186
Figura 104 Sección de aplicación de la carga axial	186
Figura 105 Proyección ortogonal del alabe	188
Figura 106 Espesor en el perfil aerodinámico del alabe	190
Figura 107 Perfil transversal alabe directriz	191
Figura 108 Incidencia de la presión hidráulica sobre el alabe directriz.....	192
Figura 109 Aplicación de las fuerzas sobre el alabe directriz.....	193
Figura 110 Aplicación de la presión sobre el alabe directriz.....	195
Figura 111 Diagrama de fuerzas actuantes alabe directriz	196
Figura 112 Posicionamientos variables de los alabes directrices	197
Figura 113 Componentes del mecanismo de distribución	198
Figura 114 Mecanismo de accionamiento del distribuidor.....	199
Figura 115 Biela y manivela del mecanismo de accionamiento.....	202



Figura 116	Pasador tipo macizo cabeza redonda.....	203
Figura 117	Elemento de unión de la Biela y manivela	204
Figura 118	Detalle del acoplamiento del mecanismo	206
Figura 119	Detalle del acoplamiento del mecanismo y la corona de accionamiento	209
Figura 120	Aplicación de la fuerza de accionamiento sobre los alabes directrices.....	210
Figura 121	Tipo de roscas de tornillos.....	211
Figura 122	Diagrama de fuerzas sobre la rosca	211
Figura 123	Detalle rosca tipo ACME	212
Figura 124	Área de aplicación carga de aplastamiento.	212
Figura 125	Desarrollo de cargas de la tuerca del tornillo	214
Figura 126	Factores de forma de los tornillos	216
Figura 127	Diagrama de fuerzas tornillo de accionamiento	218
Figura 128	Estado del esfuerzo plano para el punto de aplicación.....	218
Figura 129	Parámetros de operación de la volante de inercia.....	220
Figura 130	Detalles de la volante de inercia.....	224
Figura 131	Vista 3D montaje del eje	225
Figura 132	Diagrama 3D de fuerzas actuantes sobre el eje	225
Figura 133	Diagrama de fuerzas en el plano y-z	226
Figura 134	Corte Transversal del rotor - Espesores principales	226
Figura 135	Diagrama de fuerzas cortantes.....	228
Figura 136	Diagrama de momentos flectores.	229
Figura 137	Diámetros del eje de soporte de la TF	233
Figura 138	Detalle posicionamiento chaveta.....	239
Figura 139	Detalle 3D chaveta	240
Figura 140	Fuerzas en los apoyos del eje	242



Figura 141 Selección de Rodamientos.....	243
Figura 142 Modelo 3D cámara espiral.....	246
Figura 143 Detalles geométricos cámara espiral	247
Figura 144 Distribución de secciones parciales.....	249
Figura 145 Diagrama de cargas primer cuadrante cámara espiral	251
Figura 146 Diagrama de cargas segundo cuadrante cámara espiral	252
Figura 147 Diagrama de cargas tercer cuadrante cámara espiral.....	253
Figura 148 Diagrama de cargas cuarto cuadrante cámara espiral.....	253
Figura 149 Detalles tornillo de fijación	255
Figura 150 Detalle cortes chapas metálicas	258
Figura 151 Propiedades de masa cámara espiral	260
Figura 152 Detalles de cargas en el tornillo de fijación.....	263
Figura 153 Modelado del alabe en el software 3D	272
Figura 154 Modelado del cubo y de la corona en el software 3D	273
Figura 155 Modelado del rodete Francis en el software 3D	273
Figura 156 Proceso de Impresión 3D del álabe del rodete	274
Figura 157 Proceso de Impresión 3D del rodete.....	274
Figura 158 Proceso de conformado del alabe del rodete	275
Figura 159 Corona y cubo en bronce aleado con aluminio	275
Figura 160 Calzado de los álabes a 30° alrededor del cubo	276
Figura 161 Proceso de soldadura de plata del rodete.....	276
Figura 162 Remojado del rodete en ácido muriático	277
Figura 163 Limpieza y pulido del rodete.....	277
Figura 164 Rodete Francis en Bronce aleado con Aluminio	278
Figura 165 Modelado de la caja espiral Francis en el software 3D	278



Figura 166 Modelado de la chapa metálica con el software 3D	279
Figura 167 Corte CNC de las 16 chapas metálicas.....	279
Figura 168 Rolado de los 16 tramos de la de la cámara espiral.....	280
Figura 169 Proceso de soldadura en los 16 tramos de la cámara espiral	280
Figura 170 Soldadura completa y masillado de la cámara espiral.....	281
Figura 171 Proceso de Roscado de 3/8”en el anillo de fijación	281
Figura 172 Proceso de soldadura entre el anillo de fijación y la cámara espiral	282
Figura 173 Fundición de las tapas laterales de la turbina en Aluminio	282
Figura 174 Torneado de las tapas laterales de la turbina.....	283
Figura 175 Perfil Hidrodinámico del alabe directriz simétrico	283
Figura 176 Impresión 3D y alabes directrices fundidos	284
Figura 177 Proceso de torneado del alabe directriz	284
Figura 178 Proceso de fabricación de los eslabones del mecanismo de regulación.....	285
Figura 179 Corte CNC del anillo de regulación	285
Figura 180 Mecanismo de regulación.....	286
Figura 181 Mecanismo de accionamiento del sistema de distribución.....	286
Figura 182 Modelado 3D del codo de Aspiración.....	287
Figura 183 Construcción del tubo difusor	287
Figura 184 Proceso de mecanizado del eje de la turbina.....	288
Figura 185 Proceso de roscado y canal chavetero	288
Figura 186 Corte por soldadura Autógena de la volante de inercia.....	289
Figura 187 Proceso de mecanizado de la volante de inercia	289
Figura 188 Soporte estructural del modelo de turbina Francis	290
Figura 189 Aplicación de pintura anticorrosiva.....	290
Figura 190 Proceso de pintado.....	291



Figura 191	Anclaje de la cámara espiral con el soporte estructural.....	291
Figura 192	Fijación de retenes y acondicionamiento de alabes directrices	292
Figura 193	Armado y acondicionamiento del sistema de distribución.....	292
Figura 194	Acondicionamiento del mecanismo de accionamiento del sistema de distribución.....	293
Figura 195	Fijación del volante de inercia y eje	293
Figura 196	Acondicionamiento y fijación del rodete	294
Figura 197	Fijación de la tapa lateral y tubo difusor	295
Figura 198	Modelo de turbina Francis de 2.775 KW de potencia	295
Figura 199	Fotografía de recuerdo - Autores de la tesis	296



ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

Diseño Hidráulico:

g	Gravedad (m/s^2)
n	Velocidad de giro (rpm), (rps).
$P_{(cv)}$	Potencia suministrada al eje (CV) – (1CV=KW/0.7355)
H_n	Salto de agua o altura neta (m)
P	Potencia suministrada al eje.
W	Potencia experimental.
H	Salto de agua o altura (m), altura de diseño de la turbina (m)
Q	Caudal (m^3/s)
N_s	Numero específico de revoluciones.
σ	Coefficiente de Cavitación o de Thoma.
H_{atm}	Presión atmosférica (m)
h_e	Altura de colocación de la turbina respecto al nivel del agua (m)
h_v	Presión de vapor (m)
A	Altitud del punto donde se encuentre la turbina (m)
Z	Numero de Alabes del Rodete
$e_{entrada}$	Espesor a la entrada del alabe del rodete.
e_{salida}	Espesor a la Salida del alabe del rodete.
$l_{(p,s)}$	Longitud caracteriztica del modelo y/o prototipo
s	Espesor de la pared en (mm)
P_{max}	Presión máxima ejercida por el agua en las paredes de la caja espiral (kPa)
d_l	Diámetro de entrada de la caja espiral (m)
$f.s$	factor de seguridad
σ_{tperm}	Esfuerzo permisible por tensión del material seleccionado para la caja espiral (kPa)
b_o	Ancho de los álabes (m), altura de los alabes directrices (m)
α_o	Ángulo de salida de los álabes directrices
d_g	Diámetro de los pivotes de los álabes
L	Cuerda del perfil
t_d	Paso de los alabes en el diámetro d_g
Z_d	Numero de alabes del distribuidor
ϵ	Excentricidad relativa
D_p	Diámetro del borde de salida de los alabes del rodete en la posición de máxima apertura.
$\Delta\dot{V}$	Caudal que pasa por cada turbina parcial predeterminada.
R_x	Representa el radio hasta el centro de las secciones parciales (cuadrilateros).
Δb_x	Ancho de los cuadrilateros de la seccion parcial respectiva.
(x)	Sub indice que representa la ubicación en una línea de corriente.
(m)	Sub indice que representa la ubicación en una línea de meridiana.
$K_{(u)}$	Representacion de una velocidad adimensional
φ	Angulo de desarrollo horizontal del alabe o de la cesion energetica.
G	Gasto masico
h	Energia interna
e	Entalpia
η_H	Eficiencia hidraulica



η_v	Eficiencia volumetrica
η_m	Eficiencia mecanica
Ψ	Lines de corriente
Φ	Lineas equipotenciales
ρ	Rayon caracteriztico del trazado del alabe.
α_o	Angulo de apertura de los alabes directrices.
\vec{f}_m	Fuerzas masicas

Diseño Mecánico:

σ	Grado de reacción.
F_a	Fuerza o carga axial.
F_h	Fuerza hidráulica o carga tangencial.
M_a	Momento axial.
M_t	Momento torsor.
σ_f	Esfuerzo de flexión.
σ_{ap}	Esfuerzo de aplastamiento.
σ_m	Esfuerzo medio.
σ_a	Esfuerzo alternante.
τ_m	Esfuerzo cortante medio.
τ_a	Esfuerzo cortante alternante.
σ_{em}	Esfuerzo equivalente medio.
σ_{ea}	Esfuerzo equivalente alternante.
τ_T	Esfuerzo debido a la torsión o tensión tangencial.
σ_{vm}	Esfuerzo de Von Mises.
δ	Coefficiente de forma geométrica.
S_y	Limite de fluencia del material.
S_u	Límite de resistencia ultima del material.
s'_y	Limite de resistencia o tensión crítica.
f. s.	Factor de seguridad.
q (h)	Carga distribuida en función de la altura de presión.
F_p	Fuerza de presión sobre los alabes directrices.
M_1	Momento producto de la fuerza de presión sobre los alabes directrices.
τ	Esfuerzo de corte o cizallante.
ϕ_i	Posición angular inicial de los alabes directrices.
ϕ_f	Posición angular final de los alabes directrices.
R_g	Radio al centro del eje de rotación del alabe directriz.
L_1	Longitud de la biela.
L_2	Longitud de la manivela.
L_{1x_i}	Componente horizontal de la biela.
L_{1y_i}	Componente vertical de la biela.
L_{2x_i}	Componente horizontal de la manivela.
L_{2y_i}	Componente vertical de la manivela.
θ_i	Posición angular inicial del anillo de regulación.
θ_f	Posicion angular final del anillo de regulación.



θ_{des}	Angulo de desplazamiento del anillo de regulación.
d_0	Diámetro del agujero de los pasadores de la biela – manivela.
w_b	Ancho del eslabón biela y manivela.
t_{1-2}	Espesor del eslabón biela y manivela.
F_{b-m}	Fuerza de corte en el pasador de unión biela manivela.
I	Momento de inercia.
f_y	Limite elástico del material.
M_f	Momento flector
M_{rf}	Momento flector de resistencia ultima.
S_w	Módulo de resistencia.
Y_M	Coefficiente de resistencia en elementos de unión.
F_v	Resistencia de corte de un elemento de unión.
F_{vr}	Resistencia ultima de corte.
N_f	Numero de filetes.
d_m	Diámetro medio del tornillo.
h	Altura de la rosca.
p	Paso de la rosca
φ'	Coefficiente adimensional según el tipo de tuerca a usar.
L	Avance del tornillo.
λ	Angulo de avance.
W_T	Carga ejercida sobre la rosca.
T_e	Par torsor necesario para elevar la carga en un tornillo.
T_d	Par torsor necesario para descender la carga en un tornillo.
μ	Coefficiente de fricción en la rosca.
E_c	Energía cinética.
$\omega_{m\acute{a}x}$	Velocidad angular máxima.
$\omega_{m\acute{i}n}$	Velocidad angular mínima.
ω_m	Velocidad angular media.
s_2	Espesor del alabe
δ	Espesor de la corona y llanta.
δ_1	Espesor de la corona en el cubo.
S_{sd}	Esfuerzo permisible a corte.
K_{ca}	Factor de carga debido al esfuerzo axial.
K_{cf}	Factor de carga debido al esfuerzo de flexión.
K_{ct}	Factor de carga debido al esfuerzo de torsión.
K_f	Factor de concentración de esfuerzos.
q_t	Sensibilidad de la muesca a torsión.
q_f	Sensibilidad de la muesca a flexión.
K_t	Concentrador de entalle circular a tracción.
K_{ft}	Concentrador de entalle circular a flexión.
K_{tt}	Concentrador de entalle circular a torsión.
F_{ch}	Fuerza sobre la chaveta.
A_t	Área de corte.
A_{ap}	Área de aplastamiento.
L_{ch}	Longitud de la chaveta.



τ_{cc}	Resistencia de corte permisible.
CS	Coefficiente de seguridad.
L	Duración nominal de los rodamientos en millones de revoluciones.
L_h	Duración nominal de los rodamientos en horas de servicio.
C	Capacidad de carga dinámica.
P	Carga dinámica equivalente sobre el rodamiento.
P_{ce}	Presión interna del fluido sobre la cámara espiral.
e_{ce}	Espesor de chapa de la cámara espiral.
d_b	Diámetro base de la cámara espiral.
A_e	Área efectiva de desfogue.
c_e	Velocidad efectiva de desfogue.
F_{cf}	Fuerza resultante en un cuadrante.
F_{cp}	Fuerza de presión sobre un conducto curvo.
l	Longitud de agarre del tornillo.
L_p	Longitud del perno.
k_b	Rigidez del tornillo.
s_p	Resistencia mínima a la tensión de los tornillos.
w	Espesor de la tuerca.
L_T	Longitud de la rosca o roscada.
l_d	Longitud no roscada.
l_t	Longitud roscada en el agarre.
A_t	Área de esfuerzo de tensión de un tornillo.
A_d	Área de un tornillo de diámetro mayor.
E_m	Modulo de elasticidad del aluminio.
F_i	Fuerza de precarga.
N_p	Numero de pernos.
L_w	Longitud de soldadura.
A_w	Sección de la soldadura.
τ_{sw}	Resistencia a la unión por soldadura.
w_s	Tamaño del cordón de la unión por soldadura.



ESTADO DEL ARTE

Aunque es muy probable que antiguamente se hayan realizado reproducciones a escala de diferentes maquinarias (barcos, grúas, molinos, etc.) estas no pasaban de ser maquetas, las cuales a falta de mayor conocimiento acerca de las leyes de semejanza otorgaban detalles cualitativos del comportamiento del problema a analizar.

No es sino hasta mediados del siglo XVI, Juanelo Turriano, italiano al servicio de la realeza española, el que fue encargado de construir un “artificio” para elevar el agua del tajo a la ciudad de Toledo, siendo esta obra una de las más famosas dentro de la ingeniería hidráulica de ese siglo debido a que Turriano construyó su modelo en un tamaño reducido y contribuyo con un primer artificio de escalamiento llamado modelo reducido del artificio para elevar casi cien metros un total de 16,000 litros de agua por día.

En 1759, Jhon Smeaton un ingeniero ingles público una documentación donde por primera se describe un estudio de un modelo a escala reducida, en donde se detallaba el comportamiento de una rueda de paletas movida por agua.

En la segunda mitad del siglo XVIII, Jean Charles Borda, Charles Bossut y Pierre Pouis Georges Du Buat, matemáticos franceses emplearon el uso de modelos para estudiar diversos problemas hidráulicos en la ingeniería de fluidos. (Descarga de fluidos de tuberías y canales abiertos).

En 1852 Ferdinand Reech, ingeniero marino francés recomendaba a través de sus artículos academicos hacer pruebas en modelos para la experimentación siendo su principal contribución la ley del modelo hidráulico gravitacional más conocido como la ley de la similitud de Froude.

A pesar de los intentos que se iban realizando con la finalidad de obtener las leyes básicas de la semejanza hidráulica, las cuales no tenían mucho éxito, no fue sino hasta después de mediados del siglo XIX que estas fueron desarrolladas en Inglaterra. En dicha fecha William Froude ingeniero



hidráulico y arquitecto naval hizo experimentos para encontrar la resistencia del avance de los barcos a partir de la experimentación de modelos.

En la misma época (1885), Osborne Reynolds ingeniero y físico irlandés encontró y aplicó escalas de semejanza en forma correcta durante los diversos experimentos hidráulicos sobre el río Mersey, con estos avances, en este siglo quedó demostrado en forma general la utilidad de los modelos físicos en la hidráulica, lo cual fue la causa principal para la construcción de laboratorios especializados donde se ensayaron las obras propuestas por los ingenieros proyectistas para verificar el funcionamiento en diferentes condiciones de operación y también se corregía y/o modificaba según lo que requería el análisis e incluso se probaron teorías novedosas desarrolladas por diferentes investigadores.

En 1891, a raíz de los grandes acontecimientos mencionados se fundó el primer laboratorio hidráulico en Dresden (Alemania), uno de los principales motores de la investigación y formación de ingenieros hidráulicos donde se estudió modelos hidráulicos para hacer presas de agua, conductos de presión para transportar agua potable, alcantarillados, canales, etc.

El desarrollo de la modelación física, en particular de la modelación hidráulica de las turbinas Francis se reporta desde hace 120 años, sin embargo recién hace 40 años aproximadamente se dispone de sucesos reales respecto a la aplicación de la modelación numérica debido al importante aporte de diferentes teorías experimentales de diferentes investigadores, siendo el más imprescindible para la inspiración de la siguiente tesis, la del ingeniero Th. Bovet, profesor de maquinaria hidráulica de I.E.P.U.L quien en una conferencia en Nueva York (1961) presentó su contribución al estudio del trazado y dimensionamiento del alabe de una turbina de reacción del tipo Francis. “Contribution a l'etude du trace d'aubage d'une turbine reaction du type Francis”.



En 1976 la revista “Water Power & Dam Construction” publica un artículo “Modern trends in selecting and designing Francis turbines” de los ingenieros F. de Siervo y F. de Leva, el cual también hace mención al pre dimensionamiento de los diferentes elementos que componen una turbina de reacción tipo Francis siendo la justificación de su investigación; “the increasing demand for hydroelectric power has tended to lead to the construction of particularly large units, especially for conditions of low head and high flow. This tendency has stimulated advances in design and manufacturing processes, so as to keep the dimensions and costs of these large units to a minimum without sacrificing efficiency and reliability”

En 1985, Mercedes Rebellon Tacson y Jesus Efren Urrutia Collazos desarrollaron un trabajo de tesis titulado “Diseño de turbinas hidráulicas Francis y Kaplan” donde establecen un estudio teórico y un complemento práctico representado a través de la implementación de un computador el cálculo y diseño de todas las partes de una turbina Francis usando sin necesidad de tener un conocimiento tan profundo de la hidráulica.

En 1988 Edgar Gonzalo Espinosa Chavarro y Jairo Humberto Otero Hurtado presentan un trabajo de “Diseño y construcción de una turbina Francis en plástico reforzado” en el cual se hace un cálculo matemático y geométrico para el dimensionamiento de la turbina utilizando un material novedoso, la fibra de vidrio, el cual era un material nuevo y no empleado para dichos fines.



CAPITULO I
PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN



PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN

1.1. Planteamiento Del Problema

En el área de las turbomáquinas la experimentación tiene una gran importancia y grandes investigaciones pueden dar veracidad a lo estipulado, ya que los resultados más importantes antes de tomar una decisión, son producto del análisis experimental, a pesar que cada vez los análisis y las simulaciones mediante el uso de un software toma más importancia en el campo tecnológico, se puede concluir que no son suficientes y se requieren necesariamente de la elaboración experimental para validar los resultados obtenidos.

De todo lo mencionado, establecer un resultado mediante la experimentación, en específico, predecir el funcionamiento de una turbomáquina hidráulica en función de sus condiciones de operación resulta ser algo tedioso, pues involucra tener un conocimiento exacto de todos los procesos que transcurren dentro de la máquina, para lo cual se puede recurrir a otras teorías de aplicación numérica, las cuales también pueden llegar a ser inexactas, es por ello que para describir de forma realista el funcionamiento de una turbina hidráulica en su rango de operación, es necesario experimentarlo a través de modelos a tamaño real o escalados, siendo la última menos versátil, pero de rápida aplicación. Es de esa manera que el análisis dimensional y las leyes de semejanza son muy útiles pues permiten reducir dependencias matemáticas avanzadas y se pueden analizar de forma experimental parámetros o curvas de operación y un mejor análisis del funcionamiento.

El primer problema que encuentra el experimentador o diseñador a la hora de dimensionar una turbina Francis es que en función de salto y el caudal, ya sabe más o menos el tipo de turbina que necesita, sin embargo, no conoce las dimensiones de la misma, es por eso que la presente investigación busca diseñar un modelo de una turbina Francis a partir de un prototipo de la misma.



1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema general

En la presente tesis se planteara el problema de **¿Cómo diseñar y construir un modelo de turbina Francis a partir de un prototipo de 200 KW de potencia?**

1.2.2. Problemas específicos

- ♣ ¿Cómo encontrar una escala de dimensionamiento entre el modelo y el prototipo de una turbina Francis?
- ♣ ¿Cuáles serían los valores de potencia, caudal y velocidad específica del modelo de turbina Francis a partir del prototipo de 200 KW?
- ♣ ¿Cuál es la variación entre el rendimiento del modelo a diseñarse y construirse con el rendimiento del prototipo de turbina Francis de 200 KW?
- ♣ ¿Cuáles serían los efectos producidos en el diseño mecánico del modelo de turbina Francis debido a las cargas a las que va a estar sometido?
- ♣ ¿Es posible construir un modelo de turbina Francis a bajo costo en la ciudad del Cusco?

1.3. Justificación

El estudio de métodos de generación y aprovechamiento de energía, así como los elementos principales de funcionamiento son temas propios de la Ingeniería Mecánica, y son estudiados dentro de nuestra escuela profesional, pero carecen de un modelo de turbina Francis, los cuales podrían aportar mejores métodos de aprendizaje e incentivarse a investigar y/o experimentar más acerca de los fenómenos mecánicos que pueden ocurrir en una turbina Francis a partir del modelamiento del mismo.



La construcción mediante las relaciones de semejanza, buscan dar una descripción de funcionamiento de una turbina determinada, mediante la comparación de esta con el funcionamiento experimental de otra turbina prototipo, o bien de la misma turbina bajo condiciones de operación modificadas que pueden ser un cambio de velocidad de rotación o en el salto.

El análisis dimensional es una herramienta que nos permite obtener las relaciones funcionales entre las variables y los parámetros de funcionamiento de una turbomáquina hidráulica con el fin de poder caracterizar su comportamiento con otra turbomáquina físicamente semejante. Una ventaja adicional que nos proporciona el análisis dimensional es la de predecir los resultados de una turbomáquina hidráulica, en base a los resultados obtenidos con un modelo a escala y nos describe los fenómenos influyentes en su desarrollo y los relaciona entre ellos. Dichas relaciones se obtienen de forma experimental o a partir de una teoría conocida usando el teorema de Buckingham, con el que se logra completar un análisis matemático de los problemas que surgen en la realidad y reduce los problemas de experimentación.

Durante un proceso de construcción de una turbomáquina no se conoce que ventajas se pueden llegar a obtener, cual es la simplicidad o complejidad al momento de hacer un montaje, no se llega a conocer en un gran porcentaje los elementos que lo componen de forma técnica, es por ello que mediante el diseño de un modelo de turbina Francis se busca intensificar de forma académica los aspectos de operación, montaje y mantenimiento, para que los estudiantes y profesional relacionado a la Ingeniería Mecánica pueda visualizar y hacer análisis de dicha turbomáquina.

El trabajo presentado también busca complementar estudios semejantes al modelamiento numérico relacionado a las leyes de semejanza en turbomáquina bajo una escala predeterminada y



el dimensionamiento de los elementos que lo componen permitiendo en un futuro desarrollar mejoras continuas en el diseño de los modelos de turbinas Francis.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general

Diseñar y construir un modelo de turbina Francis a partir de un prototipo de 200 KW de potencia usando la teoría de la semejanza hidráulica.

1.4.2. Objetivos específicos

- ♣ Definir una escala de dimensionamiento adecuado a partir de la relación de semejanza entre el modelo y el prototipo.
- ♣ Calcular los valores de la potencia, caudal y velocidad específica del modelo de turbina Francis a partir del prototipo de 200 KW.
- ♣ Determinar y comparar el rendimiento del modelo con el rendimiento del prototipo de turbina Francis.
- ♣ Analizar la concentración de esfuerzos de cada componente mecánico principal del modelo de turbina Francis mediante la resistencia a la fatiga y la teoría de Von Mises.
- ♣ Construir un modelo a escala reducida de una turbina Francis rápida de 200 KW.

1.5. Hipótesis

La teoría de la semejanza hidráulica permitirá el diseño y construcción de un de un modelo de turbina Francis a partir de un prototipo de 200 KW de potencia.



1.6. Variables e indicadores

1.6.1. Variables Independientes

- ♣ Altura de neta.
- ♣ Escala.
- ♣ Caudal.
- ♣ Velocidad específica.
- ♣ Presión.
- ♣ Revoluciones del rotor por unidad de tiempo.
- ♣ Teorema Π o Buckingham.

1.6.2. Variables Dependientes

- ♣ Relación de Semejanza.
- ♣ Potencia Efectiva.
- ♣ Número de Reynolds.
- ♣ Rendimiento.

1.6.3. Indicadores

- ♣ m
- ♣ m^3/s
- ♣ Pa
- ♣ R.p.m
- ♣ Watts
- ♣ Porcentaje



1.7. Alcances y Limitaciones

1.7.1. Alcances

- ♣ Denominaremos modelo a la reproducción a escala del prototipo, que es de escala real.
- ♣ Para poder efectuar un correcto estudio de los modelos, se utilizará los conceptos de relación de semejanza hidráulica y análisis dimensional en turbomaquinas hidráulicas
- ♣ El presente trabajo servirá de base a futuras investigaciones en lo que respecta al diseño y construcción de un modelo de turbina Francis.
- ♣ El diseño del prototipo se realizó en base a las condiciones de operación que posee la mini central Hidroeléctrica de Vilcabamba ubicada la Provincia de Grau-Apurímac.

1.7.2. Limitaciones

- ♣ El modelo estará destinado para fines académicos para así poder afianzar los conocimientos de los estudiantes de Ingeniería Mecánica y ramas afines.
- ♣ Se utilizará únicamente el Teorema de Π o Buckingham con respecto a la semejanza hidrodinámica.
- ♣ Para el diseño hidrodinámico del alabe del rodete se utilizara el método desarrollado por M.Th.Bovet.
- ♣ No se realizara Pruebas de funcionamiento debido a que no contamos con un banco de pruebas ni con una mini central adecuada para el modelo de turbina Francis.



CAPITULO II
MARCO TEÓRICO



MARCO TEÓRICO

2.1. Definición de una Turbina Hidráulica.

Una maquina hidráulica es un dispositivo capaz de transformar la energía del fluido (hidráulica) en energía mecánica, dicha transformación energética es posible debido a que el fluido intercambia energía con el elemento mecánico de revolución que gira alrededor de su eje de simetría (rodete), el cual está previsto de alabes, de forma que entre ellos existen canales por donde circula el fluido. (Fernandez Diez, 2010).

2.2. Generalidades de las Turbinas de Reacción.

Este tipo de turbinas constan de una cámara espiral que se encarga que el agua llegue a la periferia del rodete, donde el agua sale con una cierta presión que va disminuyendo a medida que el agua atraviesa los alabes del rodete de tal forma que a la salida pueda ser nula. En estas turbinas el agua circula a presión en el distribuidor y en el rodete, por ello la energía potencial del salto se transforma en energía cinética y energía de presión, después de recibir la transformación de energía hidráulica en mecánica en el rodete pasa al tubo de aspiración generando una depresión para salir a la atmosfera (Polo Encinas, 1988).

Las principales turbinas de Reaccion son:

- ♣ Turbina Francis
- ♣ Turbina Kaplan y de Helice
- ♣ Bomba rotodinamica como turbina
- ♣ Turbinas Axiales en sus variantes tubular, bulbo y de generador periferico



2.3. Turbinas Francis

Las turbinas Francis son conocidas como turbina de sobrepresión por la variación de presión que presentan en diversos puntos o zonas del rodete (Zamora Parra & Viedma Robles, 2016), también son conocidas como turbinas de admisión total ya que se encuentran sometidos a la influencia directa del agua a través de toda su superficie periférica (Mataix, 1975), siendo el concepto más generalizado el de turbina radial axial por poseer un rodete tipo mixto donde el ingreso del fluido se hace de forma radial y la salida de forma axial y pueden ser instalados con el eje en posición horizontal o vertical.

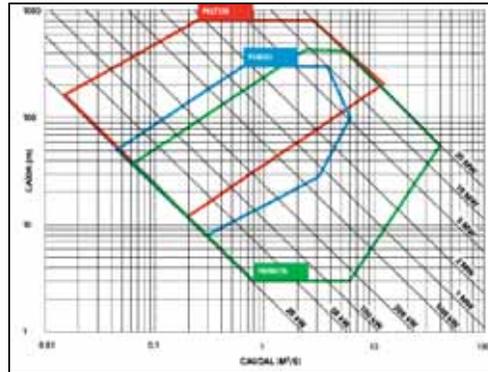
2.3.1. Descripción de una Turbina Francis

En la actualidad la turbina Francis es la más conveniente para las centrales hidroeléctricas, se utiliza en alturas de salto de agua entres el rango de 25 a 400 [m], teniendo una eficiencia entre el 90 y 94% para grandes instalaciones. La aplicación de este tipo de turbinas está comprendida entre valores de números específicos de revoluciones " n_s " de 60 a 400, en resumen se emplea para caudales y alturas medias.

El método de selección de una turbina Francis se relaciona por un caudal y una altura neta, siendo estas variables (Q y H_n) las que determinan el tipo de turbina a instalar a partir de utilizar gráficos de selección de turbinas (Ver Figura 1).



Figura 1 Selección de una Turbina Hidráulica

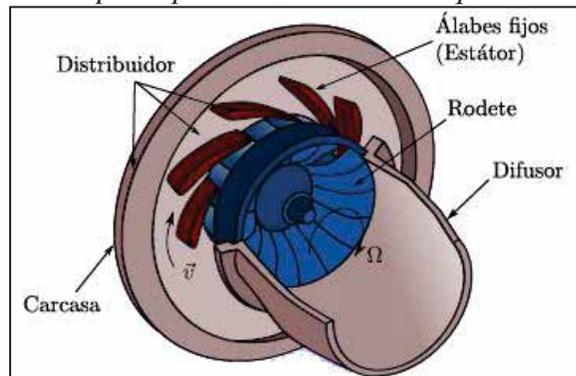


Fuente: (GILKES, 2010)

Los elementos principales de la turbina Francis se listan a continuación y su disposición en la turbina (Ver Figura 2).

- ♣ Cámara Espiral
- ♣ Distribuidor
- ♣ Rodete
- ♣ Codo de entrada en el tubo de aspiración
- ♣ Nivel de agua en la galería de fuga
- ♣ Sección de salida del tubo de aspiración

Figura 2 Elementos principales de una turbomáquina de reacción



Fuente: (Huete, Martínez Ruiz, & Sánchez Sanz, 2017)



2.3.1.1. Rodete

Llamado también rotor o rueda, este elemento es el órgano fundamental de las turbinas hidráulicas consta esencialmente de un cono y un anillo entre las cuales se encuentran de las álabes, que está impulsado por una cierta velocidad angular.

La transformación de la energía hidráulica del salto en energía mecánica se produce en el rodete, mediante la aceleración y desviación de flujo de agua a su paso por los álabes y también es responsable de la clasificación que se le puede dar en función de la dirección del flujo que lo atraviesa; radiales, axiales o mixtas. (Huete, Martínez Ruiz , & Sánchez Sanz, 2017).

2.3.1.2. Cámara Espiral

En las turbinas de Reacción, la admisión del fluido se realiza a través de una cámara de agua, las cuales pueden ser de diferentes tipos, siendo la espiral la más adecuada para las turbinas tipo Francis. El objetivo de la cámara espiral es poder distribuir el agua por toda la periferie del rodete por medio de un órgano fijo denominado pre distribuidor y de un órgano móvil de regulación de caudal llamado distribuidor. (Mataix, 1975).

2.3.1.3. Distribuidor

Es un conjunto de alabes móviles con perfiles aerodinámicos los cuales se encargan de regular el caudal y potencia con el giro de los alabes del rodete, permite que la corriente entre al rodete sin circulación y con el ángulo adecuado para su funcionamiento (Mataix, 1975). En el distribuidor se lleva a cabo la transformación de energía de presión a energía cinética, a este también se llama distribuidor Fink y consta de los siguientes elementos:

- ♣ Anillo inferior donde van montados los alabes.
- ♣ Alabes directrices giratorios de perfil aerodinámico montados sobre el anillo inferior y superior.



- ♣ Anillo supervisor.
- ♣ Manivelas solidarias de los alabes.
- ♣ Bielas regulables.
- ♣ Anillo de regulación.

2.3.1.4. Tubo de Aspiración

Es un conducto donde se descarga el agua que sale del rodete y la conduce hasta el canal de fuga generalmente con ensanchamiento progresivo, recto o acodado, permitiendo recuperar parte de la energía cinética a la salida del rodete; si por razones de explotación el rodete está instalado a una cierta altura por encima del canal de fuga, un simple difusor cilíndrico permite su recuperación que de otra forma se perdería. Si la turbina no posee tubo de aspiración, se llama de escape libre. (Mataix, 1975)

También influye favorablemente en el fenómeno de la cavitación, el cual queda disminuido por el hecho de ser posible la colocación del rodete a muy pequeña altura sobre el nivel del agua del socaz y en algún caso bajo el nivel del mismo. (Zoppetti, 1965)

En resumen se establece que el tubo difusor cumple las siguientes funciones:

- ♣ Recupera la altura entre la salida del rodete y el nivel del canal desagüe.
- ♣ Recupera una parte de energía cinética correspondiente a la velocidad residual del agua en la salida del rodete.

El tubo de aspiración acodado consta de tres partes fundamentales:

- ♣ La parte troncocónica.
- ♣ El codo.
- ♣ El difusor.



2.3.2. Clasificación de Turbinas Francis

En primera aproximación se pueden clasificar en función de la velocidad como:

2.3.2.1. Rodetes lentos

Se utilizan en los grandes saltos; con ellos se tiende a reducir el número de revoluciones, lo cual supone un aumento del diámetro del rodete respecto al del tubo de aspiración. El ángulo a la entrada $\beta_1 < 90^\circ$, ($\alpha_1 < 15^\circ$) como se observa en la figura 3 y su número de revoluciones específico está comprendido entre 50 y 100. En estas turbinas se obtiene velocidades tangenciales reducidas. Los álabes tiene forma especial, aumentando su espesor a fin de que su cara posterior guie mejor el chorro que atraviesa el rodete deslizándose en contacto con las paredes de los álabes, ya que se no ser así el chorro se despegaría de la cara posterior de los mismos originando remolinos. (Fernandez Diez, 2010)

2.3.2.2. Rodetes Normales

Se caracterizan porque el diámetro de entrada es ligeramente superior al del tubo de aspiración. El agua entra en el rodete radialmente y sale de él axialmente, entrando así en el tubo de aspiración. El valor de β_1 es el orden de 90° , ($15^\circ < \alpha_1 < 30^\circ$) como se muestra en la figura 3 y se alcanza un n_s comprendido entre 125 y 200 rpm. No existen apenas huelgos entre el distribuidor y la rueda. En esta turbina se cumple que la velocidad a la entrada es de $\beta_1 = 90$. (Fernandez Diez, 2010)

2.3.2.3. Rodetes Rápidos

Permiten obtener elevadas velocidades de rotación para valores de n_s comprendidos entre 225 y 500. El diámetro de entrada del rodete es menor que el del tubo de aspiración y el cambio de dirección del agua se efectúa más bruscamente que en las turbinas normales.

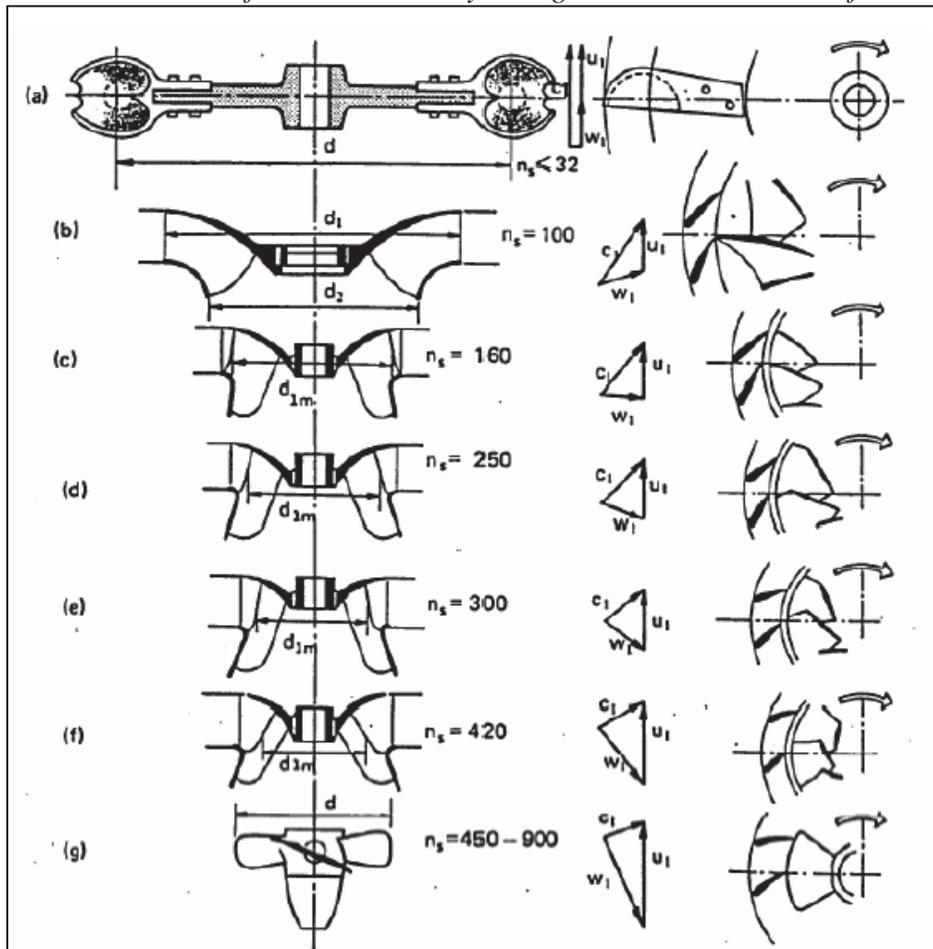
El ángulo de entrada $\beta_1 > 90^\circ$, ($\alpha_1 < 45^\circ$) como se observa en la figura 3, favorece el aumento del número de revoluciones, porque aumenta la velocidad tangencial a la entrada; en estas turbinas



hay un huelgo bastante grande entre el rodete y el distribuidor, sin que ello tenga apenas ninguna influencia en el rendimiento; el agua entra radialmente y recorre un cierto espacio antes de entrar en el rodete en este espacio al no existir rozamientos con los álabes se consigue mejorar el rendimiento. (Mataix, 1975)

Otra forma de seleccionar el tipo de rodete de una central hidroeléctrica es a partir del número específico de revoluciones en función de la potencia (n_s). En la figura 3 y tabla 1 se muestran el tipo de turbina y la altura del salto de acuerdo al n_s calculado.

Figura 3 Evolución de la forma del rodete y triángulo de velocidades en función del N_s



Fuente: (Mataix, 1975)



Tabla 1
Tipos de Turbina en función a N_s

Velocidad específica (n_s)	Turbina de Turbina	Altura del Salto (m)
hasta 18	Peltón con 1 inyector	800
18 a 25	Peltón con 1 inyector	800 - 400
26 a 35	Peltón con 1 inyector	400 - 100
26 a 35	Peltón con 2 inyectores	800 - 400
36 a 50	Peltón con 2 inyectores	400 - 100
51 a 72	Peltón con 4 inyectores	400 - 100
55 a 70	Francis muy lenta	400 - 200
70 a 120	Francis lenta	200 - 100
120 a 200	Francis normal	100 - 50
200 a 300	Francis rápida	50 - 25
300 a 450	Francis muy rápida	25 - 15
400 a 500	Hélice rápida	hasta 15
270 a 500	Kaplan lenta	50 - 15
500 a 800	Kaplan normal	15 - 5
800 a 1100	Kaplan rápida	5

Fuente: (Zoppetti, 1965)

2.4. Número específico de Revoluciones

El número específico de revoluciones introducido por primera vez por Camerer, ha adquirido un uso extenso en el estudio de turbo máquinas hidráulicas y constituye el parámetro más significativo en el estudio de las turbinas hidráulicas.

Para una turbina el número específico de revoluciones es un parámetro asociado a una familia de turbinas que operan con eficiencia máxima. Este parámetro tiene varias formas, algunas en función de la potencia o el caudal.

2.4.1. Número específico de Revoluciones en función de la Potencia

El número específico de revoluciones n_s también llamado número de Camerer se define, para turbinas como la velocidad a la que deberá girar el eje de la turbina, para suministrar al eje una



potencia de 1 caballo vapor, en una salto de 1 m, como óptimo rendimiento (Garcia Perez, 2011), según lo antes dicho el n_s se expresa matemáticamente como:

$$n_s = \frac{n\sqrt{P_{(cv)}}}{H_n^{5/4}} \quad (2.1)$$

También se puede expresar en función de la potencia en unidades del sistema internacional (kW), denotándose como N_s .

$$N_s = \frac{n\sqrt{P}}{H_n^{5/4}} \quad (2.2)$$

2.4.2. Número específico de Revoluciones en función del Caudal

En este caso en vez de expresar el número específico de revoluciones en función de la potencia, se realiza en función del caudal, lo cual trae como ventaja principal que no depende de la eficiencia, este parámetro tiene varias formas, dependiendo de la unidades en que se trabajen y se define como la velocidad a la que gira el eje de la turbina para un caudal de $1 \text{ m}^3/\text{s}$ y un salto de 1 m. (Garcia Perez, 2011).

$$n_q = \frac{n\sqrt{Q}}{H_n^{3/4}} \quad (2.3)$$

2.4.3. Número específico adimensional

Entre los números específicos se encuentra la velocidad especifica adimensional, posee el mismo contenido conceptual y aplicación de los otros números específicos. Tiene la ventaja de ser adimensional, es decir, no depende del rendimiento de la maquina ni del diámetro.

$$n_o = \frac{n \left(\frac{Q}{\pi}\right)^{1/2}}{(2gH_n)^{3/4}} \quad (2.4)$$



2.5. Cavitación en turbinas

En las turbinas hidráulicas de reacción aparece la cavitación en las zonas donde la presión es menor o igual a la presión de vaporización del agua en las condiciones de operación. Numerosos investigadores han estudiado este fenómeno, deduciendo límites aconsejables que no se deben sobrepasar.

A continuación se presenta la expresión de Luchinger, de uso exclusivo para turbinas Francis, señala que para evitar que se produzca este efecto no deseado la velocidad específica de funcionamiento debe estar por debajo del límite definido por: (Almandoz Berrondo, Mongelos Orquiñena, & Pellejero Salaberria , 2007, pág. 150)

$$n_s = \frac{6850}{H + 10} + 84 \text{ rpm} \quad (2.5)$$

La aparición de la cavitación esta correlacionada con la altura de diseño, altura geométrica de colocación de la turbina respecto al nivel del agua canal (galería) de descarga y la presión atmosférica. Fue el alemán D. Thoma que realizo estudios experimentales más profundos en los que relacionó estas tres magnitudes permitiendo definir el coeficiente externo de cavitación llamado también coeficiente de Thoma. (R. Marchegiani, 2006, pág. 12)

$$\sigma = \frac{H_{\text{atm}} - h_e - h_v}{H} \quad (2.6)$$

(Almandoz Berrondo, Mongelos Orquiñena, & Pellejero Salaberria , 2007) Define la presión atmosférica por la expresión siguiente:

$$H_{\text{atm}} = 1.33 - \frac{A}{900} \quad (2.7)$$

Para encontrar la presión de vapor en metros se interpola el valor por medio de la temperatura del agua a ser turbinada mediante la tabla 2.



Tabla 2
Presión de vapor en función de la Temperatura

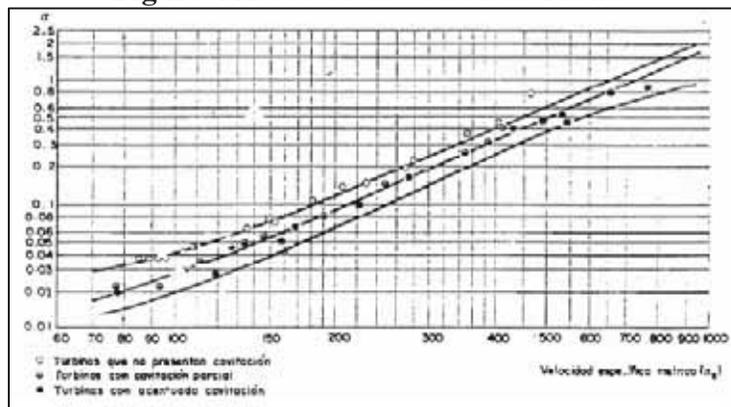
Temperatura (°C)	Presión de Vapor hv (m)
5	0.089
10	0.125
15	0.174
20	0.239

Fuente: (R. Marchegiani, 2006)

Toma delimitó las fronteras de diferentes grados de cavitación. En la siguiente expresión analítica se calcula el coeficiente de Thoma en función a la velocidad específica dimensional y cuando estos dos coeficientes son iguales aparece la cavitación. (Almandoz Berrondo, Mongelos Orquiñena, & Pellejero Salaberria , 2007).

$$\sigma > 2.1 \times 10^{-6} n_s + 1.2 \times 10^{-4} n_s + 0.01 \quad (2.8)$$

Figura 4 *Ábaco de cavitación de Thoma.*



Fuente: (Almandoz Berrondo, Mongelos Orquiñena, & Pellejero Salaberria , 2007)

Según (Siervo & Leva, 1976), para las turbinas Francis se tiene un coeficiente de Thoma basándose en la velocidad específica, estas llevan la siguiente forma:

$$\sigma = 3.50 \times 10^{-4} \cdot n_q^{1.41} \quad (2.9)$$

$$\sigma = 7.54 \times 10^{-5} \cdot n_s^{1.41} \quad (2.10)$$



2.6. Leyes de la semejanza hidráulica

La teoría general de la semejanza, relacionada al estudio y análisis de las maquinas hidráulicas o temas relacionados especiales, se presenta bajo una forma compleja que requiere estudios particulares y en consecuencia una información matemática técnica para su debido desarrollo.

Teniendo este trabajo por objeto la aplicación y deducción simplificada para las aplicaciones prácticas de las leyes de semejanza y las reglas de similitud relacionados al estudio de los modelos y los prototipos bajo un régimen de funcionamiento establecido según su clasificación, se establecerá las formulas necesarias y los elementos indispensables con el propósito de obtener una máxima simplificación. De esta forma se podrá conocer los elementos fundamentales en que reside la teoría hidráulica de las turbinas y establecer las grandes ventajas que aporta la teoría de la semejanza en la práctica constructiva de los modelos a partir de un prototipo.

Por otra parte, el objeto de este tema es hacer notar que el problema de la similitud es de gran importancia en el estudio experimental de las turbinas hidráulicas, ya que en la actualidad se utiliza en numerosas investigaciones que tienen por finalidad, el estudio del comportamiento del fluido en relación a los parámetros de funcionamiento, las propiedades de los materiales, el procedimiento constructivo de los diferentes elementos que lo componen, etc. Se puede afirmar que los ensayos sobre los modelos reducidos, gracias al empleo de las leyes de la semejanza hidráulica han dado resultados muy importantes y de gran progreso.

En la actualidad aún se presentan muchos problemas dentro de la hidráulica, la semejanza nos otorga valores propios inestimables, las experiencias de investigaciones previas otorgan todas las ventajas que se llegaron a obtener y que se pueden usar, sobre todo en el estudio de las perdidas en los diferentes elementos de alimentación.



2.6.1. Modelo

Es la representación de la maquina a construirse en una escala reducida o ampliada en donde se efectúan pruebas y mediciones y se sacan conclusiones útiles que luego deben ser extrapolados al prototipo.

2.6.2. Prototipo

Es la máquina que se quiere fabricar a partir de ensayos experimentales en el modelo.

2.6.3. Clasificación racional de las turbinas

Las leyes de la semejanza aplicadas a las turbinas han dado origen a la noción extremadamente interesante y fecunda referente al llamado número específico de revoluciones, estableciendo dos grandes fundamentos técnicos.

Dos turbinas geométrica y mecánicamente semejante tienen igual número específico de revoluciones, puesto que serían semejantes a la misma turbina ideal de 1 CV con carga manométrica de un metro.

2.6.4. Semejanza Hidráulica

Cuando la prueba experimental de un prototipo de turbomáquina de tamaño natural no es posible, debido a que la experimentación resulta extremadamente costosa, la prueba sobre un modelo en el laboratorio sobre el cual se puedan realizar experimento de bajo costo es la única manera de atacar el problema. Si se va a predecir el comportamiento del prototipo a partir de mediciones en el modelo es obvio que no se puede efectuar cualquier prueba sobre cualquier modelo. Las condiciones de operación de las dos máquinas de diferente tamaño (modelo y prototipo) deben ser tales que los números Pi tengan el mismo valor, a pesar de los valores



individuales de las variables que intervienen, entonces se obtienen condiciones físicas exactamente similares en cada una de ellas.

2.6.4.1. Semejanza Geométrica

Requiere que el modelo y el prototipo sean de la misma forma y que las relaciones de dimensiones lineales sean las mismas en todas partes mediante un factor de escala constante (incluyendo sus ángulos) (Garcia Perez, 2011)

$$\lambda_r = \frac{L_p}{L_m} \quad (2.11)$$

Del mismo modo se deduce que las áreas varían como λ_r^2 y los volúmenes como λ_r^3 respectivamente.

2.6.4.2. Semejanza Cinemática

Significa que las líneas de corriente y velocidades en puntos correspondientes están en la misma dirección y que las relaciones de velocidad son las mismas, relacionadas en magnitud mediante un factor de escala constante, es decir los triángulos de velocidades de las condiciones de flujo son similares. (Garcia Perez, 2011)

2.6.4.3. Semejanza Dinámica

Dos sistemas tienen similitud dinámica si además de las dos semejanzas anteriores, las fuerzas correspondientes tienen la misma relación en ambos resultados (modelo y prototipo). La relación de fuerzas que debe ser constante es: (Garcia Perez, 2011).

$$F_r = \frac{F_p}{F_m} \quad (2.12)$$

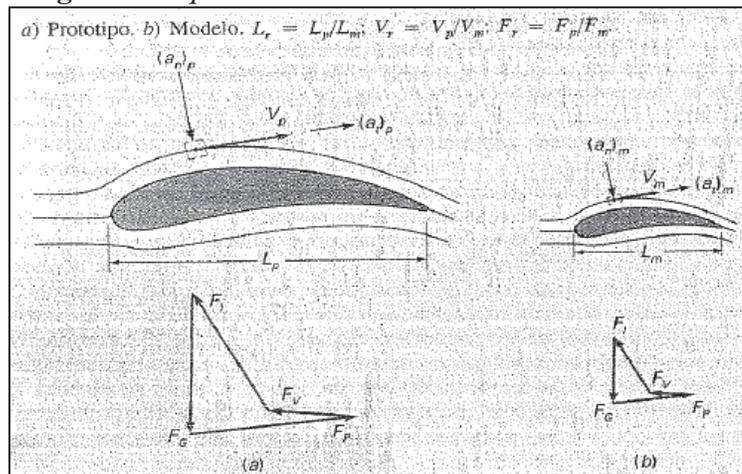
2.6.5. Usos de las leyes de Semejanza Hidráulica

Las leyes de semejanza sirven para:



- ♣ Predecir el comportamiento de una misma máquina cuando varía alguna de sus características.
- ♣ Predecir el comportamiento de una máquina de distinto tamaño (prototipo) pero geoméricamente semejante a otra (modelo) cuyo comportamiento se conoce (caudal, potencia, etc.) trabajando en las mismas condiciones.

Figura 5 Esquema de la similitud hidráulica



Fuente. <https://slideplayer.es/slide/12632681/>

2.6.6. Semejanza en el estudio sobre modelos

Los estudios sobre modelos de máquinas hidráulicas sirven de valiosa importancia al ingeniero constructor de turbomáquina, ya que permite tener una inspección visual del flujo y hace posible la obtención de ciertos datos numéricos de la distribución de velocidades, fuerzas actuantes, rendimientos y capacidades en las turbinas, distribuciones de presión y las pérdidas en todo el sistema.

El objetivo principal para obtener una semejanza de un modelo a partir de un prototipo es la semejanza dinámica, puesto que esta semejanza requiere que exista una semejanza geométrica exacta y que la relación de las presiones dinámicas en determinados puntos sean constantes, así



mismo una semejanza cinemática proporcional, donde las líneas de corriente deben ser geoméricamente semejantes.

La semejanza geométrica puede hacer referencia en términos hidráulicos a la rugosidad superficial entre el prototipo y el modelo, lo que quiere decir que si cada dimensión lineal del modelo es una escala determinada de una dimensión lineal del prototipo, las alturas de las rugosidades han de estar en la misma escala proporcional. Es por esa razón que la semejanza dinámica está muy relacionada con los números adimensionales de Reynolds, Mach, Froude, Euler y Weber y deben ser similares tanto en el prototipo como en el modelo.

2.7. Semejanza geométrica del modelo de Turbina Francis

2.7.1. Dimensionamiento del rodete por medio de las ecuaciones de F. de Siervo y F. de Leva

Para el dimensionamiento preliminar de una turbina Francis se determinan las dimensiones principales del rodete partiendo del cálculo de la velocidad específica (N_s), una vez calculado dicho valor se procede a calcular las dimensiones principales del rodete con las siguientes ecuaciones.

(Siervo & Leva, 1976)

$$K_u = 0.31 + 2.5(10^{-3})N_s \quad (2.13)$$

$$D_3 = (84.5)(K_u)\left(\frac{\sqrt{H_n}}{n}\right) \quad (2.14)$$

$$D_1 = \left(0.4 + \frac{94.5}{N_s}\right) D_3 \quad (2.15)$$

$$D_2 = \left(\frac{1}{0.96 + (0.00038) \cdot N_s}\right) D_3 \quad (2.16)$$

$$H_1 = \left(0.094 + \frac{N_s}{4000}\right) D_3 \quad (2.17)$$



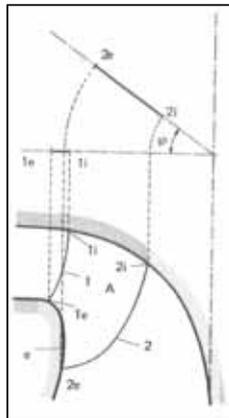
$$H_2 = \left(\frac{1}{3.16 - (0.0013) \cdot N_s} \right) D_3 \quad (2.18)$$

Las medidas obtenidas son aproximadas las cuales pueden variar al momento de desarrollar el trazado del perfil Hidráulico, con el método de (Bovet, 1961) se terminara por definir las dimensiones del rodete, para luego proceder al conformado de los alabes de la turbina.

2.7.2. Método de M. Th. Bovet

El flujo dentro de una turbina Francis se encuentra limitado por 2 superficies de revolución, interior (i) y exterior (e), los cuales forman el cono y el anillo respectivamente. Dichas curvas conforman el perfil hidráulico de la turbina el cual se observa en la figura 6.

Figura 6 Curvas límites del volumen ocupado por los álabes



Fuente: (Mataix, 1975)

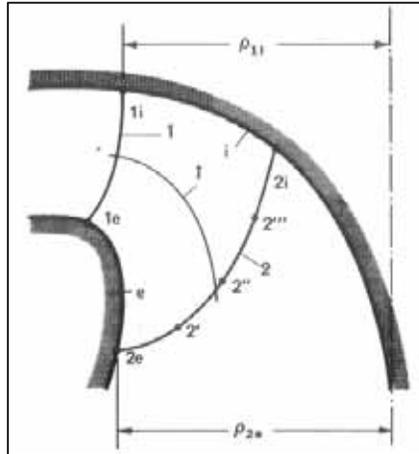
Para construir los álabes de la turbina se define el perfil Hidráulico y las curvas (1) y (2) que se observan en la anterior figura 6, las cuales representan las aristas de entrada y salida, es decir por donde entra y sale el flujo del líquido.

(Bovet, 1961) divide el perfil hidraulico en diferentes conductos debido a que las velocidades y los ángulos β no son las mismas en todos los puntos del rodete, esto se puede comprobar al observar la figura 7, la cual muestra que no todos los puntos que conforman la arista (2) están



alineados, lo cual hace variar las velocidades periféricas. Dicho método proporciona una aproximación más real de las velocidades y ángulos dentro del rodete.

Figura 7 Radios característicos de las aristas de entrada y salida del álabe.



Fuente: (Mataix, 1975)

2.7.2.1. Trazado del perfil Hidráulico

El método de M.Th.Bovet se basó en una serie de turbinas Francis previamente construidas y experimentadas por él, las cuales fueron recolectadas y mediante operaciones estadísticas logró proponer expresiones que gobiernan la geometría del rodete. (Bovet, 1961) Dedujo fórmulas empíricas, las cuales permiten obtener el perfil hidráulico de una nueva turbina y el trazado de los álabes del rodete. Los modelos construidos a partir de este método son valores aproximados y podrían tener ligeras modificaciones para lograr un mejor funcionamiento, los rodetes deben ser probados en un banco de pruebas a pequeña escala hasta lograr construir el rodete de tamaño real.

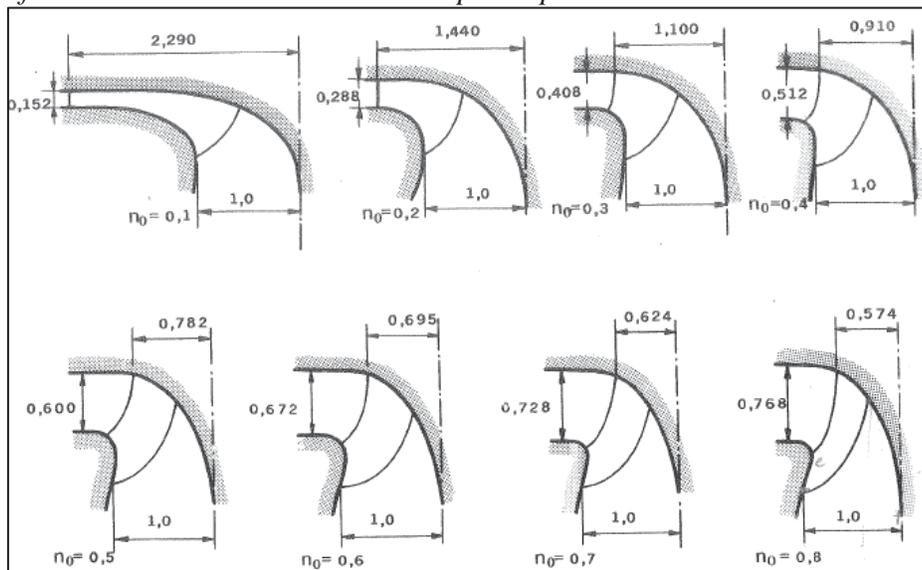
M. Th. Bovet utiliza como base para los cálculos un número específico adimensional de revoluciones “ n_o ”, el cual se calcula de la siguiente manera. (Bovet, 1961)

$$n_o = \frac{n \left(\frac{Q}{\pi}\right)^{1/2}}{(2gH_n)^{3/4}} \quad (2.19)$$



Para las turbinas Francis el número específico de revoluciones adimensional suele estar en un rango de $0.1 < n_0 < 0.8$. En la figura 8, se representa las variaciones de los perfiles de acuerdo a su n_0 , lo cual sirve de guía para el trazado de los perfiles hidráulicos.

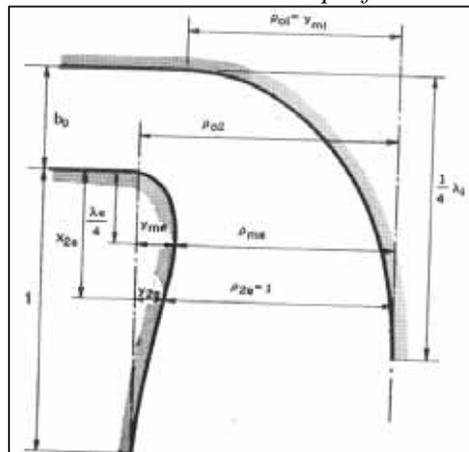
Figura 8 *Perfiles Hidráulicos de TF obtenidos por el procedimiento de Bovet de No creciente*



Fuente: (Bovet, 1961)

El perfil hidráulico de la turbina está compuesto por las curvas interior y exterior. Las medidas calculadas con las siguientes ecuaciones están referidas a la dimensión básica del radio exterior (ρ_{2e}) mostrada en la figura 8, dicha medida se toma como unidad igual al radio del punto 2e.

Figura 9 *Dimensiones características del perfil hidráulico del rodete*



Fuente: (Mataix, 1975)

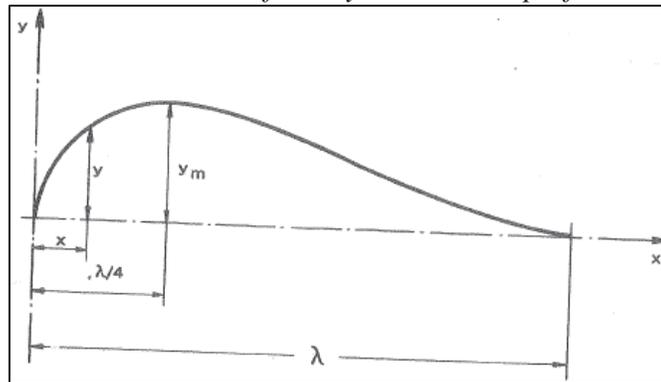


Para trazar el perfil hidráulico de la turbina observado en la figura 9, se emplean las siguientes ecuaciones.

$$y_1 = y_m(3.08) \left(1 - \frac{x}{\lambda}\right) \sqrt{\frac{x}{\lambda} \left(1 - \frac{x}{\lambda}\right)} \quad (2.20)$$

La ecuación (2.20), es la ecuación general que proporciona ambas curvas interna y externa, variando las constantes y_m y λ respectivamente, proporcionando curvas como la que se muestra en la figura 10.

Figura 10 *Curvas límites inferior y exterior del perfil hidráulico*



Fuente: (Bovet, 1961)

Para construir la curva interior se utiliza los siguientes parámetros, dichos parámetros se calculan con las siguientes ecuaciones, luego se sustituye en la ecuación (2.20) y se obtiene la ecuación de la curva y sus límites son $0 < X_{1i} < \frac{1}{4}\lambda_{1i}$.

$$y_{mi} = \rho_{oi} = 0.7 + \frac{0.16}{n_o + 0.08} \quad (2.21)$$

$$\lambda_i = 3.2 + 3.2(2 - n_o)n_o \quad (2.22)$$

En el caso de la curva exterior se utilizarán los parámetros calculados con las siguientes ecuaciones y sus límites de la ecuación son $b_0 < x < b_0 + x_{2e}$.

$$\lambda_e = 2.4 - 1.9(2 - n_o)n_o \quad (2.23)$$



$$\frac{y_{2e}}{y_{me}} = 3.08 \left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right) \sqrt{\frac{x_{2e}}{\lambda_e} \left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right)} \quad (2.24)$$

Se tomara un valor constante independiente de n_o , el cual será $x_{2e}=0.5$; a partir de este valor podemos calcular $\frac{y_{2e}}{y_{me}}$, ya calculado dicho valor podemos obtener y_{2e} mediante la ecuación (2.25).

$$y_{2e} = \rho_{oe} - 1 \quad (2.25)$$

Donde ρ_{oe} se calcula en base al n_o calculado con la siguiente ecuación.

$$\rho_{oe} = \frac{0.493}{(n_o)^{0.66666667}} \quad (\text{para } n_o < 0.275) \quad (2.26)$$

$$\rho_{oe} = 1.255 - 0.3n_o \quad (\text{para } n_o > 0.275) \quad (2.27)$$

Con ecuaciones anteriores se puede calcular y_{me}

$$y_{me} = \frac{y_{2e}}{\frac{y_{2e}}{y_{me}}} \quad (2.28)$$

Y finalmente al remplazar el resultado obtenido de la ecuación (2.28) en la ecuación (2.24) para construir la curva exterior.

Es posible calcular otros parámetros importantes del perfil hidráulico con las ecuaciones (2.20) y (2.28) que ayudaran al trazado de este.

$$y_{mi} = \rho_{oi}$$

$$\rho_{me} = \rho_{oe} - y_{me} \quad (2.29)$$

Finalmente con el n_o calculado con la ecuación (2.19) podemos calcular el valor del ancho de entrada del rodete con la ecuación (2.30)

$$b_o = 0,8(2 - n_o)n_o \quad (2.30)$$

2.7.2.2. Determinación del tamaño del rodete

Todas las dimensiones son relativas a ρ_{2e} , esta medida proporcionara la dimensión real de todas las medidas de la curva interior y exterior, este valor se determina dándole un valor conveniente al coeficiente del caudal (ϕ_{2e}), expresado mediante la ecuación (2.31).



$$\varphi_{2e} = \frac{Q}{n(\rho_{2e})^2} \times \frac{1}{u_{2e}} \quad (2.31)$$

Si sustituimos $u_{2e} = \pi \times n \times \varphi_{2e}$, se obtiene la siguiente ecuación.

$$\rho_{2e} = \left(\frac{Q}{\pi \times n \times \varphi_{2e}} \right)^{1/3} \quad (2.32)$$

De acuerdo a las turbinas previamente construidas y probadas se conoce que el valor de φ_{2e} oscila entre 0.26 y 0.28, por ello se elige un $\varphi_{2e} = 0.27$

De manera similar es posible determinar el valor verdadero de ρ_{1i} , para este caso se utiliza un coeficiente de presión $\psi_{1i} = 1.72$, el cual se calcula de la siguiente manera.

$$\psi_{1i} = \frac{H_n}{(u_{1i})^2/2g} \quad (2.33)$$

Si sustituimos nuevamente u_{1i} y le proporcionamos un valor a $\psi_{1i} = 1.72$ en la anterior ecuación obtenemos la siguiente ecuación.

$$\rho_{1i} = \frac{60}{2\pi \times n} \left(\frac{2 \times g \times H_n}{1.72} \right)^{1/2} \quad (2.34)$$

2.7.2.3. Trazado de las aristas de entrada y salida

Determinados ya los puntos 1i y 2e es posible trazar la forma completa de las aristas de entrada 1y y de salida 2. Los puntos 2i y 1e son arbitrarios ya que estos pueden deslizarse a lo largo de las curva exterior e inferior lo cual acortaría o alargaría el álabe.

Es necesario ser cuidadoso con la elección de dichos puntos ya que al acortar demasiado el álabe pueden producirse sobrepresiones en el extradós e intradós provocando la aparición de la cavitación en caudales reducidos, lo cual tiende a erosionar los alabes del rodete.

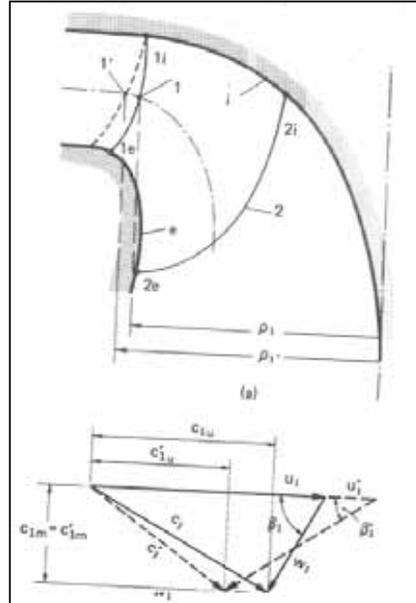
Es posible modificar los ángulos de entrada (β_1) y de salida (β_2) del rodete hasta alcanzar los ángulos más favorables que den como resultado una mejor eficiencia como se muestra en las figuras (2.11) y (2.12); la relación $u_1 C_{u1}$ y $u_2 C_{u2}$ se tiene que mantener constante en toda la arista de entrada y salida.



Los ángulos pueden ser calculados mediante las siguientes ecuaciones.

$$\tan\beta_1 = \frac{C_{1m}}{u_1 - C_{1u}} \quad (2.35)$$

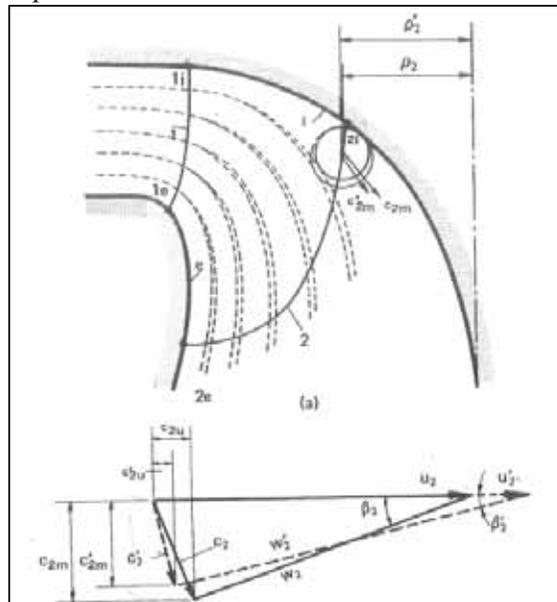
Figura 11 Influencia de la posición de la arista de entrada sobre el triángulo de velocidades



Fuente: (Bovet, 1961)

$$\tan\beta_2 = \frac{C_{2m}}{u_2 - C_{2u}} \quad (2.36)$$

Figura 12 Influencia de la posición de la arista de salida sobre el triángulo de velocidades



Fuente: (Bovet, 1961)

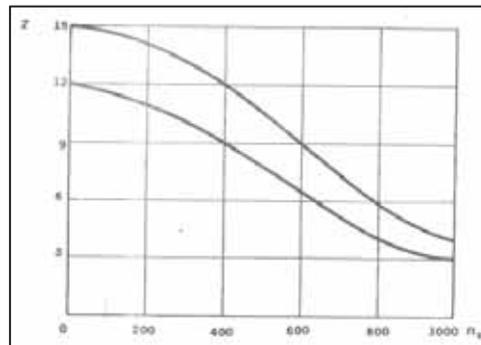


Al desplazarse la arista de salida hacia adentro de manera que disminuya la longitud del alabe y la sección de fijación del mismo al cubo, dicha sección estará sujeta a esfuerzos más elevados, lo que obligaría a aumentar el espesor de los alabes para evitar dicho problema.

2.7.3. Determinación de números de álabes

El número óptimo de alabes del rodete se puede estimar a partir de la figura 13 en función del N_s , se tiene que escoger un número de alabes dentro de las curvas según el tamaño del rodete.

Figura 13 Estimación del número de álabes de una TF en función de N_s



Fuente: (Mataix, 1975)

También se puede determinar el número de alabes y los espesores de entrada y de salida con las ecuaciones de F. Siervo y F. Leva. (Morales R., 2000, pág. 128)

$$Z = 14.054 - 0.011(N_s) \quad (2.37)$$

$$e_{\max} = \frac{0.015 R_{mi} H_n}{Z} + 0.002 \quad (2.38)$$

$$e_{\text{entrada}} = \frac{e_{\max}}{3} \quad (2.39)$$

$$e_{\text{salida}} = \frac{e_{\max}}{6} \quad (2.40)$$

2.7.4. Diseño de la caja espiral por el método clásico

El diseño de la caja espiral de las turbinas Francis está basado en la deducción de la ecuación de la voluta de una bomba, donde el fluido que sale del rodete entra en esta, en la cual no hay álabes que puedan modificar su circulación. (Mataix, 1975, pág. 609)



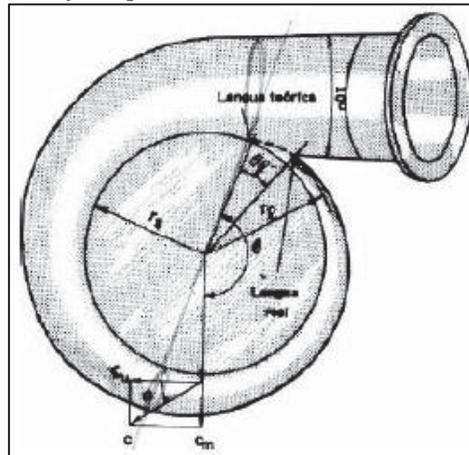
$$C = r_1 C_{u1} = \frac{30g\eta H_n}{\pi n} \tag{2.41}$$

$$C_{u1} = k_{cu1} \sqrt{2gH_n} \tag{2.42}$$

Se supone que el fluido que sale del rodete se difunde por igual en toda su periferia, en cualquier sección meridional de la voluta; por ello el caudal se determina por la ecuación.

$$Q_\theta = \frac{\theta}{360} Q \tag{2.43}$$

Figura 14 Caja espiral de una bomba rotodinámica



Fuente: (Mataix, 1975)

2.7.4.1. Deducción de la ecuación general

A partir de la sección diferencial transversal de la figura, el flujo interno es:

$$dQ_\theta = dAC_u = bdrC_u \tag{2.44}$$

Donde la velocidad absoluta se puede expresar como:

$$C_u = \frac{C}{r} \tag{2.45}$$

Al sustituir la ecuación (2.44) en la ecuación (2.45) se obtiene:

$$dQ_\theta = bdr \frac{C}{r} \tag{2.46}$$

Finalmente sustituyendo la ecuación (2.43) e integrando en la ecuación (2.46) se obtiene:

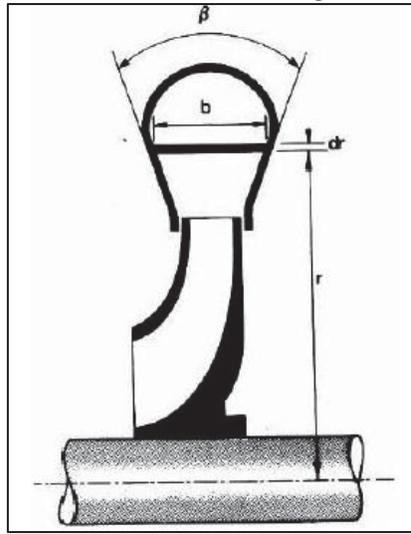
$$Q_\theta = \frac{\theta}{360} Q = \int_{r_2}^{r_\theta} dQ_\theta = C \int_{r_2}^{r_\theta} \frac{b}{r} dr$$



$$\theta = \frac{360}{Q} C \int_{r_2}^{r_\theta} \frac{b}{r} dr \quad (2.47)$$

La expresión de la ecuación (2.47) es la ecuación general de la voluta, donde r_θ es el radio exterior de una sección situada a θ° de la lengua teórica. (Mataix, 1975)

Figura 15 Deducción de la ecuación general de la voluta



Fuente: (Mataix, 1975)

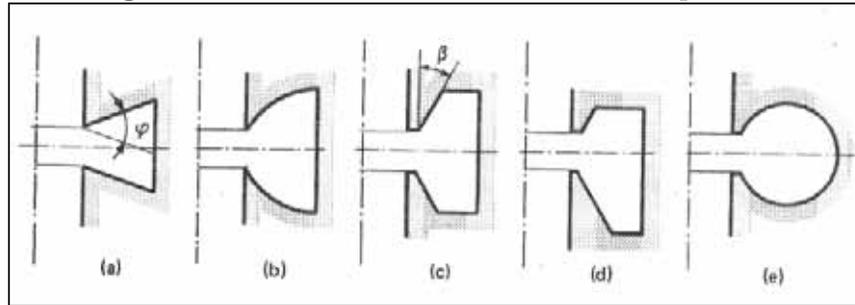
2.7.4.2. Formas de Cámara Espiral

En la figura 16 se muestran cinco secciones de caja espiral empleadas en las turbinas hidráulicas, donde las más empleadas son las formas c, d y e.

La forma constituida por un trapecio de ángulo φ muy pequeño es la más favorable. Sin embargo, el ancho de dicha caja espiral sería excesivamente grande al ser la altura muy pequeña. La forma b, de sección hiperbólica eliminaría este inconveniente. La forma c simétrica y d asimétrica, constituidas por un rectángulo y un trapecio, por cuya base se unen al pre distribuidor, son usadas normalmente en cajas espirales de hormigón, el perfil e de sección circular es el más utilizado en las turbinas Francis, generalmente se construyen de metal.



Figura 16 Secciones diversas de la cámara espiral

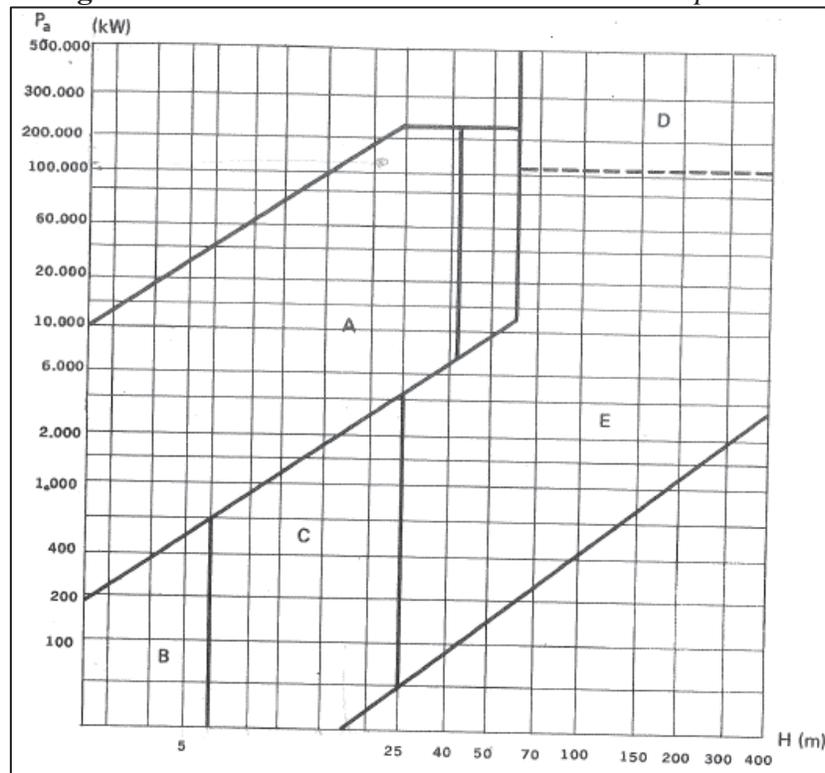


Fuente: (Mataix, 1975)

2.7.4.3. Selección del material de la caja espiral

El material de la caja espiral depende de la potencia de la turbina y de la altura neta. En general para alturas menores a 40-50 m, se emplean hormigón de sección axial y para alturas mayores a 40-50 m, se emplean cámaras metálicas de sección circular, como también se pueden utilizar cajas mixtas, metálicas y embebidas en hormigón como receptor de los esfuerzos.

Figura 17 Selección del material de la Cámara Espiral



Fuente: (Mataix, 1975)



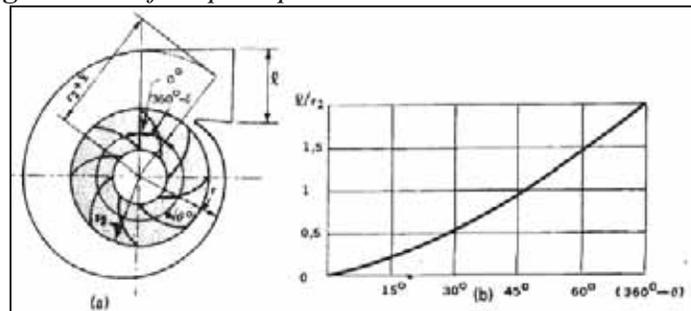
- ♣ A: cámara de hormigón.
- ♣ B: cámaras abiertas.
- ♣ C: cámaras de forro metálico.
- ♣ D: cámaras metálicas con transmisión de esfuerzo parcial al hormigón
- ♣ E: cámaras metálicas.

2.7.4.4. Límites de la caja espiral

Las cajas espirales pueden ser totales si $\theta_{\text{mas}} > 320^\circ$, parciales si $\theta_{\text{mas}} < 320^\circ$; Las totales son más favorables por que producen un flujo mejor distribuido en la periferia de la entrada del distribuidor. En los saltos de pequeña y mediana altura se utilizan comúnmente cámaras espirales totales, es decir $320^\circ < \theta_{\text{mas}} < 340^\circ$. (Mataix, 1975)

Por consideraciones técnicas para impedir problemas relacionados al flujo, tales como la turbulencia y ruidos, y permitir una admisión uniforme en el predistribuidor, según la figura la caja no podrá tener en el comienzo de la lengua un radio igual al del rodete ($r = r_1$ y $\theta = 0$). Para evitar esto se elige un radio para la sección de la cámara del 5 al 10% mayor que r_1 .

Figura 18 Caja espiral para un valor de l/r determinado



Fuente: Turbomáquinas Hidráulicas (Mataix, 1975)

2.7.5. Diseño de la caja espiral por el método de F. Siervo y F. Leva.

Este método de dimensionamiento de turbinas se efectuó recopilando información entre los años 1960-1975 de turbinas Francis instaladas alrededor de todo el mundo, haciendo énfasis en las



turbinas de grandes centrales hidráulicas debido al incremento de la demanda en la generación de potencia.

El método se elaboró mediante la obtención de información sobre las principales partes de las turbinas instaladas en ese periodo, se realizó una regresión de mínimos cuadrados relacionando una dimensión de la turbina con el diámetro de descarga del rodete y el número específico de revoluciones. (Siervo & Leva, 1976)

Se debe encontrar el valor del coeficiente de velocidad periférica a partir del N_s .

$$K_u = 0.31 + 2.5(10^{-3})N_s \quad (2.48)$$

Luego se encuentra el diámetro de salida del rodete, sustituyendo el coeficiente de velocidad periférica, la altura y la velocidad de sincronismo.

$$D_{2e} = (84.5)(K_u)\left(\frac{\sqrt{H_n}}{n}\right) \quad (2.49)$$

Para encontrar las dimensiones del método propuesto por Siervo y Leva, se utilizara la figura, donde se muestran las cotas de la caja espiral a partir de las ecuaciones.

$$A = D_{2e} \left(1.2 - \frac{19.56}{N_s}\right) \quad (2.50)$$

$$B = D_{2e} \left(1.1 + \frac{54.8}{N_s}\right) \quad (2.51)$$

$$C = D_{2e} \left(1.32 + \frac{49.25}{N_s}\right) \quad (2.52)$$

$$D = D_{2e} \left(1.5 + \frac{48.8}{N_s}\right) \quad (2.53)$$

$$E = D_{2e} \left(0.98 + \frac{63.6}{N_s}\right) \quad (2.54)$$

$$F = D_{2e} \left(1 + \frac{131.4}{N_s}\right) \quad (2.55)$$

$$G = D_{2e} \left(0.89 + \frac{96.5}{N_s}\right) \quad (2.56)$$



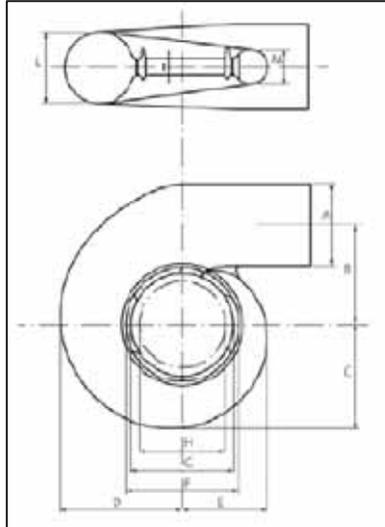
$$H = D_{2e} \left(0.79 + \frac{81.75}{N_s} \right) \quad (2.57)$$

$$I = D_{2e} (0.1 + 6.5(10^{-4})N_s) \quad (2.58)$$

$$L = D_{2e} (0.88 + 4.9(10^{-4})N_s) \quad (2.59)$$

$$M = D_{2e} (0.6 + 1.5(10^{-5})N_s) \quad (2.60)$$

Figura 19 Medidas principales de la caja espiral según Siervo y Leva



Fuente: (Morales R., 2000)

2.7.6. Diseño de la Cámara Espiral por el método de Pedro Fernández Díez

Este método de dimensionamiento supone una sección circular, aunque también puede ser rectangular; su forma es tal que la velocidad media tiene que ser la misma en cualquier punto del caracol, evitándose así las pérdidas ocasionadas por los cambios bruscos de velocidad.

A su vez, el agua no debe penetrar en la cámara espiral con una velocidad demasiado grande, ya que las pérdidas podrían ser excesivas. (Fernandez Díez, 2010)

- ♣ Para cámaras espirales metálicas

$$C_e = 0.18 + 0.28\sqrt{2gH_n} \quad (2.61)$$

- ♣ Para cámaras de hormigón

$$C_e \leq 0.13\sqrt{2gH_n} \quad (2.62)$$

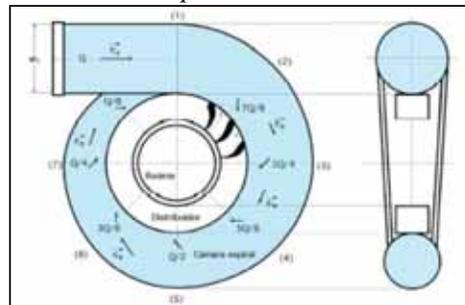


Si la cámara se divide en 8 secciones como se muestran en la figura (19), cada una 45° y el caudal entrante es Q , las secciones se determinan con las siguientes ecuaciones.

$$d_1 = 1.128 \sqrt{\frac{Q}{C_e}} ; \quad d_2 = d_1 \sqrt{\frac{7}{8}} ; \quad d_3 = d_1 \sqrt{\frac{6}{8}} ; \quad d_4 = d_1 \sqrt{\frac{5}{8}} ; \quad d_5 = d_1 \sqrt{\frac{4}{8}} ; \quad d_6 = d_1 \sqrt{\frac{3}{8}}$$
$$d_7 = d_1 \sqrt{\frac{2}{8}} ; \quad d_8 = d_1 \sqrt{\frac{1}{8}}$$

Estos son los diámetros que normalmente se suelen aumentar en la práctica para evitar el rozamiento y la obstrucción de las álabes directrices, cuya misión es la de servir de guía al agua antes de penetrar en el distribuidor.

Figura 20 Cámara espiral de una turbina Francis



Fuente: (Fernandez Diez, 2010)

2.7.6.1. Espesor de pared de la Cámara Espiral

Para este cálculo, primero se debe tomar en cuenta la sobre presión que ejercería un golpe de ariete sobre las paredes de la cámara (ya que esta será la mayor presión soportada). Se considerará que la presión máxima en la tubería no excederá el doble de la presión normal de trabajo (columna de agua en metros, es decir, la carga bruta).

La estimación de la sobrepresión, que será igual a:

$$P_{\max} = H_b(200\%) \quad (2.63)$$

El espesor de la pared se obtiene resolviendo la fórmula siguiente: (Gieck, 2007)



$$s = \frac{P_{\max} \times d_1 \times f \cdot s}{0.3 \sigma_{tperm}} \tag{2.64}$$

2.7.7. Diseño del distribuidor.

Los parámetros principales para el diseño de un distribuidor Fink son los siguientes:

- ♣ Ancho de los álabes “b_o”
- ♣ Ángulo de salida de los álabes directrices “α_o”
- ♣ Diámetro de los pivotes de los álabes “d_g”
- ♣ Característica geométrica y cuerda del perfil del álabe directriz
- ♣ Solidez “L/t”

$$t_d = \frac{\pi d_g}{Z_d} \tag{2.65}$$

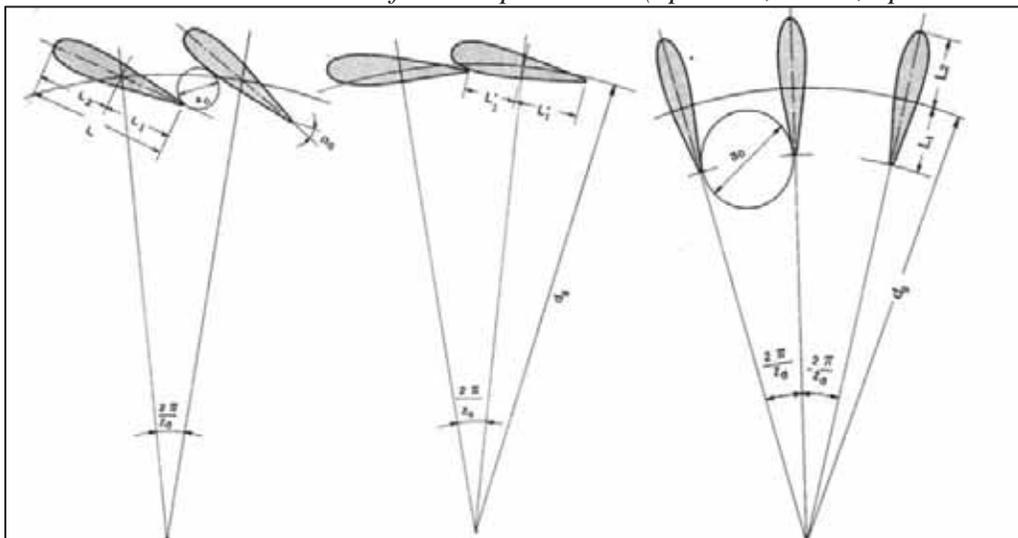
$$\varepsilon = \frac{L'_1 - L'_2}{2(L'_1 + L'_2)} \tag{2.66}$$

- ♣ Parámetro de Apertura

$$\bar{a}_o = \frac{a_o Z_d}{\pi d_1} \tag{2.67}$$

$$\bar{a}_{o\max} = \frac{\pi d_1}{Z_d} = \frac{\pi(d_g - 2L_1)}{Z_d} \tag{2.68}$$

Figura 21 Alabes del distribuidor en diferentes posiciones (apertura, cierre, apertura máxima)





Fuente: (Mataix, 1975)

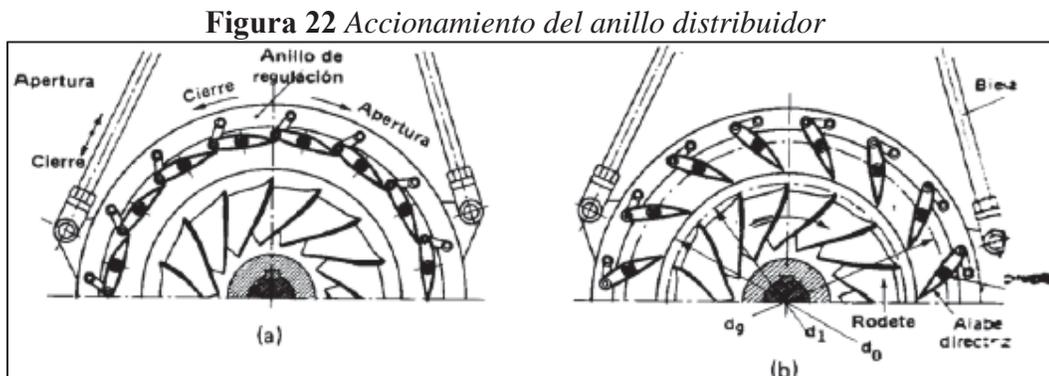
2.7.7.1. Regulación del caudal

El caudal proveniente puede ser regulado por tres parámetros diferentes, como se muestra en la ecuación propuesta por (Mataix, 1975).

$$Q = \frac{r_2^2 w + \frac{\eta_h g H}{w}}{\frac{1}{2\pi b_o} \cot \alpha_o + \frac{r_2}{A_2} \cot \beta_2} \quad (2.69)$$

- ♣ Variando el ángulo α_o
- ♣ Variando la altura b_o
- ♣ Variando el ángulo de salida de los alabes de rodete β_2

La variación de caudal empleada es la variación del α_o debido a que el b_o y β_2 son fijos, no se pueden modificar una vez construido el rodete, en cambio el ángulo de los alabes directrices pueden modificarse con mecanismos de anillos internos y externos como se muestra en la figura 22.



Fuente (Fernandez Diez, 2010)

2.7.7.2. Numero de álabes del distribuidor

En semejanza geométrica del distribuidor no se suele extender el número de alabes directrices, porque resulta ventajoso aumentar el número de alabes a medida que aumenta el tamaño de la



turbina. De esta manera la cuerda de los perfiles es menor, ya que esta viene determinada por la relación de un solape mínimo entre los alabes en la posición de cierre, para que este sea lo más estanco posible, y de esta manera al aumentar su número, los alabes pueden ser más cortos. El número de álabes se puede determinar con la siguiente ecuación. (Mataix, 1975)

$$Z_d = \frac{1}{4} \sqrt{d_p} + 4 \text{ a } 6 \quad (2.70)$$

El valor de Z_d no debe ser igual ni múltiplo del número de álabes del rodete para evitar la transmisión de vibraciones a dicho rodete y a la tubería forzada.

2.7.7.3. Orientación de los alabes del distribuidor

Para establecer la orientación de los álabes se determinan el coeficiente de velocidad meridional a la salida del distribuidor.

$$K_{cm} = \frac{Q}{\pi d_p b_o \sqrt{2gH_n}} \quad (2.71)$$

Al salir del distribuidor y disponerse a entrar al rodete, el flujo se encuentra con una obstrucción por lo que se calcula dicho coeficiente de obstrucción.

2.7.8. Diseño del tubo de aspiración.

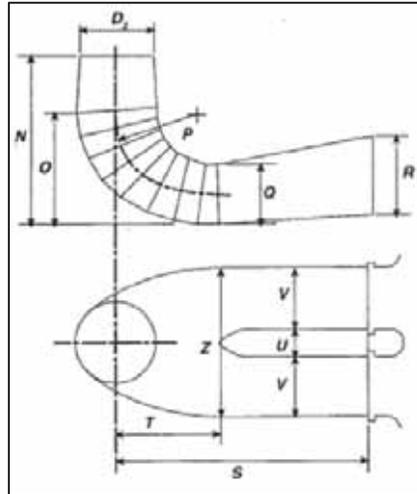
El tubo de aspiración o tubo difusor es el elemento más importante respecto a lo eficiente que puede resultar nuestra turbina, esto debido a que es la encargada de recuperar la altura comprendida entre la salida del rodete y el nivel de descarga lo cual conlleva a la mayor captación de la energía cinética a la salida del rodete, siendo esta de gran valor cuando mayor es el valor del número específico de revoluciones.

En las turbinas de grandes números específicos, el difusor incrementa su longitud y su desarrollo geométrico es en forma de codo donde su sección varía progresivamente de la forma circular a una rectangular.



Para el dimensionamiento de esta parte de la turbina es necesario conocer únicamente el diámetro de salida del rotor para aplicarlo en la experiencia de (Siervo & Leva, 1976).

Figura 23 Dimensiones Tubo difusor



Fuente: (Morales R., 2000) (Muñoz & Santos , 2014)

$$N = D_{2e} \left(1.54 + \frac{203.5}{N_s} \right) \quad (2.72)$$

$$O = D_{2e} \left(0.83 + \frac{140.7}{N_s} \right) \quad (2.73)$$

$$P = D_{2e} (1.37 - 5.6(10^{-4})N_s) \quad (2.74)$$

$$Q = D_{2e} \left(0.58 + \frac{22.6}{N_s} \right) \quad (2.75)$$

$$R = D_{2e} \left(1.6 + \frac{1.3 \times 10^{-3}}{N_s} \right) \quad (2.76)$$

$$S = \frac{D_{2e} \times N_s}{-9.28 + 0.25N_s} \quad (2.77)$$

$$T = D_{2e} (1.5 - 1.9(10^{-4})N_s) \quad (2.78)$$

$$U = D_{2e} (0.51 - 7(10^{-4})N_s) \quad (2.79)$$

$$V = D_{2e} \left(1.1 + \frac{53.7}{N_s} \right) = 171.163 \quad (2.80)$$

$$Z = D_{2e} \left(2.63 + \frac{33.8}{N_s} \right) = 355.062 \quad (2.81)$$



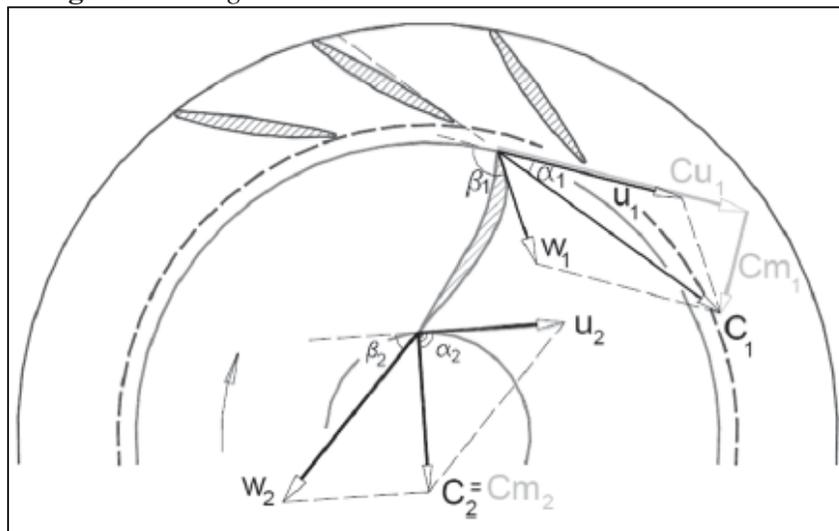
2.8. Semejanza Cinemática del modelo de Turbina Francis

2.8.1. Triángulo de velocidades en el rotor

El movimiento de una partícula de fluido al atravesar el rodete de una turbomáquina como se observa en la figura (24), puede referirse a un observador situado fuera de la máquina o a otro que se traslade en el propio rodete, es decir, para estudiar el movimiento del agua en las turbinas hidráulicas, se utiliza una nomenclatura universal que define los triángulos de velocidades, a la entrada y salida del rodete de la forma siguiente: (Muñoz & Santos , 2014)

- ♣ u es la velocidad tangencial o periférica del rodete.
- ♣ c es la velocidad absoluta del agua.
- ♣ w es la velocidad relativa del agua.
- ♣ α es el ángulo que forma la velocidad u con la velocidad c .
- ♣ β es el ángulo que forma la velocidad u con la velocidad w .
- ♣ El subíndice 1 es el referente a la entrada del agua en el rodete.
- ♣ El subíndice 2 es el referente a la salida del agua del rodete.

Figura 24 Diagrama de velocidades de una Turbina Francis



Fuente: Apuntes de Maquinas Hidráulicas (Almandoz, 2007).



En el caso de las turbinas de reacción se disponen distribuidores en la periferia de la entrada del rodete, que tienen como objetivo guiar el flujo de agua hacia los álabes. El agua llega con una dirección dada por los distribuidores a los álabes, de ésta manera se conoce la velocidad absoluta y la velocidad tangencial a la entrada del rodete se puede saber la velocidad relativa a la entrada del rodete, en módulo dirección y sentido. Trabajando la turbina en su punto de máximo rendimiento, esta velocidad relativa ha de ser tangente a los álabes del rodete en su entrada con el fin de que no se produzcan choques, ya que estos originarían pérdidas. El fluido después de entrar en el rodete sigue una trayectoria paralela a sus álabes saliendo con una velocidad relativa tangente a ellos. (Almandoz Berrondo, Mongelos Orquiñena, & Pellejero Salaberria , 2007).

2.8.2. Analisis cinematico del alabe de rotor del modelo

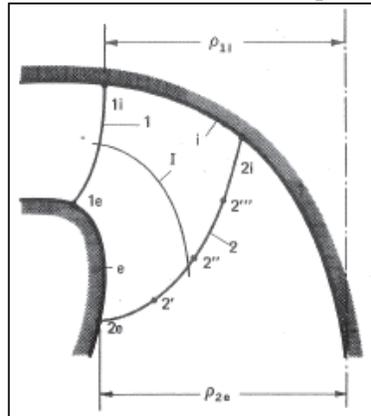
El desarrollo cinematico de un alabe de turbina francis va depender en gran medida del tipo de rodete a emplear, pudiendo ser desde un rodete lento hasta un rodete extra rapido, esta clasificacion se puede hacer según el numero especifico de revoluciones n_s o del numero adimensional de revoluciones n_0 . (ver páginas 5-6). Esta ultima elección nos va permitir establecer las correctas líneas meridianas equipotenciales que junto a las líneas o curvas internas y externas ya desarrolladas de Bovet constituye nuestro perfil Hidraulico.

Las líneas meridianas equipotenciales como se vera mas adelante son líneas trazadas ortogonalmente a las líneas de corriente, estas seran definidas como las aristas de entrada y de salida.

La teoria unidimensional nos permite desarrollar las velocidades relativas a lo largo de toda un hilo de corriente o una línea de corriente, todos con sus respectivos angulos β , y por lo tanto conocer el comportamiento cinematico (triangulo de velocidades parciales) a lo largo de una red de corriente línea "T", (Ver figura 25) (Bovet, 1961).



