

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA GEOLÓGICA, MINAS Y METALÚRGICA**  
**ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA METALÚRGICA**



**TESIS**

**OPTIMIZAR LA RECUPERACIÓN DE COBRE POR LA INFLUENCIA DE P80,  
EL pH Y LA DOSIFICACIÓN DE REACTIVOS DE FLOTACIÓN EN LA CIA.  
MINERA ANTAPACCA Y S.A.**

**(Investigación Tecnológica)**

**PRESENTADO POR LOS BACHILLERES:**

- Br. CARDENAS CASTRO, Milene
- Br. HUAMAN CONDORI, Edizon

**PARA OPTAR AL TÍTULO PROFESIONAL DE  
INGENIERO METALÚRGICO**

**ASESOR:**

- Ing. Porfirio Carrasco Tapia

CUSCO – PERÚ

2022

## DEDICATORIA

Agradezco a Dios quien me ha guiado y orientado por el camino correcto, por haber estado conmigo ayudándome en todo momento de mi vida y por darme las fortalezas para seguir adelante.

A mis padres Carmen y Alberto; por inspirarme a cumplir mis sueños, por preocuparse por mi avance y desarrollo profesional.

A mi hermana Sharene, quien me apoyo siempre en diferentes circunstancias de mi vida dándome su comprensión y consejos para lograr mis metas personales y profesionales

A mis docentes, quienes a través de sus conocimientos impartidos con paciencia, dedicación y apoyo incondicional hicieron que pueda desenvolverme en la vida laboral.

CARDENAS CASTRO MILENE

## DEDICATORIA

A Dios todopoderoso por iluminarme y protegerme en este camino de la vida, gracias a él tengo salud, trabajo y una gran familia por la cual seguir luchando día a día,

A mis adorados padres Yenny y Rosalio, por brindarme siempre su apoyo constante en todo el transcurso de mis estudios, por enseñarme a practicar todos los valores para ser una persona de bien.

A mis compañeros y amigos que compartieron conmigo cinco años maravillosos, a base de apoyo mutuo, con el objetivo de cumplir nuestro sueño de ser profesionales que contribuyan en el desarrollo de nuestros pueblos y del país.

A mis docentes por las enseñanzas brindadas y el apoyo moral para seguir creciendo y aprendiendo.

HUAMAN CONDORI EDIZON

## **AGRADECIMIENTO**

A nuestra querida alma mater, Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco.

A los docentes de la escuela profesional de Ingeniería Metalúrgica que nos prepararon y guiaron en nuestra formación profesional.

A nuestros compañeros de código, egresados que nos alientan a seguir nuestra carrera con mucha dedicación y esfuerzo para lograr nuestros objetivos trazados.

A la Compañía Minera Antapaccay S.A., por brindarnos las facilidades de participar en sus jornadas de trabajo y poder desarrollar el trabajo de investigación.

## **PRESENTACIÓN**

SEÑOR DECANO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA GEOLÓGICA, MINAS Y METALÚRGICA:

SEÑORES CATEDRÁTICOS MIEMBROS DEL JURADO:

Por mandato del Reglamento de Grados y Títulos para Optar al Título Profesional de Ingeniero Metalúrgico, ponemos a vuestra consideración la tesis Colectiva Intitulada:

**" OPTIMIZAR LA RECUPERACIÓN DE COBRE POR LA INFLUENCIA DEL P80, EL pH Y LA DOSIFICACIÓN DE REACTIVOS DE FLOTACIÓN EN LA CIA. MINERA ANTAPACCAY S.A."**

**(INVESTIGACIÓN TECNOLÓGICA)**

Este trabajo de investigación muestra el gran interés por plasmar nuestros conocimientos académicos, científicos, y técnicos principalmente en el ámbito de procesamiento de minerales. Se desarrolló a nivel de planta mediante el proceso de flotación, el cual es un método de concentración de minerales más puesto en marcha en el Perú; para alcanzar una adecuada recuperación y grado óptimo de concentrado de cobre de la Compañía Minera Antapaccay S.A.

Estamos seguros que el presente trabajo será considerado como una contribución importante en el tratamiento químico-metalúrgico de la planta concentradora.

