

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS**  
**ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA**



---

**APLICACIÓN DE LAS HERRAMIENTAS**  
**ESTADÍSTICAS EN EL CONTROL DE PROCESOS**  
**PARA VARIABLES**

---

**TESIS PRESENTADO POR:**

**BR. JUAN ROBERTH HUAMAN QUINTANA**

**BR. LUISA LIZBETH CHANCAYAURI CRUZ**

**PARA OPTAR AL TÍTULO PROFESIONAL**  
**DE LICENCIADO EN MATEMÁTICA,**  
**MENCIÓN ESTADÍSTICA**

**ASESORA:**

**DRA. NELLY MARÍA SALAZAR PEÑA**

**CUSCO – PERÚ**

**2019**

## **Dedicatoria**

*Dedico esta tesis a DIOS quien inspiro mi espíritu para la conclusión de esta tesis. Con amor, afecto y respeto a los seres que me dieron la vida, mis padres Francisco y Gregoria de no ser por su apoyo no hubiera podido alcanzar mis anhelos. Con cariño y admiración a mis hermanos: Bili, Luis, Gris, Yesica, Gabriel y Rusbel por inculcarme la fuerza de seguir adelante. A mis amigos Gisela y Jaime por sus consejos y sinceros deseos que coadyuvaron al logro de mis ilusiones. A todos ellos se los agradezco desde el fondo de mi corazón.*

*Luisa Lizbeth.*

*A mi padre Juan C. Huaman por inculcar en mí el ejemplo de esfuerzo y valentía de no temer las adversidades de la vida.*

*Mi madre Eugenia Quintana, por darme la vida, creer en mi y porque siempre me apoyaste. A mis hermanos por su apoyo incondicional, durante todo este proceso, por estar conmigo en todo momento gracias.*

*Juan Roberth.*

## **Agradecimiento**

*Agradecemos primordialmente a Dios por dejarnos llegar tan lejos.*

*Expresamos nuestro agradecimiento:*

*A la Dra. Salazar Peña, Nelly María nuestra asesora, por su gran apoyo incondicional y dedicación, quien con sus oportunos y acertados consejos nos permitió alcanzar el objetivo del presente estudio.*

*Nuestra gratitud a todos los docentes del Departamento Académico de Matemáticas Mención Estadística, por el aporte brindado en nuestra formación académica.*

*A nuestras familias por el apoyo que nos brindaron en el desarrollo de este trabajo.*

*Luisa Lizbeth.*

*Juan Roberth.*

## Presentación

Sr. Decano de la Facultad de Ciencias.

Sr. Director de la Escuela Profesional de Matemática.

Señores Miembros del Jurado:

Con el fin de optar al Título Profesional de Matemática Mención Estadística y en cumplimiento del Reglamento de Grados y Títulos establecidos en la Escuela Profesional de Matemática de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, presentamos a vuestra consideración el trabajo de investigación titulado:

### **APLICACIÓN DE LAS HERRAMIENTAS ESTADÍSTICAS EN EL CONTROL DE PROCESOS PARA VARIABLES.**

En el presente trabajo de investigación se quiere analizar cuál de las herramientas estadísticas son útiles dentro de las empresas, microempresas y otras con la finalidad de reducir y controlar la variabilidad de los productos que en las empresas se procesan, la microempresa que nos sirvió para nuestra investigación está dentro de la región de Apurímac.

Atentamente:

Br. Juan Roberth Huaman Quintana

Br. Luisa Lizbeth Chancayauri Cruz

## Resumen

La presente investigación tuvo como objetivo principal identificar las herramientas estadísticas fundamentales en el control de procesos para variables para mejorar el proceso de producción de productos en cualquier empresa o microempresa.

Para poder llegar a los objetivos propuestos se realizó un estudio en la microempresa ZUÑIGA YNFANZON CLOTILDE dedicado a la elaboración de alimentos y/o bebidas en la cual se tomó como unidad de control el peso de las bolsas de galletas de agua y su pH.

Las herramientas estadísticas para el control del proceso aplicadas en el presente trabajo de investigación fueron: hoja de control, diagramas de flujo, diagrama de causa-efecto, histograma, diagrama de dispersión, diagramas de control y la hoja de control.

Las herramientas estadísticas fundamentales que se identificaron fueron: diagrama de control la cual nos permitió identificar un dato atípico que corresponde al sub grupo uno de la semana nueve que esta fuera de los límites de control, el diagrama causa-efecto que nos permitió identificar dos causas más resaltantes como mano de obra y el diagrama de dispersión donde se visualiza que no existe relación entre las variables peso de las bolsas de galletas de agua y pH de las mismas.

La aplicación y los resultados son presentados con la finalidad de que sean útiles para empresas y microempresas del sector como una alternativa de implementación de soluciones a los problemas que puedan presentarse tanto en los procesos de producción como servicios.

Palabras clave: elaboración, herramientas estadísticas, control, procesos.

## **Abstract**

The main objective of this research was to identify the fundamental statistical tools in process control for variables to improve the product production process in any company or microenterprise.

In order to reach the proposed objectives, a study was carried out at the ZUÑIGA YNFANZON CLOTILDE microenterprise dedicated to the preparation of food and / or beverages in which the weight of the water biscuit bags and their pH was taken as a control unit.

The statistical tools for process control applied in the present research work were: control sheet, flow charts, cause-effect diagram, histogram, scatter plot, control diagrams and the control sheet.

The fundamental statistical tools that were identified were: control diagram which allowed us to identify an outlier that corresponds to sub group one of week nine that is outside the control limits, the cause-effect diagram that allowed us to identify two causes more prominent as labor and the dispersion diagram where it is visualized that there is no relationship between the variables weight of water biscuit bags and their pH.

The application and the results are presented in order to be useful for companies and microenterprises in the sector as an alternative for implementing solutions to the problems that may arise both in production processes and services.

Keywords: elaboration, statistical tools, control, processes

# Índice general

	Pág.
<b>Índice de figuras .....</b>	<b>x</b>
<b>Índice de tablas .....</b>	<b>xi</b>
<b>Abreviaturas .....</b>	<b>xii</b>
<b>Introducción .....</b>	<b>xiii</b>
<b>Capítulo I Marco conceptual .....</b>	<b>1</b>
1.1. Planteamiento del problema.....	1
1.1.1. Formulación del Problema.....	2
1.2. Objetivos .....	2
1.2.1. Objetivo General.....	2
1.2.2. Objetivos específicos .....	3
1.3. Hipótesis .....	3
1.3.1. Hipótesis general .....	3
1.3.2. Hipótesis específica .....	3
1.4. Descripción de la metodología de la investigación.....	3
1.4.1. Alcance de investigación .....	3
1.4.1. Enfoque de la investigación.....	4
1.4.2. Diseño de investigación .....	4
1.4.3. Fuente de investigación .....	4
1.4.4. Procesamiento de datos.....	4
1.5. Justificación .....	4
1.6. Limitaciones de la investigación.....	5
<b>Capítulo II Marco teórico .....</b>	<b>6</b>
2.1. Antecedentes .....	6
2.1.1. Nivel internacional.....	6
2.1.2. Nivel nacional .....	7
2.1.3. Nivel regional .....	9
2.2. Conceptos básicos .....	10
2.2.1. Población .....	10

2.2.2. Muestra .....	10
2.2.3. Variable.....	10
2.2.4. Medidas de tendencia central.....	11
2.2.5. Medidas de dispersión .....	11
2.2.6. Parámetros .....	12
2.2.7. Estadístico.....	12
2.2.8. Distribución normal .....	12
2.2.9. Distribución normal estándar.....	13
2.2.10. Teorema del límite central .....	14
2.2.11. Distribución muestral de medias .....	15
2.2.12. Hipótesis .....	16
2.2.13. Prueba de hipótesis .....	16
2.2.14. Hipótesis estadística .....	16
2.2.15. Hipótesis nula e hipótesis alternativa. ....	16
2.2.16. Errores .....	17
2.2.17. Tamaño de la muestra en una prueba de hipótesis .....	18
2.2.18. Sub grupo racional.....	21
2.3. Control estadístico de procesos.....	21
2.4. Variabilidad en los procesos .....	22
2.4.1. Causas de la variabilidad .....	22
2.5. Herramientas estadísticas en el control de calidad.....	23
2.5.1. Herramientas cualitativas.....	25
2.5.2. Herramientas Cuantitativas.....	27
2.6. Límites de control .....	41
2.7. Diagrama de Shewhart.....	41
2.8. Elección del parámetro $k$ .....	42
2.9. Estimación de los parámetros .....	43
2.10. Límites de control y límites de especificación.....	43
2.11. Límites probabilísticos para los diagramas de control de media y rango .....	44
<b>Capítulo III Control de procesos para variables .....</b>	<b>47</b>
3.1. Introducción .....	47
3.2. Diagrama de control para la media .....	48
3.2.1. Diagrama de control para la media con parámetro dado .....	48



3.2.2.	Diagrama de control para la media sin parámetro dado. ....	50
3.3.	Diagrama de control para la variabilidad.....	53
3.3.1.	Diagrama de control para el rango con parámetro dado.....	54
3.3.2.	Diagrama de control para el rango sin parámetro dado.....	56
3.4.	Prueba de normalidad .....	57
3.4.1.	Prueba de Kolmogorov – Smirnov .....	57
3.5.	Gráfica de corridas o rachas.....	58
3.5.1.	Patrones de conglomerados .....	58
3.5.2.	Patrones de mezcla .....	58
3.5.3.	Patrones de tendencias.....	59
3.5.4.	Patrones de oscilación.....	59
3.6.	Capacidad de un proceso.....	60
3.6.1.	Índices de capacidad a corto plazo .....	60

**Capítulo IV Aplicación de las herramientas estadísticas en el control de procesos para variables en la microempresa Zuñiga Ynfanzon Clotilde.....64**

4.1.	Introducción .....	64
4.2.	Aspectos generales de la microempresa.....	64
4.2.1.	Ubicación geográfica.....	64
4.2.2.	Misión.....	65
4.2.3.	Visión.....	65
4.3.	Insumos necesarios para la elaboración de galletas de agua.....	65
4.3.1.	Descripción de los insumos .....	65
4.4.	Descripción de la elaboración de las galletas de agua .....	68
4.5.	Criterio de exclusión .....	71
4.6.	Criterio de inclusión.....	71
4.7.	Unidades de control .....	71
4.8.	Población.....	72
4.9.	Tamaño de muestra .....	72
4.9.1.	Tipo de muestreo .....	72
4.10.	Variables de estudio .....	72
4.11.	Instrumentos de medición .....	73
4.12.	Registro de datos .....	73
4.13.	Análisis exploratorio de datos.....	74

4.13.1.	Prueba de normalidad del peso de bolsas de galletas de agua.....	75
4.13.2.	Histograma para el peso de las bolsas de galletas de agua.....	76
4.13.3.	Prueba de normalidad para el pH de las galletas de agua.....	77
4.13.4.	Histograma para el pH de las galletas de agua .....	78
4.13.5.	Diagrama de dispersión del peso de las bolsas de galletas de agua vs pH de las galletas de agua .....	80
4.13.6.	Prueba de corridas para el peso de bolsas de las galletas de agua.....	81
4.13.7.	Diagramas de control para el peso de las 300 bolsas de galletas de agua.....	82
4.13.8.	Diagrama de causa efecto (Diagrama de Ishikawa) .....	85
4.13.9.	Capacidad del proceso para el peso de las bolsas de galletas de agua ....	87
4.13.10.	Prueba de corridas para el pH de las galletas de agua. ....	88
4.13.11.	Diagramas de control para el pH de las galletas de agua .....	88
4.13.12.	Capacidad del proceso para el pH de las galletas de agua.....	91
<b>Conclusiones.....</b>		<b>93</b>
<b>Recomendaciones.....</b>		<b>95</b>
<b>Referencias .....</b>		<b>96</b>
<b>Anexos.....</b>		<b>A</b>
<b>Anexo N° 1 Datos procesados de la muestra piloto para obtener los límites de especificación.....</b>		<b>B</b>
<b>Anexo N° 2 Límites de especificación .....</b>		<b>C</b>
<b>Anexo N° 3 Fotografías .....</b>		<b>C</b>
<b>Anexo N° 4 Factores para calcular los límites centrales y límites de control <math>3\sigma</math> para gráficas de <math>\bar{x}</math>, <math>s</math> y <math>R</math> .....</b>		<b>H</b>
<b>Anexo N° 5 Valores frecuentes utilizados de la distribución normal para <math>Z</math>.....</b>		<b>I</b>

## Índice de figuras

	<b>Pág.</b>
Figura 1: Distribución normal .....	13
Figura 2: Porcentajes situados entre $\pm k$ desviaciones típicas en la curva normal .....	14
Figura 3: Distribución de los valores de una variable continua según la hipótesis nula y alternativa en un contraste bilateral. ....	18
Figura 4: Proceso de producción .....	24
Figura 5: Construcción de un diagrama causa-efecto segundo paso .....	27
Figura 6: Construcción de un diagrama causa-efecto tercer paso .....	28
Figura 7: Construcción de un diagrama causa-efecto cuarto paso .....	28
Figura 8 Diagrama de barras .....	33
Figura 9: Diagrama de Pareto .....	33
Figura 10: Diagramas de dispersión .....	35
Figura 11: Histograma de frecuencias .....	37
Figura 12: Proceso bajo control.....	39
Figura 13: Proceso fuera de control.....	39
Figura 14: Capacidad del proceso .....	61
Figura 15: Diagrama de flujo de la elaboración de las galletas de agua .....	70
Figura 16: Diagrama de Causa-Efecto para la elaboración de las galletas de agua .....	71
Figura 17: Prueba de normalidad del peso de bolsas de galletas de agua .....	75
Figura 18: Histograma del peso de las bolsas de galletas de agua .....	77
Figura 19: Prueba de normalidad del pH de las bolsas de galletas de agua .....	78
Figura 20: Histograma del Ph de las galletas de agua .....	79
Figura 21: Diagrama de dispersión de pH.G.A. vs PesoBolsas.G.A.....	80
Figura 22: Gráfica de corridas del peso de las bolsas de galletas de agua .....	82
Figura 23: Diagrama de control del peso de las bolsas de galletas de agua .....	84
Figura 24: Diagrama de Causa-Efecto para verificar las causas posibles .....	85
Figura 25: Diagrama de control sin el subgrupo 1 de la semana nueve para el peso de las bolsas de galletas de agua.....	86
Figura 26: Análisis de capacidad para el peso de las bolsas de galletas de agua. ....	87
Figura 27: Gráfica de rachas para el pH de las galletas de agua .....	88
Figura 28: Diagrama de control para la media y rango del pH de las galletas de agua.....	91
Figura 29: Análisis de capacidad del pH de las galletas de agua. ....	92

## Índice de tablas

	<b>Pág.</b>
Tabla 1: Riesgos de la prueba de hipótesis.....	17
Tabla 2: Causas de variabilidad de un proceso.....	23
Tabla 3: Símbolos utilizados en un diagrama de flujo .....	26
Tabla 4: Hoja de control de datos .....	30
Tabla 5: Clasificación por tipo de defecto.....	31
Tabla 6: Recuento de totales por defecto.....	32
Tabla 7: Cuadro de frecuencias .....	32
Tabla 8: Escalas del coeficiente de Pearson .....	36
Tabla 9: Decisión para el índice de capacidad del proceso .....	62
Tabla 10: Decisión para el índice de capacidad Real .....	63
Tabla 11: Composición de la harina de trigo.....	66
Tabla 12: Composición química de la levadura prensada .....	67
Tabla 13: Composición química de la manteca.....	68
Tabla 14: Hoja de control de datos .....	73
Tabla 15: Cuadro de frecuencias para el peso de las bolsas de galletas de agua.....	76
Tabla 16: Cuadro de frecuencias para el pH de las galletas de agua.....	79
Tabla 17: Coeficiente de correlación de Pearson .....	81
Tabla 18: Pesos de las bolsas de galletas para calcular los límites de control .....	83
Tabla 19: pH de las galletas para calcular los límites de control .....	89

## Abreviaturas

PesoBolsas.G.A.: Peso de las bolsas de galletas de agua

pH.G.A. : pH de las galletas de agua

*LSC* : Límite de control superior

*LIC* : Límite de control inferior

*LES* : Límite de especificación superior

*LEI* : Límite de especificación inferior

*C<sub>p</sub>* : Índice de capacidad

*C<sub>pk</sub>* : Índice de capacidad real

v.a. : Variable aleatoria

## Introducción

Existen herramientas básicas que han sido aplicadas y utilizadas para la mejora de la calidad y solución de problemas. Cada empresa o microempresa adopta y utiliza las que ayuden a mejorar su gestión, el éxito de estas herramientas radica en la capacidad que han demostrado al ser aplicadas en un amplio conjunto de problemas desde el control de calidad hasta las áreas de producción, marketing, recursos humanos y administración.

“La aplicación del control estadístico del proceso en una empresa, traerá la estabilidad del proceso y la reducción de la variabilidad” (Montgomery, 2004, p. 74).

ZÚÑIGA YNFANZON CLOTILDE, es una microempresa que se dedica a la producción y comercialización de alimentos y/o bebidas, elaborando exclusivamente alimentos como: galletas de agua, alfajor, champas, pionono, cachito, pan chancay y panes en general, dichos productos se elaboran en lotes siguiendo procedimientos establecidos del REGISTRO SANITARIO. La microempresa considera que el control de calidad que se realiza antes de embolsarlos es suficiente sin dar la debida importancia al peso que debe tener cada bolsa y la cantidad de galletas que contiene; el cual solamente consiste en comparar el producto obtenido con un patrón de otro producto. Es decir, la mencionada microempresa no cuenta con una técnica, método ni herramienta establecida para tener un control de procesos en dicha producción en etapas que es: antes, durante y después.

En el presente trabajo de investigación que se realizó, utilizamos las herramientas estadísticas en el control de procesos del peso de las bolsas de galletas de agua y su pH que son comercializadas en el distrito de San Jerónimo, provincia de Andahuaylas, departamento de Apurímac.

La justificación del estudio se basa en la aplicación de las herramientas estadísticas sobre todo de control y calidad estadístico de procesos para el peso de las bolsas de galletas de agua, creando así medidas que permitan corregir los procesos que están fuera de control, para mantener la calidad del sistema de producción.

Este estudio se estructuró en cuatro capítulos, el primer capítulo contiene el marco conceptual: planteamiento del problema, los objetivos, las hipótesis, descripción de la metodología, justificación y las limitaciones de la investigación, en el segundo capítulo se describe, el marco teórico: los antecedentes de la investigación, conceptos básicos de la estadística, control estadístico de procesos, variabilidad en los procesos, herramientas estadísticas en el control de procesos, gráficos de control por variables y atributos, fundamentos estadísticos de los diagramas de control. En el tercer capítulo trata sobre el diagrama de control para variables. El cuarto capítulo se realiza la aplicación de las herramientas estadísticas del control de procesos dentro de la microempresa el proceso del embolsado de las galletas de agua, dando a conocer cuál es el peso de la bolsa de galletas de agua y su pH de ellas, mediante el gráfico de control y el análisis de los datos que fueron necesarios para la demostración de cómo es importante el control de calidad para diferentes productos; finalmente se enuncia la conclusión, recomendación, referencias y anexos.

# Capítulo I

## Marco conceptual

### 1.1. Planteamiento del problema

La historia de la humanidad, está directamente relacionada con la calidad, desde los tiempos más remotos, el hombre al construir sus armas, elaborar sus alimentos y fabricar sus vestidos está relacionada con la calidad del producto; donde observaron las características del producto y posteriormente procuraron mejorar hasta nuestros días.

En la actualidad el tema de control de procesos es un factor de decisión importante en la mayoría de las empresas, microempresas y demás; donde se ha convertido en uno de los elementos más determinantes e importantes para el éxito de las empresas, microempresas y otros.

En las empresas, microempresas y talleres siempre presentan problemas de calidad debido a la informalidad o ausencia de control sobre los procesos de fabricación. Las pequeñas microempresas se caracterizan por que en general funcionan como talleres, donde aplican un sistema de producción bajo pedido y sus procesos generan producciones pequeñas. Los controles aplicados por la mayoría de las pequeñas microempresas los realizan sobre el producto terminado, pues estas microempresas generalmente desconocen la posibilidad de aplicar herramientas estadísticas a sus procesos.

En el Perú, existen empresas que aplican técnicas dentro de su proceso productivo de calidad;



esta aplicación busca involucrar el establecimiento de métodos que sirvan para medir las características de la calidad y revisar las normas correspondientes, que permitan establecer una acción correctiva de manera que se evite la producción de un mayor número de bienes defectuosos o la prestación de un mal servicio. En vista, del ambiente empresarial tan cambiante, ha obligado a muchas empresas a mejorar sus productos, con el control de procesos a través de la cual, se logra mejorar un grupo de factores importantes para la producción o prestación de un servicio, garantizando el éxito de cualquier empresa y/o microempresa, permitiendo a esta afrontar los cambios existentes de medio.

Existen programas orientados a la mejora de calidad de productos y servicios que son frecuentemente utilizados como formas para alcanzar niveles de calidad competitivos y que garantizan la supervivencia y el éxito de las empresas.

Las herramientas estadísticas aplicadas al control de procesos buscan el incremento de la eficiencia, la reducción de costos, la uniformidad y la mejora de la calidad del producto, aplicando técnicas estadísticas como el análisis estadístico y el gráfico de control.

### **1.1.1. Formulación del Problema**

¿Es útil las herramientas estadísticas en el control de procesos para variables para mejorar el proceso de producción de productos?

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. Objetivo General**

Identificar las herramientas estadísticas fundamentales en el control de procesos para variables para mejorar el proceso de producción de productos en cualquier empresa o microempresa.

### **1.2.2. Objetivos específicos**

1. Determinar que el peso de las bolsas de galletas de agua se encuentren bajo control estadístico.
2. Determinar que el pH de las galletas de agua se encuentren bajo control estadístico.
3. Determinar la correlación de los datos de las variables peso y pH de las galletas de agua.

## **1.3. Hipótesis**

### **1.3.1. Hipótesis general**

Las herramientas estadísticas fundamentales en el control de procesos para variables serán útiles para mejorar el proceso de producción de productos en cualquier empresa o microempresa.

### **1.3.2. Hipótesis específica**

1. El peso de las bolsas de galletas de agua se encuentran bajo control estadístico.
2. El pH de las galletas de agua se encuentran bajo control estadístico.
3. Los datos de las variables peso de las bolsas de galletas de agua y su pH están correlacionados.

## **1.4. Descripción de la metodología de la investigación**

### **1.4.1. Alcance de investigación**

El presente trabajo de investigación es descriptivo, correlacional y explicativo.

#### **1.4.1. Enfoque de la investigación**

Dado que se busca comprobar la hipótesis previamente establecida, así como los objetivos trazados, el presente trabajo será elaborado bajo el planteamiento metodológico del enfoque cuantitativo.

#### **1.4.2. Diseño de investigación**

El diseño a ser utilizado en el presente trabajo de investigación es no experimental.

#### **1.4.3. Fuente de investigación**

Las fuentes de información que fueron utilizadas en esta investigación se basaron básicamente de tipo mixto.

#### **1.4.4. Procesamiento de datos**

Para la aplicación los datos obtenidos fueron tratados mediante el uso de la hoja de cálculo Microsoft Excel *versión 13* (2013) y del software estadístico Minitab *versión 18*, y posteriormente elaborar los gráficos estadísticos respectivos para su análisis e interpretaciones de los resultados.

### **1.5. Justificación**

El presente trabajo de investigación se justifica en el hecho de que en la actualidad las empresas o microempresas buscan el mejoramiento en la productividad y satisfacción del cliente, es por este motivo por el cual queremos mostrar las herramientas estadísticas fundamentales para la mejora de sí mismas.

La importancia de hacer esta investigación radica en mostrar e informar a las empresas y/o microempresas que existen una serie de herramientas estadísticas en el Control de Procesos, para que las empresas puedan utilizar esas herramientas con el fin de evitar tener un fallo de

calidad asumiendo que más rentable es prevenir estos fallos de calidad que corregirlos o lamentarlos más adelante.

## **1.6. Limitaciones de la investigación**

1. La poca información bibliográfica en la biblioteca especializada de Matemática y biblioteca central.
2. Falta de apoyo de las empresas y microempresas e instituciones para la aplicación del presente trabajo.
3. No se pudo realizar una toma de datos para la muestra de los productos de las galletas de agua los días sábados y domingos, debido a que la microempresas en mención otorga día de descanso para sus trabajadores.

## **Capítulo II**

### **Marco teórico**

#### **2.1. Antecedentes**

##### **2.1.1. Nivel internacional**

Tesis presentadas por Georgina J, Boada G. y Hioly L, Farias R. (2008), Análisis de las Herramientas Estadísticas Aplicada a la Calidad Total en la Universidad de Oriente. Nucleo de Sucre de la Escuela de Administración, Trabajo de Curso Especiales de Grado presentado como requisito parcial para optar al Título de Licenciado en Administración y Licenciado En Contaduría Pública, llegó a las siguientes conclusiones:

- a) Las herramientas estadísticas aplicadas a las empresas, no tratan únicamente de la reducción de costos, sino de mejorar la actualización de la empresa, exigiendo un modo, que ejecute cada una de las herramientas utilizadas dentro de la organización
- b) La aplicación de los métodos estadísticos le ha permitido un medio eficaz para desarrollar nuevas tecnologías y controlar la calidad en los procesos de producción o en la prestación de un servicio dentro de la organización. Este conocimiento estadístico se ha convertido en una gran ayuda y aprendizaje para el elemento humano, en comprender estos métodos proporciona inmediatamente la habilidad para usarlo; por eso se dice que lo importante no es solamente el entendimiento de esto, sino más bien la actitud mental hacia su utilización.
- c) La calidad total utiliza un enfoque de sistema para la calidad mediante la integración

de programas que estén relacionados con ellos y objetivos a través de las líneas de la organización.

Tesis presentado por Ing. Miguel Carrola Gonzalez (1997), Aseguramiento de la Calidad a Través del Control Estadístico de Proceso en la Universidad Autónoma de Nuevo León Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, División de Estudios de Post-Grado, Que en Opción al Título de: Maestro en Ciencias de la Administración con Especialidad en Producción y Calidad, llego a la siguiente conclusión: que es definitivo que se enseñe y aplique el control estadístico de proceso, no sólo en la industria sino también al nivel de licenciatura en las diferentes áreas de ingeniería y en todas y cada una de las áreas donde se tenga que mantener un proceso bajo control, el control estadístico de proceso es una excelente herramienta de la mejora continua. (Incluyendo las áreas de salud y de servicio, tanto en la educación como otras).

Tesis presentadas por Pau Miró y Martínez (2005), Técnicas Estadísticas para el Control y la Mejora de la Calidad en el Sector Textil: Aplicación en la Manta y la Napa Termo fusionada en la Universidad Politécnica de Valencia del Departamento de Ingeniería Textil y Papelera, para optar al Grado de doctor en Ingeniería Textil y Papelera, llego a la siguiente conclusión: que el uso sistemático de las técnicas estadísticas recomendadas aporta herramientas que facilitan la toma de decisiones y el ahorro de tiempos y costes. Esto se traduce en el aumento del control y aseguramiento de la calidad, el establecimiento de sistemas para actuar sobre el proceso en base a datos.