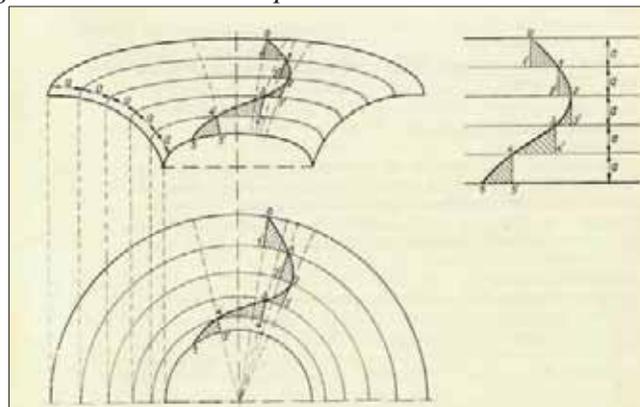
Figura 25 Línea de corriente en el plano meridional



Fuente: (Bovet, 1961)

Lo complicado de desarrollar una turbina francis es que estos presentan alabes curvados en el espacio, diagonales o semiaxiales, y a diferencia de una turbina puramente radial por ejemplo, un hilo de corriente ya no representa el comportamiento general del fluido en su transcurso por el alabe, lo que quiere decir que si trazamos líneas equipotenciales ortogonales (Ver figura 26), encontraremos líneas de corriente con dirección de la corriente alabeada o con curvatura y muchos puntos donde la velocidad periférica sea distinta una tras otra, lo que nos indica que el desarrollo de los triángulos de velocidades y ángulos serán diferentes. (Nechleva , 1957)

Figura 26 Desarrollo espacial de la línea de corriente



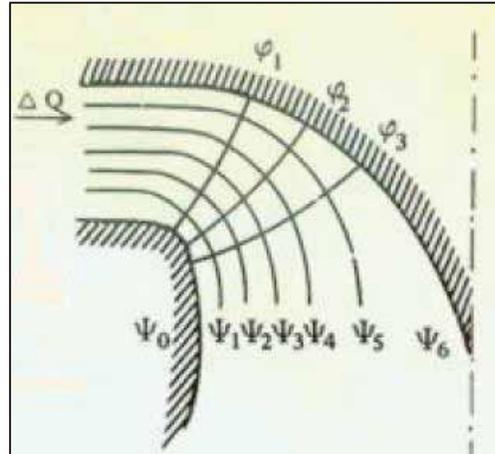
Fuente: (Nechleva , 1957)

En general, si se desea obtener el análisis cinemático para su posterior estudio de semejanza, lo primero que debemos realizar es separar en “n” secciones parciales nuestro perfil hidráulico, luego



encontrar las velocidades relativas en cada conducto parcial con sus respectivos angulos y representarlo geometricamente (ver figura 27).

Figura 27 Desarrollo líneas de corriente



Fuente: (Bovet, 1961)

2.8.2.1. Trazado de la red de corriente

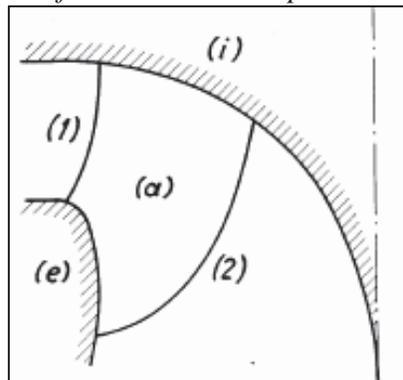
Como ya se calculo anteriormente el trazado del perfil hidraulico según el metodo de bovet, se determino el perfil interno o de ingreso, asi como el externo o de salida, ambas curvas se desarrollaron previa a una ecuacion que relacionaba los valores adimensionales y reales de las medidas del perfil hidraulico (Ver figura 10).

Como ya se tiene ese desarrollo previo, se procede a dividir nuestro perfil hidraulico limitado en 6 partes iguales, Mataix llama a estas flujos de corriente como turbinas parciales, asi que lo mencionaremos usando dicha denominacion y enumerandolos de la forma (I, II, III, IV, V, VI, VII). Al hacer este desarrollo formaremos las 6 turbinas parciales formadas por las lineas de corriente y las lineas internas y externas debido a que el alabe presenta una curvatura diferente en cada seccion parcial, recordando que el alabe de una turbina Francis tiene un ingreso radial y una salida axial del flujo.



También se deben trazar curvas que sean perpendiculares a las líneas de corriente, estas las llamaremos tal como está estipulado en el libro de Mataix como líneas equipotenciales ortogonales, estas tienen otra denominación arbitraria y son así porque estamos suponiendo que el agua tendrá un comportamiento ideal (fluido incompresible) y su movimiento es irrotacional en todo instante (Mataix, 1975).

Figura 28 Perfil de alabe en un plano meridional



Fuente: (Bovet, 1961)

Para determinar estas líneas equipotenciales, tenemos que seleccionar un tipo de perfil ya establecido por Bovet, el cual lo desarrolla según el n_0 y tiene que estar dentro del rango $0.1 \leq n_0 \leq 0.8$.

La figura 8 muestra las variaciones de los diferentes perfiles hidráulicos según Th. Bovet. El número de líneas de corriente es una decisión a priori del diseñador, la precisión del trazado de las líneas de corriente dependerá del número de líneas escogidas dentro del perfil, (Bovet, 1961) recomienda que se debe obtener un número par de turbinas parciales, con la finalidad de usar la línea media como representativo en cálculos posteriores.

Para determinar la correcta posición dentro de la geometría del perfil hidráulico de las líneas de corriente se puede utilizar un método numérico, que sería lo más conveniente y lo más acertado y también más tedioso de desarrollar debido al uso de un software o programa sofisticado, también



se puede desarrollar de un modo iterativo que conlleva a hacer trazos equipotenciales u ortogonales a las líneas de corriente y que deben cumplir ciertas condiciones, a ese metodo tambien se le conoce como el metodo de modificar cuadrilateros de manera iterativa o metodo de las aproximaciones sucesivas, la cual se explicara en el siguiente item. (Nechleva , 1957)

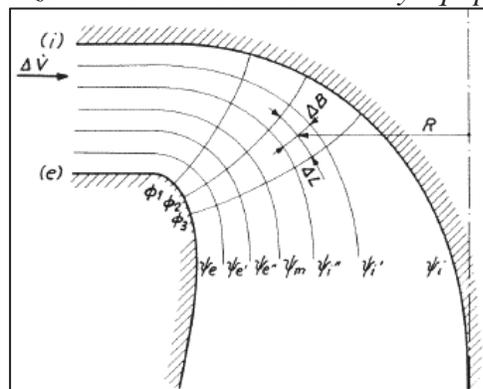
2.8.2.2. Cálculo de las líneas de corriente y las líneas equipotenciales.

Como se muestra en la figura 29, se divide el perfil del alabe de la turbina en 6 canales de flujo (turbinas parciales) con su determinada designacion, tambien se trazan las líneas de corriente medias que son las líneas meridianas de corriente de modo que cada dos líneas de corriente consecutiva circulara un mismo caudal ($Q/6$) y entre dos líneas equipotenciales consecutivas el diferencial de potencial de rapidez del flujo sea constante como se establece en la relacion siguiente ecuación (2.82) (Mataix, 1975).

Las líneas de corriente se hallan mediante el metodo de las aproximaciones sucesivas hasta conseguir que trazadas con cierta estimacion junto con las líneas equipotenciales en todos los rectangulos curvilíneos formados consecuentemente cumplan la siguiente relación.

$$\frac{\Delta b \cdot R}{\Delta l} = \text{cte} \quad (2.82)$$

Figura 29 Trazo de las líneas de corriente y equipotenciales



Fuente: (Bovet, 1961)



Tambien se debe dibujar una linea equipotencial en el entre hierro (espacio entre la salida del distribuidor y la entrada del rodete), antes que las lineas de corriente empiezen a curvarse, ese analisis es muy arbitrario pero siempre se debe procurar cumplir con la condicion ya mencionada en la ecuacion (2.72). Despues se sigue con el trazo de las demas lineas equipotenciales y se les corrige mediante las aproximaciones sucesivas hasta obtener la media de valores calculados para luego modificar cada seccion parcial y obtener valores de error minimos. (Bovet, 1961)

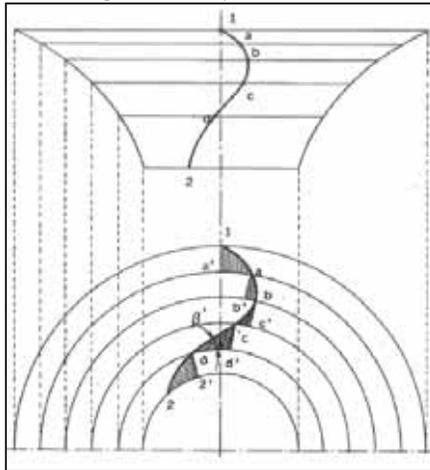
2.8.2.3. Trayectoria espacial de una linea de corriente.

Para tener mas claro el movimiento relativo de un punto perteneciente a la linea de corriente y toda su trayectoria espacial que describe en todo el desarrollo del alabe y teniendo en cuenta como se indico al inicio que una corriente media del alabe puede describir curvaturas diagonales espaciales desde la entrada del rodete hasta su salida, (Ver figura 24), (Mataix, 1975) nos muestra las diferentes proyecciones de lo ya mencionado.

En la primera imagen se observa una seccion meridional en un plano alzado, y lo importante de esto es que se aprecia las meridianas sin deformacion alguna, luego en la siguiente imagen esta una seccion transversal en un plano de planta, donde es posible darse cuenta de los catetos o los segmentos de radios (1-a, a-b, b-c, c-d, d-2).



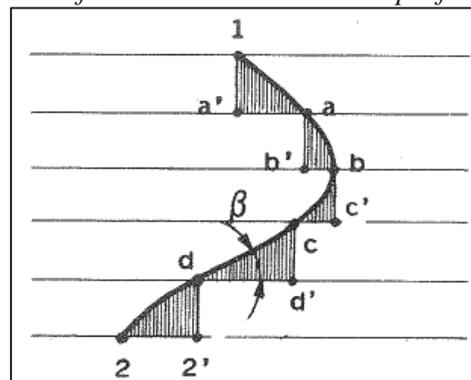
Figura 30 *Proyección longitudinal y transversal del perfil de alabe.*



Fuente: (Mataix, 1975)

Dichos catetos nos facilitan la medición de los ángulos beta y determinar las hipotenusas que conformaran las líneas de corriente desde la arista de entrada, hasta la arista de salida. La imagen siguiente muestra la representación de la línea de corriente donde sera posible medir sus ángulos en cada sección parcial respectiva.

Figura 31 *Transformación cilíndrica del perfil de alabe.*



Fuente: (Mataix, 1975)

2.8.2.4. Transmisión de energía en el rodete.

2.8.2.4.1. *Coefficiente de velocidades adimensionales en cada punto del espacio ocupado por el rodete.*

Una vez determinado las turbinas parciales se procedera a determinar los coeficientes de velocidades respectivos en cada sección parcial con su respectivo triangulo representativo de



velocidades, esto con el fin de determinar como desarrolla o se transforma la velocidad a lo largo de la superficie espacial del alabe, y tomando estos valores como referencia a la hora de los analizar el estudio de la semejanza cinematica.

Para interpretar todo lo mencionado se desarrolla la teoria de la cesion gradual de la energia a lo largo del rodete, esta teoria ha sido estudiada y desarrollada por (Bovet, 1961), quien usando la ecuacion de euler como principio fundamental de la transferencia de energia demuestra o relaciona dichos coeficientes de velocidad.

Como se menciona la energia util a causa de un salto o altura hidraulica es aprovechada por la turbina y esta expresada a traves de la primera ecuacion de Euler.

$$gH_u = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} \quad (2.83)$$

Dividimos la ecuacion entre $2gH$ y tomando en cuenta la teoria de los coeficientes de velocidad y el rendimiento hidraulico tenemos el siguiente desarrollo.

$$\begin{aligned} \frac{gH_t}{2gH_u} &= \frac{u_1 c_{u1}}{2gH_u} - \frac{u_2 c_{u2}}{2gH_u} \\ \frac{H_u}{2H_u} &= \frac{u_1}{\sqrt{2gH_u}} \cdot \frac{c_{u1}}{\sqrt{2gH_u}} - \frac{u_2}{\sqrt{2gH_u}} \cdot \frac{c_{u2}}{\sqrt{2gH_u}} \\ \frac{\eta_H}{2} &= K_{u1} \cdot K_{cu1} - K_{u2} \cdot K_{cu2} \end{aligned} \quad (2.84)$$

(Mataix, 1975) explica que teoricamente la energia en todas las lineas meridionales de corriente deben ser igual y por lo tanto en la arista de entrada tendremos:

$$K_{u1} \cdot K_{cu1} = \text{cte} \quad (2.85)$$

Tambien indica que la energia a la salida del rodete despues de la transferencia energetica es menor pero tambien debera ser igual en todos los puntos de la linea equipotencial de salida por lo que tambien debe cumplirse:

$$K_{u2} \cdot K_{cu2} = \text{cte} \quad (2.86)$$



Las ecuaciones nos permitirán determinar los triángulos de velocidad a la entrada, salida y en los diferentes turbinas parciales, así como los respectivos ángulos de desarrollo a lo largo del trayecto de transcurso.

2.8.2.4.2. *Trazado de la forma del alabe.*

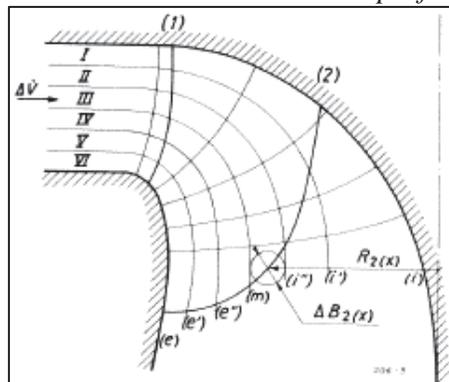
Una vez impuesta la cesión gradual energética, se procede a calcular los diferentes ángulos de desarrollo de la superficie espacial del alabe en los puntos ya mencionados anteriormente (turbinas parciales), estos ángulos los denominamos ángulos de entrada y salida α y β que también están presentes en la determinación de los triángulos de velocidades parciales del alabe y para este análisis los denominaremos ángulos de los alabes.

Para determinar dichos ángulos primero se analiza los ángulos β con lo cual el otro ángulo será únicamente de consecuencia a partir del trazado del triángulo respectivo, para su cálculo se usa la teoría descrita por (Bovet, 1961) la cual es de forma numérica y su desarrollo es el siguiente.

Se calcula la velocidad meridiana una vez trazada las líneas de corriente en cada sección parcial donde interviene la cesión gradual de la energía.

$$c_m = \frac{\Delta \dot{V}}{2\pi R_x \Delta b_x} \quad (2.87)$$

Figura 32 Red de corriente inscrita en el perfil hidráulico



Fuente: (Bovet, 1961)

♣ $\Delta \dot{V} = \Delta Q = Q/n$ es el caudal que pasa por cada turbina parcial predeterminada.



- ♣ R_x representa el radio hasta el centro de las secciones parciales (cuadrilateros).
- ♣ Δb_x es el ancho de los cuadrilateros de la seccion parcial respectiva.

Entonces el calculo del coeficiente de velocidad meridional K_{cm} en cada punto del espacio ocupado por el rodete es:

$$K_{cm} = \frac{c_m}{\sqrt{2gH_n}} \quad (2.88)$$

Del mismo modo se determina el valor de K_{cu} (coeficiente adimensional tangencial) a partir de la velocidad de rotacion tangencial u .

$$u = \frac{\pi R_x N}{30} \quad (2.89)$$

Y de la misma forma:

$$K_u = \frac{u}{\sqrt{2gH_n}} \quad (2.90)$$

El otro valor adimensional a calcular seria el K_{cu} , el cual lo vamos a determinar de forma númerica a través del análisis del angulo de perfil a lo largo del borde de salida y nos limitaremos unicamente a esta componente periferica de salida del rodete y a partir de esto determinaremos los angulos de salida de las otras turbinas parciales.

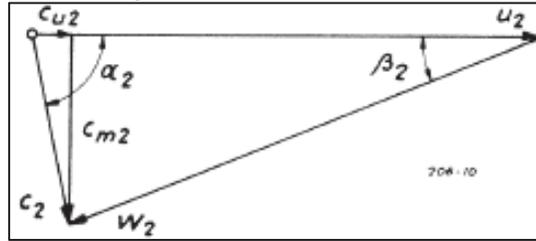
(Bovet, 1961) establece una teoría en donde establece una similaridad de condiciones de funcionamiento tanto a la salida del distribuidor y la entrada de la rueda debido a que no existe intercambio de energia entre esos dos puntos, algunos autores condicionan este mencionado con la friccion que existe en el transcurso del fluido, pero para nuestro analisis obviaremos este fenomeno, por lo que la ecuacion (2.74) puede ser expresado de la siguiente forma:

$$\eta_H = 2(K_{u0} \cdot K_{cu0}) - 2(K_{u2} \cdot K_{cu2}) \quad (2.91)$$

De acuerdo con el triangulo de velocidades en un punto cualquiera en el borde de salida tenemos la siguiente relacion.



Figura 33 Diagrama de velocidades salida alabe



Fuente: (Bovet, 1961)

$$-2K_{u2}K_{cu2} = K_{w2}^2 - K_{u2}^2 - K_{c2}^2 \dots \text{(Relacion trigonometrica)}$$

Introduciendo la ecuacion (2.81).

$$2K_{u0}K_{cu0} + K_{w2}^2 - K_{u2}^2 - K_{c2}^2 = \eta_H \tag{2.92}$$

Para definir la eficiencia hidraulica se toma en cuenta las perdidas en el flujo de agua durante su transcurso sobre el rodete en general y (Nechleva , 1957) lo define como:

$$\eta_H = (H_t - \sum H_z) / H_t$$

Donde H_z representa las perdidas individuales en todo el trayectoria del fluido de agua. En terminos generales la eficiencia hidraulica esta en funcion de las perdidas en la turbina y dichas perdidas son:

- ♣ Perdida causada por la friccion, curvaturas y variaciones de las secciones transversales.

$$H_{z1} = fH_t.$$

- ♣ Perdidas originadas por el factor de descarga del agua en el rodete a la velocidad c_2 y esta

$$\text{tiene relacion con la energia no utilizada. } H_{z2} = c_2^2 / 2g = \alpha H_t$$

- ♣ Perdidas debido a los choques, la separacion del fluido desde la superficie del alabe a la

entrada y de la turbulencia resultante, estas perdidas se relacionan con la direccion del flujo de la velocidad relativa w_0 que no coincide con la direccion de la velocidad w_1 la cual esta

$$\text{determinada por le final de la entrada del alabe. } H_{z3} = w_z^2 / 2g = \xi H_t$$

Entonces la definicion de el rendimiento hidraulico seria:



$$\eta_H = [H_t - (fH_t + \alpha H_t + \xi H_t)]/H_t$$

$$\eta_H = 1 - (c_0^2/2g + c_2^2/2g) - fH_t - \xi H_t \quad (2.93)$$

Introduciendo esta relacion en la ecuacion (2.82) y agregando un indice (x) para representar una determinada red de corriente y una expresion optima se tiene.

$$2K_{u0}K_{cu0(x)} + K_{w2(x)}^2 - K_{u2(x)}^2 - K_{c2(x)}^2$$

$$= 1 - (K_{c0(x)}^2 + K_{c2(x)}^2) - fH_t - \xi H_t \quad (2.94)$$

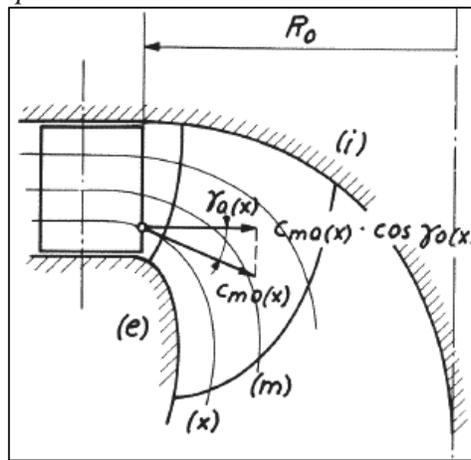
Como se menciona, se considera una velocidad optima a la entrada del rodete $K_{c0(x)} = 0$ y se asume que las condiciones de flujo no siempre son las que se asumen en el diseño, por eso la eficiencia hidraulica en general toma la siguiente relacion.

$$\eta_t = 1 - fH_t - \xi H_t \quad (2.95)$$

Con lo que la ecuacion (2.84) quedaria.

$$\eta_t = 2K_{u0}K_{cu0(x)} + K_{w2(x)}^2 - K_{u2(x)}^2 \quad (2.96)$$

Figura 34 Descomposición de la velocidad a la salida del distribuidor



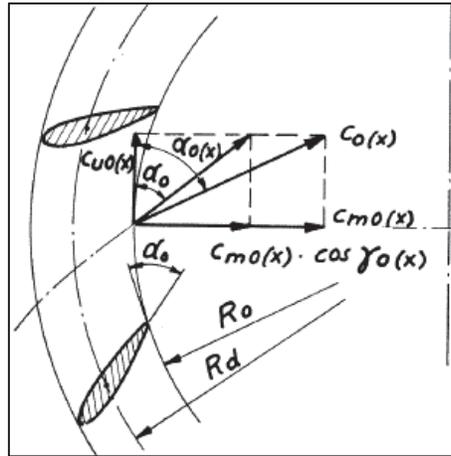
Fuente: (Bovet, 1961)

$$2K_{u0}K_{cu0(x)} = \frac{2R_0N}{\sqrt{2gH_t}} \cdot \frac{K_{cm0(x)} \cdot \cos(\gamma_0(x))}{\tan(\alpha_0)} \quad (2.97)$$

$$\eta_t = \frac{2R_0N}{\sqrt{2gH_t}} \cdot \frac{K_{cm0(x)} \cdot \cos(\gamma_0(x))}{\tan(\alpha_0)} + K_{w2(x)}^2 - K_{u2(x)}^2 \quad (2.98)$$



Figura 35 Descomposición de la velocidad a la salida del distribuidor para un hilo de corriente



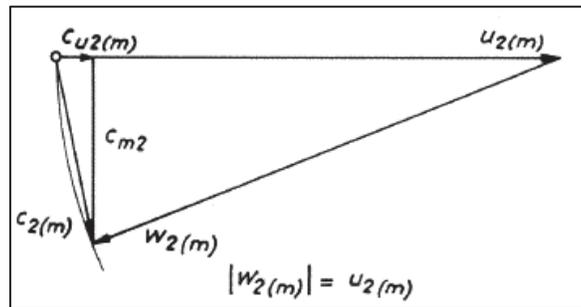
Fuente: (Bovet, 1961)

En un regimen optimo de maxima eficiencia (Bovet, 1961) establece que la velocidad relativa del fluido en una red de corriente media que ingresa del distribuidor es igual en modulo a la velocidad tangencial de salida del alabe del rodete.

$$w_{2(m)}|_0 = u_{2(m)}$$

Aplicando esta consideracion el triangulo de velocidades en un regimen optimo a la salida del rodete en una red de corriente media.

Figura 36 Diagrama de velocidades de la línea de corriente media a la salida del alabe



Fuente: (Bovet, 1961)

$$(K_{w_{2(m)}})^2 = (K_{c_{m2}})^2 + (K_{c_{u2(m)}} - K_{u_{2(m)}})^2 \dots \text{(Relacion trigonometrica)}$$

$$\begin{aligned}
 K_{c_{u2(m)}} &= K_{u_{2(m)}} - \sqrt{(K_{w_{2(m)}})^2 - (K_{c_{m2}})^2} \\
 &= K_{u_{2(m)}} - \sqrt{(K_{u_{2(m)}})^2 - (K_{c_{m2}})^2}
 \end{aligned}
 \tag{2.99}$$



De la ecuacion (2.88)

$$\eta_t = \frac{2R_0 N}{\sqrt{2gH_t}} \cdot \frac{K_{cm0(x)} \cdot \cos(\gamma_{0(x)})}{\tan(\alpha_0)} + K_{w2(x)}^2 - K_{u2(x)}^2 \quad (2.100)$$

Para una red de corriente media (sub indice “m”) tenemos:

$$\tan(\alpha_0) = \frac{(2R_0 N)(K_{cm0(m)} \cdot \cos(\gamma_{0(m)}))}{(\eta_t)\sqrt{2gH_t}} \quad (2.101)$$

Sabiendo el valor de α_0 para un regimen optimo en una red de corriente (x), determinamos la velocidad relativa a la salida de la rueda.

$$\eta_t = \frac{2R_0 N}{\sqrt{2gH_t}} \cdot \frac{K_{cm0(x)} \cdot \cos(\gamma_{0(x)})}{\tan(\alpha_0)} + K_{w2(x)}^2 - K_{u2(x)}^2 \quad (2.102)$$

$$\eta_t = \frac{(\eta_t)K_{cm0(x)} \cdot \cos(\gamma_{0(x)})}{K_{cm0(m)} \cdot \cos(\gamma_{0(m)})} + K_{w2(x)}^2 - K_{u2(x)}^2 \quad (2.103)$$

$$K_{w2(x)} = \sqrt{K_{u2(x)}^2 + \eta_t \left(1 - \frac{K_{cm0(x)} \cdot \cos(\gamma_{0(x)})}{K_{cm0(m)} \cdot \cos(\gamma_{0(m)})} \right)} \quad (2.104)$$

Esta ecuacion es de vital interes por su analisis, (Bovet, 1961) indica que si reemplazamos la linea parcial (x) por la linea media (m) en la ecuacion obtendremos el mismo criterio de analisis planteado anteriormente, donde se estipulo la igualdad de modulos de las velocidades relativas y las perifericas. $w_{2(m)} = u_{2(m)}$.

Entonces al tranformar la ecuacion (2.94) para una red parcial (x) y reemplazando $K_{w2(x)}$ tenemos:

$$K_{cu2(m)} = K_{u2(m)} - \sqrt{(K_{u2(m)}^2) - (K_{cm2})^2} \quad (2.105)$$

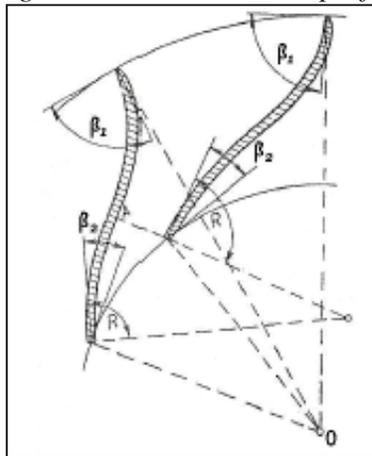
$$K_{cu2(x)} = K_{u2(x)} - \sqrt{(K_{u2(x)}^2) - (K_{cm2})^2 + \eta_t \left(1 - \frac{K_{cm0(x)} \cdot \cos(\gamma_{0(x)})}{K_{cm0(m)} \cdot \cos(\gamma_{0(m)})} \right)} \quad (2.106)$$

Nuevamente se comprueba esta relacion para una red parcial (x), ya que si le reemplazamos con (m) se reestablece la ecuacion (2.94).



Conocido el comportamiento de las velocidades (relativa y tangencial) en la salida del rodete para cualquier línea de corriente (x), analizamos los ángulos que forman estas velocidades en una línea de corriente.

Figura 37 *Ángulos constructivos del perfil de alabe*



Fuente: (Polo Encinas, 1988)

$$\text{sen}(\beta_2) = \frac{K_{cm2}}{K_{w2(x)}} \tag{2.107}$$

De la consideración que se hizo al inicio donde se estipuló que la circulación a la salida del distribuidor era de forma constante, razón por la cual se modificó la ecuación de Euler, tenemos.

$$K_{cu1}K_{u1} = K_{cu0}K_{u0} \tag{2.108}$$

Reemplazando esta expresión en la ecuación (2.87) y estableciendo que es constante para toda línea de corriente parcial (x), se tiene.

$$K_{cu1}K_{u1} = \frac{\eta_t}{2} \cdot \frac{K_{cm0(x)} \cdot \cos(\gamma_{0(x)})}{K_{cm0(m)} \cdot \cos(\gamma_{0(m)})} \tag{2.109}$$

$$K_{cu1} = \frac{\frac{\eta_t}{2} \cdot \frac{K_{cm0(x)} \cdot \cos(\gamma_{0(x)})}{K_{cm0(m)} \cdot \cos(\gamma_{0(m)})}}{K_{u1}} \tag{2.110}$$

En el caso de las turbinas Francis, específicamente de las rápidas, es posible que en la salida del distribuidor para un régimen óptimo, la red de flujo sea constante (flujo de la línea parcial y



flujo de la linea media) de modo que las lineas de corriente Ψ sean paralelas entre si y con las superficies de los extremos. Todo lo anterior se concluye en que el angulo gamma es cero o casi igual a cero para todas las turbinas parciales.

Con lo indicado la ultima expresion quedaria definido como:

$$K_{cu1} = \frac{\eta_t}{2K_{u1}} \quad (2.111)$$

Con lo que podemos indicar que en la arista de entrada la transmision de energia sera de la forma:

$$K_{u1}K_{cu1} = \frac{\eta_t}{2} \quad (2.112)$$

Por lo que consecuentemente a la expresion de la ecuacion de Euler respecto a la cesion gradual energetica, en la arista de salida tendremos:

$$K_{u2}K_{cu2} = 0 \quad (2.113)$$

Teoricamente la cesion de energia solo depende del inicio y el final de la trayectoria del fluido sobre el alabe, por eso siempre se busca obtener rendimientos optimos a partir de la transmision de energia en el rodete a medida que una particula del fluido se desplaza un determinado angulo φ , lo que quiere decir que si la corriente ha progresado un angulo φ/n el rodete transmitira al rodete una energia igual a $\eta_H/2n$.

En este sentido, a continuacion describimos las ecuaciones según la cesion gradual de la energia para un trazado de 5 lineas equipotenciales.

Arista de entrada (Φ_1)

$$\frac{\eta_t}{2} = K_{u1}K_{cu1}$$

Seccion (1-a), "Lineas equipotenciales (Φ_1) y (Φ_a)"

$$\frac{3}{4}\left(\frac{\eta_H}{2}\right) + K_{u(a)}K_{cu(a)} = K_{u1}K_{cu1}$$

Seccion (a-b), "Lineas equipotenciales (Φ_a) y (Φ_b)"

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\eta_H}{2}\right) + K_{u(b)}K_{cu(b)} = K_{u(a)}K_{cu(a)}$$

Seccion (b-c), "Lineas equipotenciales (Φ_b) y (Φ_c)"

$$\frac{1}{4}\left(\frac{\eta_H}{2}\right) + K_{u(c)}K_{cu(c)} = K_{u(b)}K_{cu(b)}$$

Seccion (c-d), "Lineas equipotenciales (Φ_c) y (Φ_d)"

$$K_{cu(c)} = K_{u(b)}K_{cu(b)}$$



Arista de salida (Φ_2)

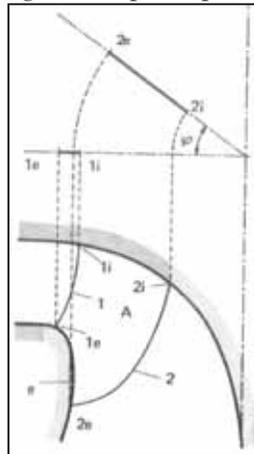
$$0 = K_{u2}K_{cu2}$$

La ultima expresion nos indica que $K_{cu2} = 0$, puesto que el otro termino jamas seria igual a cero, y nos indica que a la salida las velocidades tendran un representacion geometrica de un triangulo recto y fisicamente nos indica que al salir el flujo del rodete no haria de forma axial para un regimen optimo.

2.8.2.4.3. *Angulo φ de la cesion energetica.*

Este angulo esta relacionado con el angulo de desarrollo del alabe (Ver figura 38) y por recomendaciones puede oscilar entre 30° y 40° , tambien se usa para poder determinar los catetos de los segmentos de radio como se menciona en la representacion grafica (Ver figura 30) de un punto sobre la linea de corriente.

Figura 38 *Ángulo ocupado por los alabes*

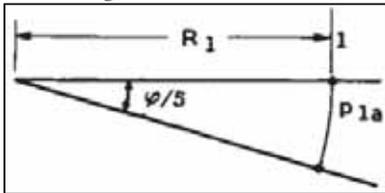


Fuente: (Mataix, 1975)

Y tambien se puede determinar el valor del otro cateto (cateto meridiano) mediante la ecuacion.

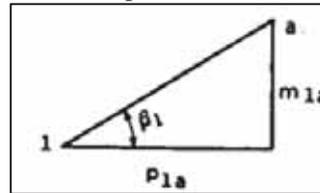


Figura 39 Arco correspondiente al ángulo del alabe



Fuente (Mataix, 1975)

Figura 40 Valor del meridiano correspondiente

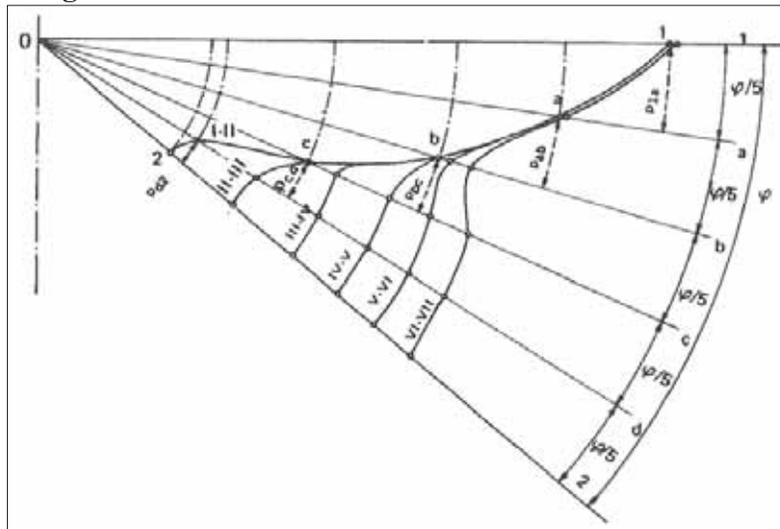


Fuente (Mataix, 1975)

$$\rho_x = R_x \left(\frac{\varphi}{n} \right)$$

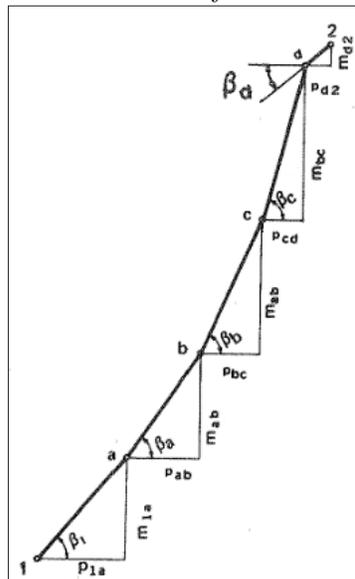
$$m_x = \rho_x \tan(\beta_x)$$

Figura 41 Sección transversal de las turbinas Francis



Fuente: (Mataix, 1975)

Figura 42 Línea de corriente en transformación conforme cilíndrica



Fuente: (Mataix, 1975)



2.9. Semejanza Dinámica Del Modelo De Turbina Francis

Para describir la semejanza dinámica se desarrollara las diferentes ecuaciones energéticas y los parámetros principales que participan en el desarrollo del fluido sobre la turbomáquina hidráulica.

Como se dijo anteriormente, el análisis y el estudio del fluido en las maquinas hidráulicas se pueden realizar a partir del uso del análisis dimensional y la semejanza física u otras teorías simplificadas (teoría unidimensional y bidimensional). Para todo lo mencionado es necesario establecer ciertas ecuaciones fundamentales de la Mecánica de Fluidos en forma integral a las maquinas hidráulicas para luego a través del teorema de Buckingham podamos exponer distintos aspectos del comportamiento del modelo de turbina.

2.9.1. Balance energético del modelo de turbina Francis

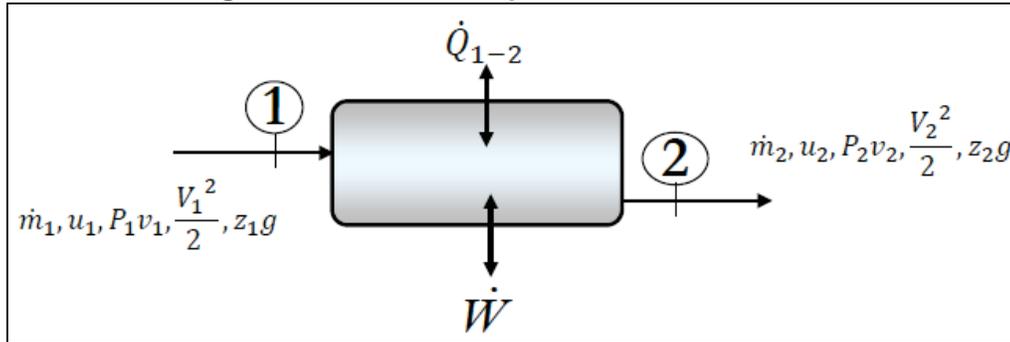
(Zamora Parra & Viedma Robles, 2016) En su texto Maquinas hidráulicas hacen un desarrollo del balance energético usando el teorema del transporte de Reynolds lo cual nos permite determinar la variación respecto al tiempo de la energía total en un volumen de control del fluido (turbina hidráulica).

Por consiguiente se realizara el balance energético de la turbina utilizando las ecuaciones generales de conservación de la energía en su respectivo volumen de control, el cual incluye las secciones de entrada y salida de la turbina, así como el desarrollo del fluido dentro de la turbina, razón por la cual las superficies internas solidas fijas y móviles en contacto con el fluido también abarcaran el volumen de control.

Toda esta aplicación de las ecuaciones que a continuación se desarrollara de forma teórica tiene por fin entender bien los parámetros de comportamiento de nuestra turbina y poder entender los fenómenos dinámicos que intervienen sobre ella.



Figura 43 Balance Energético Turbina Francis

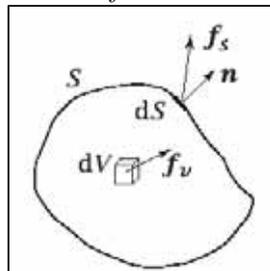


Fuente: (Muñoz & Santos , 2014)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho \left(e + \frac{1}{2} v^2 \right) dV &= \frac{d}{dt} \int_{V_c(t)} \rho \left(e + \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) dV + \int_{S_c(t)} \rho \left(e + \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) (\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n} dS = \\ &= \int_{S_c(t)} -p(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS + \int_{S_c(t)} \vec{\tau} \cdot \vec{v} \cdot \vec{n} dS + \int_{V_c(t)} \rho \vec{f}_m \cdot \vec{v} dV - \int_{S_c(t)} \vec{q} \cdot \vec{n} dS + \int_{V_c(t)} \vec{Q}_r \cdot dV \end{aligned} \quad (2.114)$$

La ecuación es fundamental porque nos permite predecir el análisis de comportamiento del fluido sobre la maquina en nuestro volumen de control, siendo los parámetros fundamentales la densidad del fluido (ρ), la presión del fluido (p), la velocidad a la que circula el fluido durante su trayectoria (\vec{v}), la velocidad sobre las superficies de control (\vec{v}_c) la energía interna (e), los esfuerzos viscosos ($\vec{\tau}$), el calor por conducción (\vec{q}), la potencia calorífica interna (\vec{Q}_r) y las fuerzas másicas o de volumen por unidad de masa (\vec{f}_m) siendo esta última interpretada como se muestra en la figura 44.

Figura 44 Diagrama de fuerzas sobre la superficie



Fuente: (Hernandez Rodriguez, 2000)



Se considera la superficie de control (S) que encierra el volumen de control (V_c) y separa el fluido que contiene del fluido exterior, entonces se entiende que sobre cada diferencial de volumen actúa una fuerza de volumen. (Hernandez Rodriguez, 2000)

$$dF_v = (f_v)dV$$

Siendo \vec{f}_v una función vectorial de la posición del elemento y del tiempo (x, t) que determina la fuerza por unidad de volumen, se puede establecer que la fuerza por unidad de masa será. (Hernandez Rodriguez, 2000).

$$f_m = f_v/\rho$$

Considerando que la fuerza de la gravedad interviene de forma relevante en nuestro flujo de volumen de control y algunas fuerzas de inercia propicias del movimiento del fluido tenemos. (Huete, Martinez Ruiz , & Sanchez Sanz, 2017).

$$\vec{f}_m = \vec{g} - \vec{a}_0 - \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{x} - \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\right) \times \vec{x} - 2\vec{\omega} \times \vec{v} \quad (2.115)$$

Donde \vec{a}_0 representa la aceleración uniforme del rodete, $\vec{\omega}$ la velocidad de rotación en su respectivo sistema de referencia \vec{x} (fuerzas centrifugas), las variaciones de $\vec{\omega}$ respecto al tiempo y el ultimo termino representaría la fuerza de Coriolis. (Hernandez Rodriguez, 2000).

Estableciendo una rotación constante del rodete ($\vec{a}_0 = 0$), por lo tanto ($(d\vec{\omega}/dt) \times \vec{x} = 0$) y la aceleración de coriolis no efectuara ninguna fuerza debido a que el vector resultante de este término es perpendicular a la velocidad (\vec{v}) en las turbinas semiaxiales.

De lo desarrollado y con el análisis respectivo se puede concluir que las fuerzas másicas estarán en función de la energía potencial que ejerza el fluido sobre la turbina. (Huete, Martinez Ruiz , & Sanchez Sanz, 2017)

$$\vec{f}_m = -\nabla U_p \quad (2.116)$$

Por consiguiente el trabajo realizado por estas fuerzas será:



$$\rho \vec{f}_m \cdot \vec{v} = -\rho \vec{v} \cdot \nabla U_p = U_p \nabla \cdot (\rho \vec{v}) - \nabla \cdot (\rho \vec{v} U_p) \quad (2.117)$$

Consignando la ecuación de la continuidad $\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = -(\delta \rho / \delta t)$ y teniendo en cuenta que U_p no depende directamente del tiempo podemos escribir la expresión como:

$$\rho \vec{f}_m \cdot \vec{v} = -\frac{\delta(\rho U_p)}{\delta t} - \nabla \cdot (\rho \vec{v} U_p) \quad (2.118)$$

De la ecuación (2.104) desarrollamos la expresión $\int_{V_c(t)} \rho \vec{f}_m \cdot \vec{v} dV$ usando el teorema de Gauss-Ortogradsky a partir de la ecuación (2.107). (Zamora Parra & Viedma Robles, 2016)

$$\int_{V_c(t)} \rho \vec{f}_m \cdot \vec{v} dV = - \int_{V_c(t)} \left[\frac{\delta(\rho U_p)}{\delta t} - \nabla \cdot (\rho \vec{v} U_p) \right] dV \quad (2.119)$$

$$\int_{V_c(t)} \rho \vec{f}_m \cdot \vec{v} dV = -\frac{d}{dt} \int_{V_f} \rho U_p dV = -\frac{d}{dt} \int_{V_c} \rho U_p dV - \int_{S_c(t)} \rho U_p (\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n} dS \quad (2.120)$$

Reemplazando la última expresión en la ecuación (2.104) obtenemos una ecuación energética resultante.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\int_{V_f} \rho \left(e + \frac{1}{2} v^2 \right) dV \right] &= \frac{d}{dt} \left[\int_{V_c} \rho \left(e + \frac{1}{2} v^2 + U_p \right) dV \right] + \int_{S_c(t)} \rho \left(e + \frac{1}{2} v^2 + U_p \right) (\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n} dS \\ \frac{d}{dt} \left[\int_{V_f} \rho \left(e + \frac{1}{2} v^2 \right) dV \right] &= - \int_{S_c(t)} p(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS + \int_{S_c(t)} \vec{\tau} \cdot \vec{v} \cdot \vec{n} dS - \int_{S_c(t)} \vec{q} \cdot \vec{n} dS + \int_{V_c(t)} Q_r \cdot dV \end{aligned} \quad (2.121)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\int_{V_c} \rho \left(e + \frac{1}{2} v^2 + U_p \right) dV \right] + \int_{S_c(t)} \rho \left(e + \frac{1}{2} v^2 + U_p \right) (\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n} dS &= \\ = - \int_{S_c(t)} p(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS + \int_{S_c(t)} \vec{\tau} \cdot \vec{v} \cdot \vec{n} dS - \int_{S_c(t)} \vec{q} \cdot \vec{n} dS + \int_{V_c(t)} Q_r \cdot dV \end{aligned} \quad (2.122)$$

La ecuación (2.122) nos indica que la variación de la energía total en el volumen de control y el flujo de esta a través de las superficies de control son producidos por los trabajos de presión y los esfuerzos viscosos de las superficies de control, el calor recibido por conducción y el calor generado internamente en el volumen de control por una posible reacción química u otro de similar características.



Aplicando la ecuación de la conservación de la energía desarrollada en su forma integral a una turbo maquina hidráulica de reacción y teniendo en cuenta que las partes fijas (S_f) serán la entrada y la salida de la turbina y las partes móviles (S_m) será el rotor de la turbina.

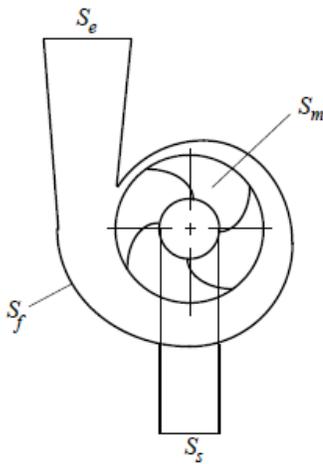
(Zamora Parra & Viedma Robles, 2016) Plantea una serie de hipótesis con el objetivo de hacer algo más sencillo la ecuación (2.112).

- ♣ Un flujo estacionario, lo que nos indica que las condiciones en la entrada y salida del sistema son constantes o por lo menos considerar un promediado temporal lo suficientemente alto para considerarlo constante sin acumulación de masa o energía en el interior.
- ♣ Un flujo uniforme en las secciones de entrada y de salida y así poder desprejar los efectos viscosos y tomar valores constantes de los parámetros en estas secciones.
- ♣ La velocidad nula en las superficies fijas (paredes de la turbina) por la condición de adherencia.
- ♣ Velocidad diferente de cero en las superficies móviles e igual a la velocidad dentro del volumen de control (v_c) también por la misma condición.

Con las hipótesis mencionadas, la ecuación (2.112) quedaría de la siguiente forma:

$$\rho_s \left(e + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + U_p \right)_s v_s A_s - \rho_e \left(e + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + U_p \right)_e v_e A_e = \int_{S_m(t)} (-p\vec{n} + \vec{n} \cdot \vec{\tau}) \cdot \vec{v}_c dS - \int_{(S_m+S_f)(t)} (\vec{q} \cdot \vec{n}) dS + \int_{V_c(t)} Q_r dV \quad (2.123)$$

Como ya se hizo referencia a las partes fijas y móviles dentro de la ecuación, se presenta un esquema para un mejor énfasis.



- ♣ S_e es la superficie de entrada al rodete.
- ♣ S_s es la superficie de salida del rodete.
- ♣ S_m es la superficie móvil y comprende el rodete y los alabes.
- ♣ S_f es la superficie fija y comprende las paredes internas por donde transcurre el fluido.

Ahora usaremos una expresión muy fundamental en la mecánica de los fluidos, el trabajo (W) por unidad de tiempo sobre las superficies móviles de la presión y de los esfuerzos viscosos tiene la siguiente expresión. (Huete, Martinez Ruiz , & Sanchez Sanz, 2017, pág. 13)

$$W = - \int_{S_m(t)} (-p\vec{n} + \vec{n} \cdot \vec{\tau}) \cdot \vec{v}_c dS \quad (2.124)$$

Como el estudio se realiza a una turbina y por lo tanto es el fluido quien ejerce trabajo sobre las superficies móviles y se considera un signo negativo, de este modo el producto resultante dentro de la integral saldrá negativo y al efectuar el producto obtendremos valores positivos únicamente.

Otra expresión que podemos utilizar como referencia y es necesaria su inclusión es el calor recibido por el fluido a través de la superficie del volumen de control o generado dentro del sistema (Q_v) por lo tanto puede ser negativo o positivo. (Huete, Martinez Ruiz , & Sanchez Sanz, 2017, pág. 13)

$$Q_v = - \int_{(S_m+S_f)(t)} (\vec{q} \cdot \vec{n}) dS + \int_{V_c(t)} Q_r dV \quad (2.125)$$

Del mismo modo utilizamos la ecuación de la continuidad de la masa dentro del volumen de control, por lo tanto el gasto másico en la entrada como en la salida se mantienen constante.

$$G = \rho_s v_s A_s = \rho_e v_e A_e \quad (2.126)$$



También podemos agrupar el trabajo de la presión en la entrada como en la salida con la energía interna para obtener la entalpía.

$$h = e + \frac{p}{\rho} \quad (2.127)$$

Con todas estas ecuaciones, podemos reducir la ecuación (2.114) de la siguiente forma, en términos desarrollados a más detalle.

$$\left[\left(h + \frac{v^2}{2} + U_p \right)_e - \left(h + \frac{v^2}{2} + U_p \right)_s \right] = \frac{W - Q_v}{G} \quad (2.128)$$

Como se puede apreciar en la última ecuación, tenemos juntos los parámetros térmicos y mecánicos, y esto es un inconveniente debido a que no podemos abarcar lo relacionado a la termodinámica porque el análisis es de una turbina hidráulica con fluido incomprensible, es por eso que usaremos otra teoría fundamental con el fin de seguir reduciendo los parámetros de funcionamiento.

2.9.2. Ecuación de conservación de la energía

Con el fin de separar los aspectos térmicos de los mecánicos de nuestra ecuación (2.128), se plantea desarrollar la ecuación integral de la energía interna, para lo cual primeramente se hace énfasis en la ecuación de conservación de la energía interna en su forma diferencial (ecuación 2.129) (Zamora Parra & Viedma Robles, 2016).

$$\rho \left(\frac{\partial e}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla e \right) = -\rho \nabla \cdot \vec{v} + \phi_v - \nabla \cdot \vec{q} + Q_r \quad (2.129)$$

Como ya se explicó anteriormente, el fluido interviniente en el balance energético es el agua por lo cual se trataría de un fluido incomprensible donde no existe trabajo de compresión $-\rho \nabla \cdot \vec{v} = 0$ y volviendo a aplicar el teorema del transporte de Reynolds dentro de nuestro volumen de control ya establecido sería.



$$\frac{d}{dt} \left[\int_{V_c} \rho e dV \right] + \int_{S_c(t)} \rho e (\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n} dS = \int_{V_c(t)} \phi_v dV - \int_{S_c(t)} (\vec{q} \cdot \vec{n}) dS + \int_{V_c(t)} Q_r dV \quad (2.130)$$

Se establece la misma hipótesis de flujo estacionario como en el caso anterior, y por ende la energía interna del fluido dentro del volumen de control no varía en el tiempo y solo existe un flujo convectivo a la entrada y salida de la turbina lugar donde frecuentemente se produce el intercambio de masa.

Entonces si se aplica lo mencionado en la ecuación (2.129), dicha ecuación quedaría redefinida como:

$$G(e_s - e_e) = \phi_v + Q_v \quad (2.131)$$

La ecuación es muy importante debido a que nos ayudara a predecir las formas de cómo se llega a producir la variación de la energía interna del fluido, se calienta o se enfría.

- ♣ A través del calor recibido por unidad de masa (Q_v).
- ♣ Por la disipación, producto de la viscosidad (ϕ_v).

2.9.3. Ecuación de conservación de la energía mecánica

Para la obtención de la energía mecánica restamos la ecuación (2.128) de la energía total (2.131) que como se indico es la ecuación de la energía interna en su forma desarrollada y así obtener la energía mecánica específica.

$$E = \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + U_p \quad (2.132)$$

La ecuación integral de la energía mecánica nos indica que la variación de energía mecánica específica a través de la maquina es igual al trabajo por unidad de masa menos la energía específica disipada por efectos viscosos. (Zamora Parra & Viedma Robles, 2016)



$$E_s - E_e = \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + U_p \right)_s - \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + U_p \right)_e = \frac{W - Q_v}{G} \quad (2.133)$$

2.9.4. Balance de energía mecánica y rendimientos en turbinas

2.9.4.1. Balance de energía mecánica

Se sabe que una turbina hidráulica es un sistema mecánico que extrae energía del fluido circulante y por tanto la potencia transferida al fluido sería negativa y por lo tanto la energía específica también es negativa y haciendo variación del signo, esto quedaría definida como.

$$gH_n = E_e - E_s = \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + U_p \right)_e - \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + U_p \right)_s \quad (2.134)$$

Donde H_n nos representa el salto neto, y se establece que la energía específica perdida por disipación viscosa está definida como gH_i y por disipación turbulenta en el interior de la turbina se define como la relación entre la potencia extraída del fluido y la altura neta de pérdida.

Con lo mencionado anteriormente se puede entender que no toda la energía disponible se transforma en potencia, es por eso que (Zamora Parra & Viedma Robles, 2016) establece una relación entre la altura neta y las pérdidas viscosas que puede expresarse como:

$$gH_i = \frac{\phi_v}{G} + \frac{v'_s}{2} \quad (2.135)$$

Reemplazando en las ecuaciones anteriores podemos determinar la potencia extraída del fluido y lo denominamos potencia útil ya que nos representa la potencia que efectúa el fluido sobre la turbina, la cual está relacionada con la energía específica perdida por disipación viscosa y por disipación turbulenta y las altura neta de pérdidas.

$$W_u = G(gH_u) = G(gH_n - gH_i) \quad (2.136)$$

Con lo que se puede concluir que la altura neta es la encargada de producir el trabajo neto y de superar las pérdidas por disipación viscosa y turbulenta, los cuales eran nuestros parámetros de



análisis en este ítem, con ello podemos establecer el control de todo efecto calorífico sobre la turbina.

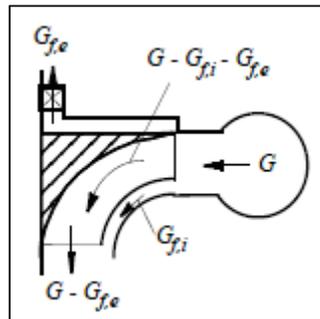
2.9.4.2. Rendimientos

Como ya se ha obtenido los términos de potencia útil y neta, como otra característica de las turbinas se define el rendimiento hidráulico haciendo una relación entre ambos, lo cual resulta como la siguiente expresión:

$$\eta_H = \frac{W_u}{G(E_e - E_s)} = \frac{H_u}{H_n} = \frac{H_u}{(H_u + H_l)} = \frac{W_u}{W_n} \quad (2.137)$$

Por otro lado se entiende que por los alabes de la turbina no pasa todo el gasto másico (G) que entra en la turbina, ya que siempre debe considerarse la existencia de fugas exteriores e interiores, es por esta razón que se define el rendimiento volumétrico como:

Figura 45 Gasto másico de la Turbina Francis



Fuente: (Zamora Parra & Viedma Robles, 2016)

$$\eta_v = \frac{G - (G_{f,i} + G_{f,e})}{G} = \frac{G - G_f}{G} \quad (2.138)$$

Por ultimo definimos el rendimiento mecánico como el cociente entre la potencia en el eje de la turbina (W_t) y la potencia interna (W_i). La potencia en el eje o mecanica de la turbina es la diferencia entre la energía interna y todas las posibles pérdidas producidas por fenómenos mecánicos como el rozamiento de los cojinetes, los tipos de cierres y sellados, y también por el líquido entre el rotor y la carcasa. (Zamora Parra & Viedma Robles, 2016)



$$\eta_m = \frac{W_t}{W_t + W_m} \quad (2.139)$$

Y el rendimiento total se puede definir como el producto de los rendimientos mencionados anteriormente.

$$\eta_t = \eta_H \times \eta_v \times \eta_m \quad (2.140)$$

2.9.5. Parámetros energéticos del volumen de control

Haciendo un resumen, podemos establecer un diagrama energético tomando como modelo el de Sankey (Zamora Parra & Viedma Robles, 2016, pág. 28), mencionando todos los parámetros analizados y poder establecer los parámetros fundamentales del comportamiento de la turbina.

- ♣ Potencia Hidráulica (W).
- ♣ Potencia Mecánica o en el freno (W).
- ♣ Rendimiento total.
- ♣ Par o momento hidráulico (N. m).
- ♣ Velocidad de giro (RPM).
- ♣ Altura neta (m).
- ♣ Caudal (m³/s).

2.9.6. Análisis Dimensional en Turbinas Hidráulicas

El análisis dimensional aplicado a la hidráulica fue introducido inicialmente de forma teórica por Lord Rayleigh en 1877 en el libro 'The Theory of sound', sin embargo este ha sido atribuido a Buckingham en 1915 por la publicación 'Model Experiments and the form empirical equations', siendo actualmente conocida como el Teorema de Buckingham o teorema de π , proviniendo el Pi de los números adimensionales contenidos en el desarrollo matemático del mismo.



El estudio de las turbomáquinas no puede resolverse solo mediante métodos analíticos, su desarrollo depende en gran medida de los resultados a partir de ensayos experimentales, pero establecer un ensayo experimental en laboratorio es económicamente muy elevado y en algunos casos complicados de realizar. El análisis dimensional es una herramienta que ayuda alcanzar este objetivo, cuando la prueba experimental de un prototipo real de una turbina de tamaño natural es imposible o demasiado costosa, la prueba a modelos en el laboratorio es la única manera de analizar el problema y para poder predecir el comportamiento del prototipo a partir de mediciones en el modelo. El flujo del modelo y del prototipo debe relacionarse mediante leyes de escalamiento conocidas. Las turbomáquinas dependen de parámetros geométricos y de flujo, el Teorema Pi o de Buckingham es el procedimiento formal mediante el cual el grupo de variables que gobierna alguna situación física se reduce a un número menor de grupos adimensionales, este teorema permite desarrollar rápida y fácilmente los importantes parámetros adimensionales de las turbinas hidráulicas. (Muñoz & Santos , 2014)

- ♣ El tamaño global de la máquina, caracterizado por una longitud típica D
- ♣ La forma geométrica y la posición de los elementos móviles, los ángulos.
- ♣ La rugosidad de las superficies internas en contacto con el líquido.
- ♣ Las propiedades físicas del líquido ρ y μ .
- ♣ Las fuerzas másicas por unidad de masa.
- ♣ La presión motriz en la entrada.
- ♣ La velocidad y el gasto volumétrico Q .
- ♣ La velocidad angular de giro Ω
- ♣ Eficiencia total de la máquina.



2.9.6.1. *Principio de Homogeneidad*

Una ecuación expresando una relación física entre cantidades debe ser dimensionalmente homogénea, es decir que las dimensiones a cada lado de la ecuación deben ser las mismas.

$$F'(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = F''(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

2.9.6.1.1. *Teorema del π o Buckingham*

El teorema de adimensionalidad " π " es el método más generalizado del análisis dimensional desarrollado por E. Buckingham y otros y del mismo modo es la técnica con mayor aceptación actualmente. El teorema establece que si hay n variables de las cuales dependa el funcionamiento de un fenómeno (las n variables deben ser independientes) y estas variables pueden ser expresadas en m dimensiones básicas ya conocidas (**M, L, T**) o (F, L, T); donde [M] representa la masa, [L] representa la longitud, [T] el tiempo y [F] la fuerza. Estas variables por el teorema π se pueden agrupar en $n-m$ parámetros adimensionales independientes que cumplan el principio de homogeneidad. (Martinez de la Calle, 2004)

2.9.6.1.2. *Aplicación práctica del teorema π*

Dado un problema de estudio, se establecen una serie de pasos recomendados por (Garcia Palacios, 2013) para una correcta aplicación del teorema.

- ♣ Identificar todas las magnitudes físicas existentes en el modelo.
- ♣ Elegir las magnitudes físicas más relevantes en función de aquellos aspectos que se quieren analizar en el modelo. En este paso se requiere un profundo conocimiento del comportamiento físico a estudiar para poder aplicar las posibles restricciones del problema y la posibilidad de la variación de las diferentes magnitudes físicas de forma independiente.
- ♣ Expresar las 'n' magnitudes físicas del problema en función del conjunto de variables fundamentales.



- ♣ Seleccionar dentro de las magnitudes físicas más relevantes, el conjunto linealmente independiente de dimensión m sobre el que se expresaran los demás ($j=n-m$) variables como monomios adimensionales.
- ♣ Calcular los π_j monomios adimensionales, para lo cual se debe trabajar sobre matrices todas las magnitudes físicas del problema, luego realizar las respectivas transformaciones hasta conseguir las 'm' magnitudes elegidas como fundamentales tomen una matriz unitaria.
- ♣ Comprobar la adimensionalidad de los monomios para evitar posibles errores.
- ♣ Expresar los monomios en función de la magnitud que se ha considerado como relevante.

$$\pi_1 = \phi(\pi_2, \dots, \pi_{n-m})$$

- ♣ Realizar una interpretación física del resultado.
- ♣ Asegurarse de la independencia de cada uno de los monomios. Esto implica que la variación de uno de ellos no afecta al resto que permanecerán constantes.

Por último, comparar los resultados de los distintos ensayos.

2.9.7. Curvas características de funcionamiento

Como ya se analizó anteriormente, a pesar de haber simplificado algunos coeficientes adimensionales, en turbinas siempre es necesario retener las principales características internas de nuestra turbina como son D , ρ , gH_n y α_i por tratarse de una turbina Francis para que en las curvas que desarrollaremos siempre estén presente el caudal, la potencia y el rendimiento adimensional en función de la altura neta.

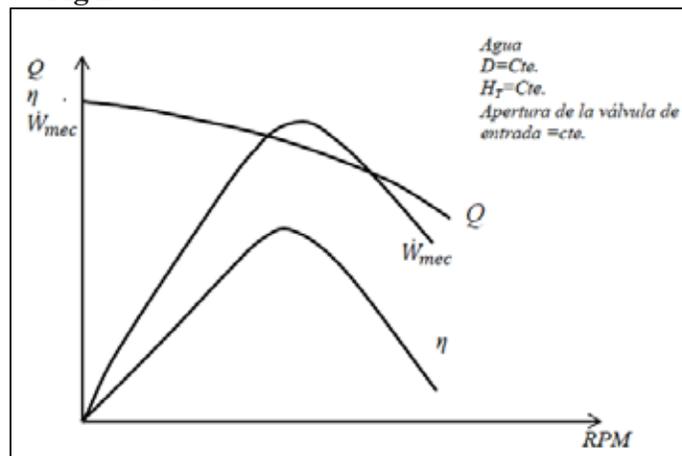
Las curvas de funcionamiento para turbinas se obtienen experimentalmente en un banco de pruebas, usualmente se experimenta sobre el modelo debido al gran tamaño del prototipo y existen



dos tipos, las curvas elementales dimensionales y las curvas completas dimensionales o diagramas de concha. (Muñoz & Santos , 2014)

Por lo tanto se tendrá en cuenta que las curvas características que obtendremos de las relaciones funcionales dependerán de dos parámetros y su desarrollo esquemático será como se muestra en el siguiente gráfico.

Figura 46 *Curvas elementales dimensionales*

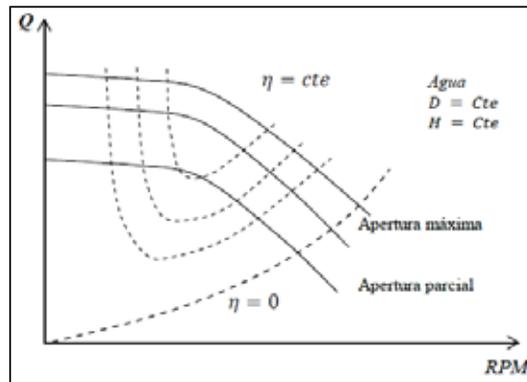


Fuente: (Muñoz & Santos , 2014)

Podemos ver que el coeficiente de potencia, el momento, el caudal y el rendimiento todos estos de forma adimensionalizada tienen el comportamiento descrito cuando están en función del coeficiente de giro adimensionalizado, todo ello para una posición establecida de los alabes orientables del distribuidor (α_i)

Del mismo modo se puede establecer varias posiciones del alabe distribuidor para obtener un mejor desarrollo de cada uno de los parámetros adimensionales, por ejemplo el comportamiento de la potencia en función del régimen de giro y de la apertura del distribuidor será:

Figura 2.1 Curvas completas dimensionales.



Fuente: (Muñoz & Santos , 2014)

Las curvas características deben ser comprobadas de ensayos experimentales, es por ello que el fin del presente trabajo de investigación es lograr construir el modelo de la turbina Francis propuesta y poder efectuar su comportamiento según las siguientes características:

- ♣ Comprobación del diseño y validación de las predicciones teóricas que incluyeron simplificaciones y planteamientos de diversas hipótesis que podrían llegar a ser inexactas, por ello el cálculo de los parámetros adimensionales con su correspondiente ensayo experimental son los medios más óptimos de ajustar correctamente la tendencia de una determinada curva característica predicha de forma teórica a través de coeficientes adimensionales.
- ♣ Evaluaciones de las cargas hidrodinámicas necesarias para el diseño hidráulico mecánico.
- ♣ Evaluaciones y estudios de cavitación en condiciones especiales (no es el caso del estudio)

2.9.8. Velocidad y diámetro específico

La velocidad específica es la velocidad de giro que para una unidad de altura determinada produce una unidad de potencia entre dos o más turbinas semejantes cuando están operan en su punto máximo de su eficiencia. (Almandoz Berrondo, Mongelos Orquiñena, & Pellejero Salaberria , 2007)



Para dos turbo maquinas semejantes los coeficientes de velocidad de giro y de potencia útil permanecen constantes:

$$\left(\frac{\Omega D}{\sqrt{gH}}\right)_m = \left(\frac{\Omega D}{\sqrt{gH}}\right)_p \quad (2.141)$$

$$\left(\frac{W_u}{\rho D^2 (gH_n)^{3/2}}\right)_m = \left(\frac{W_u}{\rho D^2 (gH_n)^{3/2}}\right)_p \quad (2.142)$$

Despejando e igualando las ecuaciones anteriores:

$$\frac{\Omega_m}{\Omega_p} \left(\frac{gH_{n_p}}{gH_{n_m}}\right)^{1/2} = \left(\frac{W_{u_p}/\rho}{W_{u_m}/\rho}\right)^{1/2} \left(\frac{gH_{n_m}}{gH_{n_p}}\right)^{3/4} \quad (2.143)$$

Aplicando las condiciones mencionados anteriormente, para una altura unidad se produce una potencia unidad.

$$W_{u_m}/\rho = 1$$

$$gH_{n_m} = 1$$

Despejando estos valores podremos obtener la velocidad específica Ω_m .

$$\Omega_m = \Omega_p \left(\frac{\sqrt{W_{u_p}/\rho}}{(gH_{n_p})^{5/4}}\right) = \frac{(\Pi_{W_{u_p}})^{1/2}}{(\Pi_{gH_{n_p}})^{1/2}} \quad (2.144)$$

Del mismo modo definimos el diámetro específico como el diámetro que para una unidad de altura produce una unidad de potencia en dos o más turbinas semejantes cuando operan un su máximo rendimiento.

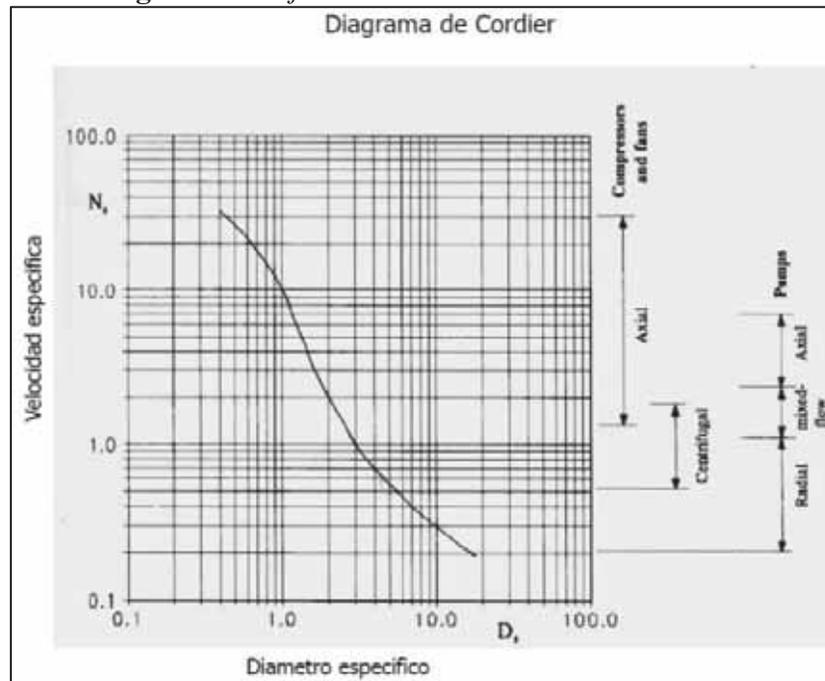
De la ecuación (2.141) despejamos (Ω_m/Ω_p) y lo reemplazamos en la ecuación (2.143) usando las mismas condiciones anteriores despejamos el diámetro específico (D_m).

$$D_m = D_p \left(\frac{(gH_{n_p})^{3/4}}{\sqrt{W_{u_p}/\rho}}\right) = \frac{1}{(\Pi_{W_{u_p}})^{1/2}}$$



Una vez obtenidos estos parámetros, podremos ver que se pueden relacionar mediante el diagrama de Cordier, es decir, conocida la velocidad específica se puede conocer el diámetro específico y/o viceversa.

Figura 47 Flujo másico de la Turbina Francis



Fuente: (Zamora Parra & Viedma Robles, 2016)

2.9.9. Aplicación de los parámetros adimensionales

Para todo el desarrollo aplicativo, primero se establecen algunos elementos intervinientes en el ensayo hidráulico.

La bomba de ensayo impulsa el fluido de manera que simula una altura o salto neto como normalmente sucede en las instalaciones reales, es por eso que la bomba nos proporciona toda la energía necesaria a través del rotámetro que es un instrumento que nos proporciona la energía necesaria para llevar el fluido a la válvula reguladora para luego ser introducida a la turbina previo pase por el caracol y los alabes distribuidores hasta llegar al rodete y generar su movimiento rotacional, evento importante para nosotros porque nos permite anotar datos importantes de los



parámetros funcionales que más adelante se detallara. Finalmente el fluido sale de la turbina por el difusor hacia el depósito de descarga para que la bomba nuevamente pueda completar el proceso del ciclo cerrado.

Luego se procede a la toma de datos como ya se mencionó anteriormente, los cuales son el caudal, la velocidad de giro, la presión, el par, la potencia y el rendimiento para posteriormente poder evaluar el comportamiento de la turbina.



CAPITULO III
DISEÑO HIDRÁULICO



DISEÑO HIDRÁULICO

El proyecto de diseño de la turbina Francis Modelo, tiene como propósito plantear la utilización más eficiente de los recursos hidráulicos con un bajo costo económico de fabricación y materia prima. Para un correcto diseño de dicho modelo de turbina Francis nos basamos en las leyes de semejanza hidráulica. La eficiencia y el costo están relacionadas en el desarrollo del diseño hidráulico y mecánico de la turbina.

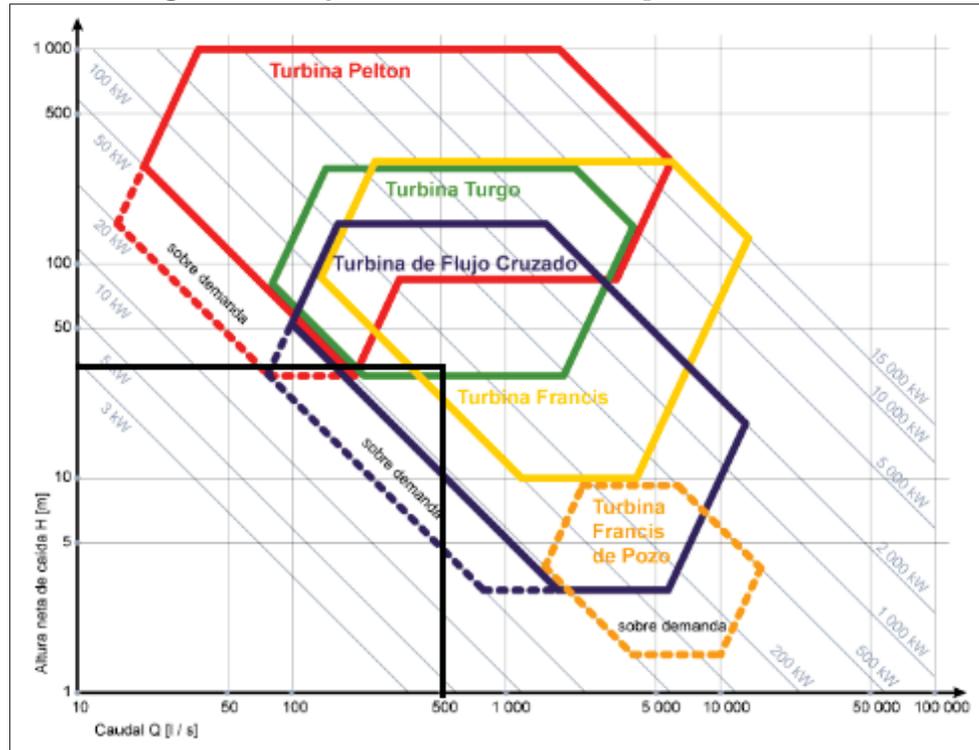
3.1. Generalidades del diseño hidráulico del prototipo de turbina Francis

Ya que conocemos los parámetros del potencial hidráulico y las condiciones físicas, altura neta ($H_n = 42 \text{ m}$), un caudal instalado ($Q = 0.5 \text{ m}^3/\text{s}$); según los diagramas de selección de turbinas, para este proyecto se ha seleccionado una turbina tipo Francis con el fin de lograr altas eficiencias en el aprovechamiento del potencia hidráulico de aproximadamente 200 KW. La potencia nominal en el eje de la turbina asumiendo una eficiencia de 85%, es aproximadamente 175 KW que vendría a ser la potencia de nuestro Prototipo.

Para lograr un diseño adecuado vamos a partir del prototipo y utilizando las leyes de semejanza hidráulica vamos a obtener el diseño del modelo de turbina Francis a una escala reducida. Comprobamos con la siguiente figura 47 que nuestro Prototipo es una turbina tipo Francis, con dicho diagrama determinamos que nuestra mejor opción para nuestras condiciones es una turbina Francis.



Figura 48 Diagrama de Selección del tipo de Turbina



Fuente: (GILKES, 2010)

3.2. Diseño hidráulico del Prototipo de turbina Francis

Para diseñar una turbina lo que necesitamos conocer es el caudal y la altura neta. Para efectos del diseño se tomarán en cuenta los datos de la Mini Central Hidráulica Vilcabamba, ubicada en la Provincia de Grau del Departamento de Apurímac la cual cuenta con los siguientes datos de diseño:

- ♣ Caudal (Q): $0.5 \text{ m}^3/\text{s}$
- ♣ Altura Neta (H_n): 42 m
- ♣ Altitud máxima: 3399 msnm
- ♣ Aceleración de la gravedad: 9.81 m/s^2
- ♣ Densidad del Agua: 1000 kg/m^3



3.2.1. Cálculo de la potencia útil

Para diseñar el prototipo de turbina Francis partimos de la potencia útil o potencia en el eje. Previamente fue necesario calcular la potencia neta (P_n), que se obtiene en base a los valores de altura neta y caudal, es decir, teniendo en cuenta el rendimiento hidráulico de la tubería forzada pero no los rendimientos pertinentes a la turbina (estos se tendrán en cuenta para la potencia útil).

$$P_n = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H_n \quad (3.1)$$

Q: Caudal (m^3/s)

H_n : Altura neta (m)

ρ : Densidad del agua (kg/m^3)

g: Aceleración de la gravedad (m/s^2)

$$P_n = (1000)(9.81)(0.5)(42) = 206.206 \text{ KW} = 280 \text{ CV}$$

Ya obtenido la potencia neta procedemos a calcular la potencia útil ($P_{\text{útil}}$) evaluada con el rendimiento total de la turbina.

$$\eta_t = \eta_v \cdot \eta_h \cdot \eta_m \quad (3.2)$$

El rendimiento Hidraulico según (Mataix, 1975) es $\eta_h=0.905$ y el rendimiento total de la turbomáquina se estima en base a la bibliografía existente. (Mataix, 1975) Recomienda un rendimiento total entre 82-85% para una potencia neta menor de 1500 KW; gracias a esto estimamos un rendimiento total del 85%.

Con la ecuacion (3.2) calculamos el rendimiento mecanico y el rendimeinto volumetrico.

$$\frac{\eta_t}{\eta_h} = \eta_v \cdot \eta_m$$

$$\eta_m = 0.96$$

$$\eta_v = 0.98$$

Conocido el rendimiento total calculamos la potencia util.

$$P_{\text{útil}} = \eta_t \cdot P_n$$

$$P_{\text{útil}} = (0.85)(206.2016) = 175.275 \text{ KW} = 238 \text{ CV}$$



3.2.2. Cálculo de la velocidad de Rotación

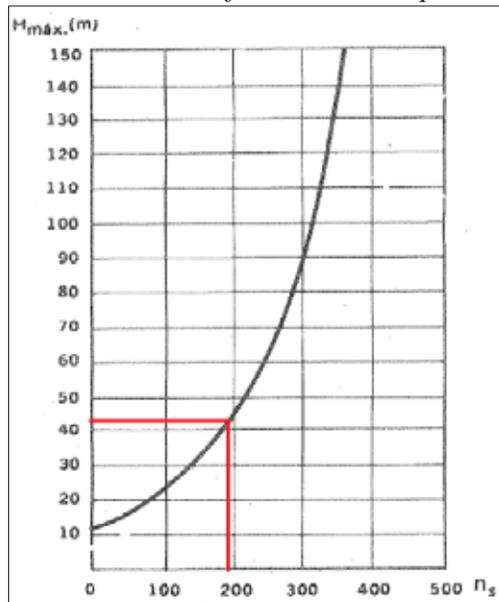
Con los datos ya obtenidos calculamos la velocidad de rotación máxima admisible despejando la ecuación (2.1)

$$n = \frac{n_s \cdot H_n^{5/4}}{\sqrt{P_{\text{útil}}}} \quad (3.3)$$

n_s : Velocidad específica máxima admisible sin peligro de cavitación.

En la ecuación n_s es la velocidad específica máxima admisible sin peligro de cavitación según la altura neta H_n , se puede determinar por medio de la figura 49.

Figura 49 Alturas neta máxima en función del N_s para turbinas Francis



Fuente: (Mataix, 1975)

Para el diseño propuesto con una altura neta de 42 m, la figura 49 nos indica que nuestro n_s tiene que tener el siguiente valor:

$$n_s = 195 \text{ rpm}$$

Con los valores obtenidos, reemplazamos en la ecuación (3.3); donde la $P_{\text{útil}}$ está en hp.

$$n = \frac{(195) (42)^{5/4}}{\sqrt{234.868}} = 1360.454 \text{ rpm}$$



Con este valor escogemos la cantidad de par de polos que debe tener nuestro generador para una frecuencia de 60 Hz de la tabla 3.

Tabla 3
Número de par de polos con la frecuencia del Alternador

Número de Pares de polos	Alternador	
	Velocidad de Rotación en RPM	
	Frecuencia para 50 Hz	Frecuencia para 60 Hz
1	-----	3600
<u>2</u>	1500	<u>1800</u>
3	1000	1200
4	750	900
5	600	720
6	500	600

Fuente: (Mataix, 1975)

De la tabla 3 escogemos 2 pares de polos para una frecuencia de 60 Hz. Por ello se seleccionó un alternador síncrono, ya que el eje de la turbina va acoplado directamente al alternador. El eje gira a una velocidad constante para mantener constante la frecuencia de la intensidad de corriente generada. La velocidad de sincronismo depende de la frecuencia (f) y el número de pares de polos (p) del alternador.

$$n = (60) \frac{f}{p} \text{ (rpm)}$$
$$n = (60) \frac{60}{2} = 1800 \text{ rpm}$$

Con la velocidad de sincronismo y el par de polos del alternador calculados, procedemos a calcular la velocidad específica (adimensional) de la turbina estudiada. Para ello usamos la expresión de (Zamora Parra & Viedma Robles, 2016).



$$\Omega_s = \frac{\Omega \cdot Q^{1/2}}{g \cdot H_n^{3/4}} \quad (3.4)$$

$$\Omega_s = \frac{(1800) \left(\frac{2\pi}{60}\right) (0,5)^{1/2}}{(9.81 \times 42)^{3/4}} = 1.457$$

Según la tabla 4 de Viedma y Zamora, la turbina que mejor condición tiene para nuestro diseño es la turbina Francis Rápida.

Tabla 4
Tabla Velocidades Específicas de una turbina

Tipo de Turbina	Características	Ω_s
Peltón	1 Chorro	0,05 - 0,15
	Varios Chorros	0,15 - 0,35
<u>Francis</u>	Lenta	0,35 - 0,67
	Normal	0,67 - 1,20
	<u>Rápida</u>	<u>1,20 - 2,70</u>
Hélice y Kaplan	Lenta	1,60 - 2,75
	Rápida	2,75 - 3,65
	Ultra Rápida	3,65 - 5,50

Fuente: (Zamora Parra & Viedma Robles, 2016)

3.2.3. Número específico de revoluciones en función de la potencia

El número específico de revoluciones N_s conocido también como número de Camerer es la velocidad a la que tiene que girar el eje de la turbina, para suministrar al eje una potencia de 1 caballo vapor, en un salto de 1 m con un rendimiento óptimo y se expresa en función de unidades del sistema internacional según la ecuación (2.1).

$$N_s = \frac{n \sqrt{P_{\text{útil}}}}{H_n^{5/4}}$$

n : Velocidad de giro (rpm)

$P_{\text{útil}}$: Potencia suministrada al eje (KW)

$$N_s = \frac{(1800)\sqrt{175,275}}{(42)^{5/4}} = 222.880$$



Tabla 5
Selección del tipo de Turbina en función del N_s

Velocidad Específica (N_s)	Tipo de Turbina	Altura del Salto (m)
Hasta 18	Pelton con 1 Inyector	800
18 a 25	Pelton con 1 Inyector	(800 - 400)
26 a 35	Pelton con 1 Inyector	(400 - 100)
26 a 35	Pelton con 2 Inyectores	(800 - 400)
36 a 50	Pelton con 2 Inyectores	(400 - 100)
51 a 72	Pelton con 4 Inyectores	(400 - 100)
55 a 70	Francis muy Lenta	(400 - 200)
70 a 120	Francis Lenta	(200 - 100)
120 a 200	Francis Normal	(100 - 50)
<u>200 a 300</u>	<u>Francis Rápida</u>	<u>(50 - 25)</u>
300 a 450	Francis muy Rápida	(25 - 15)
400 a 500	Hélice Rápida	Hasta (15)
270 a 500	Kaplan Lenta	(50 - 15)
500 a 800	Kaplan Normal	(15 - 5)
800 a 1100	Kaplan Rápida	5

Fuente: (Zoppetti, 1965)

3.2.4. Diseño del Rodete Prototipo

3.2.4.1. Estimación inicial de las dimensiones del Rodete Rápido Francis

Para el pre dimensionamiento de una turbina Francis se determinan las dimensiones principales del rodete, a partir de la velocidad de giro (N_s) mediante las ecuaciones de (Siervo & Leva, 1976).

Ecuaciones (2.13) - (2.18).

$$K_u = 0.31 + 2.5(10^{-3})N_s = 0.31 + 2.5(10^{-3})(222.88) = 0.867$$

$$D_3 = (84.5)(K_u)\left(\frac{\sqrt{H_n}}{n}\right) = (84.5)(0.867)\left(\frac{\sqrt{42}}{1800}\right) = 263.832 \text{ mm}$$



$$D_1 = \left(0.4 + \frac{94.5}{N_s}\right) D_3 = \left(0.4 + \frac{94.5}{222.88}\right) (263.832) = 217.397 \text{ mm}$$

$$D_2 = \left(\frac{1}{0.96 + (0.00038) \cdot N_s}\right) D_3 = \left(\frac{1}{0.96 + (0.00038 \times 222.88)}\right) (263.832) = 252.545 \text{ mm}$$

$$H_1 = \left(0.094 + \frac{N_s}{4000}\right) D_3 = \left(0.094 + \frac{222.88}{4000}\right) (263.832) = 39.501 \text{ mm}$$

$$H_2 = \left(\frac{1}{3.16 - (0.0013) \cdot N_s}\right) D_3 = \left(\frac{1}{3.16 - (0.0013 \times 222.88)}\right) (263.832) = 91.919 \text{ mm}$$

K_u : Coeficiente de Velocidad Periférica

N_s : Número Especifico de Revoluciones

D_3 : Diametro de salida del Rodete

D_1 : Diametro de entrada

D_2 : Diametro

H_n : Altura o Salto neto

n : Velocidad de giro de la turbina

Tabla 6

Dimensiones del Rodete Prototipo Francis

Dimensiones del Rodete Francis		
Parámetro	Valor (mm)	Valor (m)
K_u	0.867	0.867
D_3	263.832	0.264
D_1	217.397	0.217
D_2	252.545	0.253
H_1	39.501	0.040
H_2	91.919	0.092

Fuente: Elaboracion Propia

Las medidas obtenidas son aproximaciones las cuales pueden variar al momento de desarrollar el diseño del perfil Hidraulico del alabe utilizando el método de Bovet; con estos resultados se procede al conformado de los alabes del Rodete.

3.2.4.2. Trazado del perfil Hidráulico por el Método de M. Th. Bovet

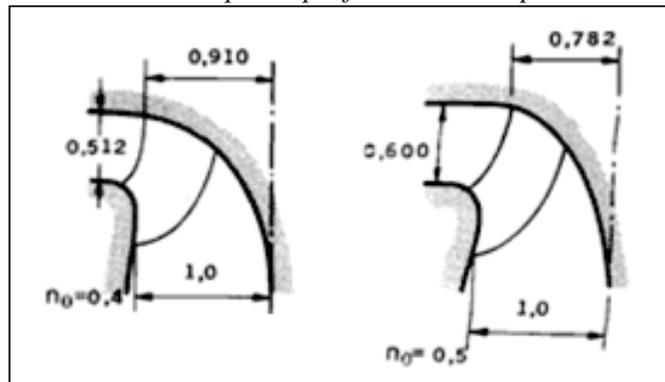
Por el metodo de (Bovet, 1961) trazamos el perfil Hidraulico donde se comienza por calcular el número adimensional (n_o) utilizando la ecuacion (2.19).



$$n_o = \frac{n \left(\frac{Q}{\pi}\right)^{1/2}}{(2gH_n)^{3/4}} = 0.489$$

Ya calculado el numero adimensional (n_o), se selecciona el tipo de perfil y sus proporciones utilizando la siguiente figura, como se puede ver los perfiles en la siguiente figura para un $n_o = 0.489$ esta comprendido entre los perfiles de los n_o de 0.4 a 0.5. El trazado del perfil hidraulico y ls aristas de entrada y salida del alabe se deben aproximar a los perfiles de la figura.

Figura 50 Selección del tipo de perfil hidráulico para un $n_o=0,489$



Fuente: (Mataix, 1975)

El trazado del perfil Hidraulico del rodete esta compuesto por la curva interior (i) y exterior (e), parta ello se utilizaron las siguientes ecuaciones:

3.2.4.2.1. Trazado del perfil interno

Para determinar los parametros de la curva interior se utilizan las ecuaciones (2.21) y (2.22) respectivamente.

$$y_{mi} = \rho_{oi} = 0.7 + \frac{0.16}{n_o + 0.08} = 0.7 + \frac{0.16}{0.489 + 0.08} = 0.981$$

$$\lambda_i = 3.2 + 3.2(2 - n_o)n_o = 3.2 + (3.2)(2 - 0.489)(0.489) = 5.564$$

Los parametros calculados reemplazamos en la ecuacion (2.20) para obtener la ecuacion de la curva interior del perfil hidraulico.

$$y_{1i} = y_{mi}(3.08) \left(1 - \frac{x_{1i}}{\lambda_i}\right) \sqrt{\frac{x_{1i}}{\lambda_i} \left(1 - \frac{x_{1i}}{\lambda_i}\right)}$$



Evaluamos la ecuación de la curva i desde $0 < x_{1i} < 1/4\lambda_i$ es decir de $0 < x_{1i} < 203.420$; con la finalidad de trazar la curva interior.

$$y_{1i} = (0.981)(3.08) \left(1 - \frac{x_{1i}}{5.564}\right) \sqrt{\frac{x_{1i}}{5.564} \left(1 - \frac{x_{1i}}{5.564}\right)}$$

3.2.4.2.2. *Trazado del perfil externo*

Para el trazado de la curva exterior se calcula λ_e mediante la ecuación (2.23)

$$\lambda_e = 2.4 - 1.9(2 - n_o)n_o = 2.4 - (1.9)(2 - 0.489)(0.489) = 0.996$$

Calculado λ_e se considera $x_{2e} = 0.5$ (valor constante e independiente de n_o según Bovet)

calculamos el siguiente parametro:

$$\frac{y_{2e}}{y_{me}} = 3.08 \left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right) \sqrt{\frac{x_{2e}}{\lambda_e} \left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right)} = 3.08 \left(1 - \frac{0.5}{0.996}\right) \sqrt{\frac{0.5}{0.996} \left(1 - \frac{0.5}{0.996}\right)} = 0.767$$

Ahora calculamos ρ_{oe} para un $n_o > 0.275$, con este valor procedemos a calcular y_{2e} y así podemos encontrar y_{me} con las ecuaciones (2.25) y (2.26) respectivamente.

$$\rho_{oe} = 1.255 - 0.3(n_o) = 1.255 - 0.3(0.489) = 1.108$$

$$y_{2e} = \rho_{oe} - 1 = 1.108 - 1 = 0.108$$

Con los parametros obtenidos reemplazamos en la ecuación anterior y obtenemos el valor de y_{me} .

$$y_{me} = \frac{y_{2e}}{0.767} = 0.141$$

Ya conocidos los parametros se expresa la ecuación de la curva exterior del perfil Hidraulico utilizando la ecuación (2.20)

$$y_{2e} = y_{me}(3.08) \left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right) \sqrt{\frac{x_{2e}}{\lambda_e} \left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right)}$$

Evaluamos para trazar la curva e de $b_o < x < b_o + x_{2e}$ con la diferencia que ahora debemos desplazar los valores de x en la ecuación general para que las dos curvas tengan diferente origen.



$$y_{2e} = y_{me}(3,08)\left(1 - \frac{x_{2e} - b_0}{\lambda_e}\right) \sqrt{\frac{x_{2e}}{\lambda_e} \left(1 - \frac{x_{2e} - b_0}{\lambda_e}\right)}$$

Para completar la ecuacion de la curva exterior necesitamos determinar b_0 , para lo cual usamos la ecuacion (2.30).

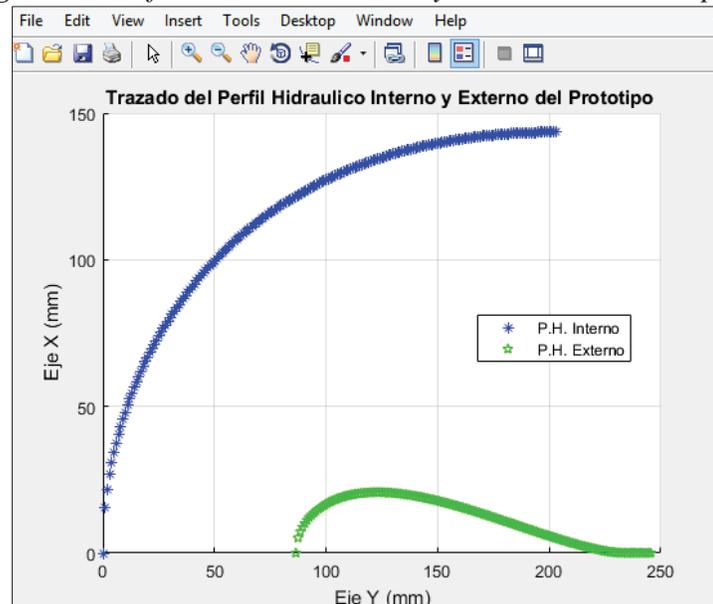
$$b_0 = 0,8(2 - n_0)n_0 = 0.591$$

Por lo tanto la ecuacion de la curva exterior definitiva es:

$$y_{2e} = (0.141)(3,08)\left(1 - \frac{x_{2e} - 0.591}{0.996}\right) \sqrt{\frac{x_{2e}}{0.996} \left(1 - \frac{x_{2e} - 0.591}{0.996}\right)}$$

Determinadas las ecuaciones de las curvas interior y exterior, se evaluan y grafican dichas curvas utilizando el software de Matlab, como se muestra en la figura 50.

Figura 51 Perfil Hidráulico Interno y Externo del Prototipo



Fuente: Elaboración Propia

Podemos calcular otros parametros importantes del perfil hidraulico que seran utiles en el trazado del mismo. De la ecuacion (2.29)

$$\rho_{me} = 1.108 - 0.141 = 0.967$$



Notamos que los valores obtenidos para las curvas del perfil hidraulico y las demas dimensiones del rodete son adimensionales. Para determinar los verdaderos en funcion de ρ_{2e} y conocer el tamaño verdadero del rodete se utilizan las ecuaciones (2.32) y (2.34) respectivamente.

Según (Bovet, 1961, pág. 51) ($\varphi_{2e} = 0.27$)

$$\rho_{2e} = \left(\frac{Q}{\pi \times n \times \varphi_{2e}} \right)^{1/3} = \left(\frac{0.5}{\pi \times 188.496 \times 0.27} \right)^{1/3} = 146.235 \text{ mm}$$

Determinamos el valor verdadero de ρ_{1i} mediante la siguiente ecuacion la cual nos sirvio para ubicar el punto 1i el cual es el punto de entrada del rodete ubicado en el curva interior del perfil hidraulico.

$$\rho_{1i} = \frac{60}{2\pi \times n} \left(\frac{2 \times g \times H_n}{1.72} \right)^{1/2} = \frac{60}{2\pi \times 1800} \left(\frac{2 \times 9.81 \times 42}{1.72} \right)^{1/2} = 116.120 \text{ mm}$$

Multiplicando el valor de ρ_{2e} con las ecuaciones generales de las curvas exterior e interior se obtiemes los siguiente valores reales del rodete.

Tabla 7
Valores adimensionales y reales del perfil hidráulico del rodete

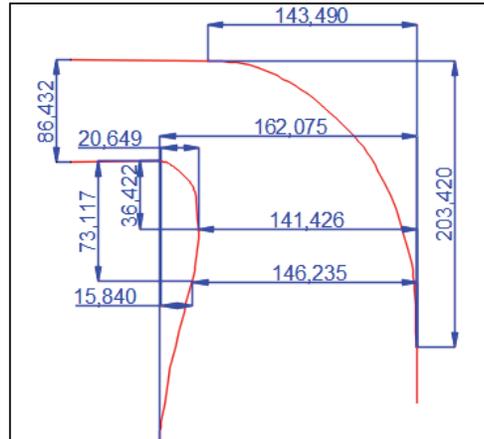
Dimensión	Valor Adimensional	Valor Real (mm)
b_0	0.591	86.432
y_{mi}	0.981	143.490
ρ_{1i}	1.000	116.120
ρ_{oe}	1.108	162.075
λ_i	5.564	813.680
λ_e	0.996	145.688
x_{2e}	0.500	73.117
y_{2e}	0.108	15.840
y_{me}	0.141	20.649
ρ_{me}	0.967	141.426

Fuente: Elaboracion Propia

Las dimensiones reales del perfil hidraulico obtenidas se muestran en la figura 51.

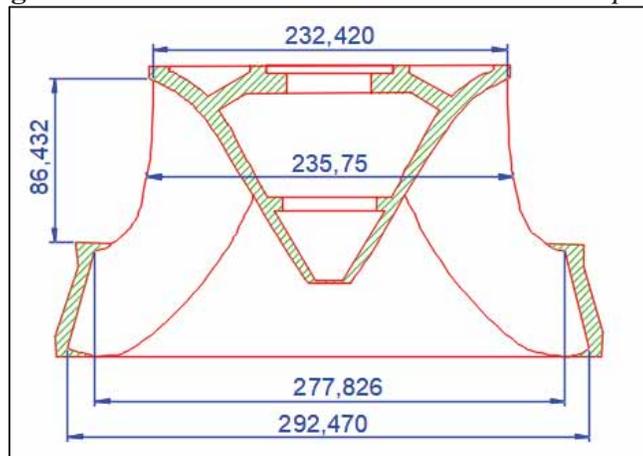


Figura 52 Dimensiones características del canal del rodete



Fuente:Elaboracion Propia

Figura 53 Dimensiones reales del Rodete Prototipo



Fuente: Elaboracion Propia

Tabla 8

Dimensiones reales del Rodete Prototipo

DIAMETROS DEL RODETE PROTOTIPO		
DIAMETROS	(m)	(mm)
D_{1i}	0.232	232.240
D_{mi}	0.236	235.750
D_{2i}	0.278	277.826
D_{2e}	0.292	292.470

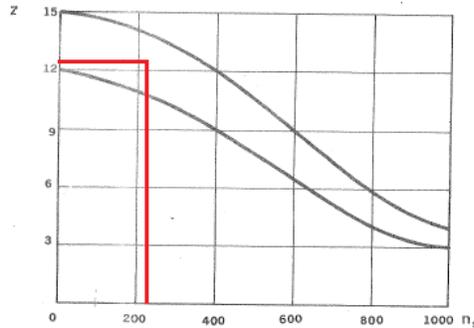
Fuente:Elaboracion Propia



3.2.4.3. Determinación del Número de alabes

El número de alabes del rodete prototipo se estimó mediante la curva de la figura en función de N_s . El número de alabes debe seleccionarse debe estar comprendido entre las dos curvas por lo tanto seleccionamos 12 alabes.

Figura 54 Estimación del número de alabes de una turbina Francis en función del N_s



Fuente: (Mataix, 1975)

Ahora basándonos en las ecuaciones (2.37 – 2.40) de Bovet determinamos la cantidad de alabes del Rodete y sus respectivos espesores de entrada y salida.

$$Z = 14.054 - 0.011(N_s) = 14.054 - 0.011(222.88) = 11,602 \equiv 12$$

$$e_{\max} = \frac{0.015 R_{mi} H_n}{Z} + 0.002 = \frac{(0.015)(0.118)(42)}{12} + 0.002 = 8.188 \text{ mm}$$

$$e_{\text{entrada}} = \frac{e_{\max}}{3} = 2.729 \text{ mm}$$

$$e_{\text{salida}} = \frac{e_{\max}}{6} = 1.365 \text{ mm}$$

Z: Número de Alabes del Rodete

e_{entrada} : Espesor a la entrada del alabe del rodete

e_{salida} : Espesor a la Salida del alabe del rodete

3.2.5. Condiciones de Semejanza Hidráulica

Para poder obtener unos resultados satisfactorios en el prototipo, tenemos que diseñar el modelo haciendo uso de las leyes de semejanza Hidráulica, donde comprobaremos la semejanza Geométrica, Cinemática y Dinámica.



3.2.5.1. Eficiencias de turbinas basadas en la experimentación en Modelos

Conocida la eficiencia requerida en el Prototipo (85%) se puede conocer la eficiencia con la que va a trabajar el modelo con la siguiente ecuación.

Según Moody (Garcia Perez, 2011, pág. 61) para turbinas Francis.

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m) \left(\frac{D_m}{D_p} \right)^{0.25} \left(\frac{H_m}{H_p} \right)^{0.1} \quad (3.5)$$

η_p : Eficiencia del prototipo

η_m : Eficiencia del modelo

D_m : Diámetro de salida del modelo

D_p : Diámetro de salida del Prototipo

H_m : Altura neta del modelo

H_p : Altura neta del prototipo

$$0.85 = 1 - (1 - \eta_m) \left(\frac{0.128}{0.294} \right)^{0.25} \left(\frac{8}{42} \right)^{0.1}$$

$$\eta_m = 78 \%$$

3.2.5.2. Leyes de Semejanza Hidráulica para Turbinas

Las seis fórmulas de las leyes de semejanza mencionadas en el capítulo II se pueden relacionar dos a dos en las siguientes formulas.

$$\frac{n_m}{n_p} = \frac{\sqrt{H_m}}{\sqrt{H_p}} \left(\frac{D_p}{D_m} \right) \quad (3.6)$$

Tabla 9

Semejanza Hidráulica respecto a la Velocidad de Rotación

n_p (rpm)	H_m (m)	H_p (m)	D_p (m)	D_m (m)	N° de polos	N° de polos	n_m (rpm)	n_m (corregido)
<u>1800</u>	<u>8</u>	<u>42</u>	<u>0.294</u>	<u>0.117</u>	<u>1.82367</u>	<u>2</u>	<u>1974.03261</u>	<u>1800</u>
1800	10	42	0.294	0.117	1.63114	2	2207.03555	1800
1800	12	42	0.294	0.117	1.48902	2	2417.68631	1800
1800	14	42	0.294	0.117	1.37857	2	2611.39968	1800
1800	16	42	0.294	0.117	1.28953	2	2791.70369	1800
1800	18	42	0.294	0.117	1.21578	2	2961.04891	1800
1800	20	42	0.294	0.117	1.15339	2	3121.21961	1800
1800	22	42	0.294	0.117	1.09971	2	3273.56274	1800
1800	24	42	0.294	0.117	1.05290	2	3419.12477	1800



1800	26	42	0.294	0.117	1.01159	2	3558.73789	1800
1800	28	42	0.294	0.117	0.97479	1	3693.07684	3600
1800	30	42	0.294	0.117	0.94174	1	3822.69771	3600
1800	32	42	0.294	0.117	0.91183	1	3948.06521	3600
1800	34	42	0.294	0.117	0.88461	1	4069.57247	3600
1800	36	42	0.294	0.117	0.85969	1	4187.55553	3600
1800	38	42	0.294	0.117	0.83676	1	4302.30432	3600

Fuente: Elaboración propia

Despejando el término D_m/D_p de la ecuación de (3.6) se tiene:

$$\frac{D_m}{D_p} = \frac{n_p}{n_m} \left(\frac{\sqrt{H_m}}{\sqrt{H_p}} \right) \tag{3.7}$$

Tabla 10

Semejanza Hidráulica respecto al diámetro de rodete

D_p (m)	H_m (m)	H_p (m)	n_p (rpm)	n_m (rpm)	D_m (m)
<u>0.294</u>	<u>8</u>	<u>42</u>	<u>1800</u>	<u>1800</u>	<u>0.128</u>
0.294	10	42	1800	1800	0.143
0.294	12	42	1800	1800	0.157
0.294	14	42	1800	1800	0.170
0.294	16	42	1800	1800	0.181
0.294	18	42	1800	1800	0.192
0.294	20	42	1800	1800	0.203
0.294	22	42	1800	1800	0.213
0.294	24	42	1800	1800	0.222
0.294	26	42	1800	1800	0.231
0.294	28	42	1800	3600	0.120
0.294	30	42	1800	3600	0.124
0.294	32	42	1800	3600	0.128
0.294	34	42	1800	3600	0.132
0.294	36	42	1800	3600	0.136
0.294	38	42	1800	3600	0.140

Fuente: Elaboración propia

Con los resultados obtenidos calculamos el caudal del agua que va a necesitar nuestro modelo.

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{\sqrt{H_m}}{\sqrt{H_p}} \left(\frac{D_m}{D_p} \right)^2$$



Tabla 11
Semejanza Hidráulica respecto al caudal

Q_p (m ³ /s)	H_m (m)	H_p (m)	D_m (m)	D_p (m)	Q_m (m ³ /s)
<u>0.5</u>	<u>8</u>	<u>42</u>	<u>0.128</u>	<u>0.294</u>	<u>0.042</u>
0.5	10	42	0.143	0.294	0.058
0.5	12	42	0.157	0.294	0.076
0.5	14	42	0.170	0.294	0.096
0.5	16	42	0.181	0.294	0.118
0.5	18	42	0.192	0.294	0.140
0.5	20	42	0.203	0.294	0.164
0.5	22	42	0.213	0.294	0.190
0.5	24	42	0.222	0.294	0.216
0.5	26	42	0.231	0.294	0.244
0.5	28	42	0.120	0.294	0.068
0.5	30	42	0.124	0.294	0.075
0.5	32	42	0.128	0.294	0.083
0.5	34	42	0.132	0.294	0.091
0.5	36	42	0.136	0.294	0.099
0.5	38	42	0.140	0.294	0.108

Fuente: Elaboración propia

Ahora calculamos la potencia del modelo y el número específico de revoluciones.

$$\frac{P_{am}}{P_{ap}} = \left(\frac{H_m}{H_p}\right)^{1.5} \left(\frac{D_m}{D_p}\right)^2 \tag{3.8}$$

$$N_q = \frac{N \times Q^{0.5}}{H^{0.75}}$$

$$N_s = \frac{N \times P^{0.5}}{H^{1.25}}$$

Tabla 12
Semejanza Hidráulica respecto a la Altura Neta

H_m (m)	D_m (m)	Q_m (m ³ /s)	P_{am} (kw)	n_m (rpm)	N_{qm} (m ³ /s)	N_{sm} (rpm)
<u>8</u>	<u>0.128</u>	<u>0.042</u>	<u>2.775</u>	<u>1800</u>	<u>77.1</u>	<u>222.88</u>
10	0.143	0.058	4.848	1800	77.1	222.88
12	0.157	0.076	7.648	1800	77.1	222.88
14	0.170	0.096	11.244	1800	77.1	222.88
16	0.181	0.118	15.700	1800	77.1	222.88
18	0.192	0.140	21.076	1800	77.1	222.88



20	0.203	0.164	27.427	1800	77.1	222.88
22	0.213	0.190	34.806	1800	77.1	222.88
24	0.222	0.216	43.264	1800	77.1	222.88
26	0.231	0.244	52.848	1800	77.1	222.88
28	0.120	0.068	15.901	3600	77.1	222.88
30	0.124	0.075	18.895	3600	77.1	222.88
32	0.128	0.083	22.203	3600	77.1	222.88
34	0.132	0.091	25.837	3600	77.1	222.88
36	0.136	0.099	29.805	3600	77.1	222.88
38	0.140	0.108	34.119	3600	77.1	222.88

Fuente: Elaboración propia

3.3. Generalidades del diseño hidráulico del modelo de turbina Francis

Ya que determinamos la altura neta ($H_{n(m)}=8$ m), caudal ($Q_{(m)}=0.042$ m³/s), diámetro de salida del rodete modelo ($D_{2e(m)}=0.128$ m) y número específico de revoluciones ($N_{s(m)}=1800$) con ayuda de las leyes de semejanza hidráulica procedemos a calcular todos los parámetros de diseño de nuestro modelo de turbina Francis utilizando las mismas ecuaciones que se usaron para el diseño del prototipo.

3.4. Diseño hidráulico del Modelo de turbina Francis

Para diseñar el modelo de turbina lo que necesitamos conocer es el caudal y la altura neta. Para efectos del diseño se tomarán los datos calculados con las leyes de semejanza hidráulica.

- ♣ Caudal (Q): 0.042 m³/s
- ♣ Altura Neta (H_n): 8 m
- ♣ Altitud máxima: 3399 msnm
- ♣ Aceleración de la gravedad: 9.81 m/s²
- ♣ Densidad del Agua: 1000 kg/m³

3.4.1. Escala del modelo de turbina Francis

$$e_L = \frac{L_p}{L_m} = \frac{D_{2e(p)}}{D_{2e(m)}} = \frac{292.47 \text{ mm}}{128 \text{ mm}} = 2.3$$

Nuestra escala de nuestro modelo va a ser reducida en (1/2.3)



3.4.2. Cálculo de la potencia útil

$$P_n = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H_n \quad (3.9)$$

$$P_n = (1000)(9.81)(0.042)(8) = 3.265 \text{ KW} = 4.434 \text{ CV}$$

Ya obtenido la potencia neta procedemos a calcular la potencia útil ($P_{\text{útil}}$) evaluada con el rendimiento total de la turbina.

$$\eta_t = \eta_v \cdot \eta_h \cdot \eta_m \quad (3.10)$$

El rendimiento hidraulico según (Mataix, 1975) es $\eta_h=0.905$ y el rendimiento total de la turbomáquina se estima en base a la bibliografía existente. Con la ayuda de las leyes de semejanza determinamos una eficiencia del 78% para nuestro modelo pero como el numero especifico de revoluciones tiene que ser igual entre el modelo y el prototipo seguimos tomando para nuestro modelo una eficiencia del 85%.

Con la ecuacion (3.10) calculamos el rendimiento mecanico y el rendimeinto volumetrico.

$$\frac{\eta_t}{\eta_h} = \eta_v \cdot \eta_m$$

$$\eta_m = 0.96$$

$$\eta_v = 0.98$$

Conocido el rendimiento total calculamos la potencia util.

$$P_{\text{útil}} = \eta_t \cdot P_n$$

$$P_{\text{útil}} = (0.85)(3.265) = 2.775 \text{ KW} = 3.769 \text{ CV}$$

3.4.3. Número específico de revoluciones en función de la potencia

$$N_s = \frac{n \sqrt{P_{\text{útil}}}}{H_n^{5/4}}$$

$$N_s = \frac{(1800)\sqrt{2.755}}{(8)^{5/4}} = 222.880$$



3.5. Diseño del Rodete Rápido Modelo

3.5.1.1. Estimación inicial de las dimensiones del Rodete Francis modelo

Para el pre dimensionamiento de una turbina Francis se determinan las dimensiones principales del rodete, a partir de la velocidad de giro (Velocidad Especifica N_s) mediante las ecuaciones de (Siervo & Leva, 1976)

$$K_u = 0.31 + 2.5(10^{-3})N_s = 0.31 + 2.5(10^{-3})(222.88) = 0.867$$

$$D_3 = (84.5)(K_u)\left(\frac{\sqrt{H_n}}{n}\right) = (84.5)(0.867)\left(\frac{\sqrt{8}}{1800}\right) = 115.146 \text{ mm}$$

$$D_1 = \left(0.4 + \frac{94.5}{N_s}\right)D_3 = \left(0.4 + \frac{94.5}{222.88}\right)(115.146) = 94.88 \text{ mm}$$

$$D_2 = \left(\frac{1}{0.96 + (0.00038) \cdot N_s}\right)D_3 = \left(\frac{1}{0.96 + (0.00038 \times 222.88)}\right)(115.146) = 110.22 \text{ mm}$$

$$H_1 = \left(0.094 + \frac{N_s}{4000}\right)D_3 = \left(0.094 + \frac{222.88}{4000}\right)(115.146) = 17.24 \text{ mm}$$

$$H_2 = \left(\frac{1}{3.16 - (0.0013) \cdot N_s}\right)D_3 = \left(\frac{1}{3.16 - (0.0013 \times 222.88)}\right)(115.146) = 40.117 \text{ mm}$$

Tabla 13

Dimensiones del Rodete Francis modelo

Dimensiones del Rodete Francis		
Parámetro	Valor (mm)	Valor (m)
K_u	0.867	0.867
D_3	115.146	0.115
D_1	94.88	0.095
D_2	110.22	0.110
H_1	17.240	0.017
H_2	40.117	0.040

Fuente: Elaboracion Propia

Las medidas obtenidas son aproximaciones las cuales pueden variar al momento de desarrollar el diseño del perfil Hidraulico del alabe utilizando el método de Bovet; con estos resultados se procede al conformado de los alabes del Rodete modelo.



3.5.1.2. Trazado del perfil Hidraulico por el Metodo de Bovet

Por el metodo de (Bovet, 1961) trazamos el perfil Hidraulico donde se comienza por calcular el numero adimensional (n_o) utilizando la siguiente ecuacion:

$$n_o = \frac{n \left(\frac{Q}{\pi}\right)^{1/2}}{(2gH_n)^{3/4}} = 0.489$$

n: Velocidad de giro en rad/s

Ya calculado el numero adimensional (n_o), se selecciona el tipo de perfil y sus proporciones utilizando la siguiente figura, como se puede ver los perfiles en la siguiente figura para un $n_o = 0.489$ esta comprendido entre los perfiles de los n_o de 0.4 a 0.5. El trazado del perfil hidraulico y la aristas de entrada y salida del alabe se deben aproximar a los perfiles de la figura 49.

El trazado del perfil Hidraulico del rodete modelo esta compuesto por la curva interior (i) y exterior (e), para ello se utilizaron las siguientes ecuaciones:

3.5.1.2.1. Trazado del perfil interno

Para determinar la curva interior se utilizan los siguientes parametros.

$$y_{mi} = \rho_{oi} = 0.7 + \frac{0.16}{n_o + 0.08} = 0.7 + \frac{0.16}{0.489 + 0.08} = 0.981$$

$$\lambda_i = 3.2 + 3.2(2 - n_o)n_o = 3.2 + (3.2)(2 - 0.489)(0.489) = 5.564$$

Los parametros calculados reemplazamos en la siguiente ecuacion para obtener la ecuacion de la curva interior del perfil hidraulico.

$$y_{1i} = y_{mi}(3.08) \left(1 - \frac{x_{1i}}{\lambda_i}\right) \sqrt{\frac{x_{1i}}{\lambda_i} \left(1 - \frac{x_{1i}}{\lambda_i}\right)}$$

Evaluamos la ecuacion de la curva i desde $0 < x_{1i} < 1/4\lambda_i$ es decir de $0 < x_{1i} < 88.779$; con la finalidad de trazar la curva interior.

$$y_{1i} = (0.981)(3.08) \left(1 - \frac{x_{1i}}{5.564}\right) \sqrt{\frac{x_{1i}}{5.564} \left(1 - \frac{x_{1i}}{5.564}\right)}$$



3.5.1.2.2. Trazado del perfil externo

Para el trazado de la curva exterior se calcula λ_e mediante la siguiente ecuación:

$$\lambda_e = 2.4 - 1.9(2 - n_o)n_o = 2.4 - (1.9)(2 - 0.489)(0.489) = 0.996$$

Calculado λ_e se considera $x_{2e} = 0.5$ (valor constante e independiente de n_o según Bovet)

calculamos el siguiente parametro:

$$\frac{y_{2e}}{y_{me}} = 3.08 \left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right) \sqrt{\frac{x_{2e}}{\lambda_e} \left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right)} = 3.08 \left(1 - \frac{0.5}{0.996}\right) \sqrt{\frac{0.5}{0.996} \left(1 - \frac{0.5}{0.996}\right)} = 0.767$$

Ahora calculamos ρ_{oe} para un $n_o > 0.275$, con este valor procedemos a calcular y_{2e} y así podemos encontrar y_{me} con las siguientes ecuaciones.

$$\rho_{oe} = 1.255 - 0.3(n_o) = 1.255 - 0.3(0.489) = 1.108$$

$$y_{2e} = \rho_{oe} - 1 = 1.108 - 1 = 0.108$$

Con los parametros obtenidos reemplazamos en la ecuación anterior y obtenemos el valor de y_{me} .

$$y_{me} = \frac{y_{2e}}{0.767} = 0.141$$

Ya conocidos los parametros se expresa la ecuación de la curva exterior del perfil Hidraulico.

$$y_{2e} = y_{me} (3.08) \left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right) \sqrt{\frac{x_{2e}}{\lambda_e} \left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right)}$$

Evaluamos para trazar la curva e de $b_o < x < b_o + x_{2e}$ con la diferencia que ahora debemos desplazar los valores de x en la ecuación general para que las dos curvas tengan diferente origen.

$$y_{2e} = y_{me} (3.08) \left(1 - \frac{x_{2e} - b_o}{\lambda_e}\right) \sqrt{\frac{x_{2e} - b_o}{\lambda_e} \left(1 - \frac{x_{2e} - b_o}{\lambda_e}\right)}$$

Para completar mi ecuación necesitamos determinar b_o .

$$b_o = 0.8(2 - n_o)n_o = 0.591$$

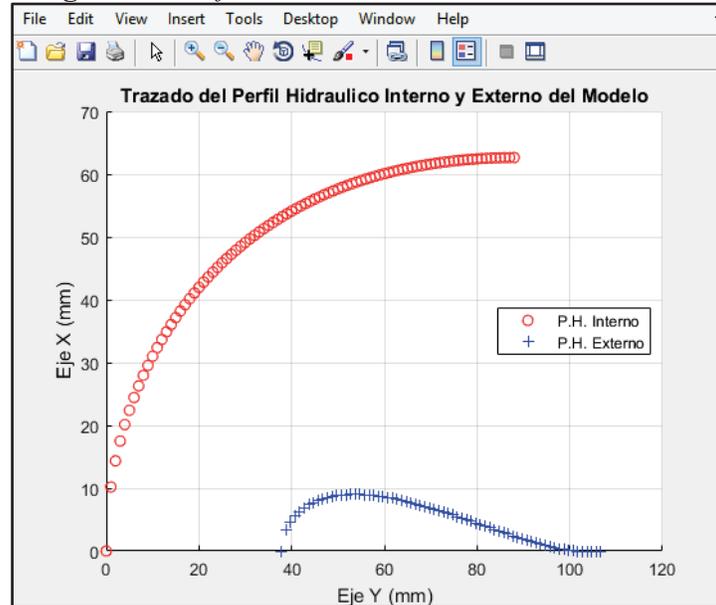
Por lo tanto la ecuación de la curva exterior definitiva es:



$$y_{2e} = (0.141)(3,08)\left(1 - \frac{x_{2e} - 0.591}{0.996}\right) \sqrt{\frac{x_{2e}}{0.996} \left(1 - \frac{x_{2e} - 0.591}{0.996}\right)}$$

Determinadas las ecuaciones de las curvas interior y exterior, se evalúan y grafican dichas curvas utilizando el software de Matlab, como se muestra en la figura 55.

Figura 55 Perfil Hidráulico del alabe del Modelo



Fuente: Elaboración Propia

Podemos calcular otros parámetros importantes del perfil hidráulico que serán útiles en el trazado del mismo.

$$\rho_{me} = 1.108 - 0.141 = 0.967$$

Notamos que los valores obtenidos para las curvas del perfil hidráulico y las demás dimensiones del rodete son adimensionales. Para determinar los verdaderos en función de ρ_{2e} y conocer el tamaño verdadero del rodete se utilizan las siguientes ecuaciones:

Según (Bovet, 1961, pág. 61), ($\varphi_{2e} = 0.27$)

$$\rho_{2e} = \left(\frac{Q}{\pi \times n \times \varphi_{2e}}\right)^{1/3} = \left(\frac{0.042}{\pi \times 188.496 \times 0.27}\right)^{1/3} = 0.064 \text{ m}$$



Determinamos el valor verdadero de ρ_{1i} mediante la siguiente ecuación la cual nos sirvió para ubicar el punto $1i$ el cual es el punto de entrada del rodete ubicado en la curva interior del perfil hidráulico.

$$\rho_{1i} = \frac{60}{2\pi \times n} \left(\frac{2 \times g \times H_n}{1.72} \right)^{1/2} = \frac{60}{2\pi \times 1800} \left(\frac{2 \times 9.81 \times 8}{1.72} \right)^{1/2} = 0.051 \text{ m}$$

Multiplicando el valor de ρ_{2e} con las ecuaciones generales de las curvas exterior e interior se obtienen los siguientes valores reales del rodete.

Tabla 14
Valores adimensionales y reales del perfil hidráulico del rodete

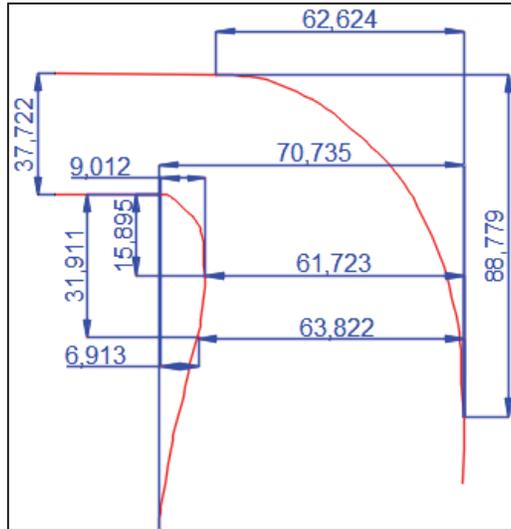
Dimensión	Valor Adimensional	Valor Real (mm)
b_0	0.591	37.722
y_{mi}	0.981	62.624
ρ_{1i}	1.000	50.679
ρ_{oe}	1.108	70.735
λ_i	5.564	355.119
λ_e	0.996	63.583
x_{2e}	0.500	31.911
y_{2e}	0.108	6.913
y_{me}	0.141	9.012
ρ_{me}	0.967	61.723

Fuente: Elaboración Propia

Las dimensiones reales del perfil hidráulico obtenidas se muestran en la siguiente figura 56.

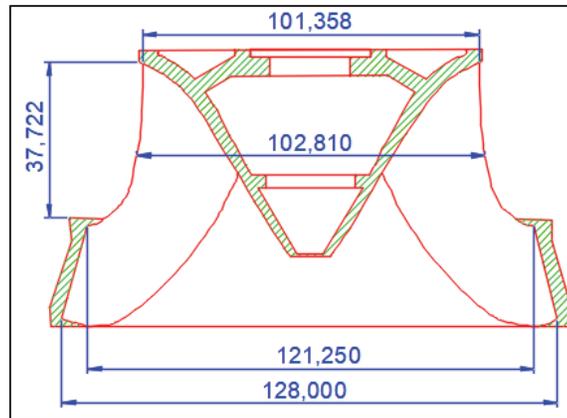


Figura 56 Dimensiones características del canal del rodete



Fuente:Elaboracion Propia

Figura 57 Dimensiones reales del Rodete Modelo



Fuente: Elaboracion Propia

Figura 58 Dimensiones reales del Rodete Modelo

DIAMETROS DEL RODETE MODELO		
DIAMETROS	(m)	(mm)
D_{1i}	0.101	101.138
D_{mi}	0.103	102.810
D_{2i}	0.121	121.250
D_{2e}	0.128	128.000

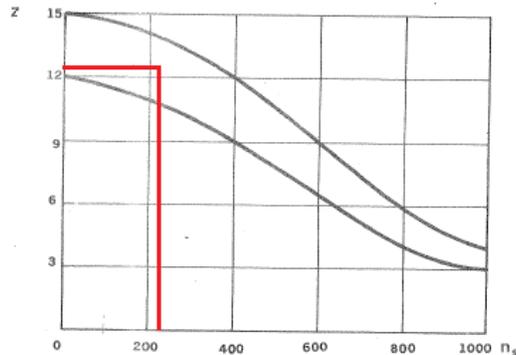
Fuente:Elaboracion Propia



3.5.1.3. Determinación del Número de alabes

El número de alabes del rodete modelo se estimó mediante la curva de la figura en función de N_s . El número de alabes debe seleccionado debe estar comprendido entre las dos curvas por lo tanto seleccionamos 12 alabes.

Figura 59 Estimación del número de alabes de una turbina modelo Francis en función del N_s



Fuente: (Mataix, 1975)

Ahora basandonos en las ecuaciones de Bovet determinamos la cantidad de alabes del Rodete y sus respectivos espesores de entrada y salida .

$$Z = 14.054 - 0.011(N_s) = 14.054 - 0.011(222.88) = 11,602 \equiv 12 \text{ álabes}$$

$$e_{\max} = \frac{0.015 R_{mi} H_n}{Z} + 0.002 = \frac{(0.015) (0.052)(8)}{12} + 0.002 = 2.606 \text{ mm}$$

$$e_{\text{entrada}} = \frac{e_{\max}}{3} = 0.869 \text{ mm}$$

$$e_{\text{salida}} = \frac{e_{\max}}{6} = 0.434 \text{ mm}$$

3.5.1.4. Altura de la llanta (Nechleva , 1957, pág. 142)

$$l_m = \lambda_e \sqrt{D_{mi}} = 0.996 \sqrt{102.810} = 10.099 \text{ mm} \quad (3.11)$$

3.5.1.5. Espesor de la corona y llanta (Nechleva , 1957, pág. 228)

$$\delta = 2.25 + 0.01 D_{1i} = 2.25 + 0.01(101.138) = 3.261 \text{ mm} \quad (3.12)$$

3.5.1.6. Espesor de la corona en el cubo (Nechleva , 1957, pág. 228)

$$\delta_1 = 3 + 0.01 D_{1i} = 3 + 0.01(101.138) = 4.011 \text{ mm} \quad (3.13)$$



3.5.1.7. Espesor de la pared del cubo (Nechleva , 1957, pág. 228)

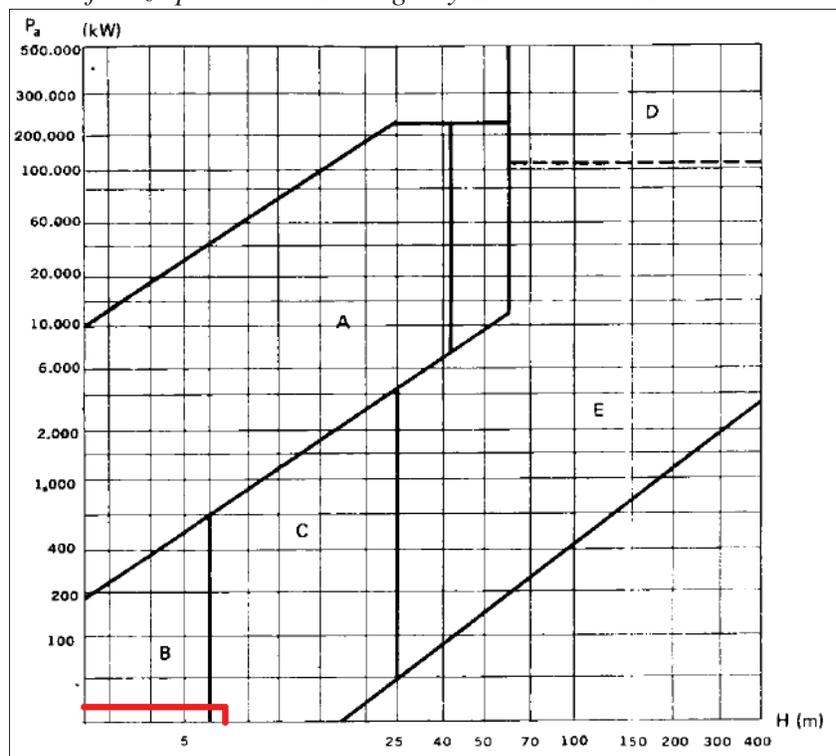
$$\delta_n = 1.5 + \frac{d_{eje}}{4} = 1.5 + \frac{25\text{mm}}{4} = 7.75 \text{ m} \quad \begin{matrix} (3. \\ 14) \end{matrix}$$

3.5.2. Diseño de la Camara Espiral o Voluta del Modelo

3.5.2.1. Selección del material

Para determinar el material de la camara espiral de la turbina a diseñar nos basamos en la figura, los parametros a tomar en cuenta son la potencia generada de la turbina ($P_{\text{útil}} = 2.775 \text{ KW}$) y la altura neta ($H_n=8\text{m}$).

Figura 60 Selección del material de la Cámara Espiral modelo, A: Cámara de Hormigón; B: Cámaras Abiertas; C: Cámaras de forro Metálico; D: Cámaras Metálicas con transmisión de esfuerzo parcial al Hormigón y E: Cámaras Metálicas



Fuente: (Mataix, 1975)

De acuerdo a la figura 59 seleccionamos el Area C, nuestra camara espiral tien que ser fabricada con forro metalico.



3.5.2.2. Metodo de Siervo y Leva

Para el dimensionamiento de la camara espiral usamos las ecuaciones de (Siervo & Leva, 1976), (2.50 – 2.60), donde usamos para dichos calculos el diametro de salida del rodete ($D_{2e}=128$ mm) y el numero especifico de revoluciones ($N_s=222.88$).

Dichas dimensiones son representados en dos planos tal como indica la figura 60 y luego son resumidos en la tabla (3.14).

$$A = D_{2e} \left(1.2 - \frac{19.56}{N_s} \right) = (128) \left(1.2 - \frac{19.56}{222.88} \right) = 141.971 \text{ mm}$$

$$B = D_{2e} \left(1.1 + \frac{54.8}{N_s} \right) = (128) \left(1.1 + \frac{54.8}{222.88} \right) = 171.793 \text{ mm}$$

$$C = D_{2e} \left(1.32 + \frac{49.25}{N_s} \right) = (128) \left(1.32 + \frac{49.25}{222.88} \right) = 196.696 \text{ mm}$$

$$D = D_{2e} \left(1.5 + \frac{48.8}{N_s} \right) = (128) \left(1.5 + \frac{48.8}{222.88} \right) = 219.414 \text{ mm}$$

$$E = D_{2e} \left(0.98 + \frac{63.6}{N_s} \right) = (128) \left(0.98 + \frac{63.6}{222.88} \right) = 161.515 \text{ mm}$$

$$F = D_{2e} \left(1 + \frac{131.4}{N_s} \right) = (128) \left(1 + \frac{131.4}{222.88} \right) = 202.898 \text{ mm}$$

$$G = D_{2e} \left(0.89 + \frac{96.5}{N_s} \right) = (128) \left(0.89 + \frac{96.5}{222.88} \right) = 168.869 \text{ mm}$$

$$H = D_{2e} \left(0.79 + \frac{81.75}{N_s} \right) = (128) \left(0.79 + \frac{81.75}{222.88} \right) = 147.658 \text{ mm}$$

$$I = D_{2e} (0.1 + 6.5(10^{-4})N_s) = (128)(0.1 + 6.5(10^{-4})(222.88)) = 31.257 \text{ mm}$$

$$L = D_{2e} (0.88 + 4.9(10^{-4})N_s) = (128)(0.88 + 4.9(10^{-4})(222.88)) = 126.267 \text{ mm}$$

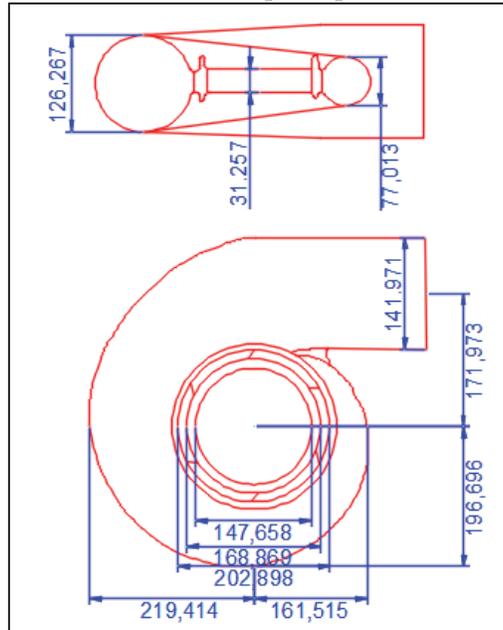
$$M = D_{2e} (0.6 + 1.5(10^{-5})N_s) = (128)(0.6 + 1.5(10^{-5})(222.88)) = 77.013 \text{ mm}$$

D_{2e} =Diametro de salida del rodete

N_s =Número especifico de revoluciones en funcion de la potencia



Figura 61 Dimensiones de la cámara espiral por el método de Siervo y Leva



Fuente: Elaboracion propia.

Tabla 15
Dimensiones de la cámara espiral

DIMENSIONES DE LA CAMARA ESPIRAL		
MEDIDAS	(m)	(mm)
A	0.142	141.971
B	0.172	171.793
C	0.197	196.696
D	0.219	219.414
E	0.162	161.515
F	0.203	202.898
G	0.167	168.869
H	0.148	147.658
I	0.031	31.257
L	0.126	126.267
M	0.077	77.013

Fuente. Elaboracion propia.

3.5.2.3. Metodo de Pedro Fernández Díez

Cada seccion de la camara espiral va disminuyendo a medida que el agua ingresa a la misma, con el proposito de compensar la perdida del caudal y mantener asi una velocidad constante.



Este metodo (Fernandez Diez, 2010), permite encontrar los diametros de un mayor numero de tramos, para ello dividimos la camara espiral en 16 tramos, cada una de estos tramos a 22.5°. Del anterior metodo conocemos el diametro 1 ($d_1=325.297$); con este dato procedemos a calcular los 15 diametros restantes con las siguientes ecuaciones (Ver figura 19).

$$d_1 = 1.1284 \sqrt{\frac{Q}{C_e}} = 141.971 \text{ mm} \tag{3. 15}$$

$$d_2 = d_1 \sqrt{\frac{15}{16}} ; d_3 = d_1 \sqrt{\frac{7}{8}} ; d_4 = d_1 \sqrt{\frac{13}{16}} ; d_5 = d_1 \sqrt{\frac{3}{4}} ; d_6 = d_1 \sqrt{\frac{11}{16}}$$

$$d_7 = d_1 \sqrt{\frac{5}{8}} ; d_8 = d_1 \sqrt{\frac{9}{16}} ; d_9 = d_1 \sqrt{\frac{1}{2}} ; d_{10} = d_1 \sqrt{\frac{7}{16}} ; d_{11} = d_1 \sqrt{\frac{3}{8}}$$

$$d_{12} = d_1 \sqrt{\frac{5}{16}} ; d_{13} = d_1 \sqrt{\frac{1}{4}} ; d_{14} = d_1 \sqrt{\frac{3}{16}} ; d_{15} = d_1 \sqrt{\frac{1}{8}} ; d_{16} = d_1 \sqrt{\frac{1}{16}}$$

Tabla 16
Dimensiones de los diámetros de la cámara espiral

DIÁMETROS EN FUNCIÓN DEL CAUDAL		
DIÁMETROS	Ø (m)	Ø (mm)
d1	0.142	141.971
d2	0.137	137.463
d3	0.133	132.802
d4	0.128	127.971
d5	0.123	122.951
d6	0.118	117.716
d7	0.112	112.238
d8	0.106	106.478
d9	0.100	100.389
d10	0.094	93.905
d11	0.087	86.939
d12	0.079	79.364
d13	0.071	70.986
d14	0.061	61.475
d15	0.050	50.194
d16	0.035	35.493

Fuente. Elaboracion propia.



Por lo tanto la velocidad de entrada en la cámara espiral es :

$$C_e = \frac{1.2733 Q}{(d_1)^2} = \frac{(1.2733 \times 0.042 \text{ m}^3/\text{s})}{(0.142 \text{ m})^2} \quad (3.16)$$

$$C_e = 3.515 \text{ m/s}$$

3.5.2.3.1. *Numero de Reynolds*

$$Re = \frac{(d_1)(C_e)(\rho)}{\mu} = \frac{(0.142 \text{ m})(2.652 \text{ m/s})(1000 \text{ kg/m}^3)}{0.001 \text{ kg/ms}} = 376584 \quad (3.17)$$

3.5.2.3.2. *Espesor de la cámara espiral*

La sobrepresión máxima que ha de soportar el sistema de conductos no debe sobrepasar el doble de la carga bruta disponible; la altura bruta es ($H_b = 9.3\text{m}$). Según la ecuación (2.63).

$$P_{\max} = H_b(200\%) = (9.3\text{m})(2.00) = 14.043 \text{ m} = 140.33 \text{ kPa}$$

Para esta presión se tiene el siguiente espesor de pared de la caja espiral con la ecuación (2.64); considerando un factor de seguridad ($f.s=3$) y un esfuerzo de tensión permisible

$$(\sigma_{\text{tperm}} = 250000 \text{ kPa}).$$

$$s = \frac{P_{\max} \times d_1 \times f.s}{0.3\sigma_{\text{tperm}}} = \frac{140.33 \text{ kPa} \times 0.142\text{m} \times 3}{0.3 \times 250000 \text{ kPa}} = 0.8 \text{ mm}$$

Este espesor es válido también para la tubería forzada de admisión.

3.5.3. **Diseño del Distribuidor Modelo**

3.5.3.1. **Número de alabes directrices**

Para determinar el número de alabes directrices del distribuidor primero calculamos el diámetro de las puntas en la posición de máxima apertura (d_p).

$$d_p = 1.05 \times d_{2e} = 134.027 \text{ mm} \quad (3.18)$$

Conocido dicho valor utilizamos la ecuación (2.70) para calcular la cantidad de alabes que puede tener el distribuidor. El valor que opera dentro de la ecuación oscila de 4 a 6; se escoge el valor de 6.



$$Z_d = \frac{1}{4} \sqrt{d_p + 4} \approx 11$$

Z_d : Numero de alabes directrices

d_p : Diametro de las puntas en la posicion de maxima apertura

El número de álabes directrices no debe ser múltiplo del número de álabes del rodete, porque esto podría provocar vibraciones peligrosas en el Rodete y en la tubería forzada.

3.5.3.2. Perfil de los alabes directrices

Para calcular el perfil de los álabes, primero se calcula el diámetro de los ejes de los pivotes de los alabes directrices y para ellos calculamos los siguientes parámetros.

$$u_1 = n \times \frac{d_{1e}}{2} = 188.496 \times \frac{0.121}{2} = 11.428 \text{ m/s} \quad (3.19)$$

$$H_t = \eta_h H_n = 7.24 \text{ m} \quad (3.20)$$

$$v_{u1} = \frac{gH_t}{0.9u_1} = \frac{9.81 \times 7.24}{0.9 \times 11.428} = 6.906 \text{ m/s} \quad (3.21)$$

$$\tan(\alpha_0) = \frac{Q}{\pi d_{1e} v_{u1} b_o} = \frac{0.042}{\pi \times 0.121 \times 6.906 \times 0.038} = 0.419 \quad (3.22)$$

Usando las ecuaciones (2.67) y (2.68) podemos calcular los parámetros de apertura.

$$\alpha_0 = \tan^{-1}(0.419) = 22.728^\circ$$

$$\alpha_{\text{máx}} = 1.25\alpha_0 = 28.41^\circ$$

$$L_1 = (0.55 \text{ a } 0.65)t_d = (1.2 \text{ a } 1.8)r \quad (3.23)$$

Estimando un valor de:

$$\frac{L_1}{r} = 1.5$$

$$d_g = \frac{d_p}{1 - \frac{2\pi \text{sen}(\alpha_0)}{Z_d(1 + \frac{L_1}{r})}} = \frac{0.134}{1 - \frac{2\pi \times \text{sen}(28.41)}{11(1 + 1.5)}} = 0.150 \text{ m} \quad (3.24)$$

Seguidamente calculamos el paso de los alabes según la ecuacion (2.65)

$$t_d = \frac{\pi d_g}{Z_d} = \frac{\pi \times 0.150}{11} = 0.042 \text{ m} = 42.947 \text{ mm}$$

Calculado el paso de los alabes, podemos calcular la cuerda o longitud del alabe (L).



$$L = L_1 + L_2 \tag{3.25}$$

$$L_1 = 0.6t_d = 25.768 \text{ mm} \tag{3.26}$$

$$r = \frac{L_1}{1.5} = 17.178 \text{ mm}$$

$$L_2 = 1.4 \times r = 24.050 \text{ mm} \tag{3.27}$$

$$L = 49.818 \text{ mm}$$

El espesor máximo de los álabes se estima en un 18% de la cuerda, por tanto:

$$t_{\text{máx}} = 0.18 L = 8.967 \text{ mm} \tag{3.28}$$

3.5.3.3. Trazado del Perfil Hidraulico simetrico de los alabes directrices

Con los valores obtenidos podemos trazar el perfil del alabe directriz aplicando el metodo descrito por (Bovet, 1961).

$$Y = 2 \times E \sqrt{\frac{X}{L} \left(1 - \frac{X}{L}\right)^3} \tag{3.29}$$

Con esta ecuacion ya podemos determinar la ecuacion de nuestro perfil simetrico, calculamos la Excentricidad (E) de los valores ya obtenidos por M.Th. Bovet.

Tabla 17
Dimensiones básicas del alabe directriz simétrico

Dimensiones básicas del alabe directriz simétrico					
D ₁	D ₀	L	L ₂	L ₁	E
100	120	52.9	27.3	25.6	8.58
200	235	52.5	27.1	25.4	8.51
300	350	52.1	26.9	25.2	8.44
400	465	69.2	35.7	33.5	11.22
500	580	86.3	44.5	41.8	14
600	700	104.2	53.8	50.4	16.8
700	815	103.9	53.7	50.2	16.84
800	930	103.9	53.6	50.3	16.83
900	1050	117.3	60.5	56.8	19
1000	1170	130.7	67.4	63.3	21.17

Fuente. LMZ Hydraulic System

Interpolando los valores en la tabla 17 determinamos una de E=7.698. Con este valor procedemos a trazar nuestro perfil siometrico.

$$L_0 = 0.84 \times L = 41.847 \text{ mm}$$



$$L_d = 0.42 \times L = 20.924 \text{ mm}$$

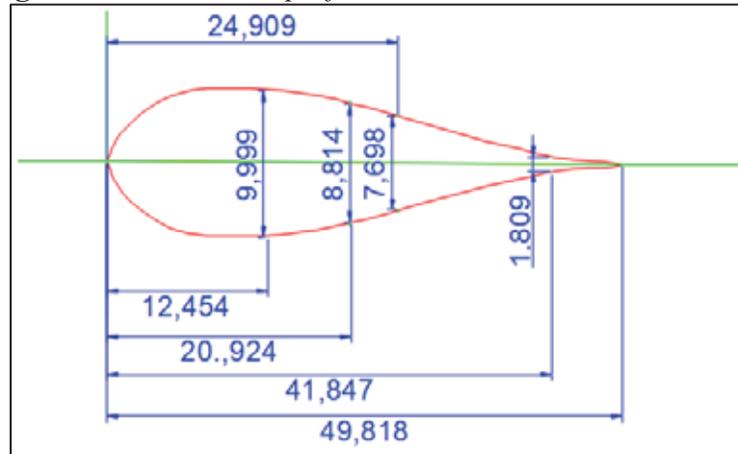
$$L_{e\max} = 0.25 \times L = 12.454 \text{ mm}$$

$$E_o = 0.235 \times E = 1.809 \text{ mm}$$

$$E_d = 1.145 \times E = 8.814 \text{ mm}$$

$$E_{\max} = 1.299 \times E^3 = 9.999 \text{ mm}$$

Figura 62 Trazado del perfil simétrico del alabe Directriz



Fuente. Elaboracion propia.

3.5.4. Dimencionamiento del tubo de Aspiración

3.5.4.1. Altura de Aspiración

En toda turbina de reaccion aparece el fenomeno de la cavitacion para evitar dicho fenomeno se debe encontrar la altura optima de la turbina en relacion al nivel del agua del desfogue.

En la ecuacion (2.3) el coeficiente de cavitacion esta en funcion del caudal.

$$n_q = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{0.75}} = \frac{1800\sqrt{0.042}}{8^{0.75}} = 77.147$$

Por lo tanto el coeficiente de Thoma según (Siervo & Leva, 1976) para las turbinas Francis según la ecuacion (2.9) es:

$$\sigma = 3.501 \times 10^{-4} \times (n_q)^{1.41} = 3.501 \times 10^{-4} \times (77.147)^{1.41} = 0.160$$

Ahora el coeficiente Thoma en funcion del numero especifico de revoluciones de revoluciones según la ecuacion (2.10) es:



$$\sigma = 7.54 \times 10^{-5} \times (N_s)^{1.41} = 7.54 \times 10^{-5} \times (222.88)^{1.41} = 0.153$$

Para encontrar el valor de la presión atmosférica se recurre a la ecuación (2.7), utilizando la altitud de la ciudad del Cusco ($A=3399$ m.s.n.m).

$$H_{\text{atm}} = 10.33 - \frac{A}{900} = 10.33 - \frac{3399}{900} = 6.553 \text{ m}$$

La temperatura del agua en la ciudad del Cusco es de 12°C , con este valor determinamos la presión de vapor en metros.

Interpolando los datos de la tabla 2 para una temperatura de 12°C obtenemos una presión de vapor de.

$$h_v = 0.1446 \text{ m}$$

Para determinar la altura o presión de aspiración utilizamos la ecuación (2.6), para dicho cálculo se toma el menor valor del coeficiente de Thoma.

$$h_e = H_{\text{atm}} - h_v - \sigma H_n = 6.553 - 0.1446 - 0.153(8) = 5.182 \text{ m}$$

3.5.4.2. Método Troncocónico

La forma troncocónica es la más eficiente para el tubo de aspiración, para su dimensionamiento usamos como primer dato el diámetro de salida del rodete ($D_{2e}=128$ mm).

Con la longitud del tubo y su conicidad, determinamos mediante el triángulo de Pitágoras el diámetro de salida del tubo de aspiración.

La longitud del tubo está definida por la ecuación (3.30)

$$L \geq 6 \times D_{2e} = 765.866 \text{ mm} \quad (3.30)$$

La longitud del tubo de aspiración tiene que ser menor a la altura de aspiración. Para el dimensionamiento escogemos una longitud de tubo de aspiración de 600 mm.

Las dimensiones del tubo de aspiración poseen una conicidad inferior a 10° para evitar el desprendimiento de la corriente consideramos a $\theta = 15^\circ$.



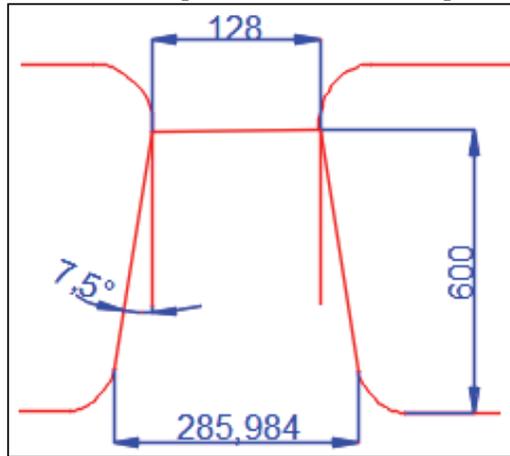
El valor de x es el lado opuesto a la abertura de la conicidad.

$$x = L \times \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = 600 \times \tan(7.5) = 78.992 \text{ mm} \quad (3.31)$$

Con dicho valor determinamos el diametro de salida del tubo de aspiracion.

$$d_3 = 2x + D_{2e} = 2(78.992) + 128 = 285.984 \text{ mm} \quad (3.32)$$

Figura 63 Dimensiones del tubo de aspiración calculadas por el método troncocónico



Fuente: Elaboración propia.

3.5.4.3. Método de Siervo y Leva para el Tubo de Aspiración

Las ecuaciones (2.72 – 2.81) de este método están basadas en función del número específico ($N_s=222.88$) y el diámetro de salida del rodete ($D_{2e}=128$ m).

$$N = D_{2e} \left(1.54 + \frac{203.5}{N_s} \right) = 313.118 \text{ mm}$$

$$O = D_{2e} \left(0.83 + \frac{140.7}{N_s} \right) = 186.524 \text{ mm}$$

$$P = D_{2e} (1.37 - 5.6(10^{-4})N_s) = 158.941 \text{ mm}$$

$$Q = D_{2e} \left(0.58 + \frac{22.6}{N_s} \right) = 86.977 \text{ mm}$$

$$R = D_{2e} \left(1.6 + \frac{1.3 \times 10^{-3}}{N_s} \right) = 204.232 \text{ mm}$$

$$S = \frac{D_{2e} \times N_s}{-9.28 + 0.25N_s} = 612.605 \text{ mm}$$

$$T = D_{2e} (1.5 - 1.9(10^{-4})N_s) = 196.872 \text{ mm}$$

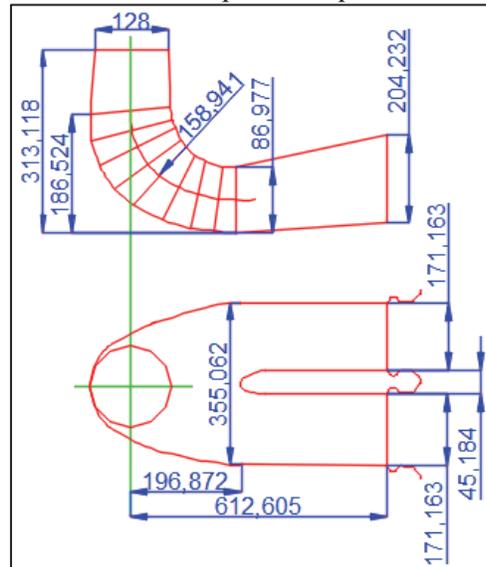
$$U = D_{2e} (0.51 - 7(10^{-4})N_s) = 45.184 \text{ mm}$$



$$V = D_{2e} \left(1.1 + \frac{53.7}{N_s} \right) = 171.163 \text{ mm}$$

$$Z = D_{2e} \left(2.63 + \frac{33.8}{N_s} \right) = 355.062 \text{ mm}$$

Figura 64 Dimensiones del tubo de aspiración por el método de Siervo y Leva



Fuente: Elaboración propia

3.6. Análisis cinemático del modelo de turbina Francis

3.6.1. Trazado del perfil de alabe del modelo de turbina Francis

Para nuestro análisis se aplicarán algunas condiciones impuestas por criterio propio y por recomendaciones de algunos autores que se mencionan a lo largo del desarrollo cinemático.

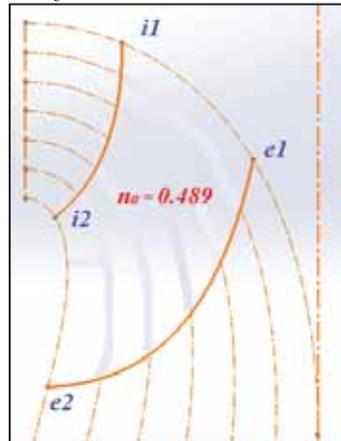
Se determina el tipo de perfil más próximo según lo plantea (Bovet, 1961). Como ya se determinó el valor de $n_0 = 0.489$ se procede a determinar el correcto perfil hidráulico según la recomendación de M.Th.Bovet.

Para determinar estas líneas equipotenciales, tenemos que seleccionar un tipo de perfil ya establecido por M.Th.Bovet, el cual lo desarrolla según el n_0 , siendo nuestro caso igual a 0.489 y



que se encuentra en un intervalo de $0.4 \leq n_0 \leq 0.5$, seleccionaremos el mas cercano y luego haremos la interpolacion correspondiente para determinar los valores mas exactos.

Figura 65 Perfil hidraulico del alabe modelo



Fuente: Elaboración Propia

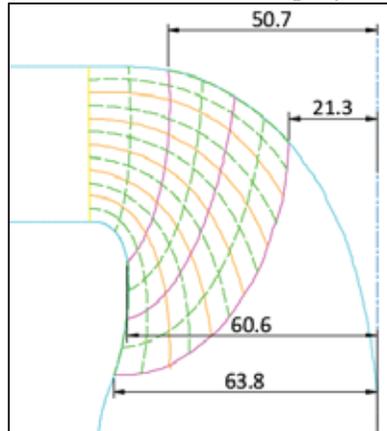
Una vez determinado el perfil hidraulico planteamos los siguientes parametros de analisis.

- ♣ Numero de líneas de corriente que determina el trazado meridional del alabe (7)
- ♣ Numero de líneas equipotenciales para la transferencia energetica (6)
- ♣ El angulo ocupado por el alabe según recomendación es de 30° por un criterio de tener 12 alabes.
- ♣ El caudal por turbina parcial sera $\Delta Q = Q/6$

Entonces nuestro perfil hidraulico con las medidas reales quedaria de la siguiente forma:



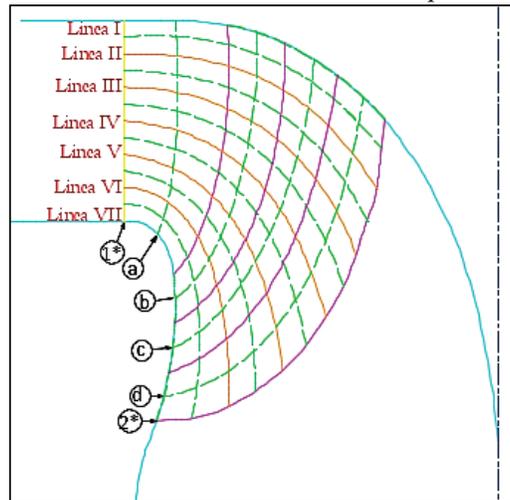
Figura 66 Trazado de las líneas de corriente en el perfil hidráulico del alabe modelo



Fuente: Elaboración Propia.

Aplicamos una nomenclatura convencional de las líneas de corriente y las líneas equipotenciales, luego se hace el trazado de la red de corriente, según lo ya explicado, tenemos 6 turbinas parciales y entre dos líneas de corriente consecutivas se encuentra las líneas de corriente medias, que son las representativas de las turbinas parciales y serán de utilidad para la aplicación del método.

Figura 67 Desarrollo de las turbinas parciales



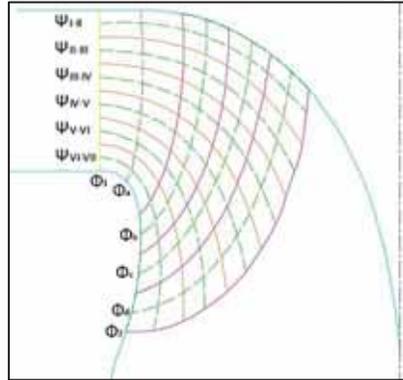
Fuente: Elaboración Propia

Las líneas de corriente se han obtenido por el método ya mencionado y explicado, se utilizó algunos software de trazos y a través de una hoja excel podemos aplicar el método de las



aproximaciones sucesivas hasta conseguir que $\Delta b \cdot R / \Delta l = cte$, en todos los rectangulos curvilineos representados en la figura 68.

Figuran 68 Líneas de corrientes medias y equipotenciales



Fuente: Elaboracion Propia

3.6.2. Metodo iterativo para el trazado de la red de corriente

La tabla siguiente se ha realizado para la facil operaci3n y un manejo mas adecuado de las variables, es un poco dificil encontrar que en los cuadrilateros $\Delta b \cdot R / \Delta l = cte$ tenga un valor constante por la extensa curvatura que presenta el perfil hidraulico en las lineas meridianas ultimas, razon por la cual establecemos que la iteracion culmina cuando obtenemos errores por debajo del 15%.

Tabla 18
Parámetros de posicionamiento de las líneas de corriente

Línea Equipotencial	Turbina Parcial	Δb (mm)	Δl (mm)	R (mm)	Cte	V medio	Corrección	Error medio %
ϕ_1	I-II	6.287	-	70	-	-	-	-
	II-III	6.287	-	70	-		-	-
	III-IV	6.287	-	70	-		-	-
	IV-V	6.287	-	70	-		-	-
	V-VI	6.287	-	70	-		-	-
	VI-VII	6.287	-	70	-		-	-
ϕ_a	I-II	7.4	19.6	60.1	22.691		0.286	1.24
	II-III	7.2	19.8	59.9	21.782		1.195	5.20
	III-IV	7.1	19.5	59.8	21.773		1.203	5.24



	IV-V	7.2	18.7	60.3	23.217	22.977	-0.240	-1.05
	V-VI	6.4	17.5	61.2	22.382		0.595	2.59
	VI-VII	6.4	15.4	62.6	26.016		-3.039	-13.23
ϕ_b	I-II	9.6	11.4	46.6	39.242	43.604	4.362	10.00
	II-III	9.5	11.1	47.5	40.653		2.951	6.77
	III-IV	9.3	10.8	48.1	41.419		2.185	5.01
	IV-V	9.4	10.4	48.6	43.927		-0.323	-0.74
	V-VI	9.2	9.9	49.8	46.279		-2.674	-6.13
	VI-VII	9.3	9.8	52.8	50.106		-6.502	-14.91
ϕ_c	I-II	10.4	10.8	36.9	35.533	42.096	6.563	15.59
	II-III	11.1	10.9	38.4	39.105		2.991	7.11
	III-IV	10.6	10.5	42.4	42.804		-0.708	-1.68
	IV-V	10	10.8	46.8	43.333		-1.237	-2.94
	V-VI	9.3	10.7	50.5	43.893		-1.796	-4.27
	VI-VII	9.1	10.2	53.7	47.909		-5.813	-13.81
ϕ_d	I-II	10.9	12.2	28.7	25.642	32.310	6.668	20.64
	II-III	11.7	12.9	32.6	29.567		2.742	8.49
	III-IV	12.5	13.6	34.5	31.710		0.600	1.86
	IV-V	12.6	14.7	37.6	32.229		0.081	0.25
	V-VI	12.9	15.3	43.7	36.845		-4.535	-14.04
	VI-VII	13	17.2	50.1	37.866		-5.556	-17.20
ϕ_6	I-II	13.2	-	21.8	-	-	-	-
	II-III	12.8	-	24.3	-		-	-
	III-IV	13	-	28.9	-		-	-
	IV-V	13	-	35.8	-		-	-
	V-VI	12.2	-	45.5	-		-	-
	VI-VII	13.7	-	57.6	-		-	-

Fuente: Elaboración Propia.

Ahora que tenemos establecido nuestro perfil hidraulico y nuestras lineas meridianas y equipotenciales con sus secciones de flujo bien determinadas, pasamos a determinar los valores de los coeficientes de velocidad para cada punto del espacio determinado por nuestras lineas a lo largo del rodete.



3.6.3. Analisis cinematico del alabe modelo

Para este analisis se desarrolla cada punto que se origina por el cruce de la linea de corriente media y la equipotencial adyacente, luego se representa mediante su triangulo de velocidades las caracterizticas mas importantes del analisis cinematico.

3.6.3.1. Turbina Parcial (Ψ_{I-II}), (linea meridional I-II).

♣ Linea equipotencial Φ_1 (1)

$\Delta b = 6.287 \text{ mm}$	$U_1 = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_1 = 13.195 \text{ m/s}$
$R_x = 70 \text{ mm}$	$K_{u1} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u1} = 1.053$
	$C_{m1} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m1} = 2.531 \text{ m/s}$
	$K_{cm1} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm1} = 0.202$

Cesion gradual energetica

$$K_{cu1} = \frac{1}{K_{u1}} \times \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{1.053} \times \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu1} = 0.404$$

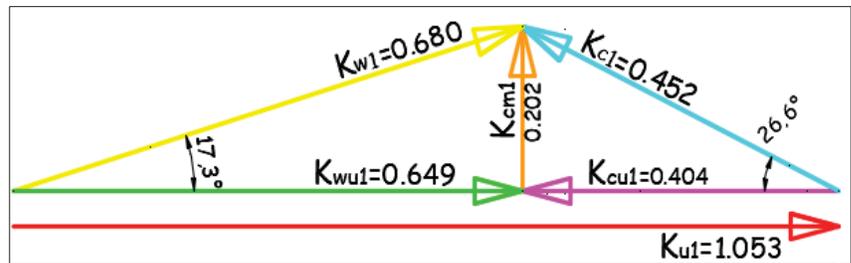
$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{K_{cm1}}{K_{u1} - K_{cu1}}\right)$$

$$\beta_1\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 17.28^\circ$$

$$\rho_1 = R_x(\varphi/5) = 0$$

$$m_1 = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 0$$

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{K_{cm1}}{K_{cu1}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$$K_{w1} = 0.680$$

$$\alpha_1\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 26.59^\circ$$

$$K_{c1} = 0.452$$

$$K_{wu1} = 0.649$$

♣ Linea equipotencial Φ_2 (a)

$\Delta b = 7.4 \text{ mm}$	$U_{(a)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_a = 11.329 \text{ m/s}$
$R_x = 60.1 \text{ mm}$	$K_{u(a)} = U_{(a)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(a)} = 0.904$
	$C_{m(a)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(a)} = 2.505 \text{ m/s}$
	$K_{cm(a)} = U_{(a)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(a)} = 0.200$



Cesión gradual energetica

$$K_{cu(a)} = \frac{1}{K_{u(a)}} \times \frac{4}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.904} \times \frac{4}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu(a)} = \mathbf{0.376}$$

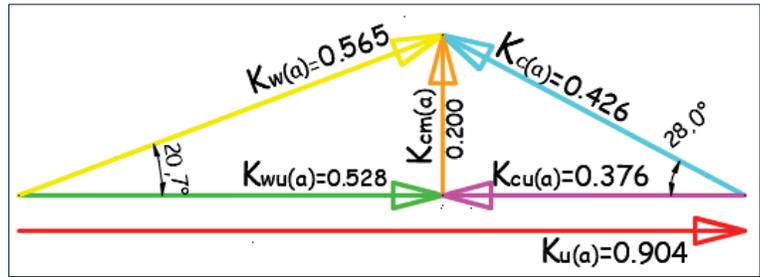
$$\beta_{(a)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(a)}}{K_{u(a)} - K_{cu(a)}}\right)$$

$$\beta_{(a)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 20.733^\circ$$

$$\rho_{(a)} = R_x(\varphi/5) = 6.294 \text{ mm}$$

$$m_{(a)} = \rho_{(a)} \times \tan(\beta_{(a)}) = 2.382 \text{ mm}$$

$$\alpha_{(a)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(a)}}{K_{cu(a)}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$$K_{w(a)} = \mathbf{0.565}$$

$$\alpha_{(a)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 28.01^\circ$$

$$K_{c(a)} = \mathbf{0.426}$$

$$K_{wu(a)} = \mathbf{0.528}$$

♣ **Linea equipotencial Φ_3 (b)**

$$\Delta b = 9.6 \text{ mm}$$

$$U_{(b)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$$

$$U_{(b)} = 8.784 \text{ m/s}$$

$$R_x = 46.6 \text{ mm}$$

$$K_{u(b)} = U_1/\sqrt{2gH_t}$$

$$K_{u(b)} = \mathbf{0.701}$$

$$C_{m(b)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$$

$$C_{m(b)} = 2.490 \text{ m/s}$$

$$K_{cm(b)} = U_{(b)}/\sqrt{2gH_t}$$

$$K_{cm(b)} = \mathbf{0.199}$$

Cesión gradual energetica

$$K_{cu(b)} = \frac{1}{K_{u(b)}} \times \frac{3}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.701} \times \frac{3}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu(b)} = \mathbf{0.364}$$

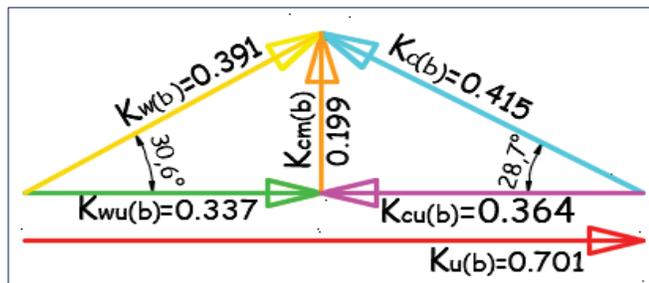
$$\beta_{(b)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(b)}}{K_{u(b)} - K_{cu(b)}}\right)$$

$$\beta_{(b)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 30.503^\circ$$

$$\rho_{(b)} = R_x(\varphi/5) = 4.880 \text{ mm}$$

$$m_{(b)} = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 2.875 \text{ mm}$$

$$\alpha_{(b)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(b)}}{K_{cu(b)}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$$K_{w(b)} = \mathbf{0.391}$$

$$\alpha_{(b)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 28.66^\circ$$

$$K_{c(b)} = \mathbf{0.415}$$

$$K_{wu(b)} = \mathbf{0.337}$$

♣ **Linea equipotencial Φ_4 (c)**

$$\Delta b = 10.4 \text{ mm}$$

$$U_{(c)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$$

$$U_{(c)} = 6.956 \text{ m/s}$$

$$R_x = 36.9 \text{ mm}$$

$$K_{u(c)} = U_{(c)}/\sqrt{2gH_t}$$

$$K_{u(c)} = \mathbf{0.555}$$

$$C_{m1} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$$

$$C_{m(c)} = 2.903 \text{ m/s}$$



$$K_{cm(c)} = U_{(c)} / \sqrt{2gH_t}$$

$$K_{cm(c)} = 0.232$$

Cesión gradual energetica

$$K_{cu(c)} = \frac{1}{K_{u(c)}} \times \frac{2}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.555} \times \frac{2}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu(c)} = 0.306$$

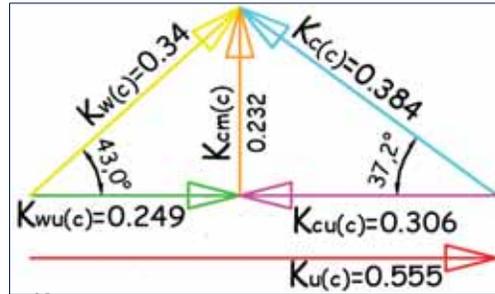
$$\beta_{(c)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(c)}}{K_{u(c)} - K_{cu(c)}}\right)$$

$$\beta_{(c)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 42.94^\circ$$

$$\rho_{(c)} = R_x(\varphi/5) = 3.864 \text{ mm}$$

$$m_{(c)} = \rho_{(c)} \times \tan(\beta_{(c)}) = 3.596 \text{ mm}$$

$$\alpha_{(c)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(c)}}{K_{cu(c)}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$$K_w(c) = 0.340$$

$$\alpha_{(c)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 37.18^\circ$$

$$K_c(c) = 0.384$$

$$K_{wu(c)} = 0.249$$

♣ **Linea equipotencial Φ_5 (d)**

$$\Delta b = 10.9 \text{ mm}$$

$$U_{(d)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$$

$$U_{(d)} = 5.410 \text{ m/s}$$

$$R_x = 28.7 \text{ mm}$$

$$K_{u(d)} = U_{(d)} / \sqrt{2gH_t}$$

$$K_{u(d)} = 0.432$$

$$C_{m(d)} = \Delta Q / 2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$$

$$C_{m(d)} = 3.561 \text{ m/s}$$

$$K_{cm(d)} = U_d / \sqrt{2gH_t}$$

$$K_{cm(d)} = 0.284$$

Cesión gradual energetica

$$K_{cu(d)} = \frac{1}{K_{u(d)}} \times \frac{1}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.432} \times \frac{1}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu(d)} = 0.197$$

$$\beta_{(d)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(d)}}{K_{u(d)} - K_{cu(d)}}\right)$$

$$\beta_{(d)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 50.42^\circ$$

$$\rho_{(d)} = R_x(\varphi/5) = 3.005 \text{ mm}$$

$$K_w(d) = 0.369$$

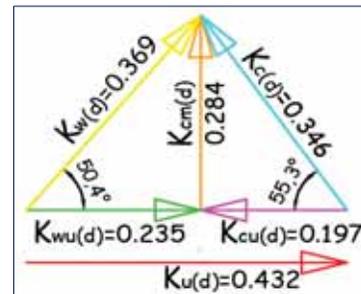
$$\alpha_{(d)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 55.28^\circ$$

$$m_{(d)} = \rho_{(d)} \times \tan(\beta_{(d)}) = 3.636 \text{ mm}$$

$$K_c(d) = 0.346$$

$$\alpha_{(d)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(d)}}{K_{cu(d)}}\right)$$

$$K_{wu(d)} = 0.235$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

♣ **Linea equipotencial Φ_2 (2)**

$$\Delta b = 13.2 \text{ mm}$$

$$U_2 = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$$

$$U_2 = 4.109 \text{ m/s}$$

$$R_x = 21.8 \text{ mm}$$

$$K_{u2} = U_2 / \sqrt{2gH_t}$$

$$K_{u2} = 0.328$$



$$C_{m2} = \Delta Q / 2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$$

$$C_{m2} = 3.872 \text{ m/s}$$

$$K_{cm2} = U_2 / \sqrt{2gH_t}$$

$$K_{cm2} = 0.309$$

Cesion gradual energetica

$$K_{cud}K_{ud} = K_{cu2}K_{u2}$$

$$K_{cu2} = 0$$

$$\beta_2 = \arctan\left(\frac{K_{cm1}}{K_{u1} - K_{cu1}}\right)$$

$$\beta_2\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 43.29^\circ$$

$$\rho_2 = R_x(\varphi/5) = 2.283 \text{ mm}$$

$$K_{w(2)} = 0.451$$

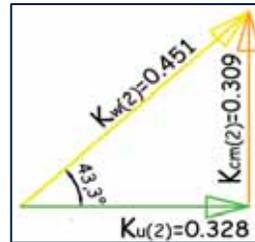
$$\alpha_2\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 0^\circ$$

$$m_2 = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 2.151 \text{ mm}$$

$$K_{c(2)} = 0.309$$

$$\alpha_2 = \arctan\left(\frac{K_{cm1}}{K_{cu1}}\right)$$

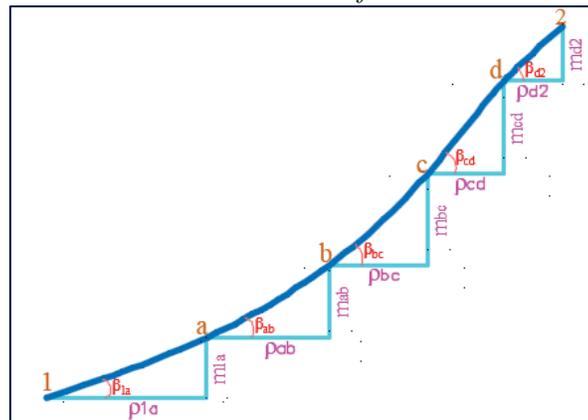
$$K_{wu(2)} = 0$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

La representacion espacial de la linea de corriente respectiva en proyeccion ortogonal y cilindrica de acuerdo a los parametros calculados previamente.

Figura 69 Línea de corriente en transformación cilíndrica (I-II)

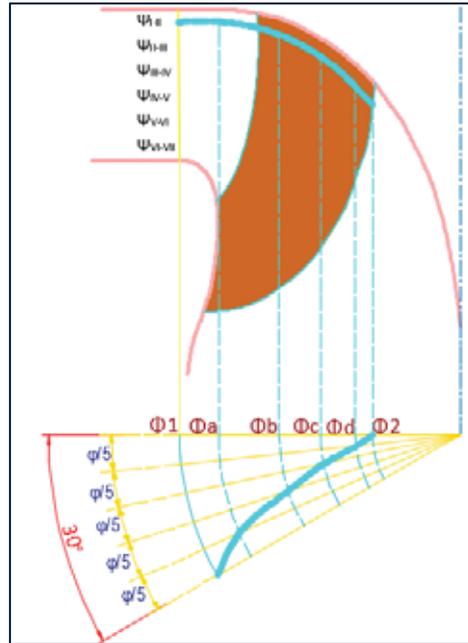


Fuente: Elaboracion Propia.

La seccion transversal de los alabes de una turbina Francis proyectada de forma ortogonal tiene el siguiente desarrollo esquematico (ver figura 69), se puede apreciar que para nuestra linea de corriente meridiana de nuestra turbina parcial (I-II), representa una curvatura muy ligera en su forma axial, lo que se se identifica como un ingreso sin mucha turbulencia en la base del alabe.



Figura 70 Sección transversal del alabe en la línea de corriente (I-II)



Fuente: Elaboracion Propia.

3.6.3.2. Turbina Parcial (Ψ_{II-III}), (línea meridional II-III)

♣ Línea equipotencial Φ_1 (1)

$\Delta b = 6.287 \text{ mm}$	$U_1 = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_1 = 13.195 \text{ m/s}$
$R_x = 70 \text{ mm}$	$K_{u1} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u1} = 1.053$
	$C_{m1} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m1} = 2.531 \text{ m/s}$
	$K_{cm1} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm1} = 0.202$

Cesión gradual energética

$$K_{cu1} = \frac{1}{K_{u1}} \times \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{1.053} \times \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu1} = 0.404$$

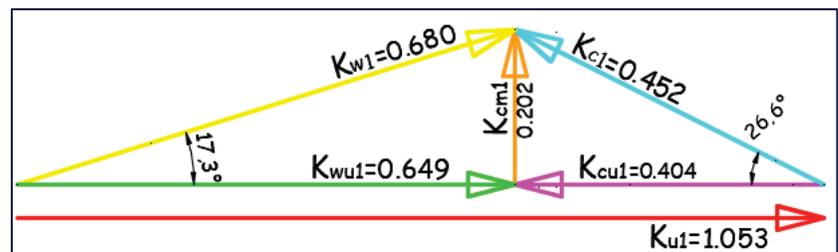
$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{K_{cm1}}{K_{u1} - K_{cu1}}\right)$$

$$\beta_1 \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 17.28^\circ$$

$$\rho_1 = R_x(\varphi/5) = 0$$

$$m_1 = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 0$$

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{K_{cm1}}{K_{cu1}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parameros restantes.

$$K_{w1} = 0.680$$

$$K_{c1} = 0.452$$

$$K_{wu1} = 0.649$$

$$\alpha_1 \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 26.59^\circ$$



♣ **Linea equipotencial Φ_2 (a)**

$\Delta b = 7.2 \text{ mm}$	$U_{(a)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_a = 11.291 \text{ m/s}$
$R_x = 59.9 \text{ mm}$	$K_{u(a)} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(a)} = 0.901$
	$C_{m(a)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(a)} = 2.583 \text{ m/s}$
	$K_{cm(a)} = U_{(a)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(a)} = 0.206$

Cesion gradual energetica

$$K_{cu(a)} = \frac{1}{K_{u(a)}} \times \frac{4}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.901} \times \frac{4}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$K_{cu(a)} = 0.377$

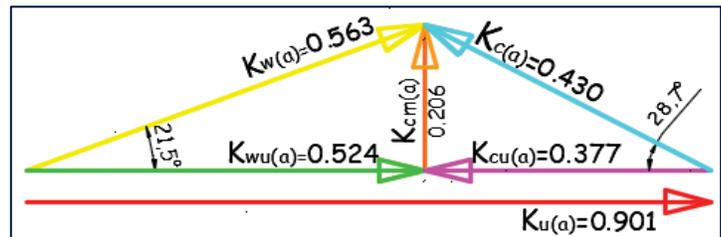
$$\beta_{(a)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(a)}}{K_{u(a)} - K_{cu(a)}}\right)$$

$$\beta_{(a)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 21.48^\circ$$

$$\rho_{(a)} = R_x(\varphi/5) = 6.273 \text{ mm}$$

$$m_{(a)} = \rho_{(a)} \times \tan(\beta_{(a)}) = 2.468 \text{ mm}$$

$$\alpha_{(a)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(a)}}{K_{cu(a)}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$K_w(a) = 0.563$

$$\alpha_{(a)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 28.69^\circ$$

$K_c(a) = 0.430$

$K_wu(a) = 0.524$

♣ **Linea equipotencial Φ_3 (b)**

$\Delta b = 9.5 \text{ mm}$	$U_{(b)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_{(b)} = 8.954 \text{ m/s}$
$R_x = 47.5 \text{ mm}$	$K_{u(b)} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(b)} = 0.715$
	$C_{m(b)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(b)} = 2.469 \text{ m/s}$
	$K_{cm(b)} = U_{(b)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(b)} = 0.197$

Cesion gradual energetica

$$K_{cu(b)} = \frac{1}{K_{u(b)}} \times \frac{3}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.715} \times \frac{3}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

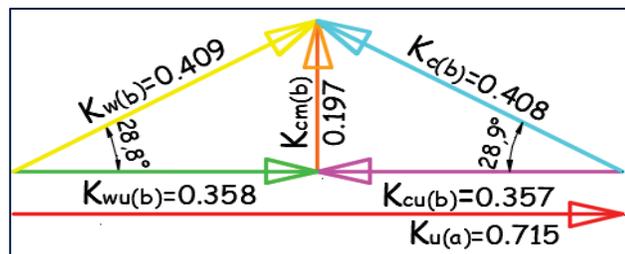
$K_{cu(b)} = 0.357$

$$\beta_{(b)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(b)}}{K_{u(b)} - K_{cu(b)}}\right)$$

$$\beta_{(b)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 28.841^\circ$$

$$\rho_{(b)} = R_x(\varphi/5) = 4.974 \text{ mm}$$

$$m_{(b)} = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 2.739 \text{ mm}$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$K_w(b) = 0.409$

$$\alpha_{(b)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 28.9^\circ$$

$K_c(b) = 0.408$



$$\alpha_{(b)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(b)}}{K_{cu(b)}}\right)$$

$$K_{wu(b)} = 0.358$$

♣ **Linea equipotencial Φ_4 (c)**

$\Delta b = 11.1 \text{ mm}$	$U_{(c)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_{(c)} = 7.238 \text{ m/s}$
$R_x = 38.4 \text{ mm}$	$K_{u(c)} = U_{(c)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(c)} = 0.578$
	$C_{m1} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(c)} = 2.614 \text{ m/s}$
	$K_{cm(c)} = U_{(c)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(c)} = 0.209$

Cesión gradual energética

$$K_{cu(c)} = \frac{1}{K_{u(c)}} \times \frac{2}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.578} \times \frac{2}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu(c)} = 0.294$$

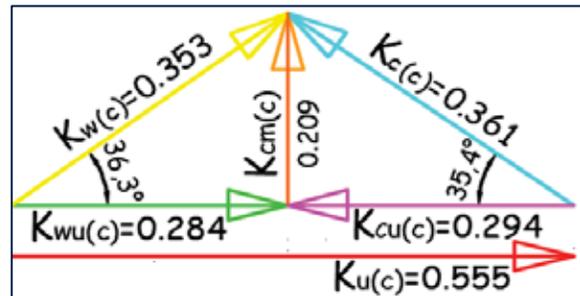
$$\beta_{(c)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(c)}}{K_{u(c)} - K_{cu(c)}}\right)$$

$$\beta_{(c)} \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 36.35^\circ$$

$$\rho_{(c)} = R_x(\varphi/5) = 4.021 \text{ mm}$$

$$m_{(c)} = \rho_{(c)} \times \tan(\beta_{(c)}) = 2.959 \text{ mm}$$

$$\alpha_{(c)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(c)}}{K_{cu(c)}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$$K_{w(c)} = 0.353$$

$$\alpha_{(c)} \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 35.4^\circ$$

$$K_{c(c)} = 0.361$$

$$K_{wu(c)} = 0.284$$

♣ **Linea equipotencial Φ_5 (d)**

$\Delta b = 11.7 \text{ mm}$	$U_{(d)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_{(d)} = 6.145 \text{ m/s}$
$R_x = 32.6 \text{ mm}$	$K_{u(d)} = U_{(d)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(d)} = 0.490$
	$C_{m(d)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(d)} = 2.921 \text{ m/s}$
	$K_{cm(d)} = U_{(d)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(d)} = 0.233$

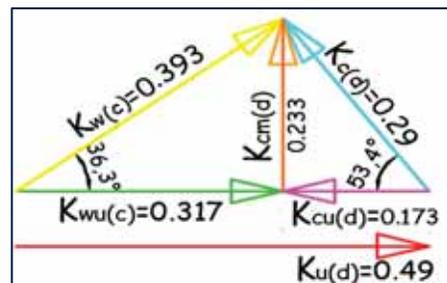
Cesión gradual energética

$$K_{cu(d)} = \frac{1}{K_{u(d)}} \times \frac{1}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.432} \times \frac{1}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu(d)} = 0.173$$

$$\beta_{(d)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(d)}}{K_{u(d)} - K_{cu(d)}}\right)$$

$$\beta_{(d)} \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 36.32^\circ$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.



$$\rho_{(d)} = R_x(\varphi/5) = 3.414 \text{ mm}$$

$$K_{w(d)} = 0.393$$

$$\alpha_{(d)} \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 53.4^\circ$$

$$m_{(d)} = \rho_{(d)} \times \tan(\beta_{(d)}) = 2.509 \text{ mm}$$

$$K_{c(d)} = 0.290$$

$$\alpha_{(d)} = \arctan \left(\frac{K_{cm(d)}}{K_{cu(d)}} \right)$$

$$K_{wu(d)} = 0.317$$

♣ **Línea equipotencial Φ_2 (2)**

$$\Delta b = 12.8 \text{ mm}$$

$$U_2 = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$$

$$U_2 = 4.580 \text{ m/s}$$

$$R_x = 24.3 \text{ mm}$$

$$K_{u2} = U_2/\sqrt{2gH_t}$$

$$K_{u2} = 0.366$$

$$C_{m2} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$$

$$C_{m2} = 3.582 \text{ m/s}$$

$$K_{cm2} = U_2/\sqrt{2gH_t}$$

$$K_{cm2} = 0.286$$

Cesión gradual energética

$$K_{cud}K_{ud} = K_{cu2}K_{u2}$$

$$K_{cu2} = 0$$

$$\beta_2 = \arctan \left(\frac{K_{cm1}}{K_{u1} - K_{cu1}} \right)$$

$$\beta_2 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 38.02^\circ$$

$$\rho_2 = R_x(\varphi/5) = 2.545 \text{ mm}$$

$$K_{w(2)} = 0.464$$

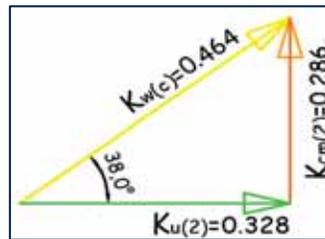
$$\alpha_2 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 0^\circ$$

$$m_2 = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 1.990 \text{ mm}$$

$$K_{c(2)} = 0.286$$

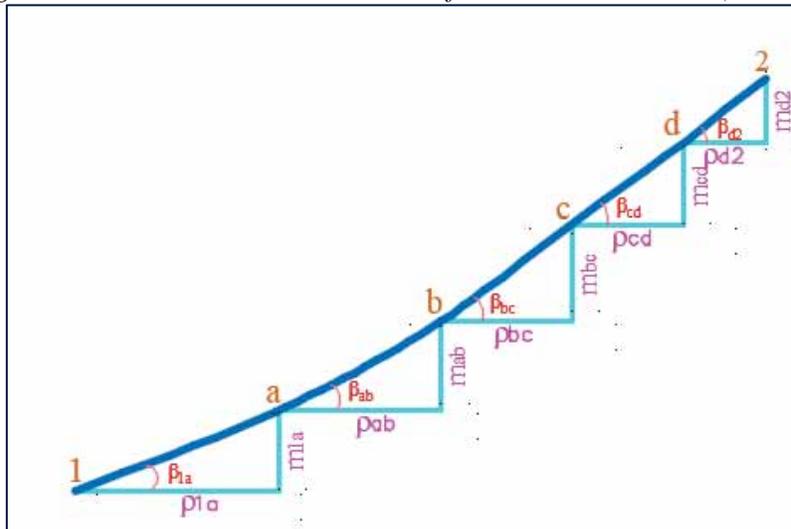
$$\alpha_2 = \arctan \left(\frac{K_{cm1}}{K_{cu1}} \right)$$

$$K_{wu(2)} = 0.328$$



Del diagrama sacamos los datos parámetros restantes.

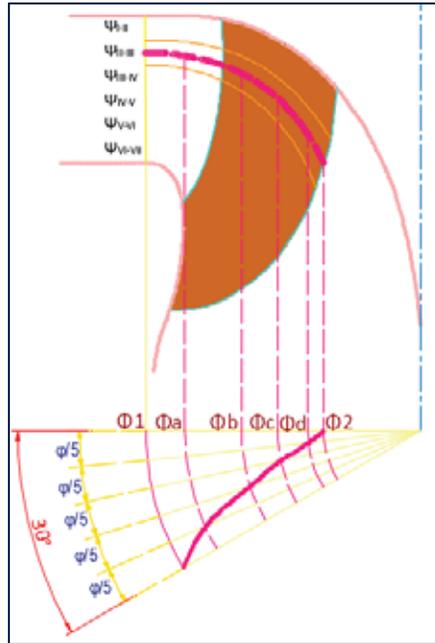
Figura 71 Línea de corriente en transformación cilíndrica (II-III)



Fuente: Elaboración Propia.



Figura 72 Sección transversal del alabe en la línea de corriente (II-III).



Fuente: Elaboracion Propia.

3.6.3.3. Turbina Parcial (Ψ_{III-IV}), (línea meridional III-IV).

♣ Línea equipotencial Φ_1 (1)

$\Delta b = 6.287 \text{ mm}$	$U_1 = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_1 = 13.195 \text{ m/s}$
$R_x = 70 \text{ mm}$	$K_{u1} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u1} = 1.053$
	$C_{m1} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m1} = 2.531 \text{ m/s}$
	$K_{cm1} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm1} = 0.202$

Cesión gradual energética

$$K_{cu1} = \frac{1}{K_{u1}} \times \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{1.053} \times \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu1} = 0.404$$

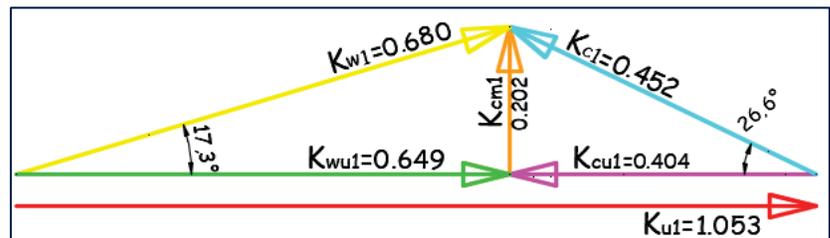
$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{K_{cm1}}{K_{u1} - K_{cu1}}\right)$$

$$\beta_1 \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 17.28^\circ$$

$$\rho_1 = R_x(\varphi/5) = 0$$

$$m_1 = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 0$$

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{K_{cm1}}{K_{cu1}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$$K_{w1} = 0.680$$

$$\alpha_1 \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 26.59^\circ$$

$$K_{c1} = 0.452$$

$$K_{wu1} = 0.649$$

♣ Línea equipotencial Φ_2 (a)



$\Delta b = 7.1 \text{ mm}$	$U_{(a)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_a = 11.272 \text{ m/s}$
$R_x = 59.8 \text{ mm}$	$K_{u(a)} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(a)} = 0.900$
	$C_{m(a)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(a)} = 2.624 \text{ m/s}$
	$K_{cm(a)} = U_{(a)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(a)} = 0.209$

Cesión gradual energetica

$$K_{cu(a)} = \frac{1}{K_{u(a)}} \times \frac{4}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.900} \times \frac{4}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$K_{cu(a)} = 0.378$

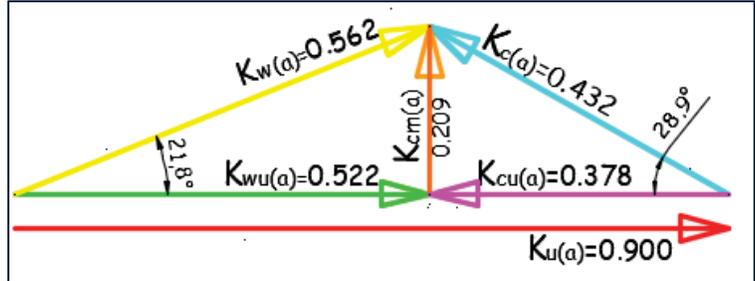
$$\beta_{(a)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(a)}}{K_{u(a)} - K_{cu(a)}}\right)$$

$\beta_{(a)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 21.87^\circ$

$\rho_{(a)} = R_x(\varphi/5) = 6.262 \text{ mm}$

$m_{(a)} = \rho_{(a)} \times \tan(\beta_{(a)}) = 2.513 \text{ mm}$

$$\alpha_{(a)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(a)}}{K_{cu(a)}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$K_{w(a)} = 0.562$

$\alpha_{(a)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 28.9^\circ$

$K_{c(a)} = 0.432$

$K_{wu(a)} = 0.522$

♣ **Linea equipotencial Φ_3 (b)**

$\Delta b = 9.3 \text{ mm}$	$U_{(b)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_{(b)} = 9.067 \text{ m/s}$
$R_x = 48.1 \text{ mm}$	$K_{u(b)} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(b)} = 0.724$
	$C_{m(b)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(b)} = 2.491 \text{ m/s}$
	$K_{cm(b)} = U_{(b)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(b)} = 0.199$

Cesión gradual energetica

$$K_{cu(b)} = \frac{1}{K_{u(b)}} \times \frac{3}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.724} \times \frac{3}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$K_{cu(b)} = 0.352$

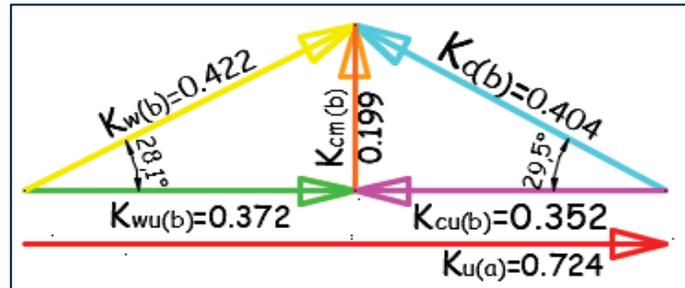
$$\beta_{(b)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(b)}}{K_{u(b)} - K_{cu(b)}}\right)$$

$\beta_{(b)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 28.16^\circ$

$\rho_{(b)} = R_x(\varphi/5) = 5.037 \text{ mm}$

$m_{(b)} = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 2.697 \text{ mm}$

$$\alpha_{(b)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(b)}}{K_{cu(b)}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$K_{w(b)} = 0.422$

$\alpha_{(b)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 29.5^\circ$

$K_{c(b)} = 0.404$

$K_{wu(b)} = 0.372$



♣ **Linea equipotencial Φ_4 (c)**

$\Delta b = 10.6 \text{ mm}$	$U_{(c)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_{(c)} = 7.992 \text{ m/s}$
------------------------------	--	-------------------------------

$R_x = 42.4 \text{ mm}$	$K_{u(c)} = U_{(c)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(c)} = 0.638$
-------------------------	-----------------------------------	--------------------

$C_{m1} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(c)} = 2.479 \text{ m/s}$
---	--------------------------------

$K_{cm(c)} = U_{(c)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(c)} = 0.198$
------------------------------------	---------------------

Cesion gradual energetica

$$K_{cu(c)} = \frac{1}{K_{u(c)}} \times \frac{2}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.638} \times \frac{2}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$K_{cu(c)} = 0.266$

$$\beta_{(c)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(c)}}{K_{u(c)} - K_{cu(c)}}\right)$$

$\beta_{(c)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 28.04^\circ$ Del

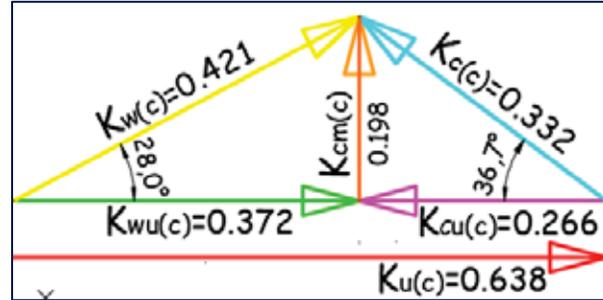


diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$\rho_{(c)} = R_x(\varphi/5) = 4.440 \text{ mm}$	$K_{w(c)} = 0.421$	$\alpha_{(c)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 36.7^\circ$
--	--------------------	---

$m_{(c)} = \rho_{(c)} \times \tan(\beta_{(c)}) = 2.365 \text{ mm}$	$K_{c(c)} = 0.332$
--	--------------------

$\alpha_{(c)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(c)}}{K_{cu(c)}}\right)$	$K_{wu(c)} = 0.198$
--	---------------------

♣ **Linea equipotencial Φ_5 (d)**

$\Delta b = 12.5 \text{ mm}$	$U_{(d)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_{(d)} = 6.503 \text{ m/s}$
------------------------------	--	-------------------------------

$R_x = 34.5 \text{ mm}$	$K_{u(d)} = U_{(d)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(d)} = 0.519$
-------------------------	-----------------------------------	--------------------

$C_{m(d)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(d)} = 2.583 \text{ m/s}$
---	--------------------------------

$K_{cm(d)} = U_{(d)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(d)} = 0.206$
------------------------------------	---------------------

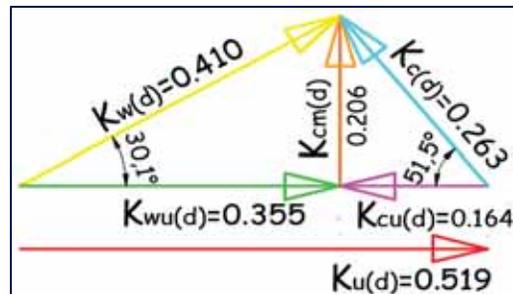
Cesion gradual energetica

$$K_{cu(d)} = \frac{1}{K_{u(d)}} \times \frac{1}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.519} \times \frac{1}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$K_{cu(d)} = 0.164$

$$\beta_{(d)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(d)}}{K_{u(d)} - K_{cu(d)}}\right)$$

$\beta_{(d)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 30.13^\circ$ Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.



$\rho_{(d)} = R_x(\varphi/5) = 3.613 \text{ mm}$	$K_{w(d)} = 0.410$	$\alpha_{(d)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 51.5^\circ$
--	--------------------	---



$$m_{(d)} = \rho_{(d)} \times \tan(\beta_{(d)}) = 2.097 \text{ mm} \quad K_{c(d)} = 0.263$$

$$\alpha_{(d)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(d)}}{K_{cu(d)}}\right) \quad K_{wu(d)} = 0.355$$

♣ **Línea equipotencial Φ_2 (2)**

$\Delta b = 13.0 \text{ mm}$	$U_2 = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_2 = 5.448 \text{ m/s}$
$R_x = 28.9 \text{ mm}$	$K_{u2} = U_2/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u2} = 0.435$
	$C_{m2} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m2} = 2.965 \text{ m/s}$
	$K_{cm2} = U_2/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm2} = 0.237$

Cesión gradual energética

$$K_{cud}K_{ud} = K_{cu2}K_{u2}$$

$$K_{cu2} = 0$$

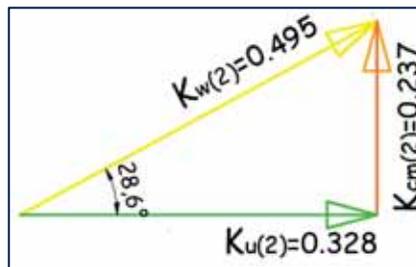
$$\beta_2 = \arctan\left(\frac{K_{cm1}}{K_{u1} - K_{cu1}}\right)$$

$$\beta_2 \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 28.56^\circ$$

$$\rho_2 = R_x(\varphi/5) = 3.026 \text{ mm}$$

$$m_2 = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 1.647 \text{ mm}$$

$$\alpha_2 = \arctan\left(\frac{K_{cm1}}{K_{cu1}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parameros restantes.

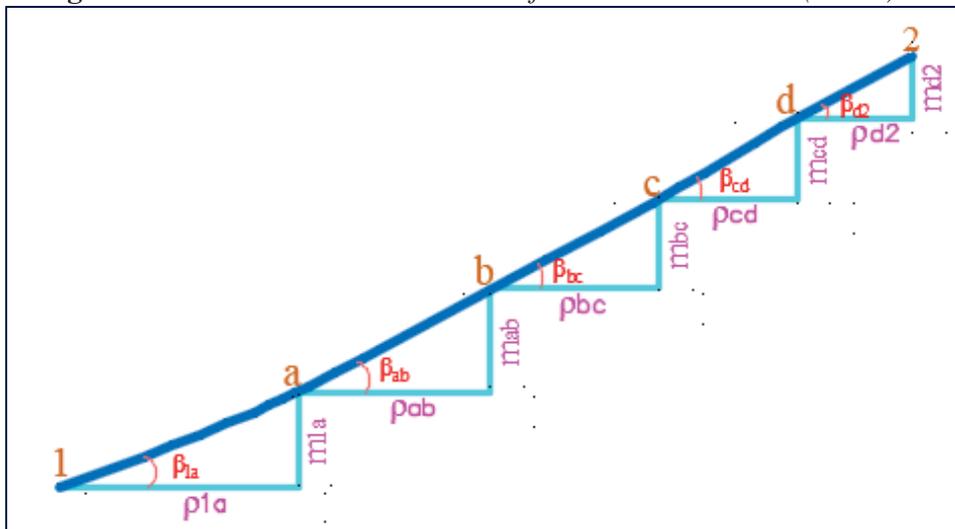
$$K_{w(2)} = 0.495$$

$$\alpha_2 \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 0^\circ$$

$$K_{c(2)} = 0.237$$

$$K_{wu(2)} = 0.328$$

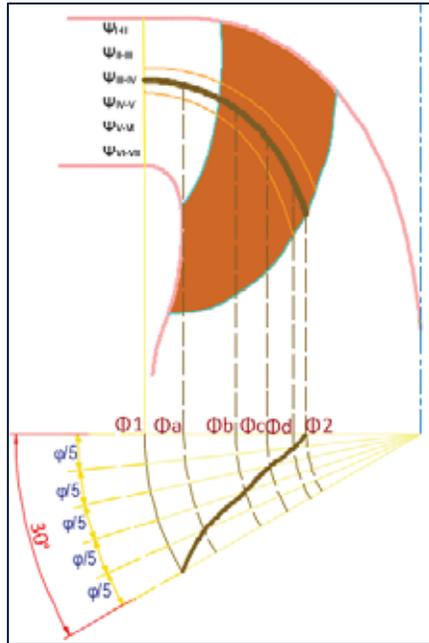
Figura 73 Línea de corriente en transformación cilíndrica (III-IV)



Fuente: Elaboracion Propia.



Figura 74 Sección transversal del alabe en la línea de corriente (III-IV).



Fuente: Elaboracion Propia.

3.6.3.4. Turbina Parcial (Ψ_{IV-V}), (línea meridional IV-V).

♣ **Línea equipotencial Φ_1 (1)**

$\Delta b = 6.287 \text{ mm}$	$U_1 = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_1 = 13.195 \text{ m/s}$
$R_x = 70 \text{ mm}$	$K_{u1} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u1} = 1.053$
	$C_{m1} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m1} = 2.531 \text{ m/s}$
	$K_{cm1} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm1} = 0.202$

Cesión gradual energética

$$K_{cu1} = \frac{1}{K_{u1}} \times \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{1.053} \times \frac{0.85}{2}$$

$K_{cu1} = 0.404$

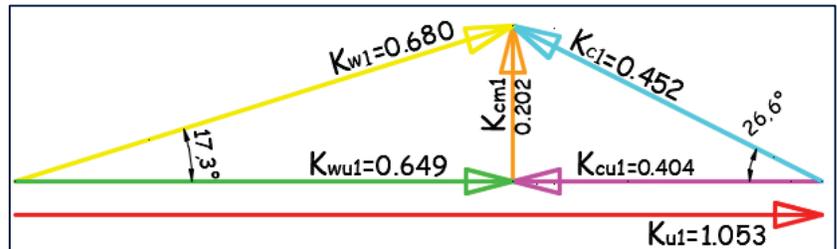
$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{K_{cm1}}{K_{u1} - K_{cu1}}\right)$$

$$\beta_1 \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 17.28^\circ$$

$$\rho_1 = R_x(\varphi/5) = 0$$

$$m_1 = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 0$$

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{K_{cm1}}{K_{cu1}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parámetros restantes.