### **2.1.2. Nivel nacional**

Tesis presentado por Yudalia Juana, Dionisio Reyes (2014), “Control Estadístico de la Calidad Aplicado al Programa de Extensión Social de Essalud, caso: Préstamos Bancarios a sus Trabajadores. Período 2006 - 2009” en la Universidad Nacional Mayor

de San Marcos, Facultad de Ciencias Matemáticas para optar el Título Profesional de Licenciado en Estadística, llego a las siguientes conclusiones:

- a) Para construir cualquier gráfico de control siempre se debe tener como característica de calidad a una variable estadísticamente estable. La presente investigación consideró la variable atributo SOB (Sobreendeudamiento Bancario), una variable estadísticamente estable relacionada con NEB (Nivel de Endeudamiento Bancario), para la construcción del gráfico de control p.
- b) Las herramientas de control de la calidad (Diagrama Causa -Efecto, Diagrama de Pareto y Gráficos de Control p) de manera conjunta permiten organizar, analizar de manera más objetiva y completa la gestión de los servicios de préstamos bancarios en ESSALUD (seguro social de salud).
- c) La correcta aplicación de las herramientas y métodos estadísticos en el proceso (control de los préstamos bancarios) permiten desarrollar un servicio social eficaz.

Tesis presentado por Francisco German Calderón Pozo (2014), Diagnóstico y Propuesta de Mejora del Proceso de Control de la Calidad en una Empresa que Elabora Aceites Lubricantes Automotrices e Industriales Utilizando Herramientas y Técnicas de la Calidad en la Pontificia Universidad Católica Del Perú, Facultad de Ciencias e Ingeniería Tesis para optar el Título de Ingeniero Industrial, llego a la siguiente conclusión que con el diseño e implementación de planes de muestreo por atributos se busca reducir la cantidad de productos defectuosos entregados a los clientes. Se utilizarían después del envasado, de tal manera, que se hallarían los envases con anomalías y no serían enviados al almacén de productos terminados.

Tesis presentado por Carmen Patricia Avalos Carranza (2012), Control Estadístico de Calidad en Pasteurización del Jugo “LIBER” Mix: Brix, pH y Acidez Cítrica en la

Universidad Nacional de Trujillo, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas Escuela Académico Profesional de Estadística para obtener el Título Profesional de Ingeniero Estadístico, llego a las siguientes conclusiones:

- a) Las variables del proceso de pasteurización respecto al Brix, pH y Acidez Cítrica no están bajo control estadístico de calidad al obtener cartas de control multivariado.
- b) Las características de calidad del jugo Liber Mix del proceso de pasteurización (Acidez Cítrica, Brix y pH) tiene una distribución normal invariante.
- c) El jugo Liber Mix que produce la embotelladora respecto a las variables Acidez Cítrica, Brix y pH no está bajo control estadístico de calidad y por lo tanto se propuso un plan de mejora para este propósito.

### **2.1.3. Nivel regional**

Tesis presentado por Esmer Monzon Astete (2006), Control de Calidad Estadístico y diseño de HACCP (Análisis de Riesgos y de Puntos Críticos de Control) para productos cárnicos y avícolas crudos, tratados térmicamente, Facultad de Ciencias Química, Físicas y Matemáticas para obtener el Título Profesional de Matemática mención Estadístico, llego a las siguientes conclusiones:

- a) La aplicación de técnicas de control estadístico de calidad permite detectar causas asignables de variabilidad que influyen en la calidad de un producto o servicio.
- b) Los diagramas de control nos permiten realizar una selección, identificación y observación del problema de calidad en productos cárnicos y avícolas para el posterior análisis de las causas que producen el problema y finalmente tomar decisiones correctas.
- c) El diseño de HACCP (Análisis de Riesgos y de Puntos Críticos de Control) nos permite elaborar un plan para el control de la calidad e inocuidad de productos



alimenticios basándose en el cumplimiento de normas dadas.

- d) El presente trabajo de investigación permitió que la empresa “HIPERMERCADOS CUSCO”, ser más exigente en el tema de calidad, aplicando una cultura de calidad en los temas de selección y evaluación de proveedores, productos, mantenimiento de maquinarias, capacitación del personal en los diferentes niveles.

## **2.2. Conceptos básicos**

### **2.2.1. Población**

“Una población es un conjunto finito o infinito de todos los elementos que deseamos estudiar y que tienen características comunes acerca de los cuales intentamos sacar conclusiones” (Mercado y Ccorimanya, 2010, p. 10).

### **2.2.2. Muestra**

Una muestra es un sub conjunto de una población. Si el número de elementos del sub conjunto es  $n$ , diremos que la muestra es de tamaño  $n$ . También cabe definir la muestra como la observación de  $n$  elementos de una población, o el resultado de repetir  $n$  veces un experimento aleatorio (Maya y Martín, 1999, p. 1).

### **2.2.3. Variable**

Una variable es una característica de un conjunto de individuos: personas, animales, cosas, etc. “aquellas características que van cambiando, en su estado o expresión, entre los elementos de la población se denominan variables, mientras que aquellas que no cumplen esta condición son llamadas constantes” (Di Rienzo *et al*, 2009, p. 3).

*Variable dependiente.*- La variable dependiente es el fenómeno o situación explicada y es afectada por la presencia o acción de la variable independiente, utilizada para describir o medir el problema estudiado.

*Variable independiente.*- La variable independiente explica, condiciona, o determina el cambio en los valores de la variable dependiente.

#### **2.2.4. Medidas de tendencia central**

Las medidas de tendencia central, denominadas también promedios nos indican el valor medio de los datos, como la media aritmética la mediana y la moda.

En este trabajo de investigación, se utilizará principalmente la media aritmética.

##### **2.2.4.1. Media aritmética**

Sea  $x_1, x_2, \dots, x_n$  una muestra de tamaño  $n$ , de la variable estadística cuantitativa  $X$ . La media aritmética denotada por  $\bar{x}$  de ese conjunto de datos es la suma de los valores observados dividida por el total de las observaciones. Esto es:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

Por otra parte la media de una población se denota por  $\mu$ , y se define como:

$$\mu = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (2)$$

donde:

$n$ : Tamaño de la muestra

$N$ : Tamaño de la población

#### **2.2.5. Medidas de dispersión**

Las medidas de dispersión o variabilidad son números reales que miden el grado o nivel de separación entre los datos con respecto al valor central, que generalmente es la media aritmética, entre ellas se tiene el rango, varianza, y la desviación estándar.

Para medir el grado de dispersión en este trabajo de investigación, se utilizará

principalmente el rango o recorrido.

### **2.2.5.1. Rango o recorrido**

El rango o recorrido es la medida de dispersión más sencilla ya que solo considera la diferencia del valor máximo menos el valor mínimo de una muestra. Por ejemplo:

Sea  $x_1, x_2, \dots, x_n$  una muestra de tamaño  $n$  de una variable estadística  $X$ , entonces el rango se define como:

$$R = \max(x_1, x_2, \dots, x_n) - \min(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

### **2.2.6. Parámetros**

Son valores numéricos fijos (estándar o patrón), que caracterizan a la distribución de una población. Generalmente para la notación se emplean letras del alfabeto griego tales como: la media poblacional ( $\mu$ ), varianza poblacional ( $\sigma^2$ ), desviación estándar poblacional ( $\sigma$ ), etc.

### **2.2.7. Estadístico**

Es un valor numérico que describe una característica de una muestra tales como: la media muestral ( $\bar{x}$ ), varianza muestral ( $S^2$ ), desviación estándar muestral ( $S$ ), etc. Con el objetivo de estimar o inferir características a partir de una población.

En general para cada parámetro poblacional hay un estadístico correspondiente a calcularse a partir de la muestra.

### **2.2.8. Distribución normal**

La distribución más importante y en particular para realizar los diagramas de control en el proceso de control de calidad es la distribución normal.

Sea  $X$  una variable aleatoria que tiene distribución normal con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ ;  $-\infty < x < +\infty$  cuya función de densidad de probabilidad denotada por  $f(x)$ , está definido por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}; -\infty < x < +\infty \quad (3)$$

La gráfica de la distribución normal se muestra en la Figura 1.

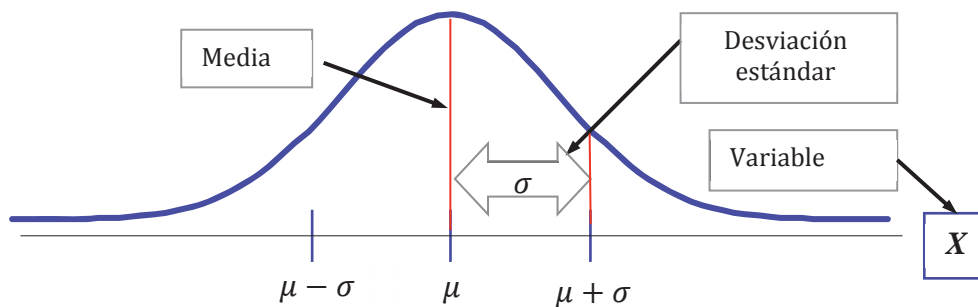


Figura 1: Distribución normal  
Fuente: Elaboración propia

Las características de mayor interés de esta curva son:

- Es simétrica respecto a la vertical en el punto  $x = \mu$
- Se acerca asintóticamente al eje de las abscisas por ambos extremos
- Tiene dos puntos de inflexión situados en:  $x = \mu + \sigma$  y  $x = \mu - \sigma$ .

Las distribuciones normales forman una familia de biparamétricas que depende de  $\mu$  y  $\sigma$  (Gómez y Tocino, 2004, pp. 86-87).

### 2.2.9. Distribución normal estándar

Si la variable aleatoria  $X$  tiene distribución normal con media  $\mu$  y desviación estándar  $\sigma$ , entonces a la variable aleatoria  $Z$  transformada y definida por:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (4)$$

Se llama estandarización de la variable aleatoria  $X$ , pues transforma  $X$  en la variable

aleatoria  $Z \sim N(0,1)$ . Entonces la probabilidad de  $Z$  comprendido en el intervalo  $(-k, k)$ , es:

$$P(-k < Z < k) = P\left(-k < \frac{x - \mu}{\sigma} < k\right) = P(\mu - \sigma k < x < \mu + \sigma k)$$

Se concluye que el porcentaje de valores situados entre  $\pm k$  desviaciones típicas de la media es el mismo para todas las distribuciones normales, independientemente de  $\mu$  y  $\sigma$ . Así que es posible conocer el porcentaje de valores de  $x$  que se sitúa en el intervalo  $(-k, k)$ . La Figura 2 muestra algunos de estos porcentajes.

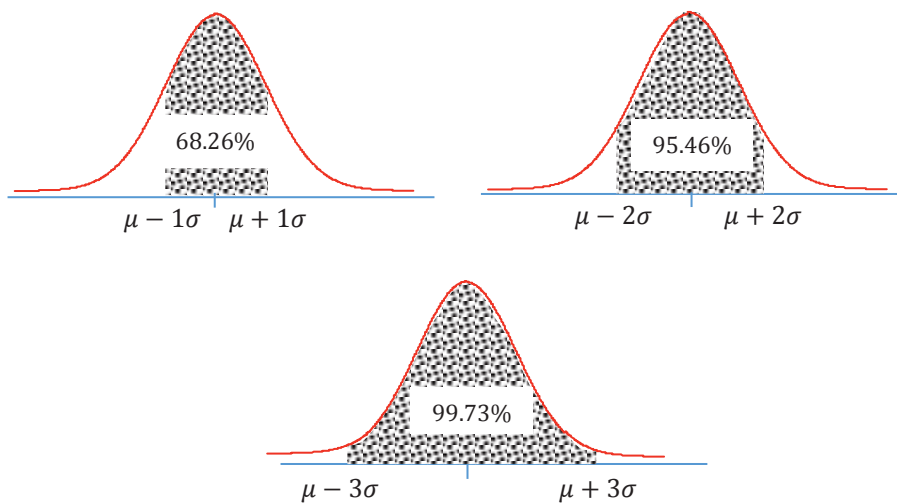


Figura 2: Porcentajes situados entre  $\pm k$  desviaciones típicas en la curva normal  
Fuente: Recuperado de “Control de calidad”, de H. Besterfield, 2009, p. 158, Mexico.

Es de particular utilidad en el diagrama de control el hecho de conocer los valores de  $P(\mu - \sigma k < X < \mu + \sigma k)$ . Si este valor es próximo a uno, la probabilidad de encontrar un valor fuera de dicho intervalo es casi nula. El valor más habitualmente empleado es  $k = 3$ .

### 2.2.10. Teorema del límite central

Uno de los casos más habituales en los que podemos aplicar el teorema del límite central es a la hora de hacer un proceso de control de calidad.

“Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas tales que para cada natural  $n$ ,  $E(X_n) = \mu$  y  $Var(X_n) = \sigma^2$ ;  $\sigma^2 < \infty$ .

Entonces:

$$\frac{(X_1 + X_2 + \dots + X_n) - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \xrightarrow{d} N(0,1) \quad (5)$$

tiende a una normal estándar” (Rincón, 2006, p. 358)

### 2.2.11. Distribución muestral de medias

A cada muestra de tamaño  $n$  que se puede extraer de una población proporciona una media. Si consideramos cada una de estas medias como valores de una v.a. se puede estudiar su distribución a la que llamaremos distribución muestral de medias.

Si se selecciona una muestra aleatoria de tamaño  $n$  ( $n$  suficientemente grande) de la variable aleatoria  $X$  (con cualquier distribución) con media  $\mu$  y desviación estándar  $\sigma$ , la distribución de la media muestral  $\bar{x}$  será aproximadamente normal con:

$$\mu_{\bar{x}} = \mu \quad (6)$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (7)$$

#### 2.2.11.1. Error estandar de la media

El error estandar de la media mide la variabilidad de la distribución muestral de  $\bar{x}$ ; esto es las variaciones aleatorias de la media muestral con respecto a la verdadera media  $\mu$ .

- Si las observaciones se seleccionan aleatoriamente de una población grande (infinita), el error estándar de la media es:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (8)$$

- Cuando la población es finita el error estándar de la media es:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad (9)$$

Al factor  $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$  se lo denomina factor de corrección para una población finita

### **2.2.12. Hipótesis**

Es una suposición acerca del valor de un parámetro de la población con el propósito de discutir su validez.

### **2.2.13. Prueba de hipótesis**

Es un procedimiento basado en la evidencia de la muestra usado para determinar si la hipótesis es aceptada o debería ser rechazada.

### **2.2.14. Hipótesis estadística**

Una hipótesis estadística es cualquier información que se hace acerca de la distribución de una o más poblaciones. Algunos ejemplos de hipótesis estadística son:

- El peso promedio de una bolsa de galletas es 490 gramos.
- La longitud media de un tipo de objeto es 10 centímetros.

### **2.2.15. Hipótesis nula e hipótesis alternativa.**

*Hipótesis nula.*- la hipótesis nula se representa por  $H_0$ , es una afirmación sobre un parámetro de una o más poblaciones, se acepta provisionalmente como verdadera cuya validez será sometida a comprobación.

*Hipótesis alternativa.*- se denomina hipótesis alternativa y se representa por  $H_1$  o por  $H_A$ , es una afirmación que es aceptada si la muestra provee la evidencia de que la hipótesis nula es falsa.

Toda hipótesis nula va acompañada de la otra hipótesis denominada la alternativa.

### 2.2.16. Errores

En el contraste de una hipótesis estadística, existe el riesgo de llegar a una conclusión incorrecta, pudiendo ocurrir dos tipos de errores: Error tipo I y error tipo II.

- Un error tipo I, ocurre si se rechaza la hipótesis nula cuando en realidad es verdadera. La probabilidad de que ocurra este error es  $\alpha$ .
- Un error tipo II, ocurre si se acepta la hipótesis nula cuando en realidad es falsa. La probabilidad de que ocurra este error es  $\beta$ .

Donde a  $\alpha$  se conoce como el nivel de significancia (riesgo del productor) y  $\beta$  es el riesgo del consumidor. La Tabla 1 muestra todo lo mencionado anteriormente.

Tabla 1  
*Riesgos de la prueba de hipótesis*

Decisión Estadística	Situación real	
	$H_0$ es cierta	$H_0$ es falsa
Se acepta $H_0$	Decisión correcta $P(\text{confianza}) = 1 - \alpha$	Error tipo II $P(\text{error tipo II}) = \beta$
Se rechaza $H_0$	Error tipo I $P(\text{error tipo I}) = \alpha$	Decisión correcta $P(\text{poder}) = 1 - \beta$

Fuente: Recuperado de “Estadística para Administración”, de Berenson, Levine y Krehbiel, 2001, México.

“En la Figura 3 se puede ver una generalización del fundamento de la estimación del tamaño de la muestra en un contraste bilateral” (Marrugat, *et al.*, 1998, p. 268).

En ella se aprecia el punto  $\mu_b$  correspondiente a la media del grupo (media referencial);  $\mu_p$  correspondiente a la media de un grupo con una intervención alternativa (media de la muestra piloto) y el punto  $A$  representa el valor de la distribución normal correspondiente al riesgo aceptado en el contraste de hipótesis bilateral en la



distribución de media  $\mu_b$ , y que define el riesgo  $\beta$  en la distribución hipotéticamente distinta de media  $\mu_p$ .

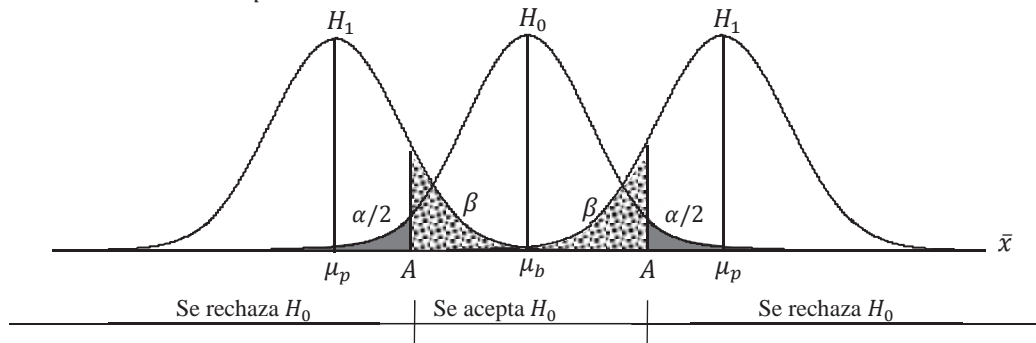


Figura 3: Distribución de los valores de una variable continua según la hipótesis nula y alternativa en un contraste bilateral.

Fuente: Recuperado de “Estimación del Tamaño de la Muestra en la Investigación Clínica y Epidemiológica”, de Marrugat, *et al.*, 1998, p. 268.

### 2.2.17. Tamaño de la muestra en una prueba de hipótesis

Dadas las probabilidades  $\alpha$  y  $\beta$  de cometer errores tipo I y tipo II respectivamente, se determina el tamaño de muestra  $n$  requerida para probar las hipótesis.

Planteando las hipótesis:

$$H_0: \mu = \mu_b$$

$$H_1: \mu \neq \mu_b$$

En la Figura 3, si  $\mu_b < \mu_p$ , se tiene para poblaciones finitas con su factor de corrección, entonces se tiene que:

$$\alpha = P[\text{error tipo I}] = P[\text{rechazar } H_0/H_0: \mu = \mu_b \text{ es verdadera}]$$

$$\alpha = P[\bar{x} > A/H_0: \mu = \mu_b]$$

$$\alpha = P \left[ \frac{\bar{x} - \mu_b}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}} > \frac{A - \mu_b}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}} \right]$$

$$\alpha = P \left[ Z > \frac{A - \mu_b}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}} \right]$$

entonces:

$$\frac{A - \mu_b}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}} = Z_{\frac{\alpha}{2}}$$

de donde se obtiene que:

$$A = \mu_b + Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad (10)$$

De igual manera

$$\beta = P[\text{error tipo II}] = P[\text{aceptar } H_0/H_0; \mu = \mu_b \text{ es falsa}]$$

$$\beta = P[\bar{x} \leq A/H_1; \mu = \mu_p \text{ es verdadera}]$$

$$\beta = P \left[ \frac{\bar{x} - \mu_p}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}} \leq \frac{A - \mu_p}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}} \right]$$

$$\beta = P \left[ Z \leq \frac{A - \mu_p}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}} \right]$$

entonces:

$$\frac{A - \mu_p}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}} = -Z_{\beta}$$

de donde resulta:

$$A = \mu_p - Z_{\beta} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad (11)$$

Resolviendo las ecuaciones ( 10 ) y ( 11 ) para determinar el tamaño de muestra para poblaciones finitas:

$$\mu_b + Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \mu_p - Z_{\beta} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

Entonces el tamaño muestral representativo para una población finita está dado por:

$$n = \frac{N \left( Z_{\frac{\alpha}{2}} + Z_{\beta} \right)^2 \sigma^2}{(\mu_p - \mu_b)^2 (N - 1) + \left( Z_{\frac{\alpha}{2}} + Z_{\beta} \right)^2 \sigma^2} \quad (12)$$

Donde:

$$\varepsilon = \mu_p - \mu_b$$

$\varepsilon$  : error admisible

$\mu_b$ : media de la referencia

$\mu_p$ : media de la muestra piloto

$Z_{\frac{\alpha}{2}}$ : punto critico del riesgo del productor

$Z_{\beta}$ : punto critico del riesgo del consumidor

$\sigma$ : desviacion estandar de la muestra piloto

La decisión sobre el tamaño de muestra se basa en el concepto de "subgrupo racional". Para poder determinar el tamaño de la muestra interviene factores económicos y estadísticos, por lo que no se puede establecer un método universal.

El tamaño de la muestra o subgrupo debe ser constante. Las muestras de menor tamaño aumentan la sensibilidad del proceso de detección de anomalías, aumentando esta sensibilidad con el tamaño de la muestra. Sin embargo, tamaño de muestras excesivamente grandes darían lugar a dos problemas:

- Dejaría de ser válida la estimación de la variabilidad de la población ( $\sigma$ ) partiendo del recorrido  $R$  de la muestra.
- Se encarecería el procedimiento.

Por los motivos anteriores se escoge un tamaño de muestra que esté comprendido entre 4 y 5 observaciones producidas consecutivamente, sin embargo es muy común utilizar 5 y se anotan los resultados de la medición.

### **2.2.18. Sub grupo racional**

Pretendemos seleccionar muestras que, en lo posible recoja la variabilidad aleatoria o natural y excluya la variabilidad asignable. El orden temporal de la producción es una base lógica para la formación de subgrupos racionales. Sin embargo, una muestra puede parecer obtenida bajo control y una parte de la misma corresponder la final de un corrimiento y la otra al principio del siguiente. No obstante, lo más natural es que podamos detectar causas asignables en el tiempo y por lo tanto podamos construir subgrupos racionales en el tiempo.

Dos son las opciones básicas para obtener subgrupos racionales:

- Cada subgrupo está formado por unidades producidas al mismo tiempo (o lo más cercanas posibles). Tenemos una instantánea del proceso en el instante temporal en que tomamos la muestra.
- Cada subgrupo está formado por unidades del producto que son representativas de todas las unidades producidas desde que se tomó la última muestra.

## **2.3. Control estadístico de procesos**

Es un conjunto de técnicas estadísticas destinadas a ser un seguimiento, en tiempo real, de la calidad de un proceso productivo, orientadas a la vigilancia del comportamiento de las características que se selecciona como mejores medidores de la calidad, y sirven para:

- Reducir la variabilidad en los procesos de productos y servicios.
- La mejora de procesos productivos y servicios lleva a la reducción del número de fallos y a la disminución de costos y ello permite:
  - a) Mejorar la competitividad de las empresas y microempresas.
  - b) Incrementar la calidad y por tanto la satisfacción del cliente y la fidelidad de este.

## **2.4. Variabilidad en los procesos**

### **2.4.1. Causas de la variabilidad**

En la práctica, todo proceso de producción independientemente del tipo de diseño utilizado del procesos adecuado, siempre se caracteriza por presentar un cierto grado de variabilidad que no se pueda eliminar completamente, también en ocasiones pueden estar presentes otra clase de variabilidad debido a que las condiciones de trabajo no son constantes por motivos como: las variaciones en las materias primas, el desgaste de herramienta, operarios por falta de experiencias, etc. Considerando que en el proceso intervienen los factores antes señalados que generan variaciones por distintas causas, diferenciamos ahora entre dos causas de variación.

#### **2.4.1.1. *Variación Natural***

Producida por innumerables pequeñas causas no asignables, continuas o aleatorias, que son tan ligeras y no pueden considerarse individualmente como razón única de una desviación del proceso. Las causas no asignables están presentes siempre, produciendo una variabilidad homogénea y estable en el tiempo que es predecible al ser constante.

La idea clave reside en que una causa no asignable produce una variabilidad en la calidad que la organización está dispuesta a asumir, y por tanto no intentará actuar sobre ella.

#### **2.4.1.2. *Variación Accidental***

Producida por causas asignables, especiales o atribuibles, es decir, las que podemos investigar hasta dar con la razón específica que las produce y que además suelen ocasionar desviaciones relativamente grandes en el resultado del proceso. Las causas

asignables solo intervienen en determinados momentos, y producen entonces una variabilidad muy grande, no son estables en el tiempo.

El control estadístico de procesos pretende localizar las causas asignables para tomar las decisiones pertinentes para evitar que reaparezcan.

A continuación se presenta la Tabla 2, donde muestra un resumen de las causas de los dos tipos de variabilidad de un proceso.

Tabla 2  
*Causas de variabilidad de un proceso*

Causas no asignables	Causas asignables
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Suelen ser muchas y cada una produce pequeñas variaciones.</li> <li>➤ Son parte permanente del proceso. Su suma (superposición) determina la capacidad del proceso.</li> <li>➤ Son difíciles de eliminar. Forman parte del sistema y es responsabilidad de la dirección disminuir efectos.</li> <li>➤ Afectan al conjunto de máquinas, operarios, etc.</li> <li>➤ La variabilidad debida a estas causas admite representación estadística (densidad de probabilidad).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Suelen ser pocos, pero de efectos importantes.</li> <li>➤ Aparecen esporádicamente en el proceso. Este hecho facilita su edificación y eliminación (gráfica de control)</li> <li>➤ Se pueden producir por:               <ul style="list-style-type: none"> <li>• Error del operario.</li> <li>• Desajuste de la maquina e instrumentos de medida.</li> <li>• Materia prima defectuoso.</li> </ul> </li> <li>➤ No admite representación estadística.</li> </ul>

Fuente: Recuperado de “Control estadístico de procesos y sus aplicación” (tesis de pre grado) Universidad Nacional de San Antonio Abab del Cusco, de Monzon, A. E., 2006, Cusco, Perú.

## 2.5. Herramientas estadísticas en el control de calidad

Las herramientas estadísticas de calidad es una denominación, dada a un conjunto de técnicas gráficas identificadas como son las más útiles en la solución de problemas enfocadas a la calidad de los productos o servicios, se conocen además como “herramientas básicas”,

existen algunas otras herramientas estadísticas que son útiles en el análisis del problema de calidad y mejora del rendimiento en los procesos de producción ya que son adecuadas a la comprensión de todas las personas aun con poca formación en materia de estadística.

“Las herramientas estadísticas son eficaces para mejorar el proceso de producción y reducir sus defectos” (Kume, 1992).

El rol que desempeñan estas herramientas se ilustran en la Figura 4 donde se presenta un proceso de producción es un sistema con un conjunto de entradas y salidas que pueden ser controlables e incontrolables, existen dos tipos de entradas  $X_1, X_2, \dots, X_p$  que son factores o variables controlables del proceso y las entradas  $Z_1, Z_2, \dots, Z_r$ , que son factores o variables incontrolables. El proceso de producción transforma estas entradas en un producto determinado que tiene varios parámetros (características de calidad), los cuales describen su calidad o aptitud. La variable de salida que vamos a representarla por ( $Y$ ) es una medida de la calidad del proceso.