$K_{w1} = 0.680$

$$\alpha_1 \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 26.59^\circ$$

$K_{c1} = 0.452$

$K_{wu1} = 0.649$



♣ **Linea equipotencial Φ_2 (a)**

$\Delta b = 7.2 \text{ mm}$	$U_{(a)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_a = 11.366 \text{ m/s}$
$R_x = 60.3 \text{ mm}$	$K_{u(a)} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(a)} = 0.907$
	$C_{m(a)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(a)} = 2.566 \text{ m/s}$
	$K_{cm(a)} = U_{(a)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(a)} = 0.205$

Cesion gradual energetica

$$K_{cu(a)} = \frac{1}{K_{u(a)}} \times \frac{4}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.907} \times \frac{4}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$K_{cu(a)} = 0.375$

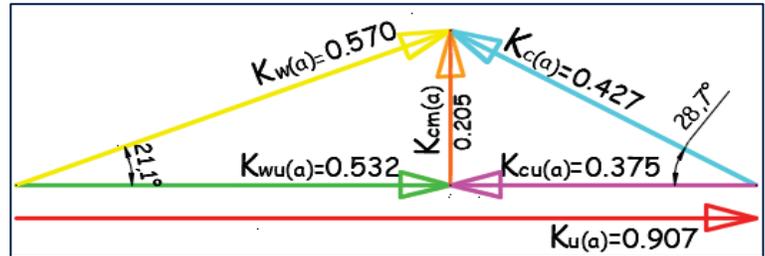
$$\beta_{(a)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(a)}}{K_{u(a)} - K_{cu(a)}}\right)$$

$\beta_{(a)} \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 21.04^\circ$

$\rho_{(a)} = R_x(\varphi/5) = 6.315 \text{ mm}$

$m_{(a)} = \rho_{(a)} \times \tan(\beta_{(a)}) = 2.429 \text{ mm}$

$\alpha_{(a)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(a)}}{K_{cu(a)}}\right)$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$K_w(a) = 0.570$

$\alpha_{(a)} \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 28.7^\circ$

$K_c(a) = 0.427$

$K_{wu(a)} = 0.532$

♣ **Linea equipotencial Φ_3 (b)**

$\Delta b = 9.4 \text{ mm}$	$U_{(b)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_{(b)} = 9.161 \text{ m/s}$
$R_x = 48.6 \text{ mm}$	$K_{u(b)} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(b)} = 0.731$
	$C_{m(b)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(b)} = 2.439 \text{ m/s}$
	$K_{cm(b)} = U_{(b)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(b)} = 0.195$

Cesion gradual energetica

$$K_{cu(b)} = \frac{1}{K_{u(b)}} \times \frac{3}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.731} \times \frac{3}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

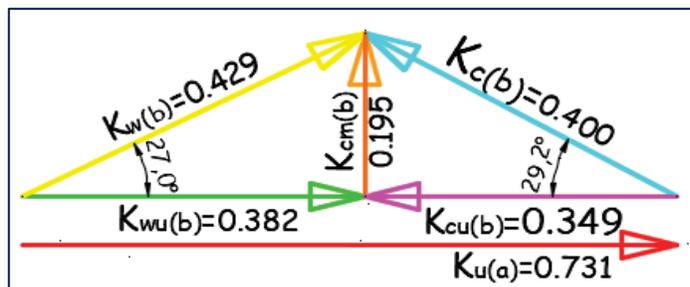
$K_{cu(b)} = 0.349$

$$\beta_{(b)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(b)}}{K_{u(b)} - K_{cu(b)}}\right)$$

$\beta_{(b)} \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 26.97^\circ$

$\rho_{(b)} = R_x(\varphi/5) = 5.089 \text{ mm}$

$m_{(b)} = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 2.590 \text{ mm}$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$K_w(b) = 0.429$

$\alpha_{(b)} \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 29.2^\circ$

$K_c(b) = 0.400$



$$\alpha_{(b)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(b)}}{K_{cu(b)}}\right)$$

$$K_{wu(b)} = 0.382$$

♣ **Linea equipotencial Φ_4 (c)**

$\Delta b = 10.0 \text{ mm}$	$U_{(c)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_{(c)} = 8.822 \text{ m/s}$
$R_x = 46.8 \text{ mm}$	$K_{u(c)} = U_{(c)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(c)} = 0.704$
	$C_{m1} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(c)} = 2.381 \text{ m/s}$
	$K_{cm(c)} = U_{(c)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(c)} = 0.190$

Cesión gradual energetica

$$K_{cu(c)} = \frac{1}{K_{u(c)}} \times \frac{2}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.704} \times \frac{2}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu(c)} = 0.241$$

$$\beta_{(c)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(c)}}{K_{u(c)} - K_{cu(c)}}\right)$$

$$\beta_{(c)} \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 22.33^\circ$$

Del

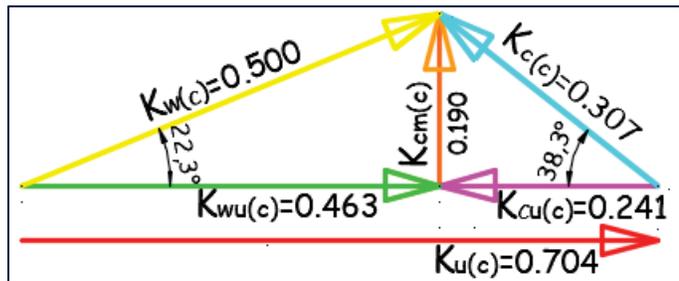


diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$$\rho_{(c)} = R_x(\varphi/5) = 4.901 \text{ mm}$$

$$K_{w(c)} = 0.500$$

$$\alpha_{(c)} \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 38.3^\circ$$

$$m_{(c)} = \rho_{(c)} \times \tan(\beta_{(c)}) = 2.013 \text{ mm}$$

$$K_{c(c)} = 0.307$$

$$\alpha_{(c)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(c)}}{K_{cu(c)}}\right)$$

$$K_{wu(c)} = 0.463$$

♣ **Linea equipotencial Φ_5 (d)**

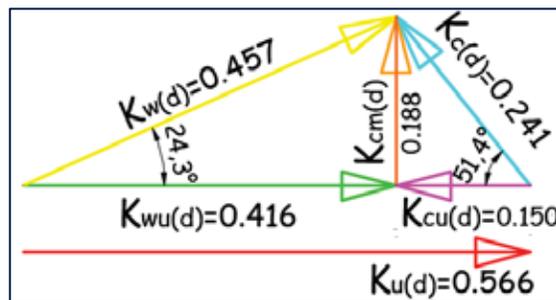
$\Delta b = 12.6 \text{ mm}$	$U_{(d)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_{(d)} = 7.087 \text{ m/s}$
$R_x = 37.6 \text{ mm}$	$K_{u(d)} = U_{(d)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(d)} = 0.566$
	$C_{m(d)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(d)} = 2.352 \text{ m/s}$
	$K_{cm(d)} = U_{(d)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(d)} = 0.188$

Cesión gradual energetica

$$K_{cu(d)} = \frac{1}{K_{u(d)}} \times \frac{1}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.566} \times \frac{1}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu(d)} = 0.150$$

$$\beta_{(d)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(d)}}{K_{u(d)} - K_{cu(d)}}\right)$$





$$\beta_{(d)} \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 24.31^\circ$$

Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$$\rho_{(d)} = R_x(\varphi/5) = 3.937 \text{ mm}$$

$$K_{w(d)} = 0.457$$

$$\alpha_{(d)} \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 51.4^\circ$$

$$m_{(d)} = \rho_{(d)} \times \tan(\beta_{(d)}) = 1.779 \text{ mm}$$

$$K_{c(d)} = 0.241$$

$$\alpha_{(d)} = \arctan \left(\frac{K_{cm(d)}}{K_{cu(d)}} \right)$$

$$K_{wu(d)} = 0.416$$

♣ **Línea equipotencial Φ_2 (2)**

$$\Delta b = 13.0 \text{ mm}$$

$$U_2 = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$$

$$U_2 = 6.748 \text{ m/s}$$

$$R_x = 35.8 \text{ mm}$$

$$K_{u2} = U_2/\sqrt{2gH_t}$$

$$K_{u2} = 0.539$$

$$C_{m2} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$$

$$C_{m2} = 2.394 \text{ m/s}$$

$$K_{cm2} = U_2/\sqrt{2gH_t}$$

$$K_{cm2} = 0.191$$

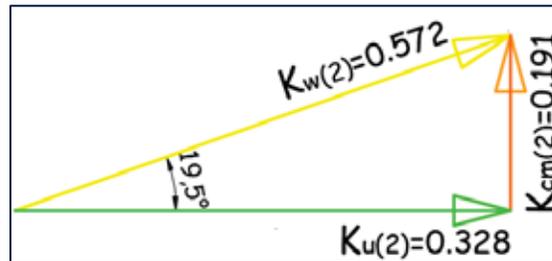
Cesion gradual energetica

$$K_{cud}K_{ud} = K_{cu2}K_{u2}$$

$$K_{cu2} = 0$$

$$\beta_2 = \arctan \left(\frac{K_{cm1}}{K_{u1} - K_{cu1}} \right)$$

$$\beta_2 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 19.53^\circ$$



Del

diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$$\rho_2 = R_x(\varphi/5) = 3.749 \text{ mm}$$

$$K_{w(2)} = 0.572$$

$$\alpha_2 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 0^\circ$$

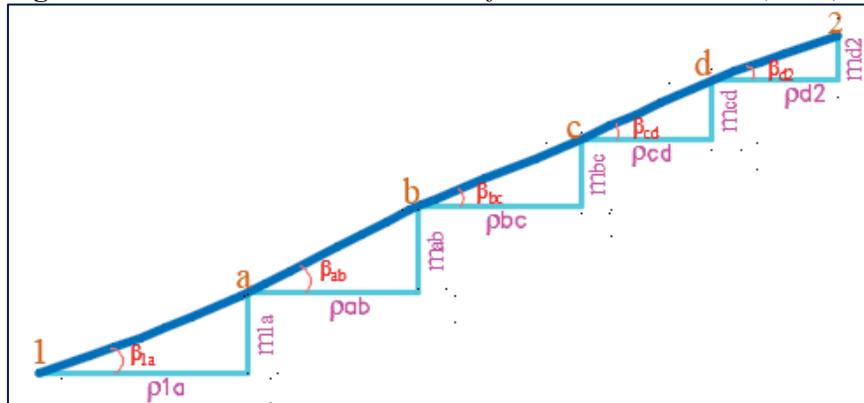
$$m_2 = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 1.330 \text{ mm}$$

$$K_{c(2)} = 0.191$$

$$\alpha_2 = \arctan \left(\frac{K_{cm1}}{K_{cu1}} \right)$$

$$K_{wu(2)} = 0.328$$

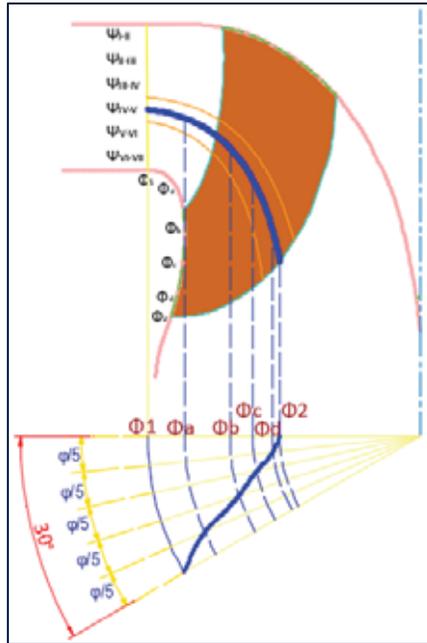
Figura 75 Línea de corriente en transformación cilíndrica (IV-V)



Fuente: Elaboracion Propia.



Figura 76 Sección transversal del alabe en la línea de corriente (IV-V).



Fuente: Elaboracion Propia.

3.6.3.5. Turbina Parcial (Ψ_{V-VI}), (línea meridional V-VI).

♣ Línea equipotencial Φ_1 (1)

$\Delta b = 6.287 \text{ mm}$	$U_1 = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_1 = 13.195 \text{ m/s}$
$R_x = 70 \text{ mm}$	$K_{u1} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u1} = 1.053$
	$C_{m1} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m1} = 2.531 \text{ m/s}$
	$K_{cm1} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm1} = 0.202$

Cesión gradual energética

$$K_{cu1} = \frac{1}{K_{u1}} \times \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{1.053} \times \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu1} = 0.404$$

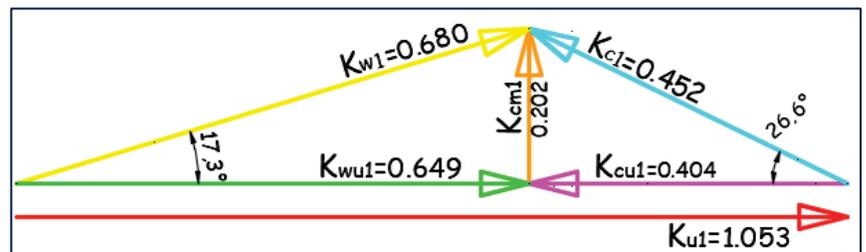
$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{K_{cm1}}{K_{u1} - K_{cu1}}\right)$$

$$\beta_1 \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 17.28^\circ$$

$$\rho_1 = R_x(\varphi/5) = 0$$

$$m_1 = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 0$$

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{K_{cm1}}{K_{cu1}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parameros restantes.

$$K_{w1} = 0.680$$

$$\alpha_1 \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 26.59^\circ$$

$$K_{c1} = 0.452$$

$$K_{wu1} = 0.649$$



♣ **Linea equipotencial Φ_2 (a)**

$\Delta b = 6.4 \text{ mm}$	$U_{(a)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_a = 11.536 \text{ m/s}$
$R_x = 61.2 \text{ mm}$	$K_{u(a)} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(a)} = 0.921$
	$C_{m(a)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(a)} = 2.844 \text{ m/s}$
	$K_{cm(a)} = U_{(a)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(a)} = 0.227$

Cesion gradual energetica

$$K_{cu(a)} = \frac{1}{K_{u(a)}} \times \frac{4}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.921} \times \frac{4}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$K_{cu(a)} = 0.369$

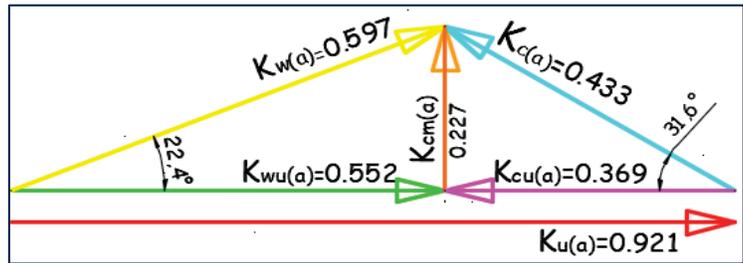
$$\beta_{(a)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(a)}}{K_{u(a)} - K_{cu(a)}}\right)$$

$$\beta_{(a)} \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 22.37^\circ$$

$$\rho_{(a)} = R_x(\varphi/5) = 6.409 \text{ mm}$$

$$m_{(a)} = \rho_{(a)} \times \tan(\beta_{(a)}) = 2.638 \text{ mm}$$

$$\alpha_{(a)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(a)}}{K_{cu(a)}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$K_{w(a)} = 0.597$

$$\alpha_{(a)} \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 31.6^\circ$$

$K_{c(a)} = 0.433$

$K_{wu(a)} = 0.552$

♣ **Linea equipotencial Φ_3 (b)**

$\Delta b = 9.2 \text{ mm}$	$U_{(b)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_{(b)} = 9.387 \text{ m/s}$
$R_x = 49.8 \text{ mm}$	$K_{u(b)} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(b)} = 0.749$
	$C_{m(b)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(b)} = 2.432 \text{ m/s}$
	$K_{cm(b)} = U_{(b)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(b)} = 0.194$

Cesion gradual energetica

$$K_{cu(b)} = \frac{1}{K_{u(b)}} \times \frac{3}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.749} \times \frac{3}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

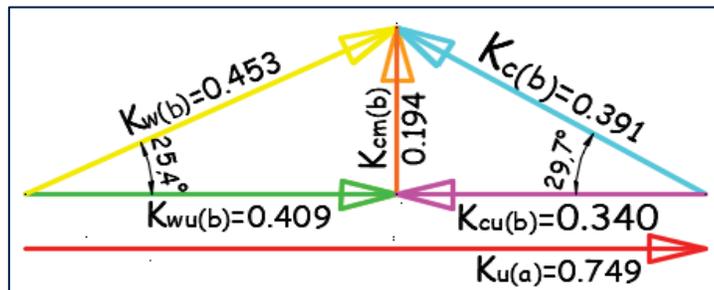
$K_{cu(b)} = 0.340$

$$\beta_{(b)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(b)}}{K_{u(b)} - K_{cu(b)}}\right)$$

$$\beta_{(b)} \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 25.39^\circ$$

$$\rho_{(b)} = R_x(\varphi/5) = 5.215 \text{ mm}$$

$$m_{(b)} = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 2.475 \text{ mm}$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$K_{w(b)} = 0.453$

$$\alpha_{(b)} \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 29.7^\circ$$

$K_{c(b)} = 0.391$



$$\alpha_{(b)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(b)}}{K_{cu(b)}}\right)$$

$$K_{wu(b)} = 0.409$$

♣ **Linea equipotencial Φ_4 (c)**

$\Delta b = 9.3 \text{ mm}$	$U_{(c)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_{(c)} = 9.519 \text{ m/s}$
$R_x = 50.5 \text{ mm}$	$K_{u(c)} = U_{(c)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(c)} = 0.760$
	$C_{m1} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(c)} = 2.372 \text{ m/s}$
	$K_{cm(c)} = U_{(c)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(c)} = 0.189$

Cesión gradual energetica

$$K_{cu(c)} = \frac{1}{K_{u(c)}} \times \frac{2}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.760} \times \frac{2}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu(c)} = 0.224$$

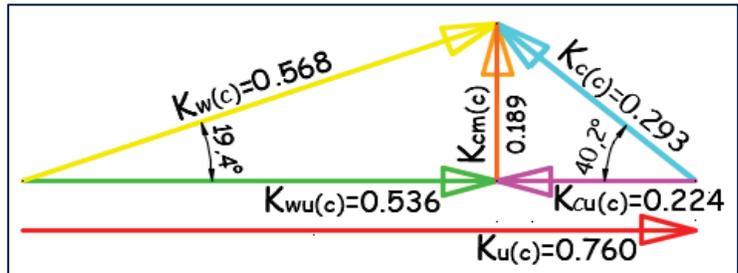
$$\beta_{(c)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(c)}}{K_{u(c)} - K_{cu(c)}}\right)$$

$$\beta_{(c)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 19.45^\circ$$

$$\rho_{(c)} = R_x(\varphi/5) = 5.288 \text{ mm}$$

$$m_{(c)} = \rho_{(c)} \times \tan(\beta_{(c)}) = 1.868 \text{ mm}$$

$$\alpha_{(c)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(c)}}{K_{cu(c)}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$$K_{w(c)} = 0.568$$

$$\alpha_{(c)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 40.2^\circ$$

$$K_{c(c)} = 0.293$$

$$K_{wu(c)} = 0.536$$

♣ **Linea equipotencial Φ_5 (d)**

$\Delta b = 12.9 \text{ mm}$	$U_{(d)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_{(d)} = 8.237 \text{ m/s}$
$R_x = 43.7 \text{ mm}$	$K_{u(d)} = U_{(d)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(d)} = 0.657$
	$C_{m(d)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(d)} = 1.976 \text{ m/s}$
	$K_{cm(d)} = U_{(d)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(d)} = 0.158$

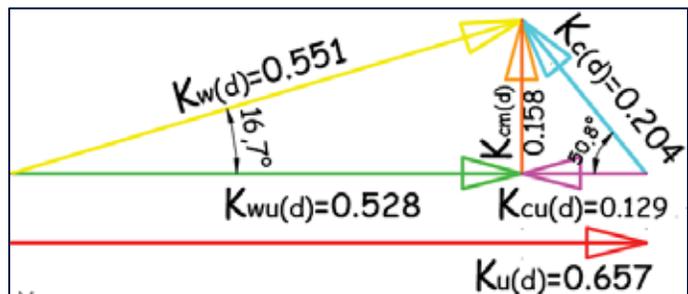
Cesión gradual energetica

$$K_{cu(d)} = \frac{1}{K_{u(d)}} \times \frac{1}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.657} \times \frac{1}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu(d)} = 0.129$$

$$\beta_{(d)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(d)}}{K_{u(d)} - K_{cu(d)}}\right)$$

$$\beta_{(d)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 16.69^\circ$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.



$$\rho_{(d)} = R_x(\varphi/5) = 4.576 \text{ mm}$$

$$K_{w(d)} = 0.551$$

$$\alpha_{(d)} \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 50.8^\circ$$

$$m_{(d)} = \rho_{(d)} \times \tan(\beta_{(d)}) = 1.367 \text{ mm}$$

$$K_{c(d)} = 0.204$$

$$\alpha_{(d)} = \arctan \left(\frac{K_{cm(d)}}{K_{cu(d)}} \right)$$

$$K_{wu(d)} = 0.528$$

♣ **Línea equipotencial Φ_2 (2)**

$$\Delta b = 12.2 \text{ mm}$$

$$U_2 = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$$

$$U_2 = 8.577 \text{ m/s}$$

$$R_x = 45.5 \text{ mm}$$

$$K_{u2} = U_2/\sqrt{2gH_t}$$

$$K_{u2} = 0.685$$

$$C_{m2} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$$

$$C_{m2} = 2.007 \text{ m/s}$$

$$K_{cm2} = U_2/\sqrt{2gH_t}$$

$$K_{cm2} = 0.160$$

Cesión gradual energética

$$K_{cud}K_{ud} = K_{cu2}K_{u2}$$

$$K_{cu2} = 0$$

$$\beta_2 = \arctan \left(\frac{K_{cm1}}{K_{u1} - K_{cu1}} \right)$$

$$\beta_2 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 13.17^\circ$$

$$\rho_2 = R_x(\varphi/5) = 4.765 \text{ mm}$$

$$K_{w(2)} = 0.703$$

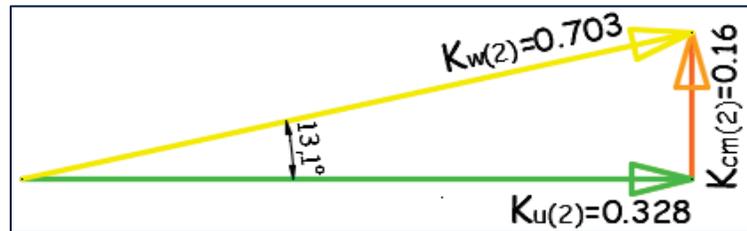
$$\alpha_2 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 0^\circ$$

$$m_2 = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 1.115 \text{ mm}$$

$$K_{c(2)} = 0.160$$

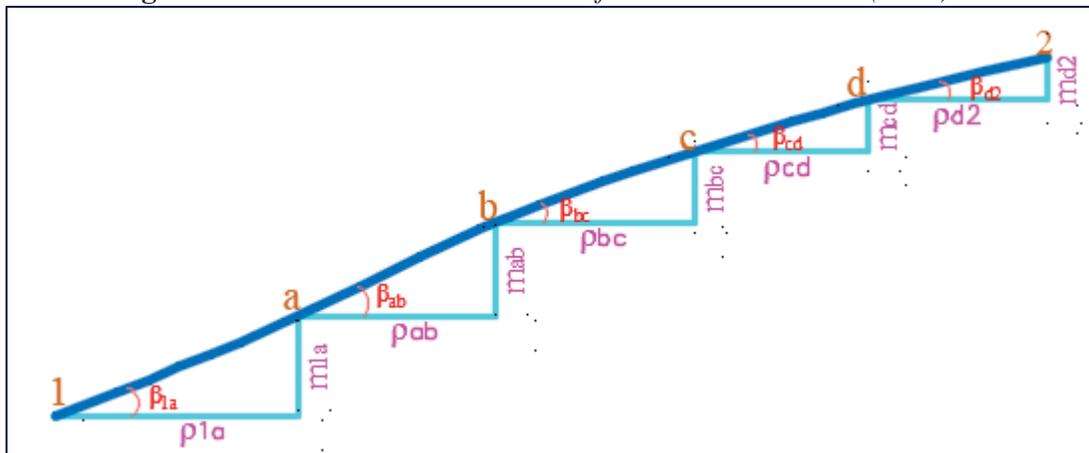
$$\alpha_2 = \arctan \left(\frac{K_{cm1}}{K_{cu1}} \right)$$

$$K_{wu(2)} = 0.328$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

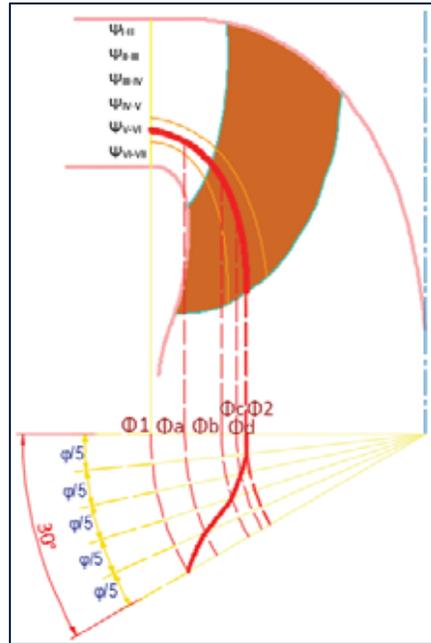
Figura 77 Línea de corriente en transformación cilíndrica (V-VI)



Fuente: Elaboracion Propia.



Figura 78 Sección transversal del alabe en la línea de corriente (V-VI)



Fuente: Elaboracion Propia.

3.6.3.6. Turbina Parcial (Ψ_{VI-VII}), (línea meridional VI-VII).

❖ Línea equipotencial Φ_1 (1)

$\Delta b = 6.287 \text{ mm}$	$U_1 = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_1 = 13.195 \text{ m/s}$
$R_x = 70 \text{ mm}$	$K_{u1} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u1} = 1.053$
	$C_{m1} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m1} = 2.531 \text{ m/s}$
	$K_{cm1} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm1} = 0.202$

Cesión gradual energetica

$$K_{cu1} = \frac{1}{K_{u1}} \times \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{1.053} \times \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu1} = 0.404$$

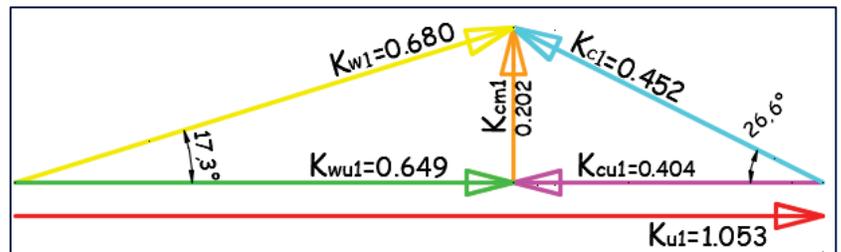
$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{K_{cm1}}{K_{u1} - K_{cu1}}\right)$$

$$\beta_1\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 17.28^\circ$$

$$\rho_1 = R_x(\varphi/5) = 0$$

$$m_1 = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 0$$

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{K_{cm1}}{K_{cu1}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parameros restantes.

$$K_{w1} = 0.680$$

$$\alpha_1\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 26.59^\circ$$

$$K_{c1} = 0.452$$

$$K_{wu1} = 0.649$$



♣ **Linea equipotencial Φ_2 (a)**

$\Delta b = 6.4 \text{ mm}$	$U_{(a)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_a = 11.800 \text{ m/s}$
$R_x = 62.6 \text{ mm}$	$K_{u(a)} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(a)} = 0.942$
	$C_{m(a)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(a)} = 2.781 \text{ m/s}$
	$K_{cm(a)} = U_{(a)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(a)} = 0.222$

Cesion gradual energetica

$$K_{cu(a)} = \frac{1}{K_{u(a)}} \times \frac{4}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.942} \times \frac{4}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$K_{cu(a)} = 0.361$

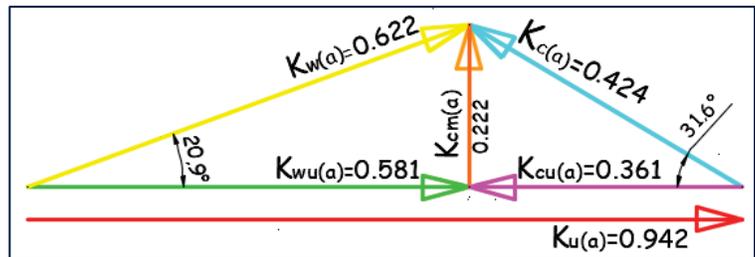
$$\beta_{(a)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(a)}}{K_{u(a)} - K_{cu(a)}}\right)$$

$$\beta_{(a)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 20.91^\circ$$

$$\rho_{(a)} = R_x(\varphi/5) = 6.555 \text{ mm}$$

$$m_{(a)} = \rho_{(a)} \times \tan(\beta_{(a)}) = 2.505 \text{ mm}$$

$$\alpha_{(a)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(a)}}{K_{cu(a)}}\right)$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$K_w(a) = 0.622$

$$\alpha_{(a)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 31.59^\circ$$

$K_c(a) = 0.424$

$K_wu(a) = 0.581$

♣ **Linea equipotencial Φ_3 (b)**

$\Delta b = 9.3 \text{ mm}$	$U_{(b)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$	$U_{(b)} = 9.953 \text{ m/s}$
$R_x = 52.8 \text{ mm}$	$K_{u(b)} = U_1/\sqrt{2gH_t}$	$K_{u(b)} = 0.794$
	$C_{m(b)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$	$C_{m(b)} = 2.269 \text{ m/s}$
	$K_{cm(b)} = U_{(b)}/\sqrt{2gH_t}$	$K_{cm(b)} = 0.181$

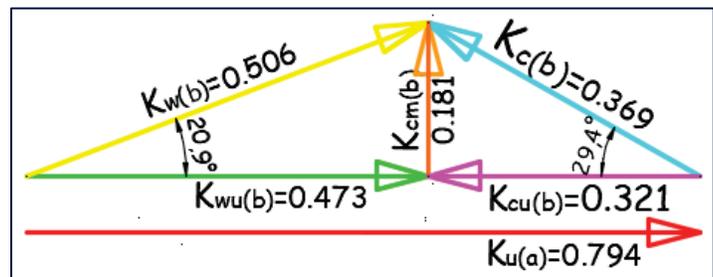
Cesion gradual energetica

$$K_{cu(b)} = \frac{1}{K_{u(b)}} \times \frac{3}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.794} \times \frac{3}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$K_{cu(b)} = 0.321$

$$\beta_{(b)} = \arctan\left(\frac{K_{cm(b)}}{K_{u(b)} - K_{cu(b)}}\right)$$

$$\beta_{(b)}\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 20.93^\circ$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.



$$\rho_{(b)} = R_x(\varphi/5) = 5.529 \text{ mm}$$

$$K_{w(b)} = 0.506$$

$$\alpha_{(b)} \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 29.4^\circ$$

$$m_{(b)} = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 2.115 \text{ mm}$$

$$K_{c(b)} = 0.369$$

$$\alpha_{(b)} = \arctan \left(\frac{K_{cm(b)}}{K_{cu(b)}} \right)$$

$$K_{wu(b)} = 0.473$$

♣ **Linea equipotencial Φ_4 (c)**

$$\Delta b = 9.1 \text{ mm}$$

$$U_{(c)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$$

$$U_{(c)} = 10.122 \text{ m/s}$$

$$R_x = 53.7 \text{ mm}$$

$$K_{u(c)} = U_{(c)}/\sqrt{2gH_t}$$

$$K_{u(c)} = 0.808$$

$$C_{m1} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$$

$$C_{m(c)} = 2.280 \text{ m/s}$$

$$K_{cm(c)} = U_{(c)}/\sqrt{2gH_t}$$

$$K_{cm(c)} = 0.182$$

Cesion gradual energetica

$$K_{cu(c)} = \frac{1}{K_{u(c)}} \times \frac{2}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.808} \times \frac{2}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu(c)} = 0.210$$

$$\beta_{(c)} = \arctan \left(\frac{K_{cm(c)}}{K_{u(c)} - K_{cu(c)}} \right)$$

$$\beta_{(c)} \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 16.94^\circ$$

$$\rho_{(c)} = R_x(\varphi/5) = 5.623 \text{ mm}$$

$$K_{w(c)} = 0.625$$

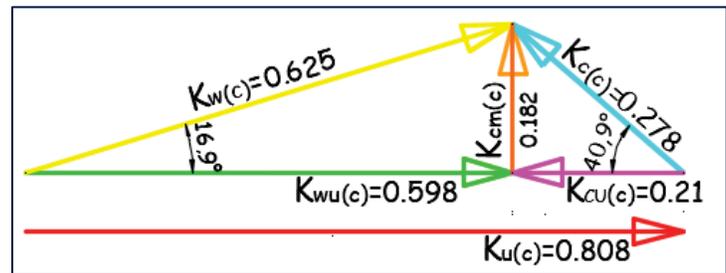
$$\alpha_{(c)} \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 40.9^\circ$$

$$m_{(c)} = \rho_{(c)} \times \tan(\beta_{(c)}) = 1.713 \text{ mm}$$

$$K_{c(c)} = 0.278$$

$$\alpha_{(c)} = \arctan \left(\frac{K_{cm(c)}}{K_{cu(c)}} \right)$$

$$K_{wu(c)} = 0.598$$



Del diagrama sacamos los datos parameros restantes.

♣ **Linea equipotencial Φ_5 (d)**

$$\Delta b = 13.0 \text{ mm}$$

$$U_{(d)} = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$$

$$U_{(d)} = 9.444 \text{ m/s}$$

$$R_x = 50.1 \text{ mm}$$

$$K_{u(d)} = U_{(d)}/\sqrt{2gH_t}$$

$$K_{u(d)} = 0.754$$

$$C_{m(d)} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$$

$$C_{m(d)} = 1.711 \text{ m/s}$$

$$K_{cm(d)} = U_{(d)}/\sqrt{2gH_t}$$

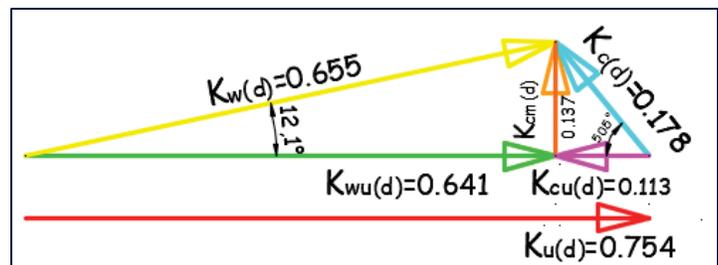
$$K_{cm(d)} = 0.137$$

Cesion gradual energetica

$$K_{cu(d)} = \frac{1}{K_{u(d)}} \times \frac{1}{5} \cdot \frac{\eta_H}{2} = \frac{1}{0.754} \times \frac{1}{5} \cdot \frac{0.85}{2}$$

$$K_{cu(d)} = 0.113$$

$$\beta_{(d)} = \arctan \left(\frac{K_{cm(d)}}{K_{u(d)} - K_{cu(d)}} \right)$$





$$\beta_{(d)} \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 12.02^\circ$$

Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$$\rho_{(d)} = R_x(\varphi/5) = 5.246 \text{ mm}$$

$$K_{w(d)} = \mathbf{0.655}$$

$$\alpha_{(d)} \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 50.45^\circ$$

$$m_{(d)} = \rho_{(d)} \times \tan(\beta_{(d)}) = 1.117 \text{ mm}$$

$$K_{c(d)} = \mathbf{0.178}$$

$$\alpha_{(d)} = \arctan \left(\frac{K_{cm(d)}}{K_{cu(d)}} \right)$$

$$K_{wu(d)} = \mathbf{0.641}$$

♣ **Línea equipotencial Φ_2 (2)**

$$\Delta b = 13.7 \text{ mm}$$

$$U_2 = 2\pi \times R_x \times (\text{RPM})/60 \times 1000$$

$$U_2 = 10.857 \text{ m/s}$$

$$R_x = 57.6 \text{ mm}$$

$$K_{u2} = U_2/\sqrt{2gH_t}$$

$$K_{u2} = \mathbf{0.867}$$

$$C_{m2} = \Delta Q/2\pi \times R_x \times \Delta b \times 10^6$$

$$C_{m2} = 1.412 \text{ m/s}$$

$$K_{cm2} = U_2/\sqrt{2gH_t}$$

$$K_{cm2} = \mathbf{0.113}$$

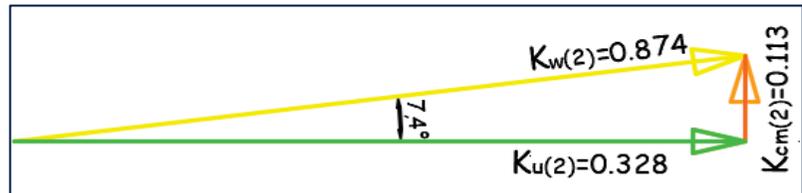
Cesión gradual energetica

$$K_{cud}K_{ud} = K_{cu2}K_{u2}$$

$$K_{cu2} = \mathbf{0}$$

$$\beta_2 = \arctan \left(\frac{K_{cm1}}{K_{u1} - K_{cu1}} \right)$$

$$\beta_2 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 7.41^\circ$$



Del diagrama sacamos los datos parametros restantes.

$$\rho_2 = R_x(\varphi/5) = 6.032 \text{ mm}$$

$$K_{w(2)} = \mathbf{0.874}$$

$$\alpha_2 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 0^\circ$$

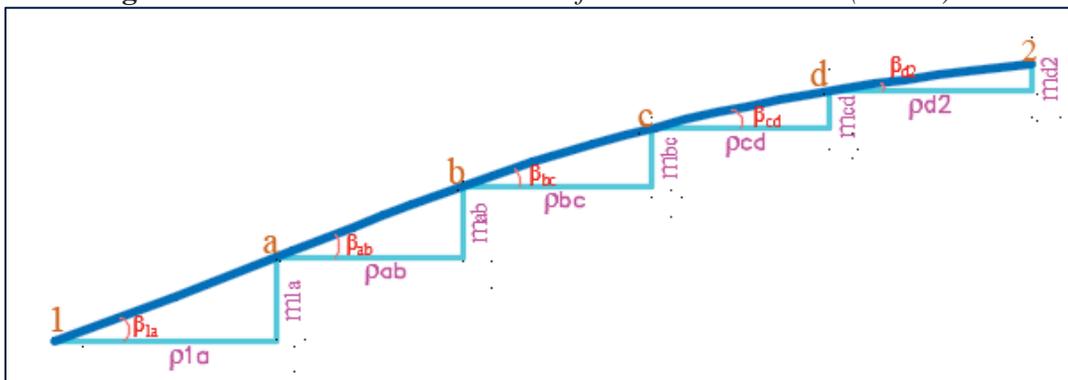
$$m_2 = \rho_1 \times \tan(\beta_1) = 0.784 \text{ mm}$$

$$K_{c(2)} = \mathbf{0.113}$$

$$\alpha_2 = \arctan \left(\frac{K_{cm1}}{K_{cu1}} \right)$$

$$K_{wu(2)} = \mathbf{0.328}$$

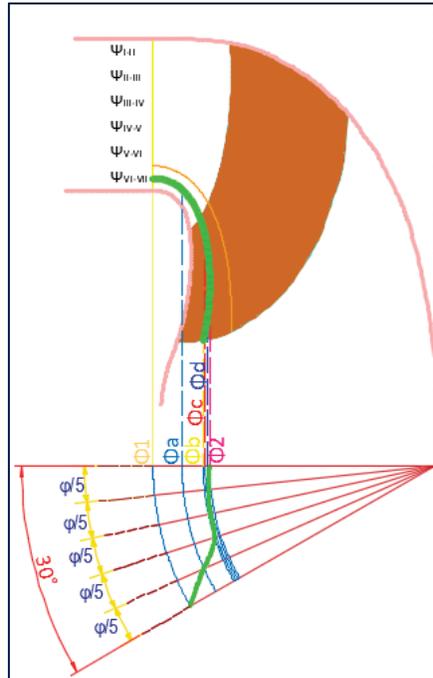
Figura 79 Línea de corriente en transformación cilíndrica (VI-VII)



Fuente: Elaboracion Propia.

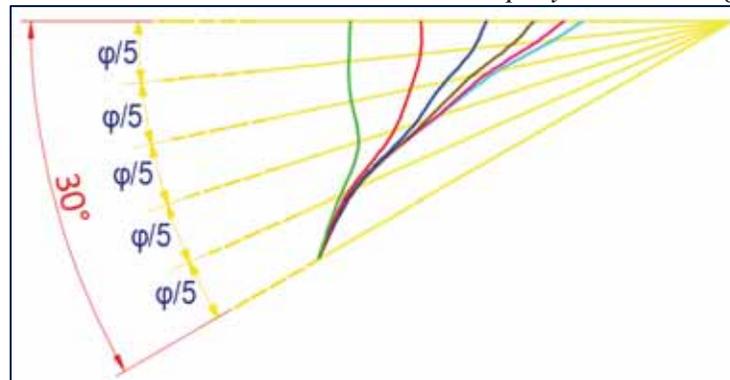


Figura 80 Sección transversal del alabe en la línea de corriente (VI-VII).



Fuente: Elaboracion Propia.

Figura 81 Trazo de las líneas de corriente relativas proyectadas ortogonalmente.



Fuente: Elaboracion Propia.

El trazado de las secciones ortogonales para cada plano o sección axial de cada línea de corriente correspondiente de acuerdo a una elevación ascendente tomando como referencia el ancho del rodete b_0 nos dará una aproximación a la proyección ortogonal (ver figura 36). En dicha figura se establecen seis líneas proyectadas, las cuales también por medio del modelado 3D en el Solid Works se determina la proximidad a lo calculado con lo cual podemos establecer que el trazado



de la red de corriente es el adecuado y que se cumplan las condiciones cinematicas a lo largo de toda los puntos descritos.

Figura 82 *Vista seccional del alabe proyectado ortogonalmente.*



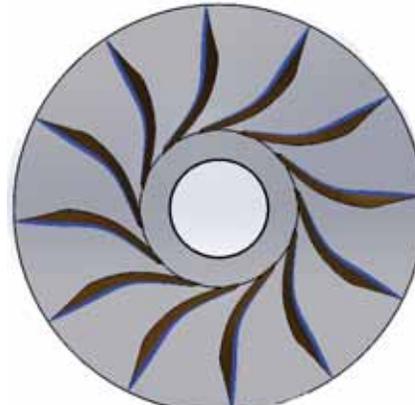
Linea de corriente media (I-II)



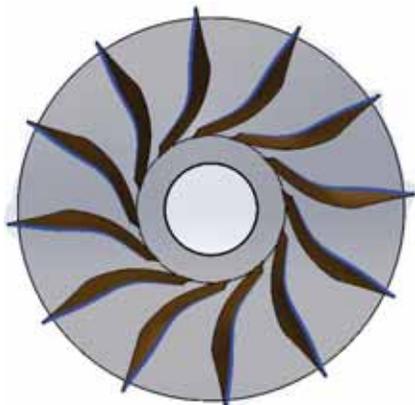
Linea de corriente media (II-III)



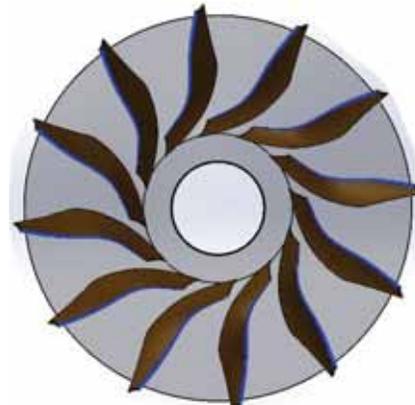
Linea de corriente media (III-IV)



Linea de corriente media (IV-V)



Linea de corriente media (V-VI)



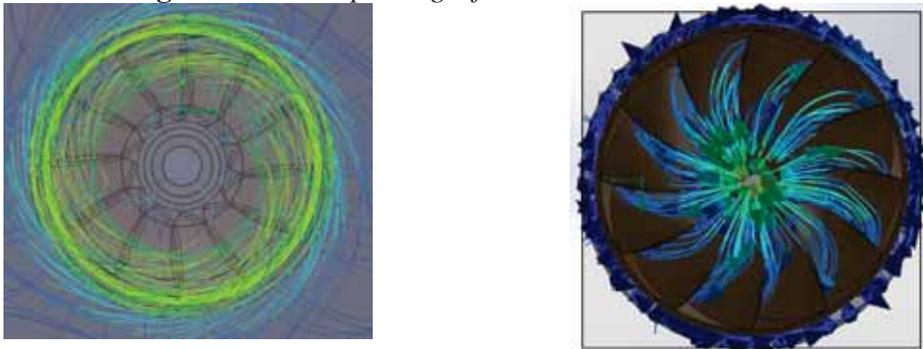
Linea de corriente media (VI-VII)



Fuente: Elaboracion Propia.

Las velocidades del alabe de rodete son muy independientes de las del cubo, como ya se desarrollo hasta ahora la similitud cinematica del rodete prototipo con el modelo viene dado por la adimensionalidad de sus velocidades caracterizticas, siendo el desarrollo de este ultimo muy similar al prototipo, acontinuacion se inducen algunas formas desarrolladas del fluido dentro de la geometria del alabe y como se viene distribuyendo sus velocidades caracterizticas.

Figura 83 *Descripción grafica de la cinemática del modelo*



Fuente: Elaboracion Propia.

3.6.4. Analisis cinematico en el rodete.

Hasta ahora se ha analizado el estudio cinematico del alabe del rodete francis a traves de todo su desarrollo del fluido sobre el, ahora se analiza la cinematica del cubo y corona del rodete para conocer su comportamiento global sin la necesidad de conocer el flujo interno que ya se desarrollo. Para este analisis al igual que el anterior necesitaremos de los parametros generales que rigen el funcionamiento del rodete, las condiciones a la entrada y salida del rodete y los parametros geometricos de la seccion de paso a traves del rotor.

3.6.4.1. Entrada del rodete

La velocidad de arrastre o periferica esta definido como:

$$u_1 = n \frac{d_{1e}}{2} = 11.428 \text{ m/s}$$



La componente meridional:

$$c_{m1} = \frac{Q \cdot \eta_v}{\pi d_{1e} \cdot b_1} = 2.834 \text{ m/s}$$

Estableciendo el mismo ángulo a la salida del distribuidor y la entrada del rodete tenemos:

$$\alpha_0 = \alpha_1 = 22.73^\circ$$

$$c_{m1} = c_1 \sin(\alpha_1)$$

$$c_1 = \frac{c_{m1}}{\sin(\alpha_1)} = 7.337 \text{ m/s}$$

$$c_{u1} = c_1 \cos(\alpha_1) = 6.767 \text{ m/s}$$

$$w_{u1} = u_1 - c_{u1} = 4.659 \text{ m/s}$$

$$w_1^2 = c_{m1}^2 + w_{u1}^2$$

$$w_1 = 5.454 \text{ m/s}$$

$$\tan(\beta_1) = \frac{c_{m1}}{w_{u1}}$$

$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{c_{m1}}{w_{u1}}\right) = 31.31^\circ$$

Tabla 19

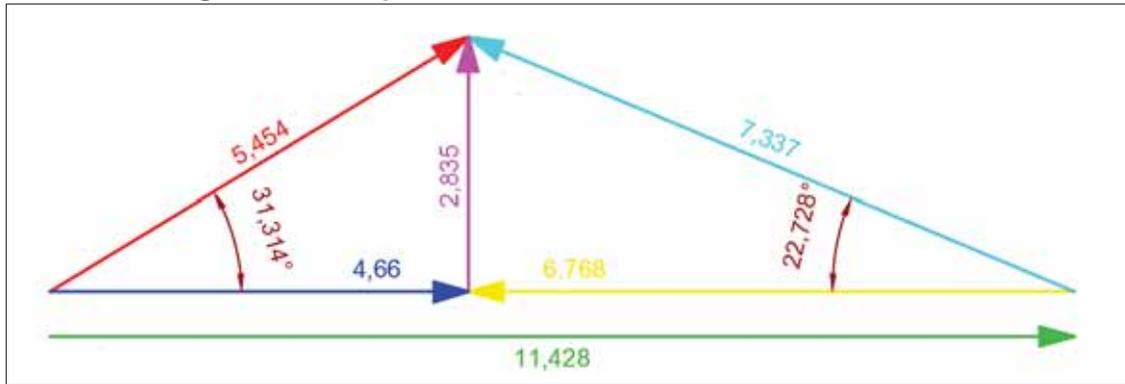
Valores característicos del triángulo de velocidades a la entrada del Rodete

Valores característicos del triángulo de velocidades a la entrada del Rodete	
u_1	11.428
c_{m1}	2.835
α_1	22.728°
c_{u1}	6.768
β_1	31.314°
w_1	5.454
c_1	7.337

Fuente: Elaboración Propia



Figura 84 Triangulo de velocidades a la entrada del rodete



Fuente: Elaboracion Propia

3.6.4.2. Salida del rodete.

Velocidad de arrastre o periferica:

$$u_2 = n \frac{d_{2e}}{2} = 12.031 \text{ m/s} \quad (3.33)$$

Velocidad meridional:

$$c_{m2} = \frac{Q \cdot \eta_v}{\pi d_{2e} \cdot b_2} = 3.183 \text{ m/s}$$

De la ecuacion de Euler:

$$gH_t = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}$$

$$c_{u2} = \frac{u_1 c_{u1} - gH_t}{u_2} = 0.524 \text{ m/s}$$

$$w_{u2} = u_2 - c_{u2} = 11.505 \text{ m/s}$$

$$w_2^2 = c_{m2}^2 + w_{u2}^2$$

$$w_2 = 11.938 \text{ m/s}$$

$$\alpha_2 = \arctan\left(\frac{c_{u2}}{c_{m2}}\right) = 80.64^\circ$$

$$c_{m2} = c_2 \sin(\alpha_2)$$

$$c_2 = 3.226 \text{ m/s}$$

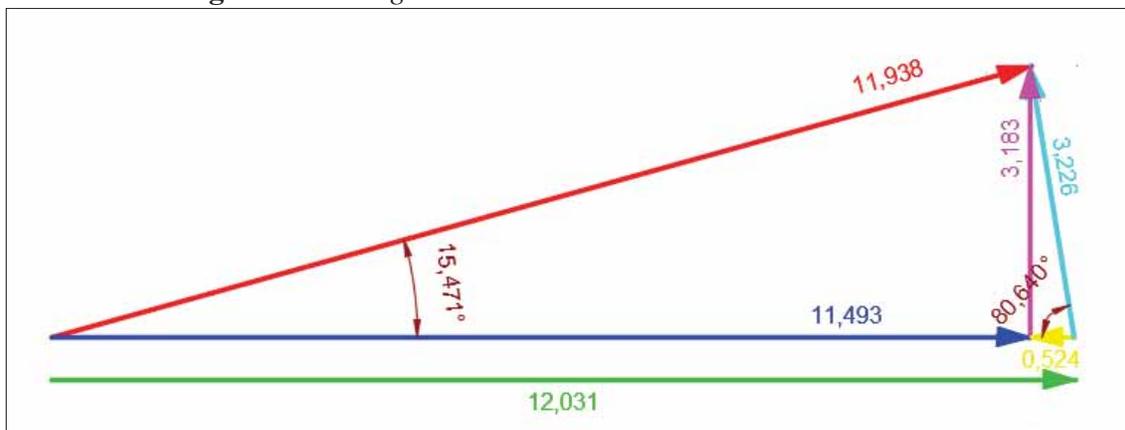
$$\beta_2 = \arctan\left(\frac{c_{m2}}{w_{u2}}\right) = 15.47^\circ$$

**Tabla 20**

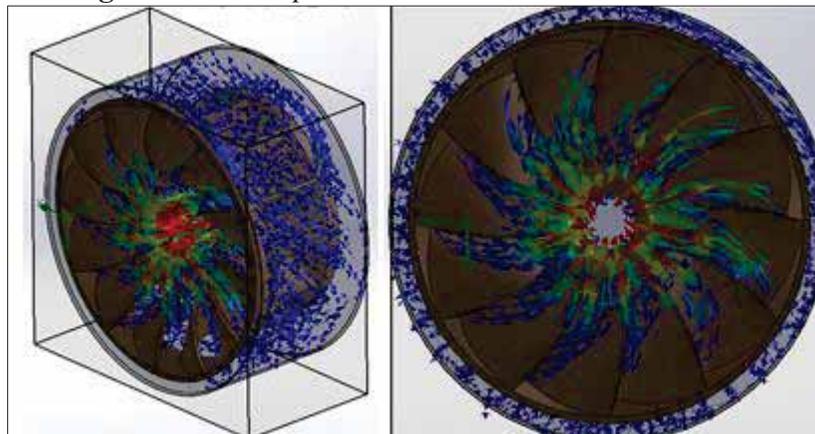
Valores característicos del triángulo de velocidades a la salida del Rodete

Valores característicos del triángulo de velocidades a la salida del Rodete	
u_2	12.030
c_{m2}	3.183
α_2	80.638°
c_{u2}	0.525
β_2	15.465°
w_2	11.938
c_2	3.226

Fuente: Elaboracion Propia.

Figura 85 Triangulo de velocidades a la salida del rodete

Fuente: Elaboracion Propia.

Figura 86 Descripción cinemática del Rodete modelo

Fuente: Elaboracion Propia



3.7. Análisis dinámico del modelo de turbina Francis

3.7.1. Desarrollo de las variables de funcionamiento

Como se explicó anteriormente el análisis dimensional es una herramienta matemática que nos ayuda a encontrar las relaciones funcionales entre las variables y los parámetros de funcionamiento de nuestra turbina con el fin de predecir su comportamiento hidráulico.

Entonces para encontrar las variables y parámetros que intervienen en nuestro sistema es necesario entender el comportamiento del fluido dentro de la turbina, y con la ayuda de las ecuaciones de energía desarrolladas previamente podemos establecer que el conjunto de variables y parámetros del desarrollo fluido dinámico son los siguientes:

- ♣ Las propiedades físicas de la densidad (ρ) y la viscosidad (μ) que intervienen en las ecuaciones energéticas.
- ♣ Las fuerzas másicas por unidad de masa que también intervienen en las ecuaciones de balance energética y que como se mencionó derivan de las fuerzas gravitatorias.

$U_p = -\vec{g} \cdot \vec{x} = gz$, siendo z una coordenada vertical que podemos medir desde un plano referencial como la tierra, por lo tanto se puede estipular que el efecto de las fuerzas másicas se asocia a la presión del fluido como, $(p + \rho U_p)$.

- ♣ La presión del fluido $(p + \rho U_p)$ la cual se considera uniforme en todo su recorrido dentro de la turbina.
- ♣ La energía específica neta (gH_n)
- ♣ La velocidad de entrada y salida, la cual se estableció uniforme y que estará relacionado con el gasto volumétrico o caudal (Q).
- ♣ La velocidad angular de giro del rodete que es un valor constante (Ω).



- ♣ La forma geométrica (l_i) y la posición de los alabes directrices (por ser una turbina de ese tipo de regulación) (α_i).
- ♣ El tamaño global de la maquina como característica geométrica que es representado generalmente por el diámetro del rodete (D).
- ♣ Las rugosidades de las superficies en contacto con el fluido (k).

Con todas las características mencionadas y con ayuda de las ecuaciones de cantidad de movimiento, continuidad y energéticas, junto con las condiciones planteadas en nuestro volumen de control nos permiten determinar el campo de velocidades y presiones.

Entonces las relaciones estarían dadas de la siguiente forma.

$$\vec{v} = f_1(\vec{x}, \rho, \mu, Q, \Omega, D, l_i, \alpha_i, k)$$
$$(p + \rho U_p)^{\vec{x}} = f_2(\vec{x}, \rho, \mu, Q, \Omega, D, l_i, \alpha_i, k)$$

Una vez conocidos estas variables es posible calcular otras variables globales de la máquina que tengan relación como pueden ser el par, luego las potencias y con esto el rendimiento total.

Como se puede notar, las variables globales están en función de la posición (\vec{x}) y sus expresiones siempre suelen presentarse en su forma diferencial lo que conlleva a una dificultad al momento de desarrollarlos físicamente, algunos autores nunca toman el valor de estas variables en este contexto porque se los considera como incrementos y solo se tomaría en cuenta si los valores de cavitación serían mayores.

Por lo tanto se busca no tener relación con la posición (\vec{x}), es por ello que reestructuramos nuestras variables en diferentes grupos buscando limitarnos a lo mencionado anteriormente.

- ♣ Propiedades Geométricas (D, l_i, α_i, k).
- ♣ Propiedades Físicas (relacionadas al fluido) (ρ, μ).



- ♣ Variables de Control (gH_n, Ω)

Nos hemos limitado únicamente a estas variables independientes de la posición, y con ellos también calcularemos los parámetros que los relacione globalmente como en el anterior análisis.

- ♣ M (Par o torque).
- ♣ Q (Caudal).
- ♣ W (Potencia hidráulica y mecánica).
- ♣ η (Rendimientos).

Para el cálculo de estas variables se hace uso de la herramienta matemática del análisis dimensional a través del teorema de Buckingham donde se hacen una serie de suposiciones e hipótesis para reducir los números adimensionales que se pueden despreciar y obtener las variables que nos indicaran el comportamiento de la turbina.

3.7.2. Aplicación del teorema de Buckingham.

Como ya se indicó usaremos el teorema " π " para reducir los números o grupos adimensionales y poder calcular las variables desconocidas, para lo cual se relacionan en forma los parámetros con las variables que se quieren obtener.

$$M = f_1(\rho, \mu, D, l_i, \alpha_i, k, gH_n, \Omega)$$

$$Q = f_1(\rho, \mu, D, l_i, \alpha_i, k, gH_n, \Omega)$$

$$W = f_1(\rho, \mu, D, l_i, \alpha_i, k, gH_n, \Omega)$$

$$\eta = f_1(\rho, \mu, D, l_i, \alpha_i, k, gH_n, \Omega)$$

3.7.2.1. Análisis del par mecánico (Γ).

$$\Gamma = f_1(\rho, \mu, D, l_i, \alpha_i, k, gH_n, \Omega)$$



Construimos una matriz adimensional con todos los parámetros y analizamos su rango, como sabemos, el número de adimensionales estará dado por la diferencia entre el número de variables y el rango de la matriz.

	ρ	μ	D	l_i	α_i	k	gH_n	Ω	Γ
M	1	1	0	0	0	0	0	0	1
L	-3	-1	1	1	0	1	2	0	2
T	0	-1	0	0	0	0	-2	-1	-2

- ♣ Rango de la matriz (masa M, longitud L y tiempo T) = 3
- ♣ Numero de variables = 9
- ♣ Números adimensionales = 6

Seleccionamos tres variables que son dimensionalmente independientes y que entre ellos exista representación de masa, longitud y tiempo. Por ellos se eligen las siguientes variables de funcionamiento para proseguir con el cálculo adimensional.

- ♣ Propiedad física fundamental del fluido (ρ).
- ♣ Parámetro geométrico fundamental de la turbina (D).
- ♣ Variable de control (gH).

$$\Pi_1 = \Gamma(gH)^\alpha(\rho)^\beta(D)^\gamma \tag{3.34}$$

$$\Pi_1 = [ML^2T^{-2}][M^0L^2T^{-2}]^\alpha[ML^{-3}T^0]^\beta[M^0LT^0]^\gamma$$

Π_1 es un numero adimensional y no posee unidades, por lo tanto que se igualaran cada una de las dimensiones a cero para poder obtener los valores correspondientes de α , β y γ .

$$M^0 = M^{1+\beta}$$

$$L^0 = L^{2+2\alpha-3\beta+\gamma}$$



$$T^0 = T^{-2-2\alpha}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Con los resultados obtenidos de las incógnitas de la ecuación adimensional, se reemplaza en la ecuación adimensional Π_1 (3.34) para poder obtener el numero adimensional.

$$\Pi_1 = \Gamma(gH)^{-1}(\rho)^{-1}(D)^{-3}$$

$$\Pi_1 = \frac{\Gamma}{\rho g H D^3} \quad (3.35)$$

Procedemos a reemplazar las siguientes variables para encontrar los 5 números adimensionales restantes, tal como se indicó al inicio, para lo cual solo debemos intercambiar la variable ya analizada (Γ) por otra que se desea analizar.

♣ Intercambiando por la variable de la velocidad angular (Ω).

$$\Pi_2 = \Omega(gH)^\alpha(\rho)^\beta(D)^\gamma \quad (3.36)$$

$$\Pi_2 = [M^0 L^0 T^{-1}][M^0 L^2 T^{-2}]^\alpha [ML^{-3} T^0]^\beta [M^0 L T^0]^\gamma$$

Como el caso anterior, Π_2 es un numero adimensional y no posee unidades, por lo tanto que se igualaran cada una de las dimensiones a cero para poder obtener los valores correspondientes de α , β y γ .

$$M^0 = M^{0+\beta}$$

$$L^0 = L^{0+2\alpha-3\beta+\gamma}$$

$$T^0 = T^{-1-2\alpha}$$



$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Reemplazando los valores obtenidos en la expresión del número adimensional (3.36) correspondiente tenemos:

$$\begin{aligned} \Pi_2 &= \Omega(gH)^{-1/2}(\rho)^0(D) \\ \Pi_2 &= \frac{\Omega D}{\sqrt{gH}} \end{aligned} \quad (3.37)$$

♣ Intercambiando por la variable de la viscosidad (μ).

$$\Pi_3 = \mu(gH)^\alpha(\rho)^\beta(D)^\gamma \quad (3.38)$$

$$\Pi_3 = [M L T^{-1}][M^0 L^2 T^{-2}]^\alpha [M L^{-3} T^0]^\beta [M^0 L T^0]^\gamma$$

Del mismo modo que los casos anteriores, se sabe que Π_3 es un número adimensional y no posee unidades, por lo tanto que se igualaran cada una de las dimensiones a cero para poder obtener los valores correspondientes de α , β y γ .

$$M^0 = M^{1+\beta}$$

$$L^0 = L^{1+2\alpha-3\beta+\gamma}$$

$$T^0 = T^{-1-2\alpha}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/2 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$



Reemplazando los valores obtenidos en la expresión del número adimensional correspondiente

(3.38) tenemos:

$$\begin{aligned}\Pi_3 &= \mu(gH)^{-1/2}(\rho)^{-1}(D)^{-1} \\ \Pi_3 &= \frac{\mu}{\rho D \sqrt{gH}}\end{aligned}\quad (3.39)$$

♣ Intercambiando por la variable de la rugosidad (**k**).

$$\Pi_4 = \mu(gH)^\alpha(\rho)^\beta(D)^\gamma \quad (3.40)$$

$$\Pi_4 = [M^0 L T^0][M^0 L^2 T^{-2}]^\alpha [M L^{-3} T^0]^\beta [M^0 L T^0]^\gamma$$

Del mismo modo que los casos anteriores, se sabe que Π_4 es un número adimensional y no posee unidades, por lo tanto que se igualaran cada una de las dimensiones a cero para poder obtener los valores correspondientes de α , β y γ .

$$M^0 = M^{0+\beta}$$

$$L^0 = L^{1+2\alpha-3\beta+\gamma}$$

$$T^0 = T^{0-2\alpha}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Reemplazando los valores obtenidos en la expresión del número adimensional correspondiente

(3.40) tenemos:

$$\Pi_4 = k(gH)^0(\rho)^0(D)^{-1}$$

$$\Pi_4 = \frac{k}{D} \quad (3.41)$$



- ♣ Intercambiando por la variable de la longitud geométrica (l_i).

Este caso es similar al número adimensional Π_4 , debido a que la unidad de la rugosidad y la longitud son similares, es por eso que se llegara al mismo resultado, por lo que podemos indicar que la expresión del número adimensional correspondientes es:

$$\Pi_5 = \frac{l_i}{D} \quad (3.42)$$

Intercambiando por la variable de la regulación de los alabes (α_i).

$$\Pi_6 = \alpha_i (gH)^\alpha (\rho)^\beta (D)^\gamma \quad (3.43)$$

$$\Pi_6 = [M^0 L^0 T^0] [M^0 L^2 T^{-2}]^\alpha [ML^{-3} T^0]^\beta [M^0 L T^0]^\gamma$$

Del mismo modo que los casos anteriores, se sabe que Π_6 es un número adimensional y no posee unidades, por lo tanto que se igualaran cada una de las dimensiones a cero para poder obtener los valores correspondientes de α , β y γ .

$$M^0 = M^{0+\beta}$$

$$L^0 = L^{0+2\alpha-3\beta+\gamma}$$

$$T^0 = T^{0-2\alpha}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Reemplazando los valores obtenidos en la expresión del número adimensional correspondiente (3.43) tenemos:

$$\Pi_4 = \alpha_i (gH)^0 (\rho)^0 (D)^0$$



$$\Pi_6 = \alpha_i \quad (3.44)$$

3.7.2.2. Análisis del caudal (Q).

$$Q = f_1(\rho, \mu, D, l_i, \alpha_i, k, gH_n, \Omega)$$

Al igual que en el análisis del par mecánico, construimos una matriz adimensional con todos los parámetros y analizamos su rango, como sabemos, el número de adimensionales estará dado por la diferencia entre el número de variables y el rango de la matriz.

	ρ	μ	D	l_i	α_i	k	gH_n	Ω	Q
M	1	1	0	0	0	0	0	0	0
L	-3	-1	1	1	0	1	2	0	3
T	0	-1	0	0	0	0	-2	-1	-1

- ♣ Rango de la matriz (masa M, longitud L y tiempo T) = 3
- ♣ Numero de variables = 9
- ♣ Números adimensionales = 6

Seleccionamos tres variables que son dimensionalmente independientes y que entre ellos exista representación de masa, longitud y tiempo. Por ellos se eligen las siguientes variables de funcionamiento para proseguir con el cálculo adimensional.

- ♣ Propiedad física fundamental del fluido (ρ).
- ♣ Parámetro geométrico fundamental de la turbina (D).
- ♣ Variable de control (gH).

$$\Pi_1 = Q(gH)^\alpha(\rho)^\beta(D)^\gamma \quad (3.45)$$

$$\Pi_1 = [M^0L^3T^{-1}][M^0L^2T^{-2}]^\alpha[ML^{-3}T^0]^\beta[M^0LT^0]^\gamma$$



Π_1 es un número adimensional y no posee unidades, por lo tanto que se igualaran cada una de las dimensiones a cero para poder obtener los valores correspondientes de α , β y γ .

$$M^0 = M^{0+\beta}$$

$$L^0 = L^{3+2\alpha-3\beta+\gamma}$$

$$T^0 = T^{-1-2\alpha}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/2 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Con los resultados obtenidos de las incógnitas de la ecuación adimensional, se reemplaza en la ecuación adimensional Π_1 (3.45) para poder obtener el número adimensional.

$$\Pi_1 = Q(gH)^{-1/2}(\rho)^0(D)^{-2}$$

$$\Pi_1 = \frac{Q}{D^2\sqrt{gH}} \quad (3.46)$$

Los siguientes 5 números adimensionales serán similares a los calculados en el análisis del par potencia, para lo cual ya no tiene mucha relevancia volver a desarrollarlos y el siguiente análisis a realizar será de la potencia ya que como se indicó anteriormente es una variable global que relaciona a los demás parámetros.

3.7.2.3. Análisis de la potencia (W).

$$W = f_1(\rho, \mu, D, l_i, \alpha_i, k, gH_n, \Omega)$$

Al igual que en el análisis anterior, construimos una matriz adimensional con todos los parámetros y analizamos su rango, como sabemos, el número de adimensionales estará dado por la diferencia entre el número de variables y el rango de la matriz.



	ρ	μ	D	l_i	α_i	k	gH_n	Ω	W
M	1	1	0	0	0	0	0	0	1
L	-3	-1	1	1	0	1	2	0	2
T	0	-1	0	0	0	0	-2	-1	-3

- ♣ Rango de la matriz (masa M, longitud L y tiempo T) = 3
- ♣ Número de variables = 9
- ♣ Números adimensionales = 6

Seleccionamos tres variables que son dimensionalmente independientes y que entre ellos exista representación de masa, longitud y tiempo. Por ellos se eligen las siguientes variables de funcionamiento para proseguir con el cálculo adimensional.

- ♣ Propiedad física fundamental del fluido (ρ).
- ♣ Parámetro geométrico fundamental de la turbina (D).
- ♣ Variable de control (gH).

$$\Pi_1 = W(gH)^\alpha(\rho)^\beta(D)^\gamma \tag{3.47}$$

$$\Pi_1 = [M^1L^2T^{-3}][M^0L^2T^{-2}]^\alpha[ML^{-3}T^0]^\beta[M^0LT^0]^\gamma$$

Π_1 es un número adimensional y no posee unidades, por lo tanto que se igualaran cada una de las dimensiones a cero para poder obtener los valores correspondientes de α , β y γ .

$$M^0 = M^{1+\beta}$$

$$L^0 = L^{2+2\alpha-3\beta+\gamma}$$

$$T^0 = T^{-3-2\alpha}$$



$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3/2 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Con los resultados obtenidos de las incógnitas de la ecuación adimensional, se reemplaza en la ecuación adimensional Π_1 (3.47) para poder obtener el número adimensional.

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= W(gH)^{-3/2}(\rho)^{-1}(D)^{-2} \\ \Pi_1 &= \frac{W}{\rho D^2 (\sqrt{gH})^3} \end{aligned} \quad (3.48)$$

Solo calculamos este número adimensional ya que los restantes ya están calculados y son similares.

3.7.2.4. Análisis de la eficiencia (η).

$$\eta = f_1(\rho, \mu, D, l_i, \alpha_i, k, gH_n, \Omega)$$

Al igual que en el análisis anterior, construimos una matriz adimensional con todos los parámetros y analizamos su rango, como sabemos, el número de adimensionales estará dado por la diferencia entre el número de variables y el rango de la matriz.

	ρ	μ	D	l_i	α_i	k	gH_n	Ω	η
M	1	1	0	0	0	0	0	0	0
L	-3	-1	1	1	0	1	2	0	0
T	0	-1	0	0	0	0	-2	-1	0

♣ Rango de la matriz (masa M, longitud L y tiempo T) = 3

♣ Número de variables = 9



- ♣ Números adimensionales = 6

Seleccionamos tres variables que son dimensionalmente independientes y que entre ellos exista representación de masa, longitud y tiempo. Por ellos se eligen las siguientes variables de funcionamiento para proseguir con el cálculo adimensional.

- ♣ Propiedad física fundamental del fluido (ρ).
- ♣ Parámetro geométrico fundamental de la turbina (D).
- ♣ Variable de control (gH).

$$\Pi_1 = \eta(gH)^\alpha(\rho)^\beta(D)^\gamma \quad (3.49)$$

$$\Pi_1 = [M^0L^0T^0][M^0L^2T^{-2}]^\alpha[ML^{-3}T^0]^\beta[M^0LT^0]^\gamma$$

Del mismo modo que los casos anteriores, se sabe que Π_6 es un número adimensional y no posee unidades, por lo tanto que se igualaran cada una de las dimensiones a cero para poder obtener los valores correspondientes de α , β y γ .

$$M^0 = M^{0+\beta}$$

$$L^0 = L^{0+2\alpha-3\beta+\gamma}$$

$$T^0 = T^{0-2\alpha}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Reemplazando los valores obtenidos en la expresión del número adimensional correspondiente (3.49) tenemos:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \eta(gH)^0(\rho)^0(D)^0 \\ \Pi_1 &= \eta \end{aligned} \quad (3.50)$$



3.7.3. Números adimensionales del modelo.

Determinados todos los números adimensionales, se procede a relacionar el número adimensional principal en función de los demás, para poder simplificar según una serie de hipótesis válidas.

$$\Pi_1 = \varphi(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_5, \Pi_6)$$

Las relaciones que se obtienen serían:

- ♣ Parámetro de par.

$$\frac{\Gamma}{\rho g H D^3} = \varphi_1 \left(\frac{\Omega D}{\sqrt{gH}}, \frac{\mu}{\rho D \sqrt{gH}}, \frac{k}{D}, \frac{l_i}{D}, \alpha_i \right)$$

- ♣ Parámetro de caudal.

$$\frac{Q}{D^2 \sqrt{gH}} = \varphi_2 \left(\frac{\Omega D}{\sqrt{gH}}, \frac{\mu}{\rho D \sqrt{gH}}, \frac{k}{D}, \frac{l_i}{D}, \alpha_i \right)$$

- ♣ Parámetro de potencia.

$$\frac{W}{\rho D^2 (\sqrt{gH})^3} = \varphi_3 \left(\frac{\Omega D}{\sqrt{gH}}, \frac{\mu}{\rho D \sqrt{gH}}, \frac{k}{D}, \frac{l_i}{D}, \alpha_i \right)$$

- ♣ Parámetro de rendimiento.

$$\eta = \varphi_4 \left(\frac{\Omega D}{\sqrt{gH}}, \frac{\mu}{\rho D \sqrt{gH}}, \frac{k}{D}, \frac{l_i}{D}, \alpha_i \right)$$

3.7.4. Simplificación de los números adimensionales.

Ahora establecemos algunas hipótesis para poder simplificar la cantidad de números adimensionales relacionadas.

- ♣ El número adimensional $(\rho D \sqrt{gH} / \mu)$ representa el número de Reynolds y relaciona los efectos convectivos con los efectos viscosos, para nuestro estudio podemos considerar que



dicho termino será lo suficientemente grande para poder despreciar tanto los efectos convectivos como los viscosos.

- ♣ El numero adimensional (l_i/D) representa las longitudes adimensionalizadas de nuestro modelo frente al prototipo y se puede considerar igual y constante debido a que posee una semejanza geométrica y operan en condiciones de giro similares.
- ♣ El número adimensional (k/D) representa la rugosidad relativa y aplicando el mismo criterio anterior se puede considerar constante.
- ♣ El numero adimensional (α_i) representa los ángulos de posicionamiento de nuestro modelo de turbina y no se puede despreciar por poseer una regulación de flujo por parte de los alabes directrices a diferencia de otras turbinas o bombas que no lo poseen.
- ♣ El numero adimensional ($\Omega D/\sqrt{gH}$) representa el numero adimensional de velocidad de giro y tampoco se puede despreciar debido a que representa un coeficiente adimensional dependiente de la potencia.

Con las suposiciones planteadas, las expresiones anteriores quedan establecidas como:

- ♣ Parámetro de par.

$$\frac{\Gamma}{\rho g H D^3} = \varphi_1 \left(\frac{\Omega D}{\sqrt{gH}}, \alpha_i \right)$$

- ♣ Parámetro de caudal.

$$\frac{Q}{D^2 \sqrt{gH}} = \varphi_2 \left(\frac{\Omega D}{\sqrt{gH}}, \alpha_i \right)$$

- ♣ Parámetro de potencia.

$$\frac{W}{\rho D^2 (\sqrt{gH})^3} = \varphi_3 \left(\frac{\Omega D}{\sqrt{gH}}, \alpha_i \right)$$



- ♣ Parámetro de rendimiento.

$$\eta = \varphi_4 \left(\frac{\Omega D}{\sqrt{gH}}, \alpha_i \right)$$

Del mismo modo fijaremos con una nomenclatura a los parámetros adimensionales anteriores:

- ♣ Coeficiente de par: $\Pi_\Gamma = \frac{\Gamma}{\rho g H D^3}$

- ♣ Coeficiente de caudal: $\Pi_Q = \frac{Q}{D^2 \sqrt{gH}}$

- ♣ Coeficiente de potencia hidráulica: $\Pi_{W_h} = \frac{W_h}{\rho D^2 (\sqrt{gH})^3}$

- ♣ Coeficiente de potencia mecánica: $\Pi_{W_m} = \frac{W_m}{\rho D^2 (\sqrt{gH})^3}$

- ♣ Coeficiente de rendimiento: $\Pi_\eta = \eta$

- ♣ Coeficiente de velocidad de giro: $\Pi_\Omega = \frac{\Omega D}{\sqrt{gH}}$

- ♣ Coeficiente de regulación. $\Pi_{\alpha_i} = \alpha_i$

3.7.5. Curvas características del modelo de turbina Francis

Con las curvas características vamos a predecir el comportamiento de la turbina Francis, obtenida mediante fórmulas y representaciones gráficas. El hecho de representar las curvas facilita conocer los rangos más útiles de funcionamiento del modelo de turbina.

3.7.5.1. Curvas dimensionales características a velocidad de giro constante

3.7.5.1.1. Curva de altura útil y altura neta

En una mini central Hidroeléctrica lo más habitual es que la altura de trabajo de la turbina sea constante. Por las condiciones del acoplamiento a la red eléctrica a través del alternador, el régimen de giro tiene que ser constante para mantener una frecuencia eléctrica de 60 Hz fija. Con la H_n y



n, el único parámetro modificable directamente es el caudal de funcionamiento, produciendo una potencia variable en función de este. El ángulo de diseño del distribuidor es fijo.

Para este caso los triángulos de velocidad van a tener condiciones uniformes en las secciones de entrada y de salida de rodete.

$$\tan(\alpha_1) = \frac{v_{m1}}{v_{u1}}$$

$$\tan(\alpha_2) = \frac{v_{m2}}{v_{u2}}$$

$$v_{u2} = u_2 - \frac{v_{m2}}{\tan(\beta_2)}$$

Aplicamos la ecuación de Euler e introducimos en ella las Ecuaciones anteriores

$$gH_u = u_1 v_{u1} - u_2 v_{u2} = u_1 \frac{v_{m1}}{\tan(\alpha_1)} - u_2 \left(u_2 - \frac{v_{m2}}{\tan(\beta_2)} \right)$$

Introducimos la ecuación de continuidad a la Ecuación de Euler para obtenerla en función del caudal:

$$Q = v_{m1} 2\pi r_1 b_1 = v_{m2} 2\pi r_2 b_2$$

$$gH_n = u_1 \frac{Q}{2\pi r_1 b_1 \tan(\alpha_1)} - u_2 \left(u_2 - \frac{Q}{2\pi r_2 b_2 \tan(\beta_2)} \right)$$

$$\frac{gH_u}{u_2^2} = -1 + \frac{1}{u_2} \left[\frac{1}{2\pi r_2} \left(\frac{1}{b_1 \tan(\alpha_1)} + \frac{1}{b_2 \tan(\beta_2)} \right) \right] Q$$

La curva de la altura neta y toda la variación de energía mecánica específica entre las secciones de entrada y salida, se podrá obtener sumando las curvas de altura útil y las pérdidas hidráulicas internas. Estas pérdidas hidráulicas son las de fricción del flujo en el canal de paso y las producidas por la incidencia inadecuada del flujo entre los alabes.

$$H_n = H_u + P_1 + P_2$$



- ♣ **Perdidas por fricción** en el distribuidor, rodete y tubo de aspiración, representadas según una parábola de Ecuación:

$$P_1 = K_1 Q^2$$

- ♣ **Perdidas por choque** y cambio brusco de dirección del agua al entrar en el rodete debido a la diferencia entre el ángulo β_1' con el que el agua pretende entrar en el rodete y el ángulo β_1 de los alabes del rodete a la entrada.

$$P_2 = K_2 (Q - Q')^2$$

Las constantes K_1 y K_2 , depende de ensayos realizados a la máquina, lo cual, en nuestro caso no se realizaron, pero se puede acudir al texto de Pfleiderer, donde encontramos valores estimados muy aceptados para estos parámetros:

$$P_1 = H_u (1 - n_h) \left(\frac{Q}{Q'}\right)^2$$

$$P_2 = \frac{\phi}{2g} (u_1^2 - \mu u_2^2) \left(1 - \frac{Q}{Q'}\right)^2$$

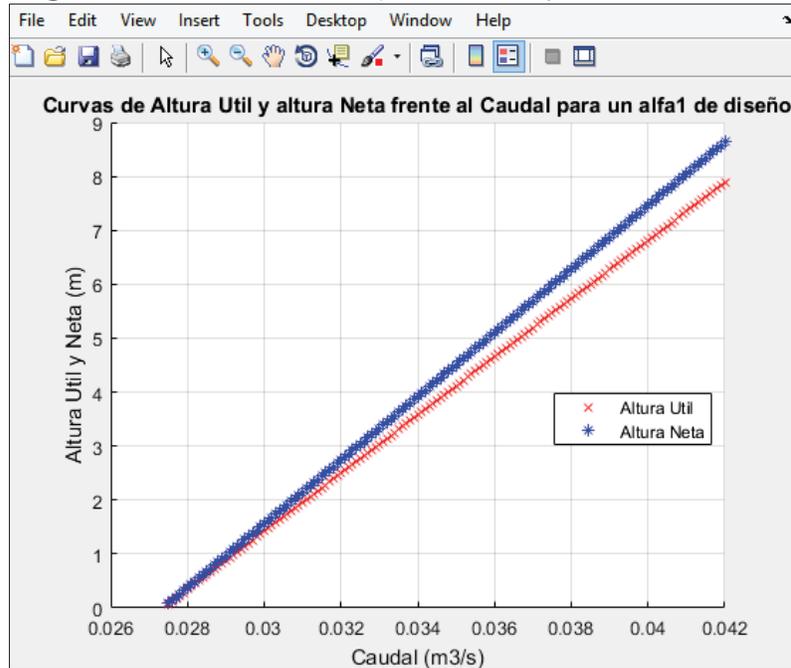
El coeficiente (ϕ) varía entre 0,5 y 0,7. Se tomara un valor intermedio de 0,6.

El coeficiente de eliminación de trabajo (μ), que cuantifica la desviación del flujo del rodete respecto al ideal. El texto de Pfleider nos da una expresión para las bombas, que para turbinas se puede estimar en torno a 0,9.

Con estos datos, se puede obtener la curva altura neta en función del caudal para nuestro modelo de turbina Francis.

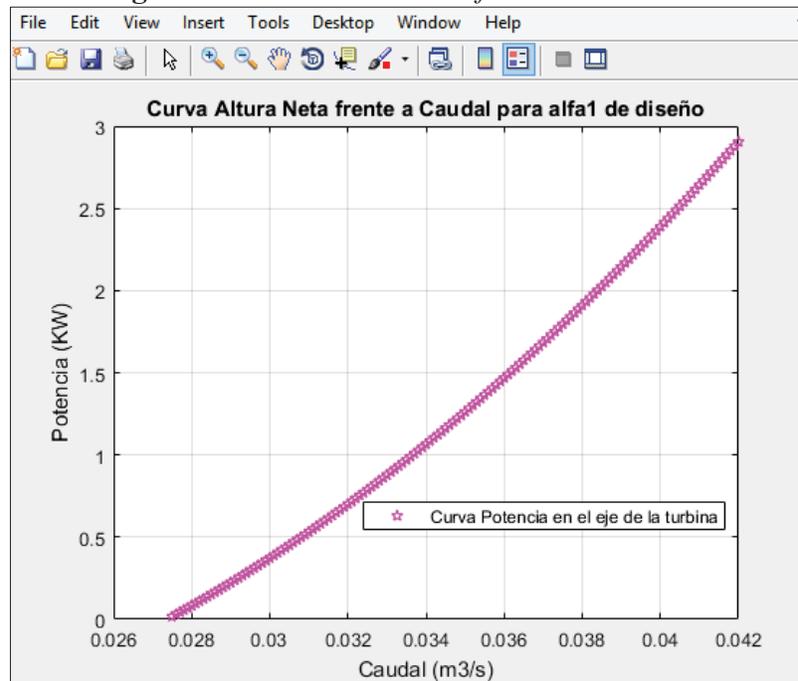


Figura 87 Curva altura útil y altura neta frente al caudal



Fuente: Elaboración propia

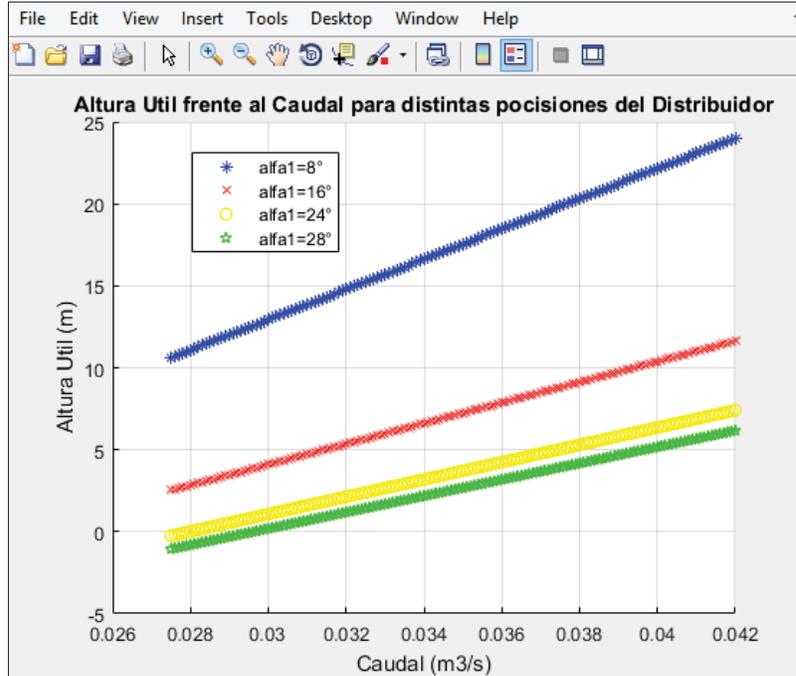
Figura 88 Curva altura neta frente al caudal



Fuente: Elaboración propia

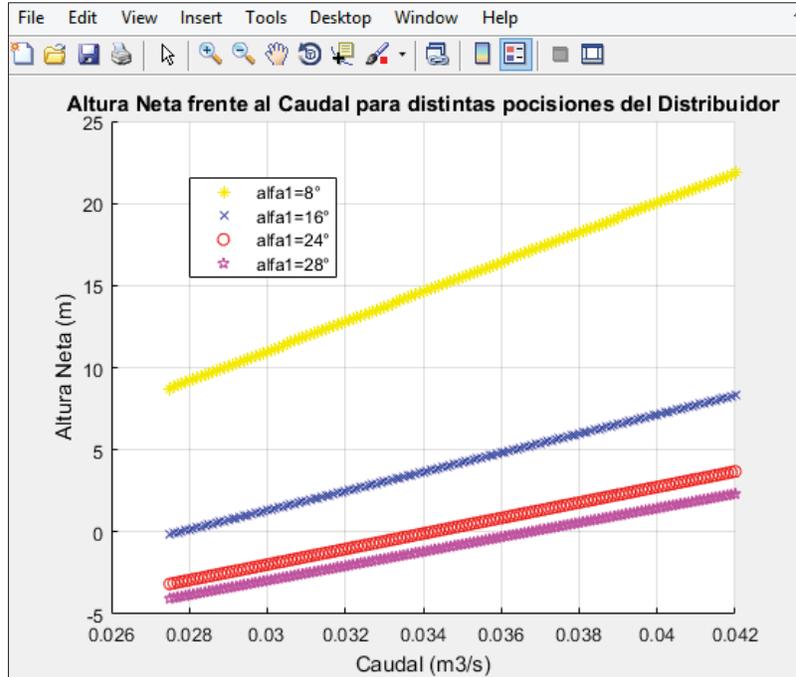


Figura 89 *Altura útil frente al caudal para diferentes posiciones del distribuidor*



Fuente: Elaboración propia

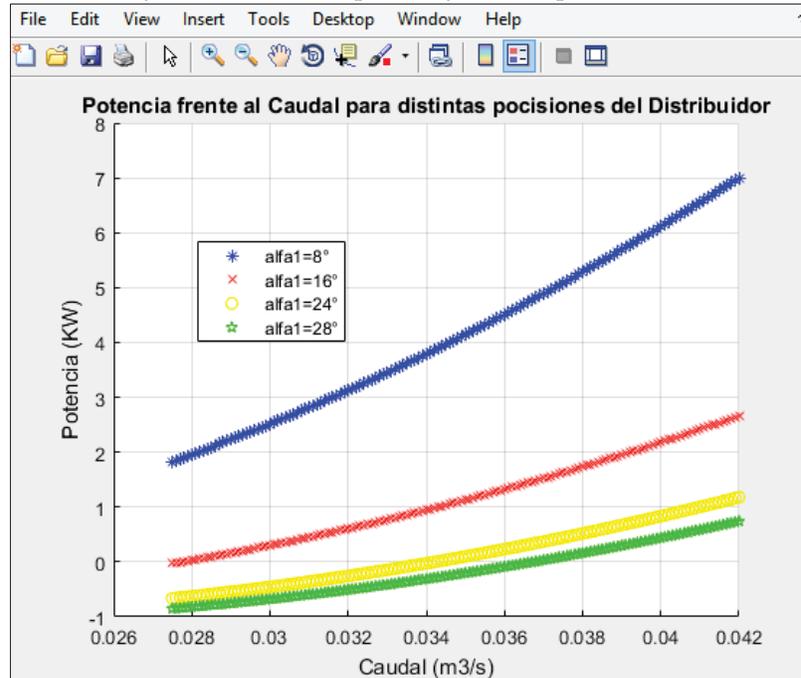
Figura 90 *Altura neta frente al caudal para diferentes posiciones del distribuidor*



Fuente: Elaboración propia



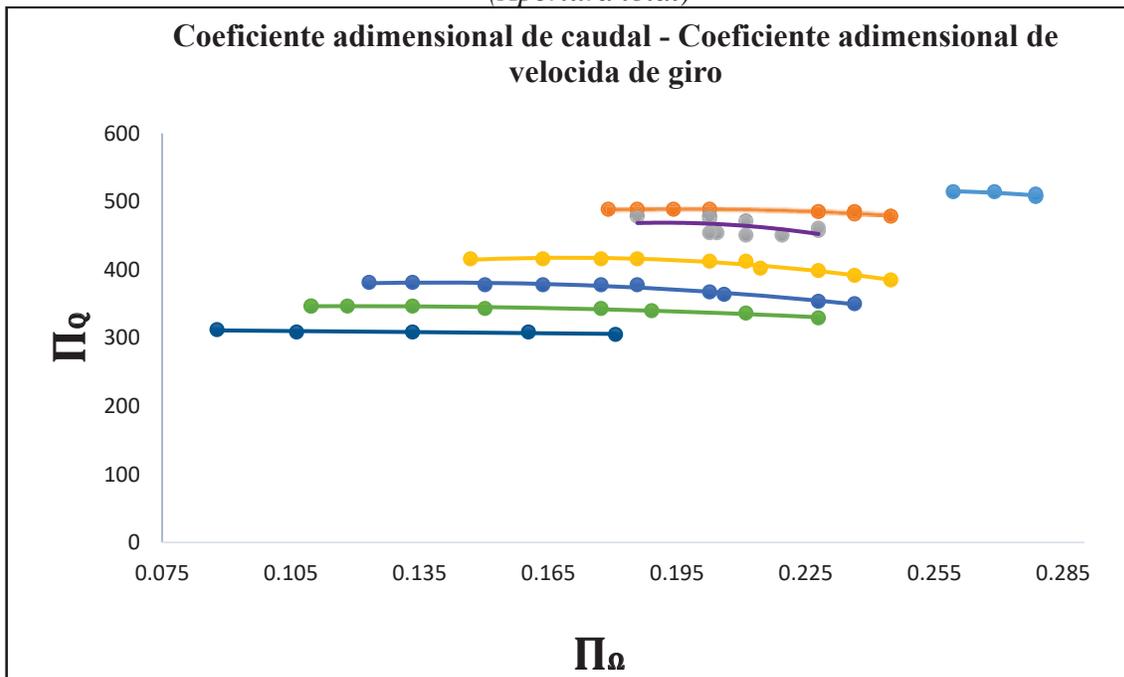
Figura 91 Potencia frente al caudal para diferentes posiciones del distribuidor



Fuente: Elaboración propia

3.7.5.2. Curvas adimensionales características del modelo Francis.

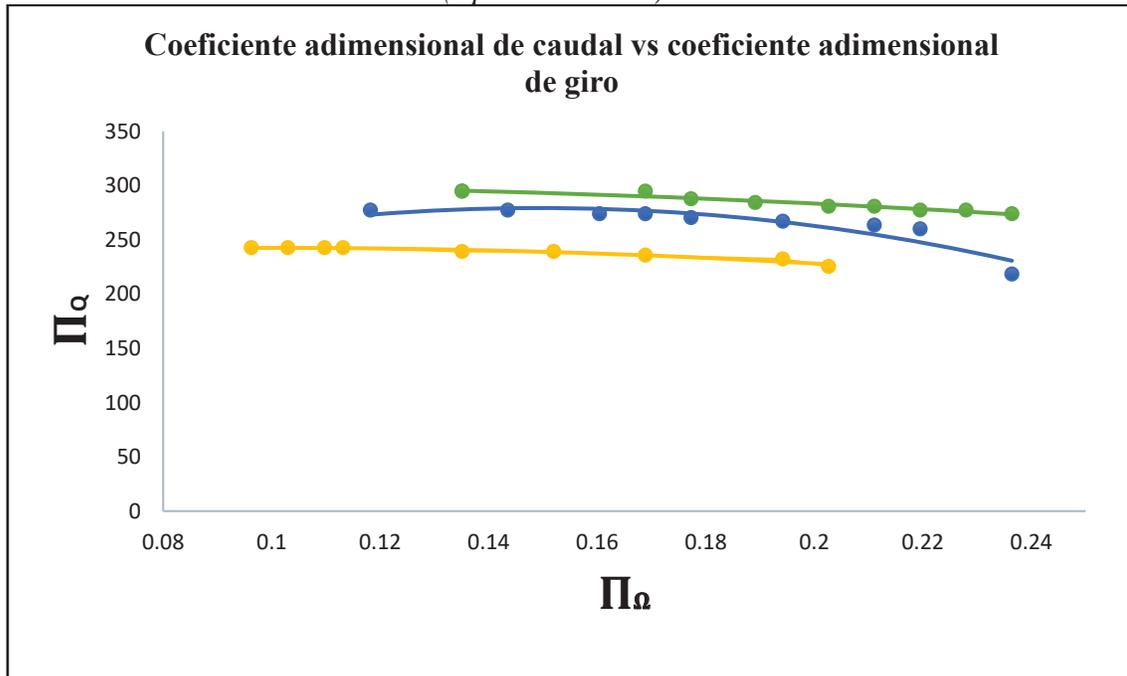
Figura 92 Curva coeficiente adimensional caudal / coeficiente adimensional de velocidad (Apertura total)



Fuente: Elaboración propia

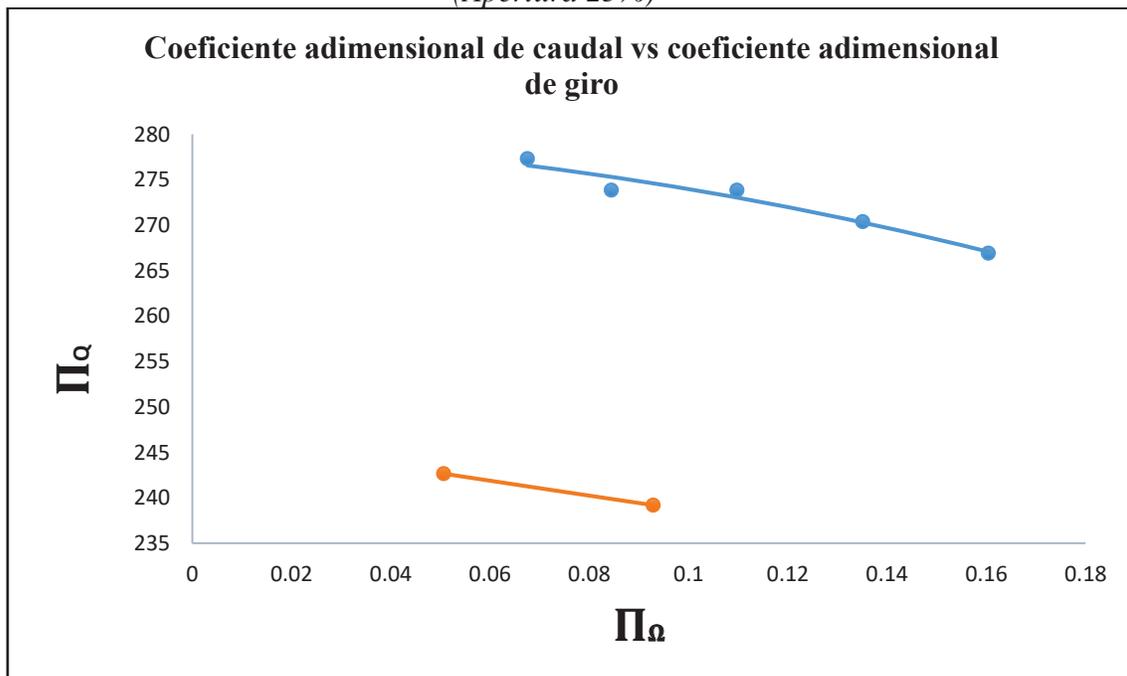


Figura 93 Curva coeficiente adimensional caudal / coeficiente adimensional de velocidad
(Apertura media)



Fuente: Elaboración propia

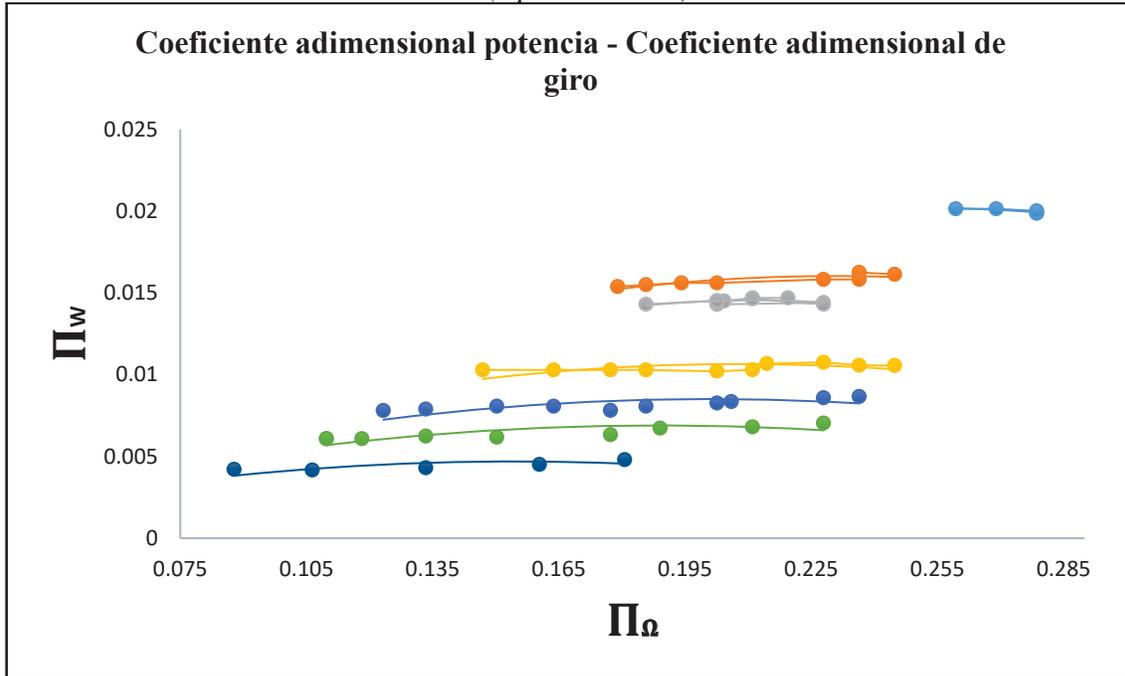
Figura 94 Curva coeficiente adimensional caudal / coeficiente adimensional de velocidad
(Apertura 25%)



Fuente: Elaboración propia

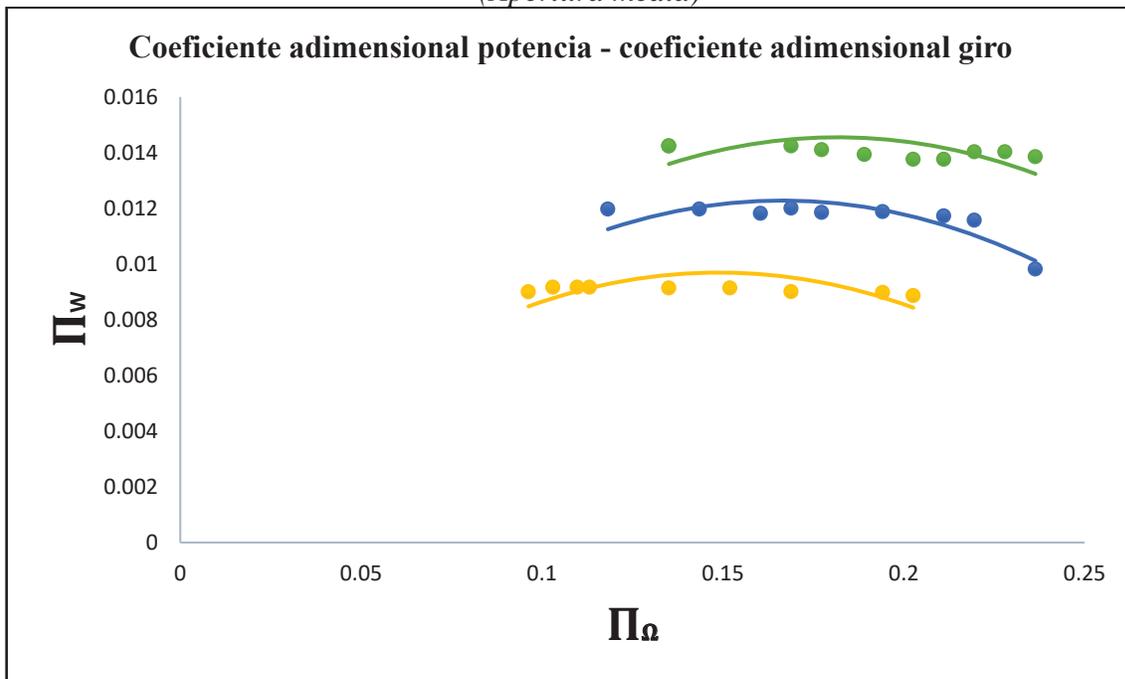


Figura 95 Curva coeficiente adimensional potencia / coeficiente adimensional de velocidad
(Apertura total)



Fuente: Elaboración propia

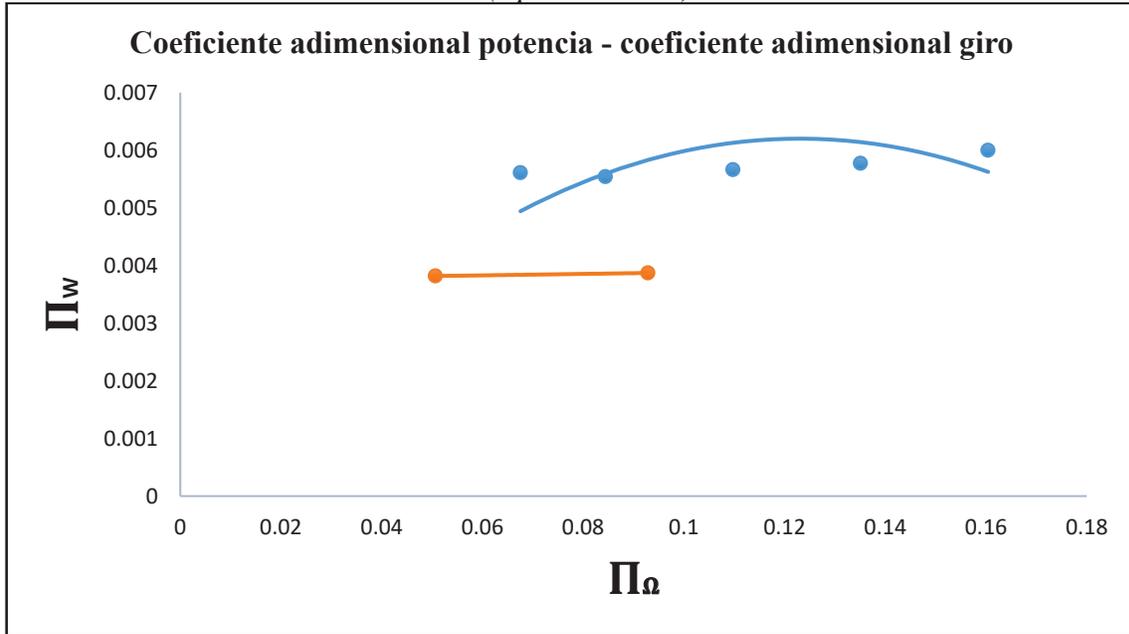
Figura 96 Curva coeficiente adimensional potencia / coeficiente adimensional de velocidad
(Apertura media)



Fuente: Elaboración propia

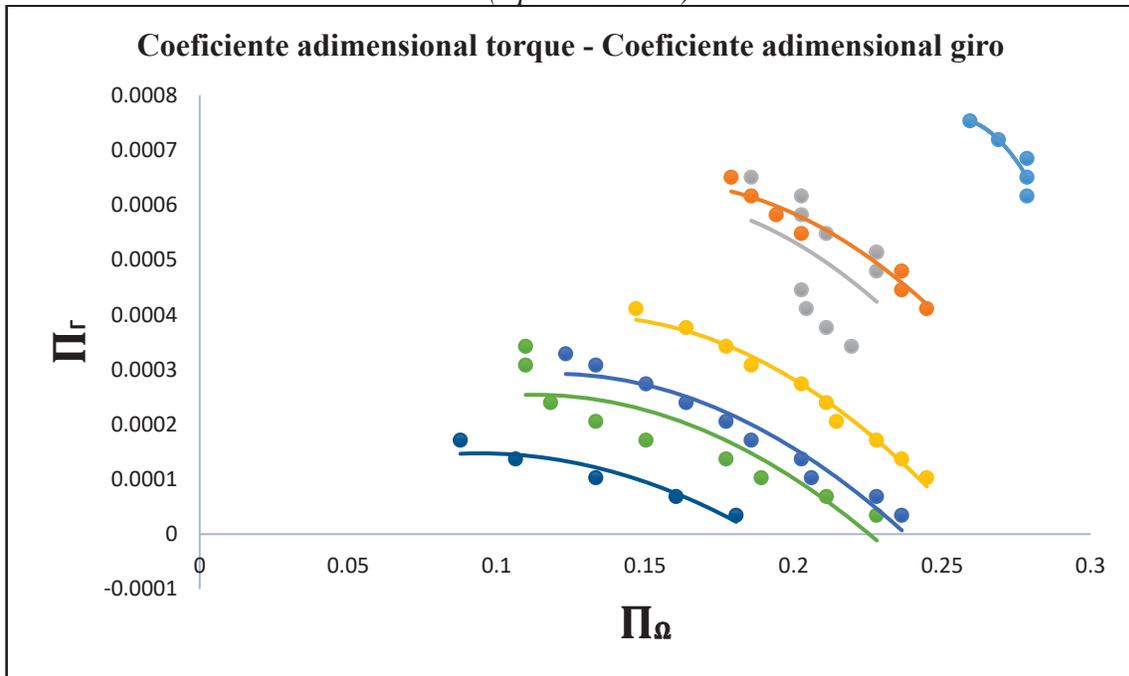


Figura 97 Curva coeficiente adimensional potencia / coeficiente adimensional de velocidad
(Apertura 25%)



Fuente: Elaboración propia

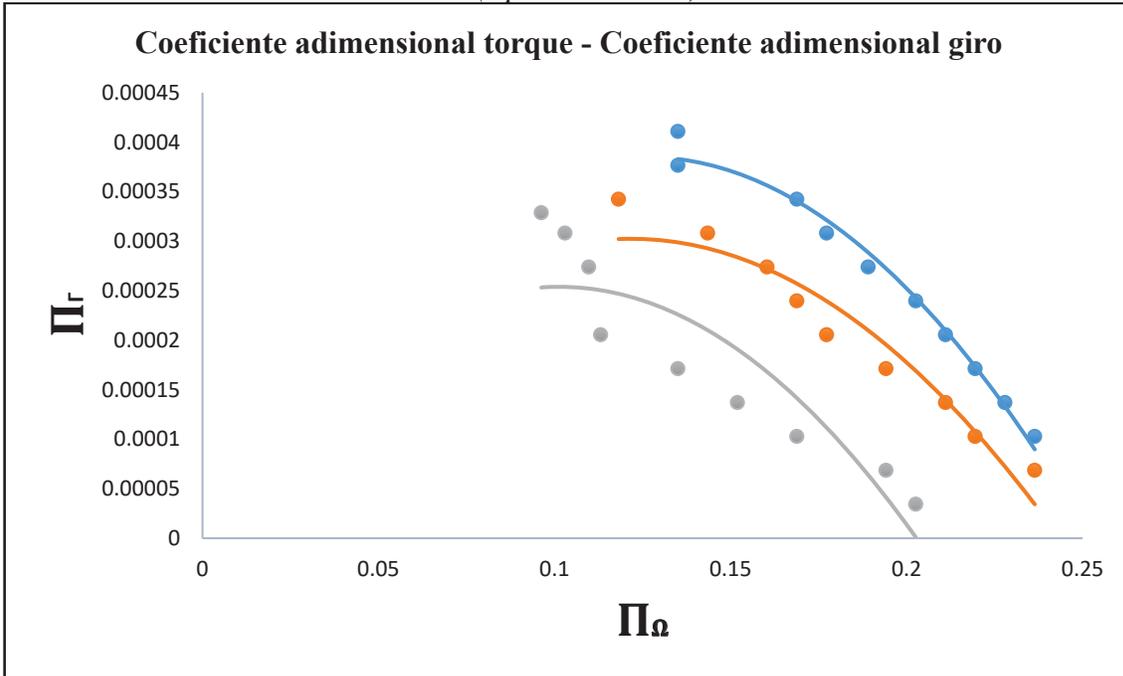
Figura 98 Curva coeficiente adimensional torque / coeficiente adimensional de velocidad
(Apertura total)



Fuente: Elaboración propia

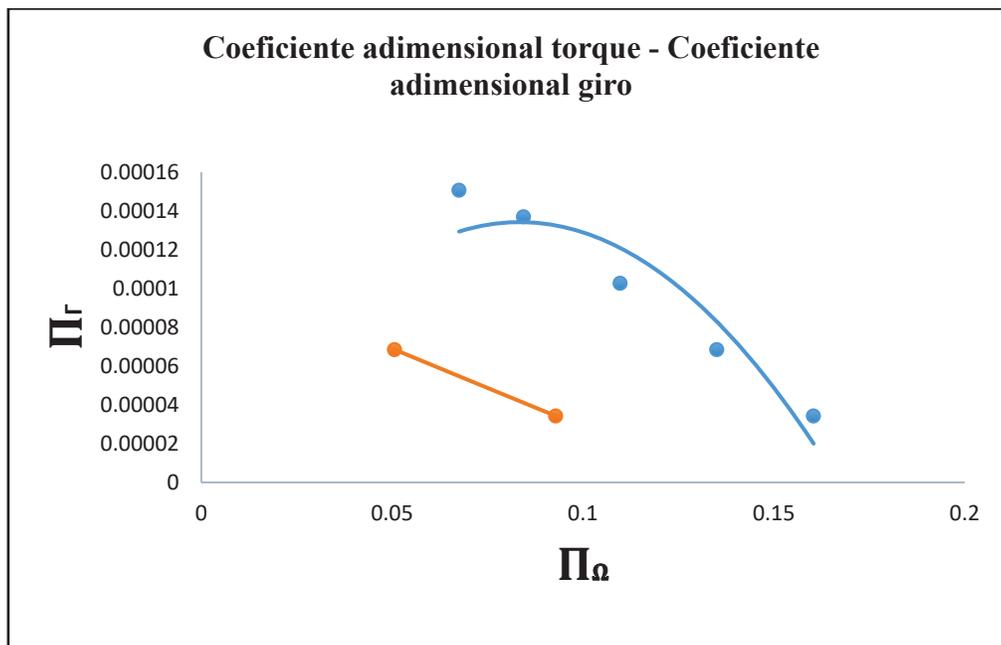


Figura 99 Curva coeficiente adimensional torque / coeficiente adimensional de velocidad
(Apertura media)



Fuente: Elaboración propia

Figura 100 Curva coeficiente adimensional torque / coeficiente adimensional de velocidad
(Apertura 25%)



Fuente: Elaboración propia



Tabla 21
Cuadro comparativo entre el Prototipo y modelo

Resultados del Prototipo y modelo usando las leyes de la semejanza Hidráulica		
	Prototipo	Modelo
Potencia Neta	206.206 KW	3.265 KW
Potencia Útil o en el eje	175.275 KW	2.775 KW
Caudal	0.5 m ³ /s	0.042 m ³ /s
Altura neta	42 m	8 m
Aceleración de la gravedad	9.81 m/s ²	9.81 m/s ²
Densidad del agua	1000 kg/m ³	1000 kg/m ³
Eficiencia total de diseño	85%	85%
Eficiencia de a partir de las leyes de semejanza Hidráulica	85%	78%
Eficiencia Hidráulica	90.50%	90.50%
Eficiencia Mecánica	96%	96%
Eficiencia Volumétrica	98%	98%
Velocidad de rotación del eje	1800 rpm	1800 rpm
Semejanza Geométrica		
Número de revoluciones en función de la potencia	222.88	222.88
Número específico de revoluciones en función del caudal	77.1	77.1
Número específico de revoluciones adimensional	0.489	0.489
Diámetro de salida del rodete	292.47 mm	128 mm
Diámetro de entrada del rodete	232.24 mm	101.358 mm
Ancho de entrada del rodete	86.432 mm	37.722 mm
Número de alabes del rodete	12	12
Diámetro de entrada de la cámara espiral	325.297 mm	141.971 mm
Diámetro de salida del tubo Difusor	653.451 mm	285.984 mm
Número de alabes directrices simétricos	11	11
Semejanza Cinemática		



Velocidad absoluta a la entrada del rodete	19.812 m/s	5.454 m/s
Velocidad relativa a la entrada del rodete	8.611 m/s	7.337 m/s
Velocidad periférica a la entrada del rodete	22.219 m/s	11.428 m/s
Velocidad absoluta a la salida del rodete	7.392 m/s	3.226 m/s
Velocidad relativa a la salida del rodete	27.353 m/s	11.938 m/s
Velocidad periférica a la salida del rodete	27.564 m/s	12.031 m/s
Angulo α_1 a la entrada del rodete	$\alpha_1=22.728^\circ$	$\alpha_1=22.728^\circ$
Angulo α_2 a la salida del rodete	$\alpha_2=80.638^\circ$	$\alpha_2=80.638^\circ$
Angulo β_1 a la entrada del rodete	$\beta_1=31.314^\circ$	$\beta_1=31.314^\circ$
Angulo β_2 a la salida del rodete	$\beta_2=15.465^\circ$	$\beta_2=15.465^\circ$
Semejanza Dinámica		
Curvas de funcionamiento para predecir el comportamiento de la turbina	Semejantes y proporcionales	Semejantes y proporcionales

Fuente: Elaboración propia



CAPITULO IV
DISEÑO MECÁNICO



DISEÑO MECÁNICO

Para la realización del diseño mecánico se adquirió diferentes ideas de construcción de diversas maquinas hidráulicas, sin embargo debido a la escasez de información referente al tema se hizo la comprobación por resistencia mecánica de los elementos principales propuestos por la experiencia del diseño hidráulico estudiado por diferentes ingenieros ya mencionados.

Una vez determinadas las principales dimensiones hidrodinámicas de la turbina se procede a realizar el dimensionado y el análisis de resistencia a los elementos responsables de la operación. Para lo cual primero definimos en forma global las fuerzas que realiza el fluido sobre los diferentes elementos de la turbina y con eso poder analizar los elementos relacionados.

4.1. Análisis de resistencia del alabe

El cálculo de las fuerzas a las que están sometidas los alabes son fundamentales y de mucha importancia, porque nos permitirán realizar el diseño de otros elementos principales de la turbina como por ejemplo los propios alabes, el cubo del rodete, el eje de transmisión y el soporte estructural sobre el cual estar montado el rodete.

Las fuerzas producidas y que actúan sobre el rodete son producidos básicamente por la fuerza hidráulica que una vez que interactúa en el rodete se transforma en una fuerza centrífuga. La acción de esta fuerza está compuesta por la fuerza tangencial y la fuerza axial.

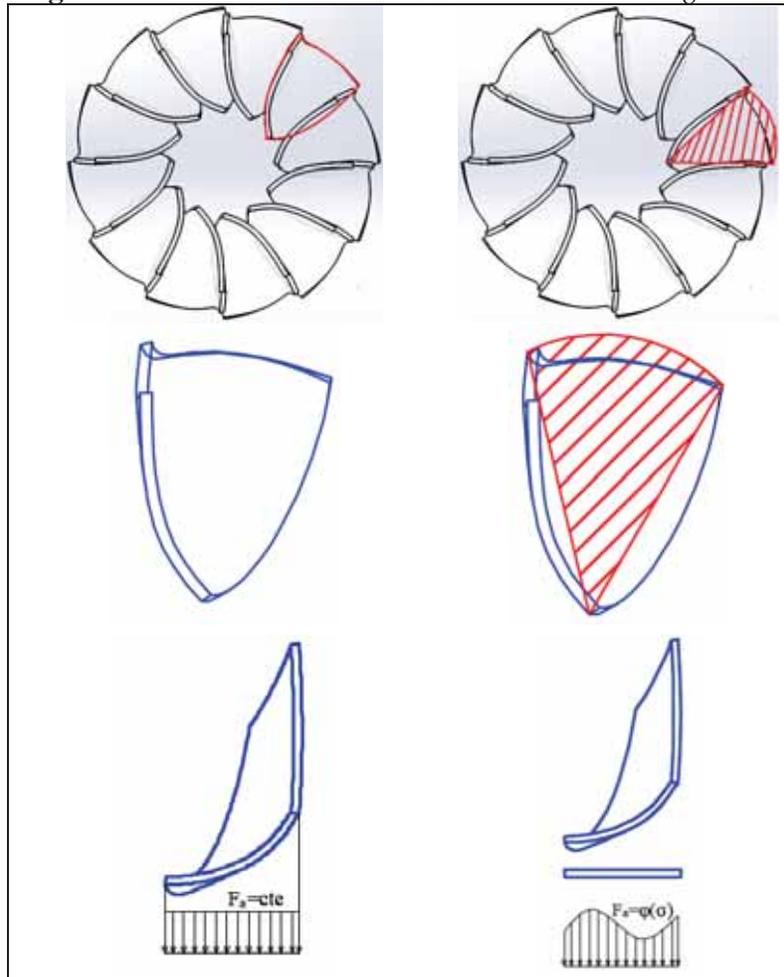
4.2. Cálculo de la carga axial

Para el análisis de la carga axial se utiliza el método basado en la teoría de persiana de alabes, la cual establece que se puede determinar el impulso que origina de forma paralela al eje el flujo másico que circula sobre los alabes y para su implementación se simplificara el perfil (ver figura 101), lo que quiere decir, es que se busca relacionar la fuerza continua que actuara en la superficie



donde la carga axial es perpendicular en función del grado de reacción. El grado de reacción nos indica la proporción de energía de presión y cinética presentes en cada punto del alabe, lo que nos permite la fuerza en cada punto que describe el desarrollo del alabe.

Figura 101 *Desarrollo del área donde incide la carga axial*



Fuente. Elaboración propia.

Una vez definido la esquematización del alabe en función del grado de reacción tal como se pide la teoría de la persiana, se analiza el grado de reacción en función del radio del rodete con el fin de obtener dicha expresión en función de una variable resaltante. Como el grado de reacción está en función de la energía cinética del fluido se utiliza las velocidades a lo largo de todo el alabe tal como se desarrolló en la semejanza cinemática y las alturas según las expresiones de Euler. La



altura hidráulica para una turbina en las dos formas desarrolladas por Euler. (R. Marchegiani, 2006).

$$H_u = \frac{u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}}{g} \quad (4.1)$$

$$H_u = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} \quad (4.2)$$

Altura de presión del rodete.

$$H_p = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} \quad (4.3)$$

Altura dinámica del rodete. (Fernandez Diez, Turbinas Hidraulicas)

$$H_d = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} \quad (4.4)$$

La expresión que relaciona las alturas está definido como:

$$H_u = H_p + H_d \quad (4.5)$$

Por lo que el grado de reacción quedaría de la forma: (Fernandez Diez, Turbinas Hidraulicas)

$$\sigma = \frac{H_p}{H_u} = \frac{H_u - H_d}{H_u}$$

$$\sigma = 1 - \frac{H_d}{H_u} \quad (4.6)$$

Sustituyendo los respectivos expresiones de la altura para obtener la relación general del grado de reacción en función del radio.

$$\sigma(r) = 1 - \frac{\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}}{\frac{u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}}{g}}$$

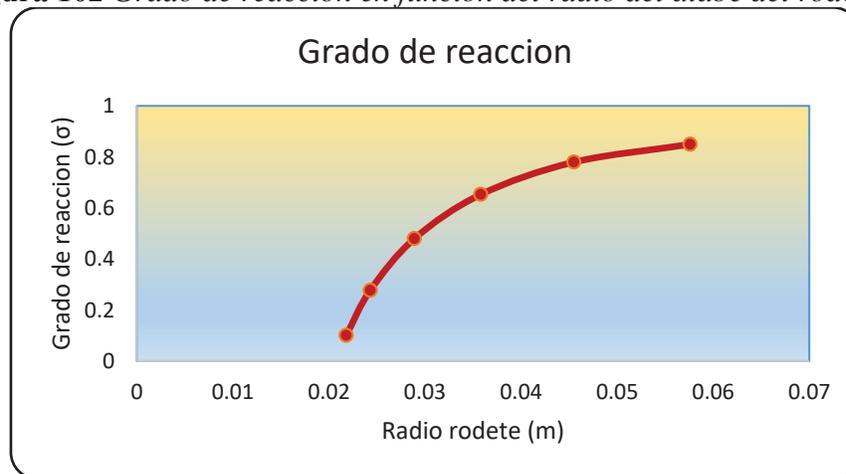
$$\sigma(r) = 1 - \frac{c_1^2 - c_2^2}{2(u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2})}$$



Del desarrollo cinemático sabemos que las velocidades adimensionales desarrollados anteriormente que c_{u2} es un valor nulo por considerar una salida axial del rodete y que la velocidad tangencial u_2 está en función con el radio del rodete.

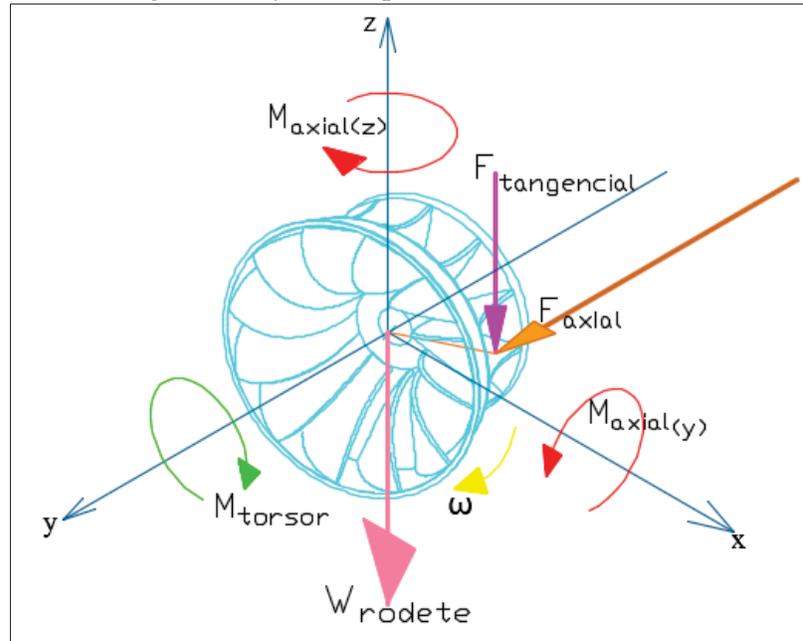
$$\sigma(r) = 1 - \frac{\left(\sqrt{\left(\frac{\eta_H \cdot g H_n}{\omega \cdot r} \right)^2 + c_{m1}^2} \right)^2 - c_2^2}{2(\eta_H \cdot g H_n)} \quad (4.7)$$

Figura 102 Grado de reacción en función del radio del alabe del rodete



Fuente Elaboración propia.

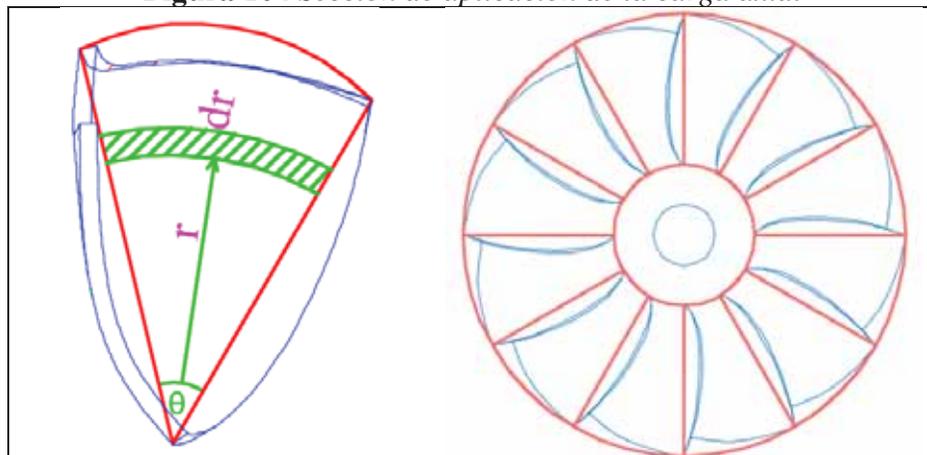
Una vez obtenido la gráfica, se realiza un esquema donde se puedan representar vectorialmente las fuerzas y los momentos productos de las cargas tangencial y axial de acuerdo al sentido de giro correspondiente del fluido procedente de la cámara espiral.

**Figura 103** Diagrama de fuerzas que actúan sobre el alabe del rodete

Fuente. Elaboración propia.

La expresión para calcular la fuerza axial está dado como sigue: (Nechleva , 1957).

$$F_a = \rho g H_n \int_{r_{1a}}^{r_{2a}} \sigma(r) \cdot dA \quad (4.8)$$

Figura 104 Sección de aplicación de la carga axial

Fuente. Elaboración propia

Se eligió un ángulo de alabe de 30° (ver figura 103) por lo que se estima que el área proyectada donde se aplica la carga axial ocupara una posición distribuida por dicho ángulo, por lo que si se



quiere calcular la aplicación de la carga axial en todos los alabes para facilitar el análisis estaríamos encontrando un área perimetral circular.

$$F_a = \left(\frac{\rho g H_n}{N^\circ_{\text{alabes}}} \right) \int_{r_{1a}}^{r_{2a}} \left(1 - \frac{\left(\sqrt{\left(\frac{\eta_H \cdot g H_n}{\omega \cdot r} \right)^2 + c_{m1}^2} \right)^2 - c_2^2}{2(\eta_H \cdot g H_n)} \right) (2\pi r dr) \quad (4.9)$$

$$F_a = \left(\frac{2\pi\rho g H_n}{N^\circ_{\text{alabes}}} \right) \left[\frac{r^2}{2} \left(1 + \frac{c_{m1}^2}{2\eta_H g H_n} - \frac{c_2^2}{2\eta_H g H_n} \right) - (\ln r) \left(\frac{\eta_H g H_n}{2\omega^2} \right) \right] \Bigg|_{r_{1a}}^{r_{2a}}$$

$$F_a = 18.039 \text{ kgf}$$

$$F_a = 176.962 \text{ N}$$

Y el momento general $M_a = M_{a(y)} + M_{a(z)}$ que ocurre sobre la sección axial sería:

$$M_a = r \int_{r_{1a}}^{r_{2a}} F_a = \rho g H_n \int_{r_{1a}}^{r_{2a}} r \cdot \sigma(r) \cdot dA \quad (4.10)$$

$$M_a = \left(\frac{2\pi\rho g H_n}{N^\circ_{\text{alabes}}} \right) \int_{r_{1a}}^{r_{2a}} \left(1 - \frac{\left(\sqrt{\left(\frac{\eta_H \cdot g H_n}{\omega \cdot r} \right)^2 + c_{m1}^2} \right)^2 - c_2^2}{2(\eta_H \cdot g H_n)} \right) (r^2 dr)$$

$$M_a = \left(\frac{2\pi\rho g H_n}{N^\circ_{\text{alabes}}} \right) \left[\frac{r^3}{3} \left(1 + \frac{c_{m1}^2}{2\eta_H g H_n} - \frac{c_2^2}{2\eta_H g H_n} \right) - (r) \left(\frac{\eta_H g H_n}{2\omega^2} \right) \right] \Bigg|_{r_{1a}}^{r_{2a}}$$

$$M_a = 1.394 \text{ kgf} - \text{m}$$

$$M_a = 13.675 \text{ N} - \text{m}$$

4.2.1. Cálculo de la carga tangencial

Ahora se calcula la fuerza debido a la componente tangencial. (Huete, Martinez Ruiz , & Sanchez Sanz, 2017).



$$F_t = \frac{\rho Q(c_{u1} - c_{u2})}{g} \quad (4.11)$$

$$F_t = 26.728 \text{ kgf}$$

$$F_t = 262.201 \text{ N}$$

El momento torsor que produce la carga hidráulica sobre el rodete es:

$$T = \frac{\rho Q(r_1 c_{u1} - r_2 c_{u2})}{g} \quad (4.12)$$

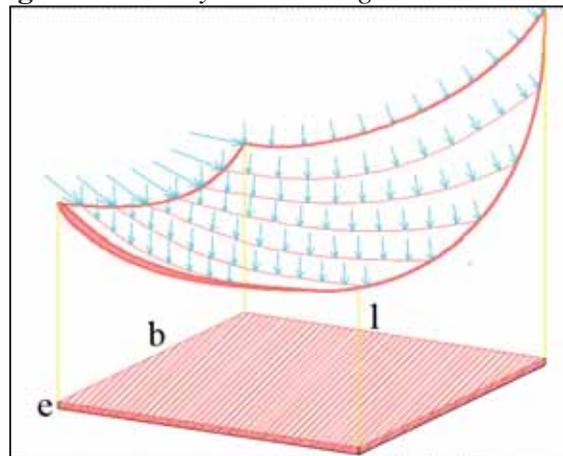
$$T = 1.613 \text{ kgf} - \text{m}$$

$$T = 15.823 \text{ N} - \text{m}$$

4.2.2. Determinación del espesor de alabe

Simplificamos la geometría a un sector meridional plano (Ver figura 105) para tener una mejor perspectiva de la aplicación de las fuerzas sobre el alabe propio con el fin de facilitar el cálculo del espesor del alabe.

Figura 105 *Proyección ortogonal del alabe*



Fuente. Elaboración Propia.

La tensión normal debido a la flexión en una sección rectangular (sección proyectada) es:



$$\sigma_f = \frac{M_a \cdot e}{I_0} = \frac{M_a \left(\frac{e}{2}\right)}{\frac{1}{12}(be^3)} \quad (4.13)$$

La tensión tangencial debido a la torsión es:

$$\tau_T = \frac{M_T \cdot e}{\delta \cdot b \cdot e^3} \quad (4.14)$$

Donde δ es el coeficiente de forma de la sección proyectada que es igual a 0.82 [ver anexos].

$$\tau_T = \frac{M_T \cdot e}{0.82 \cdot b \cdot e^3} \quad (4.15)$$

Se procede a aplicar el criterio de esfuerzos de Von Mises para analizar el espesor del alabe y poder compararlo con el modelo determinado por el análisis hidráulico.

$$s'_y \geq \sigma_{vm}$$

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_f^2 + 3\tau_T^2} \quad (4.16)$$

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\left(\frac{M_a \left(\frac{e}{2}\right)}{\frac{1}{12}(be^3)}\right)^2 + 3\left(\frac{M_T \cdot e}{\delta \cdot b \cdot e^3}\right)^2}$$

El material empleado para la fabricación de los alabes es el bronce de aluminio cuyas propiedades se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 22 *Propiedades mecánicas material alabe rodete*

Bronce de aluminio					
Tensión de fluencia mínima	Tensión última	Coefficient e de Poisson	Módulo o elástico	Modulo cortante	Densidad
275.7 [Mpa]	551.5 [Mpa]	0.3	110 [Gpa]	43 [Gpa]	7400 [kg/m ³]

Fuente: Lista materiales Solidworks

$$S_y = 275.7 \text{ Mpa}$$

Consideramos para este análisis un factor de seguridad de 1.5 de forma que la tensión crítica será:



$$s'_y = \frac{s_y}{f.s.} = 183.8 \text{ Mpa}$$

$$s'_y \geq \sqrt{\left(\frac{M_a \left(\frac{e}{2}\right)}{\frac{1}{12}(be^3)}\right)^2 + 3\left(\frac{M_T \cdot e}{\delta \cdot b \cdot e^3}\right)^2}$$

$$e \geq \frac{\sqrt{36M_a^2 + (3/\delta)M_T^2}}{b(s'_y)}$$

$$e \geq 1.3069 \text{ mm}$$

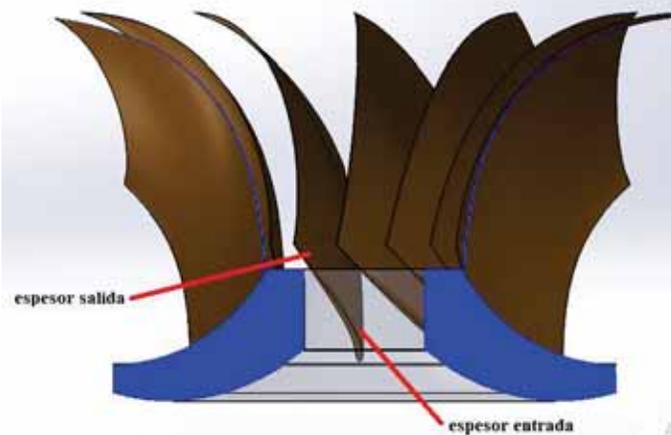
Según el diseño hidráulico se obtuvo los siguientes valores:

$$e_{\text{entrada}} = \frac{e_{\text{max}}}{3} = 0.869 \text{ mm}$$

$$e_{\text{salida}} = \frac{e_{\text{max}}}{6} = 0.434 \text{ mm}$$

Por lo que queda comprobado que el alabe calculado en el diseño hidráulico no cumplirá a la resistencia mecánica sometida en la transferencia energética del fluido. Como consecuencia se ajustara el valor al calculado por el análisis de resistencia. [Ver detalles alabe – plano 01]

Figura 106 *Espesor en el perfil aerodinámico del alabe*



Fuente: Elaboración propia.



4.3. Cálculo de los elementos del distribuidor Fink

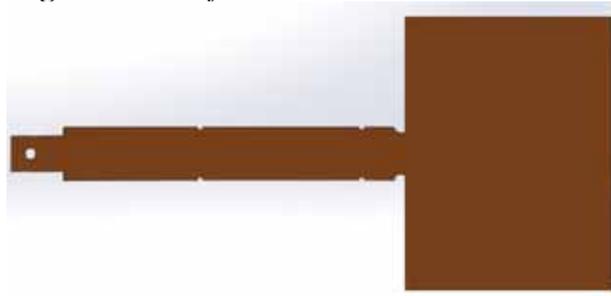
4.3.1. Análisis de resistencia del perfil de distribuidor

Como se conoce, el alabe del distribuidor es el elemento principal encargado de la regulación del flujo que ingresa hacia el rodete y en su estructura esta acoplada a un eje, y será este quien soporte la carga máxima en el perfil por lo que su diseño puede ser más voluminosa que el mismo perfil. Los perfiles tienen una posición de aplicación del esfuerzo máximo y es cuando el distribuidor se encuentra en una posición cerrada y por lo tanto donde actúa toda la presión del fluido.

Para este elemento también se aplica el mismo material utilizado para el rodete, el bronce de aluminio y su elección se fundamenta por estar sometido a las mismas condiciones que el rodete y por su proceso de fabricación por moldeo, sin embargo debemos tener en cuenta que también está sometido a fenómenos muy importantes como son la cavitación y la erosión en su superficie exterior, lo cual fue una condicionante fundamental al momento de seleccionar dicho material.

Para el diseño del alabe directriz lo primero es calcular el diámetro de su eje de giro a partir de las fuerzas y momentos actuantes originadas por el fluido hidráulico en forma de carga distribuida. Para realizar el cierre del distribuidor, el mecanismo de regulación que controla a los alabes directrices realiza el mismo momento pero de sentido opuesto tal como se aprecia en las gráficas.

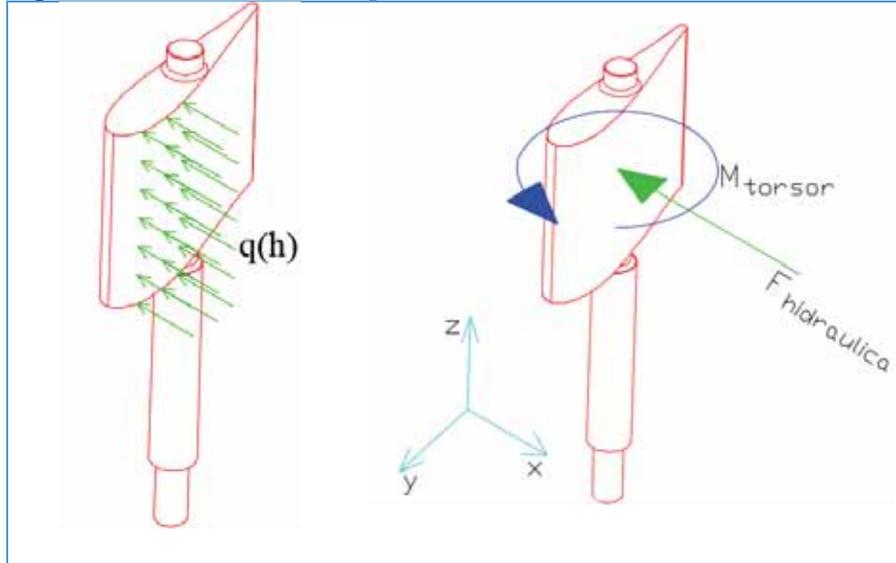
Figura 107 *Perfil transversal alabe directriz*



Fuente: Elaboración propia



Figura 108 Incidencia de la presión hidráulica sobre el alabe directriz



Fuente: Elaboración propia

4.3.1.1. Momento hidráulico sobre los alabes

El momento es la resultante de las fuerzas de presión que actúan sobre las caras de los alabes directrices y varía según su grado de apertura debido a que para cada momento corresponde una fuerza en el mecanismo de control. Para nuestro estudio se analizara el momento hidráulico con grado de apertura cero o totalmente cerrado ya que es la posición donde el alabe directriz soporta toda la presión del fluido ($\rho g H_n$) en el distribuidor y la presión aguas abajo del distribuidor se determina bajo tres condiciones. (Nechleva , 1957)

- ♣ Distribuidor cerrado y rodete en plena marcha. (Nechleva , 1957)

Bajo este escenario la presión a la salida del rodete será igual a ($-\rho g z_2$) y a la entrada del rodete (aguas abajo del distribuidor) es:

$$-\rho g \left(z_1 + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} \right)$$

También se tiene que la altura geodésica para esta condición es:



$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = 0$$

Por lo que la variación de presiones que actúa sobre la superficie de los alabes directrices en posición de cierre es:

$$\Delta p = \rho g \left[H_n - \left(-z_1 + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} \right) \right] = \rho g \left(H_n + z_1 - \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} \right) \quad (4.17)$$

El cual originara una fuerza de presión sobre el alabe directriz de la siguiente expresión:

$$F_p = tb_0 \Delta p \quad (4.18)$$

$$F_p = tb_0 \rho g \left[H_n - \left(-z_1 + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} \right) \right] = tb_0 \rho g \left(H_n + z_1 - \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} \right)$$

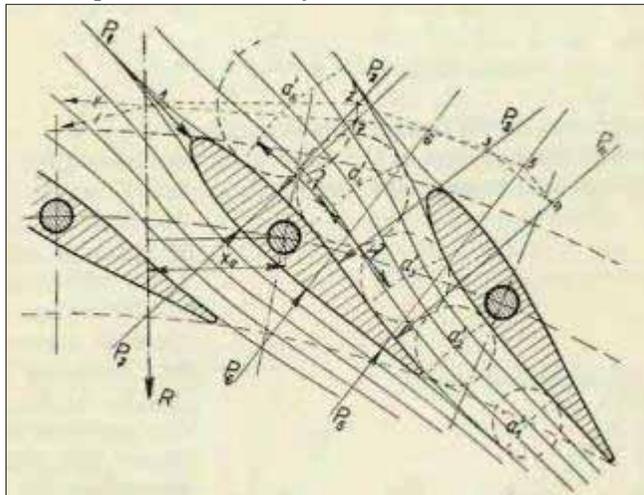
$$F_p = 144.234 \text{ N}$$

Como ya se vio en la figura (4.8), la línea de aplicación de la fuerza de presión se encuentra una distancia (r_w) de modo que el momento hidráulico sobre el alabe es:

$$M_1 = r_w F_p \quad (4.19)$$

$$M_1 = r_w tb_0 \rho g \left(H_n + z_1 - \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} \right)$$

Figura 109 Aplicación de las fuerzas sobre el alabe directriz





Fuente: (Nechleva , 1957)

$$(r_w \approx L_d) = 20.924 \text{ mm}$$

$$M_1 = 3.018 \text{ N} - \text{m}$$

- ♣ Distribuidor cerrado, rodete parado y tubo de aspiración lleno de agua. (Nechleva , 1957)

Para esta condición la altura de presión será igual a cero.

$$\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} = 0$$

Con este resultado la ecuación para el momento sería de la forma:

$$M_2 = r_w t b_0 \rho g (H_n + z_1) \quad (4. 20)$$

$$M_2 = 2.778 \text{ N} - \text{m}$$

- ♣ Distribuidor cerrado, rodete parado y tubo de aspiración lleno de aire. (Nechleva , 1957)

Con la cámara interior del distribuidor lleno de aire ($z_1 = 0$) el momento presenta la siguiente expresión:

$$M_3 = r_w t b_0 \rho g H_n \quad (4. 21)$$

$$M_3 = 2.660 \text{ N} - \text{m}$$

Se concluye que el cálculo de los esfuerzos y el par de accionamiento del anillo de regulación se realizaran a partir del momento máximo (M_1).

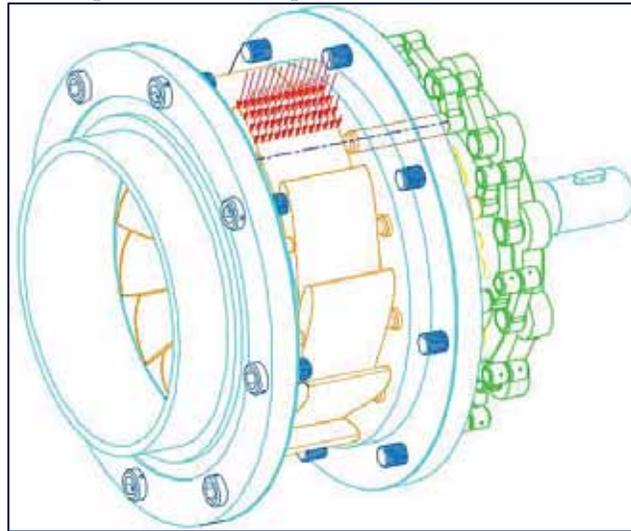
$$M_1 \geq M_2 \geq M_3$$

4.3.2. Cálculo del diámetro del eje de los alabes directrices

Se realizara el cálculo del diámetro bajo la condición más crítica o exigida como se describió en el apartado anterior. El eje de los alabes está sometido a una fuerza de presión que causara un esfuerzo de tracción-compresión y un par torsor y responsable de los esfuerzos cortantes.



Figura 110 Aplicación de la presión sobre el alabe directriz



Fuente: Elaboracion Propia

El esfuerzo cortante se ocasiona por la acción de la fuerza de presión sobre el agua y por el momento torsor y su esfuerzo equivalente en función del diámetro del eje sería:

$$\tau_{\text{alabe}} = \frac{F_{\text{presion}}}{\pi d_{\text{eje}}^2} + \frac{M_1 (d_{\text{eje}}/2)}{\pi d_{\text{eje}}^4 / 32} \quad (4.22)$$

$$\tau_{\text{alabe}} = \frac{F_{\text{presion}}}{\pi d_{\text{eje}}^2} + \frac{16M_1}{\pi d_{\text{eje}}^3}$$

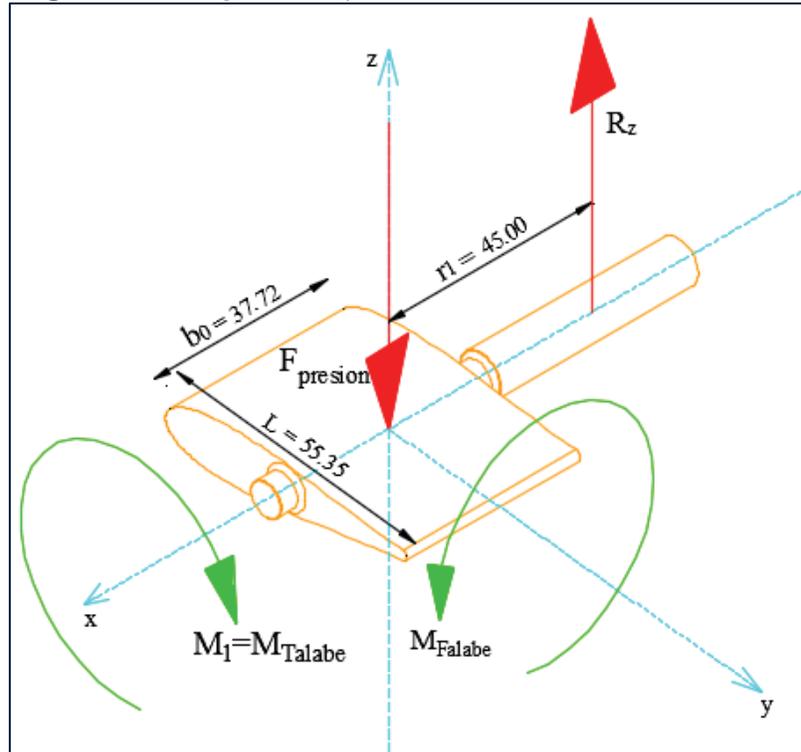
El esfuerzo de tracción compresión es originada por la fuerza de presión sobre el alabe y su expresión en relación al diámetro es:

$$\sigma_{\text{alabe}} = \frac{r_1 \cdot F_{\text{presion}} / (d_{\text{eje}}/2)}{\pi d_{\text{eje}}^4 / 64} \quad (4.23)$$

$$\sigma_{\text{alabe}} = \frac{32(r_1 \cdot F_{\text{presion}})}{\pi d_{\text{eje}}^3}$$



Figura 111 Diagrama de fuerzas actuantes alabe directriz



Fuente: Elaboracion Propia.

Aplicando el criterio de Von Mises, establecemos la relación para hallar el diámetro mínimo del eje directriz.

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_f^2 + 3\tau_T^2} \quad (4.24)$$

El material empleado para la fabricación de los alabes es el bronce de aluminio y cuyas propiedades de selección se encuentra en la tabla 21.

$$S_y = 275.7 \text{ Mpa}$$

Consideramos para este análisis un factor de seguridad de 3 de forma que la tensión crítica será:

$$s'_y = \frac{S_y}{\text{f.s.}} = 91.9 \text{ Mpa}$$

$$s'_y \geq \sigma_{vm}$$

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_f^2 + 3\tau_T^2}$$



$$s'_y \geq \sqrt{\left(\frac{32(r_1 \cdot F_{\text{presion}})}{\pi d_{\text{eje}}^3}\right)^2 + 3\left(\frac{F_{\text{presion}}}{\pi d_{\text{eje}}^2} + \frac{16M_1}{\pi d_{\text{eje}}^3}\right)^2}$$

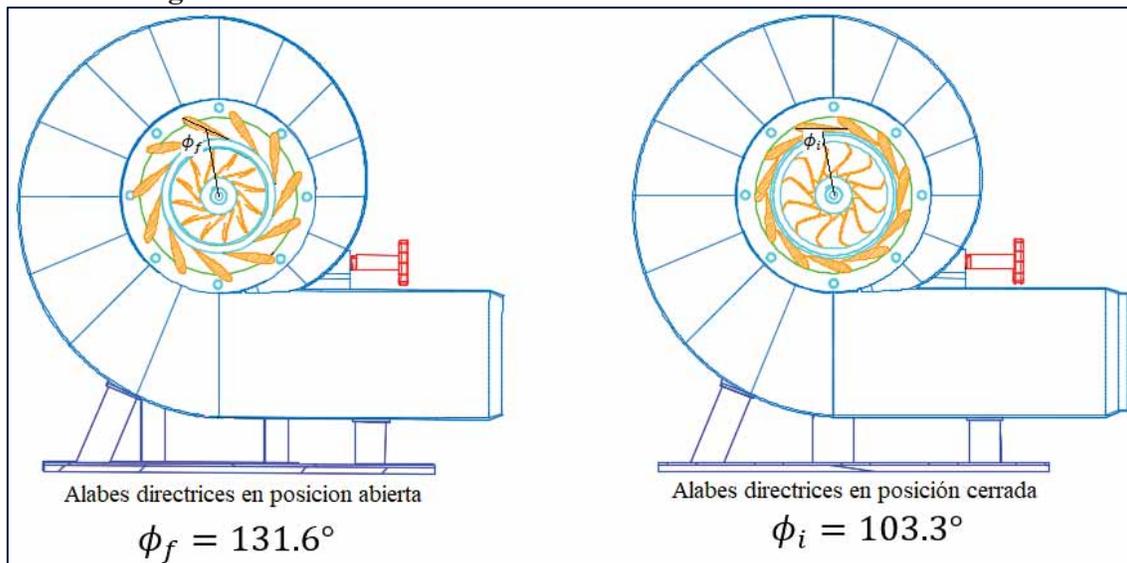
$$d \geq 9.018 \text{ mm}$$

Se opta por usar un eje estándar de 9.525 mm de diámetro para lo cual nos daría una resistencia de 91.049 Mpa.

4.3.3. Diseño de las bielas y el anillo distribuidor

Se considera un posicionamiento fijo del distribuidor y establecen las condiciones respectivas del diseño como son las longitudes de las bielas, las manivelas, el anillo regulador y el diámetro de los ejes de los alabes directrices.

Figura 112 Posicionamientos variables de los alabes directrices



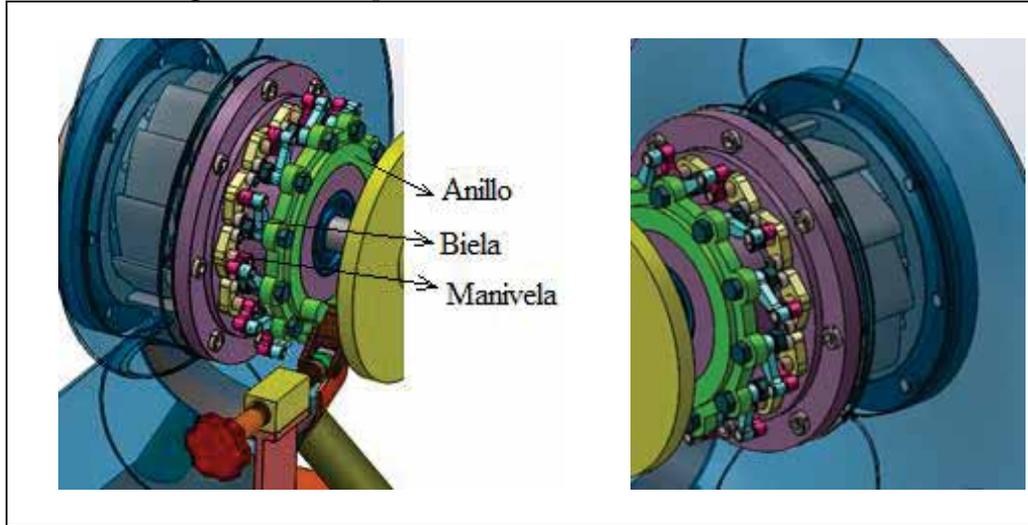
Fuente: Elaboración Propia.

$$\phi_i = 103.3^\circ$$

$$\phi_f = 131.6^\circ$$



Figura 113 *Componentes del mecanismo de distribución*



Fuente: Elaboracion Propia

Para determinar las longitudes de la biela, manivela y el anillo haremos un énfasis al espaciado que nos presenta el diseño previo de modelado en 3D, el cual nos determina un correcto funcionamiento de desplazamientos de rotación.

$$L_{\text{biela}} = L_1 = 25 \text{ mm}$$

$$L_{\text{manivela}} = L_2 = 37.12 \text{ mm}$$

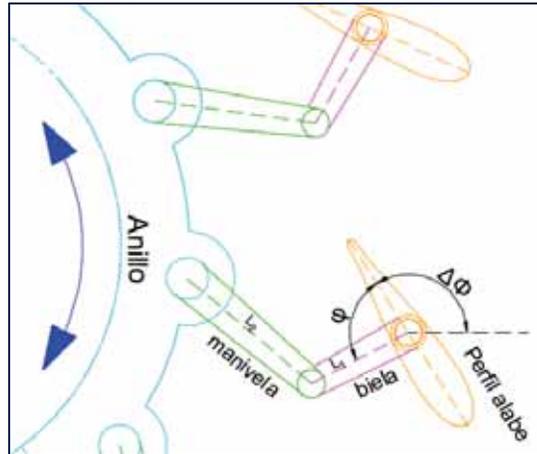
$$R_{\text{anillo}} = 73 \text{ mm}$$

$$R_g = \frac{d_g}{2} = 75.185 \text{ mm}$$

Consideramos un desfaseamiento entre la manivela y la línea de simetría del perfil del alabe de 90° para efectos de cálculos, este ángulo no varía en gran magnitud durante la rotación del anillo distribuidor y permanece casi con el mismo valor.

$$\varphi = 90^\circ$$

Se hace un esquema en 2D para poder apreciar de mejor forma los elementos que conforman el mecanismo de regulación (ver figura 114) y los ángulos para una posición determinada.

**Figura 114** Mecanismo de accionamiento del distribuidor

Fuente: Elaboracion Propia.

4.3.3.1. Parámetros característicos mecanismo de regulación

Con las dimensiones se determina la zona de acción de los elementos, esto con la finalidad de evitar una interferencia al momento de accionar la apertura y el cierre. También se determina las características cinemáticas del accionamiento del anillo de regulación, que para nuestro diseño será un tornillo de potencia.

El análisis de las posiciones mínimas y máximas de cada elemento cuando los alabes directrices se encuentren en una posición de cierre son:

$$L_{1x_i} = R_g + L_1 \cos(\phi_i + \varphi) \quad (4.25)$$

$$L_{1x_i} = 50.855 \text{ mm}$$

$$L_{1y_i} = R_g + L_1 \text{sen}(\phi_i + \varphi) \quad (4.26)$$

$$L_{1y_i} = 69.433 \text{ mm}$$

Para la manivela se busca relacionar las longitudes de las posiciones halladas de la biela con las de la manivela, entonces.

$$L_2^2 = (L_{2y_i} - L_{1y_i})^2 + (L_{2x_i} + L_{1x_i})^2 \quad (4.27)$$



$$L_{2y_i} = \sqrt{L_2^2 - (L_{2x_i} + L_{1x_i})^2} + L_{1y_i}$$

De la posición también se sabe que:

$$L_{2y_i} = L_{y_{\text{anillo}}} = \sqrt{r_{\text{anillo}}^2 - L_{2x_i}^2} \quad (4.28)$$

Relacionando las ecuaciones 4.27 y 4.28 se obtiene la siguiente expresión.

$$\sqrt{L_2^2 - (L_{2x_i} + L_{1x_i})^2} + L_{1y_i} = \sqrt{r_{\text{anillo}}^2 - L_{2x_i}^2}$$

$$L_{2x_i} = -13.833 \text{ mm}$$

La coordenada en “y” de la manivela será:

$$L_2 = \sqrt{L_{2x_i}^2 + L_{2y_i}^2} \quad (4.29)$$

$$L_{2y_i} = 34.446 \text{ mm}$$

Del mismo modo calculamos la posición extrema para el distribuidor en posición abierta.

$$L_{1x_f} = R_g + L_1 \cos(\phi_f + \varphi) \quad (4.30)$$

$$L_{1x_f} = 56.490 \text{ [mm]}$$

$$L_{1y_f} = R_g + L_1 \sin(\phi_f + \varphi) \quad (4.31)$$

$$L_{1y_f} = 58.586 \text{ mm}$$

Para la manivela igual que el anterior obtenemos las expresiones de las ecuaciones 4.30 y 4.31

$$\sqrt{L_2^2 - (L_{2x_f} + L_{1x_f})^2} + L_{1y_f} = \sqrt{r_{\text{anillo}}^2 - L_{2x_f}^2}$$

$$L_{2x_f} = -21.128 \text{ mm}$$

La coordenada en “y” de la manivela será:



$$L_2 = \sqrt{L_{2x_f}^2 + L_{2y_f}^2} \quad (4.32)$$

$$L_{2y_f} = 30.520 \text{ mm}$$

Una vez determinadas las coordenadas extremas de la articulación del mecanismo regulador se determina la longitud de arco que se desplazara el accionador del anillo distribuidor para alcanzar ambas posiciones. Para una posición inicial el ángulo respecto al mismo eje coordenado de la figura (113) es:

$$\theta_i = \text{artan} \left(\frac{L_{2y_i}}{L_{2x_i}} \right) \quad (4.33)$$

$$\theta_i = 68.12^\circ$$

El ángulo respecto a la posición final es:

$$\theta_f = \text{artan} \left(\frac{L_{2y_f}}{L_{2x_f}} \right) \quad (4.34)$$

$$\theta_f = 55.31^\circ$$

El ángulo de desplazamiento que desarrolla cada alabe directriz en el anillo es:

$$\theta_{\text{des}} = \theta_f - \theta_i \quad (4.35)$$

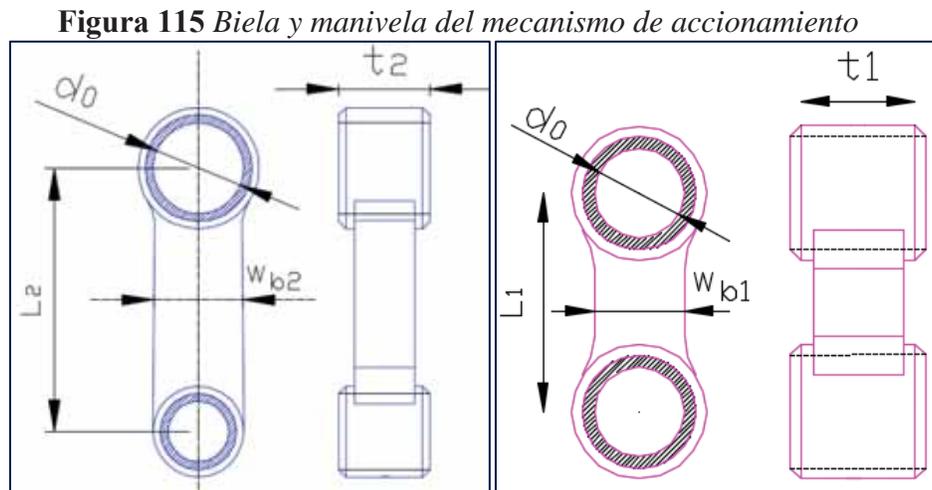
$$\theta_{\text{des}} = 12.81^\circ$$

4.3.3.2. Dimensionamiento de los pasadores

Una vez determinado la posición y el desplazamiento angular del mecanismo se calcula los parámetros geométricos (ancho y diámetro) de la biela y manivela a través de criterios de resistencia mecánica que deben soportar teniendo en consideración que la biela es un elemento de carácter permanente y la manivela que tiene contacto con el anillo será de carácter removible, esto para evitar daños en los perfiles del distribuidor cuando ocurran atascos o choques.



Para aplicar dichos criterios, primero se establece los tipos de fallos que pueden ocurrir sobre el pasador que conectara ambos elementos, para lo cual se estima un diámetro (d_0) y ancho (w_b) de ambos elementos iguales a experiencia de diversos diseños ya estudiados.



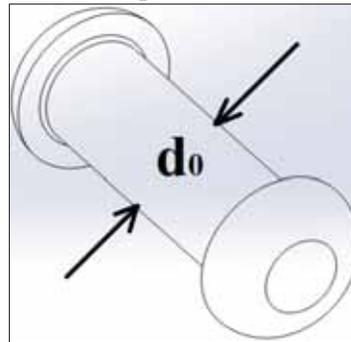
Fuente: Elaboracion Propia

Por el diseño previo en 3D a través de una animación simulada con diferentes valores alternativos se pudo establecer dimensiones previas que se acomodan de mejor manera y giran el ángulo de desplazamientos sin interferencia hasta poder regular las posiciones de cierre y apertura pre establecidas, dichas consideraciones son:

$$w_b = 8.00 \text{ mm}$$

$$d_0 = 6.35 \text{ mm} \quad (\text{pasador})$$

Para el análisis escogemos los materiales tanto para el pasador como los eslabones biela – manivela teniendo en cuenta su fácil maquinabilidad.

**Figura 116 Pasador tipo macizo cabeza redonda**

Fuente: Elaboracion Propia.

Tabla 23

Propiedades mecánicas del material “mecanismo de accionamiento”

Propiedades Mecánicas del material		
Pasador	Acero	AISI 1045
Resistencia ultima	f_{ub}	680 MPa
Resistencia a flexión	f_{yb}	450 MPa
Diámetro del pasador	d	6.35 ± 000 mm
Biela – Manivela	Acero	SAE 1020
Resistencia ultima	f_u	460 MPa
Resistencia a flexión	f_y	370 MPa
Espesor biela	a	w_b
Espesor manivela	b	w_b
Holgura	c	0.05 mm
Diámetro del agujero	d_0	6.35 mm

Fuente: <http://www.bohlerperu.com>

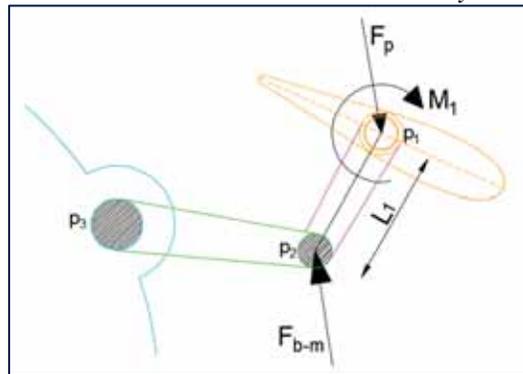
Para el análisis de resistencia del pasador y los elementos del mecanismo se necesita conocer la fuerza y momento que actúan sobre el punto P₂ (Ver Figura 116) que es donde actúan dichas cargas y es el punto de análisis de los esfuerzos actuantes que soporta la biela - manivela. Previamente se calculó que el momento torsor necesario para girar el alabe directriz es de $M_1 =$



3.018 [N – m], por lo tanto este momento también genera un esfuerzo cortante a través de la sección de la manivela. De la figura 117 se tiene:

$$\begin{aligned}\sum M_{p1} &= 0 \\ M_1 &= 3.018 \text{ [N – m]} \\ F_{b-m} &= \frac{M_1}{L_1} = 120.72 \text{ [N]}\end{aligned}\quad (4.36)$$

Figura 117 Elemento de unión de la Biela y manivela



Fuente: Elaboracion Propia

4.3.3.3. Resistencia a Flexión de la manivela

Para el análisis de la manivela se considera el ancho de la biela como se indicó y el diámetro del perfil del alabe.

El coeficiente de seguridad a usar será de 3 considerando que puede existir inestabilidad y plasticidad en los materiales por tratarse de elementos de unión.

$$s_y = 370 \text{ MPa}$$

$$s'_y = \frac{370}{3} = 123.33 \text{ MPa}$$

El momento actúa sobre la manivela originando un esfuerzo de flexión que tiene la siguiente expresión:



$$\sigma_f = \frac{M_1 \cdot \rho}{I} = \frac{M_1 (w_{b1}/2)}{\frac{1}{12} (t_1) (w_{b1}^3 - d_0^3)} \quad (4.37)$$

Comparando con el esfuerzo normal máximo:

$$s'_y \geq \sigma_f$$

$$t_1 \geq \frac{M_1 (w_{b1}/2)}{\frac{1}{12} (s'_y) (w_{b1}^3 - d_0^3)}$$

$$t_1 \geq 3.599 \text{ mm} \approx 6.35 \text{ mm}$$

4.3.3.4. Resistencia a Flexión de la biela

Para el análisis de la biela se debe tener en cuenta que este se comporta como un fusible mecánico por lo tanto se debe considerar un factor de seguridad más pequeño lo que nos permite evitar roturas al momento de la aplicación del momento máximo.

El análisis se realiza considerando la tensión última del material.

$$s_{ut} = 460 \text{ MPa}$$

$$s'_{ut} = \frac{460}{2} = 230 \text{ MPa}$$

El momento torsor se mantiene constante por lo que el espesor lo calculamos mediante el análisis del esfuerzo de flexión como el caso de la manivela.

$$\sigma_f = \frac{M_1 \cdot \rho}{I} = \frac{M_1 (w_{b2}/2)}{\frac{1}{12} (t_2) (w_{b2}^3 - d_0^3)} \quad (4.38)$$

Relacionando con la tensión ultima máxima de la aplicación.

$$s'_{ut} \geq \sigma_f$$

$$t_2 \geq \frac{M_1 (w_{b2}/2)}{\frac{1}{12} (s'_{ut}) (w_{b2}^3 - d_0^3)}$$

$$t_2 \geq 1.923 \text{ mm} \approx 6.35 \text{ mm}$$



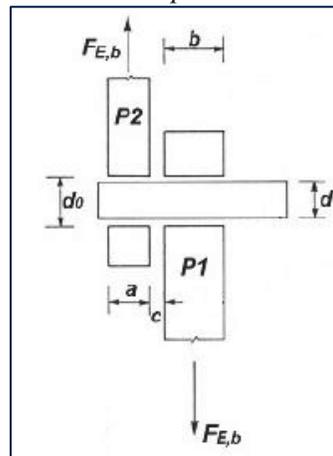
Con los datos obtenidos por el análisis de resistencia, determinamos que se usara un ancho estándar de 6.35 mm.

4.3.3.5. Resistencia del pasador

4.3.3.5.1. Resistencia a Flexión del pasador

Consideramos una configuración desde otra vista, donde podamos representar de mejor forma el montaje de los dos elementos en el punto (P_2), para nuestro caso ambos del mismo espesor que se se encontraran sometidas a una carga cortante F_{b-m} .

Figura 118 Detalle del acoplamiento del mecanismo



Fuente: (Bañon , Varona Moya , Mompean Morales, & Ortega , 2012-2013)

Establecemos que el eslabón (P_1) (biela) como el eslabón (P_2)(manivela) poseen un mismo espesor y están conectados por medio de un pasador de diámetro (d). El pasador atraviesa ambas piezas de forma transversal y tiene un agujero taladrado (d_0). También se deja un espacio o huelgo para que ambas piezas no sufran obstrucción o roce en pleno funcionamiento (c).

El valor del momento flector que se produce en el pasador se calcula mediante la expresión:

(Bañon , Varona Moya , Mompean Morales, & Ortega , 2012-2013)

$$M_{f(\text{pasador})} = F_{b-m} \left(\frac{b + 4c + 2a}{8} \right) \quad (4.39)$$



La condición de resistencia para que el pasador de diámetro (d), modulo resistente (S_w) y de material acero con límite elástico (f_y) resista al momento flector es: (Bañon , Varona Moya , Mompean Morales, & Ortega , 2012-2013):

$$M_{rf(\text{pasador})} \leq 1.5S_w \left(\frac{f_y}{Y_M} \right)$$
$$S_w = I / (d_{\text{pasador}}/2) = (\pi d_{\text{pasador}}^3 / 32)$$
$$M_{rf(\text{pasador})} = 0.8\pi \left(\frac{d_{\text{pasador}}^3}{32} \right) \left(\frac{f_y}{Y_M} \right) \quad (4.40)$$

(Y_M) Es el coeficiente parcial para la resistencia del acero de fabricación del pasador y que para nuestro caso tiene un valor de $Y_M = 1.25$ (Ver anexos)

Entonces el pasador empleado con su respectivo diámetro resistirá las condiciones de la resistencia a flexión si se cumple que: (Bañon , Varona Moya , Mompean Morales, & Ortega , 2012-2013).

$$\frac{M_{f(\text{pasador})}}{M_{rf(\text{pasador})}} \leq 1 \quad (4.41)$$

4.3.3.5.2. Resistencia cortante del pasador

El pasador está sometido a un esfuerzo cortante directo (F_v) por lo que la resistencia (F_{vr}) de dicho pasador de diámetro (d) y sección transversal (A_s) y fabricado de un material de resistencia última a la tracción (f_{ub}) es: (Bañon , Varona Moya , Mompean Morales, & Ortega , 2012-2013)

$$F_{vr(\text{pasador})} = 0.6(A_s) \left(\frac{f_{ub}}{Y_M} \right) \quad (4.42)$$

Del mismo modo que el anterior, el pasador de diámetro (d) resistirá las condiciones de resistencia a corte si se cumple que: (Bañon , Varona Moya , Mompean Morales, & Ortega , 2012-2013).



$$\frac{F_{v(\text{pasador})}}{F_{vr(\text{pasador})}} \leq 1 \tag{4.43}$$

4.3.3.5.3. Resistencia de esfuerzo combinado

Debido a que el pasador que une la biela con la manivela está sometido a la acción combinada de esfuerzos cortantes y flectores, se debe cumplir la siguiente expresión para que la resistencia del pasador en la unión sea óptima. (Bañon , Varona Moya , Mompean Morales, & Ortega , 2012-2013).

$$\left(\frac{M_{f(\text{pasador})}}{M_{rf(\text{pasador})}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{v(\text{pasador})}}{\tau_{vr(\text{pasador})}}\right)^2 \leq 1 \tag{4.44}$$

Resistencia cortante del pasador P₂ - (d = 6.35 mm)

Ec. 4.36	$F_{v(\text{pasador})}$	120.72 N
Ec. 4.42	$F_{vr(\text{pasador})} = 0.6(\pi d_p^2/4) \cdot (f_{ub}/Y_M)$	10336.832 N
Ec. 4.43	$F_{v(\text{pasador})}/F_{vr(\text{pasador})} \leq 1$	0.0117 ¡Cumple!

Resistencia cortante del pasador P₂ - (d = 6.35 mm)

Ec. 4.39	$M_{f(\text{pasador})} = (F_{b-m}/8) \cdot (b + 4c + 2a)$ $M_{f(\text{pasador})} = (F_{b-m}/8) \cdot (3w_b + 4c)$	0.663 N – m
Ec. 4.40	$M_{rf(\text{pasador})} = 0.8\pi(d_p^3/32) \cdot (f_y/Y_M)$	5.952 N – m
Ec. 4.41	$(M_{f(\text{pasador})}/M_{rf(\text{pasador})}) \leq 1$	0.111 ¡Cumple!

Resistencia a flexión del pasador P₂ - (d = 6.35 mm)

Ec. 4.44	$\left(\frac{M_{f(\text{pasador})}}{M_{rf(\text{pasador})}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{v(\text{pasador})}}{\tau_{vr(\text{pasador})}}\right)^2 \leq 1$	0.112 ¡Cumple!
----------	--	------------------------------

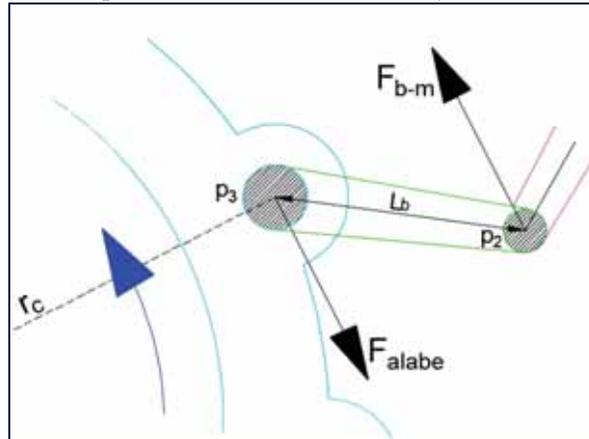
El diámetro del pasador será de 6.35 mm y del material pre establecido (AISI 1045) en el análisis de resistencia mecánica.

4.3.3.6. Resistencia a flexión del pasador biela – corona (anillo de regulación)

Se sigue el mismo procedimiento ya efectuado en el pasador de la biela manivela, y se verifica la resistencia.



Figura 119 Detalle del acoplamiento del mecanismo y la corona de accionamiento



Fuente: Elaboración propia

Resistencia cortante del pasador P3 - ($d_c = 9.525 \text{ mm}$)

(4.36)	$F_{v(\text{pasador})}$	120.72 N
(4.42)	$F_{vr(\text{pasador})} = 0.6(\pi d_c^2/4) \cdot (f_{ub}/\gamma_M)$	23257.87 N
(4.43)	$F_{v(\text{pasador})}/F_{vr(\text{pasador})} \leq 1$	0.00519 ¡Cumple!

Resistencia cortante del pasador P3 - ($d_c = 9.525 \text{ mm}$)

(4.39)	$M_{f(\text{pasador})} = (F_{b-m}/8) \cdot (b + 4c + 2a)$ $M_{f(\text{pasador})} = (F_{b-m}/8) \cdot (3w_b + 4c)$	0.430 N – m
(4.40)	$M_{rf(\text{pasador})} = 0.8\pi(d_c^3/32) \cdot (f_y/\gamma_M)$	20.089 N – m
(4.41)	$(M_{f(\text{pasador})}/M_{rf(\text{pasador})}) \leq 1$	0.021 ¡Cumple!

Resistencia a flexión del pasador P3 - ($d_c = 9.525 \text{ mm}$)

(4.44)	$\left(\frac{M_{f(\text{pasador})}}{M_{rf(\text{pasador})}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{v(\text{pasador})}}{\tau_{vr(\text{pasador})}}\right)^2 \leq 1$	0.022 ¡Cumple!
--------	--	------------------------------

Por análisis de resistencia el diámetro de unión biela – anillo de regulación (corona) será de 9.525 mm de diámetro.

4.3.4. Cálculo fuerza de accionamiento corona

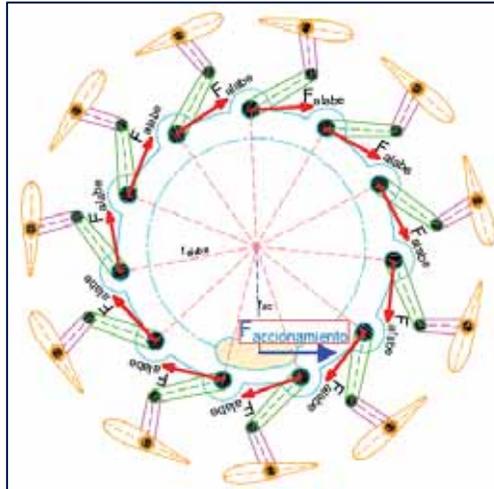
Con el mecanismo ya establecido, calculamos la fuerza total necesaria para accionar el anillo de regulación que controla el movimiento del mecanismo y los alabes directrices, para dicho cálculo es necesario tener el mecanismo en una posición de cierre que es la posición donde los



alabes directrices soportan la máxima energía de presión del fluido hidráulico como se mencionó anteriormente. La fuerza que tiene que efectuar el tornillo (elemento mecánico de accionamiento) para poder abrir el distribuidor en las condiciones estipuladas será:

$$\sum M_{\text{origen}} = 0$$
$$11r_g \times (F_{\text{alabe}}) = (r_{\text{ac}}) \times F_{\text{accionamiento}}$$
$$F_{\text{accionamiento}} = \frac{11 \times r_g \times (F_{\text{alabe}})}{r_{\text{ac}}} \quad (4.45)$$
$$F_{\text{accionamiento}} = 1029.047 \text{ N}$$

Figura 120 Aplicación de la fuerza de accionamiento sobre los alabes directrices



Fuente: Elaboración propia

4.3.5. Cálculo del tornillo de potencia

4.3.5.1. Cálculo de las cargas estáticas

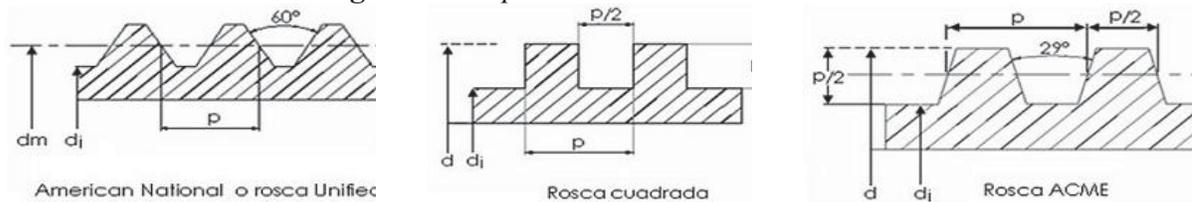
Para el accionamiento del anillo distribuidor se tienen diferentes principios de operación para realizar el fin como pueden ser de forma manual (palanca), eléctrica (tornillo) y/o hidráulica (cilindros hidráulicos).



Para el accionamiento del modelo de la turbina Francis usaremos un tornillo de potencia pero de accionamiento manual, esto debido a que podremos controlar de mejor manera los cierres y aperturas y por ende el paso del flujo volumétrico hacia los alabes del rodete.

En los tornillos de potencia, las roscas más empleadas en el fileteado del tornillo son la rosca cuadrada, la rosca unificada y la rosca ACME.

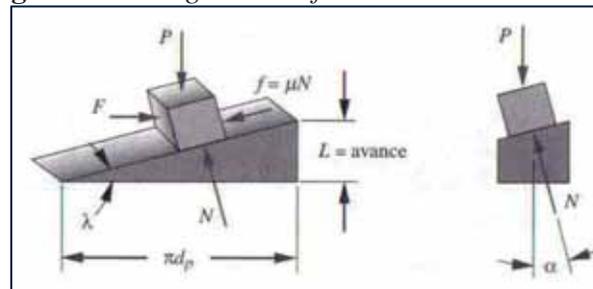
Figura 121 Tipo de roscas de tornillos.



Fuente: (L. Norton, 2011)

Para el proyecto se elige emplear un tornillo con la rosca ACME para los cálculos correspondientes, esta rosca se diferencia de los demás por el factor adicional en la fuerza normal entre el tornillo y la tuerca con un ángulo en dos planos que nos garantiza un buen ajuste a pesar de no poseer un mayor rendimiento como las otras.

Figura 122 Diagrama de fuerzas sobre la rosca



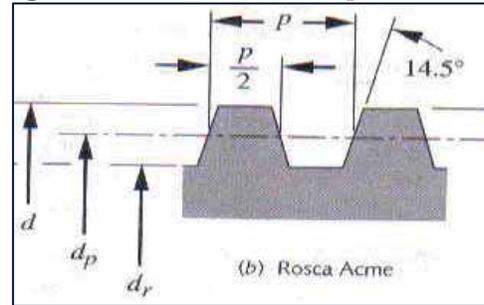
Fuente (L. Norton, 2011)

P: Carga ejercida sobre el tornillo.

F: Fuerza ejercida sobre la rosca.

f: Coeficiente de fricción.

N: Fuerza de Reacción.

**Figura 123** Detalle rosca tipo ACME

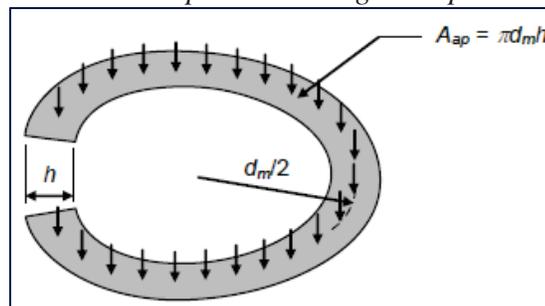
Fuente: (Shigley, 2008)

d: Diámetro mayor

d_p : Diámetro de paso

d_r : Diámetro menor

Para realizar el análisis del tornillo con rosca ACME debemos determinar un diámetro medio estimado en base a la resistencia al desgaste para poder determinar sus dimensiones principales. El esfuerzo de aplastamiento se produce en los flancos de los filetes del tornillo y la tuerca a lo largo de toda su superficie y suponiendo que el esfuerzo se distribuye de forma uniforme en toda la superficie, se tiene la siguiente expresión:

Figura 124 Área de aplicación carga de aplastamiento.

Fuente: (Vanegas Useche, 2018)

$$\sigma'_{ap} = \frac{F_{acc}}{\pi d_m h N_f}$$

N_f : número de filetes

Para la rosca de análisis se recomienda tomar los siguientes valores para N_f . (Vanegas Useche, 2018).



$$1 \leq N_f \leq L_T/p$$

$$L_T/d_m = \varphi' \tag{4.46}$$

$$\sigma'_{ap} = \frac{(F_{acc})p}{\pi d_m^2 h \varphi'} \tag{4.47}$$

$$d_m \geq \sqrt{\frac{(F_{acc})p}{\pi(\sigma'_{ap})h\varphi}}$$

Tabla 24 *Altura de la rosca según el tipo de filete*

Tipo de filete	<i>h</i>
Cuadrada	<i>p/2</i>
Acme	<i>p/2</i>
Diente de sierra	<i>0.663p</i>

Fuente: (L. Norton, 2011)

$$d_m \geq \sqrt{\frac{2F_{acc}}{\pi\varphi'(\sigma'_{ap})}} \tag{4.48}$$

La fuerza de aplastamiento es una fuerza normal a la superficie en el cual actúa y genera la fuerza de fricción al producirse el giro del tornillo. Como la fuerza de fricción es directamente proporcional a la fuerza de aplastamiento, debe evitarse que este supere un valor que produzca un desgaste prematuro de los filetes. Dobrovolski nos proporciona los siguientes esfuerzos permisibles. (Vanegas Useche, 2018)

$$(\sigma'_{ap}) = S_{yc}/N_{ap} = \begin{cases} 12 \text{ a } 120 \text{ MPa} & \text{(tornillo de acero y tuerca de bronce)} \\ 80 \text{ Mpa} & \text{(tornillo de acero y tuerca de hierro fundido)} \end{cases}$$

Norton recomienda valores para " φ' "

$$\varphi' = \begin{cases} 1.8 \text{ a } 2.5 & \text{(tuerca de una sola pieza)} \\ 2.5 \text{ a } 3.5 & \text{(tuerca partida)} \end{cases}$$

$$d_m \geq \sqrt{\frac{2(1029.047)}{\pi(1.8)(12)}}$$



$$d_m \geq 5.334 \text{ mm}$$

De la tabla (4.4) el diámetro más óptimo sería $d = 9.525 \text{ mm}$ y sus parámetros característicos principales son:

Tabla 25 Parámetros de la rosca seleccionada tipo ACME

ROSCA ACME							
TORNILLO		TUERCA		N_f	p	h	d_m
d	d_r	D	D_r				
3/8	0.2817	0.3850	0.2917	12	0.0833	0.0467	0.3333

Fuente: (Alva Davila, 2008)

Norton recomienda que el coeficiente de fricción μ para una combinación de rosca y tuerca lubricada con aceite es de 0.15. (L. Norton, 2011)

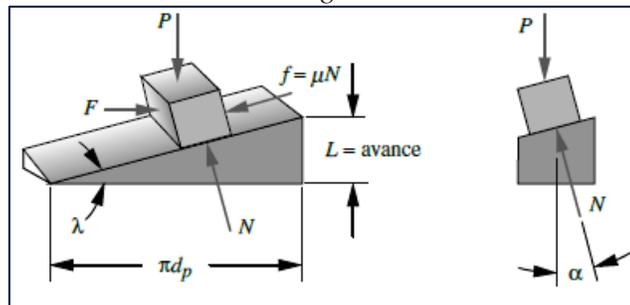
El avance es igual al paso ya que consideramos un tornillo de una sola entrada.

$$L = N^{\circ}_{\text{entradas}} \times p \tag{4.49}$$

$$L = 2.1082 \text{ mm}$$

Las fuerzas que actúan en el filete de la tuerca de transmisión del tornillo de potencia pueden ser representadas mediante el siguiente esquema.

Figura 125 Desarrollo de cargas de la tuerca del tornillo



Fuente: (L. Norton, 2011)

La inclinación del plano se puede definir como el ángulo de avance λ .

$$\tan \lambda = L / \pi d_m \tag{4.50}$$

$$\lambda = \arctan(0.083 / \pi(0.333))$$

$$\lambda = 4.536^{\circ}$$



Para una rosca ACME la fuerza normal entre el tornillo y la tuerca esta angulada en dos planos en el ángulo de avance “ λ ” como se aprecia en la figura (115) y el ángulo $\alpha = 14.5^\circ$, entonces la fuerza ejercida sobre la rosca es: (Shigley, 2008)

$$W_T = F_{acc} \left(\frac{\mu \pi d_p + L \cos(\alpha)}{\pi d_p \cos(\alpha) - \mu L} \right) \quad (4.51)$$

$$W_T = 244.079 \text{ N}$$

El cálculo del par torsor total para elevar la carga se define como:

$$T_e = T_{se} + T_c \quad (4.52)$$

T_{se} : Par torsor del tornillo necesario para elevar la carga

T_c : Par torsor necesario para girar el collarín y que para nuestro proyecto es igual a cero por no contar con este elemento. (Shigley, 2008)

$$T_e = \left(\frac{F_{acc} \times d_p}{2} \right) \left(\frac{\mu \pi d_p + L \cos(\alpha)}{\pi d_p \cos(\alpha) - \mu L} \right) + \frac{\mu_c F_{acc} (d_c)}{2} \quad (4.53)$$

$$T_e = 1.032 \text{ N} - \text{m}$$

Del mismo modo también podemos calcular el valor del par torsor necesario para descender la carga es:

$$T_d = T_{sd} + T_c \quad (4.54)$$

$$T_d = \left(\frac{F_{acc} \times d_p}{2} \right) \left(\frac{\mu \pi d_p - L \cos(\alpha)}{\pi d_p \cos(\alpha) + \mu L} \right) + \frac{\mu_c F_{acc} (d_c)}{2} \quad (4.55)$$

$$T_d = 0.324 \text{ N} - \text{m}$$

(L. Norton, 2011) Recomienda que todo tornillo debe ser analizado desde la parte del auto bloqueo, que tiene que ver con el evento en el que el tornillo no podrá ser girado por la aplicación de cualquier magnitud de fuerza que se aplique axialmente a la tuerca.

Por lo mencionado, el tornillo se auto bloquea si cumple lo siguiente:



$$\mu \geq \left(\frac{L}{\pi d_p} \right) \cos \alpha \tag{4.56}$$

$$0.15 \geq 0.0768$$

La eficiencia de nuestro sistema se define como:

$$\eta = \frac{\cos(\alpha) - \mu \tan(\lambda)}{\cos(\alpha) + \mu \cotan(\lambda)} \tag{4.57}$$

$$\eta = 33.44 \%$$

4.3.5.2. Cálculo de esfuerzos en el tornillo

El análisis de esfuerzos se realiza con el fin de garantizar la correcta selección del tornillo, para lo cual se harán diferentes verificaciones de resistencia.

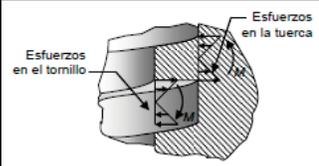
La primera es la verificación de la resistencia a flexión de los filetes de las roscas tanto para el tornillo como para la tuerca. (Vanegas Useche, 2018)

$$\sigma_{f(\text{tornillo})} = \frac{3F_{acc}(h)}{\pi d_p N_f (W_i p)^2} = 4.326 \text{ MPa} \tag{4.58}$$

$$\sigma_{f(\text{tuerca})} = \frac{3F_{acc}(h)}{\pi d_p N_f (W_o p)^2} = 6.463 \text{ MPa} \tag{4.59}$$

Figura 126 Factores de forma de los tornillos

Tipo de filete	W_i	W_o
UNS/ISO	0.80	0.88
Cuadrada	0.50	0.50
Acme	0.77	0.63
Diente de sierra	0.90	0.83



Fuente. (Vanegas Useche, 2018)

Elegimos como material de fabricación el acero comercial AISI 1020 cuyas propiedades mecánicas de resistencia son.



Tabla 26
Propiedades mecánicas tornillo de accionamiento distribuidor

AISI 1020 - (Tornillo)		
Resistencia a flexión	S_y	370 MPa
Resistencia última	S_u	460 MPa
BRONCE B-10 (SAE 65) – (Tuerca)		
Resistencia a flexión	S_{yb}	160 MPa
Resistencia última	S_{ub}	280 MPa

Fuente: Solidworks materials

Los esfuerzos calculados son menores a los permisibles, afirmando así una resistencia óptima respecto a la flexión de los filetes.

$$\sigma_f \leq S_y/N_{fs} \quad (4. 60)$$

La verificación del esfuerzo de corte en las roscas del tornillo no será necesaria, de acuerdo a (L. Norton, 2011) si la longitud de la tuerca ($L_T > 0.5d$) se puede suprimir el análisis.

$$L_T = pN_f \quad (4. 61)$$

$$L_T = 0.996 \text{ in} = 25.3 \text{ mm}$$

$$0.996 \text{ in} > 0.5(d)$$

Entonces solo se efectúa la verificación de la resistencia al cortante en la tuerca que se define como: (Vanegas Useche, 2018)

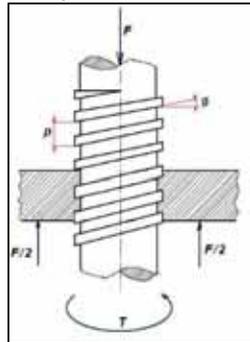
$$\tau_{c(\text{tuerca})} = \frac{3 F}{2 A_{ba}} = \frac{3 F_{acc}}{2 \pi D N_f (W_0 p)} \quad (4. 62)$$

$$\tau_{c(\text{tuerca})} = 1.570 \text{ Mpa}$$

Del mismo modo, el esfuerzo de corte es menor al permisible y se cumple:

$$\tau_{c(\text{tuerca})} \leq S_{yb}/N_{fs} \quad (4. 63)$$

Con el análisis en los filetes tanto del tornillo como de la tuerca, ahora se verifica la resistencia del cuerpo del tornillo, el cual está sometido a cargas combinadas de carga axial y torsión.

**Figura 127** Diagrama de fuerzas tornillo de accionamiento

Fuente: (Shigley, 2008)

El esfuerzo debido a la carga axial se distribuye de forma uniforme sobre el tornillo y puede ser de compresión y/o de tensión. (Vanegas Useche, 2018)

$$\sigma_{ct} = \frac{F_{acc}}{A_t} = \frac{F_{acc}}{\frac{\pi}{4} (d_r)^2} \quad (4. 64)$$

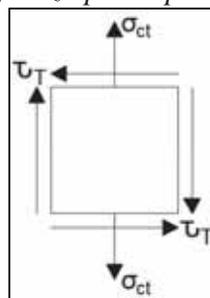
$$\sigma_{ct} = \frac{4F_{acc}}{\pi d_r^2} = 25.591 \text{ MPa}$$

El esfuerzo cortante debido a la torsión ocurre en la periferie de la sección transversal y está dado por: (Vanegas Useche, 2018)

$$\tau_T = \frac{T_E (d_r/2)}{J_r} = \frac{16T_E}{\pi d_r^3} \quad (4. 65)$$

$$\tau_T = 14.348 \text{ MPa}$$

El estado del esfuerzo en el punto crítico sería:

Figura 128 Estado del esfuerzo plano para el punto de aplicación

Fuente: Elaboracion Propia.



Como el material del tornillo es dúctil ($s_y = 370 \text{ Mpa}$), se puede utilizar la teoría del esfuerzo cortante máximo o la del esfuerzo cortante octaédrico/Von Mises. (Vanegas Useche, 2018)

$$\frac{1}{N_{fs}} = \left(\frac{\sigma_{ct}}{s_y} \right)^2 + \left(\frac{\tau_T}{s_{ys}} \right)^2 \quad (4.66)$$
$$s_{ys} = 0.577s_y$$

Entonces el factor de seguridad del tornillo es:

$$N_{fs} = 10.37$$

(Alva Davila, 2008) Define al esfuerzo equivalente máximo como:

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{ct}}{2} \right)^2 + \tau_T^2} \quad (4.67)$$
$$\tau_{max} = 19.224 \text{ Mpa}$$

Utilizando el factor de seguridad calculado:

$$\frac{s_y}{N_{fs}} \geq \tau_{max} \quad (4.68)$$

$$35.679 \text{ [MPa]} \geq \tau_{max}$$

Utilizando el mismo factor de seguridad en el análisis de resistencia del filete de la rosca tanto para el tornillo como para la tuerca se pueden verificar el correcto análisis de resistencia.

En resumen, el tornillo de potencia a usar tendrá una rosca ACME de 9.525 mm de diámetro y una tuerca fabricada en bronce fosforado SAE 65.

4.4. Análisis de la volante de inercia

La volante de inercia es un elemento mecánico totalmente pasivo que aporta al sistema una inercia adicional de modo que nos permita almacenar energía cinética. También se opone a las aceleraciones bruscas en el movimiento rotativo de manera que logra reducir las fluctuaciones de



la velocidad angular, es decir que suaviza el flujo de energía entre una fuente de potencia y su carga.

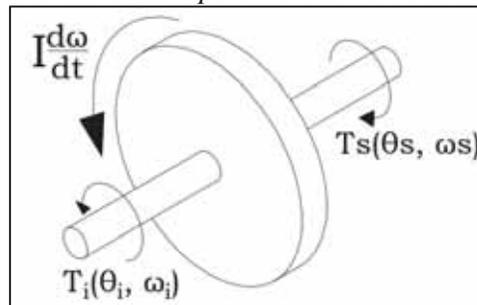
Para nuestro diseño estableceremos el comportamiento físico de la volante de inercia de forma simplificada y evaluaremos el comportamiento cuando el fluido nos proporcione un par torsor, el cual debe ser constante.

4.4.1. Transferencia de energía del volante

La energía cinética del sistema rotatorio (eje de la turbina – generador) esquematizada en la figura 129 es:

$$E_c = I_m \frac{\omega^2}{2} \quad (4. 69)$$

Figura 129 *Parámetros de operación de la volante de inercia.*



Fuente: Elaboracion Propia.

T_s : Momento de torsión de salida o par de torsión medio de accionamiento correspondiente a una coordenada θ_s .

ω_i : Velocidad angular de entrada correspondiente a una coordenada θ_i .

ω_s : Velocidad angular de salida correspondiente a una coordenada θ_s .

I : Momento de inercia del rodete.

Se toma arbitrariamente los sentidos de los momentos de torsión para obtener la expresión de la ecuación de movimiento de la volante de inercia.

$$\sum M_o = 0$$



$$T_i - T_s - I\ddot{\theta} = 0$$

$$I_m \frac{d\omega}{dt} = T_i - T_s \quad (4.70)$$

Utilizando el método matemático de la cadena y estableciendo que el par de torsión motor de diseño debe equivaler al par torsor promedio del sistema, la anterior expresión se puede expresar como:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\omega}{d\alpha} \omega$$

$$T_i - T_m = I_m \omega \frac{d\omega}{d\alpha}$$

$$(T_i - T_m) d\alpha = I_m \omega d\omega$$

$$\underbrace{\int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} (T_i - T_m) d\alpha}_{\text{Cambio de la energía almacenada en la volante de inercia.}} = \underbrace{\int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} I_m \omega d\omega}_{\text{Variación de la energía cinética entre las velocidades máximas y mínimas del eje.}} \quad (4.71)$$

La expresión del lado izquierdo nos representa la variación de la energía cinética que experimenta la volante en función de las velocidades máximas y mínimas será:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} I_m (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) \quad (4.72)$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} I_m [(\omega_{\max} + \omega_{\min})(\omega_{\max} - \omega_{\min})]$$

Definimos la velocidad angular media es:

$$\omega_m = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} \quad (4.73)$$

Por lo que la ecuación anterior quedaría como:

$$\Delta E_c = I_m \omega_m (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \quad (4.74)$$



4.4.2. Grado de irregularidad o coeficiente de fluctuación

El grado de fluctuación (ϵ) es un grado de irregularidad que nos indica la amplitud con la que varía la velocidad angular respecto a la velocidad angular media, lo que quiere decir que cuando más grande sea este valor, más irregular será el funcionamiento de la turbina. Este valor dependerá de las características de la máquina y el servicio que ofrecerá. Dubbel recomienda los siguientes valores: (Estupiñam Merchan , 2015)

Tabla 27
Valores recomendados del coeficiente de fluctuación

Coeficientes de Fluctuación	
Hélices de buques (por medio de motores)	0.05
Máquinas de corte, bombas	0.04
Mecanismos de transmisión de talleres	0.0285
Telares, máquinas de fábricas papeleras.	0.025
Molinos de moliendas.	0.02
Maquinaria de hilar para números de hilos bajos.	0.0167
Maquinaria de hilar para números de hilos altos.	0.01
Generadores de corriente continua para alumbrado	0.00833
Generadores de corriente alterna para conexión en paralelo.	0.00333

Fuente (Estupiñam Merchan , 2015)

$$\epsilon = \frac{\omega_{\text{máx}} - \omega_{\text{mín}}}{\omega_m} \quad (4.75)$$

Reemplazando en la ecuación (4.74)

$$\Delta E_c = I_m \epsilon \omega_m^2 \quad (4.76)$$

Esta expresión es fundamental para el diseño de la volante y podemos interpretar que cuanto mayor es el momento de inercia para una variación determinada de la energía cinética, menor es el grado de fluctuación o irregularidad de la máquina lo que nos permite obtener un funcionamiento más uniforme.



4.4.3. Dimensionamiento de la volante de Inercia

Potencia Hidráulica de la turbina	P_H	3.265 kW
Potencia en el eje	P_M	2.775 kW
Potencia eléctrica	P_E	2.719 kW

El material a emplear para el diseño de la volante es un acero AISI 1020 con una densidad ($\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$).

$$\omega_{\max} = \frac{2\pi n}{60} = 188.495 \text{ rad/s} \quad (4.77)$$

$$\omega_{\max} = 188.495 \text{ Hz}$$

De la tabla de valores de grados de fluctuación, escogemos el valor de $\delta = 0.04$ para determinar el valor de la rotación mínima fluctuante. (Usando la ecuación 4.73)

$$\omega_m = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}$$

$$\epsilon = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_m} = 0.04$$

$$\omega_{\min} = 181.103 \text{ Hz}$$

La velocidad promedio seria:

$$\omega_m = 184.799 \text{ Hz}$$

La energía cinética en función de la potencia del eje:

$$P_{\text{eje}} = E_c \omega_m \quad (4.78)$$

$$E_c = \frac{P_{\text{eje}}}{\omega_m}$$

$$E_c = 15.016 \text{ J}$$

De la ecuación (4.76), despejamos el momento de inercia de la volante:



$$I_m = \frac{E_c}{\delta\omega_m^2}$$

$$I_m = 0.0109 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Si consideramos un disco macizo de longitud ($l_w = 0.0127 \text{ m}$).

$$I_m = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \rho_{\text{vol}} (V_{\text{vol}}) r_{\text{vol}}^2 \quad (4.79)$$

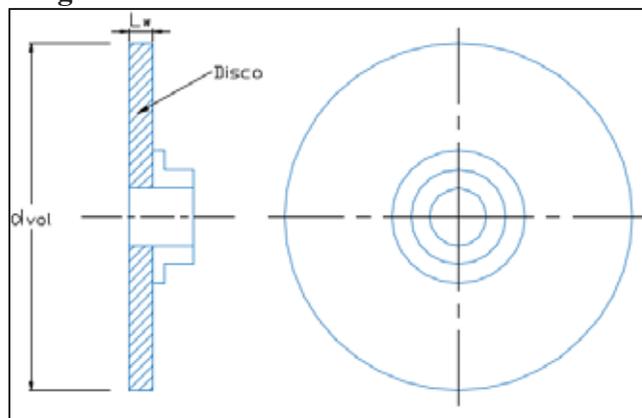
$$I_m = \left(\frac{1}{2} \pi r_{\text{vol}}^4 l_w \right) \rho_{\text{vol}}$$

$$r_{\text{vol}} = \sqrt[4]{\frac{2I_m}{\pi l_w \rho_{\text{vol}}}}$$

$$r_{\text{vol}} = 131.310 \text{ mm}$$

$$d_{\text{vol}} = 262.62 \text{ mm}$$

Figura 130 Detalles de la volante de inercia



Fuente: Elaboracion Propia

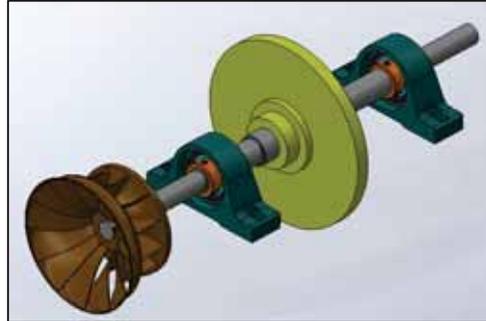
4.5. Diseño del eje

El eje es un elemento giratorio sobre el cual se montara rodete, el elemento más importante de nuestro sistema hidráulico y aunque el diseño de los ejes es solo un caso particular del diseño bajo determinadas condiciones de carga, su diseño es muy fundamental e importante por lo que su



análisis y cálculo se realiza teniendo en cuenta diferentes criterios que a continuación se desarrollan.

Figura 131 Vista 3D montaje del eje

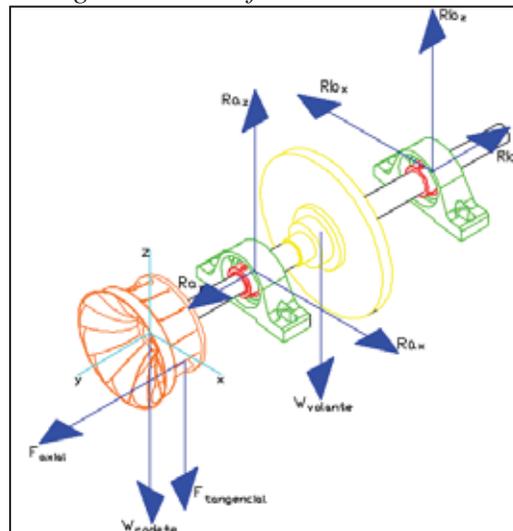


Fuente: Elaboración propia

4.5.1. Cálculo del eje por fatiga según el código ASME

Las fuerzas que actúan sobre el eje para el análisis correspondiente se pueden esquematizar de la siguiente forma:

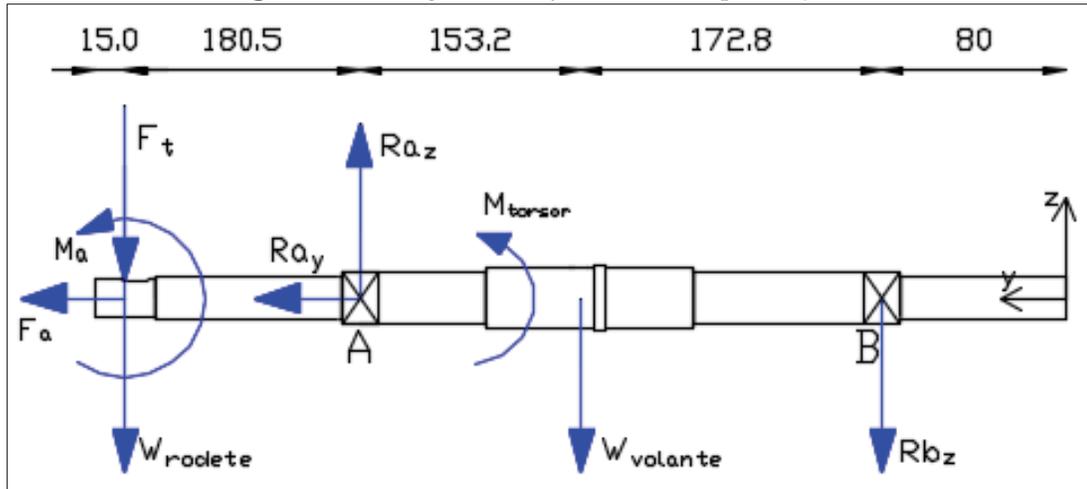
Figura 132 Diagrama 3D de fuerzas actuantes sobre el eje



Fuente: Elaboración propia



Figura 133 Diagrama de fuerzas en el plano y-z



Fuente: Elaboración propia

$$F_t = 26.728 \text{ N}$$

$$F_a = 18.039 \text{ N}$$

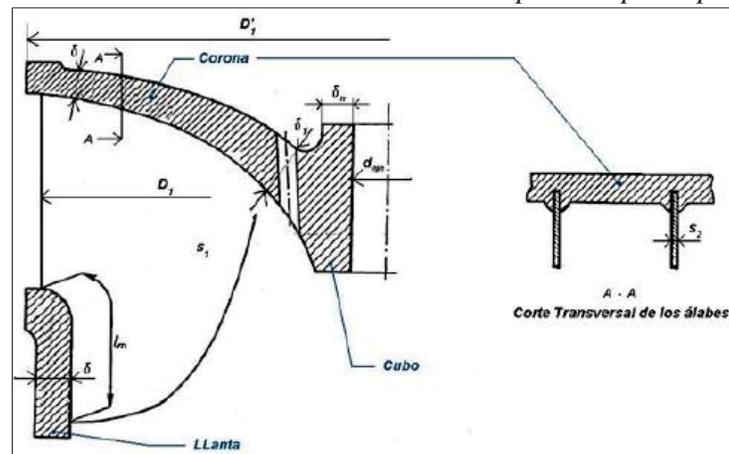
$$M_a = 1.394 \text{ N} - \text{m}$$

4.5.1.1. Determinación del peso del rodete

Volumen del rotor

(Nechleva , 1957) En su libro de turbinas hidráulicas estima el volumen del rotor mediante la siguiente expresión:

Figura 134 Corte Transversal del rotor - Espesores principales



Fuente: (Nechleva , 1957)



$$V_{\text{rotor}} = [s_2 R_{2e} (l_m + b) z_{\text{alabes}}] + [\pi D_{2e}^2 \delta] + [\pi (l_m \delta_1 D_{2e})] \quad (4.80)$$

$$V_{\text{rotor}} = 444203.821 \text{ mm}^3$$

Masa del rotor

$$m_{\text{rotor}} = \rho_{\text{br-al}} \times (V_{\text{rotor}}) \quad (4.81)$$

$$m_{\text{rotor}} = 3.487 \text{ kg}$$

Peso del rotor

$$W_{\text{rotor}} = m_{\text{rotor}} \times g \quad (4.82)$$

$$W_{\text{rotor}} = 34.207 \text{ N}$$

El peso de la volante de inercia

$$V_{\text{vol}} = \pi r_{\text{vol}}^2 l_w \quad (4.83)$$

$$V_{\text{vol}} = 0.000332 \text{ m}^3$$

$$W_{\text{volante}} = 25.649 \text{ N}$$

Los diagramas de carga y momentos flectores se muestran en la figura 4.29, teniendo en cuenta que las fuerzas de la turbina como concentradas.

$$\uparrow (+) \sum F_z = F_t + R_{az} - W_{\text{vol}} - R_{bz} - W_{\text{rotor}} = 0$$

$$R_{az} - R_{bz} = W_{\text{vol}} + W_{\text{rotor}} + F_t$$

$$R_{az} - R_{bz} = 86.584 \text{ [N]}$$

$$\rightarrow (+) \sum F_y = -R_{ay} + R_{by} - F_a = 0$$

$$R_{ay} = -F_a$$

$$\sum M_b = 0$$

$$180.5(F_t) + 180.5(W_{\text{rodete}}) + M_a = 153.2(W_{\text{volante}}) + 326R_{bz}$$



$$R_{bz} = 25.961 \text{ N} \downarrow$$

$$R_{az} = 112.545 \text{ N} \uparrow$$

$$R_{ay} = 18.039 \text{ N} \rightarrow$$

El material que seleccionaremos será un acero comercial AISI 1020 por la fácil maquinabilidad que posee a diferencia de los demás aceros.