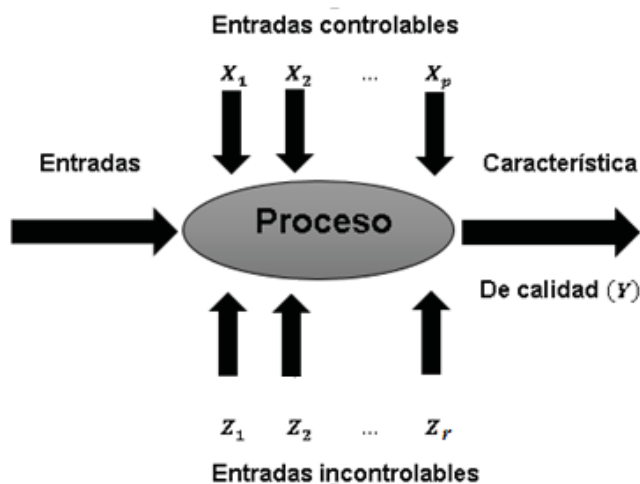


Figura 4: Proceso de producción

Fuente: Recuperado de “Control de calidad”, de Pérez Marqués, 2014, p.2, España.

Al observar el esquema surgen algunas interrogantes como: ¿Qué tipo de entradas influyen en el proceso?, ¿Qué relación hay entre las variables de entrada y el parámetro de salida  $Y$ ?,

para responder a estas interrogantes existen varias herramientas que ayudan a identificar las variables que intervienen en el proceso de mejoramiento de la calidad, estas son las herramientas cualitativas que permiten la observación, selección e identificación del problema en un proceso y son:

- 1) Encuesta
- 2) Diagrama de flujo

Y las herramientas cuantitativas que se conocen como las “7 herramientas de calidad” que permiten el análisis de las causas del problema.

Las siete herramientas también se denominan método estadístico elemental, estas son:

- 1) Diagrama de Causa y Efecto
- 2) Planillas de inspección (hoja de control)
- 3) Diagrama de Pareto: el principio de pocos vitales y muchos triviales.
- 4) Diagrama de Dispersión
- 5) Estratificación
- 6) Histograma
- 7) Gráficos de control

Estas herramientas resuelven hasta un 95 por ciento de los problemas (Ishikawa , 1986, p. 252).

## **2.5.1. Herramientas cualitativas**

### **2.5.1.1. Encuesta**

Es una técnica de acumulación de datos obtenidos mediante una serie de consulta o


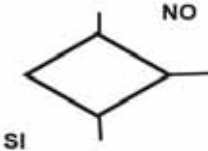
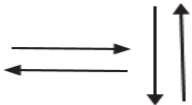


interrogatorio referentes a eventos que ocurren en un proceso, aplicada a usuarios potenciales del sistema y de carácter individual.

### 2.5.1.2. Diagrama de Flujo

Es una representación gráfica de la secuencia de etapas, operaciones, movimientos, decisiones y otros eventos que ocurren en un proceso. Esta representación se efectúa a través de formas y símbolos gráficos utilizados usualmente. Los símbolos y gráficos utilizados en un diagrama de flujo representan diferentes actividades las cuales se muestra en la Tabla 3.

Tabla 3  
Símbolos utilizados en un diagrama de flujo

Símbolo	Actividad
Actividad 	La gráfica del rectángulo describe la actividad o proceso, si es ovalado indica el comienzo o fin de un proceso
Decisión 	Es un rombo con una pregunta dentro a partir de este, el proceso se ramifica de acuerdo a las respuestas posibles, cada camino se señala de acuerdo con la respuesta.
Flecha 	Líneas de flujo, son flechas que conectan procesos e indican la dirección del flujo del proceso

Fuente: Recuperado de “Control estadístico de procesos y sus aplicación” (tesis de pre grado) Universidad Nacional de San Antonio Abab del Cusco, de Monzón, A. E., 2006, Cusco, Perú.

Algunas recomendaciones para construir el diagrama de flujo:

- Probar el diagrama de flujo tratando de realizar el proceso como está descrito en el mismo, para verificar que todas las operaciones sean posibles tal cual figuran en el diagrama.
- Si se piensan realizar cambios al proceso, entonces se debe hacer un diagrama

adicional con los cambios propuestos.

## 2.5.2. Herramientas Cuantitativas

### 2.5.2.1. Diagrama de Causa – Efecto

Un diagrama de Causa y Efecto (CE) es una figura formada por líneas y símbolos cuyo objetivo es representar una relación significativa entre un efecto y sus causas. Fue creado por Kaoru Ishikawa en 1943, y también se le conoce como diagrama de Ishikawa (H. Besterfield, 2009, p. 81).

Este diagrama sirve para determinar qué efectos son negativos, y de esta manera corregir las causas, normalmente para cada efecto existen varias causas que puede producirlo. En general, las causas se dividen en: método de trabajo, materiales, mano de obra, mediciones y entorno, pero no quiere decir que el diagrama siempre deba tener estas causas.

Los pasos a seguir para la construcción de un diagrama causa – efecto son:

Paso 1: Decidir cuál va a ser la característica de calidad que se va analizar.

Paso 2: Trazar una flecha gruesa que represente el proceso y a la derecha escribir la característica de calidad.

En la Figura 5, se muestra la construcción del diagrama de causa-efecto del segundo paso.

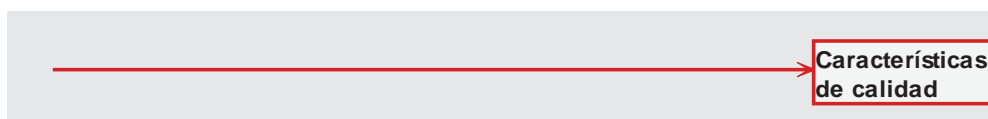


Figura 5: Construcción de un diagrama causa-efecto segundo paso

Fuente: Elaboración propia.

Paso 3: Indicar los factores causales más importantes y generales que puedan generar fluctuaciones en la característica de calidad, trazando flechas secundarias hacia la

principal. Un método muy popular para agrupar las posibles causas es el de las 6 Ms, donde las seis causas principales son: maquinaria, medio ambiente, mano de obra, método, materiales y medición.

A continuación se visualiza la Figura 6, donde muestra la construcción del diagrama de causa-efecto del tercer paso.

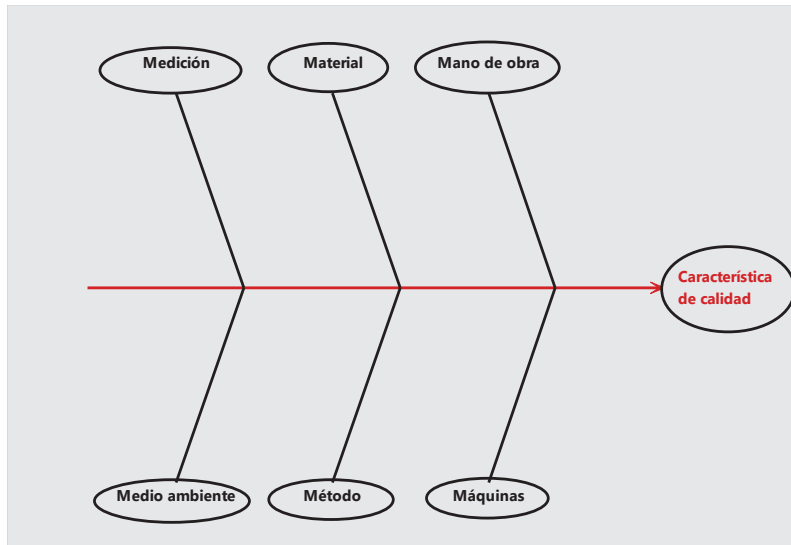


Figura 6: Construcción de un diagrama causa-efecto tercer paso  
Fuente: Elaboración propia.

Paso 4: Incorporar en cada rama factores más detallados que se puedan considerar causas de fluctuación en la característica de calidad.

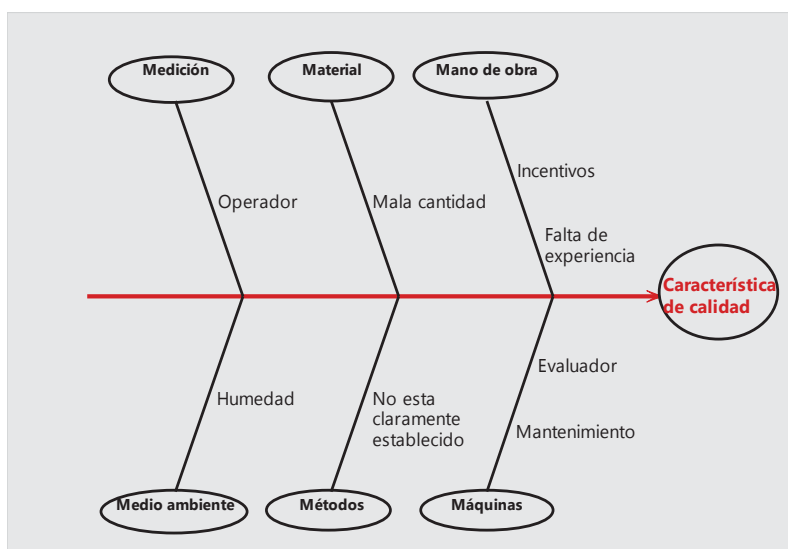


Figura 7: Construcción de un diagrama causa-efecto cuarto paso  
Fuente: Elaboración propia

Paso 5: Finalmente verificar que todos los factores que puedan causar dispersión hayan sido incorporados al diagrama. Las relaciones Causa – Efecto deben quedar claramente establecidas, asignando la importancia de cada factor, registrando cualquier información que pueda ser de utilidad y en ese caso, el diagrama está terminado.

### **Ventajas del diagramas de causa – efecto**

- Un diagrama Causa – Efecto puede ser de gran utilidad a la hora de encontrar esa causa y eliminarla, volviendo al proceso en su estado de bajo control.
- El diagrama Causa – Efecto bien elaborado nos ayudará a localizar la causa de la disminución de la calidad. Si se localiza la causa y esta no se encuentra en el diagrama, deberá ser incluida en el mismo, consiguiéndose de esta forma actualizar, ampliar y mejorar el diagrama.
- Al construir el diagrama genera un tipo de aprendizaje que mejora el conocimiento del proceso. La aparición, detección e inclusión de nuevas causas en el diagrama perfecciona nuestro conocimiento del proceso.

#### **2.5.2.2. *Planilla de inspección (hoja de verificación)***

También conocido como Hoja de Control, es un impreso con formato de tabla, destinado a registrar y compilar datos mediante un método sencillo y sistemático, mediante la anotación de marcas asociadas a la ocurrencia de determinados sucesos.

Esta técnica de recolecta de datos, se prepara de manera que su uso sea fácil e interfiera lo menos posible con la actividad de quien realiza el registro.

Los objetivos que se pretenden con el uso de las hojas de control son:

- Facilitar las tareas en la recogida de la información.

- Evitar la posibilidad de errores o malos entendidos.
- Permitir el análisis rápido de los datos.

A continuación daremos a conocer un ejemplo de la hoja de control que se muestra en la Tabla 4.

Tabla 4  
*Hoja de control de datos*

Producto : Galletas de agua				Turno : Diurno									
Característica : Bolsas de galletas de agua				Inspector :									
Operación : Peso y pH													
	Muestras	Mediciones	Hora (a.m)	Lunes	Hora (a.m)	Martes	Hora (a.m)	Miercoles	Hora (a.m)	Jueves	Hora (a.m)	Viernes	
Semana 01 del: 06/08/2018 al 10/08/2018	1	PesoBolsa.G.A. (gramos)	07:00	0.462	07:15	0.468	07:05	07:05	07:03	0.461	07:02	0.472	
		ph.G.A.		5.80		5.74		0.486		5.81		5.87	
	2	PesoBolsa.G.A. (gramos)	07:17	0.477	07:33	0.467	07:22	07:22	07:19	0.463	07:18	0.481	
		ph.G.A.		5.77		5.88		0.474		5.78		5.78	
	3	PesoBolsa.G.A. (gramos)											
		ph.G.A.											
	4	PesoBolsa.G.A. (gramos)											
		ph.G.A.											
	5	PesoBolsa.G.A. (gramos)											
		ph.G.A.											

Fuente: Elaboración propia.

### 2.5.2.3. Diagrama de Pareto

El diagrama de Pareto está basado en el principio de que la mayoría de los efectos de un proceso son el resultado de sólo unas cuantas causas. El diagrama identifica las pocas causas críticas que están generando la mayoría de efectos en el proceso, a fin de dirigir la atención y el análisis a éstos (Rendón C., 2013, p. 73).

El diagrama de Pareto, también conocido como Diagrama 80/20 o 20/80 es una gráfica para organizar datos de forma que estos queden en orden descendente, de izquierda a

derecha y separados por barras, a continuación se muestra los pasos recomendados para la elaboración de un diagrama de Pareto.

**Paso 1:** Mencionamos que problemas se van a investigar y como recolectar los datos.

- Decidir qué clase de problema son los que se van a investigar, por ejemplo, objetos defectuosos, pérdidas monetarias, etc.
- Decidir qué datos se va a necesitar y como clasificarlos, por ejemplo, por tipo de defecto, proceso, máquina, trabajador, método.

Definir el método de recolección de los datos y el periodo de duración de la recolección. En este paso se empezará, clasificando todos los defectuosos posibles en sus diversos tipos como muestra en Tabla 5.

Tabla 5  
*Clasificación por tipo de defecto*

<b>Tipo de defecto</b>	<b>Detalle del problema</b>
Defecto $p$	Detalle del problema que causa el defecto $p$
Defecto $q$	Detalle del problema que causa el defecto $q$
Defecto $r$	Detalle del problema que causa el defecto $r$
⋮	⋮
Defecto $x$	Detalle del problema que causa el defecto $x$
Otros defectos	Otros defectos no incluidos en los anteriores

Fuente: Elaboración propia.

**Paso 2:** Diseñar una tabla para el recuento de datos dejando una columna donde se anotará el total por cada defecto presentado del número de unidades seleccionadas para la inspección a medida que salen de la producción.

**Paso 3:** Diseño para el recuento del cálculo de los totales, ver un ejemplo en la Tabla 6.

Tabla 6  
*Recuento de totales por defecto*

<b>Tipo de defecto</b>	<b>Recuento</b>	<b>Total</b>
Defecto <i>p</i>	///	3
Defecto <i>q</i>	//// // // // //	16
Defecto <i>r</i>	//// // // // // // // // // //	37
⋮	⋮	6
Defecto <i>x</i>	//// // // // //	20
Otros defectos	//// //	9
<b>Total</b>		<b>91</b>

Fuente: Elaboración propia.

**Paso 4:** Elaborar una tabla de datos con la lista de tipos de defectos como se muestra en la Tabla 7 organizándolos según el orden de la cantidad de sus totales individuales descendientemente, colocando el ítem “otros defectos” en la última fila independientemente de su magnitud ya que está compuesto de un grupo de ítems, además considere los totales acumulados, la composición porcentual y los porcentajes acumulados.

Tabla 7  
*Cuadro de frecuencias*

Tipo de defecto	Número de defectos	Total acumulado	Composición porcentual %	Porcentaje acumulado %
Defecto <i>r</i>	37	37	40.66	40.66
Defecto <i>x</i>	20	57	21.98	62.64
Defecto <i>q</i>	16	73	17.58	80.22
⋮	6	79	6.59	86.81
Defecto <i>p</i>	3	82	3.30	90.11
Otros defectos	9	91	9.89	100
<b>Total</b>	<b>91</b>		<b>100%</b>	

Fuente: Elaboración propia.

**Paso 5:** Construir el diagrama de barras.

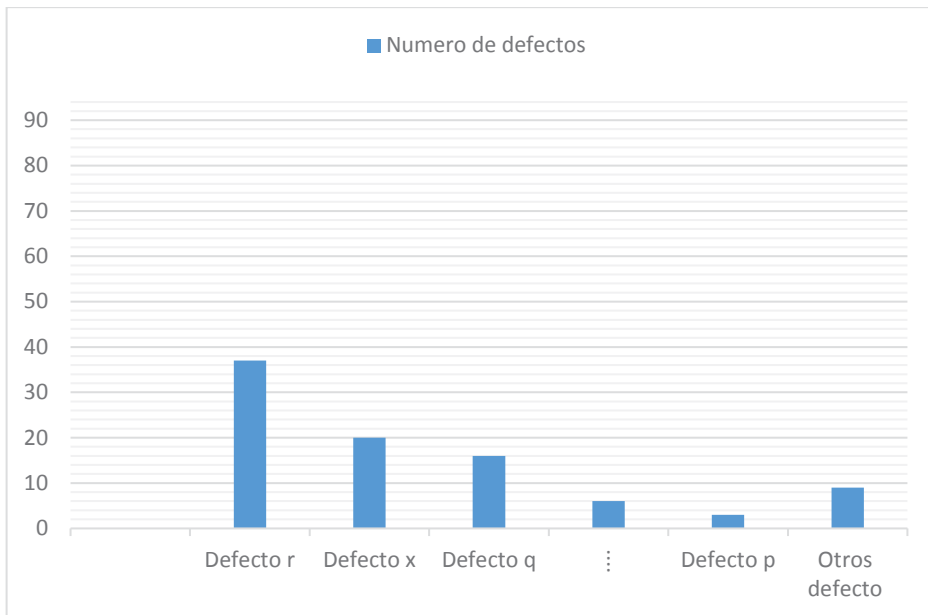


Figura 8 Diagrama de barras  
Fuente: Elaboración propia.

**Paso 6:** Dibujar la curva acumulada (Curva de Pareto), para esto deberá trazar una recta vertical al lado derecho de la figura anterior marcándole una escala porcentual de 0 a 100%, marque los valores acumulados, total acumulado o porcentaje acumulado en la parte superior de cada ítem y conecte los puntos con una línea continua como se muestra en la Figura 9.

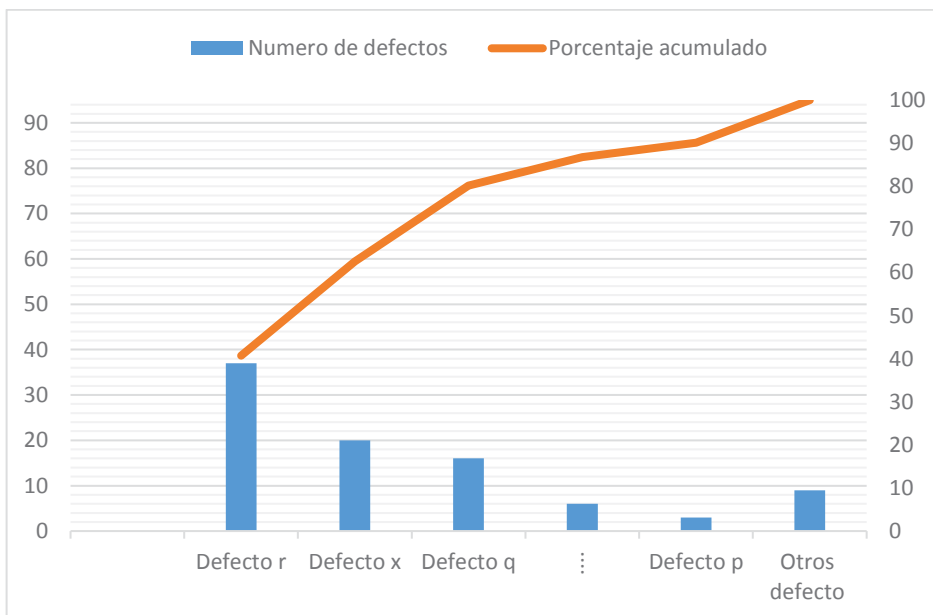


Figura 9: Diagrama de Pareto  
Fuente: Elaboración propia.



Lo que obtenemos se llama Diagrama de Pareto. Ahora resulta evidente cuales son los tipos de defectos más frecuentes. Podemos observar que los 3 primeros tipos de defectos se presentan en el 80.22% del producto controlado, aproximadamente. Esto nos conduce a lo que se conoce como Principio de Pareto: La mayor parte de los defectos encontrados en el lote pertenece solo a 2 ó 3 tipos de defectos, de manera que si se eliminaran las causas que los provocan desaparecerían la mayor parte de los defectos.

#### **2.5.2.4. Diagrama de Dispersión**

También denominado gráfico de correlación, permite identificar una relación potencial entre dos variables, observando la forma del diagrama podemos indicar el tipo de relación que puede existir entre las dos variables.

En un gráfico de correlación representamos cada par ordenado  $(X; Y)$  como un punto donde se cortan las coordenadas de  $X$  e  $Y$ , cuando se trata de dos variables cuales quiera, puede no haber ninguna correlación o puede existir alguna correlación en mayor o menor grado.

Los motivos más comunes de este tipo de diagrama son analizar:

- La relación entre una causa y un efecto.
- La relación entre una causa y otra.
- La relación entre una causa y otras dos causas.
- Un efecto y otro.

La Figura 10 muestra diferentes formas descritas en (a), (b) y (c) las cuales son fáciles de comprender. En (a), se tiene una correlación positiva entre las dos variables, porque  $y$  aumenta a medida que  $x$  aumenta. En (b) hay una correlación negativa entre las dos

variables, porque cuando  $x$  aumenta,  $y$  decrece. En (c) no hay correlación entre las dos variables.

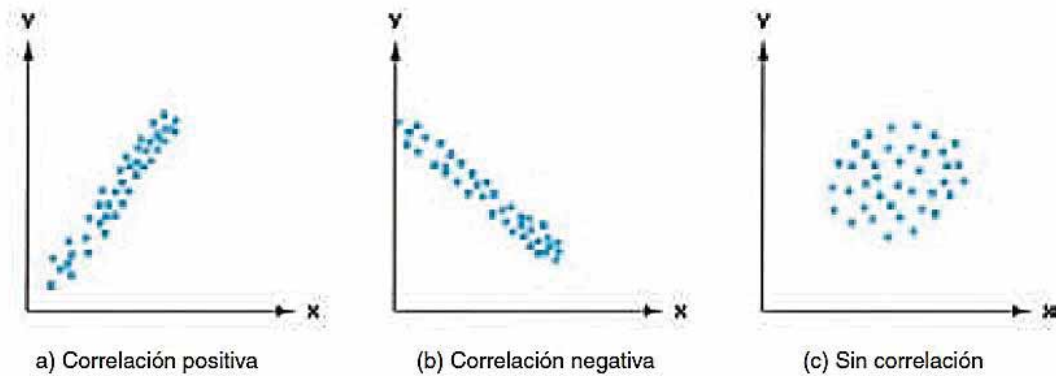


Figura 10: Diagramas de dispersión

Fuente: Recuperado de “Control de calidad”, de H. Besterfield, 2009, p. 167, Mexico.

### ***Coefficiente de correlación de Pearson***

Es una medida lineal entre dos variables aleatorias cuantitativas  $X$  e  $Y$ , mide el grado de relación de las dos variables y es calculada de la siguiente forma:

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} \quad (13)$$

Donde:

$S_{xy}$  : Covarianza de las variables  $X$  e  $Y$

$S_x$  : es la desviación estándar de la variable  $X$

$S_y$  : es la desviación estándar de la variable  $Y$

El coeficiente de correlación de Pearson es un número comprendido entre -1 y +1, esto es  $-1 \leq r \leq 1$ , para la interpretación del coeficiente de Pearson se utilizará la Tabla 8.

Tabla 8  
*Escalas del coeficiente de Pearson*

<b>valor</b>	<b>Significado</b>
-1	Correlación negativa grande y perfecta
-0.9 a -0.99	Correlación negativa muy alta
-0.7 a -0.89	Correlación negativa alta
-0.4 a -0.69	Correlación negativa moderada
-0.2 a -0.39	Correlación negativa baja
-0.01 a -0.19	Correlación negativa muy baja
0	Correlación nula
0.01 a 0.19	Correlación positiva muy baja
0.2 a 0.39	Correlación positiva baja
0.4 a 0.69	Correlación positiva moderada
0.7 a 0.89	Correlación positiva alta
0.9 a 0.99	Correlación positiva muy alta
1	Correlación positiva grande y perfecta

Fuente: Recuperado de “monografias.com”, de Suárez Ibujés, s.f. de <http://m.monografias.com/trabajos85/coeficiente-correlacion-karl-pearson/coeficiente-correlacion-karl-pearson.shtml>

#### **2.5.2.5. Estratificación**

Es una herramienta estadística que clasifica los elementos de una población que tiene afinidad para así analizar y determinar causas comunes de su comportamiento.

La estratificación contribuye a identificar las causas que hacen mayor parte de la variabilidad, de esta forma se puede obtener una comprensión detallada de la estructura de una población de datos, examinando así la diferencia en los valores promedio y la variación en los diferentes estratos.

#### **2.5.2.6. Histograma**

“Es una herramienta estadística que se utiliza para representar la distribución de variables. El histograma es la representación gráfica de un conjunto de datos utilizados de acuerdo a la frecuencia de ocurrencia” (Boada y Farias , 2008, p. 39).

También es definido como un gráfico de barras verticales sin espacio entre ellas, apareciendo los límites de las clases en el eje horizontal y las frecuencias en el vertical. La frecuencia correspondiente a una clase, viene representada por la altitud de un rectángulo (barra) cuya base es el intervalo de clase (Boada y Farias, 2008, p. 39).

En el histograma se puede ver la forma que tiene la distribución y así poder hacer inferencias sobre la población, un ejemplo de un histograma se ver en la Figura 11.

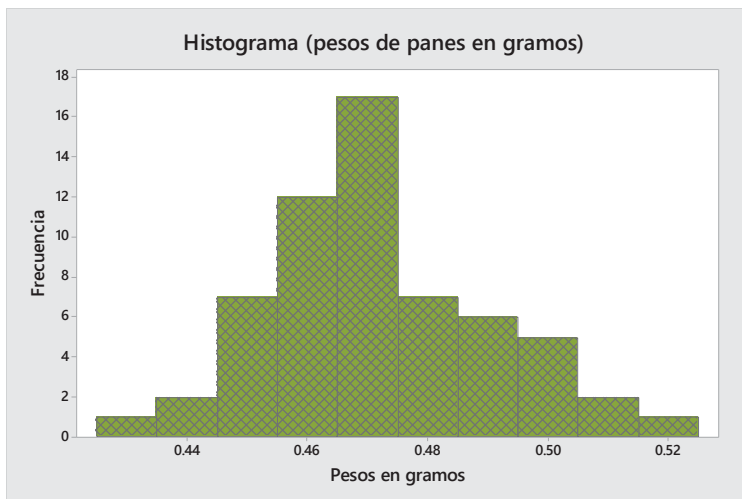


Figura 11: Histograma de frecuencias

Fuente: Elaboración propia.

El histograma de frecuencias permite visualizar rápidamente información que estaba oculta en la tabla original de datos, también nos permite visualizar:

- **Centralización:** es importante ver si los valores se concentran de uno o varios valores centrales, de forma que alejarse mucho de ellos sea poco probable; o por el contrario, los datos se distribuyen de manera uniforme en cierto rango.
- **Dispersión:** Los datos están muy concentrados en un rango estrecho, o por el contrario su rango es muy amplio.
- **Atípicos:** Unos cuantos valores se alejan del resto de los datos.