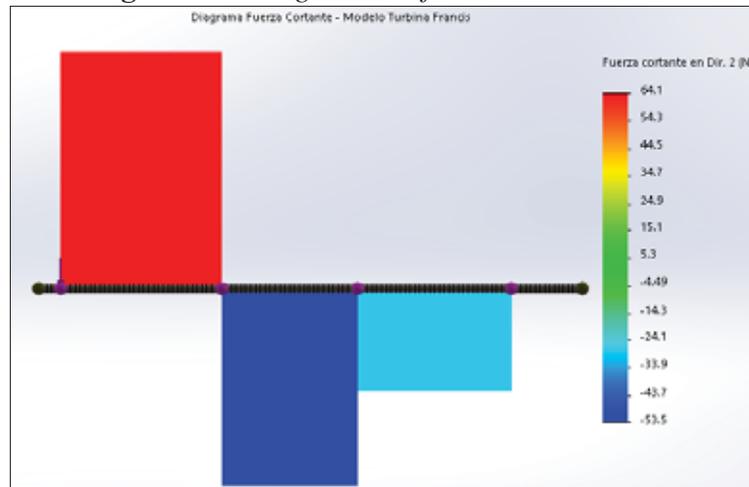
Tabla 28

Propiedades mecánicas material eje principal

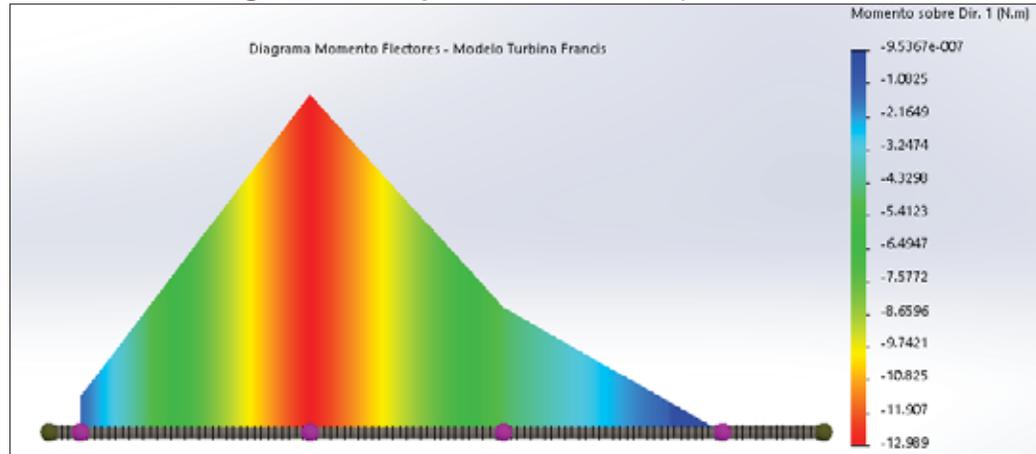
ASTM A-36	
s_y	250 Mpa
s_u	400 Mpa

Fuente: Aceros Bolher

Figura 135 *Diagrama de fuerzas cortantes*



Fuente: Elaboración propia

**Figura 136** Diagrama de momentos flectores.

Fuente: Elaboración propia

4.5.1.2. Cálculo del esfuerzo cortante

El esfuerzo cortante es una causa del momento torsor al que está sometido nuestro eje y el valor se obtiene a partir de la potencia transmitida mediante la siguiente expresión:

$$M_t = \frac{P_{\text{eje}}}{\text{RPM}} = \frac{(60)(2.775 \text{ kW})}{2\pi(1800 \text{ rpm})} \quad (4.84)$$

$$M_t = 14.721 \text{ N} - \text{m}$$

Para el cálculo del momento flector utilizamos la figura 136 y se tiene que:

$$M_{f(\text{máx})} = 12.989 \text{ N} - \text{m}$$

El eje se dimensionara siguiendo el código ASME, el cual se encuentra desarrollado como se muestra en la ecuación (4.85), (Alva Davila, 2008), por lo que se utilizara la siguiente expresión.

$$S_{sd} = \frac{16}{\pi(d_{\text{eje}})^3} \sqrt{(k_m M_{f(\text{máx})})^2 + (k_t M_t)^2} \quad (4.85)$$

El esfuerzo permisible a corte (S_{sd}) toma el menor valor de las siguientes expresiones:

$$S_{sd} = 0.3s_y \quad \text{ó} \quad S_{sd} = 0.18s_u$$

$$S_{sd} = 0.3 \times 250 \text{ [MPa]} = 75 \text{ Mpa}$$

$$S_{sd} = 0.18 \times 400 \text{ [MPa]} = 72 \text{ Mpa}$$



En nuestro eje existe un canal chavetero y rosca para el ajuste axial de la carga y se debe multiplicar al valor del esfuerzo permisible un factor de 0.75

$$S_{sd} = 72 \text{ [MPa]} \times 0.75 = 54 \text{ Mpa}$$

Los factores de momento y de torsión utilizados en el cálculo por resistencia de ejes recomendados por la ASME son:

Tabla 29
Factores de momento flector y torsión para el cálculo de ejes

Tipo de carga	k_m	k_t
Eje estacionario		
♣ Carga aplicada gradualmente.	1.0	1.0
♣ Carga aplicada súbitamente.	1.5 – 2.0	1.5 -2.0
Eje giratorio		
♣ Carga aplicada gradualmente.	1.5	1.0
♣ Carga constante.	1.5	1.0
♣ Carga súbitamente aplicada con choques menores.	1.5 – 2.0	1.0 – 1.5
♣ Carga súbitamente con choques fuertes.	2.0 – 3.0	1.5 – 3.0

Fuente: (Alva Davila, 2008)

Debido a que nuestra turbina está sometida a variaciones de presión de forma constante y por el tipo de graduación del fluido circulante alrededor de la turbina elegimos los siguientes factores:

$$k_m = 3.0 \qquad k_t = 2.5$$

Insertando los valores en nuestra ecuación de cálculo del eje por resistencia tenemos:

$$d_{\text{eje}} = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi S_{sd}} \sqrt{(k_m M_{f(\text{máx})})^2 + (k_t M_t)^2}}$$

$$d_{\text{eje}} = 17.16 \text{ mm}$$

Se aproxima a un eje de diámetro de 19.05 mm

4.5.2. Cálculo del diámetro del eje bajo condiciones de fatiga

(Shigley, 2008) Desarrolla el análisis de resistencia a la fatiga mediante la siguiente expresión:



$$S_e = k_a k_b k_r k_t k_e k_f S_e' \quad (4.86)$$

k_a : Factor de acabado superficial.

$$k_a = a S_{ut}^b \quad (4.87)$$

Para un acabado de maquinado se considera ($a = 4.51$) y ($b = -0.265$), [ver anexos]

$$k_a = 0.922$$

k_b : Factor de tamaño.

$$k_b = \begin{cases} 0.879d^{-0.107} & 0.11 \leq d \leq 2 \text{ in} \\ 0.91d^{-0.157} & 2 \leq d \leq 10 \text{ in} \\ 1.24d^{-0.107} & 2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm} \\ 1.51d^{-0.157} & 51 \leq d \leq 254 \text{ mm} \end{cases} \quad (4.88)$$

Asumimos el primer término con el criterio del tamaño de eje que se obtuvo de la ecuación ASME.

$$k_b = 0.879d^{-0.107}, \quad d \leq 2 \text{ in}$$

$$k_b = 0.906$$

k_c : Factor de carga.

$$k_c = 1$$

k_d : Factor de temperatura. (Temperatura de trabajo = 30°C)

$$k_d = 0.975 + 0.432(10^{-3})T_{oF} - 0.115(10^{-5})T_{oF}^2 + 0.104(10^{-8})T_{oF}^3 - 0.595(10^{-12})T_{oF}^4 \quad (4.89)$$

$$k_d = 1.006$$

k_e : Factor de confiabilidad.

$$k_e = 1 - 0.08Z_a \quad (4.90)$$

$z_a = 2.326$ Para una confiabilidad del 99% [Ver anexos]

$$k_e = 0.814$$



k_f : Factor de efectos varios.

♣ $k_1 = 1.2$ (Chavetero).

♣ $k_2 = 1$ (Interferencia).

♣ $k_3 = 1.4$ (Corrosión).

$$k_f = 1.68$$

S'_e : Límite de resistencia a la fatiga.

$$S'_e = \begin{cases} 0.5 S_{ut} & S_{ut} \leq 200 \text{ kpsi (1400 MPa)} \\ 100 \text{ kpsi} & S_{ut} > 200 \text{ kpsi} \\ 700 \text{ MPa} & S_{ut} > 1400 \text{ MPa} \end{cases} \quad (4.91)$$

Donde S_{ut} representa la resistencia ultima a la tensión y para nuestro caso (AISI 1020 es de 400 [MPa]).

$$S'_e = 0.5 \times 400 = 200 \text{ Mpa}$$

Reemplazamos todos los valores en la ecuación (4.86)

$$S_e = 229.837 \text{ Mpa}$$

Criterio de falla de Soderberg. (Máximo esfuerzo de corte), siendo este el criterio más conservador. (Shigley, 2008)

$$d_{\min} = \left[\left[\frac{32 \times n}{\pi} \right] \sqrt{\left(\frac{M_t}{S_y} \right)^2 + \left(\frac{M_{f\max}}{S_e} \right)^2} \right]^{1/3} \quad (4.92)$$

El factor de seguridad se calcula a partir de considerar una carga estática sobre el eje, es decir sin considerar los efectos dinámicos, entonces:

$$\frac{1}{n_s} = \frac{32}{\pi d_{\text{eje}}^3 (S_y)} \sqrt{(M_{f\max})^2 + (M_t)^2} \quad (4.93)$$

Considerando el eje determinado de la ecuación ASME se tiene que el factor de seguridad seria:

$$n_s = 8.642$$



Reemplazando en la expresión de Soderberg.

$$d_{\min} = \left[\left[\frac{32 \times 10}{\pi} \right] \sqrt{\left(\frac{14.721}{250 \times 10^6} \right)^2 + \left(\frac{12.989}{229.837 \times 10^6} \right)^2} \right]^{1/3}$$

$$d_{\min} = 19.29 \text{ mm}$$

Ahora aplicamos el método de la máxima energía de distorsión de Soderberg, el cual a diferencia del anterior nos ofrece un mejor ajuste a la realidad.

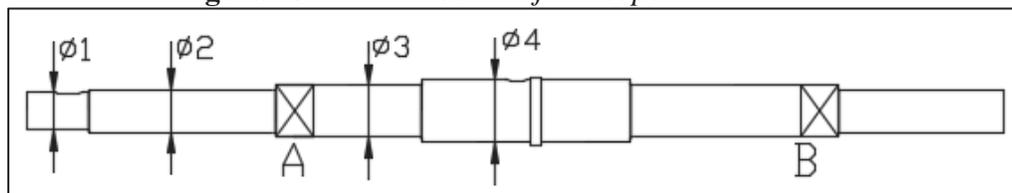
$$d_{\min} = \left[\left[\frac{27.733 \times n}{\pi} \right] \sqrt{\left(\frac{M_t}{S_y} \right)^2 + \left(\frac{M_{f\text{máx}}}{S_e} \right)^2} \right]^{1/3}$$

$$d_{\min} = 18.3 \text{ mm}$$

Usamos un eje de 19.05 mm fabricado de un material AISI 1020

Conocido un diámetro mínimo del eje en su sección más tensionada, se procede a establecer las diferentes características que intervienen en el funcionamiento del eje, dichas características son los diámetros necesarios para desarrollar los apoyos, la turbina y la volante de inercia. En la siguiente imagen se puede detallar los diferentes diámetros presentes en el eje.

Figura 137 Diámetros del eje de soporte de la TF



Fuente: Elaboración Propia

El límite de fatiga de la aplicación era:

$$S_e = 229.837 \text{ Mpa}$$



Con este valor determinado calculamos los factores propios en diferentes lugares donde se aplica la carga axial y cortante, momentos flectores y momentos torsor de la transmisión de potencia. Las relaciones entre los diámetros así como la relación con el radio de acuerdo (1 mm) son:

$$\frac{D}{d} = 1.1 ; \quad \frac{r}{d} = 0.05$$

Para el análisis se considera los datos determinados por el pre dimensionado y se calcula de forma independiente los factores de carga y concentrador de tensiones en cada punto de acción. (Shigley, 2008)

Factor de carga debido al esfuerzo axial: [Ver anexos]

$$K_{ca} = 0.923 \rightarrow s_u \leq 1520 \text{ MPa}$$

Factor de carga debido al esfuerzo de flexión. [Ver anexos]

$$K_{cf} = 0.923$$

Factor de carga debido al esfuerzo de torsión: [Ver anexos]

$$K_{ct} = 0.577$$

El factor de concentración de esfuerzos es:

$$K_e = 1/K_f$$

$$K_f = 1 + q(K_t - 1)$$

De la gráfica sensibilidad de la muesca a flexión y torsión (ver anexo apéndice 1) se obtiene el mismo valor tanto para flexión como para tensión.

$$q_t = q_f = 0.61 \rightarrow s_u = 0.230 \text{ Mpa}$$

De la grafica de concentrador de entalle circular a tracción (ver anexo apéndice 1) se tiene.

$$K_t = 2.7$$



Con lo que:

$$K_{ft} = 1 + q_t(K_{tt} - 1) = 2.037$$

$$K_{et} = 1/K_{ft} = 0.491$$

Para el caso del esfuerzo de flexión, según el diagrama de concentrador de entalle circular a flexión se tiene (ver anexo apéndice 1).

$$K_{tf} = 2.0$$

$$q_f = 0.61$$

Quedando:

$$K_{ff} = 1 + q_f(K_t - 1) = 1.61$$

$$K_{ef} = 1/K_{ff} = 0.621$$

Para el caso del concentrador por parte del esfuerzo de torsión, según el diagrama de sensibilidad de la muesca en torsión (ver anexo apéndice 1), se tiene.

$$q_{to} = 0.85 \rightarrow HB \leq 200$$

Por último, el factor de concentrador de esfuerzos a torsión debido a variación diametral (ver anexo apéndice 1) es:

$$K_{tto} = 1.31$$

Con lo que:

$$K_{fto} = 1 + q_{to}(K_{tto} - 1) = 1.263$$

$$K_{eto} = 0.791$$

Con los concentradores obtenidos por cada situación determinamos las expresiones para cada punto de aplicación de tensiones sobre el eje y como lo anterior lo expresamos para cada tipo de esfuerzo existente.

La tensión normal debido al esfuerzo axial tiene la siguiente expresión:



$$[\sigma_t] = \frac{F_a}{A} \left(\frac{1}{K_{ct}} \right) \left(\frac{1}{K_{et}} \right) = \left(\frac{F_a}{\pi(d_2^2 - d_1^2)/4} \right) \left(\frac{1}{K_{ct} \times K_{et}} \right) \quad (4.94)$$

$$[\sigma_t] = \frac{50.680}{(d_2^2 - d_1^2)}$$

Para el caso del esfuerzo debido a la flexión se tiene la siguiente expresión:

$$[\sigma_f] = \frac{M \times e}{I} \left(\frac{1}{K_{cf}} \right) \left(\frac{1}{K_{ef}} \right) = \left(\frac{M_{f(\text{máx})} \times d_2}{\frac{\pi}{32} (d_2^4 - d_1^4)} \right) \left(\frac{1}{K_{cf}} \right) \left(\frac{1}{K_{ef}} \right) \quad (4.95)$$

$$[\sigma_f] = \frac{213.05 \times d_2}{d_2^4 - d_1^4}$$

El esfuerzo tangencial debido momento torsor tiene la siguiente expresión:

$$[\tau_{to}] = \frac{M_t(d_2/2)}{J_0} \left(\frac{1}{K_{cto}} \right) \left(\frac{1}{K_{eto}} \right) = \left(\frac{M_t \times d_2}{\frac{\pi}{16} (d_2^4 - d_1^4)} \right) \left(\frac{1}{K_{cto}} \right) \left(\frac{1}{K_{eto}} \right) \quad (4.96)$$

$$[\tau_{to}] = \frac{164.268 \times d_2}{d_2^4 - d_1^4}$$

Aplicando el criterio de energía de distorsión ó Von Mises para una tensión equivalente relacionado con carga por tensión, flexión y momento de torsión.

Para efectuar el cálculo se aplican los esfuerzos constantes y fluctuantes que son los causantes de los esfuerzos alternantes y estáticas. Para el análisis los esfuerzos normales máximos son la tensión producto de la carga axial y el esfuerzo producto del momento flector y las mínimas también corresponden a estos. Las tensiones tangenciales mínimas y máximas son producto únicamente al momento torsor, con lo mencionado obtenemos las siguientes expresiones: (L. Norton, 2011).

$$\sigma_{\text{máx}} = \sigma_{\text{axial}} + \sigma_{\text{fluencia}} \quad (4.97)$$

El esfuerzo mínimo se da bajo la línea neutra y tiene la expresión:



$$\sigma_{\min} = \sigma_{\text{axial}} - \sigma_{\text{fluencia}} \quad (4.98)$$

El esfuerzo debido al momento torsor es contante en toda la sección y tiene la siguiente expresión:

$$\tau_{\text{máx}} = \tau_{\text{min}} = \tau_{\text{torsión}} \quad (4.99)$$

Los esfuerzos normales medios y alternantes son:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\text{máx}} + \sigma_{\text{min}}}{2} = \frac{(\sigma_f + \sigma_t) + (\sigma_f - \sigma_t)}{2} = \sigma_t \quad (4.100)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\text{máx}} - \sigma_{\text{min}}}{2} = \frac{(\sigma_f + \sigma_t) - (\sigma_f - \sigma_t)}{2} = \sigma_f \quad (4.101)$$

Los esfuerzos tangenciales medios y alternantes son:

$$\tau_m = \frac{\tau_{\text{máx}} + \tau_{\text{min}}}{2} = \frac{\tau_{\text{to}} + \tau_{\text{to}}}{2} = \tau_{\text{to}} \quad (4.102)$$

$$\tau_a = \frac{\tau_{\text{máx}} - \tau_{\text{min}}}{2} = \frac{\tau_{\text{to}} - \tau_{\text{to}}}{2} = 0 \quad (4.103)$$

Las tensiones principales a partir de las obtenidas considerando un sistema biaxial como establece el criterio de distorsión máxima es: (L. Norton, 2011)

Las tensiones medias son:

$$\sigma_{(1-2)m} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4.104)$$

$$\sigma_{1m} = \frac{\sigma_t + \sqrt{\sigma_t^2 + \tau_{\text{to}}^2}}{2} \quad (4.105)$$

$$\sigma_{2m} = \frac{\sigma_t - \sqrt{\sigma_t^2 + \tau_{\text{to}}^2}}{2} \quad (4.106)$$

$$\sigma_{1m} > \sigma_{2m}$$

Las tensiones alternantes:



$$\sigma_{(1-2)a} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4.107)$$

$$\sigma_{1a} = \sigma_f \quad (4.108)$$

$$\sigma_{2a} = 0 \quad (4.109)$$

$$\sigma_{1a} > \sigma_{2a}$$

Aplicando el criterio de Von Mises para los esfuerzos medios ya mencionado anteriormente para un estado biaxial. (L. Norton, 2011)

$$\sigma_{em} = \sqrt{(\sigma_{1m})^2 - \sigma_{1m}\sigma_{2m} + \sigma_{2m}^2} \quad (4.110)$$

$$\sigma_{em} = \sqrt{\sigma_t^2 + 3\tau_{to}^2} \quad (4.111)$$

Para los esfuerzos alternantes es:

$$\sigma_{ea} = \sqrt{(\sigma_{1a})^2 - \sigma_{1a}\sigma_{2a} + \sigma_{2a}^2} \quad (4.112)$$

$$\sigma_{em} = \sigma_f \quad (4.113)$$

Utilizando la expresión de Goodman con los esfuerzos determinados podremos establecer el diámetro consecutivo o siguiente.

$$\frac{\sigma_{ea}}{S_e} + \frac{\sigma_{em}}{S_u} = \frac{1}{n_s} \quad (4.114)$$

Reemplazando todos los valores en la ecuación (4.114)

$$\frac{213.05 \times d_2}{d_2^4 - (0.018)^4} + \frac{\sqrt{\left(\frac{50.680}{(d_2^2 - (0.018)^2)}\right)^2 + 3\left(\frac{164.268 \times d_2}{d_2^4 - (0.018)^4}\right)^2}}{450 \times 10^6} = \frac{1}{n_s}$$

$$d_2 = 22.852 \text{ mm}$$

De esta forma se determina una variación del diámetro en la ubicación de los rodamientos, para lo cual escogemos un diámetro estándar.

$$d_3 = 25 \text{ mm}$$



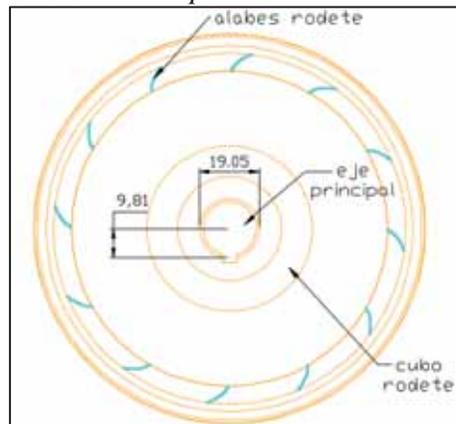
Para el siguiente diámetro d_4 se asume los temas técnicos de ensamble, para lo cual por experiencia de montaje de elementos mecánicos sobre un eje, solo se debe tener en cuenta que debe ser de mayor diámetro.

Por recomendaciones se asume un diámetro ($d_4 = 30$ mm) donde se ubica la volante de inercia para cuestiones de montaje y desmontaje sin interferencia.

4.5.3. Cálculo de chavetas o cuñas

Seleccionamos la cuña para el rodete usando el diámetro calculado previamente.

Figura 138 Detalle posicionamiento chaveta



Fuente: Elaboración propia

$$M_t = F_{ch} \times r_{ch} \quad (4.115)$$

$$F_{ch} = 1500.611 \text{ N}$$

El análisis por fuerza cortante.

$$\tau_s = \frac{F_{ch}}{A_t} \quad (4.116)$$

De la tabla 29 podemos establecer las dimensionales de las chavetas para nuestro eje calculado.



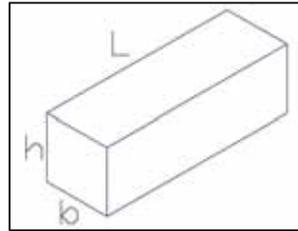
Tabla 30
Dimensiones elemento transmisor de potencia

Diámetro del eje (pulg)	Ancho (pulg)	Altura (pulg)	
		Cuadrada	Plana
5/8 – 7/8	3/16	3/16	1/8

Fuente (Alva Davila, 2008)

Se elige una cuña de sección cuadrada, por lo cual:

Figura 139 *Detalle 3D chaveta*



Fuente: Elaboración propia

$$h = b = 3/16 \text{ in}$$

$$\tau_s = \frac{1500.611}{(3/16) \times 0.0254 \times L_{ch}} = \frac{0.315}{L_{ch}} \text{ MPa}$$

La resistencia al corte es:

$$\tau_s = \frac{0.315}{L_{ch}} \leq \frac{\tau_{cc}}{CS} \quad (4.117)$$

Donde τ_{cc} representa la resistencia corte y se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\tau_{cc} = 0.5s_y \quad (4.118)$$

Usaremos un material acero A-36

$$\tau_{cc} = 0.5 \times 250 = 125 \text{ MPa}$$

Consideramos un coeficiente de seguridad de $CS = 4.5$

$$\frac{0.315}{L_{ch}} \leq 27.77$$

$$L_{ch} \geq 11.3 \text{ mm}$$

El análisis por aplastamiento.



La tensión de compresión sobre las caras laterales de la chaveta.

$$\sigma_{ap} = \frac{F_{ch}}{A_{ap}} \quad (4.119)$$

$$\sigma_{ap} = \frac{1500.611}{(3/16) \times 0.0254 \times L_{ch}} = \frac{0.315}{L_{ch}} \text{ MPa}$$

$$\sigma_{ap} = 2 \times s_u = 900 \text{ [MPa]} \quad (4.120)$$

Consideramos un coeficiente de seguridad de $CS = 4.5$

$$\frac{\sigma_{ap}}{CS} \geq \frac{0.315}{L_{ch}} \quad (4.121)$$

$$L_{ch} \geq 1.57 \text{ mm}$$

Finalmente escogemos la longitud más desfavorable obtenida de ambos casos.

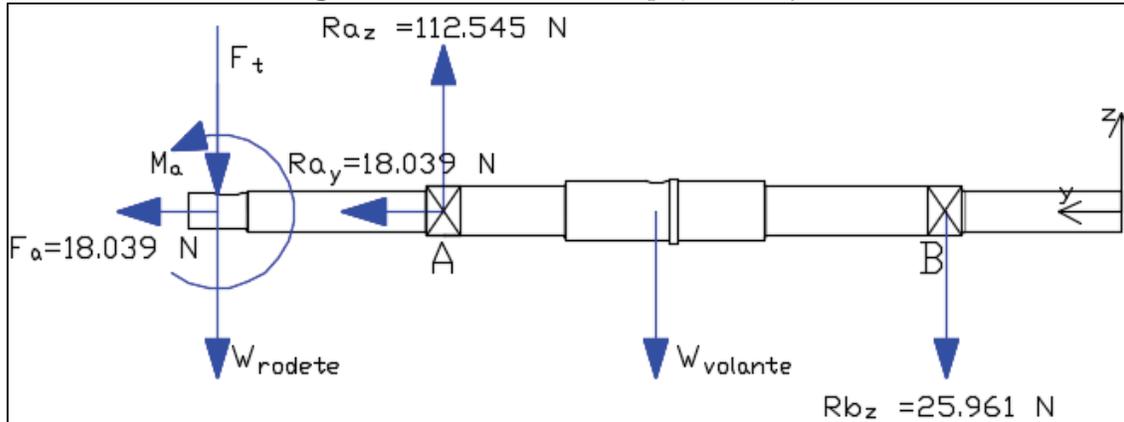
$$L_{ch} \geq 11.3 \text{ mm}$$

4.6. Selección de rodamientos

Los rodamientos son los apoyos que tendrá el eje, como ya se ha visto en el diagrama de fuerzas el eje consta de dos apoyos por lo tanto dos rodamientos (A y B). Para nuestro sistema se ha optado por usar un rodamiento de tipo cónico con el fin de absorber las cargas axiales que describe el rodete producto de la transferencia energética del fluido y el otro rodamiento será del tipo rodillos debido a que solo soportaría carga radial.



Figura 140 Fuerzas en los apoyos del eje



Fuente: Elaboración Propia.

El tamaño del rodamiento para las características ya descritas se determina en base a su capacidad de carga respecto a las cargas que ha de soportar, la duración y la fiabilidad.

Cálculo de la vida nominal (L)

Duración expresada en millones de revoluciones.

$$L = 60 \times 10^{-6} (\text{RPM}_{\text{eje}}) L_h \tag{4.122}$$

L_h , representa la duración nominal en horas de servicio y Alva Dávila propone diferentes valores de este parámetro para diferentes tipos de máquinas, se escoge un caso similar:

Tabla 31
Duración nominal de los rodamientos

Clase de maquina	Horas
Máquinas para trabajo continuo, 24 horas al día, maquinaria eléctrica de tamaño medio, compresoras, winches de extracción para minas, bombas, maquinaria textil, caja de engranajes para laminadoras.	40000 - 50000

Fuente: (Alva Davila, 2008)

$$L = 4860$$

Por otro lado, la fiabilidad (R) se determina como:

$$R_{\text{sistema}} = 0.95$$

$$R = \sqrt{R_{\text{sistema}}} = 0.974$$



Se calcula la seguridad de carga requerida:

$$\frac{C}{P} = L^{1/p} \tag{4.123}$$

$$p = \begin{cases} 3 & \text{Rodamientos de bolas} \\ 10/3 & \text{Rodamientos de rodillos} \end{cases}$$

$$\frac{C}{P} = 12.764$$

4.6.1. Selección rodamiento tipo cónico de una hilera

Este tipo de rodamiento se utilizara para el punto A, lugar donde hay mayor presencia de carga axial.

Figura 141 Selección de Rodamientos

Design	Thrust Condition	Axial Load	Dynamic Equivalent Radial Load
	$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} \leq \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} + F_{ae}$	$F_{eA} = \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} + F_{ae}$ $F_{eB} = \frac{0.47 F_{rB}}{K_B}$	$P_A = 0.4 F_{rA} + K_A F_{eA}^{(1)}$ $P_B = F_{rB}$
	$\frac{0.47 F_{rA}}{K_A} > \frac{0.47 F_{rB}}{K_B} + F_{ae}$	$F_{eA} = \frac{0.47 F_{rA}}{K_A}$ $F_{eB} = \frac{0.47 F_{rA}}{K_A} - F_{ae}$	$P_A = F_{rA}$ $P_B = 0.4 F_{rB} + K_B F_{eB}^{(1)}$

Fuente: SK.

Si establecemos la relación de cargas ($F_a/F_r < 0$), tendríamos que:

$$(X = 1), (Y = 0)$$

Con lo cual la carga equivalente en el punto A seria:

$$P_A = 112.545 \text{ N}$$

$$P_B = 25.961 \text{ N}$$

La capacidad de carga dinámica usando la ecuación (4.123) requerida en dicho punto seria:

$$C_A = 12.764 \times 112.545 \text{ N}$$

$$C_A = 1436.524 \text{ [N]} = 1.437 \text{ KN}$$



$$C_B = 12.764 \times 25.961 \text{ N}$$

$$C_B = 331.366 \text{ [N]} = 0.331 \text{ KN}$$

De las tablas de rodamientos de Alva Dávila, podríamos escoger como primera opción los siguientes rodamientos:

Tabla 32

Características rodamientos tipo cónico

Apoyo	Rodamiento N°	d (mm)	C (KN)	e	Y	(RPM _{máx})
Reacción A	32005 X	25	23.2	0.43	1.6	8500
Reacción A	30205 X	25	26.5	0.37	1.7	8000

Fuente: (Alva Davila, 2008)

Luego se calcula la condición de empuje, de la figura (140) se tiene que:

$$0.47 \left(\frac{F_{rA}}{Y_A} \right) = 0.47 \left(\frac{112.545}{1.6} \right) = 35.170 \text{ N}$$

$$0.47 \left(\frac{F_{rB}}{Y_A} \right) + F_{axial} = 0.47 \left(\frac{25.961}{1.6} \right) + 18.039 = 26.152 \text{ N}$$

Por lo que se cumpliría la segunda hipótesis.

$$0.47 \left(\frac{F_{rA}}{Y_A} \right) > 0.47 \left(\frac{F_{rB}}{Y_A} \right) + F_{axial}$$

El cálculo de la carga axial será:

$$F_{a(A)} = 0.5 \left(\frac{F_{rA}}{Y_A} \right) = 35.170 \text{ N}$$

$$F_{a(B)} = 0.5 \left(\frac{F_{rB}}{Y_A} \right) + F_{axial} = 26.152 \text{ N}$$

La carga radial equivalente:

$$P_A = XF_r + YF_a \quad (4. 124)$$



Según los rodamientos seleccionados por medio de la estimación tenemos un factor de la carga axial de 1.6 y 1.7 respectivamente y siendo 0.4 el factor radial para ambos, tomamos el primer valor.

$$P_A = 0.4 \times F_{rA} + 1.6 \times F_{a(A)}$$

$$P_A = 0.4(112.545) + 1.6(35.170)$$

$$P_A = 101.29 \text{ N}$$

$$P_B = F_{rB} = 25.961 \text{ N}$$

La capacidad dinámica requerida final usando la ecuación (4.123) será

$$C_A = 12.764 \times 101.29 = 1.292 \text{ [KN]} < 20.8 \text{ [KN]} \quad ; \text{ Cumple!}$$

$$C_B = 12.764 \times 25.961 = 0.331 \text{ [KN]} < 20.8 \text{ [KN]} \quad ; \text{ Cumple!}$$

4.6.2. Selección de rodamiento de rodillos cilíndricos

Como se sabe los rodamientos de rodillos cilíndricos solo pueden absorber cargas radiales y por esta razón se podrán utilizar para el punto B donde tendremos únicamente carga radial ya que las cargas axiales son absorbidas por el rodamiento A (cónico).

$$C_B = 12.764 \times 25.961 = 0.331 \text{ KN}$$

Todos los rodamientos de rodillos planteados en las tablas del libro de Alva Dávila cumplen con la capacidad de carga en el punto B, por lo que la elección es independiente.

Para nuestro caso podemos elegir dentro de las series NU 2, NJ 2, NUP 2 y N2.

Tabla 33

Características rodamientos tipo rodillos

Apoyo	Rodamiento N°	d (mm)	D (mm)	B (mm)	C (KN)	(RPM _{máx})
Reacción B	NU 205	25	52	15	15.3	15000
Reacción B	NU 2205	25	52	18	20.8	11500
Reacción B	NU 305	25	62	17	26	9500

Fuente: Alva Dávila



4.7. Cálculo de la estructura soporte de la cámara espiral

4.7.1. Análisis de resistencia del espesor de la cámara espiral.

Pre dimensionado la variación diametral del distribuidor según cálculos hidráulicos, resulta necesario calcular la resistencia mecánica que es capaz de soportar debido a la circulación del fluido en su interior. Su cálculo se puede aproximar o asemejar a la de un modelo de recipiente a presión y se considera cónico debido a que la variación de diámetros produce que las secciones de la cámara se reduzcan a lo largo de su geometría.

Como se ya determino el número total de secciones (diseño hidráulico), se procede a comprobar la resistencia del espesor de la lámina empleada teniendo en cuenta que la unión de las secciones es con una soldadura permanente y que la sección inicial tendrá una brida de unión atornillada para la unión con la válvula tipo bola.

La cámara espiral como ya se mencionó anteriormente se construirá de una lámina o chapa estructural de buena resistencia al desgaste, corrosión y buenas capacidades de soporte al golpeteo que son causantes de las fisuras.

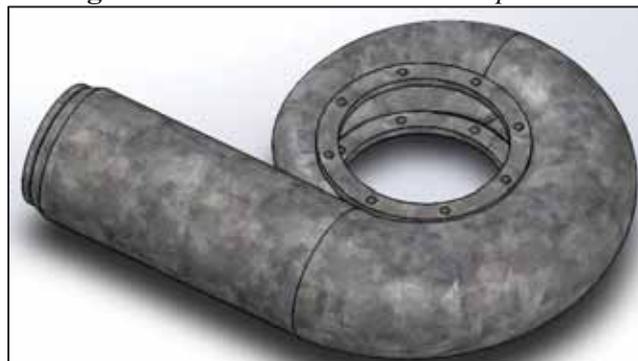
Tabla 34

Propiedades mecánicas material cámara espiral

Acero galvanizado comercial ASTM A-653 CS			
Límite de Fluencia [MPa]	Resistencia ultima [MPa]	Elongación (%)	Dureza (HRB)
205	380	20	60

Fuente: www.acerosarequipa.com

Figura 142 *Modelo 3D cámara espiral*



Fuente: Elaboración Propia.



Para el análisis consideramos los siguientes datos.

$$s_y = 205 \text{ MPa}$$

El coeficiente de seguridad por el tipo de aplicación será:

$$f_{ss} = 2$$

El esfuerzo de trabajo para el análisis será:

$$s'_y = s_y / f_{ss} = 102.5 \text{ MPa}$$

La cámara espiral está sometida a una presión producto del fluido circulante el cual es:

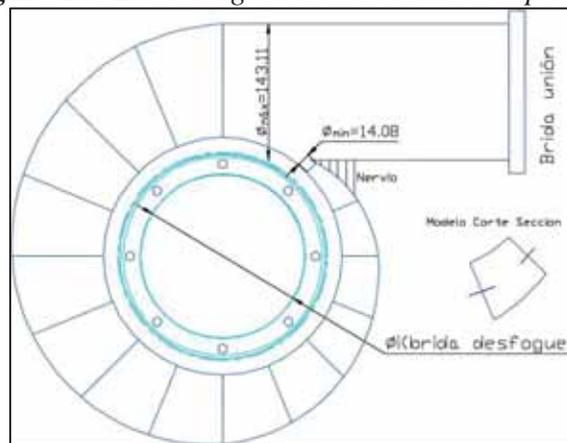
$$P_{ce} = \rho g H_n = 78480 \text{ Pa} \quad (4.125)$$

Consideramos que la cámara está sometido al doble de la presión hidrostática para prevenir variaciones o fenómenos producidos por dicha presión.

$$P_{ce} \approx 156960 \text{ Pa}$$

Del pre dimensionamiento se conoce los diámetros mínimos y máximos que son necesarios para el análisis del espesor de la chapa.

Figura 143 *Detalles geométricos cámara espiral*



Fuente: Elaboracion Propia

La presión del recipiente teniendo en cuenta que es una envoltura cónica [Ver anexos] es:



$$s'_y \geq \frac{P_{ce} \times R_{(\text{máx}-\text{min})}}{e_{ce} \times \cos\alpha} \quad (4.126)$$

Para nuestro modelo despreciaremos los efectos de la conicidad debido a que la variación de diámetros entre secciones es muy mínima ($\cos\alpha = 1$) y adoptaremos el espesor obtenido del diseño hidráulico el cual era ($e_{ce} = 1.8 \text{ mm}$).

El análisis en el punto más desfavorable es el inicio donde el diámetro es el máximo, ya que es el lugar donde incide primeramente el fluido con la cámara.

$$S_{y(\text{chapa-cámara})} = \frac{156960 \text{ [Pa]} \times (0.143/2) \text{ [m]}}{0.0018 \text{ [m]} \times 1}$$

$$S_{y(\text{chapa-cámara})} = 6.235 \text{ Mpa}$$

Se verifica que:

$$s'_y \geq S_{y(\text{chapa-cámara})} \quad \text{¡ Cumple!}$$

El espesor de la chapa podría ser aún menor pero por cuestiones de soldabilidad que se explicara en los ítems siguientes se opta por mantener el mismo espesor que tiene una garantía respecto a la resistencia mecánica.

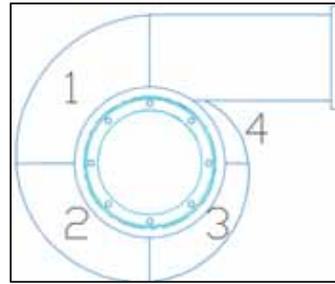
Finalmente se determina por medio de la resistencia el uso del espesor predeterminado a través del diseño hidráulico el cual estableció un espesor de ($e_{ce} = 1.8 \text{ mm}$), de material acero galvanizado ASTM A653 (Ver tabla 34).

4.7.2. Determinación de las fuerzas y el torque del flujo en la cámara espiral.

La cámara espiral tiene una división de 16 tramos divididos en sectores angulares iguales, para obtener las fuerzas dentro de esta se tendría que hacer un desarrollo unitario lo cual sería muy un poco tedioso y largo de desarrollar, lo que se hace es seleccionar los cuatro cuadrantes una vez obtenido la geometría de la cámara en una posición adecuada. Los cuadrantes se dividen en 90° y el sistema de referencia para las fuerzas resultantes de todos es el centro de la cámara espiral.



Figura 144 *Distribución de secciones parciales.*



Fuente: Elaboración Propia.

El diámetro de base de la cámara espiral es:

$$d_b = (d_{2e} + t_d) \quad (4.127)$$

$$d_b = 170.59 \text{ mm}$$

La altura del distribuidor es:

$$b = 37.722 \text{ mm}$$

Se considera la presión constante en las 16 secciones parciales del distribuidor debido a que las variaciones de presión que sufren no son de gran consideración y que la presión máxima que desarrolla la cámara espiral es la presión hidrostática como ya se mencionó anteriormente (ecuación 4.25)

$$P_{ce} = \rho g H_n = 78480 \text{ Pa}$$

Determinamos los parámetros característicos según la figura (143) para cada cuadrante.

En el primer cuadrante

Del desarrollo cinemático en la cámara espiral, se tiene:

$$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = 0.0158 \text{ m}^2$$

$$c_1 = 3.515 \text{ m/s}$$

$$A_4 = \frac{\pi d_4^2}{4} = 0.0128 \text{ m}^2$$



$$c_4 = 4.338 \text{ m/s}$$

Los valores efectivos:

$$A_e = \frac{\pi d_b \times b}{4} = 0.00505 \text{ m}^2$$

$$c_e = \frac{Q/4}{A_e} = 8.316 \text{ m/s}$$

Para el segundo cuadrante

$$A_5 = \frac{\pi d_5^2}{4} = 0.0119 \text{ m}^2$$

$$c_5 = 4.338 \text{ m/s}$$

$$A_8 = \frac{\pi d_4^2}{4} = 0.0089 \text{ m}^2$$

$$c_8 = 10.222 \text{ m/s}$$

Los valores efectivos:

$$A_e = \frac{\pi d_b \times b}{4} = 0.00505 \text{ m}^2$$

$$c_e = \frac{Q/4}{A_e} = 8.316 \text{ m/s}$$

Para el tercer cuadrante

$$A_9 = \frac{\pi d_9^2}{4} = 0.00791 \text{ m}^2$$

$$c_9 = 10.222 \text{ m/s}$$

$$A_{12} = \frac{\pi d_{12}^2}{4} = 0.00494 \text{ m}^2$$

$$c_{12} = 16.367 \text{ m/s}$$

Los valores efectivos:

$$A_e = \frac{\pi d_b \times b}{4} = 0.00505 \text{ m}^2$$



$$c_e = \frac{Q/4}{A_e} = 8.316 \text{ m/s}$$

Para el cuarto cuadrante

$$A_{13} = \frac{\pi d_{13}^2}{4} = 0.00395 \text{ m}^2$$

$$c_{13} = 16.367 \text{ m/s}$$

$$A_{16} = \frac{\pi d_6^2}{4} = 0.000989 \text{ m}^2$$

$$c_{16} = 65.368 \text{ m/s}$$

Los valores efectivos:

$$A_e = \frac{\pi d_b \times b}{4} = 0.00505 \text{ m}^2$$

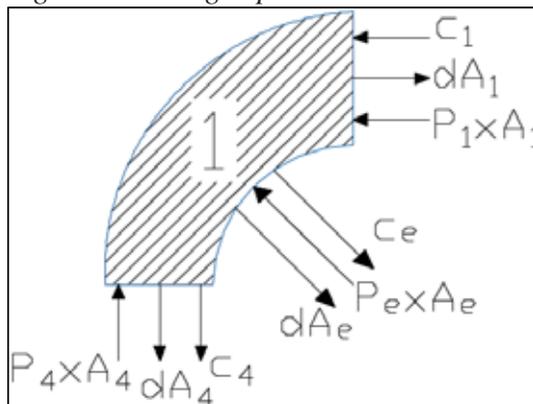
$$c_e = \frac{Q/4}{A_e} = 8.316 \text{ m/s}$$

Para un flujo permanente, uniforme e incompresible de un fluido a través de un codo y adaptando un volumen de control externo y fijo, la ecuación de la cantidad de movimiento según (Garcia Perez, 2011).

$$F_{cf} + F_{cp} + \iiint_{\text{sistema}} \vec{B} \cdot \rho \cdot dV = \iint_{\text{sistema}} \rho \cdot (\vec{c}(\vec{c} \cdot d\vec{A})) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho \cdot \vec{c} \cdot dV \quad (4.128)$$

Para el primer cuadrante de las coordenadas x e y respectivamente

Figura 145 Diagrama de cargas primer cuadrante cámara espiral





Fuente: Elaboración propia

$$F_{cfx} - P_1A_1 - P_eA_e \cos(\pi/4) = - \iint_{A_2} \rho c_1^2 dA_1 + \iint_{A_e} \rho c_e^2 \cos(\pi/4) dA_e$$

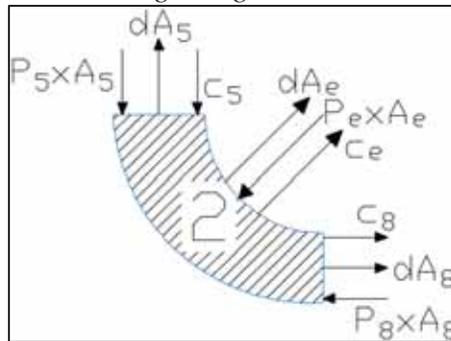
$$F_{cfx1} = 2988.714 \text{ [N]}$$

$$F_{cfy} + P_4A_4 + P_eA_e \sin(\pi/4) = - \iint_{A_4} \rho c_4^2 dA_4 - \iint_{A_e} \rho c_e^2 \sin(\pi/4) dA_e$$

$$F_{cfy1} = -3057.389 \text{ N}$$

Para el segundo cuadrante para las coordenadas x e y respectivamente

Figura 146 Diagrama de cargas segundo cuadrante cámara espiral



Fuente: Elaboración propia

$$F_{cfx} - P_8A_8 - P_eA_e \cos(\pi/4) = \iint_{A_8} \rho c_8^2 dA_8 + \iint_{A_e} \rho c_e^2 \cos(\pi/4) dA_e$$

$$F_{cfx2} = 2899.189 \text{ N}$$

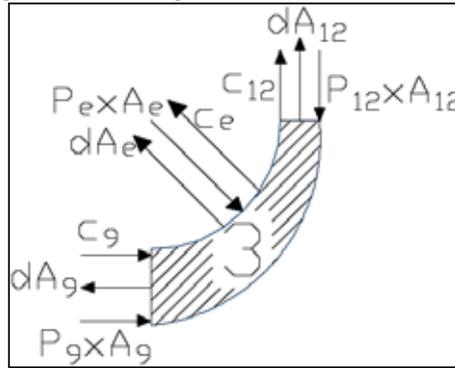
$$F_{cfy} - P_5A_5 - P_eA_e \sin(\pi/4) = - \iint_{A_5} \rho c_5^2 dA_5 + \iint_{A_e} \rho c_e^2 \sin(\pi/4) dA_e$$

$$F_{cfy2} = 1274.778 \text{ [N]}$$

Para el tercer cuadrante para las coordenadas x e y respectivamente



Figura 147 Diagrama de cargas tercer cuadrante cámara espiral



Fuente: Elaboración propia

$$F_{cfx} + P_9 A_9 + P_e A_e \cos(\pi/4) = \iint_{A_9} \rho c_9^2 dA_9 - \iint_{A_e} \rho c_e^2 \cos(\pi/4) dA_e$$

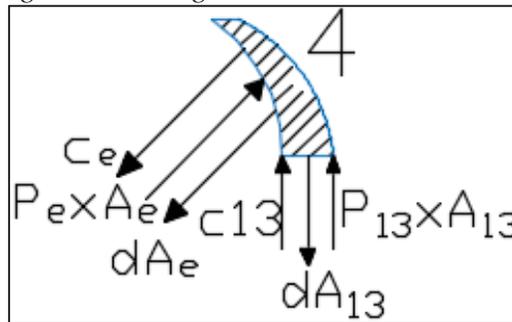
$$F_{cfx3} = -1222.471 \text{ [N]}$$

$$F_{cfy} - P_{12} A_{12} - P_e A_e (\sin \pi/4) = \iint_{A_{12}} \rho c_{12}^2 dA_{12} + \iint_{A_e} \rho c_e^2 \sin(\pi/4) dA_e$$

$$F_{cfy3} = 2906.13 \text{ N}$$

Para el cuarto cuadrante para las coordenadas x e y respectivamente

Figura 148 Diagrama de cargas cuarto cuadrante cámara espiral.



Fuente: Elaboración propia

$$F_{cfx} + P_e A_e \cos(\pi/4) = - \iint_{A_e} \rho c_e^2 \cos(\pi/4) dA_e$$

$$F_{cfx4} = -807.428 \text{ N}$$

$$F_{cfy} + P_{13} A_{13} + P_e A_e (\sin \pi/4) = \iint_{A_{13}} \rho c_{13}^2 dA_{13} - \iint_{A_e} \rho c_e^2 \sin(\pi/4) dA_e$$



$$F_{cfy4} = -369.3 \text{ N}$$

La fuerza y momento resultante respecto al centro de la cámara espiral es:

$$\vec{F}_{R(\text{espiral})} = \sqrt{(F_{cfx1} + F_{cfy1})^2 + (F_{cfx2} + F_{cfy2})^2 + (F_{cfx3} + F_{cfy3})^2 + (F_{cfx4} + F_{cfy4})^2}$$

$$\|\vec{F}_{R(\text{espiral})}\| = 11483.244 \text{ [N]}$$

$$\|\vec{r}_{R(\text{espiral})}\| = \frac{1}{2} \|\vec{F}_{R(\text{espiral})} \times \vec{d}_b\|$$

$$\|\vec{r}_{R(\text{espiral})}\| = 979.463 \text{ N - m}$$

4.7.3. Determinación de los elementos de unión de las tapas laterales con la cámara espiral.

Para la brida de conexión del distribuidor y la válvula en el ingreso se calcula el número de pernos de tipo hexagonal.

Las especificaciones SAE para pernos de acero en el libro de (L. Norton, 2011) son:

Tabla 35

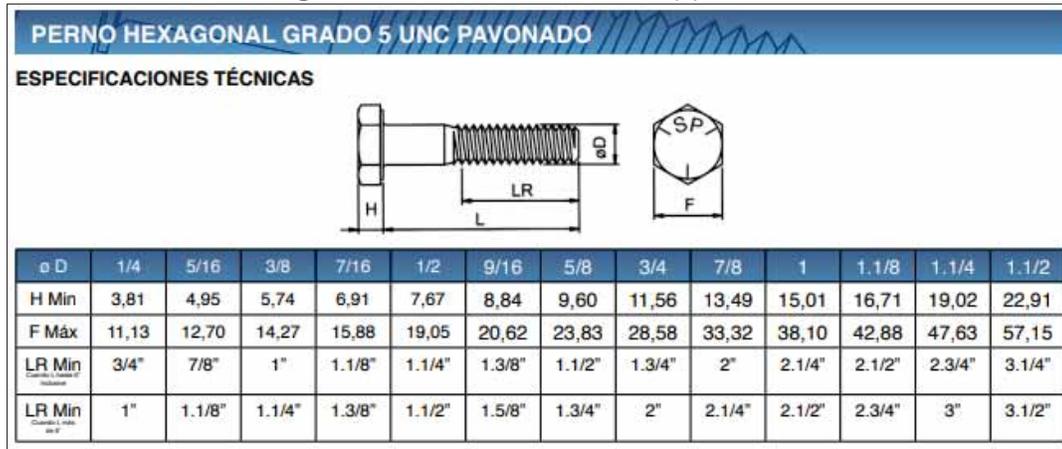
Propiedades mecánicas pernos brida válvula – Cámara espiral

Grado SAE	Intervalo de tamaños (in)	Resistencia límite mínima a la tracción (s_p) (ksi)	Resistencia de fluencia mínima la tracción (s_y) (ksi)	Resistencia última mínima a la tracción (s_u) (ksi)	Características del acero
5	¼ - 1	85	92	120	Medio carbono templado y revenido

Fuente: (L. Norton, 2011)



Figura 149 Detalles tornillo de fijación



Fuente: www.sodiper.cl

La tensión mínima de fluencia y última del material de los pernos según la tabla 4.16 es:

$$s_y = 634.32 \text{ MPa}$$

$$s_u = 827.37 \text{ MPa}$$

La resistencia mínima a la tensión es:

$$s_p = 586.05 \text{ MPa}$$

La rigidez del perno es:

$$k_b = \frac{A_d A_t E}{A_d l_t + A_t l_d} \tag{4.129}$$

El agarre es $l = 0.5 \text{ in}$ y de la tabla dimensionamiento de las tuercas hexagonales (Ver anexos), sabemos que el espesor de la tuerca es $w = 21/64 \text{ in}$, con lo que la longitud del perno es:

$$L_p = 0.5 + 21/64 + 1/10$$

$$L_p = 23.571 \text{ mm}$$

Buscamos una longitud estándar, quedando:

$$L_p = 25.4 \text{ mm}$$

La longitud de la rosca para tornillos de serie en pulgadas se expresa como:



$$L_T = \begin{cases} 2d + 1/4 \text{ in} & L \leq 6 \text{ in} \\ 2d + 1/2 \text{ in} & L > 6 \text{ in} \end{cases} \quad (4.130)$$

$$L_T = 25.4 \text{ mm}$$

Entonces la longitud de la porción no roscada en el agarre es:

$$l_d = L_p - L_T = 0 \text{ mm} \quad (4.131)$$

La longitud roscada en el agarre es:

$$l_t = l - l_d = 12.7 \text{ mm} \quad (4.132)$$

El área de esfuerzo de tensión se determina a partir de las tablas (ver anexo)

$$A_t = 1.969 \text{ mm}^2$$

El área del diámetro mayor es:

$$A_d = \pi/4(d^2) = 2.804 \text{ mm}^2 \quad (4.133)$$

El módulo de elasticidad del acero es $E=200$ GPa y con los datos calculados la rigidez del perno según la ecuación (4.129) es

$$k_b = 0.7874 \times 10^9 \text{ N/m}$$

La rigidez de la unión, teniendo en cuenta la presencia de los elementos a unir (tapas de aluminio), $E_m=70$ GPa es:

$$k_m = \frac{0.577\pi d E_m}{2 \ln \left(5 \times \frac{0.5774l + 0.5d}{0.5774l + 2.5d} \right)} \quad (4.134)$$

$$k_m = 6.052 \times 10^9 \text{ N/m}$$

La constante de rigidez es:

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m} = 0.1151 \quad (4.135)$$

La precarga para conexiones no permanentes y/o sujetadores reutilizados es:



$$F_i = 0.75F_p = 0.75(s_p)A_t \quad (4.136)$$

$$F_i = 21976.83 \text{ N}$$

La cantidad de pernos (N_p) tiene la siguiente expresión:

$$N_p = \frac{nCF_{R(\text{espiral})}}{s_p A_t - F_i} \quad (4.137)$$

Considerando un factor de seguridad ($n = 10$).

$$N_p = 4.034$$

Se eligen 4 pernos de cabeza hexagonal DIN 931 UNC, 9.525 mm × 25.4 mm grado 5, con su respecto apriete [Ver anexo].

4.7.4. Cálculo de las uniones permanentes por soldadura en la cámara espiral.

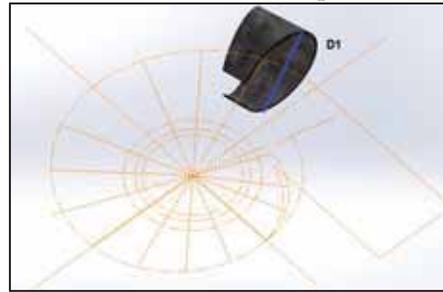
El análisis de unión por soldadura será bajo el desarrollo que presenta (Shigley, 2008), es por eso que para este análisis nos enfocamos en el primer tramo que es la sección constante detrás de la brida (el más desfavorable) y con el resultado que se obtiene se puede establecer una similitud con los demás tramos (15 de la cámara espiral).

Con los valores de las fuerzas y el momento resultante producidos por el fluido dentro de la cámara espiral:

$$F_{R(\text{espiral})} = 11483.244 \text{ N}$$

$$M_{R(\text{espiral})} = 979.463 \text{ N} - \text{m}$$

El primer tramo tendrá las siguientes características y su longitud de soldadura es:

**Figura 150** *Detalle cortes chapas metálicas***Fuente:** Elaboración propia

La longitud y sección de la soldadura del cordón es:

$$L_w = \pi D_1 \quad (4.138)$$

$$L_w = 0.446 \text{ m}$$

$$A_w = \pi \left(\frac{D_1^2}{4} \right) = 0.0158 \text{ m}^2 \quad (4.139)$$

La fuerza en función de la longitud del cordón es:

$$f_{\text{corte}} = \frac{F_{R(\text{espiral})}}{L_w} = 25747.184 \text{ N/m} \quad (4.140)$$

$$f_{\text{flexión}} = \frac{M_{R(\text{espiral})}}{A_w} = 61991.329 \text{ N/m} \quad (4.141)$$

$$f_R = \sqrt{f_{\text{corte}}^2 + f_{\text{flexión}}^2} = 67125.571 \text{ N/m} \quad (4.142)$$

Las propiedades del material de aporte según la AWS en el libro de Shigley son:

Tabla 36
Parámetros de resistencia tipos de soldadura

Numero de electrodo AWS	Resistencia a la tensión (MPa)	Resistencia a la fluencia (MPa)	Elongación porcentual
E60xx	427	345	17 - 25
E70xx	482	393	22
E80xx	551	462	19

Fuente: (Shigley, 2008)

De la tabla 36 se obtienen los esfuerzos permisibles del código AISC para metal de aporte.



Tabla 37
Esfuerzos permisibles uniones soldadas

Tipo de carga	Tipo de soldadura	Esfuerzo permisible
Cortante	A tope o de filete	$0.40 s_y$
Flexión	A tope	$0.60 s_y$

Fuente: (Shigley, 2008)

Para la unión de tramos se usara electrodos E6011, entonces:

$$\tau_{\text{perm}} = 0.4s_y = 138 \text{ Mpa}$$

$$\tau_{\text{perm}} = 0.6s_y = 207 \text{ Mpa}$$

Usamos un coeficiente de seguridad ($n = 2.5$) por lo que el esfuerzo máximo en cortadura es:

$$\tau_s = 55.2 \text{ MPa}$$

Para la respectiva longitud de cordón de soldadura se tiene la siguiente resistencia de soldadura:

$$\tau_{\text{sw}} = \tau_s \times 0.707 \quad (4.143)$$

$$\tau_{\text{sw}} = 39.026 \text{ Mpa}$$

El tamaño de cordón de soldadura resulta:

$$w_s = \frac{f_R}{\tau_{\text{sw}}} = 0.001659 \text{ m} = 1.72 \text{ mm} \quad (4.144)$$

Shigley establece que:

Tabla 38
Valores espesores uniones soldadas

Espesor del material de la parte unida más gruesa (pulgadas)	Tamaño de la soldadura (pulgadas)
Menores de $1/4$ "	$1/8$ "
Mayores de $1/4$ " hasta $1/2$ "	$3/16$ "

Fuente: (Shigley, 2008)

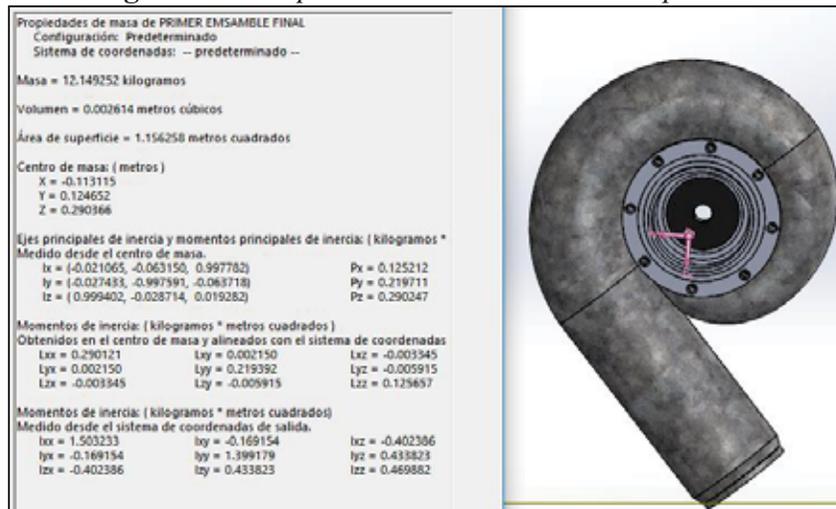
Finalizamos que el tamaño de cordón de soldadura será 3.175 mm para todas las secciones de la cámara espiral con un electro Cellocord E6011 y un proceso de soldadura SMAW. [Ver anexos].



Finalmente calculamos los perfiles que soportaran la estructura de la cámara espiral junto a los dos tapas adyacentes donde se ubicaran el tubo difusor y por el otro lado se montaran el mecanismo de accionamiento de los alabes directrices.

Mediante el uso del software determinamos el peso total que soportaran los perfiles estructurales de soporte.

Figura 151 *Propiedades de masa cámara espiral*



Fuente: Elaboración propia – Solidworks

$$m_{\text{sistema}} = 12.150 \text{ kg}$$

Por lo tanto:

$$W_{\text{sistema}} = 119.191 \text{ N}$$

Estimamos cuatro puntos de soporte donde estarán ubicados los perfiles y por lo tanto la carga estará distribuida.

$$W_{\text{soporte}} = W_{\text{sistema}}/4 = 29.797 \text{ N}$$

Se considera un perfil cuadrado (ASTM A – 36 50.8 mm × 50.8 mm × 2mm) [Ver anexos], y se determina que todas están sometidas a una carga axial de compresión. $A_p = 36.576 \text{ mm}^2$



$$\sigma_p = \frac{W_{\text{soporte}}}{A_p} \quad (4.145)$$

$$s_y > \sigma_p \text{ ¡ cumple!}$$

4.8. Cálculo del espesor de la chapa metálica del tubo difusor

Se aplica las mismas condiciones mecánicas que en la cámara espiral al tubo difusor (recipientes de presión) teniendo en cuenta que en el tubo difusor la reducción de presión ocasiona la succión del fluido. Para el cálculo del espesor del difusor utilizamos la norma ASME VIII [Ver anexos], y el material a emplear para su fabricación es el mismo que de la cámara.

Tabla 39
Propiedades mecánicas del material de tubo difusor

Acero galvanizado comercial ASTM A-653 CS			
Límite de Fluencia	Resistencia ultima	Elongación	Dureza (HRB)
205 MPa	380 MPa	20(%)	60

Fuente: www.bohler.com

Para el análisis consideramos la resistencia mínima de fluencia.

$$s_y = 205 \text{ MPa}$$

El coeficiente de seguridad por el tipo de aplicación será:

$$f_{ss} = 2$$

El esfuerzo de trabajo para el análisis será:

$$s'_y = s_y / f_{ss} = 102.5 \text{ MPa} \quad (4.146)$$

La presión de operación a la cual opera el tubo difusor viene definido por la diferencia de presiones entre el desarrollado a través del rodete (p_1) y el que ingresa del tubo difusor.

La primera tiene la siguiente expresión:

$$p_1 = \rho g H_n + p_{\text{atm}} \quad (4.147)$$



$$p_1 = 179780 \text{ Pa}$$

La presión absoluta en el tubo difusor es:

$$p_2 = \left(\frac{P_{\text{amb}}}{\rho g} - h_e - \frac{c_2^2}{2g} \right) \rho g \quad (4.148)$$

$$p_2 = 45259.102 \text{ Pa}$$

$$p = p_1 - p_2 = 134520.898 \text{ Pa} \quad (4.149)$$

Al igual que en la cámara espiral vamos a considerar un incremento de presión debido muchos factores externos que puedan crear diferentes incertidumbres de operación.

$$p' = 269041.796 \text{ Pa}$$

$$\sigma_t = \frac{p'D_2}{2e} \quad (4.150)$$

$$e \geq 0.171 \text{ mm}$$

Se escoge una plancha comercial de plancha galvanizada ASTM A-653 de 0.793 mm de espesor, lo cual nos garantiza una buena resistencia a los efectos negativos productos de la circulación de salida del fluido. [Ver anexos].

4.8.1. Análisis de resistencia de los pernos entre las tapas y la cámara espiral.

Para la conexión de las tapas que soportan a los alabes directrices y el tubo difusor, el cual está unido a la cámara espiral por medio de una unión atornillada (brida compuesta por 12 tornillos), la cantidad se toma de la sugerencia técnica y recomendación que se basa en la geometría que presentan dichas tapas, las cuales tienen diámetros de 290 mm y son construidos de aluminio. Por lo cual, para este análisis se verificara la resistencia de los elementos de unión con las características ya mencionadas.

Las especificaciones SAE para pernos de acero en el libro de Norton son:

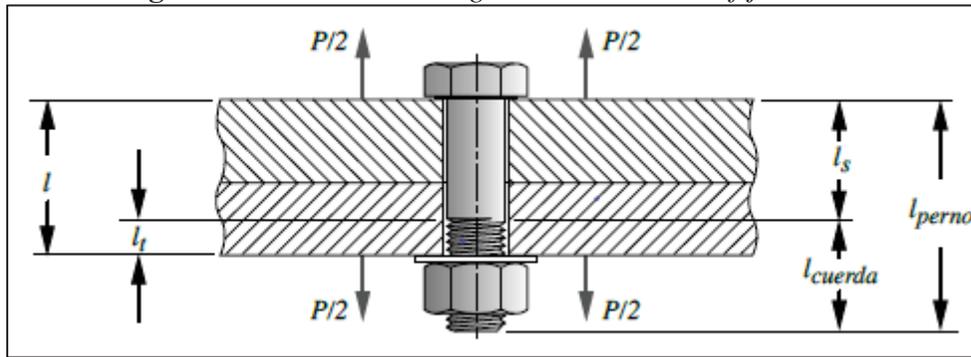


Tabla 40
Propiedades mecánicas pernos SAE grado 2

Grado SAE	Intervalo de tamaños (in)	Resistencia limite mínima a la tracción (s_p) (ksi)	Resistencia de fluencia mínima tracción (s_y) (ksi)	Resistencia de ultima mínima a la tracción (s_u) (ksi)	Características del acero
2	$\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$	33	57	74	Acero de bajo o medio carbono.

Fuente: (L. Norton, 2011)

Figura 152 *Detalles de cargas en el tornillo de fijación*



Fuente: (L. Norton, 2011)

La tensión mínima de fluencia y última del material de los pernos según la tabla 40 es:

$$s_y = 393 \text{ MPa}$$

$$s_u = 510.212 \text{ MPa}$$

La resistencia mínima a la tensión es:

$$s_p = 227.527 \text{ MPa}$$

La rigidez del perno usando la ecuación (4.129) es:

$$k_b = \frac{A_d A_t E}{A_d l_t + A_t l_d}$$

El agarre es $l = 0.625$ in y sabemos que el espesor de la tuerca es $w = 21/64$ in(ver anexos),

con lo que la longitud del perno es:

$$L = 0.625 + 21/64 + 1/10$$



$$L = 26.035 \text{ mm}$$

Buscamos una longitud estándar, quedando:

$$L = 31.75 \text{ mm}$$

La longitud de la rosca para tornillos de serie en pulgadas se expresa como:

$$L_T = \begin{cases} 2d + 1/4 \text{ in} & L \leq 6 \text{ in} \\ 2d + 1/2 \text{ in} & L > 6 \text{ in} \end{cases}$$

$$L_T = 25.4 \text{ mm}$$

Entonces la longitud de la porción no roscada en el agarre es:

$$l_d = L - L_T = 6.35 \text{ mm}$$

La longitud roscada en el agarre es:

$$l_t = l - l_d = 9.525 \text{ mm}$$

El área de esfuerzo de tensión se determina a partir de las tablas.

$$A_t = 1.965 \text{ mm}^2$$

El área del diámetro mayor es:

$$A_d = \pi/4(d^2) = 2.804 \text{ mm}^2$$

Con los datos calculados la rigidez del perno es:

$$k_b = 0.7151 \times 10^9 \text{ N/m}$$

Usando la ecuación (4.134) se calcula la rigidez de la unión, teniendo en cuenta la presencia de los elementos y que las tapas son fabricadas de aluminio ($E_u = 70 \text{ Gpa}$)

$$k_m = \frac{0.577\pi d E_m}{2 \ln \left(5 \times \frac{0.5774l + 0.5d}{0.5774l + 2.5d} \right)}$$

$$k_m = 0.808 \times 10^9 \text{ N/m}$$

La constante de rigidez es:



$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m} = 0.469$$

La precarga para conexiones no permanentes y/o sujetadores reutilizados es:

$$F_i = 0.75F_p = 0.75(s_p)A_t$$

$$F_i = 8532.245 \text{ N}$$

Como se indicó, por temas de experiencia la cantidad de pernos (N_p) se estima en 12 a lo largo de toda la periferie, con lo cual ahora comprobaremos si la resistencia es óptima de acuerdo a la tabla (40)

$$n = \frac{(s_p A_t - F_i) N_p}{C F_d} \quad (4. 151)$$

Donde n representa el factor de seguridad de la junta.

$$F_d = \left(\frac{\pi}{4} d_{rodete}^2 \right) \times p' = 3571.043 \quad (4. 152)$$

$$n = 20.315$$

El valor del factor de seguridad nos asegura un gran soporte a la presión que ejerce el fluido sobre las tapas por parte de los pernos, por lo cual se concluye el uso ya estimado.

Se eligen 12 pernos de cabeza hexagonal de DIN 933 UNC, 6.35 mm × 25.4mm de grado 2 con su respectivo tuerca de sujeción. [Ver anexos]



CAPITULO V
CONSTRUCCIÓN DEL MODELO DE TURBINA FRANCIS



CONSTRUCCIÓN DEL MODELO DE TURBINA FRANCIS

5.1. Especificaciones técnicas de los materiales

5.1.1. Rodete y alabes directrices

5.1.1.1. Bronce de aluminio (Cuproaluminio)

- ♣ Resistencia alta al desgaste mecánico.
- ♣ Resistencia alta a la corrosión en diferentes condiciones atmosféricas.
- ♣ Proporciones bajas de oxidación a temperaturas altas.
- ♣ Reactividad baja con los productos de combustión.

Tabla 41

Propiedades mecánicas del Bronce al aluminio

Bronce de Aluminio					
Tensión de fluencia mínima	Tensión última	Coefficiente de Poisson	Módulo elástico	Modulo cortante	Densidad
275.7 Mpa	551.5 Mpa	0.3	110 Gpa	43 Gpa	7400 kg/m ³

Fuente: Solidwoks material

5.1.1.2. Bórax (Borato de Sodio)

- ♣ Densidad de 1.73 g/cm³
- ♣ Fundente al soldar oro, plata, bronce, etc.
- ♣ Permite que el metal fundido fluya uniformemente sobre la geometría a unir.
- ♣ Conserva el brillo y el pulido de la pieza a soldar.

5.1.1.3. Varillas soldadura fuerte de plata-cobre-fosforo CP 102

- ♣ Muy buenas características de flujo y alta ductilidad
- ♣ Para puntos de soldadura con temperaturas de servicio entre -70°C y 150°C
- ♣ Inadecuado para medios sulfurosos así como alecciones en base a Fe y Ni.



- ♣ Tiene la necesidad del uso de un fundente.

5.1.1.4. Acrilonitrilo butadieno estireno (ABS)

- ♣ Alta tenacidad, incluso a baja temperatura.
- ♣ Resistencia química aceptable baja absorción de agua.
- ♣ Alta resistencia a la abrasión.

Tabla 42
Propiedades mecánicas del Acrilonitrilo Butadieno Estireno

Acrilonitrilo Butadieno Estireno					
Alargamiento en la rotura	Coefficiente de fricción	Resistencia a la tracción	Absorción de agua en 24 horas	Resistencia a la radiación	Densidad
45 %	0.654	41-45 Mpa	0.3-0.7 %	Aceptable	1.07 g/cm ³

Fuente: www.wikipedia.org

5.1.2. Cámara Espiral y Tubo difusor

5.1.2.1. Acero galvanizado ASTM A653/ A 653M

- ♣ Alta resistencia a la corrosión.
- ♣ Extensa duración frente a la humedad.
- ♣ Buena resistencia mecánica.
- ♣ Revestimiento de Zinc para una mejor duración frente a agentes atmosféricos.

Tabla 43
Propiedades mecánicas del Acero galvanizado comercial ASTM A-653 CS

Acero galvanizado comercial ASTM A-653 CS			
Límite de Fluencia	Resistencia última	Elongación	Dureza
205 MPa	380 MPa	20 %	60 HRB

Fuente: www.acerosarequipa.com

5.1.2.2. Electrodo para Acero E6011 Celulosico convencional (Cellocord)

- ♣ Penetración profunda.
- ♣ Arcopotente y estable.



- ♣ Calidad del depósito a prueba de rayos x.
- ♣ Solidificación rápida de los cordones.
- ♣ Ideal para posiciones forzadas.
- ♣ Escoria liviana.

Tabla 44*Propiedades mecánicas del Electrodo para acero E6011 Celulosico convencional (Cellocord)*

Electrodo para acero E6011 Celulosico convencional (Cellocord)			
Resistencia ala tracción	Limite elástico	Elongación	Tipo de corriente
450-550 MPa	> 360 MPa	22-30 %	CA o CC+

Fuente: www.soldexa.com.pe

5.1.3. Anillos laterales del caracol, anillo de accionamiento del mecanismo de regulación, volantes de inercia y bridas

5.1.3.1. Plancha laminadas en frio ASTM A 1008/A 1008 Tipo B

- ♣ Baja resistencia a la corrosión.
- ♣ Alta resistencia mecánica.
- ♣ Fácil soldabilidad.

Tabla 45*Propiedades mecánicas de Plancha estructural ASTM A 1008/A 1008 tipo B*

Plancha estructural ASTM A 1008/A 1008 tipo B			
Límite de Fluencia	Resistencia a la tracción	Elongación	Densidad
275 MPa	400 MPa	30 %	7880 kg/m ³

Fuente: www.acerosarequipa.com

5.1.4. Tapas laterales

5.1.4.1. Aluminio 60661-O

- ♣ Aleación de aluminio endurecido (aluminio, magnesio y silicio).
- ♣ Alecciona más común para estructuras de alta resistencia.



- ♣ Buen comportamiento frente a la corrosión.
- ♣ Buenas propiedades mecánicas.

Tabla 46
Propiedades mecánicas del Aluminio 60661-O

Aluminio 60661-O			
Límite de Fluencia	Resistencia a la tracción	Elongación	Módulo de Young
55 MPa	125 MPa	25-30 %	69 Gpa

Fuente: Solidwoks material

5.1.5. Mecanismo de regulación y soporte estructural de la turbina

5.1.5.1. Ángulos estructurales de calidad dual ASTM A 36

- ♣ Baja resistencia a la corrosión.
- ♣ Alta resistencia mecánica.
- ♣ Buena soldabilidad.

Tabla 47
Propiedades mecánicas de los Ángulos estructurales de calidad dual ASTM 36

Ángulos estructurales de calidad dual ASTM 36			
Límite de Fluencia	Resistencia a la tracción	Elongación	Densidad
345 MPa	551 MPa	20 %	7860 kg/m ³

Fuente: www.acerosarequipa.com

5.1.5.2. Platinas ASTM A 36

- ♣ Baja resistencia a la corrosión.
- ♣ Alta resistencia mecánica.
- ♣ Buena soldabilidad.

Tabla 48
Propiedades mecánicas de Platinas ASTM 36

Platinas ASTM 36			
Límite de Fluencia	Resistencia a la tracción	Elongación	Densidad



248 MPa	551 MPa	20 %	7860 kg/m ³
---------	---------	------	------------------------

Fuente: www.acerosarequipa.com

5.1.6. Tubo laminado al frío ASTM A 513

- ♣ Baja resistencia a la corrosión.
- ♣ Alta resistencia mecánica.
- ♣ Buena soldabilidad.
- ♣ Refrentado y limpio de rebordes.
- ♣ Espesor según norma ASTM A 513.

5.1.7. Eje de la turbina

5.1.7.1. Acero al carbono AISI-SAE 1020

- ♣ Baja dureza para usos convencionales de baja exigencia.
- ♣ Estirado en frío mejora sus valores de resistencia mecánica y maquinabilidad.
- ♣ Fácil mecanizado y buena soldabilidad.

Tabla 49
Propiedades mecánicas de Acero AISI-SAE 1020

Acero AISI-SAE 1020			
Límite de Fluencia	Resistencia a la tracción	Elongación	Módulo de elasticidad
220 MPa	400 MPa	25 %	200 Gpa

Fuente: Aceros Bolher

5.1.8. Acabado Superficial

5.1.8.1. Anticorrosivo Estándar Maestro

- ♣ Densidad de 4.70 kg/Gl
- ♣ Proporciona buena protección contra la corrosión.



- ♣ Fácil secado dejando una base con buen adherencia
- ♣ No aplicable en condiciones de alta humedad.

5.1.8.2. Pintura Automotriz Gloss Poliuretano Catalizado X3

- ♣ Película de alta calidad
- ♣ Excelente resistencia a la luz e intemperie
- ♣ Excelente retención de brillo
- ♣ Excelente resistencia a la abrasión y al desgaste.

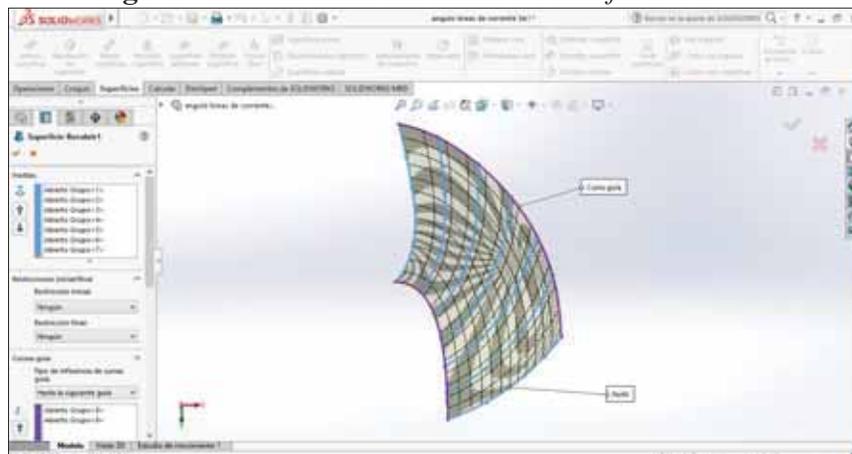
5.2. Especificaciones técnicas de la fabricación

5.2.1. Rodete

5.2.1.1. Modelamiento 3D del rodete

Para construir el rodete se empezó a modelar el alabe del rodete en el software de simulación SOLIDWORKS 3D, basándonos en las curvas del perfil hidráulico del alabe y en los cálculos de las 7 líneas de corriente (Ver Capítulo III).

Figura 153 Modelado del alabe en el software 3D

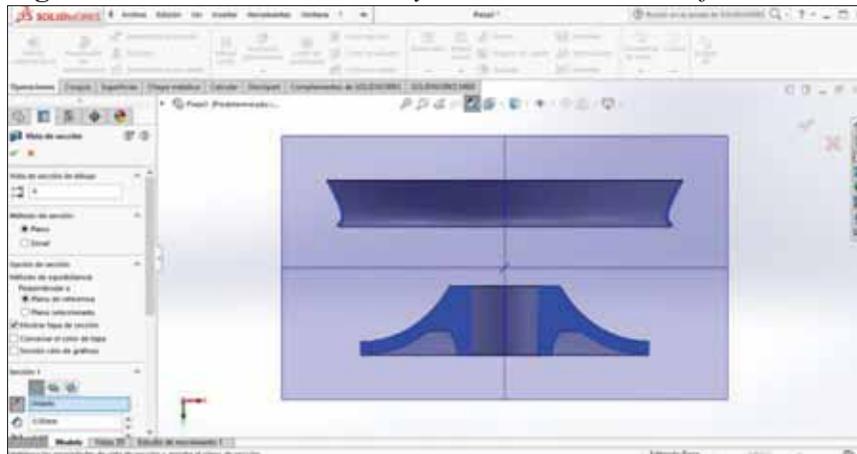


Fuente: Elaboración propia



Con el alabe modelado, empezamos a realizar un modelado 3D del cubo y la corona del rodete en el mismo software, con los cálculos determinados del diámetro de entrada y de salida respectivamente. (Ver Capítulo III).

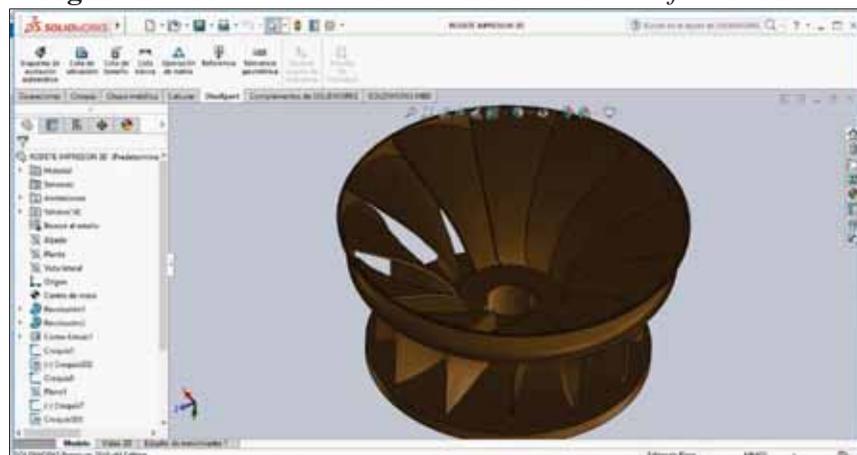
Figura 154 Modelado del cubo y de la corona en el software 3D



Fuente: Elaboración propia

Nuestro rodete está compuesto por 12 alabes que están distribuidos con una separación de 30° alrededor de la corona y el cubo de nuestro rodete rápido Francis.

Figura 155 Modelado del rodete Francis en el software 3D



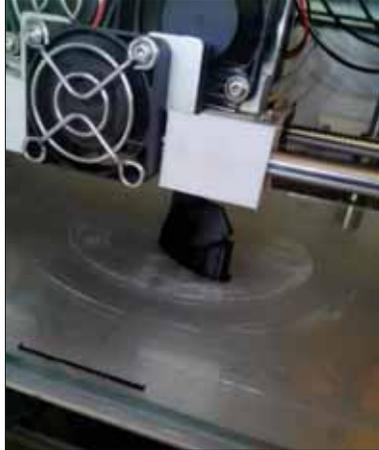
Fuente: Elaboración propia



5.2.1.2. Impresión 3D de cada componente del rodete

Procedemos a realizar una impresión en 3D de forma individual del alabe, corona y cubo del rodete; estas impresiones se realizan en plásticos ABS [Ver especificaciones de los materiales], con el propósito de que estos componentes nos sirvan de matriz o molde en la fundición.

Figura 156 *Proceso de Impresión 3D del álabe del rodete*



Fuente: Fotografía propia

Figura 157 *Proceso de Impresión 3D del rodete*



Fuente: Fotografía propia

5.2.1.3. Proceso de fabricación del rodete

Por un proceso de laminado al bronce aleado con aluminio se obtuvo el espesor de 2 mm del alabe [determinación por resistencia mecánica], luego a través de un proceso de embutido hidráulico por medio de una matriz prediseñada se obtuvo la forma geométrica del perfil hidráulico



del alabe en su forma espacial. Después de realizar estos procesos de conformado se procede a calentar el modelo alabe y enfriarlo lentamente para poder recuperar sus propiedades mecánicas iniciales y obtener la forma final del alabe del rodete.

Figura 158 *Proceso de conformado del alabe del rodete*



Fuente: Fotografía propia

Con las matrices obtenidas por la impresión 3D, pasamos a realizar el proceso de fundición en bronce aleado con aluminio de forma individual de la corona y el cubo, las medidas de la corona y el cubo fueron sobre dimensionadas ya que en la fundición suele aparecer el fenómeno de la contracción, con las piezas ya fundidas pasamos al proceso de mecanizado y con la ayuda de un torno se obtiene medidas más exactas al diseño.

Figura 159 *Corona y cubo en bronce aleado con aluminio*



Fuente: Fotografía propia



Con la corona, cubo y los 12 álabes en bronce aleado con aluminio, se procede a calzar álabe por álabe encima del cubo, cada álabe tiene una separación de 30° alrededor del cubo y corona.

Figura 160 Calzado de los álabes a 30° alrededor del cubo



Fuente: Fotografía propia

Por medio del proceso de soldadura se fija los 12 álabes al cubo y a la corona del rodete, para dicho proceso se utilizó soldadura de autógena, esta soldadura se realizó con oxígeno industrial y GLP, fundente (Bórax) y varillas soldadura fuerte de plata-cobre-fosforo CP 102 (Ver Figura 160).

Figura 161 Proceso de soldadura de plata del rodete



Fuente: Fotografía propia

Terminado el proceso de soldadura en los 12 álabes, corona y cubo respectivamente, se obtiene todo el rodete conformado, luego se deja enfriar a temperatura ambiente el rodete para poderlo



remojar alrededor de 2 horas en ácido muriático (Ácido clorhídrico), con la finalidad de limpiar por completo los restos del fundente (Bórax) utilizado en el proceso de soldadura.

Figura 162 *Remojado del rodete en ácido muriático*



Fuente: Fotografía propia

Después de quitar todo el bórax del rodete, procedemos a limpiar los restos de soldadura que están de más con la ayuda de un foredom eléctrico y herramientas manuales de pulido, con el rodete ya limpio de cualquier resto de soldadura procedemos a lijar y pulirlo para obtener un buen acabado superficial y finalmente obtener el rodete rápido Francis.

Figura 163 *Limpieza y pulido del rodete*



Fuente: Fotografía propia



Figura 164 Rodete Francis en Bronce aleado con Aluminio



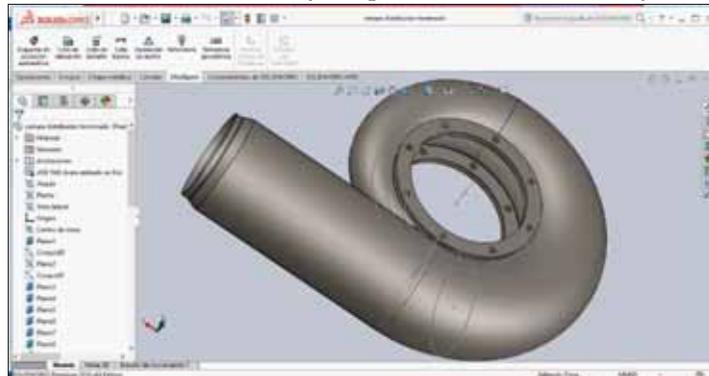
Fuente: Fotografía propia

5.2.2. Caja o Cámara Espiral

5.2.2.1. Modelamiento 3D de la cámara espiral

Con las dimensiones de la cámara espiral que están en función del diámetro de salida del rodete (Ver Capítulo III) procedemos a realizar el modelado en el software de simulación SOLIDWORKS 3D, con el propósito de obtener chapas metálicas para cada tramo de la caja espiral ya que el diámetro d_1 (Diámetro de entrada de la cámara espiral) no es constante en toda la cámara, en total se desarrollaron 16 chapas metálicas debido a que obtuvimos 16 diámetros que conformaran la cámara espiral.

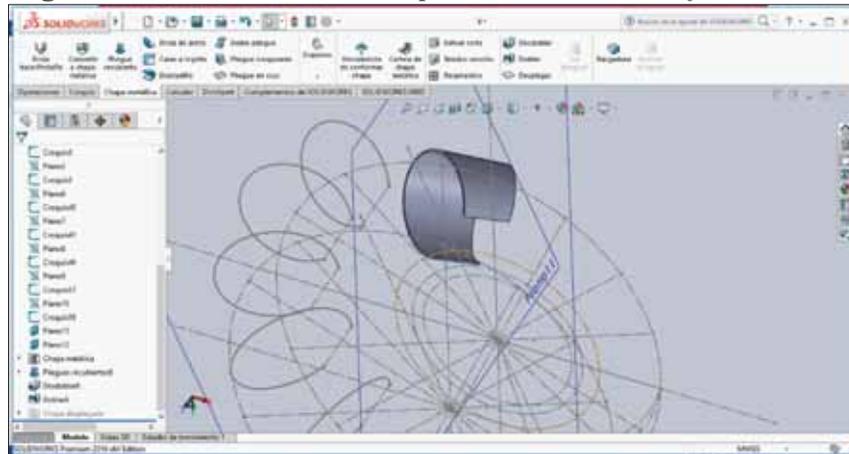
Figura 165 Modelado de la caja espiral Francis en el software 3D



Fuente: Elaboración propia



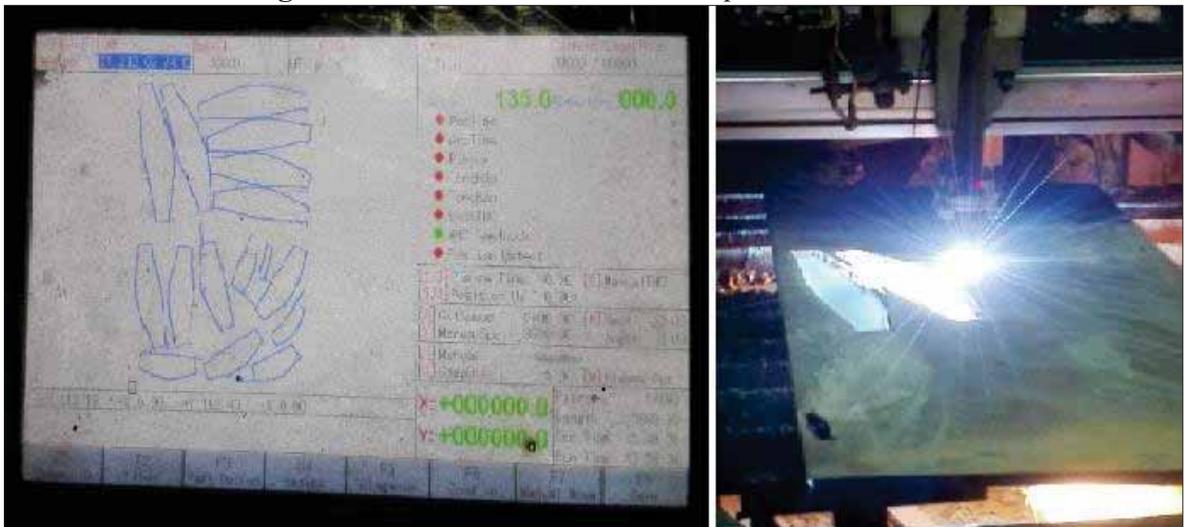
Figura 166 Modelado de la chapa metálica con el software 3D



Fuente: Elaboración propia

Con las 16 chapas metálicas modeladas, usamos la opción de chapa metálica del software SOLIDWORKS 3D con el fin de obtener las medidas (chapa desplegada) de cada tramo de la cámara espiral en una plancha metálica, la plancha metálica utilizada es de acero galvanizado ASTM A653 de 1.8 mm de espesor y con un proceso de corte CNC se obtuvieron las medidas requeridas para cada tramo de la cámara espiral.

Figura 167 Corte CNC de las 16 chapas metálicas



Fuente: Fotografía propia



5.2.2.2. Proceso de Rolado y de soldadura en la cámara espiral

Con los 16 tramos ya cortados a medida, se procede a realizar el proceso de rolado en cada tramo con una roladora mecánica hasta encontrar los diámetros requeridos para cada tramo de la cámara espiral, con cada tramo rolado empezamos a armar la cámara espiral, las uniones de cada tramo se realizaron con un proceso de soldadura de arco eléctrico (SMAW) con una varilla E6011 de 3.175 mm para penetración y 4.753 mm para recubrimiento, hasta lograr obtener la forma deseada de dicha cámara espiral.

Figura 168 Rolado de los 16 tramos de la de la cámara espiral



Fuente: Fotografía propia

Figura 169 Proceso de soldadura en los 16 tramos de la cámara espiral



Fuente: Fotografía propia



Con los 16 tramos ya fijados procedemos a realizar cordones de soldadura en cada unión de la cámara espiral; para darle un mejor acabado superficial a la cámara espiral se procede a masillar y pulir hasta encontrar la forma deseada.

Figura 170 Soldadura completa y masillado de la cámara espiral



Fuente: Fotografía propia

5.2.2.3. Anillo de fijación entre la cámara espiral y las tapas laterales de la turbina

Para obtener estos anillos realizamos cortes CNC en dos discos de plancha negra ASTM A 1008 [Ver especificaciones técnicas de los materiales], de 9.525 mm de espesor a la medida requerida, con los anillos cortados procedimos a realizar 8 perforaciones de 7.938 mm de diámetro distribuidos alrededor de cada anillo con un taladro tipo columna, en cada una de las perforaciones realizamos un proceso de roscado con un macho DIN UNC de 9.525 mm con el accionamiento de un porta macho.

Figura 171 Proceso de Roscado de 3/8" en el anillo de fijación



Fuente: Fotografía propia



La unión entre la cámara espiral y los anillos de fijación se realizó por un proceso de soldadura de arco eléctrico (SMAW), dicho proceso se realizó con electrodo revestido E6011 de 3.175 mm.

Figura 172 *Proceso de soldadura entre el anillo de fijación y la cámara espiral*



Fuente: Fotografía propia

5.2.3. Tapas laterales de la turbina

Las tapas laterales se modelaron en el software 3D, con el diseño ya realizado procedemos a construir el molde de cada una de ellas en madera con la ayuda de un corte CNC. Con los moldes ya hechos mandamos a fundir en aluminio 60661-O [Ver especificaciones técnicas de materiales] cada una de las tapas.

Figura 173 *Fundición de las tapas laterales de la turbina en Aluminio*



Fuente: Fotografía propia



Por un proceso de mecanizado (Torno) y por arranque de viruta procedemos a maquinaslos hasta encontrar los diámetros deseados y darle un mejor acabado superficial.

Figura 174 *Torneado de las tapas laterales de la turbina*



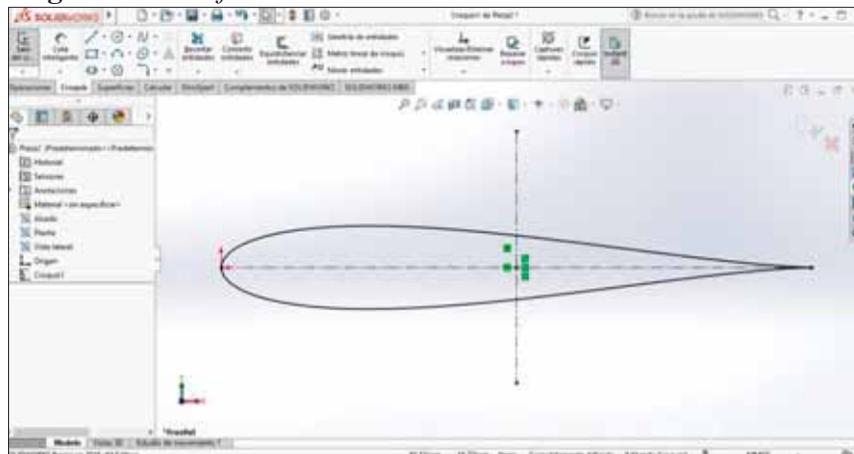
Fuente: Fotografía propia

5.2.4. Distribuidor Fink

5.2.4.1. Alabe directriz

Para la obtención del perfil hidrodinámico simétrico del alabe directriz hicimos un modelamiento en el software SOLIDWORKS 3D, con dicho modelo se realizó una impresión en 3D para que sirviera de matriz o molde y así poder obtener el alabe directriz requerido por medio de un proceso de fundición en bronce aleado con aluminio.

Figura 175 *Perfil Hidrodinámico del alabe directriz simétrico*



Fuente: Elaboración propia



Figura 176 Impresión 3D y alabes directrices fundidos



Fuente: Fotografía propia

Con los alabes fundidos procedemos a maquinarlos en el torno hasta encontrar la medida deseada del eje de cada alabe directriz (Ver Capítulo IV), en cada alabe directriz se tornearon ranuras para que sean fijados los O-RING para evitar alguna fuga de agua.

Figura 177 Proceso de torneado del alabe directriz



Fuente: Fotografía propia

5.2.4.2. Mecanismo de regulación del distribuidor

Los eslabones del mecanismo de regulación se fabricaron de platina ASTM A 36 de 50.8 mm x 6.35 mm, con los procesos de corte y taladrado se obtuvieron las medidas requeridas de los eslabones (Ver Capítulo IV), los dos eslabones se unen con un remache estructural de aluminio de 6.35 mm de diámetro.



Figura 178 *Proceso de fabricación de los eslabones del mecanismo de regulación*



Fuente: Fotografía propia

Con un corte CNC en una plancha negra ASTM A 1008 de 9.525 mm de espesor se obtuvo la forma del anillo de regulación y con un taladro se realizaron 11 orificios de 6.35 mm de diámetro donde se ubicaron las 11 bielas.

Figura 179 *Corte CNC del anillo de regulación*



Fuente: Fotografía propia

Con los 22 eslabones (biela-manivela) y con el anillo de regulación empezamos a armar el mecanismo de distribución, los alabes directrices fueron fijados a los eslabones por medio de un pasador de 2 mm de diámetro, el anillo de regulación es accionado por un tornillo de avance.

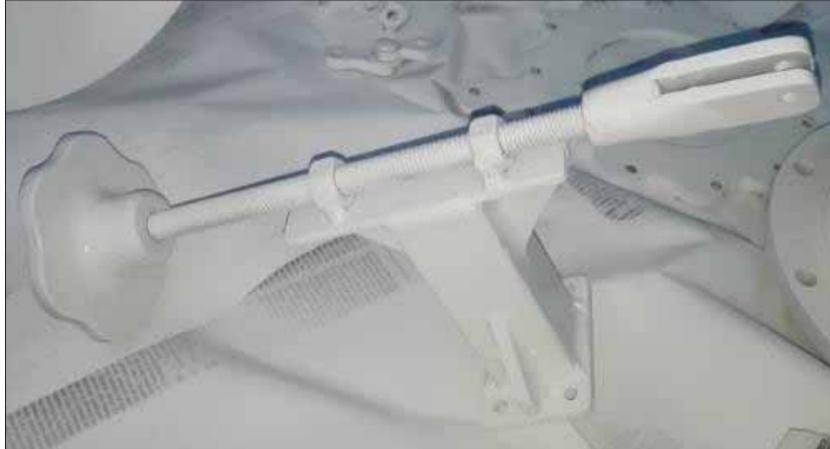


Figura 180 *Mecanismo de regulación*



Fuente: Fotografía propia

Figura 181 *Mecanismo de accionamiento del sistema de distribución*



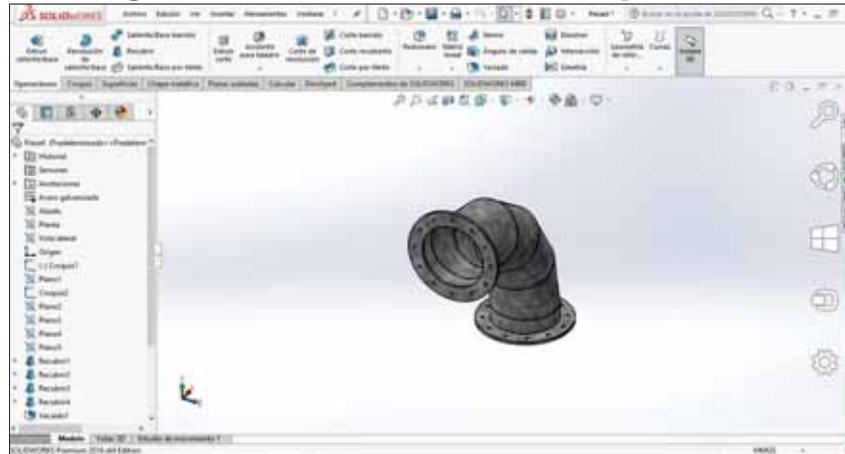
Fuente: Fotografía propia

5.2.5. Tubo de Aspiración

Para construir el tubo de aspiración troncocónico se moldeó en 3D en dos partes, una que se va a embridar a la tapa lateral de la turbina y la otra al canal de salida del fluido, se generaron chapas metálicas para obtener la figura exacta de cada tramo que compone el tubo de aspiración.



Figura 182 Modelado 3D del codo de Aspiración



Fuente: Elaboración propia

Con el corte CNC en una plancha galvanizada ASTM A653 de 0.794 mm de espesor, un proceso de rolado y soldadura obtenemos las dos partes del tubo de aspiración. Con una broca de 6.35 mm se realizó 12 agujeros que nos sirvieron para poder embridar el tubo de aspiración con la tapa lateral de la turbina.

Figura 183 Construcción del tubo difusor



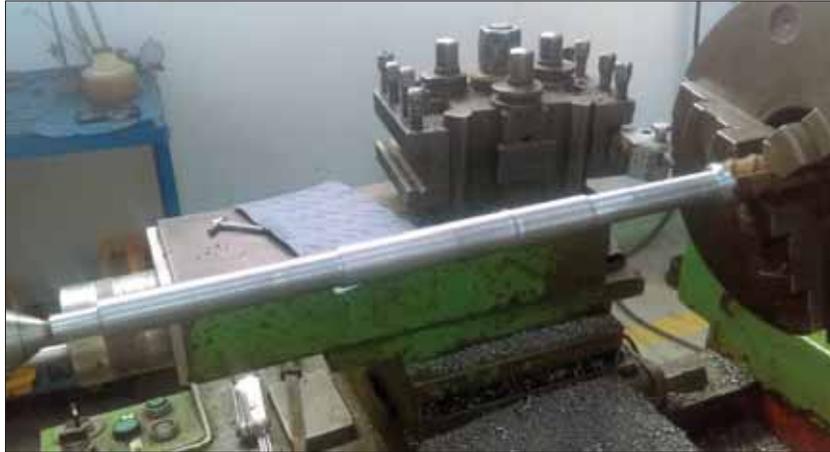
Fuente: Fotografía propia



5.2.6. Eje de la turbina

La fabricación del eje se efectuó por un proceso de mecanizado en acero AISI SAE 1020 de 30 mm de diámetro y por medio de un maquinado por arranque de viruta obtuvimos los diámetros específicos (Ver Capítulo IV).

Figura 184 *Proceso de mecanizado del eje de la turbina*



Fuente: Fotografía propia

Para poder fijar el eje con el rodete se utilizó un perno y una chaveta para lo cual, se realizó un orificio de 5 mm de diámetro, a dicho orificio se le paso un macho DIN UNC 6.35 mm con la ayuda de un porta macho y con un proceso de mecanizado (Limadora) obtuvimos el canal chavetero.