- **Asimetría:** si hay asimetría en la distribución de los datos quiere decir que los valores muy altos tienen distinta probabilidad de ser obtenidos que los muy bajos.

En todo histograma las bases de cada barra indican los intervalos de valores de la variable que se estudia. La altura de cada barra es la frecuencia de ocurrencia de intervalo de valores de dicha variable.

#### **2.5.2.7. Gráficos de Control**

Un gráfico de control consiste en una línea central, un par de límites de control, uno de los cuales se localiza abajo y el otro arriba de la línea central, y valores característicos marcados en el gráfico representando el estado de un proceso.

Si todos esos valores marcados están dentro de los límites de control, sin cualquier tendencia particular, el proceso se considera bajo control, mientras que si los puntos inciden fuera de los límites de control o presentan una disposición atípica, el proceso es considerado fuera de control (Wheeler D, 2006).

Existen muy buenas razones para emplear un diagrama de control y son las siguientes:

- a) Mejora la productividad.
- b) Son eficaces para evitar defectos.
- c) Proporcionan información de la capacidad del proceso.
- d) La gráfica de control ofrece información sobre el valor del proceso y de su estabilidad en el tiempo, lo cual permite estimar la capacidad del proceso.

El gráfico de control tiene una línea central que representa el promedio histórico de la característica que se está controlando y los límites superior e inferior que también se calculan con datos históricos.

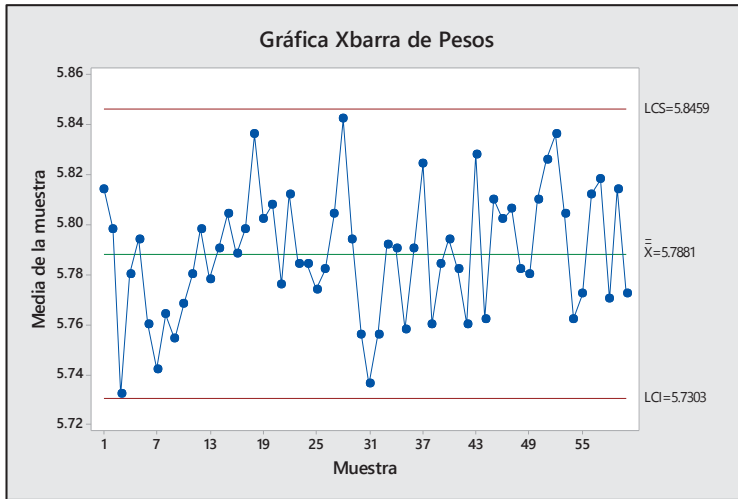


Figura 12: Proceso bajo control  
Fuente: Elaboración propia.

Se puede observar en la Figura 12 que los valores fluctúan al azar alrededor del valor central (promedio histórico) y dentro de los límites de control superior e inferior.

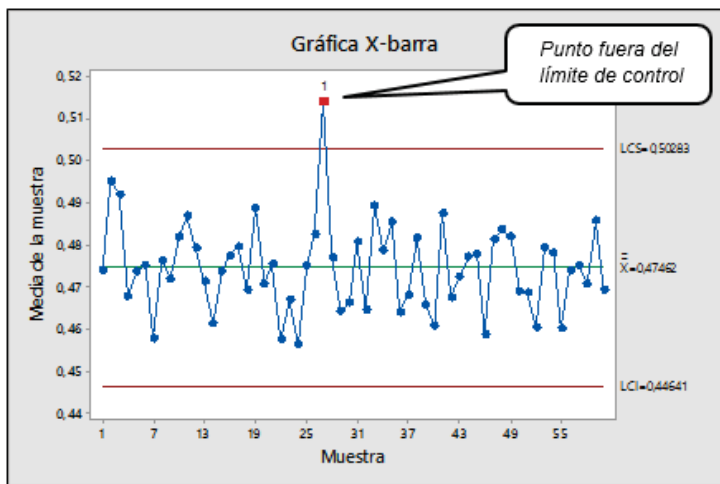


Figura 13: Proceso fuera de control  
Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 13 se observa que tiene indicio de que algo anda mal en el proceso, entonces es necesario investigar para encontrar el problema (causa asignable) y corregirla. Si no se hace esto el proceso estará funcionando a un nivel de calidad menor que originalmente.

Los gráficos de control se clasifican en:

### ❖ Gráficos de control por variables

“los gráficos de control de proceso para variables se basan en la medición de los valores de características de calidad en una escala continua, tales como: longitud, peso, resistencia, densidad, temperatura, etc.” (Rendón C., 2013, p. 44).

Existen dos tipos básicos de gráficos de control para variables, así:

- Gráficos de control para el promedio, estos gráficos controlan el valor promedio de la característica de calidad en las muestras, se conocen como gráficos  $\bar{x}$ .
- Gráficos de control para la amplitud, estos gráficos controlan la amplitud o rango de variación de la característica de calidad en las muestras. El rango,  $R$ , se define como la diferencia entre el máximo y el mínimo valor de la característica  $X$ , obtenido en una muestra. A estos gráficos se conocen como gráficos  $R$ .

### ❖ Gráficos de control por atributos

Se utilizan para controlar el porcentaje de unidades defectuosas, o el número de defectos por unidad; dentro de los límites naturales del proceso y detectar a tiempo cualquier incremento significativo de cualquier de ellos. Son conocidas como gráficas  $p$  (proporción de unidades defectuosas en lotes) y  $c$  (cantidad de defectos por unidad). Diseño de un diagrama de control.

Prat, Tort, y Grima (1998) indican que existen situaciones en que la característica de calidad que interesa controlar no es una característica medible, sino que es cierto atributo que puede poseer o no el producto. Incluso se pueden estudiar varias cualidades del mismo producto y analizar si permanecen estables a lo largo del tiempo (Prat *et al.*, 1998, p. 258).

## 2.6. Límites de control

La selección de los límites de control equivale en determinar la región crítica para probar la hipótesis nula  $H_0$  de que el proceso está bajo control estadístico: alejando dichos límites de la línea central se reduce (o probabilidad de cometer un error de tipo I, que un punto caiga fuera de los límites de control sin que haya una causa especial), si bien también se eleva con ello (o riesgo de cometer un error tipo II, que un punto caiga entre dichos límites cuando el proceso se encuentra en realidad fuera de control).

Los límites de una gráfica de control no son las especificaciones, tolerancias o deseos para el proceso. Por lo contrario éstos se calculan a partir de la variación del estadístico (datos) que se representa en el diagrama.

Para calcular los límites de control se debe proceder de forma que, bajo condiciones de control estadístico, los datos que se grafican en el diagrama tengan alta probabilidad de caer dentro de tales límites. Por lo que una forma de proceder es encontrar la distribución de probabilidades de la variable, estimar parámetros y ubicar los límites de forma que un alto porcentaje (99.73%) de la distribución está dentro de ellos. Esta forma de proceder se conoce como límites de probabilidad.

## 2.7. Diagrama de Shewhart

Shewhart no proponía suprimir las variaciones, sin determinar cuál era el rango tolerable de variación que evite que se originen problemas. Para lograr lo anterior desarrollo los diagramas de control.

Sea  $X$  una variable aleatoria que mide la característica de calidad en la que se tiene interés.

La línea central, inferior y superior vienen dadas por:



$$\text{Límite de control superior (LSC)} = \mu + k\sigma$$

$$\text{Límite central (LC)} = \mu$$

$$\text{Límite de control inferior (LIC)} = \mu - k\sigma$$

Donde:

$X$  = Característica cuantitativa a controlar

$\mu$  = Media de  $X$

$\sigma$  = Desviación estándar de  $X$ .

$k$  = Distancia de la línea central respecto de los límites de control.

Estamos suponiendo que tanto la media  $\mu_X$ , como la desviación típica de  $X$  son conocidas. Habitualmente esto no es así. Los parámetros son típicamente desconocidos y los tendremos que estimar a partir de la muestra. Con este planteamiento se pueden obtener los diagramas de control Shewhart de media y rango.

## 2.8. Elección del parámetro $k$

La posición de los límites de control se determina a partir del valor de la constante  $k$ , y de la probabilidad de confundirse al tomar una decisión, es decir de cometer un error de tipo I, o un error de tipo II. Normalmente se toma  $k$  igual a 3, en cuyo caso los límites se denominan límites de control 3-sigma. Cuando la característica de calidad que se está estudiando sigue una distribución normal, la probabilidad de error de tipo I es de  $\alpha = 0,0027$ .

Cuando un punto de la muestra observada se encuentra dentro de los límites de control, no se puede rechazar la hipótesis nula  $H_0$ ; por el contrario si está situado fuera de ellos, entonces se rechazará  $H_0$ . Luego el límite superior e inferior de control corresponde respectivamente a los valores superior e inferior de la región de aceptación de la hipótesis nula, para un nivel de significancia dada.

Además de los límites 3-sigma, existen otros límites denominados límites de aviso que se encuentran a distancia 2-sigma de la línea central. Como su propio nombre indica sirven de aviso, de modo que si un punto cae entre los límites de acción y los de aviso es posible que el proceso no esté funcionando adecuadamente.

Hay que tener en cuenta, que al igual que en una prueba de hipótesis, es posible que un proceso se juzgue fuera de control cuando realmente este bajo control o viceversa. Las consecuencias de dichos errores son importantes ya que si un proceso se declara fuera de control, cuando en realidad no lo está, se buscarán causas inexistentes; por el contrario si un proceso está fuera de control y se acepta que está en control estadístico, no se logrará el estándar de calidad que se ha fijado.

## **2.9. Estimación de los parámetros**

En la práctica los parámetros  $\mu$  y  $\sigma$  son desconocidos, puesto que se debe estimar a partir de la información muestral.

La estimación de  $\mu$  se obtiene promediando las medias muestrales disponibles, y para la estimación de  $\sigma$  se utilizará las amplitudes o rangos de las muestras. Para tamaños de muestras pequeñas procedentes de una población normal, la estimación de  $\sigma$  que se obtiene utilizando el rango. Sin embargo, cuando el tamaño muestral es moderadamente grande ( $n > 10$  ó  $12$ ) el método del rango para estimar  $\sigma$  pierde eficiencia.

## **2.10. Límites de control y límites de especificación**

Un punto a considerar es que no hay relación entre los límites de control de los diagramas de control  $\bar{x}$  y  $R$  y los límites de especificación.

Los límites de control se calculan a partir de los datos del proceso, representan el rendimiento real del proceso. Y los límites de especificación son definidos por el cliente, experto, organización y representan el rendimiento deseado del proceso.

Los límites de especificación y los límites de control se utilizan con fines diferentes. Los límites de control permiten evaluar si el proceso es estable, mientras que los límites de especificación permiten evaluar qué tan capaz es el proceso de satisfacer los requisitos del cliente.

### **2.11. Límites probabilísticos para los diagramas de control de media y rango**

Una vez elegida la característica  $X$  de calidad que se va a controlar, se determinan los límites de control, estos se basan en un número entero de desviaciones típicas de dicha característica o del valor estimado de su desviación típica, y porque no considerar un intervalo en donde especifiquemos la probabilidad de pertenencia de la variable al intervalo, la probabilidad de los límites están dados por:

$$P_{H_0}(LIC \leq X \leq LSC) = 1 - \alpha$$

con  $\alpha$  un valor predeterminado.

Entonces los límites probabilísticos 0.001, que son utilizados comúnmente se obtienen hallando  $k$ , tal que:

$$P_{H_0}(\mu - k\sigma \leq X \leq \mu + k\sigma) = 1 - 0.001$$

en general los límites probabilísticos a nivel  $\alpha$  se calculan hallando  $k$ .

$$P_{H_0}(\mu - k\sigma \leq X \leq \mu + k\sigma) = 1 - \alpha$$

por el teorema central del límite se cumple que:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

y, por la distribución normal estándar para un  $\alpha$  dado, podremos calcular  $k_\alpha$ , tal que:

$$P_{H_0}(-k_\alpha \leq Z \leq k_\alpha) = 1 - \alpha$$

Pero de esta expresión se deduce que:

$$\begin{aligned} \Phi(k_\alpha) - \Phi(-k_\alpha) &= 1 - \alpha \\ \Phi(k_\alpha) - [1 - \Phi(k_\alpha)] &= 1 - \alpha \\ 2\Phi(k_\alpha) &= 2 - \alpha \\ \Phi(k_\alpha) &= 1 - \frac{\alpha}{2} \end{aligned}$$

entonces el valor de  $k_\alpha$  será  $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ .

Con lo que se cumple que

$$-k_\alpha \leq \frac{X - \mu}{\sigma} \leq k_\alpha \leftrightarrow \mu - k_\alpha \sigma \leq X \leq \mu + k_\alpha \sigma$$

De donde se obtienen los límites probabilísticos al nivel  $\alpha$  de la siguiente forma:

$$LSC = \mu + k_\alpha \sigma$$

$$LC = \mu$$

$$LIC = \mu - k_\alpha \sigma$$

La relación entre los límites probabilísticos 0.001 y los tres sigmas, vienen explicadas por el hecho de que cuando  $\alpha = 0.001$ ,  $k_\alpha$  tendrá el valor de  $Z_{(1-\frac{0.001}{2})}$ , según las tablas de la distribución normal estándar,  $Z_{(1-\frac{0.001}{2})} = 3.29$  que es próximo a 3, pero mayor a 3, con lo que los límites probabilísticos 0.001 son más amplios que los límites de 3 sigma, por lo que la detección de un proceso fuera de control será sensible con límites de 3 sigma.

Cuando  $\alpha = 0.0027$ ,  $k_\alpha$  tendrá el valor de  $Z_{(1-\frac{0.0027}{2})}$ , según las tablas de la distribución normal estándar,  $Z_{(1-\frac{0.0027}{2})} \equiv 3$ , con lo que los límites probabilísticos 0.0027 equivales a los 3 sigmas, por tanto los diagramas de control de Shewhart será equivalente a los diagramas de control de límites probabilísticos cuando  $\alpha = 0.0027$ .

## Capítulo III

### Control de procesos para variables

#### 3.1. Introducción

Una de las áreas de la actividad humana es la aplicación de herramientas estadísticas que se ha difundido y al mismo tiempo un enorme éxito dentro de las empresas donde los aspectos estudiados se relacionan con el control de calidad de procesos dentro de una producción.

Un elemento fundamental de la filosofía de control de calidad es la utilización generalizada de procedimientos científicos, incluido los métodos estadísticos, en la planificación, recolección de datos y análisis de los mismos, de tal forma que las decisiones no se sustenten en supuestos.

En el control de proceso para variables, la secuencia que se debe seguir es con la construcción de las gráficas de control y las pautas de utilización de una de las herramientas para el control de procesos que son los gráficos de control para la media ( $\bar{x}$ ) su valor medio como su variabilidad y también dicha variabilidad es controlada mediante el grafico R.

Hay dos condiciones distintas bajo las que se usan estos diagramas de control:

- Con estándar dado (o parámetro dado).- esta condición implica que la tendencia central que en general es la media y los valores de dispersión han sido establecidos inicialmente.
- Sin estándar dado (o sin parámetro dado).- esta condición implica que la tendencia

central y los valores de dispersión no han sido examinado previamente o al que se le han realizado grandes cambios en el proceso.

### 3.2. Diagrama de control para la media

Tiene como objetivo mostrar las fluctuaciones de las medias muestrales que se presentan dentro de los límites de control. Si las medias muestrales caen dentro de los límites establecidos, se dice que la variación que presenta el proceso sólo es aleatoria. Pero si las medias muestrales exceden el límite superior de control (*LSC*) o bien, caen por debajo del límite inferior de control (*LIC*), entonces el proceso de producción está fuera de control estadístico y deberá corregirse.

En el control estadístico de procesos de un producto deben establecerse ambos límites de control (*LSC* y *LIC*) alrededor de la media de las muestras  $\bar{\bar{x}}$ .

#### 3.2.1. Diagrama de control para la media con parámetro dado

Supongamos que la característica de calidad estudiada  $X$ , se distribuye según la normal con parámetros  $\mu$  y  $\sigma$  ambas conocidas, si se recogen un total de  $q$  muestras y en cada muestra hay  $n$  observaciones, Es decir:

$$\begin{array}{lll}
 m_1 = & x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n} & \rightarrow \bar{x}_1 \\
 m_2 = & x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n} & \rightarrow \bar{x}_2 \\
 & \vdots & \vdots \\
 m_i = & x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in} & \rightarrow \bar{x}_i \\
 & \vdots & \vdots \\
 m_q = & x_{q1}, x_{q2}, \dots, x_{qn} & \rightarrow \bar{x}_q
 \end{array}$$

si  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_q$  son los promedios de las  $q$  muestras y  $\bar{x}_i = \frac{x_{i1} + \dots + x_{in}}{n}$ , es el promedio de la  $i$ -ésima muestra, entonces de las ecuaciones ( 6 ) y ( 7 ) de la distribución muestral de la media muestral, se obtiene que:  $\mu_{\bar{x}_i} = \mu$  y la desviación estándar es  $\sigma_{\bar{x}_i} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Por el Teorema del Límite Central se tiene que:

$$\frac{\bar{x}_i - \mu_{\bar{x}_i}}{\sigma_{\bar{x}_i}} \sim N(0,1)$$

reemplazando  $\mu_{\bar{x}_i}$  y  $\sigma_{\bar{x}_i}$ , se obtiene:

$$\frac{\bar{x}_i - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$$

y, por la distribución normal estándar para un  $\alpha$  dado, podremos calcular  $k_\alpha$ , tal que:

$$P\left(-k_\alpha \leq \frac{\bar{x}_i - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq k_\alpha\right) = 1 - \alpha$$

de donde se obtienen los límites probabilísticos al nivel  $\alpha$  de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} LSC &= \mu + k_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ LC &= \mu \\ LIC &= \mu - k_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (14)$$

al reemplazar  $k_\alpha$  por 3 se obtienen los diagramas de Shewhart, entonces los límites de control quedan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} LSC &= \mu + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ LC &= \mu \\ LIC &= \mu - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (15)$$

haciendo que  $A = \frac{3}{\sqrt{n}}$ , los límites de control para el diagrama de la media con parámetro

dado se detallan a continuación:

$$\begin{aligned} LSC &= \mu + A\sigma \\ LC &= \mu \\ LIC &= \mu - A\sigma \end{aligned} \quad (16)$$



el valor de  $A$  es conocido para los distintos tamaños de muestra, que figuran en el Anexo N° 4.

### 3.2.2. Diagrama de control para la media sin parámetro dado.

Supongamos que la característica de calidad estudiada  $X$ , se distribuye según la normal con parámetros  $\mu$  y  $\sigma$  ambas desconocidas, si se recogen un total de  $q$  muestras y en cada muestra hay  $n$  observaciones, es decir:

$$\begin{aligned} m_1 &= x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n} \rightarrow \bar{x}_1 \\ m_2 &= x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n} \rightarrow \bar{x}_2 \\ &\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\ m_i &= x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in} \rightarrow \bar{x}_i \\ &\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\ m_q &= x_{q1}, x_{q2}, \dots, x_{qn} \rightarrow \bar{x}_q \end{aligned}$$

En la práctica ha de estimar los parámetros, para estimarlos se toman muestras de la producción durante un periodo prolongado de tiempo en el cual se supone que el proceso esté bajo control durante toda la recolección de las  $qn$  observaciones, estos constituirán una muestra aleatoria simple (de tamaño  $qn$ ) de una población normal  $N(\mu, \sigma)$ . A continuación se realiza la estimación de  $\mu$  y  $\sigma$ .

Estimación de  $\mu$ : el valor estimado de  $\mu$  se obtiene promediando las medias muestrales disponibles, es decir:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_q}{q} \quad (17)$$

Si  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_q$  son las medias de las muestras, se toma como estimador de  $\mu$  la media de las medias, es decir:

$$\hat{\mu} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_q}{q} \quad (18)$$

o

$$\bar{x} = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q \bar{x}_i \quad (19)$$

Se observa que la ecuación ( 19 ) es un estimador insesgado de  $\mu$ , ya que  $E[\bar{x}] = \mu$

Estimación de  $\sigma$ : para estimar  $\sigma$ , se utilizará rango como medida de variabilidad. El rango de una muestra es la diferencia entre el máximo y mínimo valor.

Por ejemplo, en la muestra  $i$ .

$$R_i = \text{máx} (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}) - \text{mín} (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$$

“El rango  $R$  es simplemente la diferencia entre la observación muestral más grande y la más pequeña. A la variable aleatoria  $w$  se le llama rango relativo” (Montgomery, 2004, p. 92).

y está definida por:

$$w = \frac{R_i}{\sigma} \quad (20)$$

La media de  $w$  es una constante  $d_2$  que depende del tamaño de la muestra. Es decir  $E[w] = d_2$ , donde  $d_2$  es conocido y tabulado que depende de  $n$  como puede verse en el Anexo N° 4, entonces:

$$E[w] = E \left[ \frac{R_i}{\sigma} \right] \quad (21)$$

$$d_2 = \frac{E[R_i]}{\sigma} \quad (22)$$

de la expresión ( 22 ) se obtiene que:

$$\sigma = \frac{E[R_i]}{d_2} \quad (23)$$

por tanto un estimador de  $\sigma$  será:

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^k \frac{R_i}{d_2} \quad (24)$$

desarrollando la expresión ( 24 ), se obtiene:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (25)$$

dicho estimador, es un estimador insesgado de  $\sigma$  puesto que:

$$E[\hat{\sigma}] = \frac{1}{q} E \left[ \sum_{i=1}^q \frac{R_i}{d_2} \right] = \frac{1}{d_2 q} \sum_{i=1}^q E[R_i] = \frac{1}{d_2 q} q d_2 \sigma = \sigma$$

a partir de los parámetros estimados, recurrimos a ella para determinar los límites de control.

Por el teorema central del límite se cumple que:

$$\frac{\bar{x}_i - \bar{x}}{\frac{\bar{R}}{d_2} \frac{1}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$$

y, por la distribución normal estándar para un  $\alpha$  dado, podremos calcular  $k_\alpha$ , tal que:

$$P \left( -k_\alpha \leq \frac{\bar{x}_i - \bar{x}}{\frac{\bar{R}}{d_2} \frac{1}{\sqrt{n}}} \leq k_\alpha \right) = 1 - \alpha$$

de donde se obtienen los límites probabilísticos al nivel  $\alpha$  de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
LSC &= \bar{\bar{x}} + k_{\alpha} \frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}} \\
LC &= \bar{\bar{x}} \\
LIC &= \bar{\bar{x}} - k_{\alpha} \frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}
\end{aligned}
\tag{26}$$

al remplazar  $k_{\alpha}$  por 3, se obtiene los diagramas de Shewhart.

$$\begin{aligned}
LSC &= \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}} \\
LC &= \bar{\bar{x}} \\
LIC &= \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}
\end{aligned}
\tag{27}$$

Los límites de control para el diagrama de la media sin parámetro dado se detallan a continuación:

$$\begin{aligned}
LSC &= \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} \\
LC &= \bar{\bar{x}} \\
LIC &= \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}
\end{aligned}
\tag{28}$$

$A_2$ , es valor conocido y tabulado ( $A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}$ ) para los distintos tamaños de muestra, que figura en el Anexo N° 4.

### 3.3. Diagrama de control para la variabilidad

Los diagramas de control para la variabilidad (o amplitud) tienen como objetivo determinar si las variaciones (totales) de las muestras de éste se encuentran bajo control o fuera de él. Si los puntos que representan dichas amplitudes se encuentran dentro de los límites superior e inferior, nos permiten concluir que el producto está bajo control. Por el contrario, si una variación queda arriba o debajo de los límites, se concluye que alguna causa asignable lo afecta de modo que algunos productos presentan una variabilidad notoria (una variación en la característica que se esté analizando).

Los diagramas de control para medir la variabilidad de un proceso de producción reciben el

nombre de diagrama  $R$ . En ellas se grafican los valores de los rangos de cada una de las muestras. En este diagrama la línea central está ubicada en el valor promedio de los rangos ( $\bar{R}$ ); y los límites de control se establecen con base en la distribución muestral de los rangos ( $R$ ).

### 3.3.1. Diagrama de control para el rango con parámetro dado

Si  $X$  es una característica de la calidad cuantitativa de una población normal con parámetros conocidos (media  $\mu$  y desviación estándar  $\sigma$ ). Si se supone que el proceso está bajo control y se tiene un total de  $q$  muestras y en cada muestra hay  $n$  observaciones, es decir:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n} \rightarrow R_1 \\
 m_2 &= x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n} \rightarrow R_2 \\
 &\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\
 m_i &= x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in} \rightarrow R_i \\
 &\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\
 m_q &= x_{q1}, x_{q2}, \dots, x_{qn} \rightarrow R_q
 \end{aligned}$$

Si  $R_i = \text{máx}(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}) - \text{mín}(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$ , es el rango de la  $i$ -ésima muestra, entonces es necesario obtener la relación entre el rango de una muestra y la desviación estándar de la población, esta relación se puede ver en la ecuación ( 20 ).

Los parámetros de la distribución del rango relativo  $w$  dependen solamente del tamaño de las observaciones  $n$ , que es conocido. En particular, para varios tamaños muestrales denotaremos que  $E[w] \equiv d_2$  y  $\sqrt{Var[w]} \equiv d_3$ , donde  $d_2$  y  $d_3$  son valores tabulados que dependen del tamaño de la muestra  $n$ , como puede verse en el Anexo N° 4, pero:

$$\mu_R \equiv E[R_i] = E[w\sigma] = \sigma d_2$$

además, de la ecuación ( 20 ) se tiene:

$$R_i = w\sigma \quad (29)$$

la desviación estándar se puede obtener como la raíz cuadrada de la varianza, entonces:

$$\sigma_{R_i} = \sqrt{Var[R_i]} \quad (30)$$

desarrollando

$$\sigma_{R_i} = \sqrt{Var[w\sigma]} \quad (31)$$

$$\sigma_{R_i} = \sigma\sqrt{Var[w]} \quad (32)$$

$$\sigma_{R_i} = \sigma d_3 \quad (33)$$

entonces, por el teorema del límite central se tiene:

$$\frac{R_i - \sigma d_2}{\sigma d_3} \sim N(0,1)$$

y por la distribución normal estándar para un  $\alpha$  dado, podremos calcular  $k_\alpha$ , tal que:

$$P\left(-k_\alpha \leq \frac{R_i - \sigma d_2}{\sigma d_3} \leq k_\alpha\right) = 1 - \alpha$$

de donde se obtienen los límites probabilísticos al nivel  $\alpha$  de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} LSC &= \sigma d_2 + k_\alpha \sigma d_3 \\ LC &= \sigma d_2 \\ LIC &= \sigma d_2 - k_\alpha \sigma d_3 \end{aligned} \quad (34)$$

al remplazar  $k_\alpha$  por 3 se obtienen los diagramas de Shewhart, entonces los límites de control quedarían de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} LSC &= (d_2 + 3d_3)\sigma \\ LC &= \sigma d_2 \\ LIC &= (d_2 - 3d_3)\sigma \end{aligned} \quad (35)$$

Los límites de control para el diagrama del rango con parámetro dado se detallan a continuación:

$$\begin{aligned}
LSC &= D_2\sigma \\
LC &= \sigma d_2 \\
LIC &= D_1\sigma
\end{aligned}
\tag{36}$$

$D_2 = (d_2 + 3d_3)$  y  $D_1 = (d_2 - 3d_3)$ , son valores totalmente conocidos para los distintos tamaños de muestra, que figuran en el Anexo N° 4.

### 3.3.2. Diagrama de control para el rango sin parámetro dado

Supongamos que la característica de calidad estudiada  $X$ , se distribuye según la normal con parámetros  $\mu$  y  $\sigma$  ambas desconocidas, si se recogen un total de  $q$  muestras y en cada muestra hay  $n$  observaciones, es decir:

$$\begin{aligned}
m_1 &= x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n} \rightarrow R_1 \\
m_2 &= x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n} \rightarrow R_2 \\
&\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\
m_i &= x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in} \rightarrow R_i \\
&\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\
m_q &= x_{q1}, x_{q2}, \dots, x_{qn} \rightarrow R_q
\end{aligned}$$

como  $\sigma$  es desconocida, se empleará el estimador visto en la expresión ( 25 ).

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

los límites probabilísticos al nivel  $\alpha$  se obtienen reemplazando  $\hat{\sigma}$  en la expresión ( 34 ).

$$\begin{aligned}
LSC &= \frac{\bar{R}}{d_2}d_2 + k_\alpha \frac{\bar{R}}{d_2}d_3 \\
LC &= \frac{\bar{R}}{d_2}d_2 \\
LIC &= \frac{\bar{R}}{d_2}d_2 - k_\alpha \frac{\bar{R}}{d_2}d_3
\end{aligned}
\tag{37}$$

al reemplazar  $k_\alpha$  por 3, se obtiene los diagramas de Shewhart, que se muestra

$$\begin{aligned}
LSC &= \left(1 + 3 \frac{d_3}{d_2}\right) \bar{R} \\
LC &= \bar{R} \\
LIC &= \left(1 - 3 \frac{d_3}{d_2}\right) \bar{R}
\end{aligned}
\tag{38}$$

Los límites para el diagrama de control del rango sin parámetro dado, se detallan a continuación:

$$\begin{aligned}
LSC &= D_4 \bar{R} \\
LC &= \bar{R} \\
LIC &= D_3 \bar{R}
\end{aligned}
\tag{39}$$

$D_4 = \left(1 + 3 \frac{d_3}{d_2}\right)$  y  $D_3 = \left(1 - 3 \frac{d_3}{d_2}\right)$  son valores totalmente conocidos y tabulados para distintos tamaños de muestra figuran en el Anexo N° 4.

### 3.4. Prueba de normalidad

Para probar la normalidad se va a utilizar la prueba de Kolmogorov-Smirnov.

#### 3.4.1. Prueba de Kolmogorov – Smirnov

“Es una prueba de significación estadística para verificar si los datos de la muestra proceden de una distribución normal. Se emplea para variables cuantitativas continuas y cuando el tamaño muestral es mayor de 50” (Romero, 2016, p. 36).

La prueba de kolmogorov-Smirnov es un procedimiento no paramétrico que sirve para probar la hipótesis nula de que la población de donde la muestra ha sido seleccionada es normal, y se formula de la siguiente manera:

a) Formulación de hipótesis

$H_0$ : Los datos analizados siguen una distribución normal.

$H_1$ : Los datos analizados no siguen una distribución normal.



b) La regla de decisión

Si  $P_{value} \geq 0.05 \Rightarrow$  los datos analizados siguen una distribución normal

Si  $P_{value} < 0.05 \Rightarrow$  los datos analizados no siguen una distribución normal.

### 3.5. Gráfica de corridas o rachas

Muestra gráficamente si las causas especiales están afectando su proceso. También proporcionan pruebas para determinar la aleatoriedad, las cuales suministran información sobre la variación no aleatoria ocasionada por tendencias, oscilaciones, mezclas y conglomerados en los datos. Estos patrones indican que la variación observada es originada por causas especiales.

#### 3.5.1. Patrones de conglomerados

Son grupos de puntos en un área de la gráfica y la formulación de la hipótesis se realiza de la siguiente manera:

a) Formulación de hipótesis

$H_0$ : Los datos analizados no indican conglomerados

$H_1$ : Los datos analizados indican conglomerados

b) Regla de decisión

Si  $P_{value} \geq 0.05 \Rightarrow$  los datos analizados no indican conglomerados

Si  $P_{value} < 0.05 \Rightarrow$  los datos analizados indican conglomerados

#### 3.5.2. Patrones de mezcla

Una mezcla se caracteriza por frecuentes cruces de la línea central. A menudo las mezclas indican datos combinados de dos procesos que operan en diferentes niveles. La formulación de la hipótesis es:

a) Formulación de hipótesis

$H_0$ : Los datos analizados no indican mezclas

$H_1$ : Los datos analizados indican mezclas

b) Regla de decisión

Si  $P_{value} \geq 0.05 \Rightarrow$  los datos analizados no indican mezclas

Si  $P_{value} < 0.05 \Rightarrow$  los datos analizados indican mezclas

### 3.5.3. Patrones de tendencias

Una tendencia es un cambio gradual sostenido en los datos, bien sea hacia arriba o hacia abajo. Las tendencias pueden advertir que un proceso se saldrá de control pronto. La formulación de la hipótesis es:

a) Formulación de hipótesis

$H_0$ : Los datos analizados no indican tendencias

$H_1$ : Los datos analizados indican tendencias

b) Regla de decisión

Si  $P_{value} \geq 0.05 \Rightarrow$  los datos analizados no indican tendencias

Si  $P_{value} < 0.05 \Rightarrow$  los datos analizados indican tendencias

### 3.5.4. Patrones de oscilación

La oscilación ocurre cuando los datos fluctúan hacia arriba y hacia abajo lo que indica que el proceso no es estable. La formulación de la hipótesis es:

a) Formulación de hipótesis

$H_0$ : Los datos analizados no indican oscilación

$H_1$ : Los datos analizados indican oscilación

b) Regla de decisión

Si  $P_{value} \geq 0.05 \Rightarrow$  los datos analizados no indican oscilación

Si  $P_{value} < 0.05 \Rightarrow$  los datos analizados indican oscilación

### **3.6. Capacidad de un proceso**

La capacidad del proceso consiste en evaluar la variabilidad y estabilidad de una característica de calidad, para así compararla con sus especificaciones de diseño. La capacidad de proceso es el grado de aptitud que tiene un proceso para cumplir con las especificaciones técnicas deseadas.

Cuando la capacidad de un proceso es alta, se dice que el proceso es capaz, cuando se mantiene estable a lo largo del tiempo, se dice que el proceso está bajo control, cuando no ocurre esto se dice que el proceso no es adecuado para el trabajo o requiere de inmediatas modificaciones.

Prat, Tort, y Grima (1998) indican que “cuando un proceso está en estado de control, la amplitud del intervalo de variabilidad de las observaciones individuales, es denominada Capacidad” (Prat *et al.*, 1998, p. 255).

#### **3.6.1. Índices de capacidad a corto plazo**

##### **3.6.1.1. Índice de capacidad $C_p$**

Para considerar que un producto sea de calidad, las mediciones de sus características deben ser iguales a su valor ideal, sin embargo al conocer que la variabilidad es una característica insita de todo proceso estas mediciones deben al menos estar dentro de cierta especificación inferior y/o superior. La medida de la capacidad potencial del proceso para cumplir con tales especificaciones de calidad nos la proporciona el índice de capacidad del proceso ( $C_p$ ).

$$Cp = \frac{\text{dispersión permitida del proceso}}{\text{dispersión real del proceso}} = \frac{LES - LEI}{6\sigma}$$

donde:

$\sigma$  = Desviación estándar

Para una mejor interpretación del índice analicemos la Figura 14.

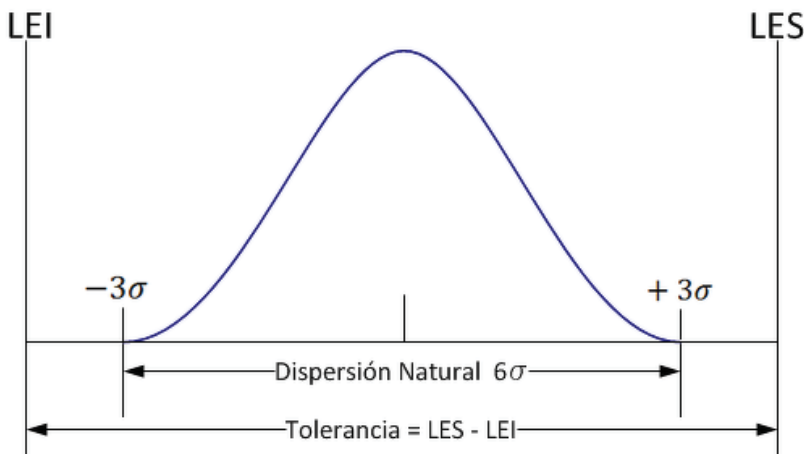


Figura 14: Capacidad del proceso

Fuente: Elaboración propia.

El  $Cp$  compara el ancho de las especificaciones (tolerancia) con la amplitud de la variación (dispersión natural) del proceso. Si la variación del proceso es mayor que la amplitud de las especificaciones, entonces el  $Cp$  es menor que 1, lo que sería evidencia de que no se está cumpliendo con las especificaciones. Si el  $Cp$  es mayor que 1 es una evidencia de que el proceso es potencialmente capaz de cumplir con las especificaciones.

El  $Cp$  se utiliza para conocer y tomar decisiones sobre el proceso dependiendo de su valor, es el tipo de proceso y la decisión que debe de tomarse. La Tabla 9 nos muestra la interpretación cualitativa del índice  $Cp$ .

Tabla 9

*Decisión para el índice de capacidad del proceso*

Valor del $C_p$	Clase de proceso	Decisión
$C_p > 2$	Clase mundial	Tiene calidad seis sigma
$1.33 \leq C_p \leq 2$	1	Más que adecuado
$1 \leq C_p < 1.33$	2	Adecuado para el trabajo, pero requiere de un control estricto conforme el $C_p$ se acerque a uno
$0.67 \leq C_p < 1$	3	No adecuado para el trabajo. Un análisis del proceso es necesario. Requiere modificaciones serias para alcanzar una calidad satisfactoria.
$C_p < 0.67$	4	No adecuado para el trabajo. Requiere de modificaciones serias

Fuente: Recuperado de “Aplicación del control estadísticos de procesos (CEP) en el control de su calidad”, de Hernández P, C. y Da silva P, F., 2016, Revista Tecnología Química, pp. 130-145.

Cuando se determina que el proceso no es apto para producir las unidades dentro de las especificaciones establecidas deben adoptarse diversas medidas, dentro de las que se encuentran:

- Mejorar el proceso
- Cambiar el proceso por uno mejor
- Cambiar la especificación (No recomendado)
- Rediseñar el producto
- Inspeccionar al 100% (Ineficiente)
- Obtener una desviación o permiso de aceptación (Temporal)
- Dejar de hacer el producto (No recomendado)

### **3.6.1.2. Índice de capacidad real $C_{pk}$**

El índice  $C_p$  estima la capacidad potencial del proceso para cumplir con tolerancias, sin

embargo comúnmente se reconoce que una de sus desventajas es que no toma en cuenta el centrado del proceso. Para dar solución a esto el  $C_p$  se puede modificar para evaluar también donde se localiza la media del proceso respecto a las especificaciones. Al índice de  $C_p$  modificado se le conoce como Índice de Capacidad Real  $C_{pk}$ .

$$C_{pk} = \min(C_{pu}, C_{pl})$$

$$C_{pu} = \frac{\mu - LIC}{3\sigma} \quad ; \quad C_{pl} = \frac{LSC - \mu}{3\sigma}$$

El índice  $C_{pk}$  va a ser igual al  $C_p$  cuando la media del proceso se ubique en el punto medio de las especificaciones. Sí el proceso no está centrado entonces el valor del índice de  $C_{pk}$  será menor que el  $C_p$ . La Tabla 10 nos muestra la interpretación cualitativa del índice  $C_{pk}$ .

Tabla 10  
Decisión para el índice de capacidad Real

Valor del $C_p$	Decisión
$C_{pk} \geq 2$	Proceso excelente, altamente confiable
$1.33 < C_{pk} < 2$	Proceso capaz, relativamente confiable
$1 < C_{pk} < 1.33$	Proceso relativamente incapaz, poco confiable
$0 < C_{pk} < 1$	Proceso incapaz, pudiendo tener producción defectuoso
$C_{pk} < 0$	Proceso totalmente incapaz, sin condiciones de mantener las especificaciones

Fuente: Recuperado de “Aplicación del control estadísticos de procesos (CEP) en el control de su calidad”, de Hernández P, C. y Da silva P, F., 2016, Revista Tecnología Química, pp. 130-145.

Por lo tanto el  $C_p$  mide la capacidad potencial del proceso; mientras que el  $C_{pk}$  mide la capacidad real.

## **Capítulo IV**

### **Aplicación de las herramientas estadísticas en el control de procesos para variables en la microempresa Zuñiga Ynfanzon Clotilde**

#### **4.1. Introducción**

En este presente capítulo se desarrollará la aplicación de las herramientas estadísticas del control estadístico de procesos en el embolsado de las galletas de agua en la microempresa ZUÑIGA YNFANZON CLOTILDE.

El objetivo del presente estudio es mostrar la gran utilidad de las herramientas estadísticas las cuales son: diagrama de flujo, hoja de control, histograma, diagrama de dispersión, diagramas de control y diagrama de causa efecto, se evaluará, controlará y analizará la variabilidad del peso de las bolsas de las galletas de agua y su pH, para mejorar el proceso del embolsado y así garantizar un peso óptimo a los consumidores.

#### **4.2. Aspectos generales de la microempresa**

ZUÑIGA YNFANZON CLOTILDE es una microempresa dedicada a la elaboración de alimentos y/o bebidas, elabora exclusivamente alimentos como: galletas de agua, alfajor, champas, pionono, cachito, pan chancay y panes en general, está ubicada en la sierra al sur de Perú.

##### **4.2.1. Ubicación geográfica**

La microempresa está ubicada en el Jr. San Martín N° 434 (a dos cuadras de la plaza de

armas) del distrito de San Jerónimo, provincia de Andahuaylas departamento de Apurímac.

#### **4.2.2. Misión**

Elaborar productos de alimentos y bebidas variados que generen total satisfacción y beneficios adicionales en la dieta alimenticia de las personas consumidoras, mediante la elaboración personalizada de productos sanos, con sabor casero, de alta calidad y a precios competitivos.

#### **4.2.3. Visión**

La microempresa ZUÑIGA YNFANZON CLOTILDE, contará con los mejores productos de alimentos y bebidas, mantendrá altos estándares de calidad e higiene y estará presente en el gusto del consumidor, compitiendo exitosamente con las principales empresas dedicadas a la panificación y bebidas a nivel nacional.

### **4.3. Insumos necesarios para la elaboración de galletas de agua**

Las galletas de agua tradicionalmente se elaboran con los siguientes insumos:

- Harina de trigo
- Agua
- Azúcar rubia
- Sal
- Levadura
- Manteca

#### **4.3.1. Descripción de los insumos**

##### **4.3.1.1. *Trigo***

Planta gramínea que constituye el producto principal en la alimentación a nivel mundial.

El grano de trigo constituye una fuente de alimento nutritivo, conveniente y económico.



### *Harina de trigo*

Es el polvo hecho de la molienda del trigo y que se emplea para el consumo humano.

La harina de trigo, contiene gluten, es el principal componente de casi todas las galleterías, es la que más se produce de entre todas las harinas.

Las variedades de trigo se apellidan “blandas” o “débiles”, si tienen un contenido de gluten bajo, y “duro” o “fuerte” si tienen un contenido alto de gluten.

Las harinas de trigo blandas son muy indispensables para la elaboración de galletas, estas harinas se obtienen mayormente de los trigos blandos, la composición de la harina de trigo se muestra en la Tabla 11.

Tabla 11

#### *Composición de la harina de trigo*

Componente	Porcentaje (%)
Almidón	70-75
Proteínas	10-12
Polisacáridos no almidón	2-3
Lípidos	2

Fuente: Recuperado de “Proteínas de la harina de trigo: clasificación y propiedades funcionales”, de De la Vega R, G., 2009, Temas de ciencia y tecnología, pp. 130-145. Obtenido de [http://www.utm.mx/edi\\_anteriores/Temas38/2NOTAS%2038-1.pdf](http://www.utm.mx/edi_anteriores/Temas38/2NOTAS%2038-1.pdf).

#### **4.3.1.2. Azúcar rubia**

El azúcar es un cuerpo de características sólidas y se encuentra cristalizado. Este tipo de sustancias forma parte de los hidratos de carbono, es soluble en  $H_2O$  y se caracteriza por su sabor dulce.

El azúcar corresponde a los cristales sueltos de sacarosa obtenidos a partir del cocimiento y posterior centrifugado del jugo de la caña de azúcar, y en los que hay contenido de la miel original.

Los azúcares en su estado cristalino contribuyen fuertemente sobre el aspecto y la

textura de las galletas. Promueven la longitud de las galletas y reducen su grosor y peso.

#### **4.3.1.3. Agua**

Es una sustancia cuya molécula está compuesta por dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno ( $H_2O$ ). Es esencial e imprescindible para el origen y la supervivencia de la gran mayoría de vida existente.

Es un nutriente y un catalizador que permite que ocurran cambios en otros ingredientes, como en transformación de la masa y la producción de una textura rígida después de la cocción.

#### **4.3.1.4. Sal**

La sal usada debe ser pura, de grano fino que contenga dosis bajas de compuesto de magnesio sino deja el paladar un ligero sabor amargo.

#### **4.3.1.5. Levadura**

La levadura biológica es un hongo perteneciente al género de los *Hemiascomicetos* y más especialmente a los miembros del género *Saccharoromyces*. Estas son obtenidas industrialmente, cultivando en medios idóneos para su multiplicación, como son las melazas, que se acondicionan agregando otros nutrientes como fosfatos, sales minerales y mezclas de hidróxido amónico y sales de amonio. La composición química de la levadura se puede ver en la Tabla 12.

Tabla 12  
*Composición química de la levadura prensada*

	Porcentaje
Hidratos de carbono	37.10%
Proteínas	52.40%
Minerales	8.80%
Grasas	1.70%

Fuente: Anexo I: materias primas (pág. 12)

#### 4.3.1.6. Manteca

La manteca se obtiene a partir de una mezcla de aceites vegetales solidificado tras ser sometido a un proceso de hidrogenación. Alicorp dispone de 12 plantas productoras en Perú, de las cuales 3 están destinadas a la producción de aceite crudo y manteca vegetal comestible. La materia prima de la manteca vegetal es los racimos de fruto fresco de palma, investigación iniciada por la Resolución Ministerial N° 984-2017-Minsa. La composición nutricional se da a conocer en la Tabla 13.

Tabla 13

##### *Composición química de la manteca*

Nutrientes (por 100 gr)	Cantidad
Energía	880
Proteínas	0
grasa total (g)	99.5
colesterol (mg)	0
Glúcidos	0

Fuente: Recuperado de “La alimentación española”, de Valero *et al.*, 2018, p. 138. Obtenido de <http://www.fen.org.es/mercadofen/pdfs/introduccion.pdf>

#### 4.4. Descripción de la elaboración de las galletas de agua

El proceso de la elaboración se resume a las siguientes etapas:

##### **Etapa 1: (recepción y almacenamiento de materias primas)**

El peso es controlado en la recepción, donde se efectúan también los controles previos para la adquisición de las materias primas, que será descargada, caso de resultar aceptable, o rechazada en el caso contrario.

##### **Etapa 2 (preparación)**

Primeramente se disuelve 200gr de sal con 5kg de azúcar en la mezcladora con 5 litros de agua, luego se le agrega 20kg de harina, 2 kg de manteca, 300gr de levadura y 10 litros de agua. Ver Anexo N° 3 (Foto 1)

### **Etapa 3: (mezcladora)**

Consiste en mezclar los ingredientes en la mezcladora y se espera a que la masa se combine de forma uniforme. Ver Anexo N° 3 (Foto 5).

### **Etapa 4: (laminado)**

El laminado consiste en colocar la masa en el rodillo como puede verse en el Anexo N° 3 (Foto 2), luego se le corta con los moldes, ver Anexo N° 3 (Foto 3) y se van formando la dimensión física de las galletas.

### **Etapa 5: (horneado)**

El horneado se realiza en un horno industrializado como puede verse en Anexo N° 3 (Foto 7), ingresa al horno en un lote que contiene 18 bandejas, a una temperatura de 180°C durante 15 minutos y sale a una temperatura de 150°C, para luego ser trasladados al lugar del almacén de enfriamiento.

### **Etapa 6: (enfriado)**

El lote con las 18 bandejas se trasladan al almacén de enfriamiento a temperatura ambiente y se enfría en promedio de 1 hora a una hora y media.

### **Etapa 7: (embolsado)**

Se realiza el embolsado como puede verse en el Anexo N° 1(Foto 4) consiste en colocar las galletas de agua en una bolsa Polietileno-Polipropileno, cada bolsa debe contener 46 unidades de galletas.

Cabe aclarar que en el embolsado no consideran la cantidad mencionada que figura en el REGISTRO SANITARIO.

Finalmente, se realiza el traslado hacia el almacén de productos terminados para luego ser comercializados.

A continuación, se muestra el diagrama de flujo de la galleta de agua que se va a elaborar.

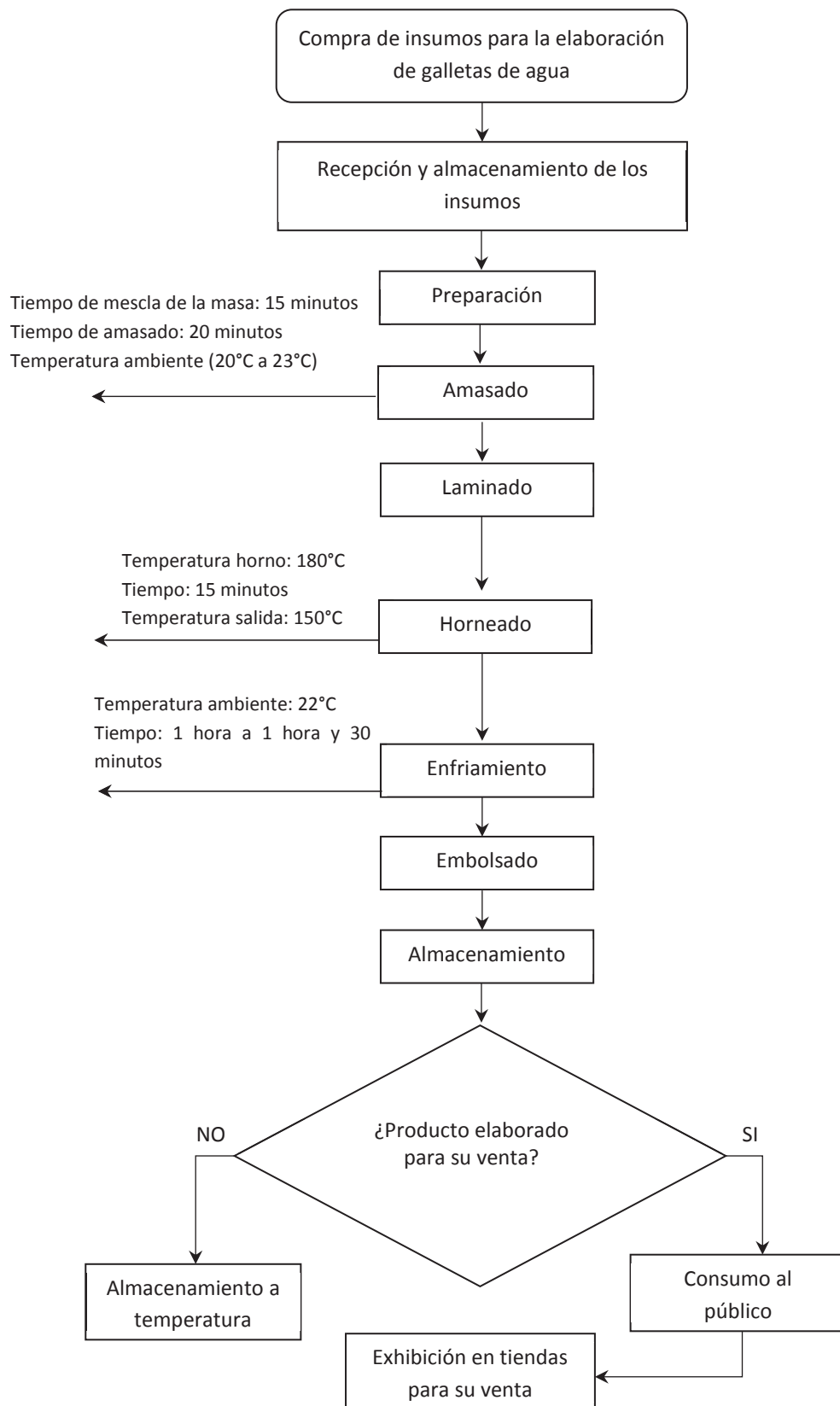


Figura 15: Diagrama de flujo de la elaboración de las galletas de agua  
 Fuente: Elaboración propia.

En seguida se muestra el Diagrama Causa-Efecto (Figura 16).

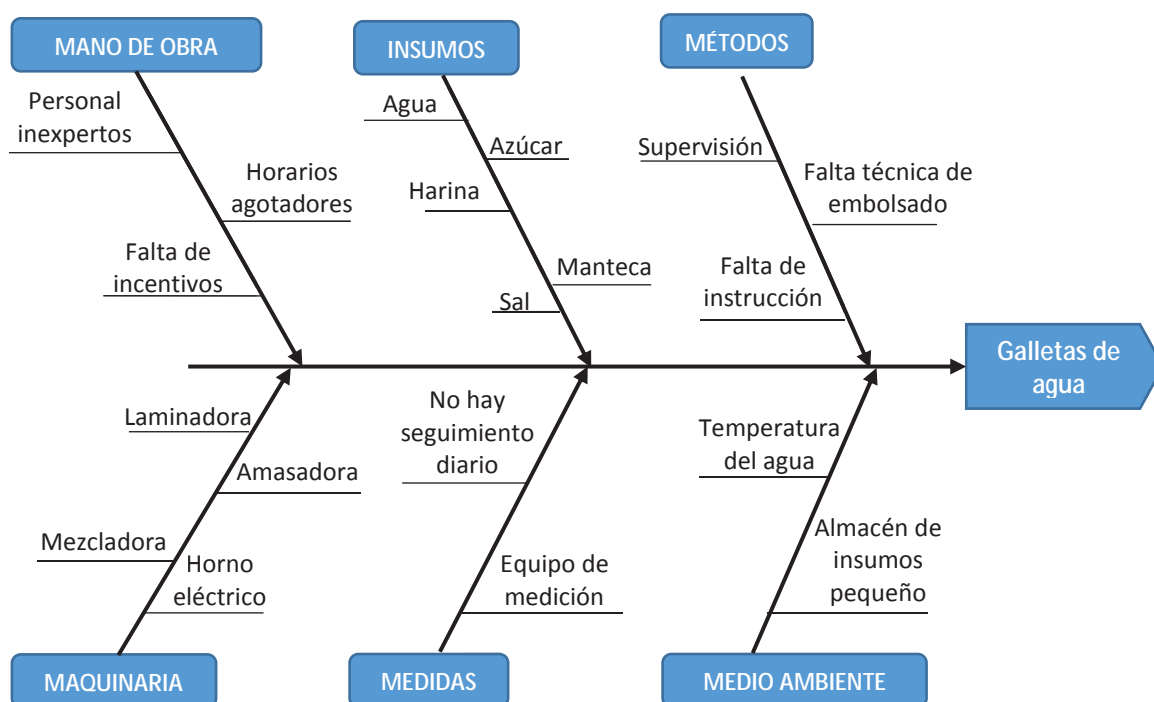


Figura 16: Diagrama de Causa-Efecto para la elaboración de las galletas de agua  
Fuente: Elaboración propia.