Figura 185 *Proceso de roscado y canal chavetero*



Fuente: Fotografía propia



5.2.7. Volante de Inercia

El volante de inercia se fabricó en acero ASTM A 1008, para obtener una forma aproximada cortamos un disco a medida (ver Capítulo IV), con la ayuda de un corte por soldadura autógena.

Figura 186 *Corte por soldadura Autógena de la volante de inercia*



Fuente: Fotografía propia

Con un torno se dio la forma adecuada al volante de inercia mediante un proceso de mecanizado. Se utilizó un taladro para perforar dos orificios de 6.35 mm de diámetro, a cada orificio se le paso un macho DIN UNC 7.934 mm con la ayuda de un porta macho.

Figura 187 *Proceso de mecanizado de la volante de inercia*



Fuente: Fotografía propia



5.2.8. Soportes estructurales de la turbina

Los soportes de la turbina se fabricaron por un proceso de soldadura de arco eléctrico (SMAW), dicho proceso se realizó con electrodo revestido E6011 de 3.175 mm, uniendo angulares ASTM A 36 50.8 mm x 50.8 mm x 3.175 mm; tubos cuadrados LAC ASTM A500 25.4 mm x 25.4 mm x 2 mm y platina ASTM A36 6.35 mm x 50.8 mm.

Figura 188 Soporte estructural del modelo de turbina Francis



Fuente: Fotografía propia

5.2.9. Acabado superficial

Cada uno de los componentes de la turbina se pintó primero con una base anticorrosiva estándar y luego se procedió a pintar con pintura Gloss X3 para un acabado final.

Figura 189 Aplicación de pintura anticorrosiva



Fuente: Fotografía propia



Figura 190 *Proceso de pintado*



Fuente: Fotografía propia

5.3. Especificaciones técnicas del montaje de la turbina

Para empezar con el montaje del modelo de turbina Francis se fijó los dos soportes estructurales con 5 pernos de acero negro cabeza Hexagonal ASTM A 354 6.35 mmx38.1 mm de grado 8, de igual manera fijamos la cámara espiral al soporte estructural con 4 pernos de acero negro cabeza Hexagonal ASTM A 354 9.525 mmx50.8 mm de grado 8.

Figura 191 *Anclaje de la cámara espiral con el soporte estructural*



Fuente: Fotografía propia

Procedemos a colocar 2 retenes en el orificio donde se colocó el eje del modelo de turbina, fijar la tapa lateral de la turbina con 8 pernos de acero negro cabeza Hexagonal ASTM A 354 9.525 mmx25.4 mm de grado 8, dicha tapa posee una empaquetadura de bitorite, luego colocamos 2 O-



RING en cada uno de los 11 alabes directrices y los colocamos en los 11 orificios de la tapa lateral respectivamente ya que cada uno de los orificios y alabes directrices están enumerados.

Figura 192 *Fijación de retenes y acondicionamiento de alabes directrices*



Fuente: Fotografía propia

Con los 11 alabes directrices en sus respectiva posición empezamos a armar el mecanismo de regulación, fijamos cada uno de los alabes directrices a los eslabones con un pasador de 2 mm de diámetro y la otra parte de los eslabones lo fijamos al anillo de distribución con 11 pernos de acero negro cabeza Hexagonal ASTM A 307 6.35 mmx25.4 mm de grado 2.

Figura 193 *Armado y acondicionamiento del sistema de distribución*



Fuente: Fotografía propia

Con el anillo de distribución fijados a los alabes directrices, empezamos a fijar con 1 perno de acero negro cabeza Hexagonal ASTM A 307 6.35 mmx38.1 mm de grado 2 el mecanismo de



accionamiento con el anillo de regulación, con 4 perno de acero negro cabeza Hexagonal ASTM A 307 6.35 mmx25.4 mm de grado 2 fijamos el mecanismo de accionamiento en el soporte estructural del modelo de turbina.

Figura 194 *Acondicionamiento del mecanismo de accionamiento del sistema de distribución*



Fuente: Fotografía propia

La volante de inercia se colocó al eje con la ayuda de una prensa hidráulica y se fijó con 2 tornillos prisioneros SAE 7.934 mm de grado 8 al eje, se colocó las 2 chumaceras en el eje y se empieza a alinear el eje con colocación de varias lanas entre el soporte estructural y las chumaceras, alineado el eje se fijó cada una de las chumaceras al soporte estructural con 4 perno de acero negro cabeza Hexagonal ASTM A 307 9.525 mmx 50.8 mm de grado 8.

Figura 195 *Fijación del volante de inercia y eje*



Fuente: Fotografía propia



Con el eje alineado, lo fijamos el rodete por medio de una chaveta y un perno de acero negro cabeza Hexagonal ASTM A 307 6.35 mmx25.4 mm de grado 8.

Figura 196 *Acondicionamiento y fijación del rodete*



Fuente: Fotografía propia

Fijamos la tapa lateral de la turbina con 8 pernos de acero negro cabeza Hexagonal ASTM A 354 9.525 mmx25.4 mm de grado 8, la tapa posee su empaquetadura de fibra vegetal (vitorite) y embridamos dicha tapa al codo de aspiración por medio de 12 pernos de acero negro cabeza Hexagonal ASTM A 307 6.35 mmx25.4 mm de grado 2 con su respectiva empaquetadura de fibra vegetal (vitorite), el codo de aspiración lo embridamos al cono de succión con 12 pernos de acero negro cabeza Hexagonal ASTM A 307 6.35 mmx25.4 mm de grado 2 con su respectiva empaquetadura de fibra vegetal (vitorite).



Figura 197 Fijación de la tapa lateral y tubo difusor



Fuente: Fotografía propia

Se fija la válvula de bola de 152.4 mm de diámetro a la entrada de la turbina por medio de 2 bridas, las bridas se fijan con 12 pernos de acero negro cabeza Hexagonal ASTM A 307 6.35 mmx25.4 mm de grado 2 con su respectiva empaquetadura de fibra vegetal (vitorite).

Figura 198 Modelo de turbina Francis de 2.775 KW de potencia



Fuente: Fotografía propia



Figura 199 Fotografía de recuerdo - Autores de la tesis



Fuente: Fotografía propia

5.4. Presupuesto de la construcción del modelo de Turbina Francis

PROYECTO : DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A PARTIR DE UN PROTOTIPO DE 200 KW DE POTENCIA USANDO LA TEORIA DE SEMJANZA HIDRAULICA

PROPIETARIO : ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA - UNSAAC

UBICACION : DPTO:CUSCO PROV:CUSCO DIST:WANCHAQ

FECHA PROYECTO : 22/03/2019

Ítem	Descripción	Unid.	Cant.	Precio	Parcial	Sub Total
1.0	CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBIN FRANCIS DE 2.7 KW DE POTENCIA	-	-	-	-	8,674.89
1.1	RODETE					1,676.70
1.1.1	Cubo del Rodete	pza	1.00	109.95	109.95	
1.1.2	Corona del Rodete	pza	1.00	69.31	69.31	
1.1.3	Alabe del Rodete	pza	12.00	43.95	527.40	
1.1.4	Proceso de Soldadura del Rodete	gbl	1.00	531.99	531.99	
1.1.5	Proceso de Mecanizado	gbl	3.00	145.75	437.25	
1.1.6	Accesorios para Montaje	und	1.00	0.80	0.80	
1.2	CAMARA ESPIRAL					2,006.14
1.2.1	Tramos de la Cámara Espiral	pza	16.00	56.42	902.72	
1.2.2	Procesos de Formado	gbl	16.00	29.70	475.20	
1.2.3	Bridas	und	1.00	67.28	67.28	
1.2.4	Anillos de la Cámara Espiral	und	2.00	65.47	130.94	
1.2.5	Proceso de Soldadura	und	1.00	420.40	420.40	
1.2.6	Accesorios para Montaje	und	1.00	9.60	9.60	
1.3	DISTRIBUIDOR					1,124.50



1.3.1	Anillo de Distribución	pza	1.00	61.26	61.26
1.3.2	Alabes Directrices	pza	11.00	16.44	180.84
1.3.3	Proceso de Mecanizado	pza	11.00	29.39	323.29
1.3.4	Eslabones de Platina de 2"x1/4"	pza	22.00	16.10	354.20
1.3.5	Mecanismo de Accionamiento	pza	1.00	107.35	107.35
1.3.6	Proceso de Soldadura	und	1.00	43.46	43.46
1.3.7	Accesorios para Montaje	und	1.00	54.10	54.10
1.4	TUBO DE ASPIRACIÓN				406.59
1.4.1	Codo de Aspiración	pza	1.00	165.84	165.84
1.4.2	Cono de Aspiración	pza	1.00	159.30	159.30
1.4.3	Procesos de Formado	gbl	1.00	71.85	71.85
1.4.4	Accesorios para Montaje	und	1.00	9.60	9.60
1.5	EJE				492.06
1.5.1	Proceso de Mecanizado	pza	1.00	401.06	401.06
1.5.2	Accesorios para Montaje	und	1.00	91.00	91.00
1.6	VOLANTE DE INERCIA				196.83
1.6.1	Proceso de Mecanizado	pza	1.00	160.05	160.05
1.6.2	Procesos de Formado	gbl	1.00	34.58	34.58
1.6.3	Accesorios para Montaje	und	1.00	2.20	2.20
1.7	SISTEMA DE CONEXION TURBINA - TUBERIA FORZADA				664.23
1.7.1	Bridas	und	1.00	56.13	56.13
1.7.2	Proceso de Mecanizado	pza	1.00	175.82	175.82
1.7.3	Proceso de Soldadura	und	1.00	82.28	82.28
1.7.4	Accesorios para Montaje	und	1.00	350.00	350.00
1.8	SOPORTE ESTRUCTURAL				809.80
1.8.1	Soporte de la Válvula	pza	1.00	124.11	124.11
1.8.2	Soporte del Modelo Turbina	pza	1.00	223.75	223.75
1.8.3	Soporte General del Modelo de Turbina	pza	1.00	461.94	461.94
1.9	EPP				367.00
1.9.1	Equipos de Protección personal	jgo	1.00	367.00	367.00
1.10	ACABADO SUPERFICIAL				653.84
1.10.1	Proceso de Pulido	und	1.00	162.90	162.90
1.10.2	Anticorrosivo	und	1.00	155.48	155.48
1.10.3	Pintura Gloss X3	und	1.00	335.46	335.46
1.11	MONTAJE DEL MODELO TURBINA FRANCIS				277.20
1.11.1	Montaje Final del Modelo de Turbina	und	1.00	277.20	277.20

Costo Directo		8,674.89
Gastos Admin.	12.00%	1,040.99
TOTAL :		9,715.88

[Son: nueve mil setecientos quince Soles con ochenta y ocho céntimos]



5.5. Análisis de costos unitarios para la construcción del modelo de Turbina Francis

Partida: 1.6.1 Proceso de Mecanizado Rendimiento:1 pza/Día

Costo unitario por pza **160.05**

Ind.	Descripción	Unid.	Recursos	Cantidad	Precio	Parcial
MANO DE OBRA						85.12
51	Ingeniero Mecánico (Supervisor)	HH	0.05	0.4	40	16
51	Operador Torno	HH	0.48	3.84	18	69.12
MATERIALES						48.27
51	Plancha LAF e=1/2"	und	-	0.055	843	46.37
48	Varilla E6011 de 1/8"	kg	-	0.1	13	1.3
48	Disco de Desbaste d=4.5"	und	-	0.08	7.5	0.6
EQUIPO						26.66
37	Herramientas	%MO	-	5	85.12	4.26
48	Máquina de Soldar	HM	0.07	0.56	10	5.6
48	Torno	HM	0.03	0.24	70	16.8

Partida: 1.6.2 Procesos de Formado Rendimiento:1 gbl/Día

Costo unitario por gbl **34.58**

Ind.	Descripción	Unid.	Recursos	Cantidad	Precio	Parcial
MANO DE OBRA						24.07
51	Ingeniero Mecánico (Supervisor)	HH	-	0.256	40	10.24
47	Operario	HH	-	1.064	13	13.83
EQUIPO						10.51
37	Herramientas	%MO	-	5	24.07	1.2
48	Soldadura Autógena	DIA	-	0.07	133	9.31

Partida: 1.6.3 Accesorios para Montaje Rendimiento:1 und/Día

Costo unitario por und **2.2**

Ind.	Descripción	Unid.	Recursos	Cantidad	Precio	Parcial
SUB-CONTRATOS						2.2
48	Prisioneros 5/16"	und	-	2	1.1	2.2

Partida: 1.7.1 Bridas Rendimiento:1 und/Día

Costo unitario por und **56.13**

Ind.	Descripción	Unid.	Recursos	Cantidad	Precio	Parcial
MANO DE OBRA						30.74



51	Ingeniero mecánico (Supervisor)	HH	0.04	0.32	40	12.8
2	Operador Corte Plasma CNC	HH	0.08	0.64	13	8.32
47	Operario	HH	0.0925	0.74	13	9.62
MATERIALES						15.85
57	Plancha LAF e=1/4"	und	-	0.038	417	15.85
EQUIPO						9.54
37	Herramientas	%MO	-	5	30.74	1.54
48	Cortadora Plasma CNC	HM	0.02	0.16	50	8

Partida: 1.7.2 Proceso de Mecanizado Rendimiento:1 pza/Día

Costo unitario por pza **175.82**

Ind.	Descripción	Unid.	Recursos	Cantidad	Precio	Parcial
MANO DE OBRA						116.8
51	Ingeniero mecánico (Supervisor)	HH	0.05	0.4	40	16
51	Operador Torno	HH	0.7	5.6	18	100.8
MATERIALES						30.78
2	Tubo Redondo d=6"	und	-	0.081	380	30.78
EQUIPO						28.24
37	Herramientas	%MO	-	5	116.8	5.84
48	Torno	HM	0.04	0.32	70	22.4

Partida: 1.7.3 Proceso de Soldadura Rendimiento:1 und/Día

Costo unitario por und **82.28**

Ind.	Descripción	Unid.	Recursos	Cantidad	Precio	Parcial
MANO DE OBRA						49.52
51	Ingeniero mecánico (Supervisor)	HH	0.046	0.368	40	14.72
39	Soldador	HH	0.29	2.32	15	34.8
MATERIALES						20.68
48	Disco de Corte d=4.5"	und	-	1.3	5	6.5
48	Disco de Desbaste d=4.5"	und	-	0.4	7.5	3
48	Varilla E6011 de 1/8"	kg	-	0.86	13	11.18
EQUIPO						12.08
37	Herramientas	%MO	-	5	49.52	2.48
48	Máquina de Soldar	HM	0.12	0.96	10	9.6

Partida: 1.7.4 Accesorios para Montaje Rendimiento:1 und/Día

Costo unitario por und **350**

Ind.	Descripción	Unid.	Recursos	Cantidad	Precio	Parcial
SUB-CONTRATOS						350
30	Válvula de Bola d=6"	und	-	1	350	350



Partida: 1.8.1 Soporte de la Válvula

Rendimiento:1 pza/Día

Costo unitario por pza **124.11**

Ind.	Descripción	Unid.	Recursos	Cantidad	Precio	Parcial
MANO DE OBRA						43.44
51	Ingeniero mecánico (Supervisor)	HH	0.042	0.336	40	13.44
39	Soldador	HH	0.25	2	15	30
MATERIALES						66.9
2	Angular ASTM A 36 1"x1"x2,5mm	und	-	0.32	28	8.96
51	Platina 2"x1/4"	und	-	0.0915	62	5.67
2	Platina 1"x1/8"	und	-	0.25	24	6
48	Varilla E6011 de 1/8"	kg	-	0.54	13	7.02
2	Perno de acero negro de 5/8" de grado 5	und	-	4	8	32
48	Disco de Corte d=4.5"	und	-	1	5	5
48	Disco de Desbaste d=4.5"	und	-	0.3	7.5	2.25
EQUIPO						9.77
37	Herramientas	%MO	-	5	43.44	2.17
48	Máquina de Soldar	HM	0.095	0.76	10	7.6
SUB-CONTRATOS						4
30	Perno Acero negro de Cabeza Hexagonal ASTM a 307 5/16" de grado 8	und	-	4	1	4

Partida: 1.8.2 Soporte del Modelo Turbina

Rendimiento:1 pza/Día

Costo unitario por pza **223.75**

Ind.	Descripción	Unid.	Recursos	Cantidad	Precio	Parcial
MANO DE OBRA						112.8
51	Ingeniero mecánico (Supervisor)	HH	0.09	0.72	40	28.8
39	Soldador	HH	0.7	5.6	15	84
MATERIALES						93.11
2	Angular ASTM A 36 2"x2"x3/16"	und	-	0.5	98	49
51	Platina 2"x1/4"	und	-	0.28	62	17.36
48	Varilla E6011 de 1/8"	kg	-	1	13	13
48	Disco de Corte d=4.5"	und	-	2	5	10
48	Disco de Desbaste d=4.5"	und	-	0.5	7.5	3.75
EQUIPO						12.84
37	Herramientas	%MO	-	5	112.8	5.64
48	Máquina de Soldar	HM	0.09	0.72	10	7.2
SUB-CONTRATOS						5



30	Perno Acero negro de Cabeza Hexagonal ASTM a 307 5/16" de grado 8	und	-	5	1	5
----	---	-----	---	---	---	---

Partida: 1.8.3 Soporte General del Modelo de Turbina Rendimiento:1 pza/Día

Costo unitario por pza **461.94**

Ind.	Descripción	Unid.	Recursos	Cantidad	Precio	Parcial
MANO DE OBRA						122.24
51	Ingeniero mecánico (Supervisor)	HH	0.082	0.656	40	26.24
39	Soldador	HH	0.8	6.4	15	96
MATERIALES						321.59
2	Angular ASTM A 36 1"x1"x2,5mm	und	-	0.5	28	14
2	Angular ASTM A 36 2"x2"x3/16"	und	-	2.5	98	245
48	Disco de Corte d=4.5"	und	-	5	5	25
48	Disco de Desbaste d=4.5"	und	-	1	7.5	7.5
51	Platina 2"x1/4"	und	-	0.066	62	4.09
48	Varilla E6011 de 1/8"	kg	-	2	13	26
EQUIPO						18.11
37	Herramientas	%MO	-	5	122.24	6.11
48	Máquina de Soldar	HM	0.15	1.2	10	12

Partida: 1.9.1 Equipos de Protección personal Rendimiento: jgo

Costo unitario por jgo **367**

Ind.	Descripción	Unid.	Recursos	Cantidad	Precio	Parcial
SUB-CONTRATOS						367
30	Careta de Soldador	und	-	1	20	20
30	Guantes de soldador	und	-	1	18	18
30	Lentes Protectores	und	-	3	3	9
30	Mandil de Cuero	und	-	1	50	50
30	Protectores de Oído	und	-	3	2	6
30	Zapatos de Seguridad	und	-	3	70	210
30	Casco	und	-	3	18	54

Partida: 1.10.1 Proceso de Pulido Rendimiento:1 und/Día

Costo unitario por und **162.9**

Ind.	Descripción	Unid.	Recursos	Cantidad	Precio	Parcial
MANO DE OBRA						104
47	Operario	HH	1	8	13	104
MATERIALES						53.7
30	Masilla Automotriz	und	-	4	9	36



30	Lijar N°40	und	-	3	2	6
30	Lijar N°80	und	-	4	1.8	7.2
30	Lijar N° 120	und	-	3	1.5	4.5
EQUIPO						5.2
37	Herramientas	%MO	-	5	104	5.2

Partida: 1.10.2 Anticorrosivo Rendimiento:1 und/Día

Costo unitario por und **155.48**

Ind.	Descripción	Unid.	Recursos	Cantidad	Precio	Parcial
MANO DE OBRA						93.6
47	Operario	HH	0.9	7.2	13	93.6
MATERIALES						38
30	Anticorrosivo Estándar	gln	-	0.5	38	19
30	Thinner Automotriz	gln	-	1	19	19
EQUIPO						23.88
37	Herramientas	%MO	-	5	93.6	4.68
48	Compresora de Aire	HM	0.3	2.4	8	19.2

Partida: 1.10.3 Pintura Gloss X3 Rendimiento:1 und/Día

Costo unitario por und **335.46**

Ind.	Descripción	Unid.	Recursos	Cantidad	Precio	Parcial
MANO DE OBRA						135.2
47	Operario	HH	1.3	10.4	13	135.2
MATERIALES						161.5
30	Pintura Gloss X3	gln	-	1.5	95	142.5
30	Thinner Automotriz	gln	-	1	19	19
EQUIPO						38.76
37	Herramientas	%MO	-	5	135.2	6.76
48	Compresora de Aire	HM	0.5	4	8	32

Partida: 1.11.1 Montaje Final del Modelo de Turbina Rendimiento:1 und/Día

Costo unitario por und **277.2**

Ind.	Descripción	Unid.	Recursos	Cantidad	Precio	Parcial
MANO DE OBRA						264
51	Ingeniero mecánico (Supervisor)	HH	0.5	4	40	160
47	Operario	HH	1	8	13	104
EQUIPO						13.2
37	Herramientas	%MO	-	5	264	13.2



CONCLUSIONES

- ♣ Las leyes de la semejanza hidráulica nos permitió diseñar y construir un modelo de turbina Francis de 2.775 KW de potencia, altura neta de 8m y un caudal de 0.042 m³/s, con el objetivo de poder hacer estudios más detallados de sus comportamiento, partiendo de un prototipo de 200 KW de potencia; altura neta de 42m y un caudal de 0.5 m³/s.
- ♣ El intercambio de energía mecánica – cinética del fluido se da en el rodete, es por ello que todos los órganos principales que conducen el agua o la transforman se diseñan en función del diámetro de salida del rodete D_{2e} .
- ♣ La semejanza geométrica dimensionó los componentes hidráulicos para poder generar un funcionamiento similar a la del prototipo, basado en condiciones de dimensionamiento del rodete se obtuvo una escala de reducción de (1:2.3) en función de las longitudes características principales $\frac{D_{2e(p)}}{D_{2e(m)}} = \frac{292.47 \text{ mm}}{128 \text{ mm}}$, esta escala de reducción es el mismo para cada componente hidráulico entre el prototipo y el modelo.
- ♣ La semejanza cinemática permite darnos cuenta que el ángulo de apertura $\alpha_1=22.73^\circ$ y $\beta_1=31.31^\circ$ a la entrada del rodete y $\alpha_2=80.64^\circ$ y $\beta_2=15.47^\circ$ a la salida del rodete son los mismos en el prototipo y modelo, los coeficientes adimensionales de las velocidades nos establecen la escala proporcional cinemática entre el modelo y prototipo en función de la energía cinética y la energía de presión, así como también nos permiten desarrollar la geometría espacial del alabe modelo a partir del método de la cesión gradual energética.
- ♣ La semejanza dinámica nos permitió graficar curvas características de funcionamiento, la estabilidad obtenida en dichas curvas para las diferentes condiciones de funcionamiento, fueron representadas para un amplio rango de caudales y velocidades de giro por lo que las



condiciones de operación del modelo de turbina Francis pueden ser variadas sin grandes cambios en su desempeño.

- ♣ Los métodos para diseñar los componentes hidráulicos de la Turbina Francis se han construido en base a experiencias de diversos autores y a la recopilación de datos sobre las principales turbinas instaladas alrededor del mundo, tomando en cuenta su rendimiento y simplificando su dimensionamiento.
- ♣ Se logró un diseño mecánico que permite el sencillo ensamblaje y desensamblaje de sus componentes, teniendo como principal característica el cómodo cambio del sistema de distribución que facilita las actividades de revisión y mantenimiento de sus elementos internos del modelo.
- ♣ El análisis de resistencia nos permitió garantizar el correcto pre dimensionamiento hidráulico y selección de material de los principales elementos del modelo de turbina, Cámara espiral (1.8mm), tubo difusor (0.794 mm), espesor del alabe rodete (≥ 1.3 mm); se realizó propiciando la utilización de sencillos métodos de construcción en base a los valores de la presión y velocidad del fluido, en comparación con las turbinas Francis convencionales.
- ♣ El no contar con un banco de pruebas no permite probar el modelo de turbina Francis en las condiciones de diseño calculadas originalmente, por lo tanto no es posible realizar una comparación completa de los resultados obtenidos con los datos esperados por diseño.



RECOMENDACIONES

- ♣ Realizar simulaciones mediante (CFD) para conocer el comportamiento del flujo de agua a través de los diferentes componentes del modelo de turbina Francis para lograr determinar cuál método de diseño provee el modelo más eficiente.
- ♣ Analizar las turbinas parciales del alabe modelo con otro número de líneas de corriente y equipotenciales con el fin de comparar la evolución espacial geométrica y cinemática del alabe.
- ♣ Se recomienda realizar pruebas de funcionamiento, en las que se estudie el modelo de turbina Francis en condiciones de operación adecuadas, para realizar un mejor ajuste de resultados con una presión y caudal constante, como funcionaria en una aplicación real.
- ♣ Utilizar otro modelado matemático teórico para la aproximación de las variables adimensionales de comportamiento de la turbina modelo.
- ♣ Construir un banco de pruebas que permita el estudio de comportamiento del modelo de turbina Francis, para diferentes condiciones de funcionamiento y al mismo tiempo ofrezca la posibilidad de registrar los parámetros con los que se están realizando las pruebas y lograr determinar diseños óptimos con una mejor eficiencia, con el fin de reducir costos.
- ♣ Establecer otro rodete con el número de alabes diferente para evaluar el rendimiento y los parámetros de funcionamiento con las mismas condiciones de operación del modelo actual.
- ♣ Desarrollar un algoritmo computacional para un mejor desarrollo del método de cesión gradual energética del alabe con el fin de obtener resultados más exactos y de mejor ajuste.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1) Almandoz Berrondo, J., Mongelos Orquiñena, B., & Pellejero Salaberria , I. (2007). *Apuntes de Maquinas Hidraulicas* . Material de dictado, Escuela Universitaria Politecnica, Ingenieria Nuclear y Mecanica de Fluidos, San Sebastian.
- 2) Alva Davila, F. (2008). *Diseño de Elementos de Maquinas I*. Lima.
- 3) Bañón , L., Varona Moya , F., Mompean Morales, M., & Ortega , J. (2012-2013). *Estructuras Metalicas*. Departamento de Ingenieria de la Construcción, Alicante. Obtenido de <http://hdl.handle.net/10045/25611>
- 4) Bobet, M. T. (1961). Contribution a L'etude du trace d'aubage d'une turbine a Réaction du type Francis. *Informations Techniques Charmilles*, 47-69.
- 5) de Leva, F., & de Siervo, F. (1976). Modern trends in selecting and designing Francis turbines. *Water Power y Dam Construction*, 28-35.
- 6) Estupiñam Merchan , J. (2015). *EDOC*. Obtenido de <https://edoc.site/diseo-y-calculo-de-volantes-pdf-free.html>
- 7) Fernandez Diez, P. (s.f.). *Turbinas Hidraulicas*. Universidad de Cantabria, Departamento de Ingenieria Electrica y Energetica. Obtenido de <http://www.termica.webhop.info/>
- 8) Garcia Palacios, J. (2013). *Modelos reducidos*. Universidad Politecnica de Madrid, Departamento de Ingenieria de Caminos, Canales y Puertos, Madrid.
- 9) Garcia Perez, M. A. (2011). *Turbomaquinas - Turbinas Hidraulicas*. Universidad Nacional del Callao, Facultad de Ingenieria Electrica y Electronica, Callao.
- 10) Gieck, K. (2007). *Manual de Formulas Tecnicas*. Mexico: Editorial Alfa Omega.
- 11) GILKES. (2010). Seleccion de turbina. *Sistemas de Energia Hidroelectrica.*, 100. Obtenido de <http://www.gilkes.com/Turbine-Selection>
- 12) Gonzales Perez, J., & Martinez de la Calle , J. (Enero de 2007). Turbomaquinas. *Apuntes de Mecanica de Fluidos*. Gijon.
- 13) Hernandez Rodriguez, J. (2000). *Universidad Nacional de educacion a distacia*. Obtenido de <https://www2.uned.es/ing-fluidos/IntroMF/node8.html>
- 14) Huete, C., Martinez Ruiz , D., & Sanchez Sanz, M. (2017). *Apuntes de Maquinas Hidraulicas*. Leganes.
- 15) L. Norton, R. (2011). *Diseño de Maquinas*. Mexico: Editorial Pearson.



- 16) Martínez de la Calle, J. (Noviembre de 2004). Análisis Dimensional. *Apuntes de Mecánica de Fluidos*. Gijón.
- 17) Mataix, C. (1975). *Turbomaquinas Hidráulicas*. Madrid: ICAI.
- 18) Morales R., M. P. (2000). Diseño de turbinas Francis en C++ Builder. *Ingeniería*, X, 125-136.
- 19) Muñoz, J., & Santos, R. (2014). *Guía de Turbinas Hidráulicas*. Universidad de los Andes, Departamento de Ciencias Térmicas, Mérida.
- 20) Nechleva, M. (1957). *Hydraulic Turbines their design and Equipment*. London. Obtenido de <https://archive.org/details/HydraulicTurbinesTheirDesignAndEquipmentNechleba>
- 21) Polo Encinas, M. (1988). *Turbomaquinas hidráulicas*. México: Limusa.
- 22) R. Marchegiani, A. (2006). *Cavitación*. Laboratorio, Universidad Nacional del Comahue, Departamento de Mecánica Aplicada.
- 23) Shigley, J. E. (2008). *Diseño en Ingeniería Mecánica* (Octava ed.). Mc Graw Hill.
- 24) Vanegas Useche, L. (2018). *Diseño de Elementos de Maquinas* (Vol. I). Pereira: Editorial UTP.
- 25) Zamora Parra, B., & Viedma Robles, A. (2016). *Maquinas Hidráulicas* (Primera ed.). Cartagena: rai UPCT.
- 26) Zoppetti, G. (1965). *Centrales hidroeléctricas* (Tercera ed.). Barcelona: Gustavo Gili.



ANEXOS

DISEÑO HIDRÁULICO.

```
%TRAZADO DEL PERFIL HIRAU-LICO INTERNO Y EXTERNO DEL RODETE MODELO

close all
clc
hold on
l1=355.119;
l7=63.583;
ym1=62.624;
ym7=9.012;
X1=0:1:88.779;
X7=0:1:69.683;
X71=X7+37.722;
Y1=ym1.*(3.08.*(1-(X1/l1))).*sqrt((X1/l1).*(1-(X1/l1)))
plot(X1,Y1,'or')
Y7=ym7.*(3.08.*(1-(X7/l7))).*sqrt((X7/l7).*(1-(X7/l7)))
plot(X71,Y7,'+b')
legend('P.H. Interno','P.H. Externo')
title('Trazado del Perfil Hidraulico Interno y Externo del Modelo')
xlabel('Eje Y (mm)')
ylabel('Eje X (mm)')
grid on

%TRAZADO DEL PERFIL HIRAU-LICO INTERNO Y EXTERNO DEL RODETE PROTOTIPO

close all
clc
hold on
l1=813.68;
l7=145.688;
ym1=143.49;
ym7=20.649;
X1=0:1:203.42;
X7=0:1:159.549;
X71=X7+86.432;
Y1=ym1.*(3.08.*(1-(X1/l1))).*sqrt((X1/l1).*(1-(X1/l1)))
plot(X1,Y1,'*b')
Y7=ym7.*(3.08.*(1-(X7/l7))).*sqrt((X7/l7).*(1-(X7/l7)))
plot(X71,Y7,'pg')
legend('P.H. Interno','P.H. Externo')
title('Trazado del Perfil Hidraulico Interno y Externo del Prototipo ')
xlabel('Eje Y (mm)')
ylabel('Eje X (mm)')
grid on

%CURVAS CARACTERISTICAS A VELOCIDAD DE GIRO CONSTANTE
%Curva Altura Util frente a Caudal para alfa1 de diseño

close all
clc
hold on
g=9.81;%Gravedad
u2=12.031;
r2=0.0638;
b1=0.0377;
b2=0.032;
alfa1=pi/180*(22.73);
```



```
beta2=pi/180*(15.47);
Q=0.0275:0.0001:0.042;
Hu=(1+((Q/u2).*((1/(2.*pi.*r2)).*((1/(b1.*tan(alfa1)))+(1/(b2.*tan(beta2)))
))) ).*(u2.^2/g)
figure(1)
plot(Q,Hu,'xr');
title('Curvas de Altura Util y altura Neta frente al Caudal para un alfa1 de
diseño')
xlabel('Q')
ylabel('Alturas')
grid on
%Curva Altura Neta frente a Caudal para alfa1 de diseño
nh=0.905;
u1=11.428;
A=0.6;%es un coeficiente que varía entre 0,5 y 0,7. Se tomará un valor
intermedio
B=0.9;%coeficiente de eliminacion de trabajo (0,9)
q=0.0275:0.0001:0.042;
p1=Hu.*(1-nh).*((Q/q).^2)
p2=(A/2.*g).*((u1.^2)-(B.*u2.^2)).*((1-(Q/q)).^2)
Hn=Hu+p1+p2;
plot(Q,Hn,'*b');
legend('Altura Util','Altura Neta')
title('Curvas de Altura Util y altura Neta frente al Caudal para un alfa1 de
diseño')
xlabel('Caudal (m3/s)')
ylabel('Altura Util y Neta (m)')
grid on
hold on
%Curva Potencia de la turbina Modelo
nm=0.96;
nv=0.98;
d=1000;
P=((nm.*nv.*d.*g.*Q.*Hu)/100).*0.095
figure(2)
plot(Q,P,'pm');
legend('Curva Potencia en el eje de la turbina')
title('Curva Altura Neta frente a Caudal para alfa1 de diseño')
xlabel('Caudal (m3/s)')
ylabel('Potencia (KW)')
grid on
%Curva Altura Util frente a Caudal para varios alfa1 de diseño
close all
clc
hold on
g=9.81;
u2=12.031;
r2=0.0638;
b1=0.0377;
b2=0.032;
alfa1=pi/180*(8);
alfa2=pi/180*(16);
alfa3=pi/180*(24);
alfa4=pi/180*(28);
beta2=pi/180*(15.47);
Q=0.0275:0.0001:0.042;
```



```
figure(1)
Hu1=(-
1+((Q/u2).*((1/(2.*pi.*r2)).*((1/(b1.*tan(alfa1)))+(1/(b2.*tan(beta2)))))).*(
u2.^2/g)
plot(Q,Hu1,'*b');
Hu2=(-
1+((Q/u2).*((1/(2.*pi.*r2)).*((1/(b1.*tan(alfa2)))+(1/(b2.*tan(beta2)))))).*(
u2.^2/g)
plot(Q,Hu2,'*xr');
Hu3=(-
1+((Q/u2).*((1/(2.*pi.*r2)).*((1/(b1.*tan(alfa3)))+(1/(b2.*tan(beta2)))))).*(
u2.^2/g)
plot(Q,Hu3,'*oy');
Hu4=(-
1+((Q/u2).*((1/(2.*pi.*r2)).*((1/(b1.*tan(alfa4)))+(1/(b2.*tan(beta2)))))).*(
u2.^2/g)
plot(Q,Hu4,'*pg');
legend('alfal=8°','alfal=16°','alfal=24°','alfal=28°')
title('Altura Util frente al Caudal para distintas pocisiones del
Distribuidor')
xlabel('Caudal (m3/s)')
ylabel('Altura Util (m)')
grid on

%Curva Altura neta a Caudal para varios alfa de diseño
close all
clc
hold on
g=9.81;
u2=12.031;
r2=0.0638;
b1=0.0377;
b2=0.032;
alfa1=pi/180*(8);
alfa2=pi/180*(16);
alfa3=pi/180*(24);
alfa4=pi/180*(28);
beta2=pi/180*(21);
Q=0.0275:0.0001:0.042;
Hu1=(-
1+((Q/u2).*((1/(2.*pi.*r2)).*((1/(b1.*tan(alfa1)))+(1/(b2.*tan(beta2)))))).*(
u2.^2/g)
Hu2=(-
1+((Q/u2).*((1/(2.*pi.*r2)).*((1/(b1.*tan(alfa2)))+(1/(b2.*tan(beta2)))))).*(
u2.^2/g)
Hu3=(-
1+((Q/u2).*((1/(2.*pi.*r2)).*((1/(b1.*tan(alfa3)))+(1/(b2.*tan(beta2)))))).*(
u2.^2/g)
Hu4=(-
1+((Q/u2).*((1/(2.*pi.*r2)).*((1/(b1.*tan(alfa4)))+(1/(b2.*tan(beta2)))))).*(
u2.^2/g)
nh=0.905;
u1=11.428;
A=0.6;%es un coeficiente que varía entre 0,5 y 0,7. Se tomará un valor
intermedio
```



```
B=0.9;%coeficiente de eliminacion de trabajo (0,9)
q=0.0275:0.0001:0.042;;
p11=Hu1.*(1-nh).*((Q/q).^2)
p12=Hu2.*(1-nh).*((Q/q).^2)
p13=Hu3.*(1-nh).*((Q/q).^2)
p14=Hu4.*(1-nh).*((Q/q).^2)
p21=(A/2.*g).*((u1.^2)-(B.*u2.^2)).*((1-(Q/q)).^2)
p22=(A/2.*g).*((u1.^2)-(B.*u2.^2)).*((1-(Q/q)).^2)
p23=(A/2.*g).*((u1.^2)-(B.*u2.^2)).*((1-(Q/q)).^2)
p24=(A/2.*g).*((u1.^2)-(B.*u2.^2)).*((1-(Q/q)).^2)
figure(1)
Hn1=Hu1+p11+p21;
plot(Q,Hn1,'*b');
Hn2=Hu2+p12+p22;
plot(Q,Hn2,'xr');
Hn3=Hu3+p13+p23;
plot(Q,Hn3,'oy');
Hn4=Hu4+p14+p24;
plot(Q,Hn4,'pg');
legend('alfal=8°','alfal=16°','alfal=24°','alfal=28°')
title('Altura Neta frente al Caudal para distintas pocisiones del
Distribuidor')
xlabel('Caudal (m3/s)')
ylabel('Altura Neta (m)')
grid on
%Curva Potencia-Caudal para varios alfa 1 de diseño
close all
clc
hold on
g=9.81;
u2=12.031;
r2=0.0638;
b1=0.0377;
b2=0.032;
alfal=pi/180*(8);
alfa2=pi/180*(16);
alfa3=pi/180*(24);
alfa4=pi/180*(28);
beta2=pi/180*(21);
Q=0.0275:0.0001:0.042;
Hu1=(-
1+((Q/u2).*((1/(2.*pi.*r2)).*((1/(b1.*tan(alfal)))+(1/(b2.*tan(beta2)))))).*(
u2.^2/g)
Hu2=(-
1+((Q/u2).*((1/(2.*pi.*r2)).*((1/(b1.*tan(alfa2)))+(1/(b2.*tan(beta2)))))).*(
u2.^2/g)
Hu3=(-
1+((Q/u2).*((1/(2.*pi.*r2)).*((1/(b1.*tan(alfa3)))+(1/(b2.*tan(beta2)))))).*(
u2.^2/g)
Hu4=(-
1+((Q/u2).*((1/(2.*pi.*r2)).*((1/(b1.*tan(alfa4)))+(1/(b2.*tan(beta2)))))).*(
u2.^2/g)
nm=0.96;
nv=0.98;
d=1000;
figure(1)
```



```

P1=((nm.*nv.*d.*g.*Q.*Hu1)/1000).*0.905
plot(Q,P1,'*b');
P2=((nm.*nv.*d.*g.*Q.*Hu2)/1000).*0.905
plot(Q,P2,'*xr');
P3=((nm.*nv.*d.*g.*Q.*Hu3)/1000).*0.905
plot(Q,P3,'*oy');
P4=((nm.*nv.*d.*g.*Q.*Hu4)/1000).*0.905
plot(Q,P4,'*Pg');
legend('alfal=8°','alfal=16°','alfal=24°','alfal=28°')
title('Potencia frente al Caudal para distintas pocisiones del Distribuidor')
xlabel('Caudal (m3/s)')
ylabel('Potencia (KW)')
grid on

```

Modelo de recolección de datos

SEMEJANZA DINAMICA - TESIS "DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A PARTIR DE UN PROTOTIPO DE 200 KW DE POTENCIA UTILIZANDO LA TEORIA DE LA SEMEJANZA HIDRAULICA"						
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA - UNSAAC						
	Pruebas:	Caracterización hidrodinámica del modelo de turbina Francis				
	Lugar de ensayo:	(Simulacion CH)				
	Condiciones:	H = 8m	Q=0.042 l/s			
	Finalidad:	Obtencion curvas de operación semejantes modelo - prototipo				
DATOS		UNIDAD	INSTRUMENTO MEDICION	DERIVACION MEDIDA	INSTRUMENTO MEDICION	DERIVACION MEDIDA
Caudal	Q	(l/s)	Caudalimetro		Caudalimetro	
Velocidad de giro	n	RPM	Tacometro		Tacometro	
Altura neta	H _n	(m)	Manometro		Manometro	
Variacion de alturas	ΔH	(m)	Manometro (H _{ent} -H _{sal})		Manometro (H _{ent} -H _{sal})	
Presion de entrada	p _e	(m.c.a)	Manometro		Manometro	
Presion de salida	p _s	(m.c.a)	Manometro		Manometro	
Diferencia de presiones	Δp	(N/m ²)		Bernoulli p ₂ -p ₁ = ρgΔH		Bernoulli p ₂ -p ₁ = ρgΔH
Par motor	T	(kg-m)	Dinamometro	9.81*masa	Dinamometro	9.81*masa
Tension	V	(V)	Voltimetro		Voltimetro	
Intensidad	I	(A)	Amperimetro		Amperimetro	
Potencia hidraulica	W _h	(KW)		(ρgQH _n)/1000		(ρgQH _n)/1000
Potencia mecanica	W _m	(KW)		RPM*T*9.81		RPM*T*9.81
Potencia electrica	W _{el}	(KW)		V*I		V*I
Rendimiento mecanico	η _m			(W _m /W _h)*100		(W _m /W _h)*100
Rendimiento electrico	η _{el}			(W _{el} /W _m)*100		(W _{el} /W _m)*100
Rendimiento hidraulico	η _h			(W _{el} /W _h)*100		(W _{el} /W _h)*100
Rendimiento total	η _t			media		

Fuente: Elaboracion propia



Modelo de análisis de las curvas adimensionales

Curvas adimensionales	$\Pi_Q = \frac{Q}{D^2 \sqrt{gH}}$
Numero adimensional Caudal Π_Q vs Coeficiente adimensional de velocidad de giro Π_Ω	$\Pi_T = \frac{T}{\rho g H D^3}$
Numero adimensional Par Π_T vs Coeficiente adimensional de velocidad de giro Π_Ω	$\Pi_{Wh} = \frac{W_h}{\rho D^2 (\sqrt{gH})^3}$
Numero adimensional Potencia Π_W vs Coeficiente adimensional de velocidad de giro Π_Ω	$\Pi_{Wm} = \frac{W_m}{\rho D^2 (\sqrt{gH})^3}$
Numero adimensional Potencia hidraulica Π_{Wh} vs Coeficiente adimensional de velocidad de giro Π_Ω	$\Pi_{Wel} = \frac{W_{el}}{\rho D^2 (\sqrt{gH})^3}$
Numero adimensional Potencia mecanica Π_{Wm} vs Coeficiente adimensional de velocidad de giro Π_Ω	$\Pi_\Omega = \frac{\Omega D}{\sqrt{gH}}$
Numero adimensional Potencia electrica Π_{Wel} vs Coeficiente adimensional de velocidad de giro Π_Ω	$\Pi_\eta = \eta$
Numero adimensional rendimiento Π_η VS Coeficiente adimensional de velocidad de giro Π_Ω	

Fuente: Elaboracion propia

Evaluación de datos para diferentes aperturas

Apertura maxima						Apertura media						Apertura baja					
	medición 1	medición 2	medición 3	medición 4	medición 5		medición 1	medición 2	medición 3	medición 4	medición 5		medición 1	medición 2	medición 3	medición 4	medición 5
Caudal						Caudal						Caudal					
RPM						RPM						RPM					
Par motor						Par motor						Par motor					
Alturas						Alturas						Alturas					
H entrada						H entrada						H entrada					
H salida						H salida						H salida					
H neto						H neto						H neto					
Presiones						Presiones						Presiones					
p e						p e						p e					
p s						p s						p s					
Δp						Δp						Δp					
Potencias						Potencias						Potencias					
Wh						Wh						Wh					
Wm						Wm						Wm					
Wel						Wel						Wel					
Eficiencias						Eficiencias						Eficiencias					
η m						η m						η m					
η el						η el						η el					
η h						η h						η h					
Coeficiente adimensional						Coeficiente adimensional						Coeficiente adimensional					
Π q						Π q						Π q					
Π τ						Π τ						Π τ					
Π wh						Π wh						Π wh					
Π wm						Π wm						Π wm					
Π wel						Π wel						Π wel					

Fuente: Elaboracion propia



DISEÑO MECÁNICO

Coefficientes de forma

Shape	Drag Coefficient
Sphere	0.47
Half-sphere	0.42
Cone	0.50
Cube	1.05
Angled Cube	0.80
Long Cylinder	0.82
Short Cylinder	1.15
Streamlined Body	0.04
Streamlined Half-body	0.09

Measured Drag Coefficients

Referencia:
https://es.wikipedia.org/wiki/Coeficiente_de_arrastre

Propiedades mecánicas bronce aluminio

Propiedad	Valor	Unidade
Módulo elástico	1.1e+011	N/m ²
Coefficiente de Poisson	0.3	N/D
Módulo cortante	4.3e+010	N/m ²
Densidad de masa	7400	kg/m ³
Límite de tracción	551485000	N/m ²
Límite de compresión		N/m ²
Límite elástico	275742000	N/m ²
Coefficiente de expansión térmica	1.7e-005	/K
Conductividad térmica	56	W/(m-K)

Referencia: Solidworks materiales

Parámetros del factor de la condición superficial de Marin

Acabado superficial	Factor a		Exponente b
	S_{ut} , kpsi	S_{ut} , MPa	
Esmerilado	1.34	1.58	-0.085
Maquinado o estirado en frío	2.70	4.51	-0.265
Laminado en caliente	14.4	57.7	-0.718
Como sale de la forja	39.9	272.	-0.995

Referencia: SHIGLEY

**Factores de confiabilidad k_e**

Confiabilidad, %	Variación de transformación z_u	Factor de confiabilidad k_e
50	0	1.000
90	1.288	0.897
95	1.645	0.868
99	2.326	0.814
99.9	3.091	0.753
99.99	3.719	0.702
99.999	4.265	0.659
99.9999	4.753	0.620

Referencia: SHIGLEY

Factores de temperatura k_T

Temperatura, °C	S_T/S_{RT}	Temperatura, °F	S_T/S_{RT}
20	1.000	70	1.000
50	1.010	100	1.008
100	1.020	200	1.020
150	1.025	300	1.024
200	1.020	400	1.018
250	1.000	500	0.995
300	0.975	600	0.963
350	0.943	700	0.927
400	0.900	800	0.872
450	0.843	900	0.797
500	0.768	1 000	0.698
550	0.672	1 100	0.567
600	0.549		

Referencia: SHIGLEY



Especificaciones SAE para pernos de acero

Grado de SAE núm.	Intervalo de tamaños, inclusive, pulg.	Resistencia de prueba mínima,* kpsi	Resistencia mínima a la tensión,* kpsi	Resistencia mínima a la fluencia,* kpsi	Material	Marca en la cabeza
1	$\frac{1}{4}$ - $1\frac{1}{2}$	33	60	36	Acero de bajo o medio carbono	
2	$\frac{1}{2}$ - $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$ - $1\frac{1}{2}$	55	74	57	Acero de bajo o medio carbono	
		33	60	36		
4	$\frac{1}{4}$ - $1\frac{1}{2}$	65	115	100	Acero de medio carbono, estrado en frío	
5	$\frac{1}{4}$ -1 $1\frac{1}{8}$ - $1\frac{1}{2}$	85	120	92	Acero de medio carbono, T y R	
		74	105	81		
5.2	$\frac{1}{4}$ -1	85	120	92	Acero martensítico de bajo carbono, T y R	
7	$\frac{1}{4}$ - $1\frac{1}{2}$	105	133	115	Acero de aleación de medio carbono, T y R	
8	$\frac{1}{4}$ - $1\frac{1}{2}$	120	150	130	Acero de aleación de medio carbono T y R	
8.2	$\frac{1}{4}$ -1	120	150	130	Acero martensítico de bajo carbono, T y R	

*Las resistencias mínimas son resistencias que excede 99% de los sujetadores.

Referencia: Shigley

Tamaños referidos de estandarizacion

Fracción de pulgadas
$\frac{1}{64}, \frac{1}{32}, \frac{1}{16}, \frac{3}{32}, \frac{1}{8}, \frac{5}{32}, \frac{3}{16}, \frac{1}{4}, \frac{5}{16}, \frac{3}{8}, \frac{7}{16}, \frac{1}{2}, \frac{9}{16}, \frac{5}{8}, \frac{11}{16}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, 1, 1\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}, 1\frac{3}{4}, 2, 2\frac{1}{4}, 2\frac{1}{2}, 2\frac{3}{4}, 3, 3\frac{1}{4}, 3\frac{1}{2}, 3\frac{3}{4}, 4, 4\frac{1}{4}, 4\frac{1}{2}, 4\frac{3}{4}, 5, 5\frac{1}{4}, 5\frac{1}{2}, 5\frac{3}{4}, 6, 6\frac{1}{4}, 7, 7\frac{1}{4}, 8, 8\frac{1}{2}, 9, 9\frac{1}{2}, 10, 10\frac{1}{2}, 11, 11\frac{1}{2}, 12, 12\frac{1}{2}, 13, 13\frac{1}{2}, 14, 14\frac{1}{2}, 15, 15\frac{1}{2}, 16, 16\frac{1}{2}, 17, 17\frac{1}{2}, 18, 18\frac{1}{2}, 19, 19\frac{1}{2}, 20$

Referencia: Shigley

Dimensionamiento de las tuercas hexagonales

Tamaño nominal, pulg.	Ancho W	Altura H		
		Hexagonal regular	Gruesa o ranurada	Contra-tuerca
$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{7}{32}$	$\frac{9}{32}$	$\frac{5}{32}$
$\frac{5}{16}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{17}{64}$	$\frac{21}{64}$	$\frac{3}{16}$
$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{21}{64}$	$\frac{13}{32}$	$\frac{7}{32}$
$\frac{7}{16}$	$\frac{11}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{29}{64}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{5}{16}$
$\frac{9}{16}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{31}{64}$	$\frac{39}{64}$	$\frac{5}{16}$
$\frac{5}{8}$	$1\frac{15}{16}$	$\frac{35}{64}$	$\frac{23}{32}$	$\frac{3}{8}$
$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{8}$	$\frac{41}{64}$	$\frac{13}{16}$	$\frac{27}{64}$
$\frac{7}{8}$	$1\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{29}{32}$	$\frac{31}{64}$
1	$1\frac{1}{2}$	$\frac{55}{64}$	1	$\frac{35}{64}$
$1\frac{1}{8}$	$1\frac{11}{16}$	$\frac{31}{32}$	$1\frac{5}{32}$	$\frac{39}{64}$
$1\frac{1}{4}$	$1\frac{7}{8}$	$1\frac{1}{16}$	$1\frac{1}{4}$	$\frac{23}{32}$
$1\frac{3}{8}$	$2\frac{1}{16}$	$1\frac{11}{64}$	$1\frac{3}{8}$	$\frac{25}{32}$
$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	$1\frac{9}{32}$	$1\frac{1}{2}$	$\frac{27}{32}$

Referencia: Shigley



Diametros y area de roscas unificadas de tornillo UNC y UNF

Designación de tamaño	Diámetro mayor nominal pulg	Serie gruesa-UNC			Serie fina-UNF		
		Roscas por pulgada, N	Área de esfuerzo de tensión A_t , pulg ²	Área del diámetro menor A_r , pulg ²	Roscas por pulgada, N	Área de esfuerzo de tensión A_t , pulg ²	Área del diámetro menor A_r , pulg ²
0	0.0600				80	0.001 80	0.001 51
1	0.0730	64	0.002 63	0.002 18	72	0.002 78	0.002 37
2	0.0860	56	0.003 70	0.003 10	64	0.003 94	0.003 39
3	0.0990	48	0.004 87	0.004 06	56	0.005 23	0.004 51
4	0.1120	40	0.006 04	0.004 96	48	0.006 61	0.005 66
5	0.1250	40	0.007 96	0.006 72	44	0.008 80	0.007 16
6	0.1380	32	0.009 09	0.007 45	40	0.010 15	0.008 74
8	0.1640	32	0.014 0	0.011 96	36	0.014 74	0.012 85
10	0.1900	24	0.017 5	0.014 50	32	0.020 0	0.017 5
12	0.2160	24	0.024 2	0.020 6	28	0.025 8	0.022 6
$\frac{1}{4}$	0.2500	20	0.031 8	0.026 9	28	0.036 4	0.032 6
$\frac{5}{16}$	0.3125	18	0.052 4	0.045 4	24	0.058 0	0.052 4
$\frac{3}{8}$	0.3750	16	0.077 5	0.067 8	24	0.087 8	0.080 9
$\frac{7}{16}$	0.4375	14	0.106 3	0.093 3	20	0.118 7	0.109 0
$\frac{1}{2}$	0.5000	13	0.141 9	0.125 7	20	0.159 9	0.148 6
$\frac{9}{16}$	0.5625	12	0.182	0.162	18	0.203	0.189
$\frac{5}{8}$	0.6250	11	0.226	0.202	18	0.256	0.240
$\frac{3}{4}$	0.7500	10	0.334	0.302	16	0.373	0.351
$\frac{7}{8}$	0.8750	9	0.462	0.419	14	0.509	0.480
1	1.0000	8	0.606	0.551	12	0.663	0.625
$1\frac{1}{4}$	1.2500	7	0.969	0.890	12	1.073	1.024
$1\frac{1}{2}$	1.5000	6	1.405	1.294	12	1.581	1.521

Referencia: Shigley

Factor de carga debido al esfuerzo axial, flexion y de torsion.

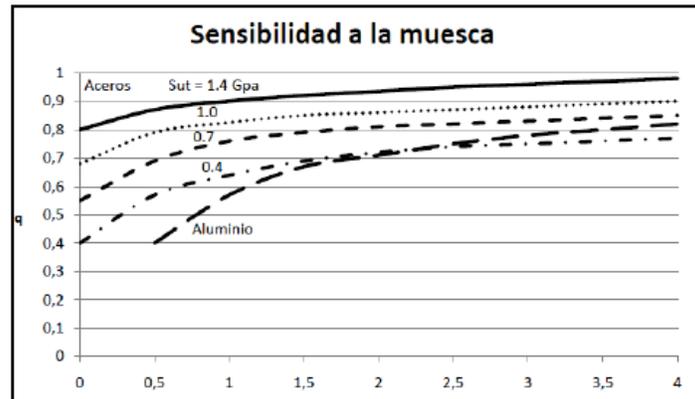
Factores de Influencia

Factor de carga K_q	
- Flexión rotativa: $K_q = 1$	(12)
- Flexión alternada: $K_q = 1$	(13)
- Carga axial:	
$K_q = 0.923$ para $S_{ut} < 1520 \text{ Mpa}$	(14)
$K_q = 1$ para $S_{ut} > 1520 \text{ Mpa}$	(15)
Ensayos realizados muestran además que el límite a fatiga a tracción es un 85% del límite de fatiga a flexión. Esto implica que $K_q = 0.85$. Se puede trabajar o bien con las expresiones (14-15) o bien con este valor.	
Esfuerzo cortante: $K_q = 0.577$	(16)
Esfuerzo de torsión: $K_q = 0.577$	(17)

Referencia: <http://www3.fi.mdpu.edu.ar/emaquinas/files/fatiga.pdf>

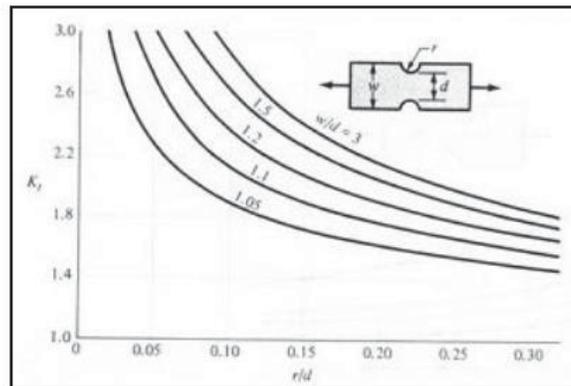


Sensibilidad de la muesca a flexión y torsión



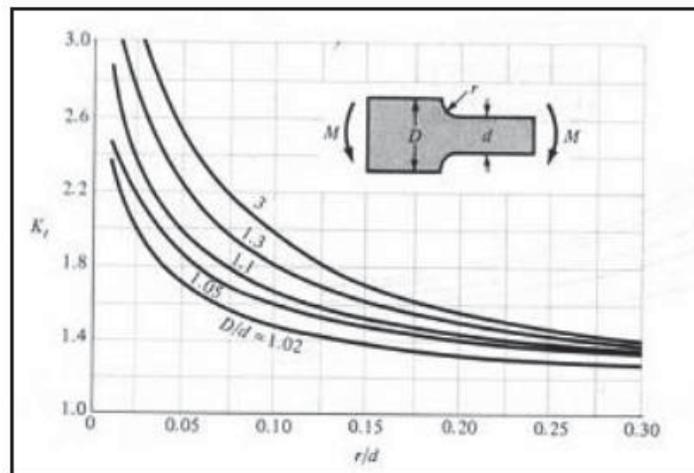
Referencia: SHIGLEY

Concentrador de entalle circular a tracción



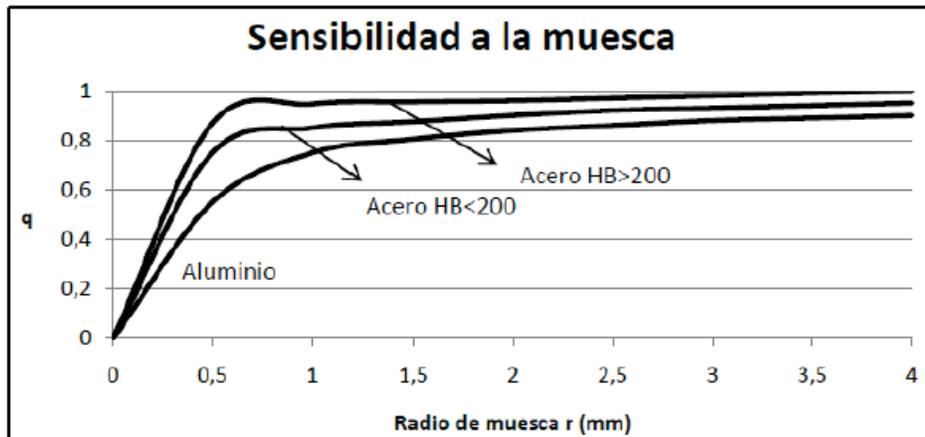
Referencia: SHIGLEY

Concentrador de entalle circular a flexión



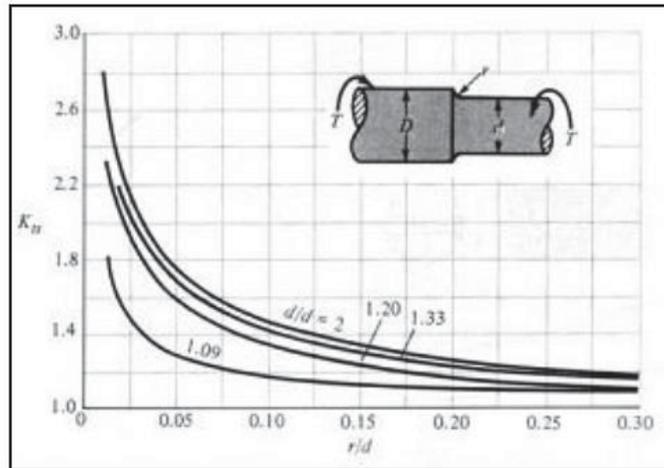
Referencia: SHIGLEY

Sensibilidad de la muesca en torsión



Referencia: SHIGLEY

Concentrador de esfuerzos a torsión debido a variación diametral



Referencia: SHIGLEY

Detalles rodamiento tipo cónico.

SKF

Tapered roller bearings, single row

Manufacturer	SKF
Description	Tapered roller bearings, single row, Bore D 20 ...
Part number	32004 X
Mass bearing	0.0584 kg

Fuente. (www.traceparts.com)



Detalles rodamiento tipo rodillos

Cylindrical roller bearings, single row, axial displacement in both directions, NU design

Manufacturer	SKF
Description	Cylindrical roller bearing, single row, axial displacement in both directions, NU design
Part number	NU 204 ECPH
Mass bearing	0.107 kg

Fuente. (www.traceparts.com)

Especificaciones tecnicas tornillos cabeza hexagonal

TORNILLOS CABEZA EXAGONAL

DIN 931

WHITWORTH

ACERO TRATADO

RESISTENCIA II A

Pulgadas	3/16	1/4	5/16	3/8	7/16	1/2	9/16	5/8	3/4	7/8	1"	Diametros
Ø Milímetros	4,76	6,35	7,94	9,52	11,11	12,70	14,28	15,88	19,05	22,23	25,40	
N.º Hilo	24	20	18	16	14	12	12	11	10	9	8	Pasos
z Milímetros	1,058	1,270	1,411	1,588	1,814	2,117	2,117	2,300	2,540	2,832	3,175	
B (1)	12	15	18	20	22	25	26	28	32	38	40	Longitudes de rosca
(2)	15	18	22	25	28	30	33	35	40	50	55	
C	0,2	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5	Asiento
S	8	11	14	17	18	22	22	27	32	36	41	Llave
K	3,5	5	6	7	8	9	9	11	13	16	18	Altura cabeza

PRECIO POR UNIDAD

L	0,15	0,17	0,26										Largo espiga
25													25
30	0,16	0,19	0,28	0,43	0,62								30
35	0,17	0,20	0,30	0,46	0,66	0,79							35
40	0,19	0,22	0,32	0,48	0,70	0,85	0,98	1,39					40
45	0,20	0,23	0,34	0,51	0,74	0,90	1,01	1,46	3,41				45
50	0,21	0,24	0,35	0,54	0,79	0,96	1,08	1,56	3,50	4,97			50
55		0,26	0,38	0,56	0,84	1,02	1,13	1,67	3,76	5,23	6,32		55
60		0,27	0,40	0,60	0,88	1,06	1,23	1,77	3,92	5,50	6,62		60
65		0,30	0,45	0,63	0,93	1,14	1,27	1,85	4,18	5,78	6,96		65
70		0,31	0,45	0,69	0,98	1,20	1,29	1,93	4,33	6,08	7,29		70
75		0,35	0,52	0,79	1,07	1,31	1,40	2,06	4,74	6,72	8,14		75
80		0,35	0,52	0,79	1,07	1,31	1,40	2,06	4,74	6,72	8,14		80
85		0,58	0,62	0,91	—	1,43	1,56	2,25	5,37	7,24	8,79		85
90		0,58	0,62	0,91	1,16	1,43	1,56	2,25	5,37	7,24	8,79		90
95		0,66	—	0,99	—	1,55	1,72	2,40	6,21	7,78	9,47		95
100		0,66	0,69	0,99	1,25	1,55	1,72	2,40	6,21	7,78	9,47		100
105		—	0,75	—	1,42	1,72	1,88	2,56	6,76	8,41	10,19		105
110		2,28	0,75	1,12	1,42	1,72	1,88	2,56	6,76	8,41	10,19		110
120		2,31	0,82	1,21	1,52	1,84	2,03	3,57	7,38	9,01	10,84		120
130		2,37	0,89	1,38	1,63	1,97	2,35	4,28	8,10	9,65	11,56		130
140		2,61	0,99	1,48	1,74	2,10	2,60	4,66	8,65	10,21	12,28		140
150		2,91	1,09	1,59	1,84	2,22	2,84	5,21	9,26	10,85	13,04		150

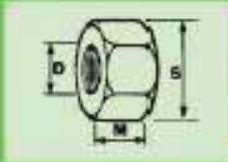


Especificaciones tecnicas tornillos cabeza hexagonal

TUERCAS EXAGONALES

DIN 934

ACERO TRATADO
CLASE 10




WHITWORTH

Díametro	Paso	S Llave	M Altura	PRECIO POR UNIDAD
3/16	24 h.	8	4	0,07
1/4	20 h.	11	5,5	0,11
5/16	18 h.	14	6,5	0,16
3/8	16 h.	17	8	0,25
7/16	14 h.	19	9,5	0,32
1/2	13 h.	19	11,5	0,43
5/8	12 h.	22	11	0,46
9/16	12 h.	24	12	0,61
5/8	11 h.	27	13	0,61
3/4	10 h.	32	16	0,84
7/8	9 h.	36	18	1,20
1"	8 h.	41	20	1,70
1 1/8	7 h.	46	22	5,05
1 1/4	7 h.	50	25	6,64
1 3/8	6 h.	55	28	8,78
1 1/2	6 h.	60	30	10,50
1 5/8	5 h.	65	32	15,65
1 3/4	5 h.	70	35	24,49
1 7/8	4 1/2 h.	75	38	29,04
2"	4 1/2 h.	80	40	34,67

SAE

Díametro	Paso	S Llave	M Altura	PRECIO POR UNIDAD
3/16	32 h.	8	4	0,08
1/8	28 h.	11	5,74	0,11
5/16	24 h.	12	6,53	0,15
3/8	24 h.	14	8,55	0,24
7/16	20 h.	17	9,77	0,32
1/2	20 h.	19	11,37	0,42
9/16	18 h.	22	12,59	0,51
5/8	18 h.	24	14,19	0,65
3/4	16 h.	27	16,99	1,22
7/8	14 h.	32	19,71	1,84
1"	14 h.	38	22,52	2,84
1"	12 h.	36	25,40	2,84
1 1/8	12 h.	41	29,37	4,49
1 1/4	12 h.	46	27,78	6,36
1 3/8	12 h.	50	30,63	8,30
1 1/2	12 h.	55	33,45	11,29
1 5/8	12 h.	65	34	20,04
1 3/4	12 h.	70	35	25,72
1 7/8	12 h.	75	38	30,48
2"	12 h.	80	40	36,40

B.S.F.

Díametro	Paso	S Llave	M Altura	PRECIO POR UNIDAD
1/4	28 h.	11	5	0,20
5/16	22 h.	13	6,30	0,31
3/8	20 h.	14	8	0,31
7/16	18 h.	17	9,50	0,46
1/2	16 h.	19	8	0,62
9/16	16 h.	22	12,50	0,76
5/8	14 h.	26	14	1,03
3/4	12 h.	27	16,70	1,45

UNC

Díametro	Paso	S Llave	M Altura	PRECIO POR UNIDAD
1/4	20 h.	11	5,50	0,17
5/16	18 h.	13	6,70	0,26
3/8	16 h.	14	8,50	0,28
7/16	14 h.	17	9,50	0,40
1/2	13 h.	19	11	0,48
9/16	12 h.	22	12,50	0,62
5/8	11 h.	24	13,50	0,85
3/4	10 h.	28	16	1,25
7/8	9 h.	33	19	1,90
1"	8 h.	38	22	2,86
1 1/8	7 h.	41	25	4,37
1 1/4	7 h.	46	27	6,69
1 1/2	6 h.	55	33	10,24

**Esfuerzos permisibles del código AISC para metal de aporte**

Tipo de carga	Tipo de soldadura	Esfuerzo permisible	n^*
Tensión	A tope	$0.60S_y$	1.67
Aplastamiento	A tope	$0.90S_y$	1.11
Flexión	A tope	$0.60-0.66S_y$	1.52-1.67
Compresión simple	A tope	$0.60S_y$	1.67
Cortante	A tope o de filete	$0.30S_u$	

*El factor de seguridad n se ha calculado mediante la teoría de la energía de distorsión.
†El esfuerzo cortante en el metal base no debe exceder de $0.40S_y$ del metal base.

Referencia: SHIGLEY

Propiedades de los tipos de electrodos (material de aporte)

Número de electrodo AWS*	Resistencia a la tensión, kpsi (MPa)	Resistencia a la fluencia, kpsi (MPa)	Elongación porcentual
E60xx	62 (427)	50 (345)	17-25
E70xx	70 (482)	57 (393)	22
E80xx	80 (551)	67 (462)	19
E90xx	90 (620)	77 (531)	14-17
E100xx	100 (689)	87 (600)	13-16
E120xx	120 (827)	107 (737)	14

Referencia: SHIGLEY



Propiedades del electrodos Cellocord E6011

SMAW	SOLDEXA
Aceros de Bajo Carbono	
PUNTO AZUL	

Electrodo revestido del tipo celulósico, de alta penetración y resistencia, diseñado para uso con corriente alterna o continua. Presenta un arco estable y uniforme con gran facilidad en el encendido y el reencendido del electrodo, además, presenta fácil remoción de escoria, puede soldar sobre superficies ligeramente oxidadas. El metal depositado solidifica con rapidez lo que le confiere facilidad para realizar soldaduras en todas posiciones. Es ideal para las aplicaciones en carpintería metálica.

Clasificación	
AWS A5.1 / ASME-SFA 5.1	E6011

Análisis Químico del Metal Depositado (valores típicos) [%]

C	Mn	Si	P	S	Mo	Ni	Cr	Cu	Otros
0,05	0,5	0,3	máx. 0,020	máx. 0,020	-	-	-	-	-

Propiedades Mecánicas del Metal Depositado

Tratamiento Térmico	Resistencia a la Tracción [MPa (psi)]	Límite de Fluencia [MPa (psi)]	Elongación en 2" [%]	Energía Absorbida 50-V (-30°C) [J]
Sin tratamiento	mín. 430 (60 000)	mín. 330 (48 000)	22	mín. 30

Conservación del Producto
<ul style="list-style-type: none"> Mantener en un lugar seco y evitar humedad. No requiere almacenamiento bajo horno.

Posiciones de Soldadura
P, H, Va, Sc. <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 5px;"> </div>

Parámetros de Soldado Recomendados

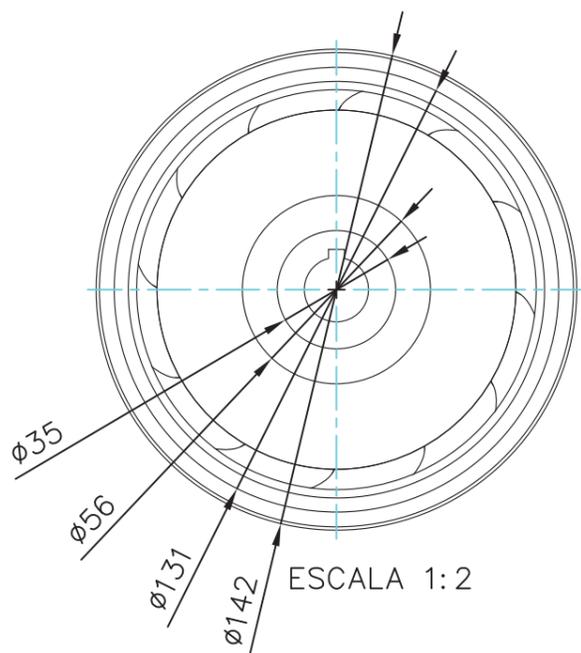
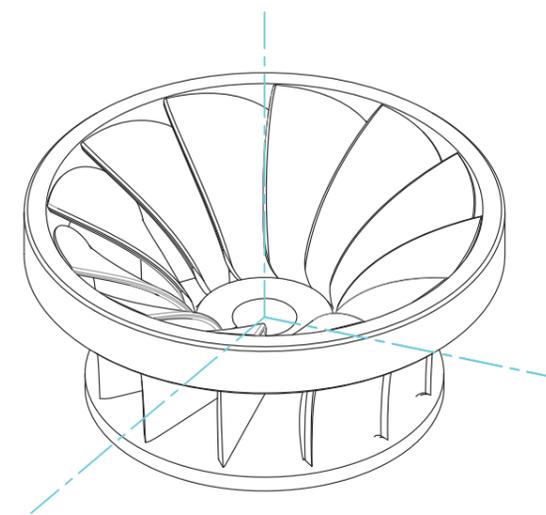
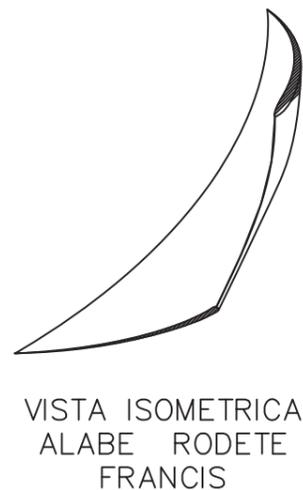
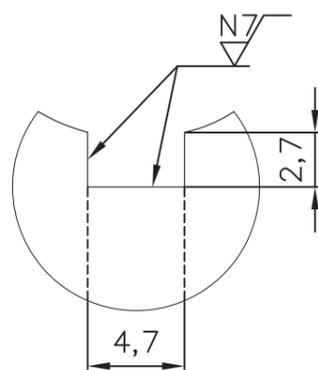
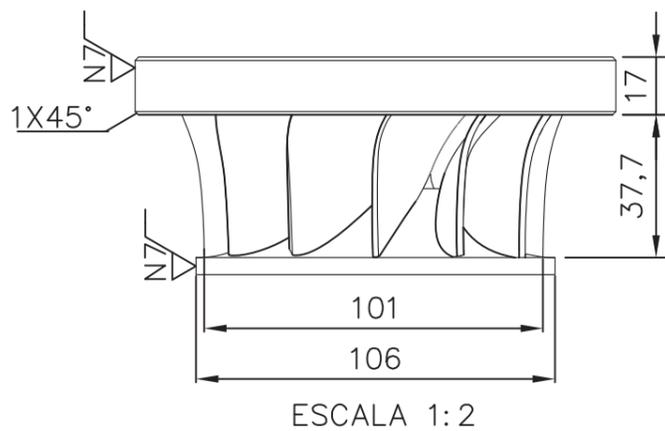
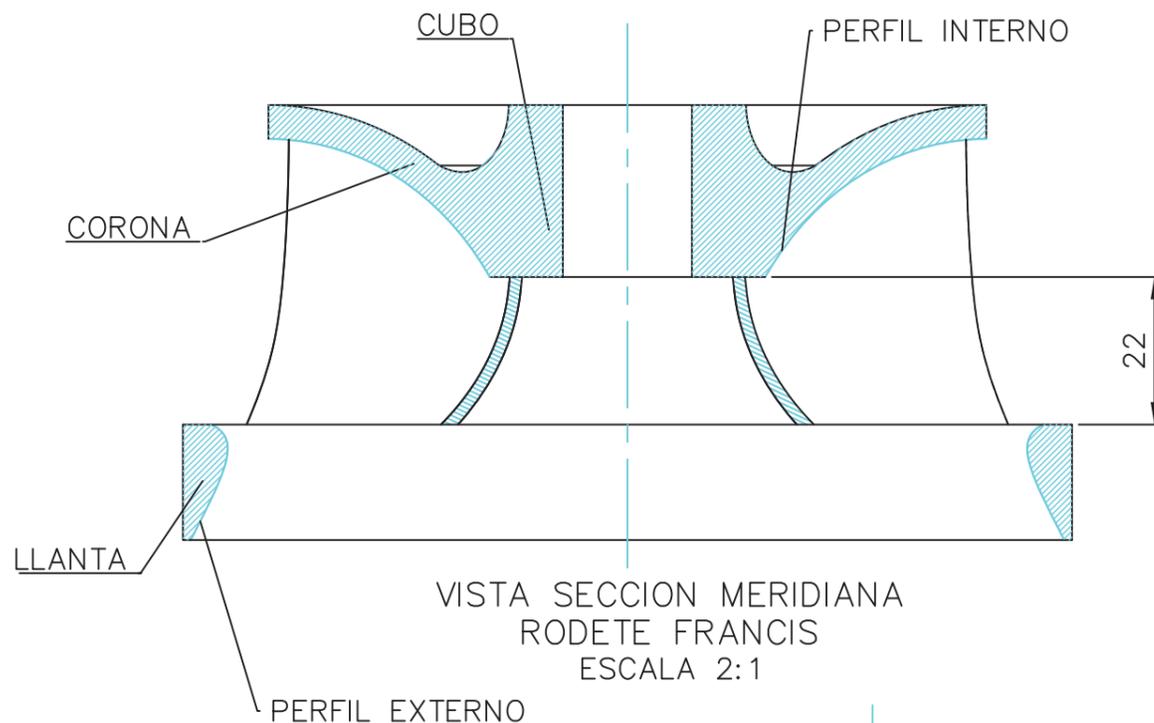
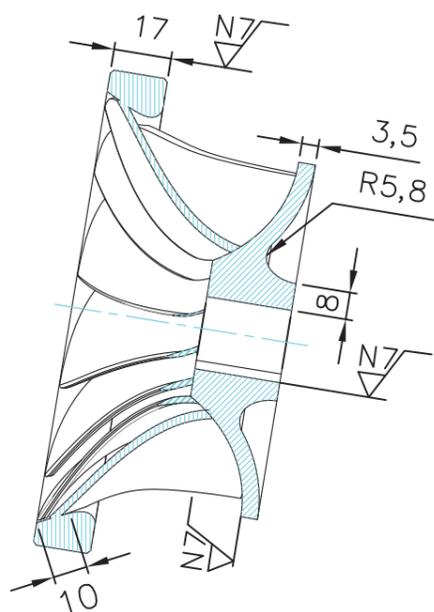
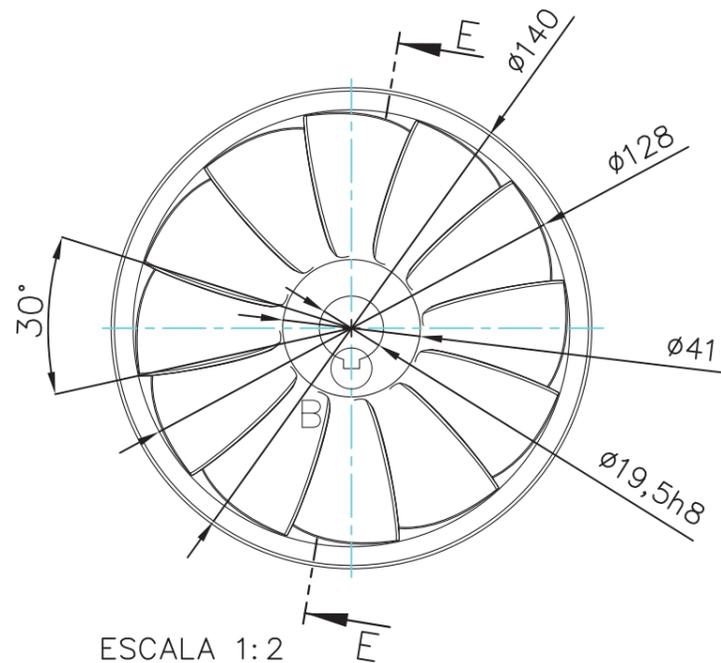
Para corriente alterna (AC) o continua (DC): Electrodo al polo positivo DCEP				
Diámetro	[mm]	2,50	3,25	4,00
	[pulgadas]	3/32	1/8	5/32
Amperaje mínimo		50	80	115
Amperaje máximo		80	110	150

Aplicaciones

- Diseñada exclusivamente para la soldadura de unión de aceros de bajo carbono: perfiles, ángulos, platinas, etc. en el sector cerrajero.
- Ideal para trabajos de fabricación de Carpintería Metálica en general y fabricación de estructuras livianas.
- Se recomienda para la fabricación de puertas, ventanas, portones, carrocerías, etc. con un límite de fluencia de 330MPa.

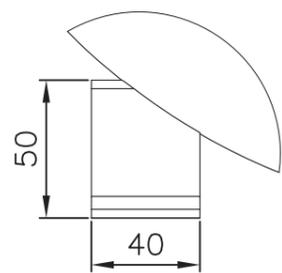


PLANOS Y DETALLES

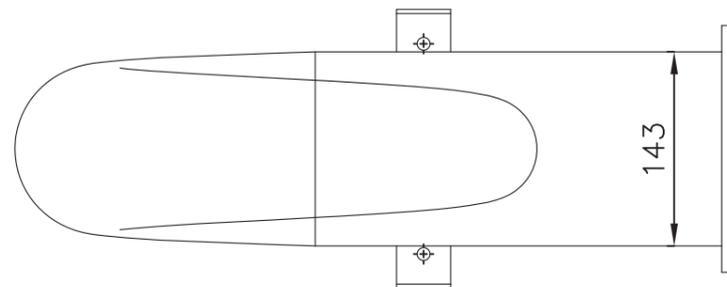


POS.	CANTIDAD	DESCRIPCION	CARACTERISTICAS	MATERIAL
03	01	CORONA	e = 17 mm	BRONCE ALUMINIO
02	12	ALABE	e _{salida} = 1,3 mm e _{entrada} = 2,7 mm	BRONCE ALUMINIO
01	01	CUBO	h = 25 mm	BRONCE ALUMINIO

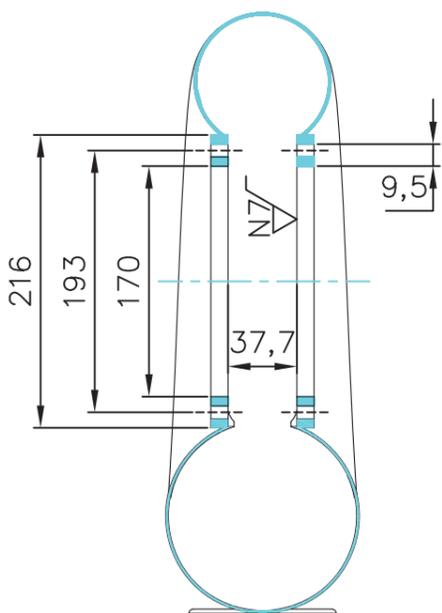
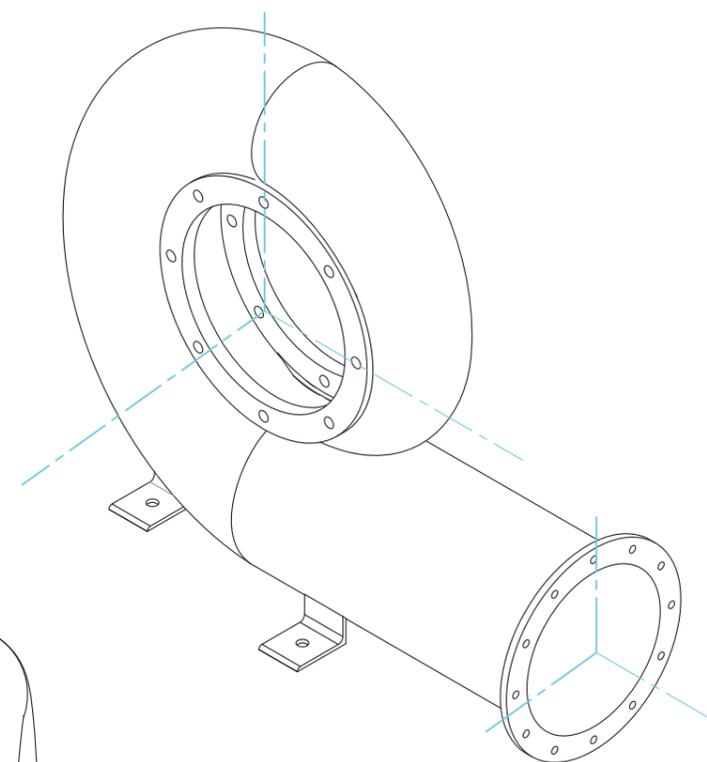
 "UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO" FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA, ELECTRONICA, INFORMATICA Y MECANICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA				
PROYECTO "DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A UN PROTOTIPO DE 200 KW USANDO LAS LEYES DE LA SEMEJANZA HIDRAULICA"				
PLANO DE RODETE MODELO DE TURBINA FRANCIS				
PROYECTISTAS (TESISTAS) Br. JAIMES GALLEGOS, Jonathan Rodrigo Br. PANTIGOZO ORRQUE, Wilmer				
DIRECCION: (ASESOR) Mgt. Ing. MACEDO SILVA, Arturo				LAMINA
DISTRITO	CUSCO	PROVINCIA	CUSCO	DEPARTAMENTO
		CUSCO		
DIBUJADO POR:	J.G.J.R. P.O.W.	ESCALA	INDICA	FECHA
				19/02/2019
				1.01



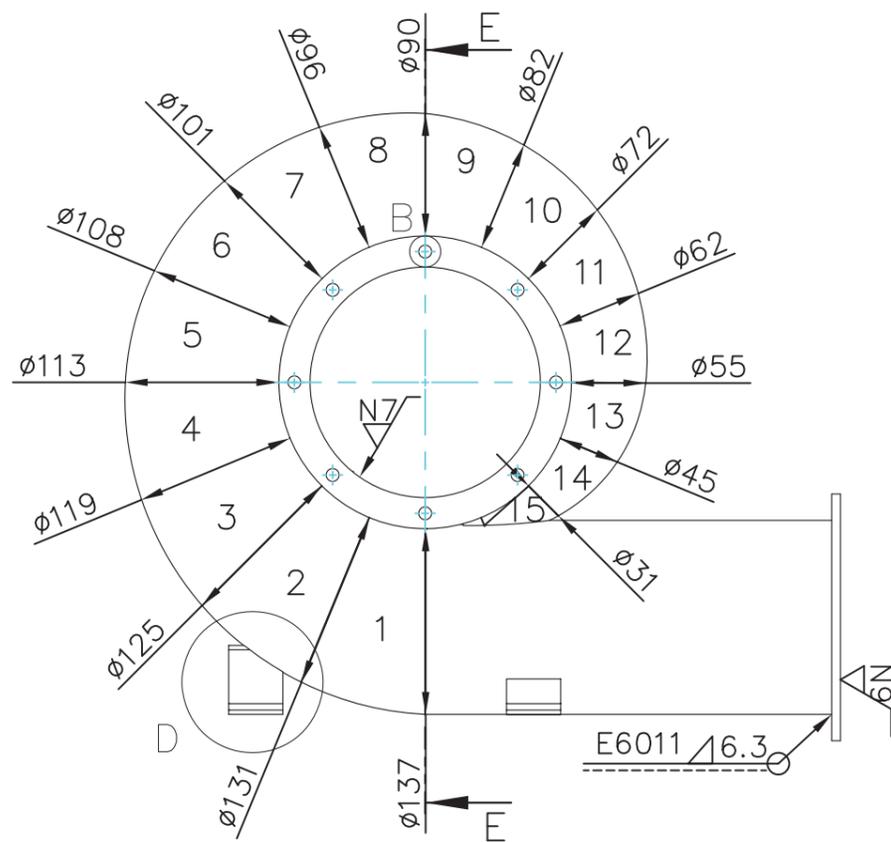
DETALLE "D"
ELEMENTO DE SUJECION INFERIOR
VISTA FRONTAL
ESCALA 2 : 5



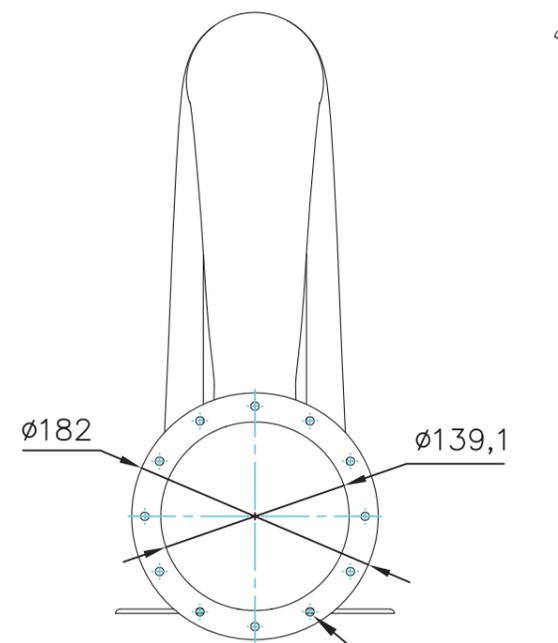
ESCALA 1 : 10



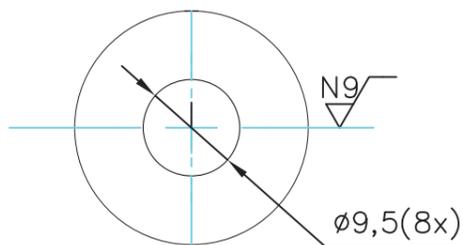
ESPEJOR BRIDAS LATERALES
SECCION E-E
ESCALA 1 : 10



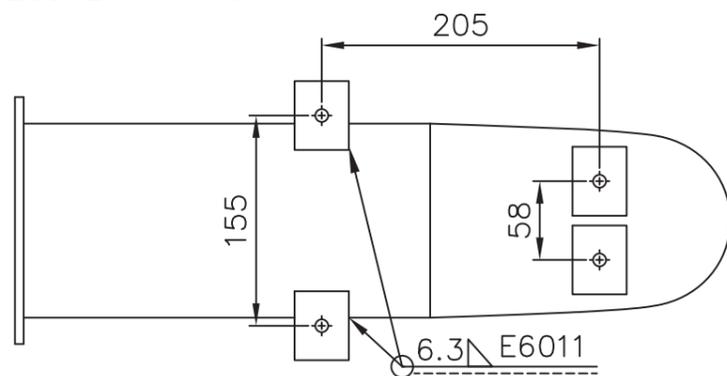
ESCALA 1 : 10



ESCALA 1 : 10 — $\phi 6,3(12x)$



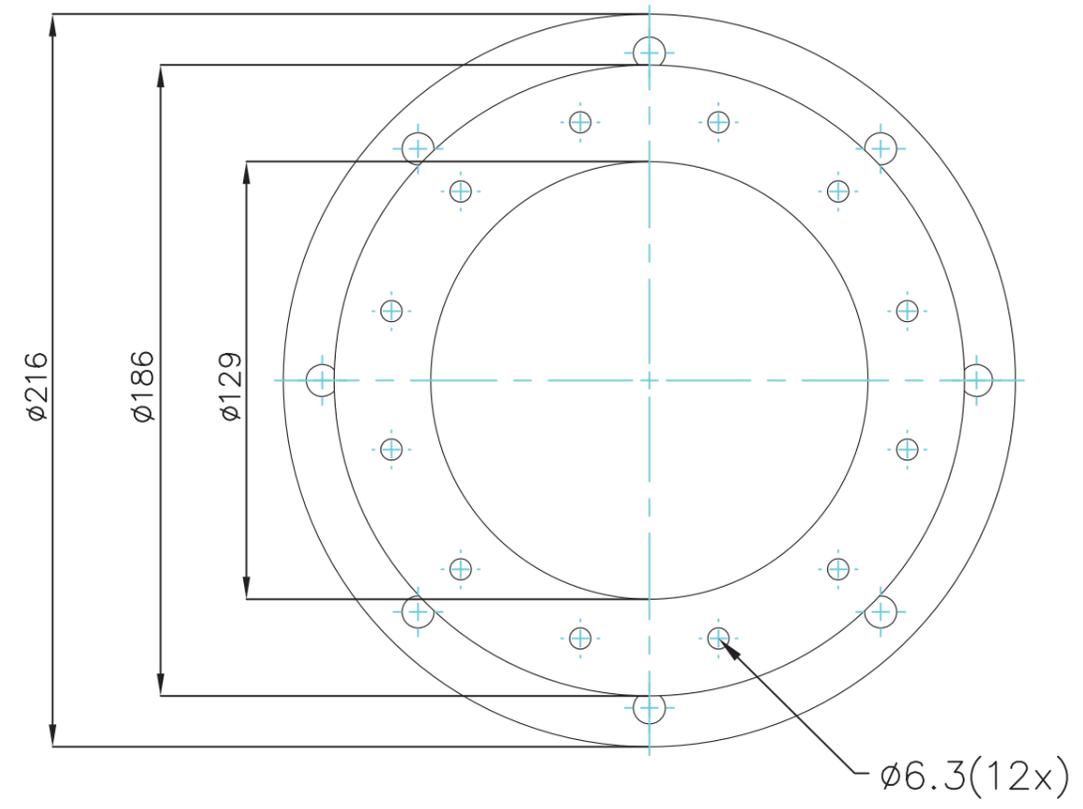
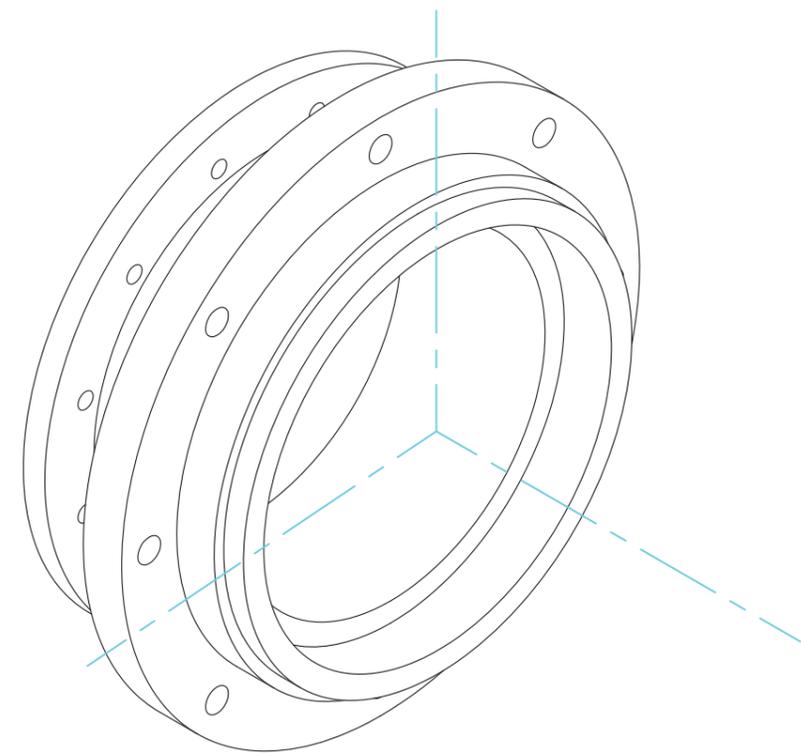
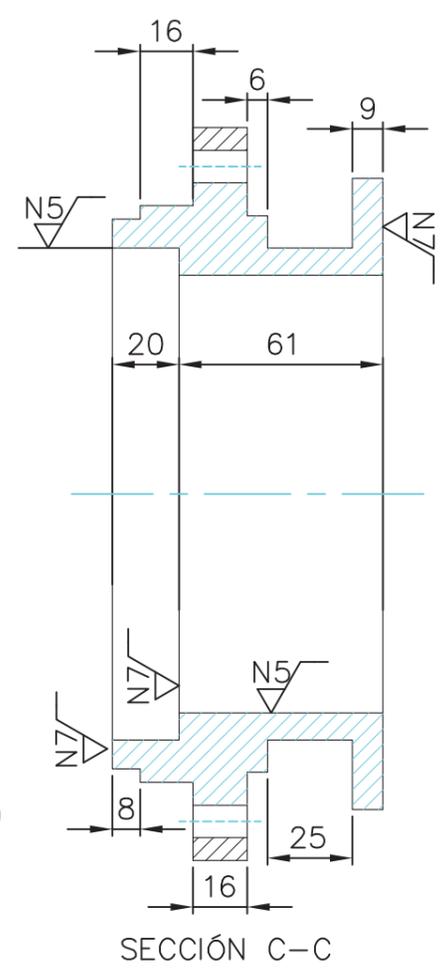
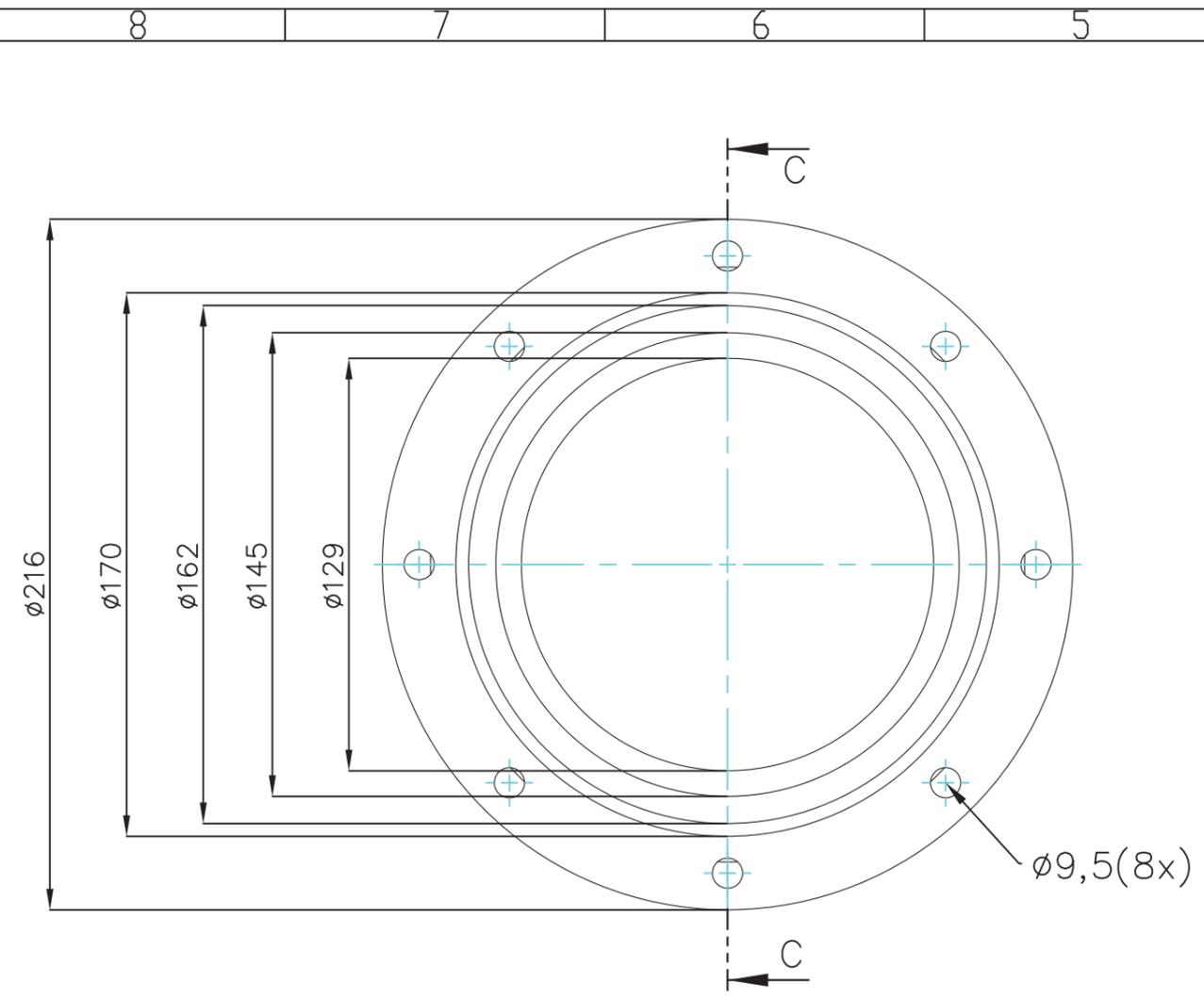
DETALLE "B"
AGUJERO FIJACION TAPAS
ESCALERAS
ESCALA 1