#### 4.5. Criterio de exclusión

Se excluyeron los productos que elabora la microempresa ZUÑIGA YNFANZON CLOTILDE como: Pan chancay, Kekes, Orejas, Alfajor, Champas, Pionono y Cachito, porque para el estudio realizado no era de nuestro interés.

#### 4.6. Criterio de inclusión

De los productos elaborados por la microempresa, para nuestro trabajo de investigación fue la elaboración de las galletas de agua.

#### 4.7. Unidades de control

Se considera como unidad de control las galletas de agua que se elaboran en la microempresa.

## 4.8. Población

La población promedio fue de 6000 bolsas de galletas de agua que se elaboraron en las 12 semanas desde el 06 de agosto hasta el 22 de octubre del 2018.

## 4.9. Tamaño de muestra

La muestra para el presente trabajo se obtuvo mediante la ecuación ( 12 ) obteniéndose 300 observaciones que se determina a continuación:

$$\begin{array}{lll} \alpha = 0.05 & \beta = 0.05 & \sigma = 0.00487 \\ \mu_b = 0.4700 & \mu_p = 0.46944 & N = 6000 \end{array}$$

$$n = \frac{6000(1.96 + 1.645)^2(0.00487)^2}{(0.46901 - 0.4700)^2(6000 - 1) + (1.96 + 1.645)^2(0.00487)^2}$$

$$n = 298.86851 \cong 300$$

Se toma como tamaño de muestra representativa a 300 observaciones.

### 4.9.1. Tipo de muestreo

De las galletas de agua que se elaboraron en la microempresa de lunes a viernes, se seleccionó bolsas al azar para la muestra utilizando técnicas de muestreo aleatorio simple que detallamos a continuación.

Se enumeraron las 20 bolsas que en promedio se obtiene de un lote, de las cuales se extrajo una bolsa y su respectivo pH de cada lote para la toma de datos utilizando números aleatorios generados con la hoja de cálculo Microsoft Excel.

Cabe aclarar que la microempresa produce 5 lotes por día.

## 4.10. Variables de estudio

Las variables consideradas para el estudio son el peso y pH.

## 4.11. Instrumentos de medición

En este estudio los instrumentos que se utilizaron fueron: la balanza métrica como puede verse en el Anexo N° 3 (Foto 8) con el cual fueron pesadas las bolsas de galletas de agua y anotadas en la guía de observación y el peachimetro como se ve el Anexo N° 3 (Foto 6).

## 4.12. Registro de datos

Los datos se obtuvieron durante 12 semanas de lunes a viernes como muestra la Tabla 14.

Tabla 14

*Hoja de control de datos*

Semana	Día	Lunes			Martes			Miércoles			Jueves			Viernes			
		N°	Hora (a.m.)	Peso Kg.	pH	Hora (a.m.)	Peso Kg.	pH	Hora (a.m.)	Peso Kg.	pH	Hora (a.m.)	Peso Kg.	pH	Hora (a.m.)	Peso Kg.	pH
Semana 01 del: 06/08/2018 al 10/08/2018	muestras	1	07:00	0.462	5.80	07:15	0.468	5.74	07:05	0.486	5.71	07:03	0.461	5.81	07:02	0.472	5.87
		2	07:17	0.477	5.77	07:33	0.467	5.88	07:22	0.474	5.74	07:19	0.463	5.78	07:18	0.481	5.78
		3	07:33	0.470	5.79	07:49	0.475	5.82	07:38	0.463	5.79	07:35	0.463	5.77	07:34	0.472	5.76
		4	07:50	0.480	5.91	08:06	0.468	5.77	07:55	0.466	5.75	07:51	0.475	5.72	07:49	0.476	5.83
		5	08:07	0.470	5.80	08:23	0.462	5.78	08:12	0.476	5.67	08:07	0.472	5.82	08:04	0.462	5.73
Semana 02 del: 13/08/2018 al 17/08/2018	muestras	1	07:01	0.474	5.73	07:05	0.471	5.75	07:03	0.465	5.81	07:00	0.488	5.73	07:09	0.470	5.81
		2	07:16	0.478	5.77	07:21	0.469	5.75	07:18	0.474	5.76	07:17	0.474	5.70	07:25	0.479	5.68
		3	07:32	0.476	5.78	07:36	0.465	5.80	07:34	0.466	5.71	07:33	0.464	5.79	07:40	0.473	5.70
		4	07:46	0.479	5.76	07:53	0.483	5.72	07:50	0.469	5.80	07:51	0.470	5.79	07:56	0.471	5.84
		5	08:02	0.467	5.76	08:08	0.478	5.69	08:05	0.464	5.74	08:06	0.476	5.76	08:11	0.478	5.81
Semana 03 del: 20/08/2018 al 24/08/2018	muestras	1	07:02	0.456	5.81	07:04	0.470	5.79	07:02	0.462	5.75	07:00	0.470	5.85	06:55	0.473	5.84
		2	07:19	0.463	5.76	07:19	0.463	5.78	07:18	0.466	5.72	07:16	0.471	5.71	07:10	0.462	5.77
		3	07:34	0.470	5.73	07:34	0.473	5.77	07:34	0.461	5.82	07:31	0.477	5.71	07:26	0.466	5.77
		4	07:50	0.469	5.76	07:50	0.472	5.81	07:50	0.475	5.83	07:46	0.468	5.86	07:41	0.482	5.76
		5	08:06	0.476	5.84	08:05	0.479	5.84	08:05	0.474	5.77	08:02	0.470	5.82	07:57	0.471	5.88
Semana 04 del: 27/08/2018 al 31/08/2018	muestras	1	07:02	0.470	5.79	06:57	0.475	5.79	07:00	0.472	5.85	07:01	0.464	5.80	07:00	0.458	5.84
		2	07:18	0.472	5.79	07:12	0.477	5.85	07:15	0.462	5.87	07:16	0.475	5.78	07:15	0.466	5.83
		3	07:33	0.470	5.80	07:28	0.461	5.72	07:31	0.471	5.78	07:32	0.466	5.82	07:30	0.470	5.79
		4	07:48	0.465	5.72	07:43	0.478	5.77	07:46	0.461	5.82	07:47	0.485	5.80	07:45	0.471	5.77
		5	08:03	0.461	5.84	07:59	0.487	5.86	08:01	0.469	5.86	08:02	0.473	5.81	08:01	0.472	5.81
Semana 05 del: 03/09/2018 al 07/09/2018	muestras	1	07:00	0.450	5.75	06:50	0.468	5.85	07:00	0.457	5.80	07:03	0.458	5.81	07:00	0.457	5.75
		2	07:17	0.462	5.83	07:05	0.466	5.83	07:15	0.470	5.78	07:18	0.467	5.79	07:15	0.478	5.79
		3	07:33	0.477	5.71	07:20	0.471	5.78	07:31	0.476	5.80	07:33	0.455	5.77	07:31	0.470	5.72
		4	07:51	0.472	5.76	07:35	0.475	5.78	07:46	0.461	5.77	07:49	0.462	5.79	07:46	0.474	5.88
		5	08:06	0.467	5.83	07:50	0.469	5.82	08:01	0.464	5.77	08:04	0.463	5.76	08:02	0.469	5.73
Semana 06 del: 10/09/2018 al 14/09/2018	muestras	1	07:08	0.463	5.81	07:05	0.463	5.80	06:54	0.459	5.90	06:57	0.463	5.81	07:06	0.465	5.75



Semana 07 del: 17/09/2018 al 21/09/2018	muestras	2	07:23	0.454	5.83	07:22	0.466	5.78	07:09	0.465	5.81	07:12	0.474	5.81	07:21	0.455	5.73
		3	07:39	0.464	5.74	07:38	0.457	5.85	07:24	0.469	5.82	07:28	0.465	5.76	07:36	0.465	5.74
		4	07:54	0.467	5.76	07:55	0.468	5.80	07:39	0.470	5.84	07:43	0.482	5.79	07:51	0.468	5.77
		5	08:10	0.459	5.77	08:12	0.462	5.79	07:55	0.471	5.82	07:59	0.472	5.80	08:07	0.460	5.79
		1	07:10	0.475	5.73	07:02	0.474	5.77	06:45	0.460	5.75	07:05	0.454	5.81	07:05	0.467	5.68
Semana 08 del: 24/09/2018 al 28/09/2018	muestras	2	07:25	0.461	5.71	07:17	0.461	5.66	07:00	0.470	5.80	07:20	0.468	5.77	07:22	0.465	5.81
		3	07:40	0.465	5.75	07:32	0.466	5.83	07:15	0.464	5.79	07:35	0.465	5.74	07:38	0.470	5.78
		4	07:55	0.481	5.78	07:47	0.480	5.78	07:32	0.468	5.84	07:51	0.468	5.82	07:55	0.474	5.76
		5	08:10	0.470	5.71	08:02	0.469	5.74	07:47	0.460	5.78	08:06	0.459	5.81	08:12	0.464	5.76
		1	07:05	0.474	5.81	06:55	0.462	5.78	07:00	0.473	5.75	07:03	0.475	5.87	07:00	0.459	5.75
Semana 09 del: 01/10/2018 al 05/10/2018	muestras	2	07:22	0.462	5.74	07:10	0.467	5.82	07:17	0.460	5.71	07:18	0.463	5.75	07:15	0.469	5.76
		3	07:38	0.465	5.79	07:26	0.464	5.82	07:33	0.467	5.79	07:34	0.464	5.81	07:31	0.452	5.84
		4	07:55	0.483	5.78	07:41	0.473	5.85	07:51	0.480	5.77	07:49	0.484	5.74	07:47	0.467	5.83
		5	08:12	0.472	5.83	07:56	0.472	5.85	08:06	0.470	5.78	08:14	0.481	5.75	08:02	0.461	5.79
		1	07:02	0.484	5.82	06:58	0.465	5.74	07:00	0.477	5.92	07:05	0.465	5.78	07:00	0.471	5.77
Semana 10 del: 08/10/2018 al 12/10/2018	muestras	2	07:18	0.486	5.77	07:13	0.472	5.75	07:15	0.476	5.78	07:22	0.471	5.77	07:16	0.473	5.82
		3	07:34	0.490	5.80	07:28	0.460	5.82	07:31	0.465	5.79	07:38	0.475	5.81	07:32	0.467	5.86
		4	07:49	0.492	5.70	07:43	0.463	5.79	07:46	0.468	5.83	07:55	0.479	5.74	07:47	0.479	5.80
		5	08:04	0.495	5.82	07:58	0.479	5.70	08:01	0.483	5.82	08:12	0.472	5.71	08:02	0.476	5.80
		1	06:51	0.467	5.83	07:09	0.472	5.77	07:03	0.460	5.82	07:00	0.469	5.77	07:00	0.479	5.85
Semana 11 del: 15/10/2018 al 19/10/2018	muestras	2	07:06	0.466	5.79	07:24	0.461	5.79	07:18	0.464	5.77	07:17	0.477	5.79	07:15	0.473	5.86
		3	07:22	0.469	5.81	07:39	0.472	5.80	07:34	0.467	5.74	07:33	0.473	5.72	07:31	0.472	5.78
		4	07:37	0.464	5.74	07:54	0.479	5.78	07:49	0.473	5.82	07:51	0.466	5.89	07:46	0.468	5.79
		5	07:52	0.477	5.84	08:10	0.475	5.89	08:05	0.479	5.76	08:06	0.471	5.73	08:02	0.471	5.77
		1	07:00	0.469	5.83	07:05	0.463	5.86	07:02	0.467	5.81	07:05	0.464	5.75	07:02	0.470	5.79
Semana 12 del: 22/10/2018 al 26/10/2018	muestras	2	07:15	0.476	5.78	07:20	0.477	5.83	07:18	0.480	5.81	07:22	0.465	5.74	07:17	0.468	5.69
		3	07:31	0.476	5.88	07:36	0.456	5.82	07:34	0.478	5.76	07:38	0.460	5.78	07:33	0.471	5.85
		4	07:46	0.472	5.83	07:51	0.465	5.84	07:49	0.479	5.80	07:53	0.477	5.80	07:48	0.463	5.80
		5	08:00	0.466	5.81	08:06	0.473	5.83	08:04	0.463	5.84	08:10	0.476	5.74	08:04	0.475	5.73
		1	07:00	0.465	5.77	07:05	0.467	5.85	06:53	0.472	5.72	07:00	0.474	5.85	07:02	0.470	5.75
		2	07:17	0.470	5.81	07:22	0.477	5.79	07:08	0.474	5.83	07:15	0.463	5.78	07:15	0.478	5.76
		3	07:33	0.469	5.82	07:38	0.469	5.75	07:24	0.465	5.79	07:31	0.471	5.80	07:32	0.469	5.72
		4	07:51	0.483	5.87	07:55	0.470	5.86	07:39	0.472	5.76	07:46	0.466	5.79	07:48	0.475	5.80
		5	08:06	0.476	5.79	08:12	0.478	5.84	07:54	0.482	5.75	08:02	0.470	5.85	08:03	0.466	5.83

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.13. Análisis exploratorio de datos

Para realizar el análisis estadístico de los datos del peso de las bolsas de galletas de agua y su pH, primero se procedió a ingresar dichos datos en el software estadístico Minitab *versión 18* y en la hoja de cálculo Microsoft Excel *versión 2013*, para lo cual estos datos se analizaron utilizando las herramientas estadísticas correspondientes al control de calidad o procesos de

calidad, las herramientas que mejor se adecuaron a nuestro estudio fueron: la normalidad, diagrama de dispersión, histograma, el diagrama de causa-efecto, diagrama de flujo, grafica de corridas (rachas) y el grafico de control para la media y el rango.

#### 4.13.1. Prueba de normalidad del peso de bolsas de galletas de agua

Para probar la normalidad del peso de las bolsas de galletas de agua, se utilizó la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov como se muestra en la Figura 17.

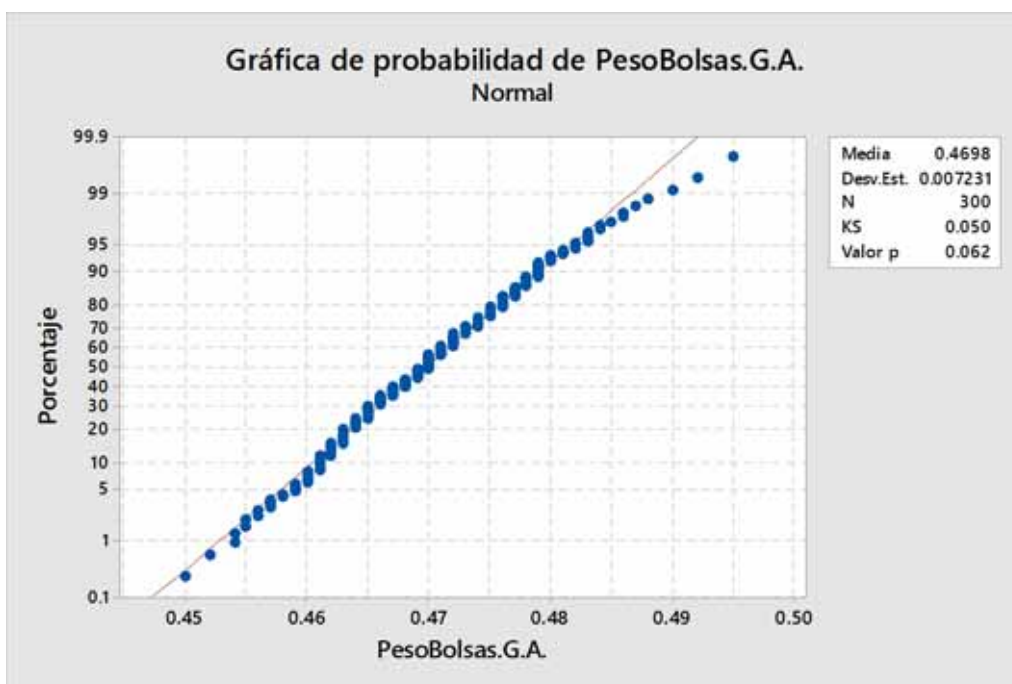


Figura 17: Prueba de normalidad del peso de bolsas de galletas de agua  
Fuente: Datos procesados por los autores en Minitab.

En la Figura 17 se observa que existe evidencia de presencia de normalidad realizado con la prueba de Kolmogorv – Smirnov para el peso de bolsas de las galletas de agua, para una muestra de tamaño equivalente a 300 bolsas, dando una media estimada de 0.4698 gramos y una desviación típica muestral estimada de 0.007231, además se observa que los puntos por debajo de la línea en la esquina superior derecha están más alejados, bajo la hipótesis nula que indica que los datos analizados siguen una

distribución normal, por otro lado el p-valor asignado a esta prueba es mayor que 0.05 con lo que podemos concluir que los datos analizados siguen una distribución normal.

Para poder visualizar si el peso de bolsas de las galletas de agua provienen de una distribución normal se realiza el histograma.

#### 4.13.2. Histograma para el peso de las bolsas de galletas de agua

Se utiliza la Tabla 15 (tabla de frecuencias) para poder realizar su respectivo histograma que se muestra en la Figura 18.

Tabla 15

*Cuadro de frecuencias para el peso de las bolsas de galletas de agua*

$N$	Limites	$f_i$	$F_i$	$h_i$	$P_i = h_i * 100$
1	[0.450 – 0.455)	4	4	0.013	1.333
2	[0.455 – 0.460)	13	17	0.043	4.333
3	[0.460 – 0.465)	55	72	0.183	18.333
4	[0.465 – 0.470)	73	145	0.243	24.333
5	[0.470 – 0.475)	79	224	0.263	26.333
6	[0.475 – 0.480)	52	276	0.173	17.333
7	[0.480 – 0.485)	16	292	0.053	5.333
8	[0.485 – 0.490)	5	297	0.017	1.667
9	[0.490 – 0.495]	3	300	0.010	1.000
	Total	300		1.000	100.000

Fuente: Elaboración propia.

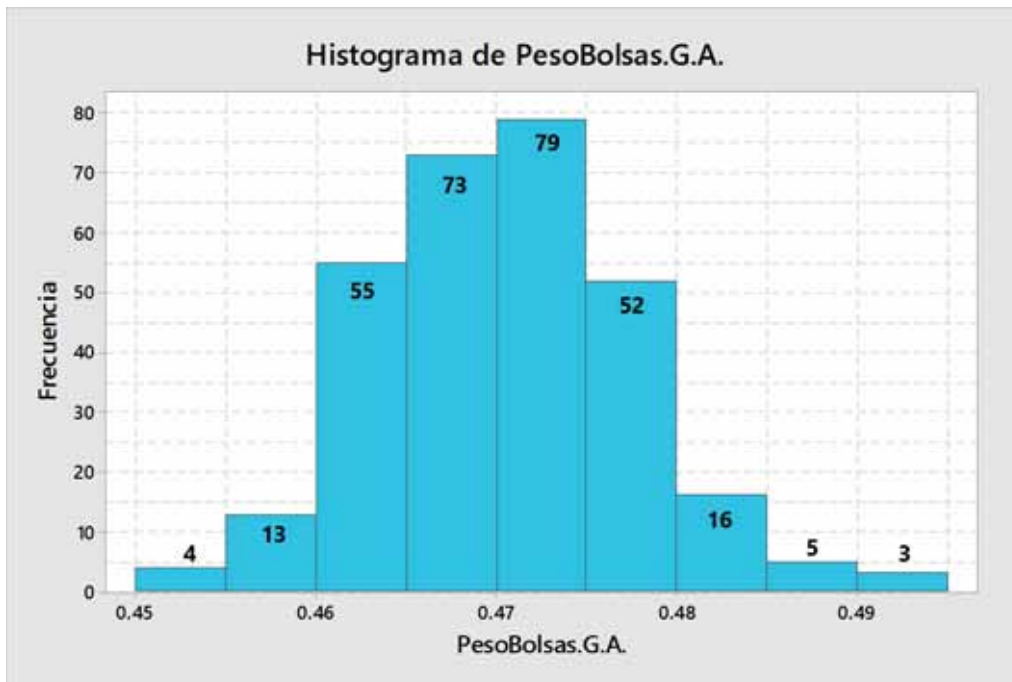


Figura 18: Histograma del peso de las bolsas de galletas de agua  
Fuente: Datos procesados por los autores en Minitab.

En la Figura 18 se muestra que los pesos de bolsas de las galletas de agua tienden a una distribución normal, la cual es afirmada con la prueba de Kolmogorov-Smirnov que se observa en la Figura 17, por otra parte podemos observar que con mayor frecuencia hay 79 bolsas de las galletas de agua que tienen pesos comprendidos entre  $[0.470 - 0.475)$  gramos, además se puede suponer que el proceso de los pesos de las bolsas está bajo control estadístico.

#### 4.13.3. Prueba de normalidad para el pH de las galletas de agua

Para poder probar la normalidad del pH de las galletas de agua se utilizó la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov, en el Software estadístico Minitab, la cual se muestra en la Figura 19.

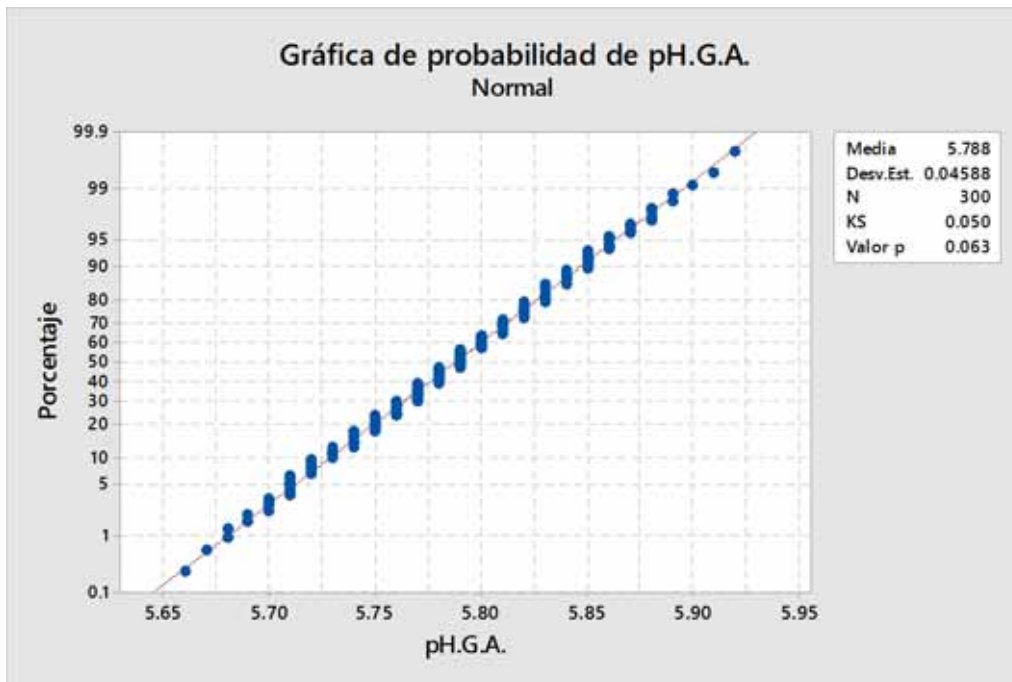


Figura 19: Prueba de normalidad del pH de las bolsas de galletas de agua  
Fuente: Datos procesados por los autores en Minitab.

En la Figura 19 se observa que existe evidencia de normalidad al realizar la prueba de Kolmogorv – Smirnov para el pH de las galletas de agua con una media muestral estimada igual a 5.788 y una desviación típica muestral estimada igual a 0.04588, bajo la hipótesis nula indicamos que los datos poseen una distribución normal aproximada, por otro lado observamos que el  $P_{valor} = 0.063$  es mayor que 0.05 del nivel de significancia por tanto podemos concluir que los datos provienen de una distribución normal.

Para poder visualizar si el pH de las galletas de agua provienen de una distribución normal se realiza el histograma.

#### 4.13.4. Histograma para el pH de las galletas de agua

Se utilizó la Tabla 16 (Tabla de frecuencias) para realizar el histograma, la cual se observa en la Figura 20.

Tabla 16

Cuadro de frecuencias para el pH de las galletas de agua

$N$	Limites	$f_i$	$F_i$	$h_i$	$P_i = h_i * 100$
1	[5.66 – 5.69)	4	4	0.01	1.33
2	[5.69 – 5.72)	15	19	0.05	5.00
3	[5.72 – 5.75)	33	52	0.11	11.00
4	[5.75 – 5.78)	63	115	0.21	21.00
5	[5.78 – 5.81)	77	192	0.26	25.67
6	[5.81 – 5.84)	63	255	0.21	21.00
7	[5.84 – 5.87)	32	287	0.11	10.67
8	[5.87 – 5.90)	10	297	0.03	3.33
9	[5.90 – 5.93]	3	300	0.01	1.00
	Total	300		1.00	100.00

Fuente: Elaboración propia.

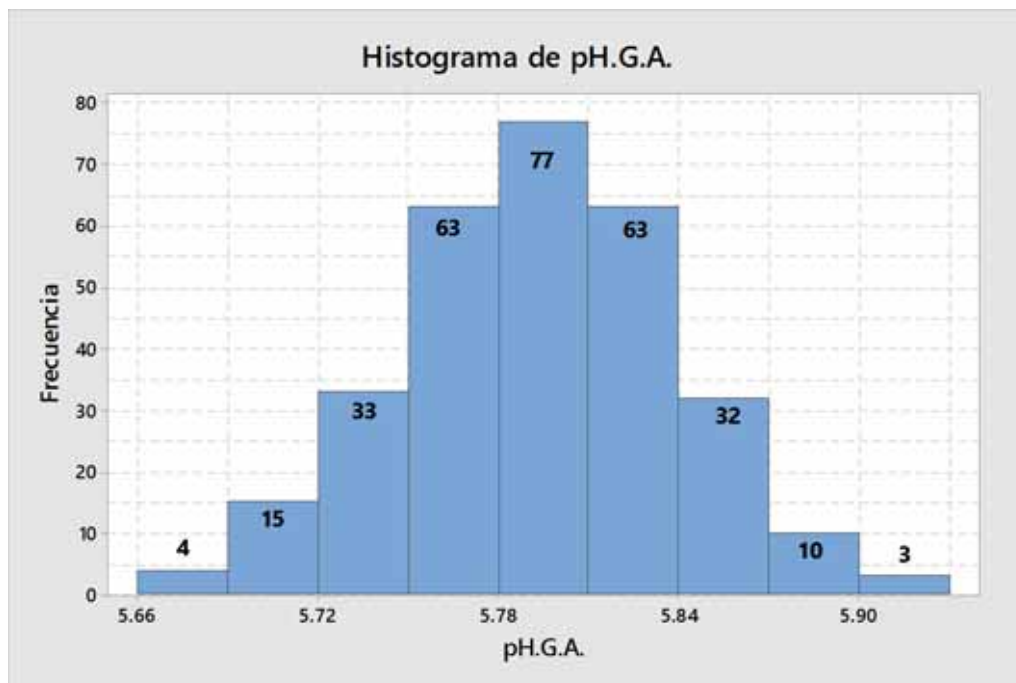


Figura 20: Histograma del Ph de las galletas de agua

Fuente: Datos procesados por los autores en Minitab.

En la Figura 20 se muestra que el pH de las galletas de agua tiende a una distribución normal, la cual es afirmada con la prueba de Kolmogorov-Smirnov que se observa en la Figura 19, además se puede suponer que el pH de las galletas de agua está bajo control estadístico.

A continuación se verifica si existe relación alguna entre las variables: peso de bolsas de las galletas de agua y pH de las mismas.

#### 4.13.5. Diagrama de dispersión del peso de las bolsas de galletas de agua vs pH de las galletas de agua

Se construye el diagrama para encontrar la relación entre el peso de las bolsas de galletas de agua y el pH de las mismas, con los datos recogidos en las doce semanas, como se muestra en la Figura 21.

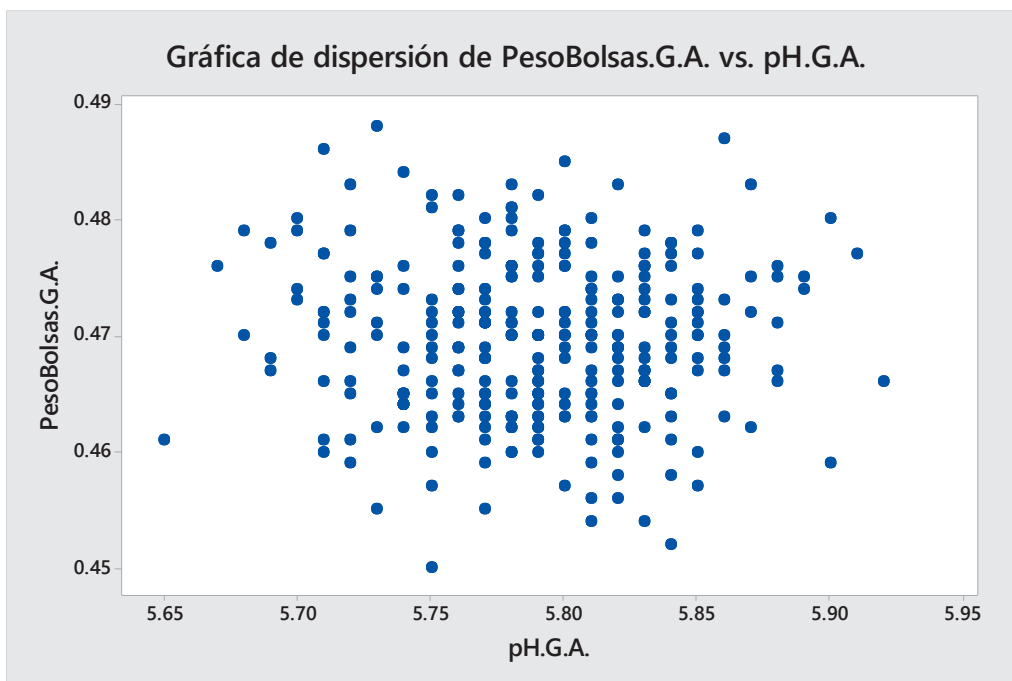


Figura 21: Diagrama de dispersión de pH.G.A. vs PesoBolsas.G.A.  
Fuente: Datos procesados por los autores en Minitab.

En la Figura 21 se observa que aparentemente no existe una relación entre estas dos variables, por tal motivo, para poder comprobar se recurrió a una prueba de correlación, en este caso la Correlación de Pearson.

Planteando las hipótesis estadísticas:

$$H_0: r = 0$$

$$H_1: r \neq 0$$

En la Tabla 17 se muestra el coeficiente de correlación de Pearson entre el peso de las bolsas de las galletas y el pH de las galletas de agua.

Tabla 17

*Coeficiente de correlación de Pearson*

Correlaciones	
Correlación de Pearson	-0.028
Valor p	0.625

Fuente: Datos procesados por los autores de Minitab.

La Tabla 17 muestra que el  $P_{value} = 0.625 > 0.05$  entonces no se rechaza la hipótesis nula por tanto se concluye que no existe una relación entre el peso de las bolsas de las galletas de agua y el pH de las mismas. También la tabla nos muestra el valor de la correlación de Pearson que es igual a  $-0.028$  donde indica que el grado de correlación negativa es muy baja entre el peso de las bolsas de las galletas de agua y el pH de las galletas de agua.

A continuación para seguir verificando si el peso de bolsas de las galletas de agua está bajo control, se realiza la prueba de corridas.

#### **4.13.6. Prueba de corridas para el peso de bolsas de las galletas de agua**

Para poder saber si existe aleatoriedad en el peso de bolsas de las galletas de agua se realiza la prueba de corridas en el software estadístico Minitab, como se muestra en la Figura 22.



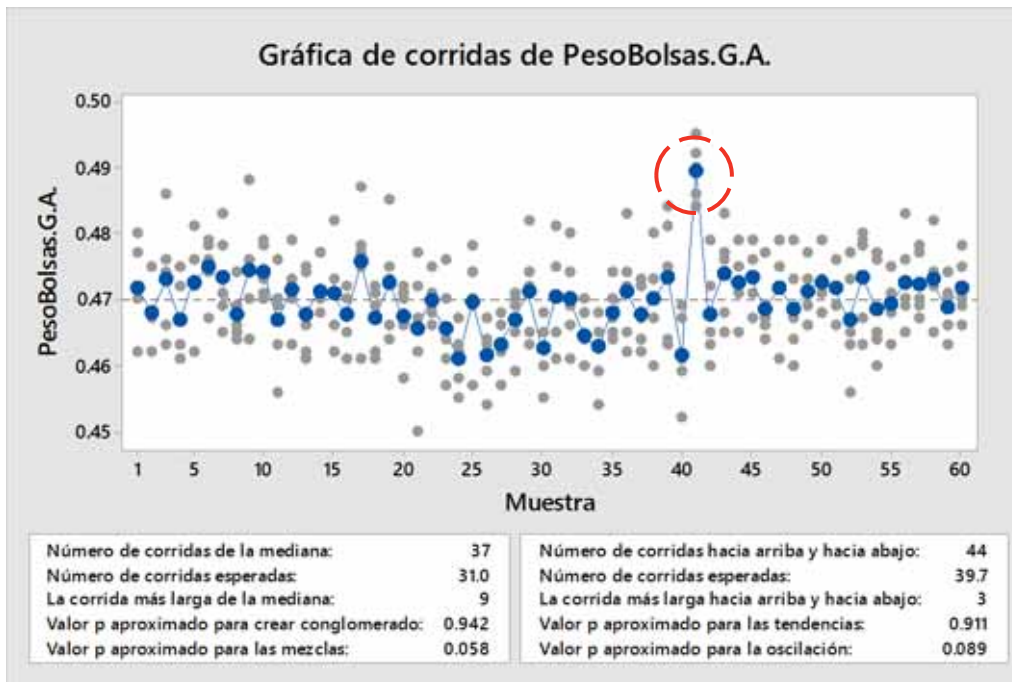


Figura 22: Gráfica de corridas del peso de las bolsas de galletas de agua

Fuente: Datos procesados por los autores en Minitab.

Círculo punteado: posible punto fuera de control.

En la Figura 22 se muestra 37 corridas de la mediana y 44 rachas arriba y hacia abajo, donde se identifica patrones aleatorios en los promedios de las observaciones muestrales para el peso de bolsas de las galletas de agua como: conglomerados, mezclas, tendencias y oscilaciones, bajo las hipótesis nulas planteadas y observando los p-valores que son mayores a 0.05 del nivel de significancia, se puede concluir que el comportamiento de las observaciones sigue una secuencia aleatoria.

Para verificar si existen puntos fuera de control o causas que podrían afectar al peso de bolsas de las galletas de agua se realizará los diagramas de control.

#### 4.13.7. Diagramas de control para el peso de las 300 bolsas de galletas de agua

Para poder realizar los diagramas de control se utilizará la Tabla 18.

Tabla 18

*Pesos de las bolsas de galletas para calcular los límites de control*

Semanas	Subgrupo	Días	Peso	Peso	Peso	Peso	Peso	Promedio ( $\bar{x}$ )	Rango (R)
1	1	Lunes	0.462	0.477	0.470	0.480	0.470	0.4718	0.0180
	2	Martes	0.468	0.467	0.475	0.468	0.462	0.4680	0.0130
	3	Miércoles	0.486	0.474	0.463	0.466	0.476	0.4730	0.0230
	4	Jueves	0.461	0.463	0.463	0.475	0.472	0.4668	0.0140
	5	Viernes	0.472	0.481	0.472	0.476	0.462	0.4726	0.0190
2	1	Lunes	0.474	0.478	0.476	0.479	0.467	0.4748	0.0120
	2	Martes	0.471	0.469	0.465	0.483	0.478	0.4732	0.0180
	3	Miércoles	0.465	0.474	0.466	0.469	0.464	0.4676	0.0100
	4	Jueves	0.488	0.474	0.464	0.470	0.476	0.4744	0.0240
	5	Viernes	0.470	0.479	0.473	0.471	0.478	0.4742	0.0090
3	1	Lunes	0.456	0.463	0.470	0.469	0.476	0.4668	0.0200
	2	Martes	0.470	0.463	0.473	0.472	0.479	0.4714	0.0160
	3	Miércoles	0.462	0.466	0.461	0.475	0.474	0.4676	0.0140
	4	Jueves	0.470	0.471	0.477	0.468	0.470	0.4712	0.0090
	5	Viernes	0.473	0.462	0.466	0.482	0.471	0.4708	0.0200
4	1	Lunes	0.470	0.472	0.470	0.465	0.461	0.4676	0.0110
	2	Martes	0.475	0.477	0.461	0.478	0.487	0.4756	0.0260
	3	Miércoles	0.472	0.462	0.471	0.461	0.469	0.4670	0.0110
	4	Jueves	0.464	0.475	0.466	0.485	0.473	0.4726	0.0210
	5	Viernes	0.458	0.466	0.470	0.471	0.472	0.4674	0.0140
5	1	Lunes	0.450	0.462	0.477	0.472	0.467	0.4656	0.0270
	2	Martes	0.468	0.466	0.471	0.475	0.469	0.4698	0.0090
	3	Miércoles	0.457	0.470	0.476	0.461	0.464	0.4656	0.0190
	4	Jueves	0.458	0.467	0.455	0.462	0.463	0.4610	0.0120
	5	Viernes	0.457	0.478	0.470	0.474	0.469	0.4696	0.0210
6	1	Lunes	0.463	0.454	0.464	0.467	0.459	0.4614	0.0130
	2	Martes	0.463	0.466	0.457	0.468	0.462	0.4632	0.0110
	3	Miércoles	0.459	0.465	0.469	0.470	0.471	0.4668	0.0120
	4	Jueves	0.463	0.474	0.465	0.482	0.472	0.4712	0.0190
	5	Viernes	0.465	0.455	0.465	0.468	0.460	0.4626	0.0130
7	1	Lunes	0.475	0.461	0.465	0.481	0.470	0.4704	0.0200
	2	Martes	0.474	0.461	0.466	0.480	0.469	0.4700	0.0190
	3	Miércoles	0.460	0.470	0.464	0.468	0.460	0.4644	0.0100
	4	Jueves	0.454	0.468	0.465	0.468	0.459	0.4628	0.0140
	5	Viernes	0.467	0.465	0.470	0.474	0.464	0.4680	0.0100
8	1	Lunes	0.474	0.462	0.465	0.483	0.472	0.4712	0.0210
	2	Martes	0.462	0.467	0.464	0.473	0.472	0.4676	0.0110
	3	Miércoles	0.473	0.460	0.467	0.480	0.470	0.4700	0.0200
	4	Jueves	0.475	0.463	0.464	0.484	0.481	0.4734	0.0210
	5	Viernes	0.459	0.469	0.452	0.467	0.461	0.4616	0.0170
9	1	Lunes	0.484	0.486	0.490	0.492	0.495	0.4894	0.0110
	2	Martes	0.465	0.472	0.460	0.463	0.479	0.4678	0.0190
	3	Miércoles	0.477	0.476	0.465	0.468	0.483	0.4738	0.0180
	4	Jueves	0.465	0.471	0.475	0.479	0.472	0.4724	0.0140
	5	Viernes	0.471	0.473	0.467	0.479	0.476	0.4732	0.0120
10	1	Lunes	0.467	0.466	0.469	0.464	0.477	0.4686	0.0130
	2	Martes	0.472	0.461	0.472	0.479	0.475	0.4718	0.0180
	3	Miércoles	0.460	0.464	0.467	0.473	0.479	0.4686	0.0190
	4	Jueves	0.469	0.477	0.473	0.466	0.471	0.4712	0.0110
	5	Viernes	0.479	0.473	0.472	0.468	0.471	0.4726	0.0110
11	1	Lunes	0.469	0.476	0.476	0.472	0.466	0.4718	0.0100
	2	Martes	0.463	0.477	0.456	0.465	0.473	0.4668	0.0210
	3	Miércoles	0.467	0.480	0.478	0.479	0.463	0.4734	0.0170
	4	Jueves	0.464	0.465	0.460	0.477	0.476	0.4684	0.0170
	5	Viernes	0.470	0.468	0.471	0.463	0.475	0.4694	0.0120
12	1	Lunes	0.465	0.470	0.469	0.483	0.476	0.4726	0.0180
	2	Martes	0.467	0.477	0.469	0.470	0.478	0.4722	0.0110
	3	Miércoles	0.472	0.474	0.465	0.472	0.482	0.4730	0.0170
	4	Jueves	0.474	0.463	0.471	0.466	0.470	0.4688	0.0110
	5	Viernes	0.470	0.478	0.469	0.475	0.466	0.4716	0.0120

$\bar{\bar{x}} = 0.4698$        $\bar{R} = 0.0156$

Fuente: Elaboración propia.

Luego para obtener los límites del diagrama de control para la media y el rango, se reemplaza en la ecuación ( 28 ) y ( 39 ) respectivamente:

Límites del diagrama de control para la media

$$LSC = 0.4788012$$

$$LC = 0.4698$$

$$LIC = 0.4607734$$

Límites del diagrama de control para el rango

$$LSC = 0.032994$$

$$LC = 0.0156$$

$$LIC = 0$$

Estos resultados se muestran en la Figura 23 utilizando el software estadístico Minitab.

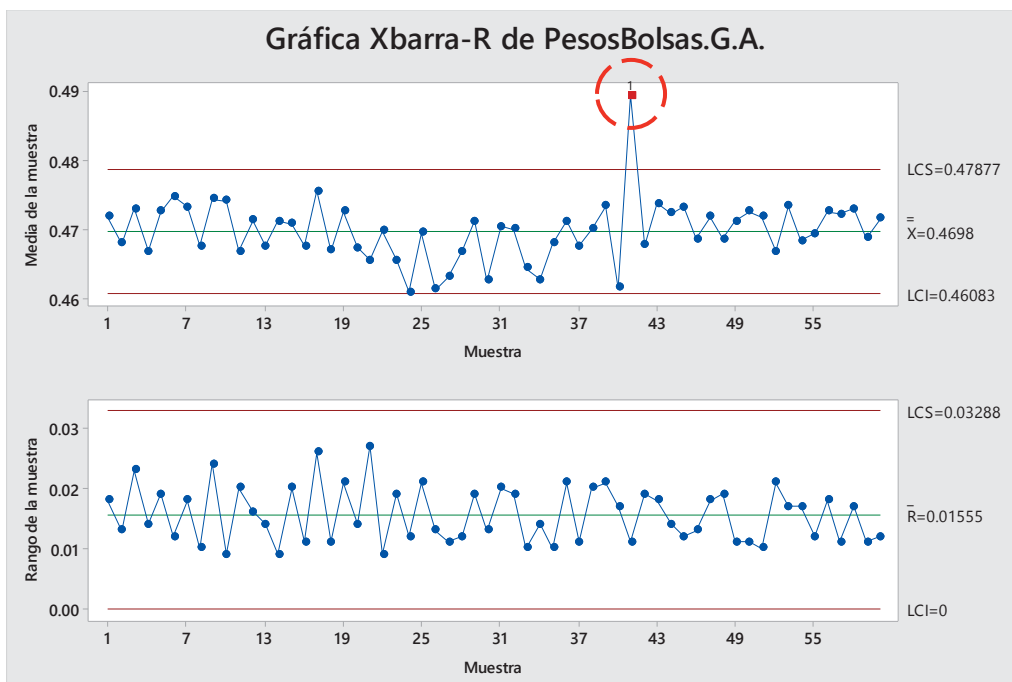


Figura 23: Diagrama de control del peso de las bolsas de galletas de agua

Fuente: Datos procesados por los autores en Minitab.

Círculo punteado: punto fuera de control.

En la Figura 23 se observa el comportamiento de la media y el recorrido muestral de la variable peso de las bolsas de galletas de agua (PesoBolsas.G.A.) durante el periodo

experimental se observa que la media del proceso no es estable, pues se identifica un dato atípico en el subgrupo uno de la semana nueve que esta fuera de los límites de control el cual debe ser investigado el mencionado sub grupo, si éste tiene una causa especial, se debe eliminar dicho subgrupo para realizar los cálculos. Sin embargo se observa que el comportamiento de la variabilidad del proceso es estable, no hay ningún sub grupo que este fuera de control en la gráfica *R*.

Para verificar por qué el subgrupo uno que corresponde a la semana nueve está fuera de los límites de control, se elaborará el diagrama de causa-efecto.

#### 4.13.8. Diagrama de causa efecto (Diagrama de Ishikawa)

Al realizar el diagrama de Causa-Efecto como se muestra en la Figura 24 se puede determinar las posibles causas del porque el subgrupo 1 de la semana 9 que corresponde a la fecha 01 de octubre del 2018 está fuera de control.

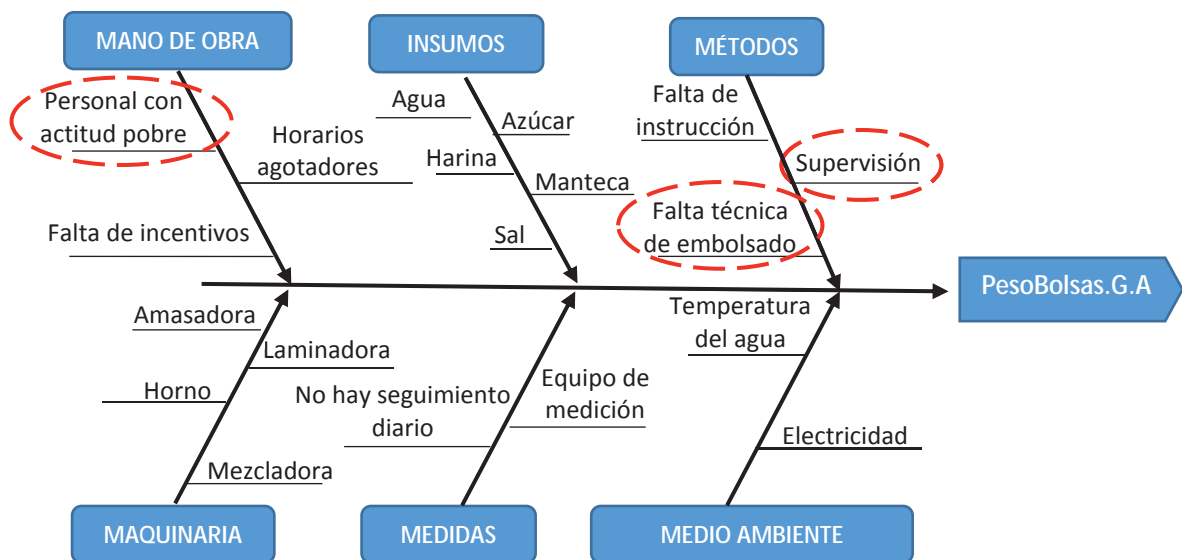


Figura 24: Diagrama de Causa-Efecto para verificar las causas posibles

Fuente: Elaboración propia.

Círculos punteados: posibles causas

Al analizar el diagrama con todos los trabajadores se llegó a identificar las causas asignables y estas son: la mano de obra y método.

*Mano de obra:* Los trabajadores vinieron con una actitud pobre, porque días anteriores de la fecha indicada aconteció el aniversario del distrito de San Jerónimo.

*Falta de supervisión:* El dueño no supervisa a sus trabajadores permanentemente.

*La técnica del embolsado:* Los trabajadores no cuentan con una técnica de recuento al momento de embolsar las galletas de agua.

A continuación se elimina del proceso el sub grupo 1 de la semana nueve, para poder estabilizar los datos dentro de los límites de especificación y así verificar que estén bajo control estadístico como se puede observar en la Figura 25.

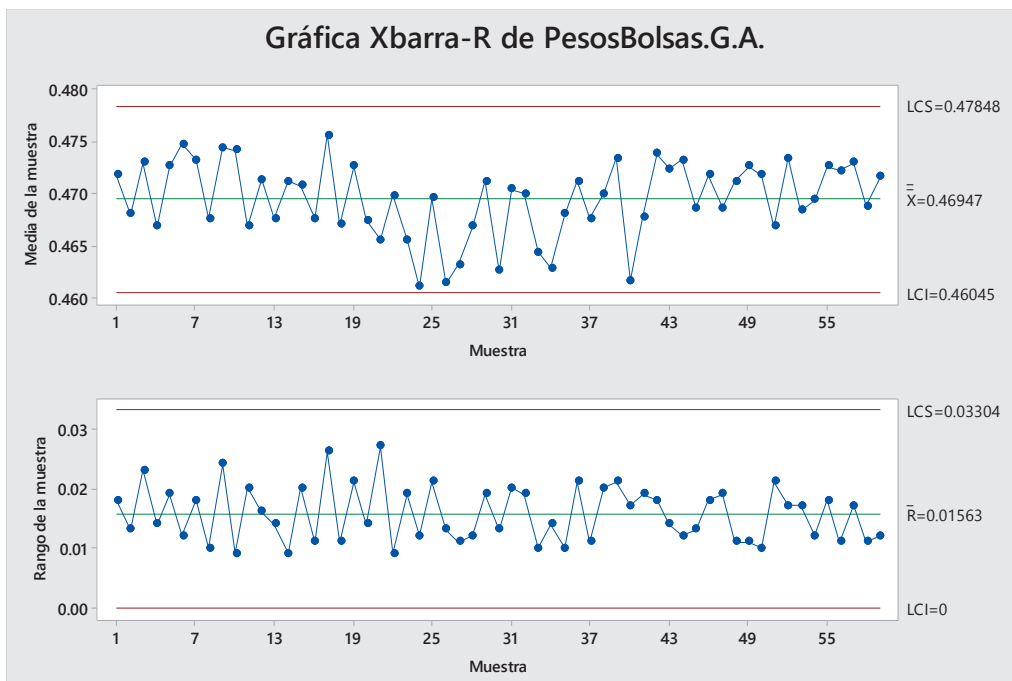


Figura 25: Diagrama de control sin el subgrupo 1 de la semana nueve para el peso de las bolsas de galletas de agua

Fuente: Datos procesados por los autores en Minitab.

La Figura 25 muestra el comportamiento de la media y el rango del peso de las bolsas de galletas de agua durante la prueba experimental, también apreciamos que todas las observaciones se encuentran dentro de los límites de control, por tanto se concluye que el proceso del peso se encuentra bajo control estadístico.

Afirmando que las observaciones del peso de las bolsas de galletas de agua siguen un patrón aleatorio y el proceso de ellas está bajo control estadístico, se realiza la capacidad del proceso para el peso de las bolsas de las galletas de agua.

#### 4.13.9. Capacidad del proceso para el peso de las bolsas de galletas de agua

Para realizar la capacidad del proceso del peso de las bolsas de galletas de agua se tomó como límites de especificación a  $0.4700 \pm 0.0235$ gr. de tolerancia, como se muestra en la Figura 26.

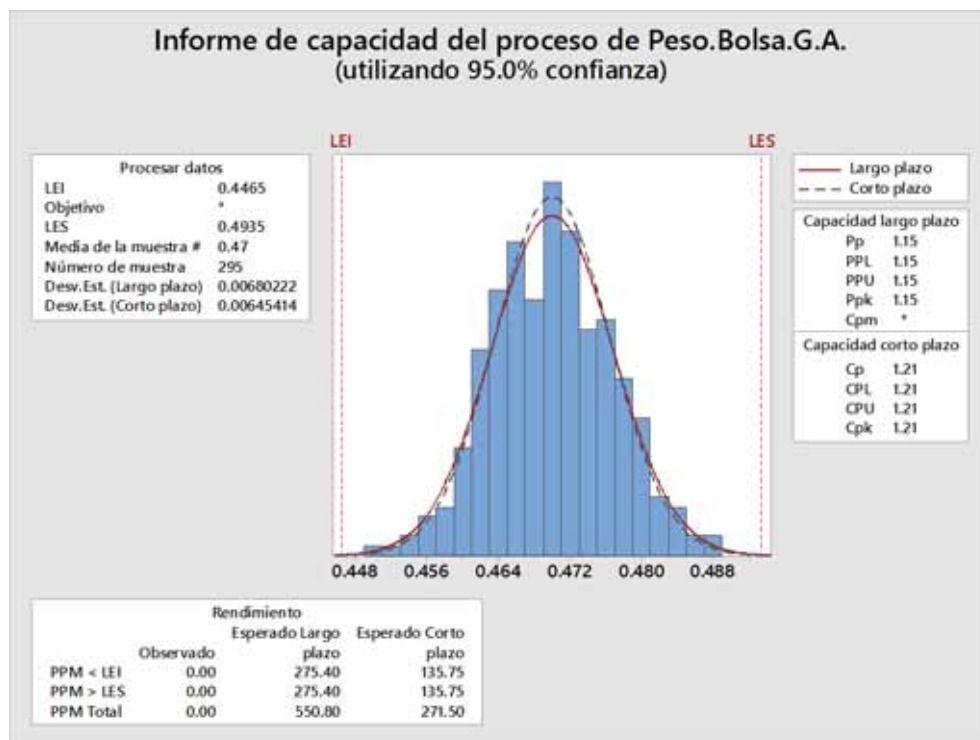


Figura 26: Análisis de capacidad para el peso de las bolsas de galletas de agua.

Fuente: Datos procesados por los autores en Minitab.

En la Figura 26 se observa la curva que corresponde a la capacidad del proceso a largo plazo, igualmente a corto plazo) por tanto presenta evidencias de que el proceso está bajo control estadístico. Además se muestra que el índice capacidad  $Cp = 1.21$  y el índice de capacidad real  $Cpk = 1.21$  se encuentran en el intervalo de  $1 \leq Cp < 1.33$ , lo cual indica que el proceso es adecuado, pero requiere de un control estricto en el proceso del embolsado.

#### 4.13.10. Prueba de corridas para el pH de las galletas de agua.

Para poder saber si existe aleatoriedad en el pH de las galletas de agua se realiza la prueba de corridas en el software estadístico Minitab, como se muestra en la Figura 27.