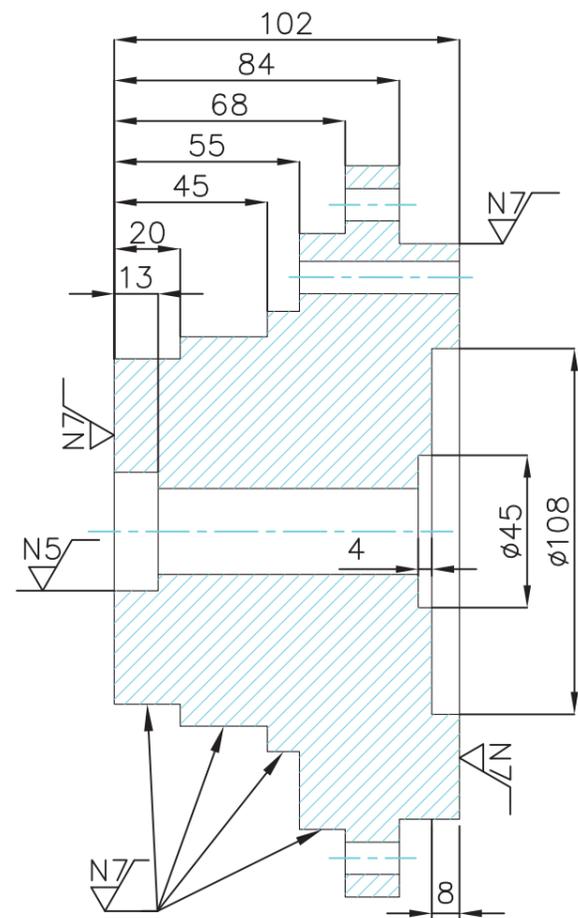
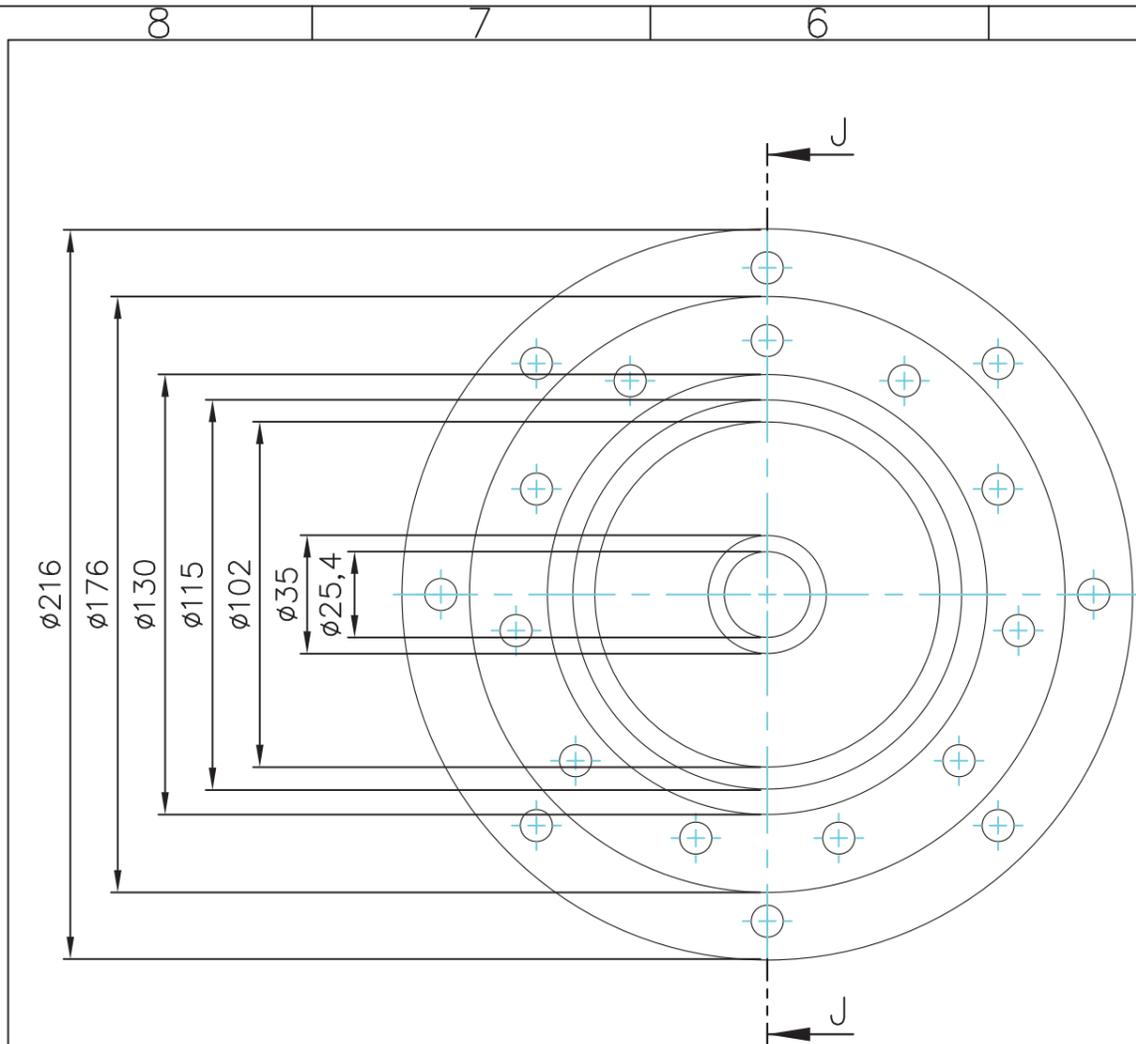
ESCALA 1 : 10

POS.	CANTIDAD	DESCRIPCION	CARACTERISTICAS	MATERIAL
04	04	ELEMENTOS DE SUJECION	L 50x50x2.5mm	ASTM A-36
03	01	BRIDA ANCLAJE VALVULA	e = 6.3 mm	ASTM A-36
02	02	BRIDAS LATERALES	e = 6.3 mm E6011 - SMAW	ASTM A-36
01	01	CAMARA ESPIRAL	e = 1.8 mm E6011 - SMAW	ACERO GALVANIZADO

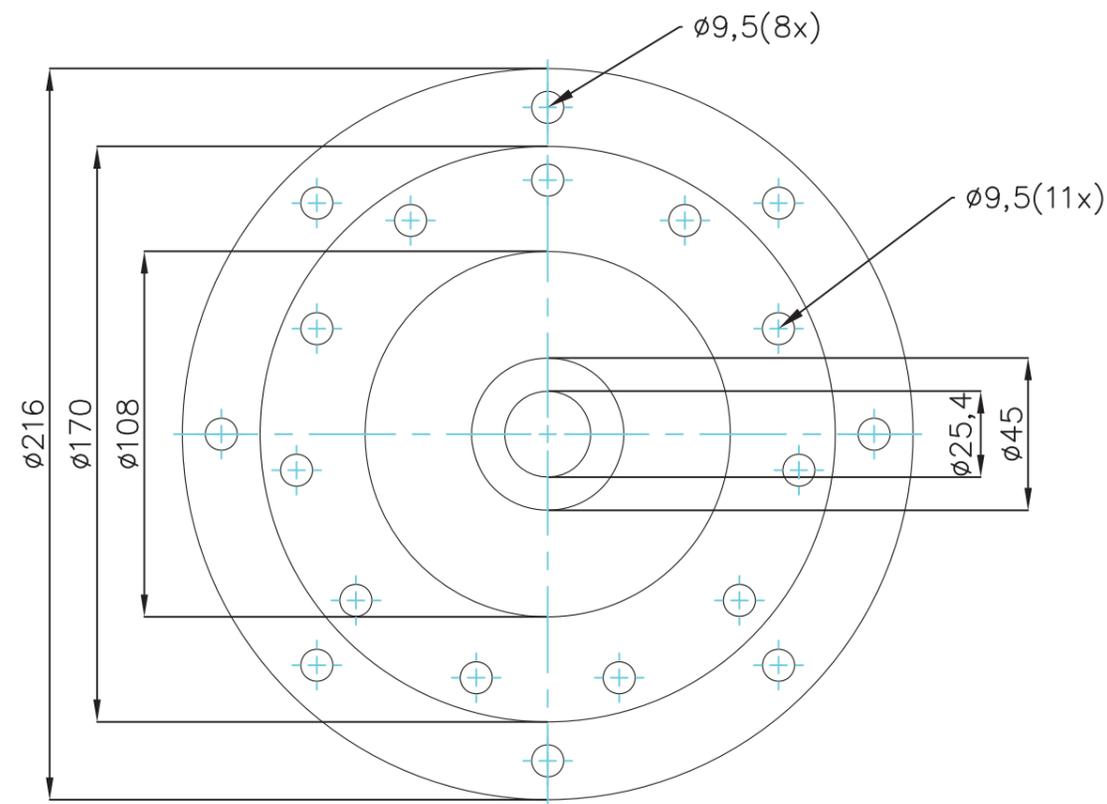
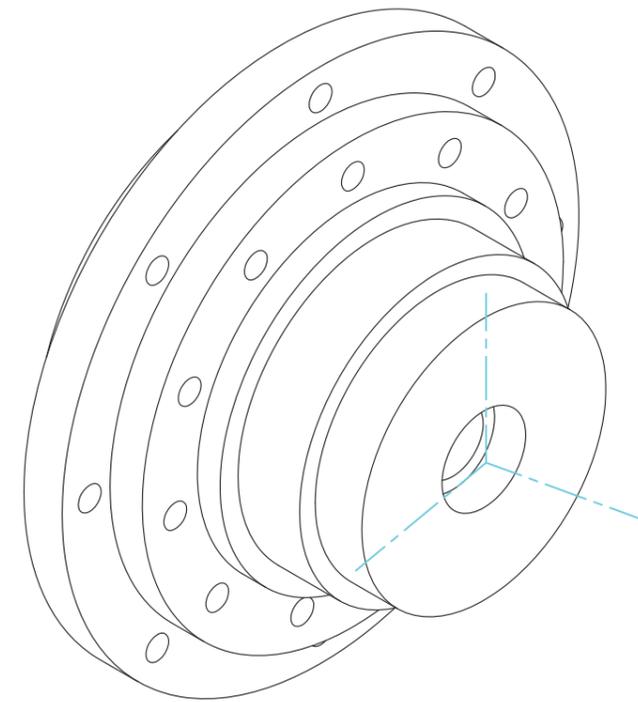
 <p>UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA, ELECTRONICA, INFORMATICA Y MECANICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA</p>				
PROYECTO "DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A UN PROTOTIPO DE 200 KW USANDO LAS LEYES DE LA SEMEJANZA HIDRAULICA"				
PLANO CAMARA ESPIRAL				
PROYECTISTAS (TESISTAS) Br. JAIMES GALLEGOS, Jonathan Rodrigo Br. PANTIGOZO ORRQUE, Wilmer				
DIRECCION: (ASESOR) Mgt. Ing. MACEDO SILVA, Arturo				LAMINA
DISTRITO CUSCO		PROVINCIA CUSCO	DEPARTAMENTO CUSCO	
DIBUJADO POR: J.C.J.R. P.O.W.		ESCALA INDICA	FECHA 20/02/2019	
				1.02



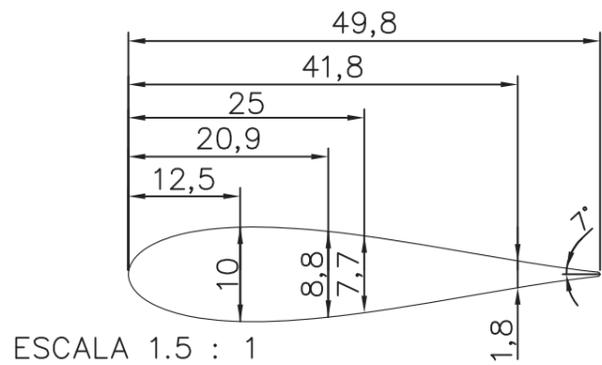
01	01	TAPA LATERAL DIFUSOR	FUNDICION - MAQUINADO	ALUMINIO
POS.	CANTIDAD	DESCRIPCION	CARACTERISTICA	MATERIAL
		 "UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO" FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA, ELECTRONICA, INFORMATICA Y MECANICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA		
		PROYECTO "DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A UN PROTOTIPO DE 200 KW USANDO LAS LEYES DE LA SEMEJANZA HIDRAULICA"		
		PLANO TAPA LATERAL MODELO 1		
		PROYECTISTAS (TESISTAS) Br. JAIMES GALLEGOS, Jonathan Rodrigo Br. PANTIGOZO ORRQUE, Wilmer		
		DIRECCION: (ASESOR) Mgt. Ing. MACEDO SILVA, Arturo		
		DISTRITO CUSCO PROVINCIA CUSCO DEPARTAMENTO CUSCO		LAMINA 1.03
		DIBUJADO POR: J.G.J.R. P.O.W.		ESCALA 1:2 FECHA 20/02/2019



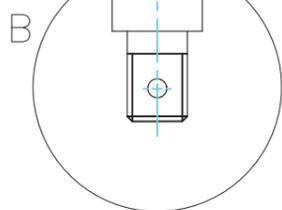
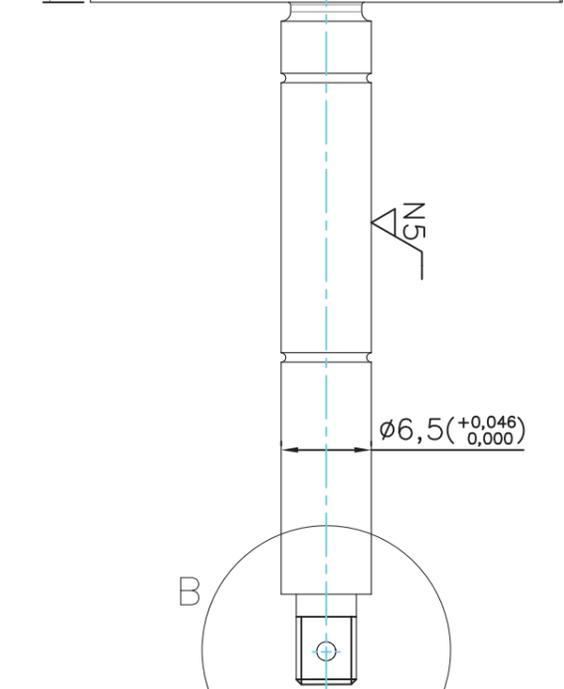
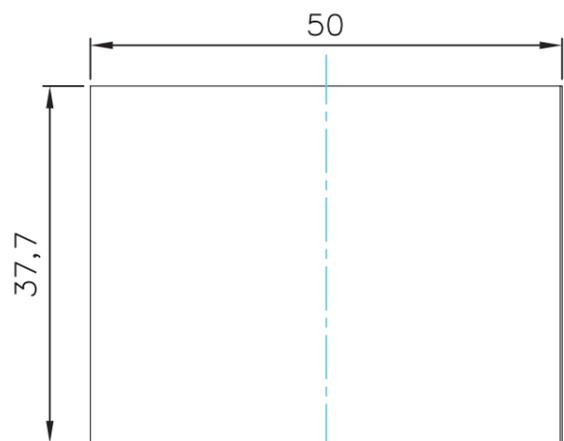
SECCIÓN J-J



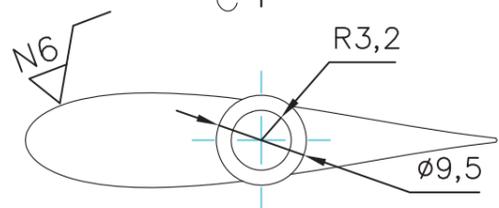
01	01	TAPA LATERAL - MECANISMO	FUNDICION - MAQUINADO	ALUMINIO
POS.	CANTIDAD	DESCRIPCION	CARACTERISTICAS	MATERIAL
		 "UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO" FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA, ELECTRONICA, INFORMATICA Y MECANICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA		
		PROYECTO "DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A UN PROTOTIPO DE 200 KW USANDO LAS LEYES DE LA SEMEJANZA HIDRAULICA"		
		PLANO TAPA LATERAL MODELO 2		
		PROYECTISTAS (TESISTAS) Br. JAIMES GALLEGOS, Jonathan Rodrigo Br. PANTIGOZO ORRQUE, Wilmer		
		DIRECCION: (ASESOR) Mgt. Ing. MACEDO SILVA, Arturo		LAMINA
		DISTRITO CUSCO	PROVINCIA CUSCO	DEPARTAMENTO CUSCO
		DIBUJADO POR: J.G.J.R. P.O.W.	ESCALA 1:2	FECHA 20/02/2019
				1.04



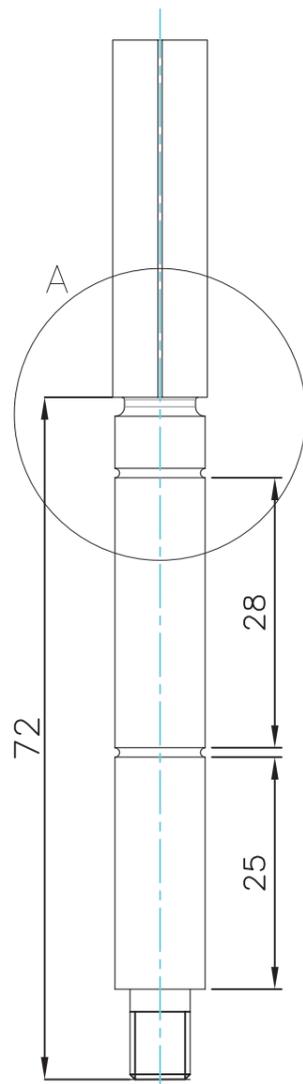
ESCALA 1.5 : 1



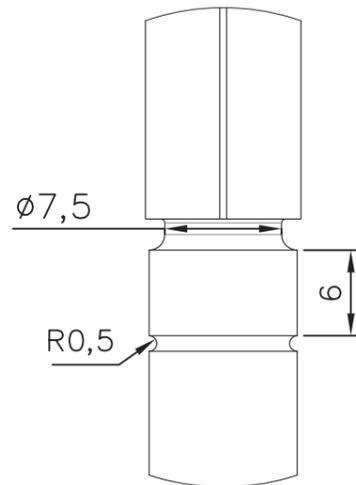
ESCALA 1.5 : 1



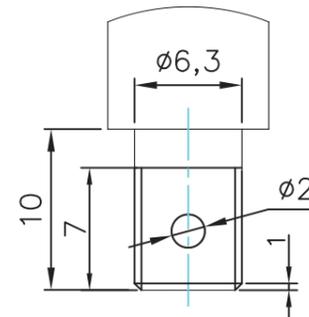
VISTA C
ESCALA 1.5 : 1



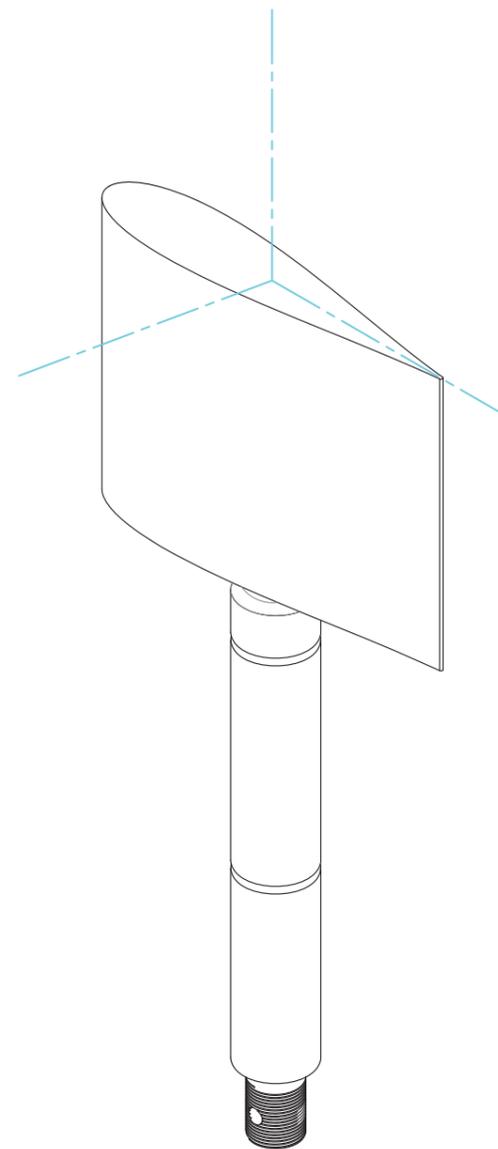
ESCALA 1.5 : 1



DETALLE "A"
EJE ALABE DIRECTRIZ
ESCALA 2.5 : 1

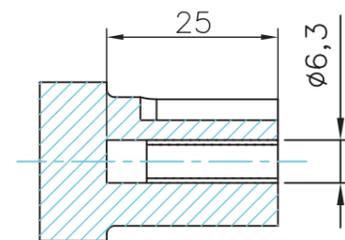


DETALLE "B"
UNION ALABE DIRECTRICES – MECANISMO
BIELA MANIVELA
ESCALA 2.5 : 1

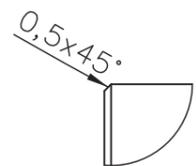
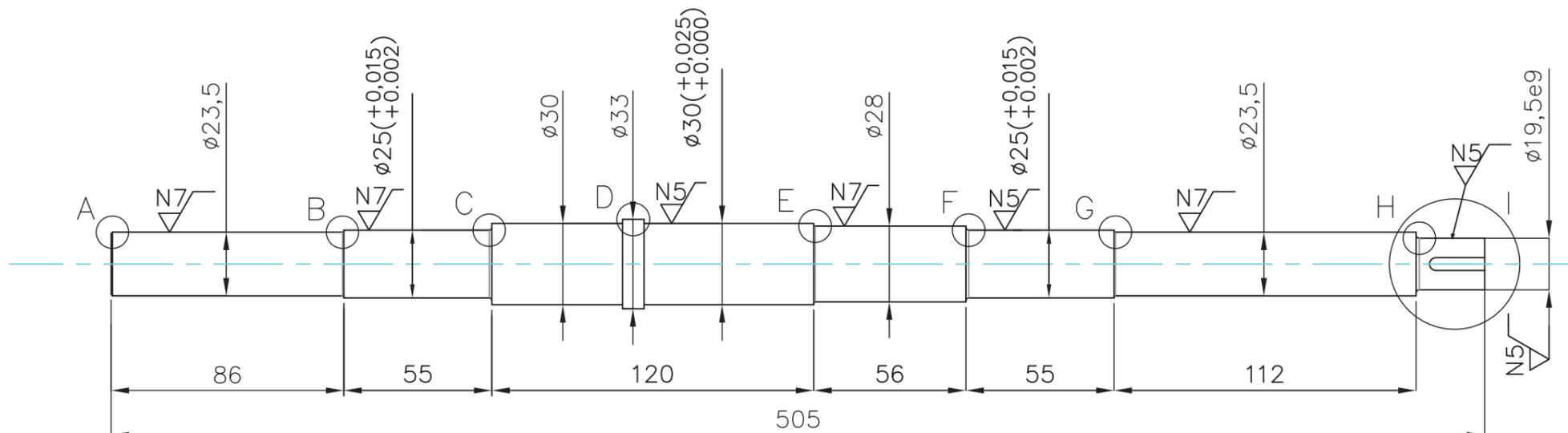
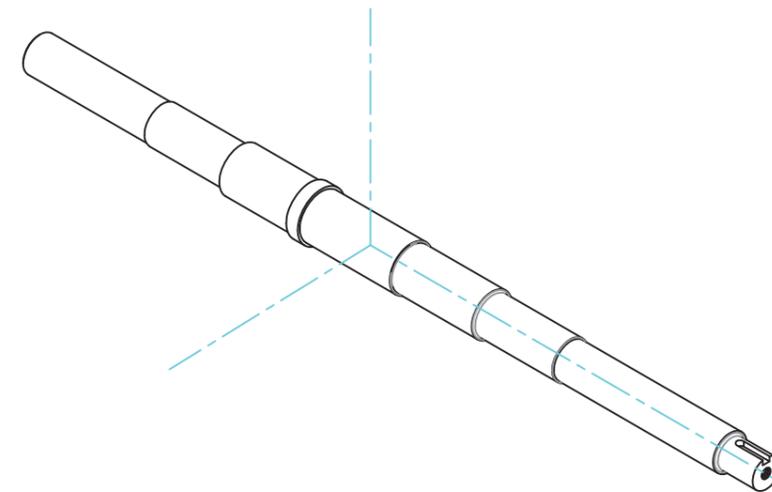


01	11	ALABES DIRECTRICES	FUNDICION – MAQUINADO	BRONCE ALUMINIO
POS.	CANTIDAD	DESCRIPCION	REFERENCIA	MATERIAL
		"UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO" FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA, ELECTRONICA, INFORMATICA Y MECANICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA		
		PROYECTO "DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A UN PROTOTIPO DE 200 KW USANDO LAS LEYES DE LA SEMEJANZA HIDRAULICA"		
		PLANO ALABES DIRECTRICES		
		PROYECTISTAS (TESISTAS) Br. JAIMES GALLEGOS, Jonathan Rodrigo Br. PANTIGOZO ORRQUE, Wilmer		
		DIRECCION: (ASESOR) Mgt. Ing. MACEDO SILVA, Arturo		
		LAMINA		
		DISTRITO CUSCO	PROVINCIA CUSCO	DEPARTAMENTO CUSCO
		1.05		
		DIBUJADO POR: J.G.J.R. P.O.W.	ESCALA INDICA	FECHA 19/02/2019

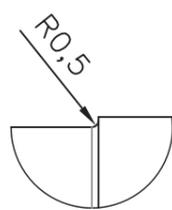
N5 N7



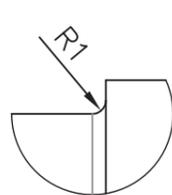
SECCIÓN J—J
ESCALA 1 : 1



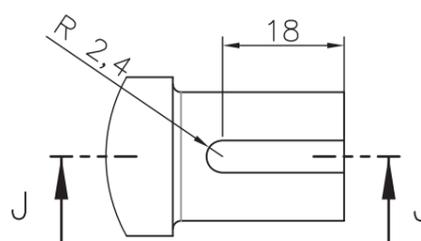
DETALLE "A"
ESCALA 3 : 1



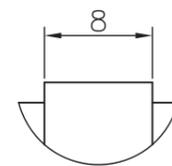
DETALLE "B"
ESCALA 2 : 1



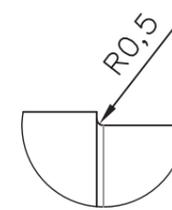
DETALLE "C"
ESCALA 2 : 1



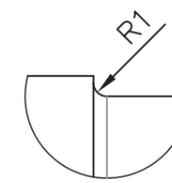
DETALLE "I"
ESCALA 1 : 1



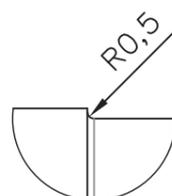
DETALLE "D"
ESCALA 2 : 1



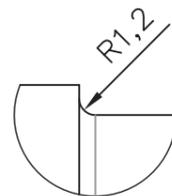
DETALLE "E"
ESCALA 2 : 1



DETALLE "F"
ESCALA 2 : 1

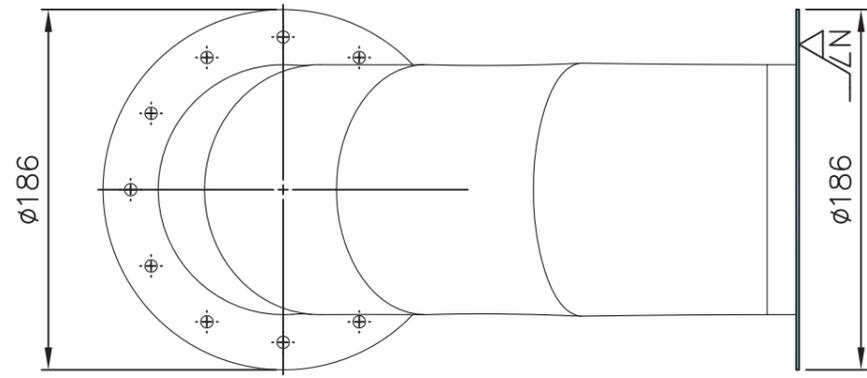


DETALLE "G"
ESCALA 2 : 1

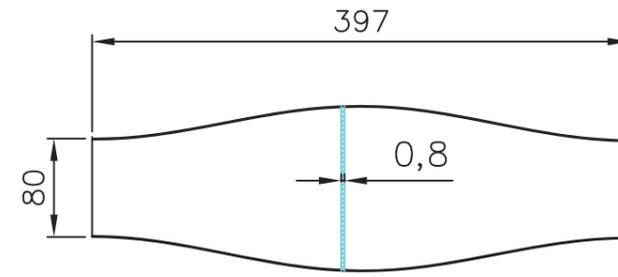


DETALLE "H"
ESCALA 2 : 1

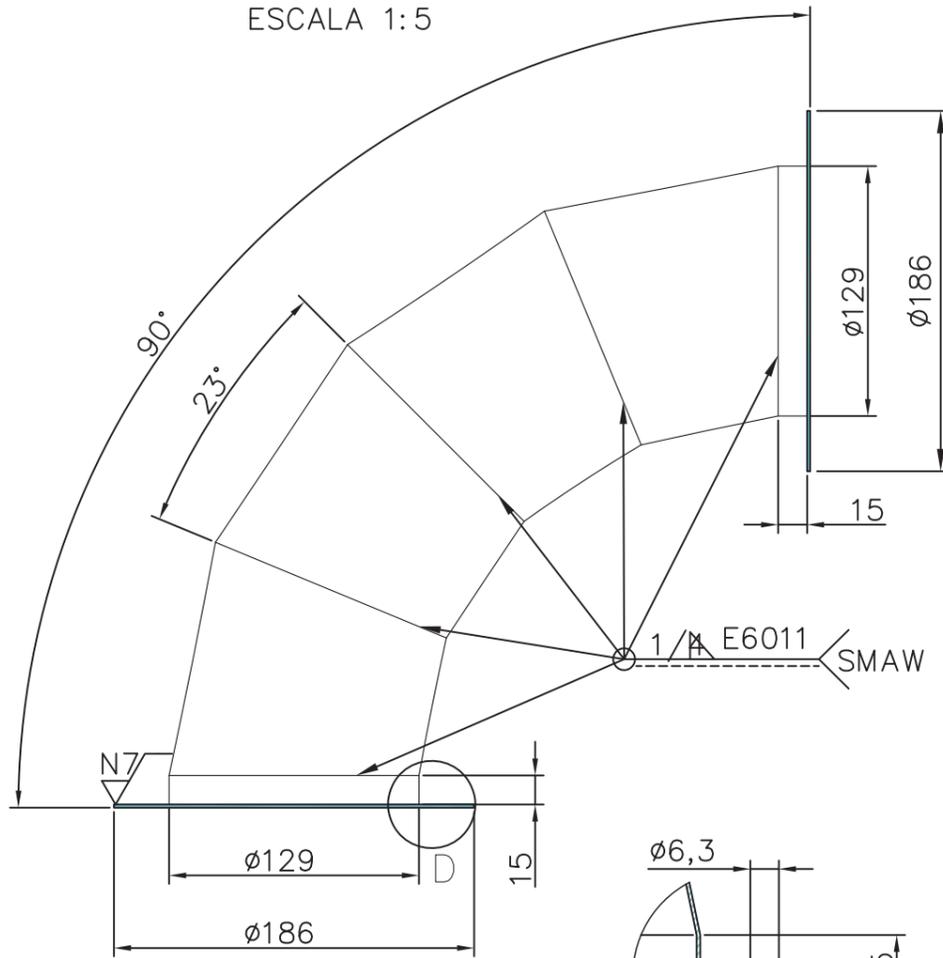
01	01	EJE PRINCIPAL	Ø 38mm—MAQUINADO	ASTM A-36
POS.	CANTIDAD	DESCRIPCION	CARACTERISTICAS	MATERIAL
		 "UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO" FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA, ELECTRONICA, INFORMATICA Y MECANICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA		
		PROYECTO "DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A UN PROTOTIPO DE 200 KW USANDO LAS LEYES DE LA SEMEJANZA HIDRAULICA"		
		PLANO EJE PRINCIPAL TURBINA MODELO		
		PROYECTISTAS (TESISTAS) Br. JAIMES GALLEGOS, Jonathan Rodrigo Br. PANTIGOZO ORRQUE, Wilmer		
		DIRECCION: (ASESOR) Mgt. Ing. MACEDO SILVA, Arturo		LAMINA 1.06
		DISTRITO CUSCO	PROVINCIA CUSCO	DEPARTAMENTO CUSCO
		DIBUJADO POR: J.G.J.R. P.O.W.	ESCALA INDICA	FECHA 17/02/2019



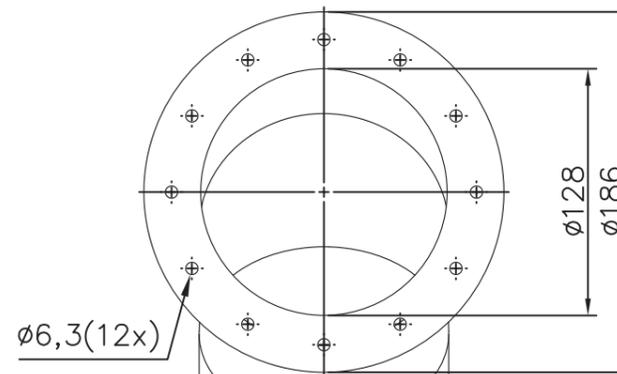
ESCALA 1:5



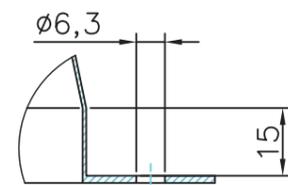
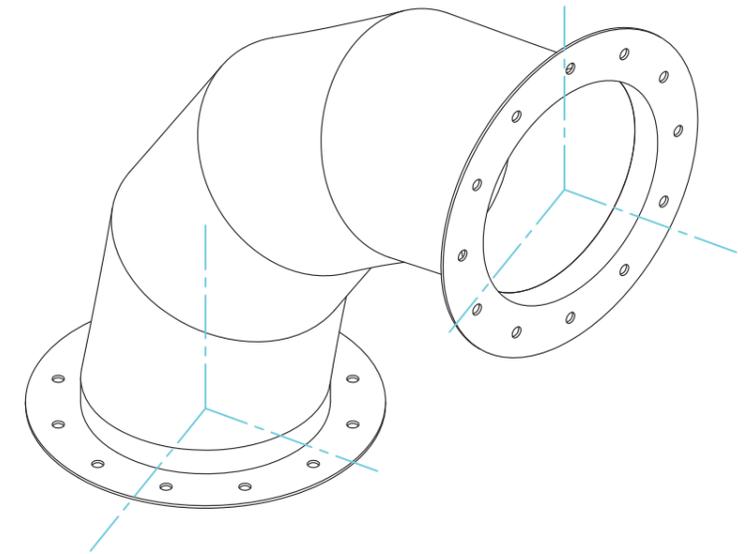
CHAPA DISEÑO
DESPLGADA
ESCALA 1:5



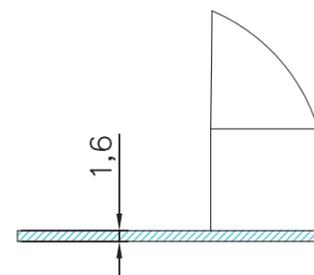
ESCALA 1:5



ESCALA 1:5

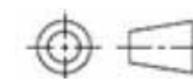


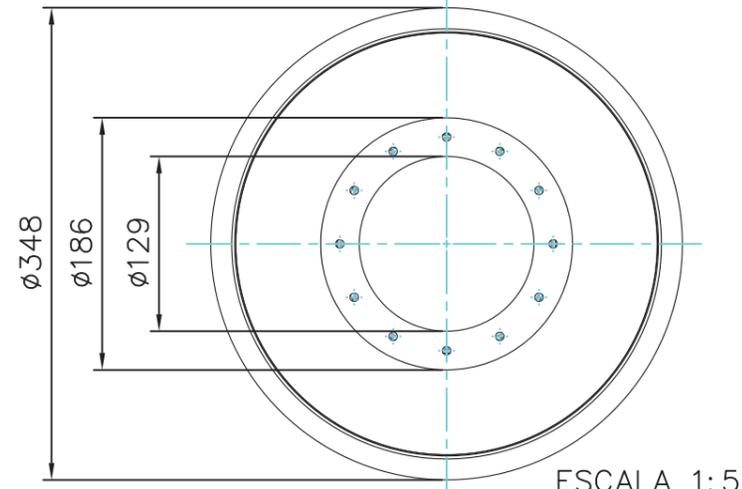
DETALLE D (SECCIONADO)
BRIDA INFERIOR
CODO-CONO DIFUSOR
ESCALA 2 : 3



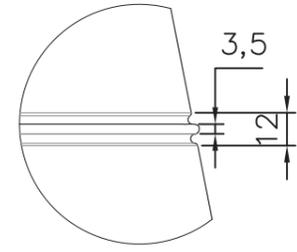
DETALLE A
ESPESOR BRIDA
ESCALA 1 : 1

POS.	CANTIDAD	DESCRIPCION	CARACTERISTICAS	MATERIAL
02	02	BRIDAS	e = 1,6 mm	ASTM A-36
01	01	CODO DE SUCCION	e = 0,8 mm	ACERO GALVANIZADO
<p>UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA, ELECTRONICA, INFORMATICA Y MECANICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA</p> <p>PROYECTO "DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A UN PROTOTIPO DE 200 KW USANDO LAS LEYES DE LA SEMEJANZA HIDRAULICA PARA EL DISEÑO DE UN PLANO CODO DE SUCCION - DIFUSOR"</p> <p>PROYECTISTAS (TESISTAS) Br. JAIMES GALLEGOS, Jonathan Rodrigo Br. PANTIGOZO ORRQUE, Wilmer</p> <p>DIRECCION: (ASESOR) Mgt. Ing. MACEDO SILVA, Arturo</p> <p>DISTRITO CUSCO PROVINCIA CUSCO DEPARTAMENTO CUSCO</p> <p>DIBUJADO POR: J.G.J.R. P.O.W. ESCALA INDICA FECHA 21/02/2019</p>				
				LAMINA 1.07

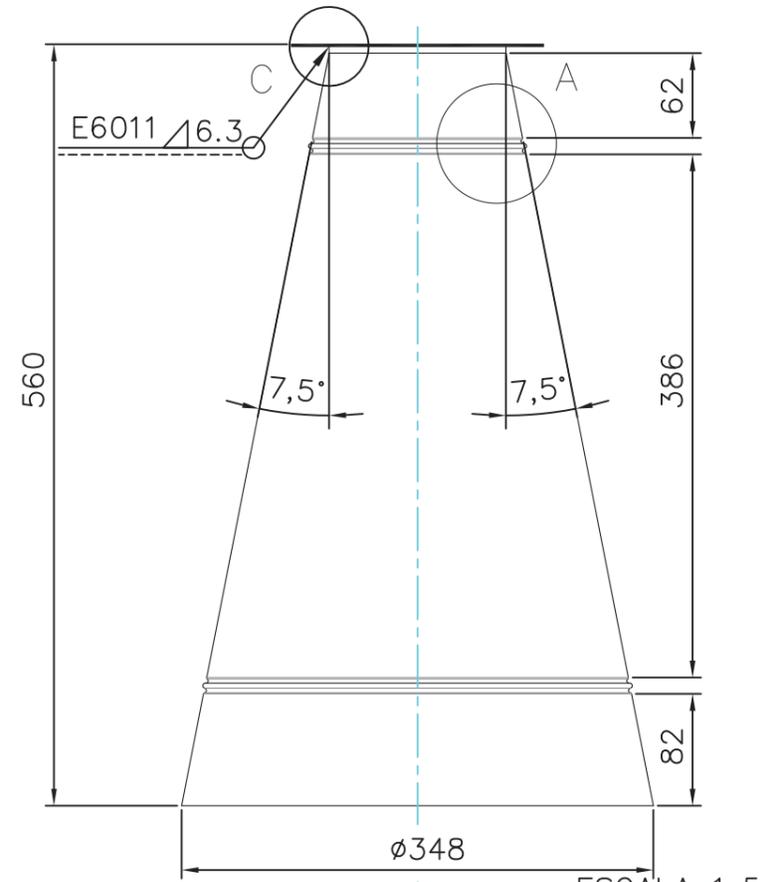
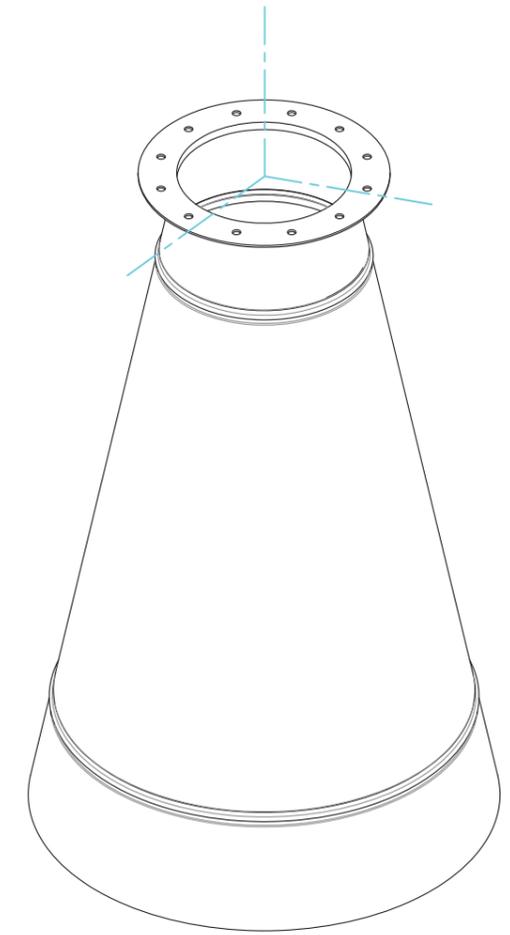




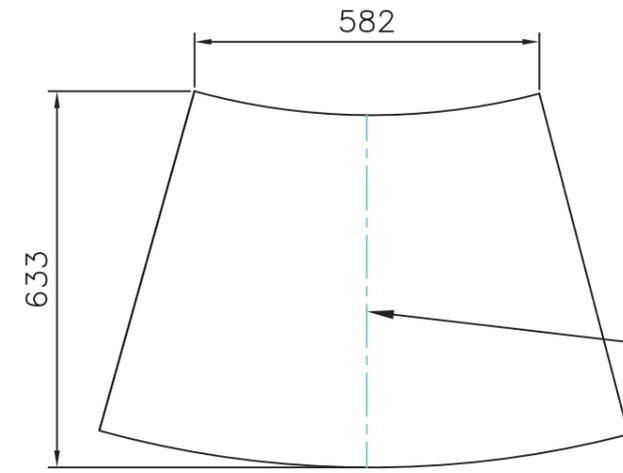
ESCALA 1:5



DETALLE A
PLIEGO DE RIGIDEZ ESTRUCTURAL
ESCALA 2 : 5

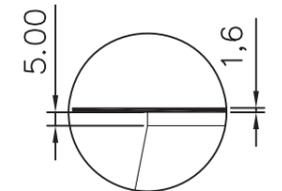


ESCALA 1:5

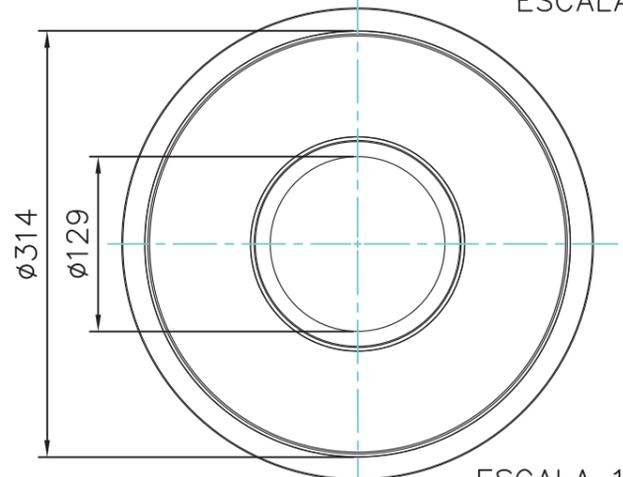


DESARROLLO CHAPA DESPLEGADA
ESCALA 1:20

Eje de formado

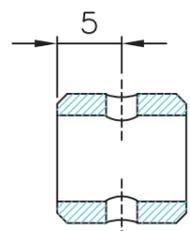
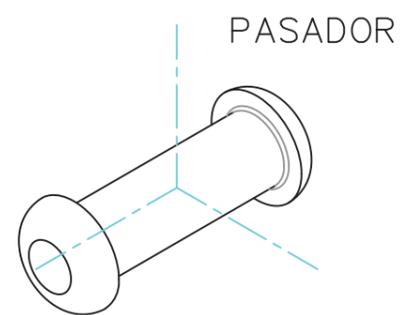
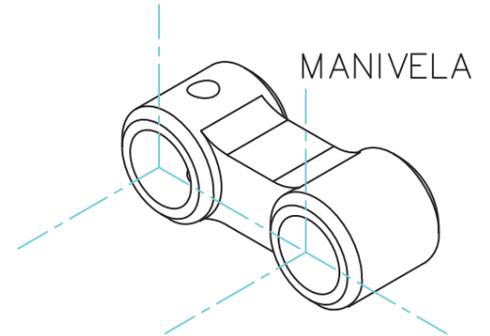
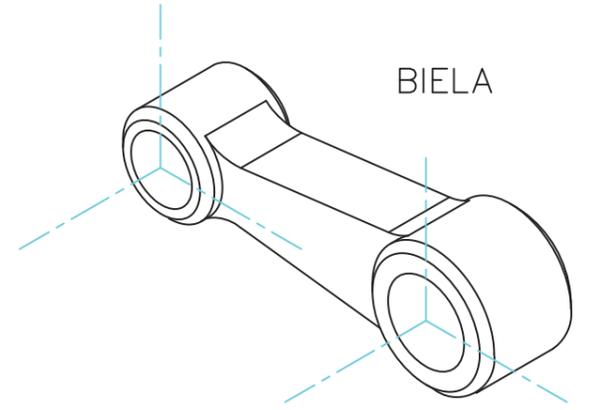
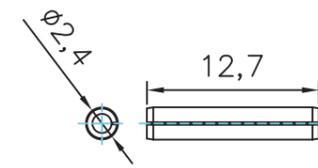
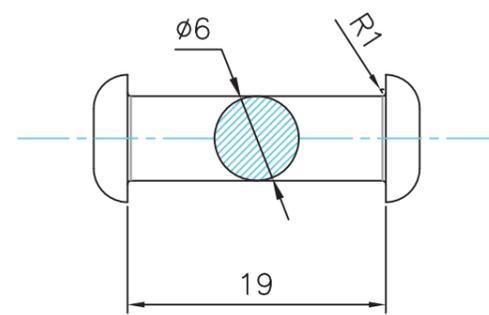
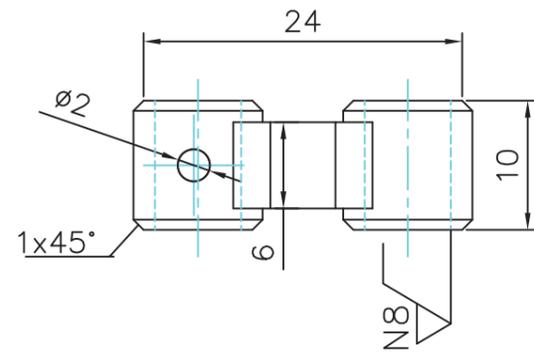
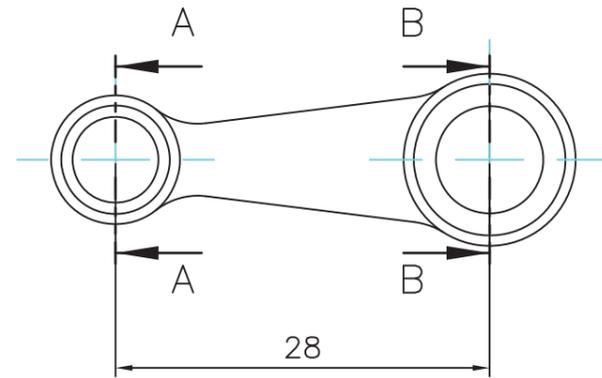
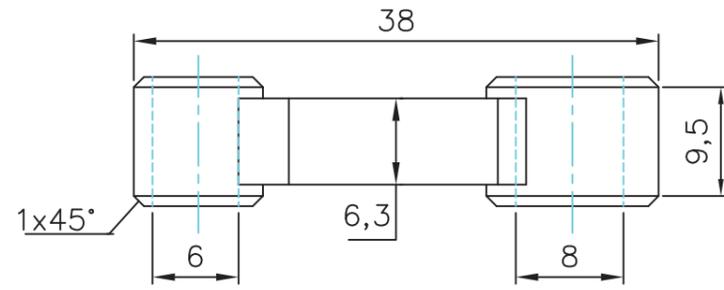


DETALLE C
ESPESOR BRIDA
ESCALA 2 : 5

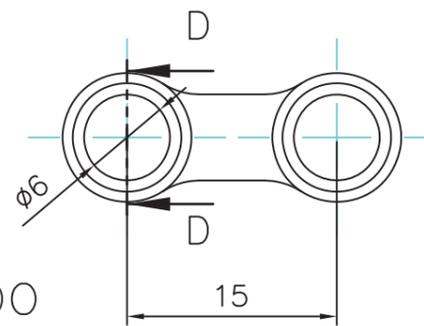


ESCALA 1:5

POS.	CANTIDAD	DESCRIPCION	CARACTERISTICAS	MATERIAL
02	01	BRIDA	e = 1,6 mm	ASTM A-36
01	01	CONO DE SUCCION	e = 0,8 mm	ACERO GALVANIZADO
<p>UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA, ELECTRONICA, INFORMATICA Y MECANICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA</p> <p>PROYECTO: "DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A UN PROTOTIPO DE 200 KW USANDO LAS LEYES DE LA SEMEJANZA HIDRAULICA PARA LA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA"</p> <p>PLANO: CONO DE SUCCION - DIFUSOR</p> <p>PROYECTISTAS (TESISTAS): Br. JAIMES GALLEGOS, Jonathan Rodrigo Br. PANTIGOZO ORQUE, Wilmer</p> <p>DIRECCION: (ASESOR): Mgt. Ing. MACEDO SILVA, Arturo</p> <p>DISTRITO: CUSCO PROVINCIA: CUSCO DEPARTAMENTO: CUSCO</p> <p>DIBUJADO POR: J.G.J.R. ESCALA: 1:5 FECHA: 20/02/2019</p>				
				LAMINA 1.08



SECCIÓN D-D
AGUJERO PASADOR RANURADO



PASADOR RANURADO

POS.	CANTIDAD	DESCRIPCION	REFERENCIA	MATERIAL
04	11	PASADORES RANURADOS	M2x12	AISI 340
03	11	REMACHES	M6x25	AISI 1020
02	11	MANIVELA	e = 6,3mm	ASTM A-36
01	11	BIELA	e = 6,3mm	ASTM A-36



"UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO"
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA, ELECTRONICA, INFORMATICA Y MECANICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA

PROYECTO
"DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A UN PROTOTIPO DE 200 KW USANDO LAS LEYES DE LA SEMEJANZA HIDRAULICA"
PLANO
ELEMENTOS MECANISMO BIELA - MANIVELA

PROYECTISTAS (TESISTAS)
Br. JAIMES GALLEGOS, Jonathan Rodrigo
Br. PANTIGOZO ORQUE, Wilmer

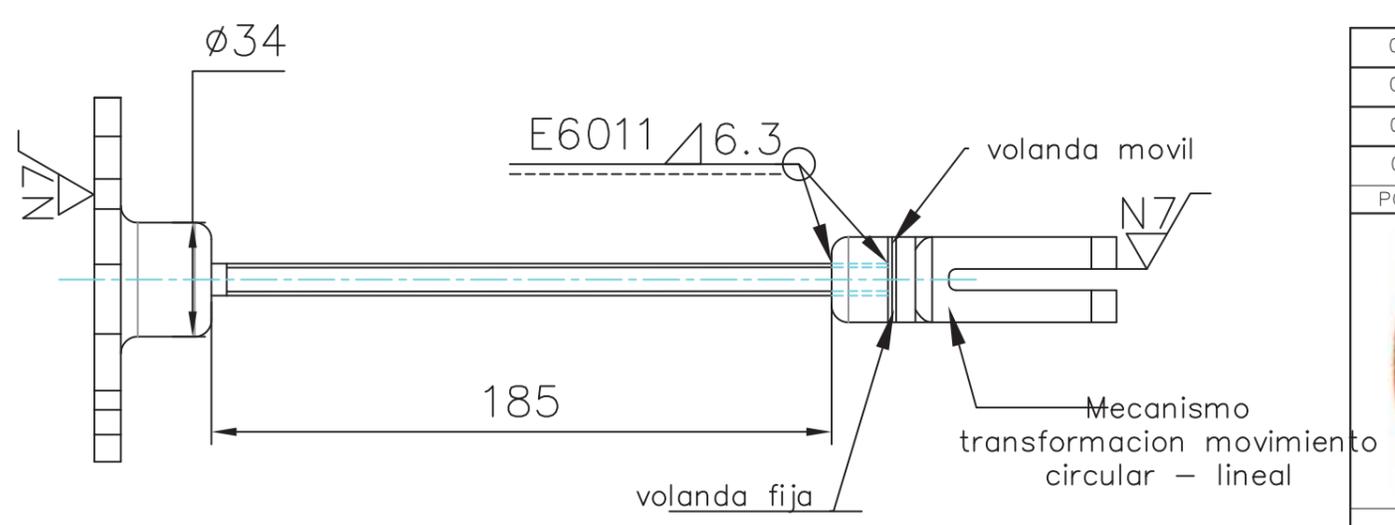
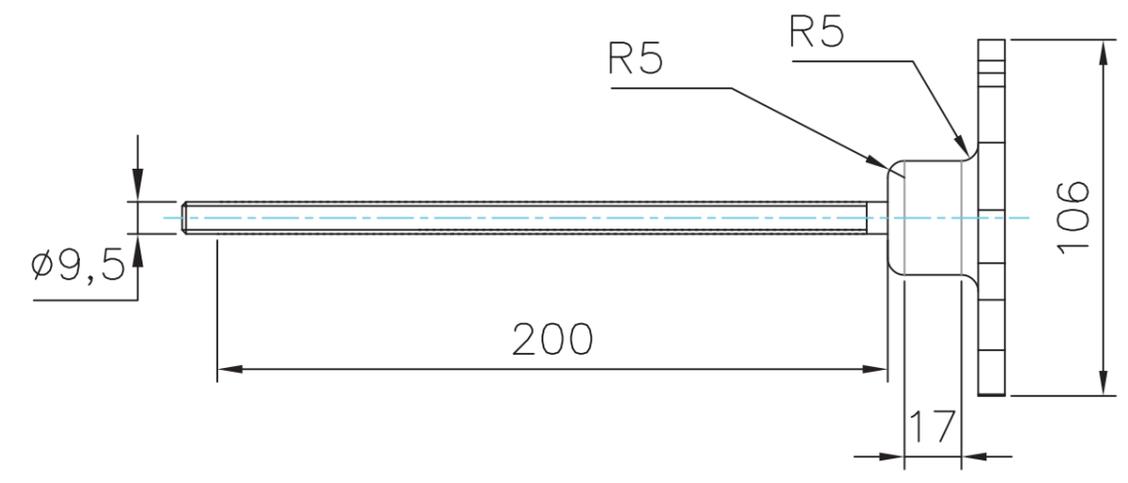
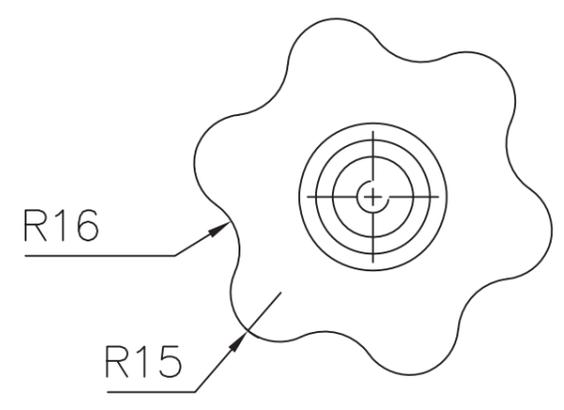
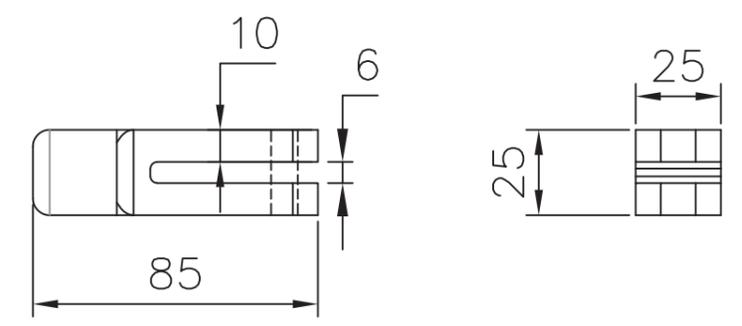
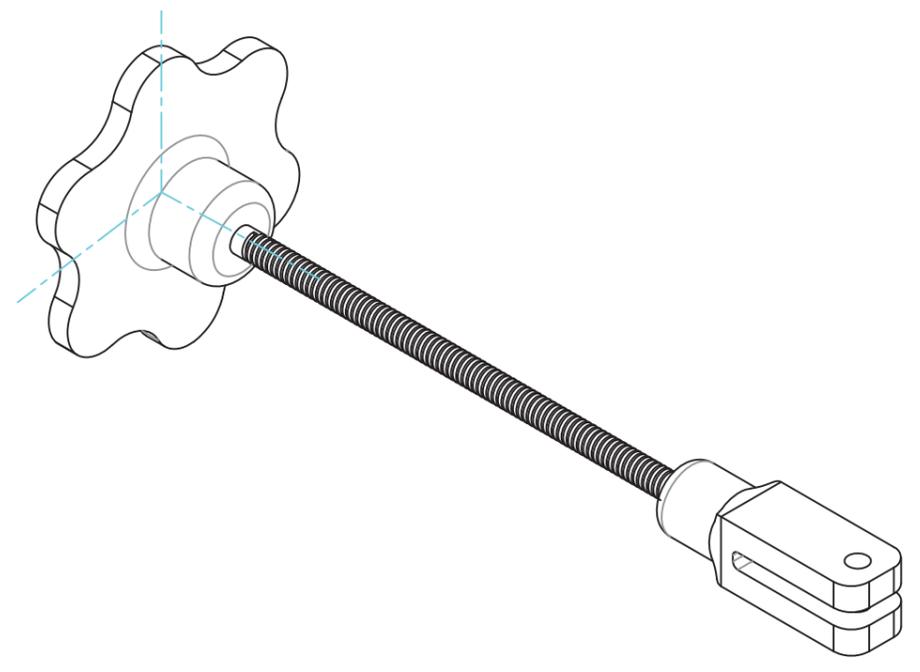
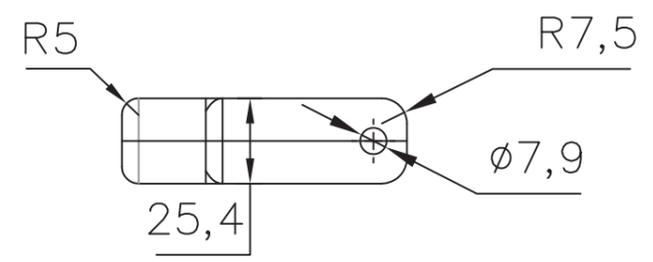
DIRECCION: (ASESOR)
Mgt. Ing. MACEDO SILVA, Arturo

DISTRITO CUSCO PROVINCIA CUSCO DEPARTAMENTO CUSCO

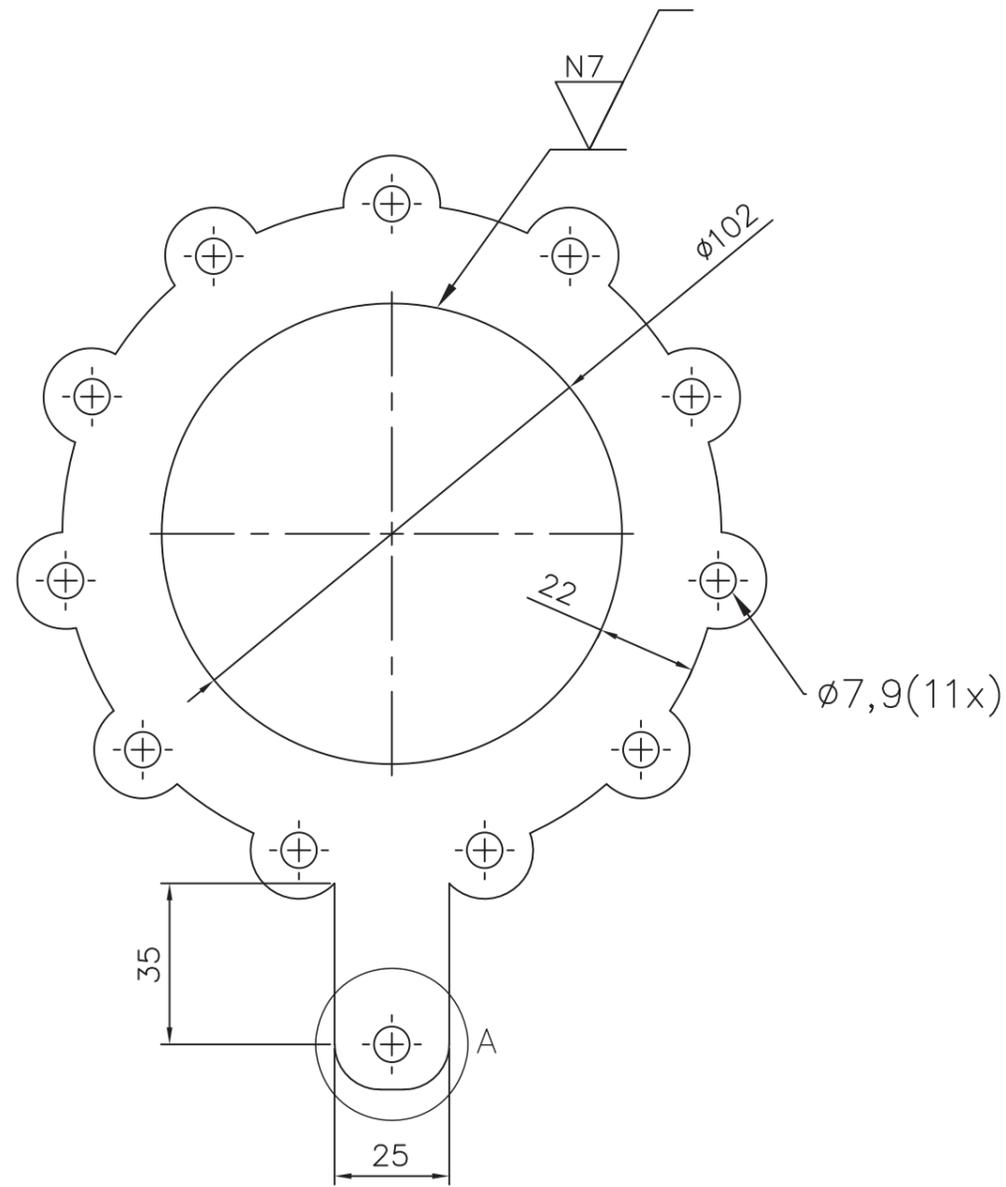
DIBUJADO POR: J.G.J.R. P.O.W. ESCALA 1:5 FECHA 22/02/2019

LAMINA
1.09

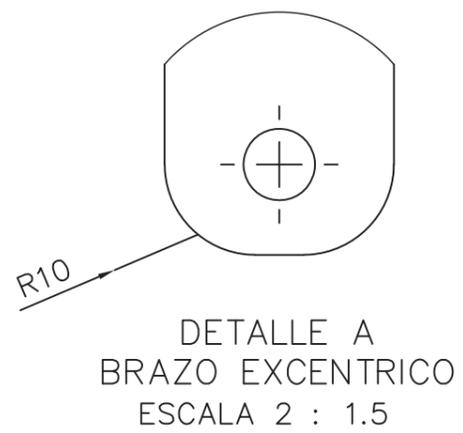
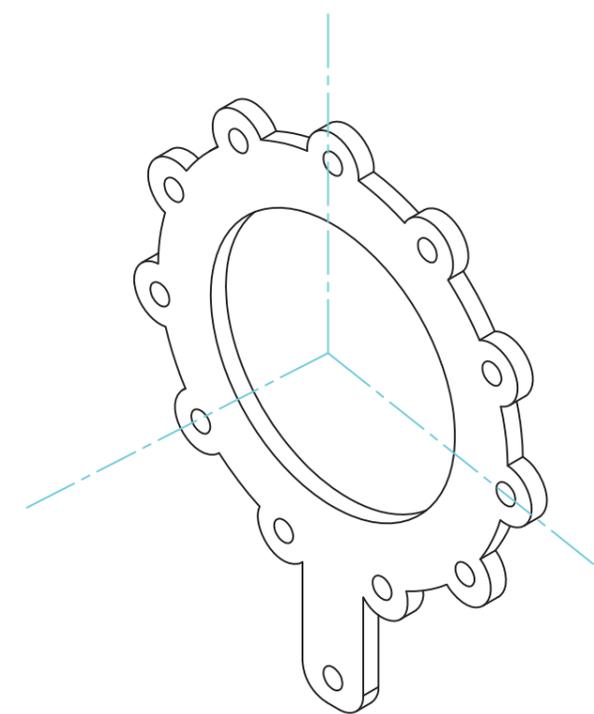
8 7 6 5 4 3 2 1



04	01	ACCIONADOR	e = 12,7 mm	ASTM A-36
03	02	VOLANDAS	∅ 9,5mm	ACERO TRATADO
02	01	MARIPOSA DE ACCIONAMIENTO	e = 6,3 mm	ASTM A-36
01	01	ESPARRAGO	ROSCA ACME∅9,5mm	ACERO TRATADO
POS.	CANTIDAD	DESCRIPCION	CARACTERISTICAS	MATERIAL
				
"UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO" FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA, ELECTRONICA, INFORMATICA Y MECANICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA				
PROYECTO "DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A UN PROTOTIPO DE 200 KW USANDO LAS LEYES DE LA SEMEJANZA HIDRAULICA"				
PLANO TORNILLO DE ACCIONAMIENTO				
PROYECTISTAS (TESISTAS) Br. JAIMES GALLEGOS, Jonathan Rodrigo Br. PANTIGOZO ORQUE, Wilmer				
DIRECCION: (ASESOR) Mgt. Ing. MACEDO SILVA, Arturo				
DISTRITO CUSCO			PROVINCIA CUSCO	
DEPARTAMENTO CUSCO			LAMINA 1.10	
DIBUJADO POR: J.G.J.R.		ESCALA 1:2		FECHA 24/02/2019



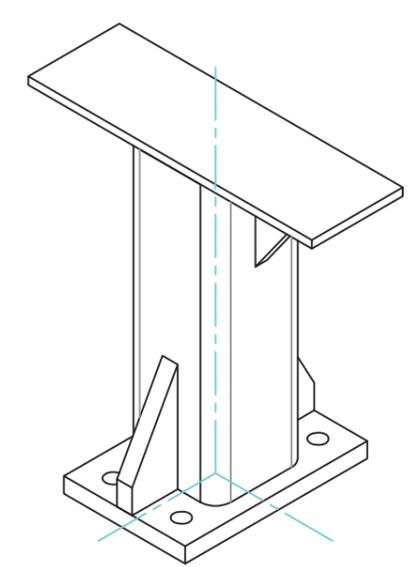
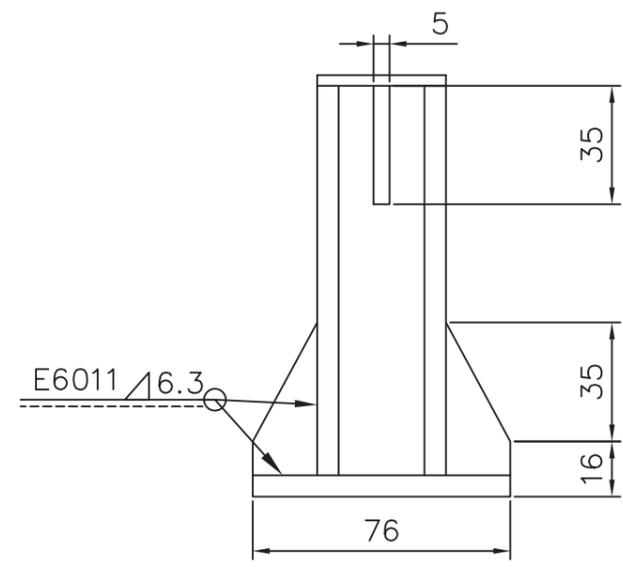
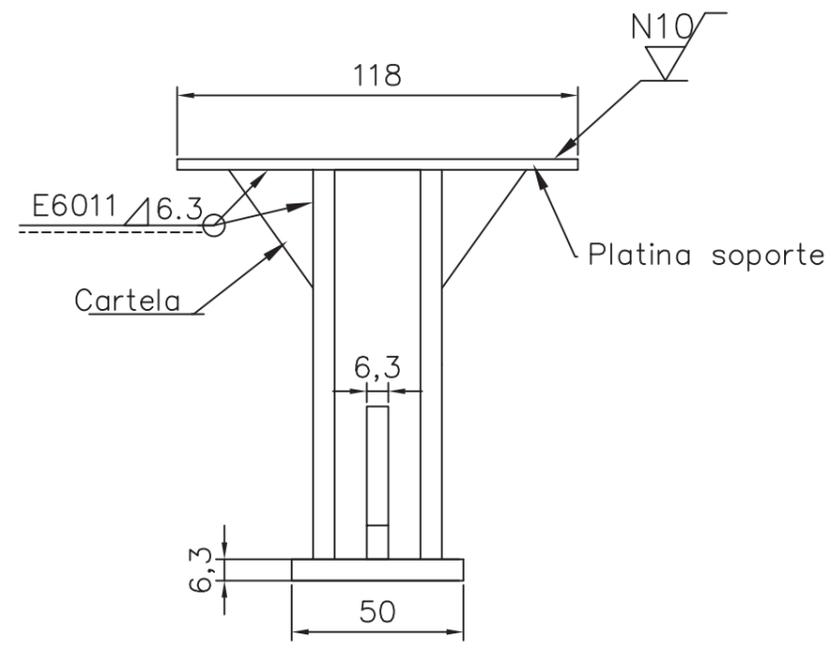
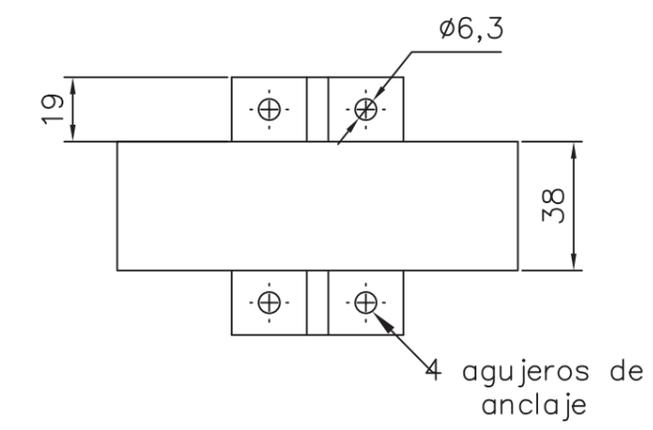
ESCALA 1 : 2



DETALLE A
BRAZO EXCENTRICO
ESCALA 2 : 1.5

01	01	ANILLO DE REGULACION	e = 6,3 mm	ASTM A-36
POS.	CANTIDAD	DESCRIPCION	CARACTERISTICAS	MATERIAL
		 "UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO" FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA, ELECTRONICA, INFORMATICA Y MECANICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA		
		PROYECTO "DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A UN PROTOTIPO DE 200 KW USANDO LAS LEYES DE LA SEMEJANZA HIDRAULICA"		
		PLANO ANILLO DE REGULACION		
		PROYECTISTAS (TESISTAS) Br. JAIMES GALLEGOS, Jonathan Rodrigo Br. PANTIGOZO ORQUE, Wilmer		
		DIRECCION: (ASESOR) Mgt. Ing. MACEDO SILVA, Arturo		
		DISTRITO CUSCO		LAMINA 1.11
		PROVINCIA CUSCO	DEPARTAMENTO CUSCO	
		DIBUJADO POR: J.G.J.R.	ESCALA INDICADA	FECHA 24/02/2019

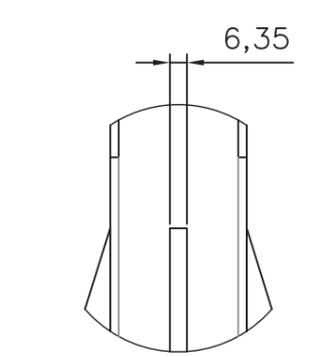
8 7 6 5 4 3 2 1



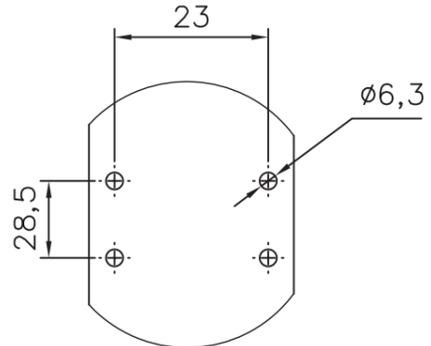
POS.	CANTIDAD	DESCRIPCION	CARACTERISTICAS	MATERIAL
03	01	CARTELAS	e = 3,2	ASTM A-36
02	04	CARTELAS	e = 6,3	ASTM A-36
01	01	COLUMNA SOPORTE	38x38x3 mm	ASTM A-36

	"UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO" FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA, ELECTRONICA, INFORMATICA Y MECANICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA			
	PROYECTO "DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A UN PROTOTIPO DE 200 KW USANDO LAS LEYES DE LA SEMEJANZA HIDRAULICA" PLANO SOPORTE DEL TORNILLO ACCIONADOR			
	PROYECTISTAS (TESISTAS) Br. JAIMES GALLEGOS, Jonathan Rodrigo Br. PANTIGOZO ORQUE, Wilmer			
	DIRECCION: (ASESOR) Mgt. Ing. MACEDO SILVA, Arturo			
DISTRITO CUSCO		PROVINCIA CUSCO	DEPARTAMENTO CUSCO	LAMINA 1.12
DIBUJADO POR: J.G.J.R. W.P.O		ESCALA 1:2	FECHA 24/02/2019	

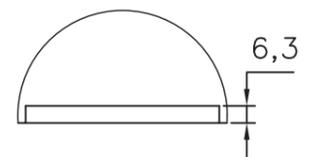
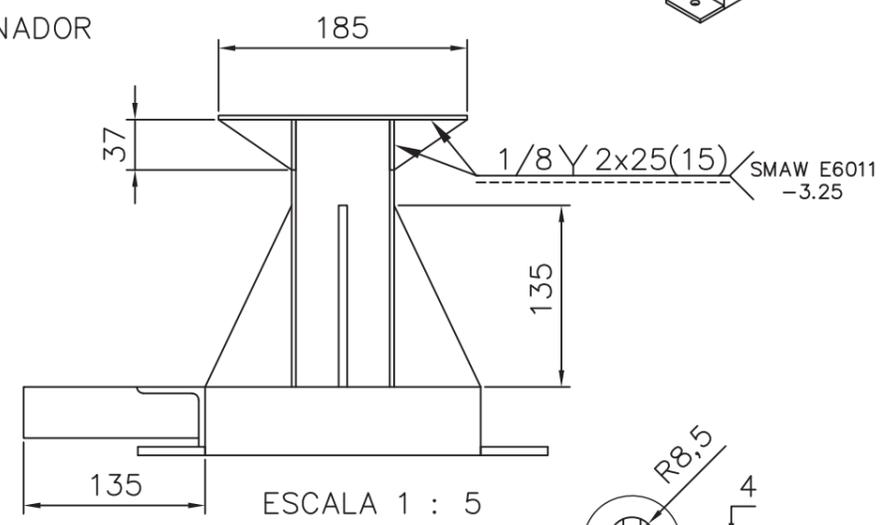
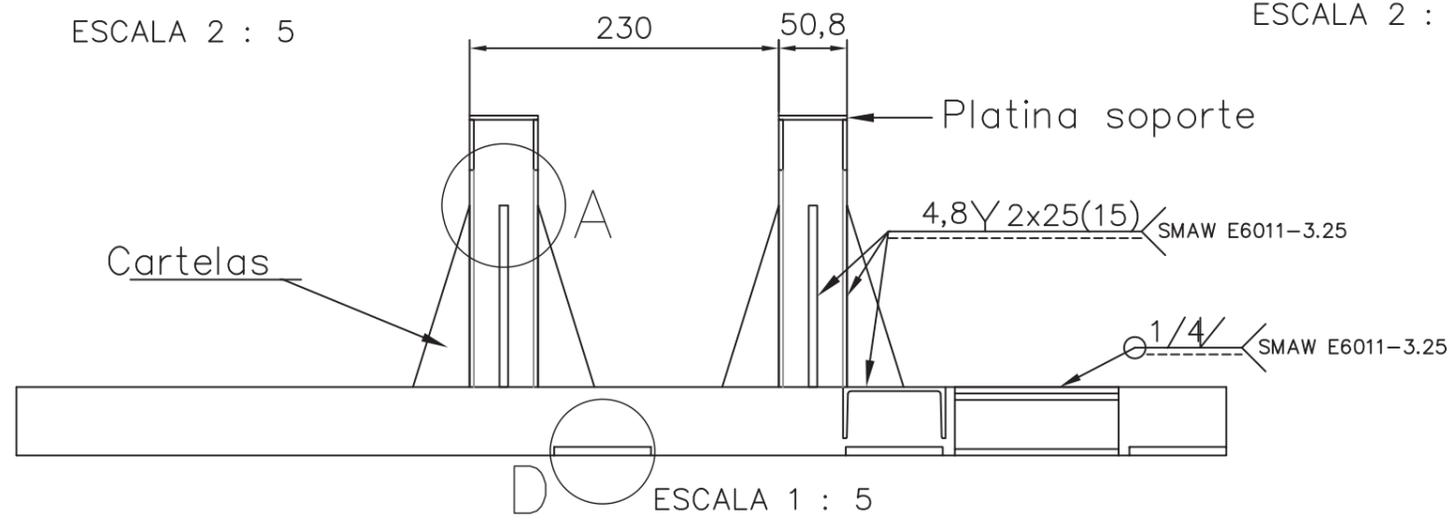
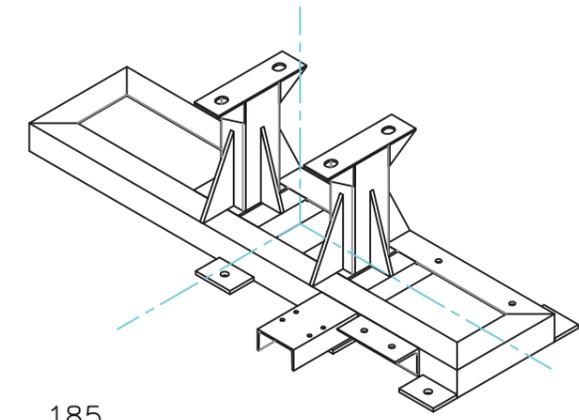
F
E
D
C
B
A



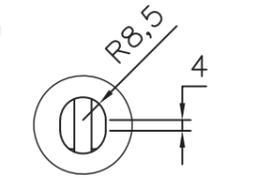
DETALLE A
CARTELAS SOPORTE
CHUMACERAS
ESCALA 2 : 5



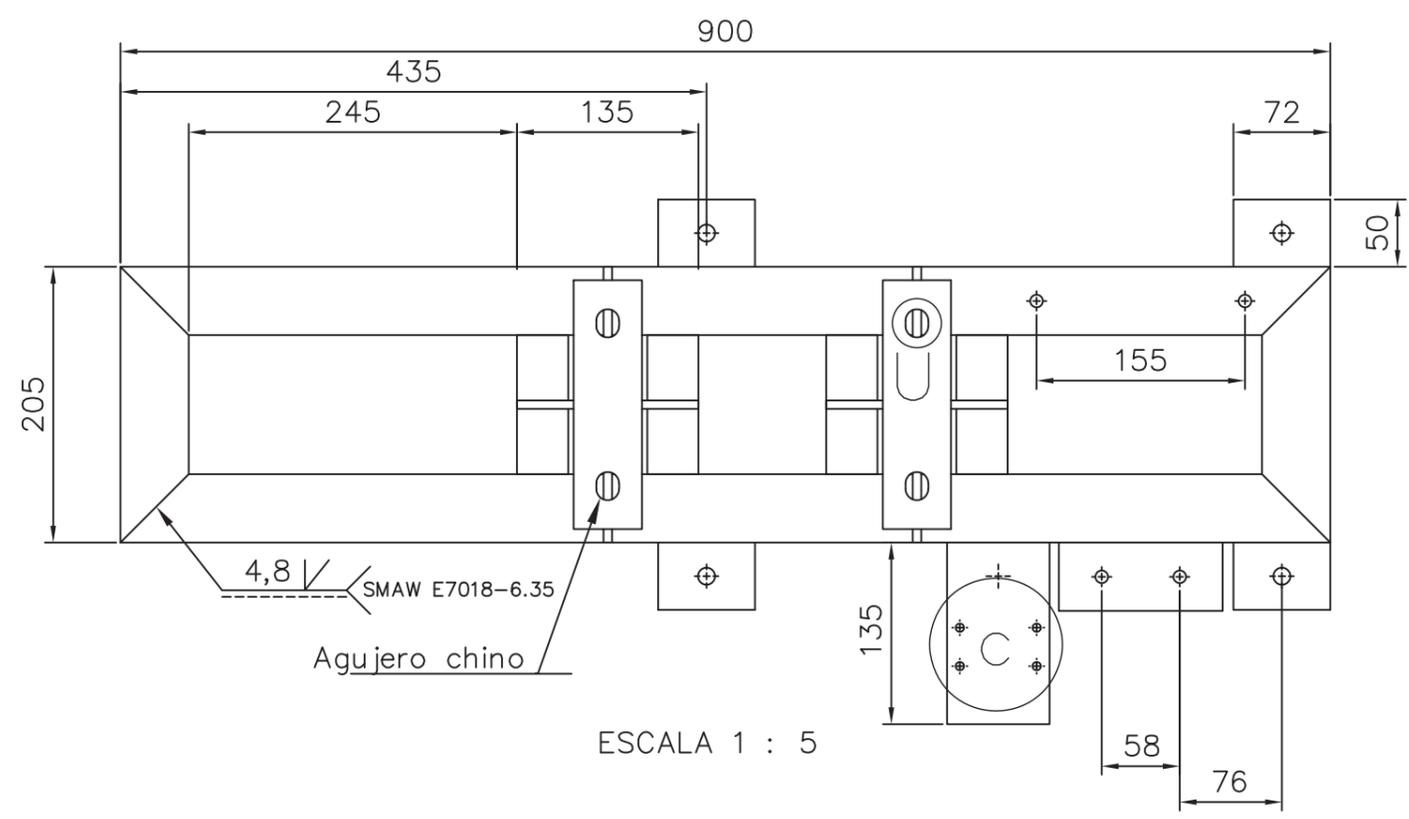
DETALLE C
AGUJEROS ANCLAJE
ESTRUCTURA TORNILLO ACCIONADOR
ESCALA 2 : 5



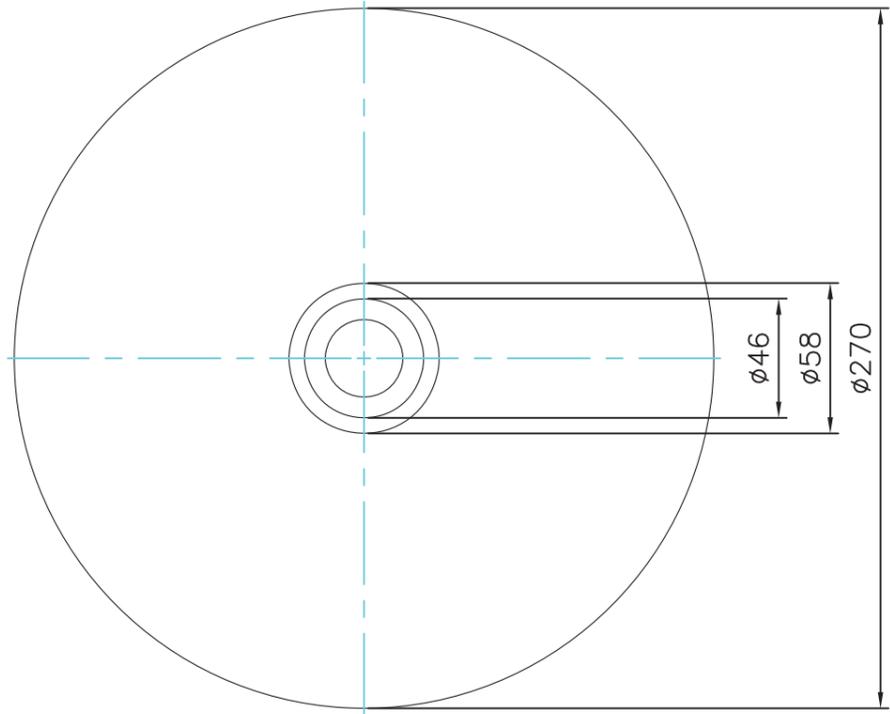
DETALLE D
PLACA SUJECION A ESTRUCTURA TURBINA
ESCALA 2 : 5



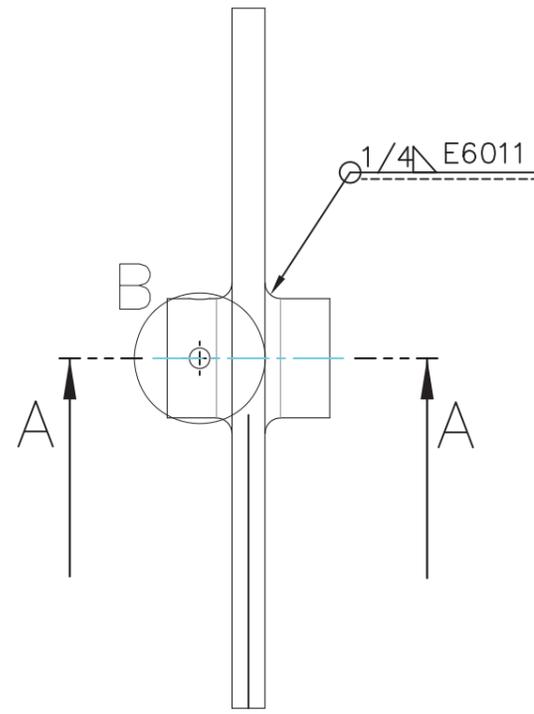
DETALLE U
AGUJERO CHINO
ANCLAJE
CHUMACERAS
ESCALA 2 : 5



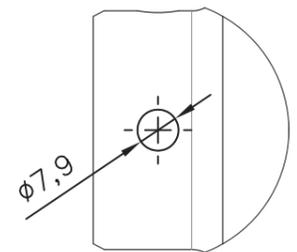
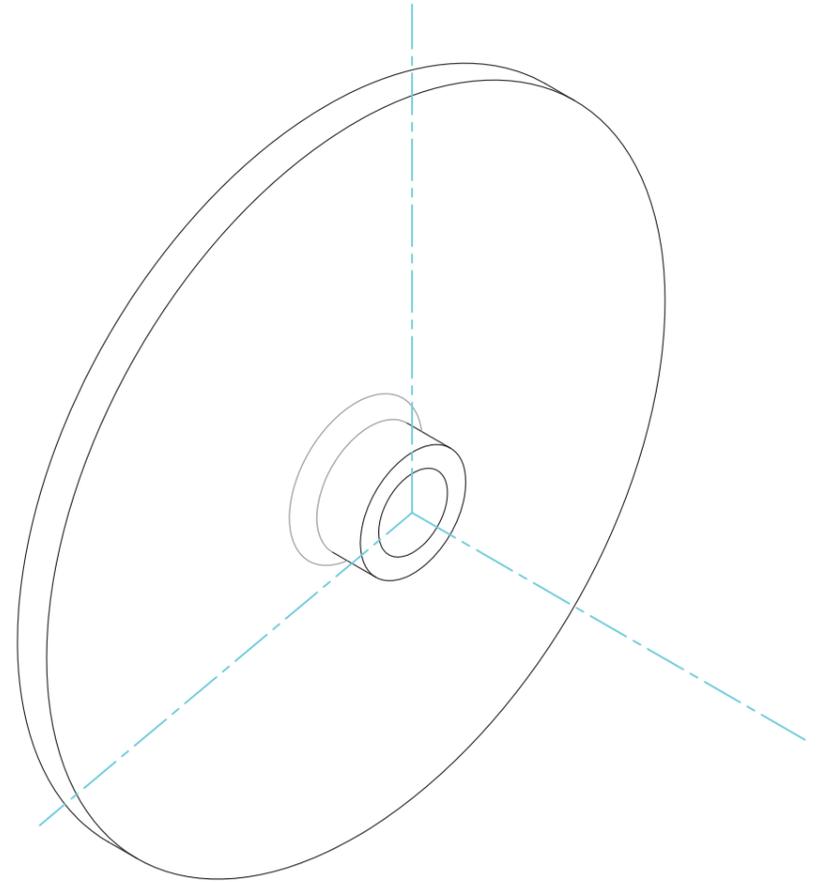
04	02	PLATINAS SOPORTE	e = 6,3	ASTM A-36
03	08	CARTELAS	e = 6,3	ASTM A-36
02	01	SOPORTE TORNILLO	75x40x3 mm	ASTM A-36
01	02	COLUMNA DE SOPORTE	75x50x2,5	ASTM A-36
POS.	CANTIDAD	DESCRIPCION	REFERENCIA	MATERIAL
 "UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO" FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA, ELECTRONICA, INFORMATICA Y MECANICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA				
		DISTRITO	PROVINCIA	DEPARTAMENTO
		CUSCO	CUSCO	CUSCO
		DIBUJADO POR:	ESCALA	FECHA
		J.G.J.R. W.P.O	INDICA	26/02/2019
				LAMINA
				1.13



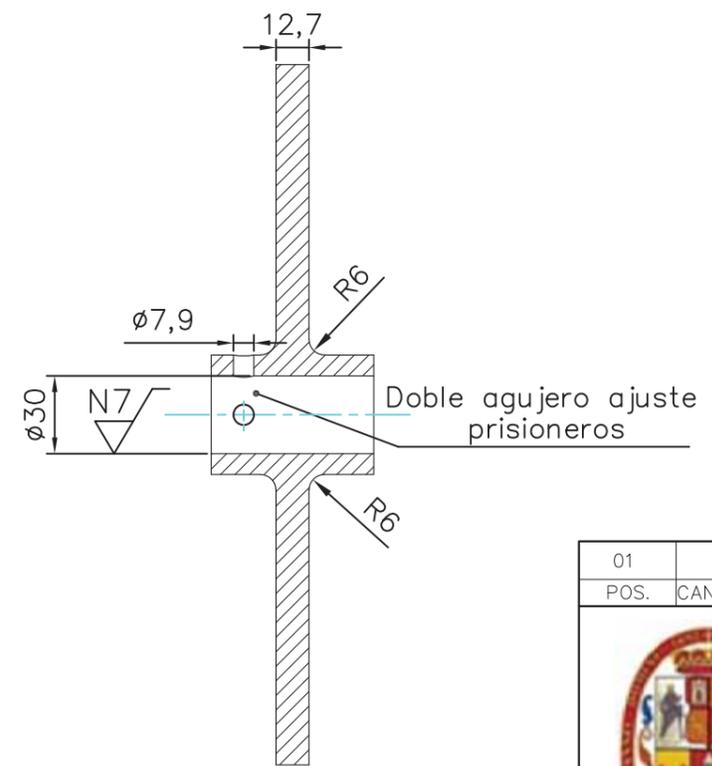
ESCALA 1 : 2.5



ESCALA 1 : 2.5

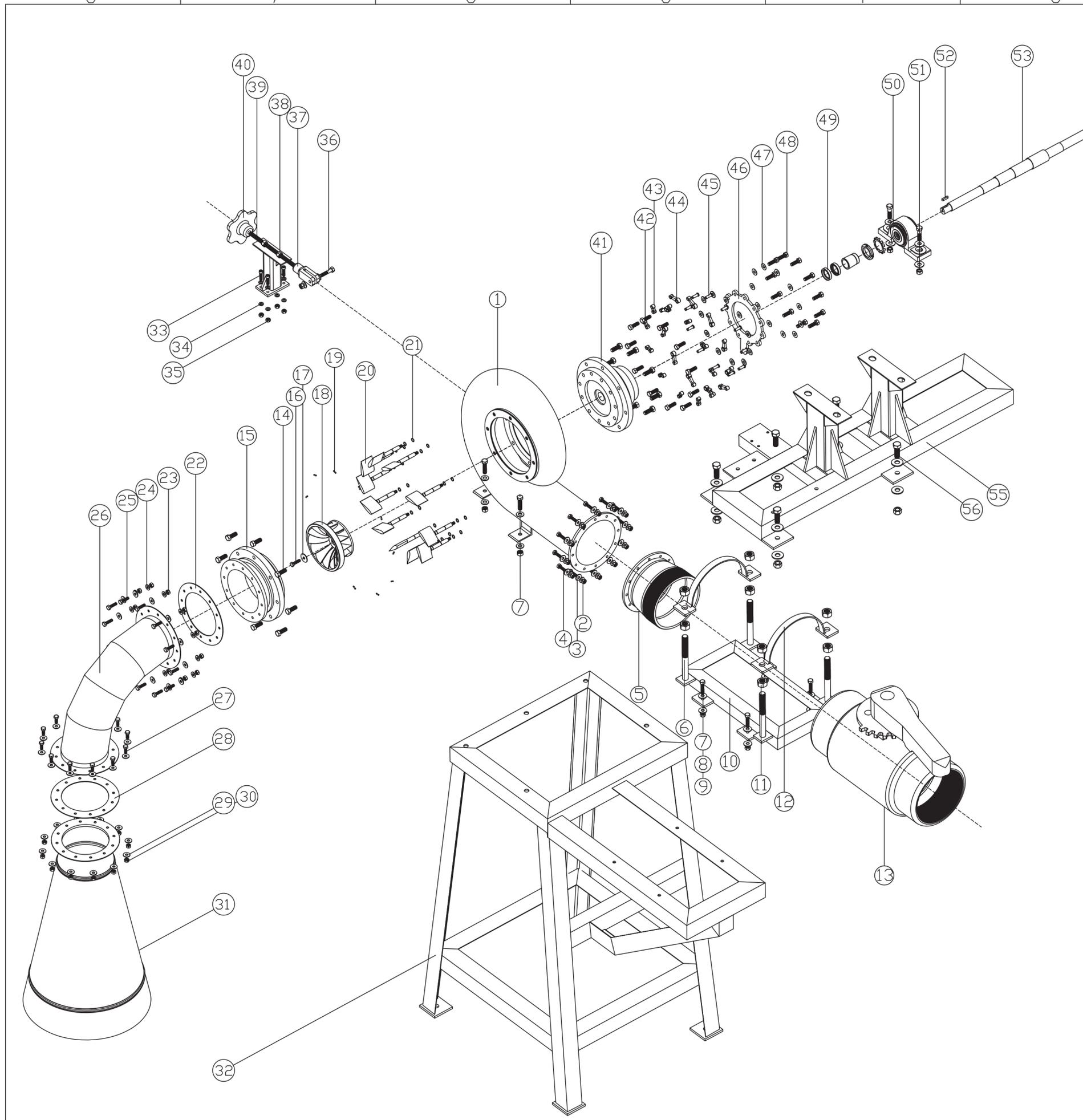


DETALLE B
AGUJERO PARA PRISIONEROS
ESCALA 2 : 2.5



SECCIÓN A-A
ESCALA 1 : 2.5

01	01	VOLANTE DE INERCIA	CORTE Y MAQUINADO	AI SI 1020
POS.	CANTIDAD	DESCRIPCION	CARACTERISTICAS	MATERIAL
		"UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO" FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA, ELECTRONICA, INFORMATICA Y MECANICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA		
		PROYECTO "DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A UN PROTOTIPO DE 200 KW USANDO LAS LEYES DE LA SEMEJANZA HIDRAULICA"		
		PLANO VOLANTE DE INERCIA		
		PROYECTISTAS (TESISTAS) Br. JAIMES GALLEGOS, Jonathan Rodrigo Br. PANTIGOZO ORRQUE, Wilmer		
		DIRECCION: (ASESOR) Mgt. Ing. MACEDO SILVA, Arturo		LAMINA
		DISTRITO CUSCO	PROVINCIA CUSCO	DEPARTAMENTO CUSCO
		DIBUJADO POR: J.G.J.R. W.P.O	ESCALA INDICA	FECHA 28/02/2019
				1.15



D-4	02	ELEMENTOS DE SUJECION BANCADA ESTRUCTURAL C.E.	DIN 933	ACERO TRATADO GRADO 5
D-4	01	BANCADA ESTRUCTURAL CAMARA ESPIRAL		ASTM A-36
F-3	01	VOLANTE DE INERCIA		AISI 1020
F-3	01	EJE PRINCIPAL TURBINA	ASME	AISI 1020
E-4	01	CHAVETA CUADRADA 3/8" x 3/8" x 25 mm		ASTM A-36
E-4	02	ELEMENTOS DE SUJECION CHUMACERAS	DIN 933	ACERO TRATADO GRADO 5
E-4	02	CHUMACERAS DE RODAMIENTOS TIPO CONICO	DIN 720	ACERO INOXIDABLE
E-4	02	RETENES HIDRAULICOS		NITRIL
E-4	11	TORNILLO CABEZA HEXAGONAL WHITWORTH Ø1"	DIN 933	ACERO TRATADO GRADO 8
E-4	22	ARANDELA PLANA BISELADA BISELADA Ø1"	DIN 125	ACERO ZINCADO
E-5	01	ANILLO DE REGULACION		ASTM A-36
E-5	11	REMACHES DE UNION DE CABEZA REDONDA	DIN 660	AISI 1045
E-5	11	BIELA DE ACOPLAMIENTO		ASTM A-36
E-5	11	MANIVELA DE ACCIONAMIENTO		ASTM A-36
E-5	08	TORNILLO CABEZA HEXAGONAL WHITWORTH Ø1"	DIN 933	ACERO TRATADO GRADO 5
D-5	01	TAPA LATERAL MODELO 2		ALUMINIO
E-7	01	MANIJA DE ACCIONAMIENTO MANUAL		ASTM A-36
E-7	01	VARILLA ROSCADA WHITWORTH Ø3/8"	DIN 975	ACERO TRATADO CLASE 8
E-7	02	TUERCA HEXAGONAL ALTA WHITWORTH Ø3/8"	DIN 934	ACERO TRATADO CLASE 10
E-7	01	MECANISMO TRANSFORMADOR MOVIMIENTO		ASTM A-36
E-7	01	TORNILLO CABEZA HEXAGONAL WHITWORTH Ø1"	DIN 933	ACERO TRATADO GRADO 2
E-7	04	TUERCA HEXAGONAL BAJA WHITWORTH Ø1"	DIN 936	ACERO TRATADO CLASE 10
E-7	08	ARANDELA PLANA ALA ANCHA PAVONADAS Ø1"	DIN 9021	ACERO ZINCADO
E-7	04	TORNILLOS ALLEN CABEZA CILINDRICA	DIN 912	ACERO TRATADO GRADO 8
A-6	01	BANCADA ESTRUCTURAL SOPORTE		ASTM A-36
A-8	01	DIFUSOR - CONO DE SUCCION		ACERO GALVANIZADO
B-8	24	ARANDELA PLANA BISELADA Ø1"	DIN 125	ACERO ZINCADO
B-8	12	TUERCA HEXAGONAL WHITWORTH Ø1"	DIN 934	ACERO TRATADO CLASE 10
B-8	01	EMPAQUE SE SELLO		FIBRA ARAMIDA Y NITRIL
C-8	12	TORNILLO CABEZA HEXAGONAL WHITWORTH Ø1"	DIN 933	ACERO TRATADO GRADO 8
C-8	01	DIFUSOR - CONO DE SUCCION		ACERO GALVANIZADO
C-8	12	TORNILLO CABEZA HEXAGONAL WHITWORTH Ø1"	DIN 933	ACERO TRATADO GRADO 8
C-8	24	ARANDELA PLANA BISELADA Ø1"	DIN 125	ACERO ZINCADO
C-8	12	TUERCA HEXAGONAL WHITWORTH Ø1"	DIN 934	ACERO TRATADO CLASE 10
C-7	01	EMPAQUE SE SELLO		NEOPRENE
D-6	22	O' RINGS	SAE J200	FIBRA ARAMIDA Y NITRIL
D-7	11	ALABES DIRECTRICES		BRONCE ALUMINIO
D-7	11	PASADOR RANURADO	ISO 8752	ACERO INOXIDABLE
D-7	01	RODETE DE MODELO FRANCIS		BRONCE ALUMINIO
D-7	01	ARANDELA PLANA Ø1"	DIN 6340	ACERO
D-7	08	TORNILLO CABEZA HEXAGONAL WHITWORTH Ø1"	DIN 933	ACERO TRATADO GRADO 5
D-7	01	TAPA LATERAL MODELO 1		ALUMINIO
C-7	08	TORNILLO CABEZA HEXAGONAL WHITWORTH Ø3/8"	DIN 933	ACERO TRATADO GRADO 2
B-4	01	VALVULA DE BOLA DE 6"		PVC
C-4	02	ARANDELAS DE SUJECION VALVULA		ASTM A-36
C-5	04	TUERCA HEXAGONAL WHITWORTH Ø3/8"	DIN 934	ACERO GALVANIZADO
C-5	01	ESTRUCTURA SOPORTE VALVULA		ASTM A-36
C-5	04	TORNILLO CABEZA HEXAGONAL WHITWORTH Ø3/8"	DIN 933	ACERO TRATADO GRADO 2
C-5	08	ARANDELA PLANA BISELADA Ø3/8"	DIN 125	ACERO ZINCADO
C-5	04	TUERCA HEXAGONAL WHITWORTH Ø3/8"	DIN 934	ACERO TRATADO CLASE 10
C-5	04	VARILLA ROSCADA (ESPARRAGO) Ø3/8" 11H	DIN 975	ACERO TRATADO R. 8.8
C-5	01	REDUCTOR ROSCADO PARA VALVULA DE 6"	DIN 2999	ACERO GALVANIZADO
C-6	12	TORNILLO CABEZA HEXAGONAL WHITWORTH Ø1"	DIN 933	ACERO TRATADO GRADO 8
C-5	24	ARANDELA PLANA BISELADA Ø1"	DIN 125	ACERO ZINCADO
C-5	12	TUERCA HEXAGONAL WHITWORTH Ø1"	DIN 934	ACERO TRATADO CLASE 10
D-6	01	CAMARA ESPIRAL		ACERO GALVANIZADO
POSICION/CANTIDAD		DESCRIPCION	REFERENCIA	MATERIAL



INGENIERIA MECANICA UNSAAC

PROYECTO:	"DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE TURBINA FRANCIS A PARTIR DE UN PROTOTIPO DE 200 KW USANDO LAS LEYES DE LA SEMEJANZA HIDRAULICA."		
PLANO:	EXPLOSION DEL MODELO DE TURBINA FRANCIS		
PROYECTISTAS: (TESISTAS)	Br. JAIMES GALLEGOS, Jonathan Rodrigo Br. PANTIGUZO ORRQUE, Wilmer		
DIRECCION: (ASESOR)	Mgt. Ing. MACEDO SILVA, Arturo		
DISTRITO	PROVINCIA	DEPARTAMENTO	
CUSCO	CUSCO	CUSCO	
DIBUJADO POR: J.G.R. P.V.	ESCALA	FECHA	LAMINA
	1:7.5	10/09/2018	2.01