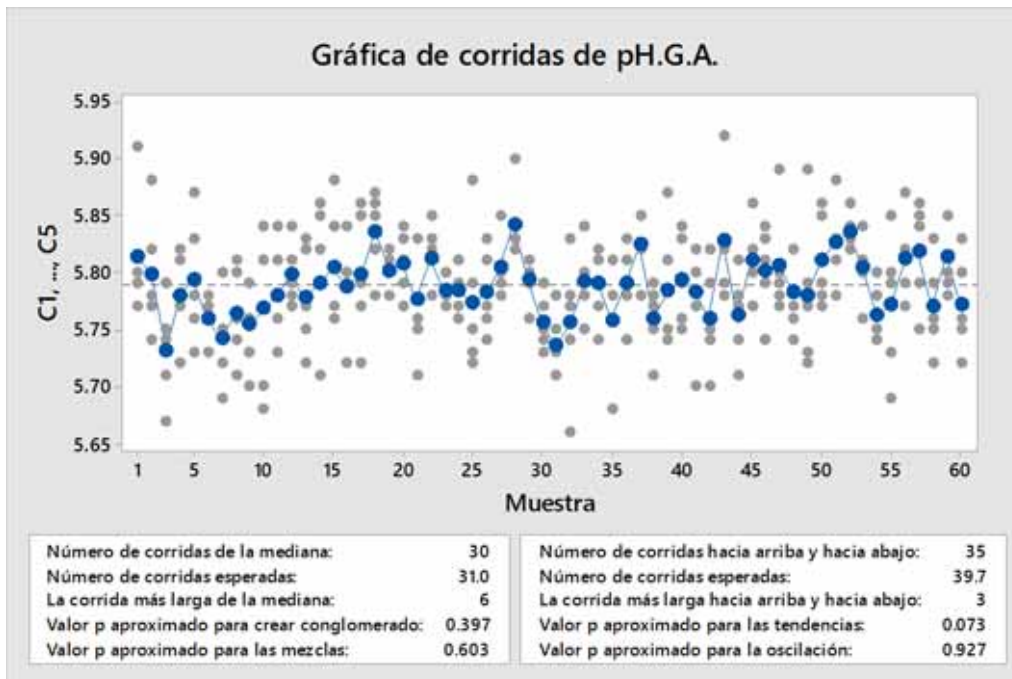


Figura 27: Gráfica de rachas para el pH de las galletas de agua

Fuente: Datos procesados por los autores en Minitab.

En la Figura 27 se muestra 30 corridas de la mediana y 35 rachas arriba y hacia abajo, se observa también que los  $P_{valores}$  son 0.397, 0.603, 0.073 y 0.927 correspondientes a las especificaciones: conglomerados, mezclas, tendencias y oscilaciones respectivamente son mayores al 5% del nivel de significancia por tanto se concluye que el comportamiento de las observaciones siguen una secuencia aleatoria y también podemos indicar que el proceso está bajo control estadístico.

Para verificar si existen puntos fuera de control o causas que podrían afectar al pH de las galletas de agua se realizará los diagramas de control.

#### 4.13.11. Diagramas de control para el pH de las galletas de agua

Para poder realizar los diagramas de control se utilizará la Tabla 19.

Tabla 19  
*pH de las galletas para calcular los límites de control*

Semanas	Muestras	Días	pH	pH	pH	pH	pH	Promedio ( $\bar{x}_i$ )	Rango ( $R_i$ )
1	1	Lunes	5.80	5.77	5.79	5.91	5.80	5.81	0.140
	2	Martes	5.74	5.88	5.82	5.77	5.78	5.80	0.140
	3	Miércoles	5.71	5.74	5.79	5.75	5.67	5.73	0.120
	4	Jueves	5.81	5.78	5.77	5.72	5.82	5.78	0.100
	5	Viernes	5.87	5.78	5.76	5.83	5.73	5.79	0.140
2	1	Lunes	5.73	5.77	5.78	5.76	5.76	5.76	0.050
	2	Martes	5.75	5.75	5.80	5.72	5.69	5.74	0.110
	3	Miércoles	5.81	5.76	5.71	5.80	5.74	5.76	0.100
	4	Jueves	5.73	5.70	5.79	5.79	5.76	5.75	0.090
	5	Viernes	5.81	5.68	5.70	5.84	5.81	5.77	0.160
3	1	Lunes	5.81	5.76	5.73	5.76	5.84	5.78	0.110
	2	Martes	5.79	5.78	5.77	5.81	5.84	5.80	0.070
	3	Miércoles	5.75	5.72	5.82	5.83	5.77	5.78	0.110
	4	Jueves	5.85	5.71	5.71	5.86	5.82	5.79	0.150
	5	Viernes	5.84	5.77	5.77	5.76	5.88	5.80	0.120
4	1	Lunes	5.79	5.79	5.80	5.72	5.84	5.79	0.120
	2	Martes	5.79	5.85	5.72	5.77	5.86	5.80	0.140
	3	Miércoles	5.85	5.87	5.78	5.82	5.86	5.84	0.090
	4	Jueves	5.80	5.78	5.82	5.80	5.81	5.80	0.040
	5	Viernes	5.84	5.83	5.79	5.77	5.81	5.81	0.070
5	1	Lunes	5.75	5.83	5.71	5.76	5.83	5.78	0.120
	2	Martes	5.85	5.83	5.78	5.78	5.82	5.81	0.070
	3	Miércoles	5.80	5.78	5.80	5.77	5.77	5.78	0.030
	4	Jueves	5.81	5.79	5.77	5.79	5.76	5.78	0.050
	5	Viernes	5.75	5.79	5.72	5.88	5.73	5.77	0.160
6	1	Lunes	5.81	5.83	5.74	5.76	5.77	5.78	0.090
	2	Martes	5.80	5.78	5.85	5.80	5.79	5.80	0.070
	3	Miércoles	5.90	5.83	5.82	5.84	5.82	5.84	0.080
	4	Jueves	5.81	5.81	5.76	5.79	5.80	5.79	0.050
	5	Viernes	5.75	5.73	5.74	5.77	5.79	5.76	0.060
7	1	Lunes	5.73	5.71	5.75	5.78	5.71	5.74	0.070
	2	Martes	5.77	5.66	5.83	5.78	5.74	5.76	0.170
	3	Miércoles	5.75	5.80	5.79	5.84	5.78	5.79	0.090
	4	Jueves	5.81	5.77	5.74	5.82	5.81	5.79	0.080
	5	Viernes	5.68	5.81	5.78	5.76	5.76	5.76	0.130
8	1	Lunes	5.81	5.74	5.79	5.78	5.83	5.79	0.090
	2	Martes	5.78	5.82	5.82	5.85	5.85	5.82	0.070
	3	Miércoles	5.75	5.71	5.79	5.77	5.78	5.76	0.080
	4	Jueves	5.87	5.75	5.81	5.74	5.75	5.78	0.130
	5	Viernes	5.75	5.76	5.84	5.83	5.79	5.79	0.090
9	1	Lunes	5.82	5.77	5.80	5.70	5.82	5.78	0.120
	2	Martes	5.74	5.75	5.82	5.79	5.70	5.76	0.120
	3	Miércoles	5.92	5.78	5.79	5.83	5.82	5.83	0.140
	4	Jueves	5.78	5.77	5.81	5.74	5.71	5.76	0.100
	5	Viernes	5.77	5.82	5.86	5.80	5.80	5.81	0.090
10	1	Lunes	5.83	5.79	5.81	5.74	5.84	5.80	0.100
	2	Martes	5.77	5.79	5.80	5.78	5.89	5.81	0.120
	3	Miércoles	5.82	5.77	5.74	5.82	5.76	5.78	0.080
	4	Jueves	5.77	5.79	5.72	5.89	5.73	5.78	0.170
	5	Viernes	5.85	5.86	5.78	5.79	5.77	5.81	0.090
11	1	Lunes	5.83	5.78	5.88	5.83	5.81	5.83	0.100
	2	Martes	5.86	5.83	5.82	5.84	5.83	5.84	0.040
	3	Miércoles	5.81	5.81	5.76	5.80	5.84	5.80	0.080
	4	Jueves	5.75	5.74	5.78	5.80	5.74	5.76	0.060
	5	Viernes	5.79	5.69	5.85	5.80	5.73	5.77	0.160
12	1	Lunes	5.77	5.81	5.82	5.87	5.79	5.81	0.100
	2	Martes	5.85	5.79	5.75	5.86	5.84	5.82	0.110
	3	Miércoles	5.72	5.83	5.79	5.76	5.75	5.77	0.110
	4	Jueves	5.85	5.78	5.80	5.79	5.85	5.81	0.070
	5	Viernes	5.75	5.76	5.72	5.80	5.83	5.77	0.110
Total								347.29	6.0200

Fuente: Elaboración propia.



Para obtener los límites de control primero se calcula:

La media muestral, para ello se utiliza la ecuación ( 19 ).

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q \bar{x}_i = \frac{347.29}{60} = 5.788167$$

El promedio del rango:

$$\bar{R} = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q R_i = \frac{6.0200}{60} = 0.10$$

Luego para obtener los límites del diagrama de control para la media y el rango, se reemplaza en la ecuación ( 28 ) y ( 39 ) respectivamente:

Límites del diagrama de control para la media

$$LSC = 5.845867 \cong 5.846$$

$$LC = 5.788167 \cong 5.7881$$

$$LIC = 5.730467 \cong 5.7303$$

Límites del diagrama de control para el rango

$$LSC = 0.2115 \cong 0.2122$$

$$LC = 0.10$$

$$LIC = 0$$

Estos resultados se muestran en la Figura 28 utilizando el software estadístico Minitab.

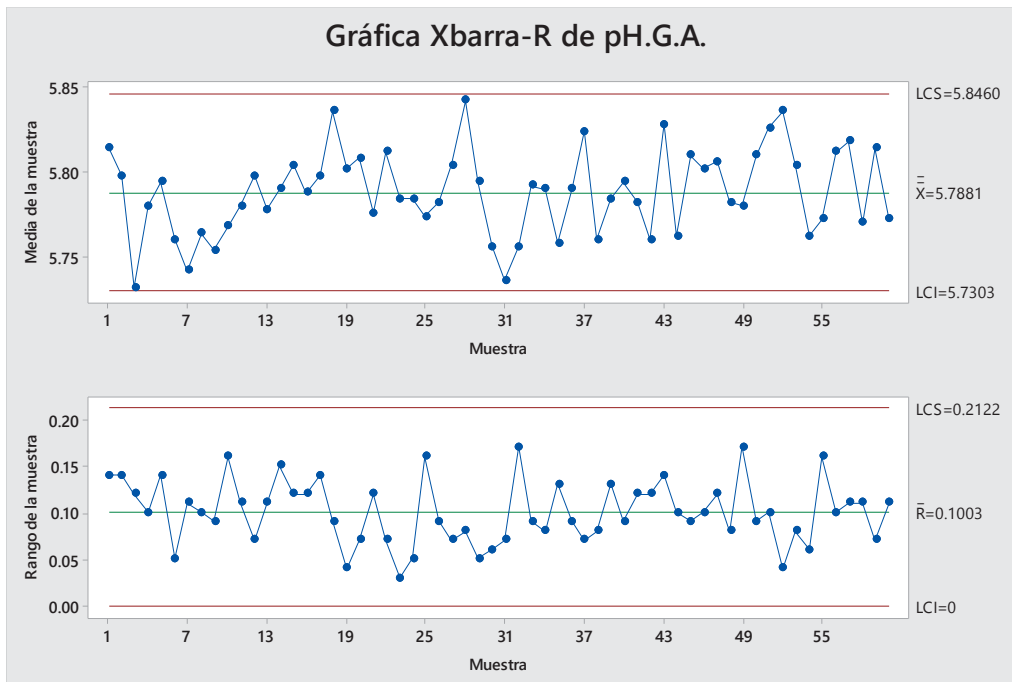


Figura 28: Diagrama de control para la media y rango del pH de las galletas de agua  
Fuente: Datos procesados por los autores en Minitab.

La Figura 28 muestra el comportamiento de la media y el rango del pH de las galletas de agua durante la prueba experimental, también apreciamos que todas las observaciones se encuentran dentro de los límites de control, por tanto se concluye que el proceso del pH de las galletas de agua se encuentra bajo control estadístico.

Afirmando que las observaciones del pH de las galletas de agua siguen un patrón aleatorio y el proceso de ellas está bajo control estadístico, se realiza la capacidad del proceso para el pH de las galletas de agua.

#### 4.13.12. Capacidad del proceso para el pH de las galletas de agua

Para realizar la capacidad del proceso del pH de las galletas de agua se tomó como límites de especificación a  $5.7687 \pm 0.2884$  de tolerancia, como se muestra en la Figura 29.

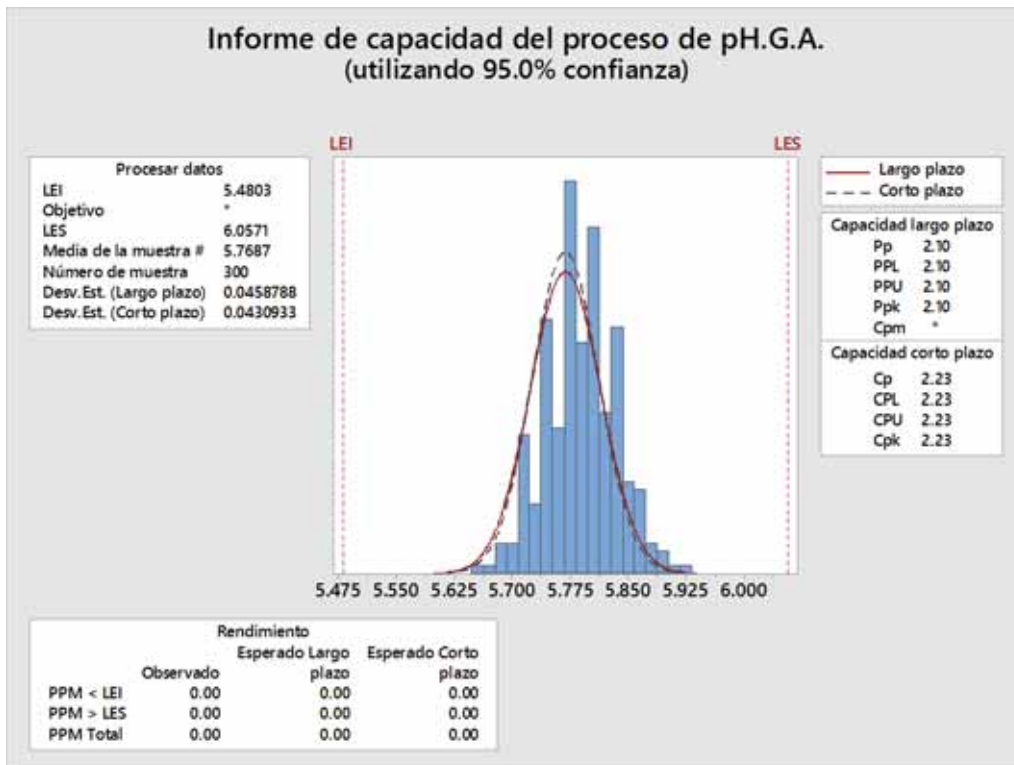


Figura 29: Análisis de capacidad del pH de las galletas de agua.

Fuente: Datos procesados por los autores en Minitab.

En la Figura 29 se observa que el índice de capacidad  $C_p = 2.23$  y el índice de capacidad real  $C_{pk} = 2.23$  asociados al proceso son mayores que 1 en el cual se comprueba que el grado de acidez de las galletas de agua es adecuado, también se muestra que presenta la forma de una distribución normal según viendo la curva de las capacidades a largo y corto plazo, por tanto se concluye que el proceso está bajo control estadístico.

## Conclusiones

De acuerdo a los resultados obtenidos en la presente investigación y teniendo en cuenta los objetivos planteados, se arribó a las siguientes conclusiones:

- [1] Las herramientas estadísticas fundamentales para el control de procesos para variables que se identificaron fueron:

El diagrama de control, que nos permitió identificar un dato atípico correspondiente al sub grupo uno de la semana nueve que esta fuera de las especificaciones de los límites de control.

El diagrama de causa-efecto, permitió identificar dos causas mas resaltantes en el proceso de la elaboracion de las galletas de agua como: mano de obra (personal con pobre actitud) y método (la falta de técnica del emboldado y supervisión).

Con el diagrama de dispersión, visualizamos que no existe relación entre el pH y el peso de las bolsas de galletas de agua producidas por la microempresa.

- [2] En las aplicaciones de los diagramas de la media ( $\bar{x}$ ) y el rango ( $R$ ) se determinó que en el proceso del peso de las bolsas de galletas de agua no están bajo control estadístico debido a que los datos del sub grupo 1 de la semana nueve que corresponde a la fecha 01 de octubre del 2018 tiene una media de 0.4894gr. lo cual está por encima del límite de control superior ( $LCS = 0.47877$ ), por tanto se puede indicar que en algunas bolsas el contenido de galletas varian.

- [3] En las aplicaciones de los diagramas de la media ( $\bar{x}$ ) y el rango ( $R$ ) nos permitió determinar que el pH de las galletas de agua se encuentran bajo control estadístico pues están dentro de los límites de control que están comprendidos entre [5.7303; 5.8460] y [0; 0.2122 ] respectivamente.

- [4] Mediante el coeficiente de correlación de Pearson se cuantifico los datos de las variables peso de las bolsas de galletas de agua y su pH tienen un grado de correlación negativa muy baja, la cual indicó el pH y el peso de las bolsas de galletas de agua no estan correlacionados.

- [5] Se verificó la hipótesis planteada para las herramientas estadísticas fundamentales en el control de procesos para variables son útiles para mejorar cualquier proceso de producción, ya que nos permitió detectar causas de variabilidad que influyen en la calidad de un producto.

## Recomendaciones

Después de haber cumplido con los objetivos propuestos, se dará las siguientes recomendaciones:

- [1] Incorporar el empleo de las herramientas estadísticas fundamentales que se identificaron en el presente trabajo de investigación a todos los procesos de elaboración de los diferentes productos, para asegurar la competitividad en el mercado con principales empresas dedicadas a la elaboración de productos.
- [2] Capacitar de manera permanente a los trabajadores de la microempresa ZUÑIGA YNFAZON CLOTILDE en cuanto a la aplicación de las herramientas estadísticas, para garantizar la satisfacción de los requerimientos del cliente y el éxito de la microempresa.
- [3] Realizar constantes supervisiones en todos los procesos de elaboración de los diferentes productos, a fin de garantizar las ganancias económicas a futuro y la distribución de productos en mayor cantidad.
- [4] Proponer a la microempresa utilizar los límites de especificación que se obtuvieron en la presente investigación para el peso de las bolsas de galletas de agua y el pH de ellas, para las próximas producciones.

## Referencias

- [1] Valero Gaspar, T., Rodríguez Alonso, P., Ruiz Moreno , E., Ávila Torres, J. M., & Varela Moreiras, G. (2018). *La alimentación española*. Madrid: Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación. Obtenido de <http://www.fen.org.es/mercadofen/pdfs/introduccion.pdf>
- [2] Berenson, Levine, & Krehbiel. (2001). *Estadística para Administración* (Segunda ed.). México: Pearson Educación.
- [3] Boada G, G. J., & Farias R, H. L. (2008). *Análisis de las herramientas estadísticas aplicada a la calidad total ( Tesis de pregrado) Universidad del Oriente Nucleo de Sucre*. Cumaná.
- [4] De la Vega Ruiz, G. (25 de Agosto de 2009). Proteínas de la harina de trigo: clasificación y propiedades funcionales. *Temas de ciencia y tecnología*, 27-32. Obtenido de [http://www.utm.mx/edi\\_anteriores/Temas38/2NOTAS%2038-1.pdf](http://www.utm.mx/edi_anteriores/Temas38/2NOTAS%2038-1.pdf)
- [5] Di Rienzo, J. A., Casanoves, F., Gonzalez, L., Tablada, E., Díaz, M., Robledo, C., & Balzarini, M. (2009). *Estadística para las ciencias agropecuarias* (Septima ed.). Argentina: Brujas.
- [6] García García, J. A., Reding Bernal, A., & López Alvarenga, J. C. (13 de Junio de 2013). Cálculo del tamaño de la muestra en investigación en educación médica. *Investigación en Educación Médica*, 217-224.
- [7] Gómez Dacal, G., & Tocino Garcia, Á. (2004). *K sigma: teoría de las organizaciones y control de calidad (de la enseñanza)*. Salamanca (España): Universidad de Salamanca.
- [8] H. Besterfield, D. (2009). *Control de calidad* (Octava ed.). (V. González Pozo, Trad.) Mexico.
- [9] Hernández Pedrera, C., & Da silva Portofilipe, F. (2016). Aplicación del control estadísticos de procesos (CEP) en el control de su calidad. *Tecnología química*, XXXVI(1), 130-145.
- [10] Ishikawa , K. (1986). *¿Que es el control total de calidad? la modalidad japonesa*. (D. J. Lu, & M. Cárdenas, Trads.) Bogotá: Norma.
- [11] Kume, H. (1992). *Herramientas estadísticas básicas para el mejoramiento de la calidad* (Primera ed.). colombia.

- [12] M. Gryna, F., H. Chua, R. C., & A. DeFeo, J. (2007). *Método Juran "Análisis y Planeación de la Calidad"*. México.
- [13] Marrugat, J., Vila, J., Pavesi, M., & Ferran, S. (1998). Estimación del tamaño de la muestra en la investigación clínica y epidemiológica. *Unidad de Lípidos y Epidemiología Cardiovascular. Unidad de Informática Médica. Instituto Municipal de Investigación Médica (IMIM)*, 111, 267-276.
- [14] Maya Pérez, L. R., & Martín Pliego, J. (1999). *Fundamentos de inferencia estadística*. Madrid: AC.
- [15] Mercado Atayupanqui, S. G., & Ccorimanya Chalco, S. (2010). *Control de calidad de atributos: Caso proyectos de inversión presentados en la Municipalidad Distrital de San Jeronimo (Tesis de pregrado) Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco*. Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, Cusco.
- [16] Montgomery Douglas, C. (2004). *Control estadístico de calidad* (Tercera ed.). Mexico: LIMUSA.
- [17] Monzon Astete, E. (2006). *Control estadístico de procesos y su aplicación (Tesis de pregrado) Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco*. Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, Cusco.
- [18] Pérez Marqués, M. (2014). *CONTROL DE CALIDAD Técnicas y herramientas*. España: Service Point.
- [19] Prat Bartés, A., Tort-Martorell Llabrés, X., & Grima Cintas, P. (1998). *Control y mejora de la calidad*. Europa: Edicions UPC.
- [20] Rendón C., H. D. (2013). *Control Estadístico de Calidad* (Primera ed.). Colombia: Centro Editorial de la Facultad de Minas.
- [21] Rincón, L. (2006). *Curso intermedio de probabilidad*. México: Ciudad Universitaria UNAM.
- [22] Romero Saldaña, M. (2016). Pruebas de bondad de ajuste a una distribución normal. *Maquetación 1*, 105-114.
- [23] Suárez Ibijés, M. O. (s.f.). *monografias.com*. Obtenido de monografias.com: <http://m.monografias.com/trabajos85/coeficiente-correlacion-karl-pearson/coeficiente-correlacion-karl-pearson.shtml>
- [24] Wheeler D, J. (2006). *Gráficos multivariantes aplicados al control estadístico de la calidad*.



# **Anexos**

**Anexo N° 1**

Datos procesados de la muestra piloto para obtener los límites de especificación

Muestras	Pesos	pH
1	0.4753	5.91
2	0.4681	5.87
3	0.4712	5.73
4	0.4719	5.77
5	0.4734	5.78
6	0.4602	5.91
7	0.4731	5.76
8	0.4773	5.81
9	0.4642	5.66
10	0.4675	5.73
11	0.4712	5.76
12	0.4653	5.84
13	0.4673	5.79
14	0.4653	5.65
15	0.4762	5.84
16	0.4673	5.72
17	0.4612	5.84
18	0.4641	5.75
19	0.4742	5.92
20	0.4730	5.71
21	0.4651	5.62
22	0.4632	5.62
23	0.4753	5.81
24	0.4662	5.83
25	0.4704	5.74
26	0.4742	5.79
27	0.4674	5.65
28	0.4716	5.79
29	0.4603	5.65
30	0.4692	5.81
Total	14.0702	173.06
Promedio	$\mu_p = 0.46901$	5.7687
Desviación estándar	0.00487675	

Fuente: Elaboración propia

## Anexo N° 2

### Límites de especificación

Límites de especificación para la variable peso al 95% de confianza	Límites de especificación para la variable pH al 95% de confianza
$LES = \mu_b + 0.0235$	$LES = \mu_{pH} + 5\% \mu_{pH}$
$LES = 0.470 + 0.0235 = 0.4935$	$LES = 5.7687 + 0.2884 = 6.0571$
$LEI = \mu_b - 0.0235$	$LEI = \mu_{pH} - 5\% \mu_{pH}$
$LEI = 0.470 - 0.0235 = 0.4465$	$LEI = 5.7687 - 0.2884 = 5.4803$

Fuente: Elaboración propia

## Anexo N° 3

### Fotografías

Foto 1: Preparación



Fuente: Propia

Foto 2: Laminado



Fuente: Propia

Foto 3: Moldes de galletas de agua



Fuente: Propia

Foto 4: Embolsado



Fuente: Propia

Foto 5: Mescladora



Fuente: Propia

Foto 6: Medidor de pH Checker Hi 98103- Hanna



Fuente: Propia

Foto 7: Horno industrializado



Fuente: Propia

Foto 8: Balanza electrónica



Fuente: Propia



Anexo N° 4

Factores para calcular los límites centrales y límites de control  $3\sigma$  para gráficas de  $\bar{x}$ ,  $s$  y  $R$

OBSERVACIONES EN LA MUESTRA, $n$	TABLA DE PROMEDIOS			TABLA DE DESVIACIONES ESTÁNDAR					TABLA DE RANGOS					
	FACTORES PARA LÍMITES DE CONTROL			FACTOR PARA LÍNEA CENTRAL	FACTORES PARA LÍMITES DE CONTROL				FACTOR PARA LÍNEA CENTRAL	FACTORES PARA LÍMITES DE CONTROL				
	$A$	$A_2$	$A_3$	$c_4$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$	$d_2$	$d_3$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	0	3.267	0	2.606	1.128	0.853	0	3.686	0	3.267
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	0	2.568	0	2.276	1.693	0.888	0	4.358	0	2.574
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	0	2.266	0	2.088	2.059	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	0	2.089	0	1.964	2.326	0.864	0	4.918	0	2.114
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.820	0.388	5.306	0.136	1.864
9	1.000	0.337	1.032	0.9693	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.808	0.547	5.393	0.184	1.816
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.787	0.811	5.535	0.256	1.744
12	0.866	0.266	0.886	0.9776	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.778	0.922	5.594	0.283	1.717
13	0.832	0.249	0.850	0.9794	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	0.406	1.594	0.399	1.563	3.407	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672
15	0.775	0.223	0.789	0.9823	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.756	1.203	5.741	0.347	1.653
16	0.750	0.212	0.763	0.9835	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637
17	0.728	0.203	0.739	0.9845	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.739	1.424	5.856	0.391	1.608
19	0.688	0.187	0.698	0.9862	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.734	1.487	5.891	0.403	1.597
20	0.671	0.180	0.680	0.9869	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585

Fuente: Recuperado de “Control de calidad”, de Besterfield, D., 2009, p. 514, México.



**Anexo N° 5**Valores frecuentes utilizados de la distribución normal para **Z**.

$\alpha$	$Z_{\alpha/2}$ (2 colas)	$\beta$	$Z_{\beta}$ (1 cola)
0.1	1.645	0.2	0.842
0.05	1.960	0.1	1.282
0.01	2.576	0.05	1.645

Fuente: Recuperado de “Cálculo del tamaño de la muestra en investigación en educación médica”, de García *et al.*, 2013, p. 217-224, México.