Cusco, Febrero de 2022

## RESUMEN

El objetivo del presente trabajo es determinar la influencia del P80, el pH y la dosificación de reactivos Z-6 y F-501, en la recuperación de cobre por flotación en la Cia. Minera Antapaccay S.A., la investigación desarrollada es de carácter tecnológico y cuantitativo con diseño experimental de regresión y correlación lineal múltiple, realizado con una muestra de 4905 m<sup>3</sup>/h de caudal de pulpa, como técnica principal se utilizó el conocimiento de cantidades muestrales: media, desviación estándar, coeficiente de determinación y como instrumentos los software: PI ProcessBook, Minitab 19, Jamovi 2.2.2.0 y Statgraphics 18. En un rango de P80 de (240-255)  $\mu\text{m}$  se obtuvieron las recuperaciones más altas (84-87) %, mientras tantos valores de P80 menores a 240  $\mu\text{m}$  nos dio una tendencia de recuperación a descender ( $\leq 83.61$  %), por lo demasiado fino que esta la partícula. Y con valores de P80 mayores a 255  $\mu\text{m}$  también vamos a obtener recuperaciones bajas ( $\leq 84.40$  %), puesto que el tamaño de partícula es demasiado grande y no se podrá adherir a la burbuja. A un P80 de 242.80  $\mu\text{m}$  se obtuvo una Recuperación de 86.65%, con condiciones de pH de 8.5 y dosis de reactivos Z-6: 20.13 g/TMS y F-501: 17.58 g/TMS, siendo este el punto más alto obtenido, quedando como una estrategia de control operacional de la planta concentradora.

***Palabras clave:*** Antapaccay, P80, recuperación, flotación, cobre

## ABSTRACT

The objective of the present work is to determine the influence of P80, the pH and the dosage of reagents Z-6 and F-501, in the recovery of copper by flotation in the Cia. Minera Antapaccay SA, the developed investigation is of a technological and quantitative with experimental design of regression and multiple linear correlation, carried out with a sample of 4905 m<sup>3</sup>/h of pulp flow, as the main technique the knowledge of sample quantities was used: mean, standard deviation, coefficient of determination and as instruments the software: PI ProcessBook, Minitab 19, Jamovi 2.2.2.0 and Statgraphics 18. In a P80 range of (240-255)  $\mu\text{m}$  the highest recoveries were obtained (84-87) %, while as many P80 values less than 240  $\mu\text{m}$  gave us a trend of recovery to decrease ( $\leq$  83.61%), due to how fine the particle is. And with P80 values greater than 255  $\mu\text{m}$  we will also obtain low recoveries ( $\leq$  84.40%), since the particle size is too large and it will not be able to adhere to the bubble. At a P80 of 242.80  $\mu\text{m}$ , a Recovery of 86.65% was obtained, with pH conditions of 8.5 and dose of reagents Z-6: 20.13 g/TMS and F-501: 17.58 g/TMS, this being the highest point obtained, remaining as an operational control strategy of the concentrator plant.

**Keywords:** Antapaccay, P80; recovery, flotation, copper

## INTRODUCCIÓN

La flotación es un método de concentración aplicado a una variedad de minerales-sulfuros, que se emplea para separar minerales valiosos(mena), de los estériles(ganga), basándose principalmente en las propiedades superficiales de estas. En la actualidad en toda planta concentradora de minerales se busca mejorar cada vez más la calidad, el performance de un producto, en este caso el porcentaje de recuperación y un grado óptimo de cobre. El trabajo por ser netamente experimental, tiene la finalidad de determinar la influencia del P80 en el porcentaje de recuperación de cobre, con ello también tener claro que se pueden aplicar estrategias de operación con los datos obtenidos de la investigación.

El estudio, las pruebas fueron llevados a nivel de planta con el fin de que el trabajo que se hizo, sea útil en cualquier momento de la operación. El proceso de investigación, empieza tomando muestras del overflow del nido de hidrociclones N°2, que están alimentando directamente al proceso de flotación. Se hizo el lavado correspondiente de la pulpa tomando en cuenta dos tamaños de mallas las cuales son: 150M y 65M, se calculó el porcentaje de malla pasante y retenido y por ende el P80 correspondiente, también se tomó en consideración variables como la dosificación de reactivos: Z-6 y F-501, y el pH de la pulpa. A la par se hizo un seguimiento del porcentaje de recuperación de cobre en línea, esto gracias al software PI ProcessBook.

## ÍNDICE

DEDICATORIA.....	i
DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTO .....	iii
PRESENTACIÓN .....	iv
RESUMEN .....	v
ABSTRACT .....	vi
INTRODUCCIÓN.....	vii
ÍNDICE DE TABLAS.....	xvii
ÍNDICE DE FIGURAS .....	xix
SIMBOLOGÍA .....	xxiii
CAPITULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	1
1.1. Situación problemática .....	1
1.2. Formulación del problema.....	2
1.2.1. Problema general .....	2
1.2.2. Problemas específicos.....	2
1.3. Justificación de la investigación .....	2
1.3.1. Tecnológica .....	2
1.3.2. Económica .....	2
1.3.3. Social .....	2

1.4. Objetivos de la investigación.....	3
1.4.1. Objetivo general .....	3
1.4.2. Objetivos específicos.....	3
CAPITULO II: MARCO TEÓRICO.....	4
2.1. Antecedentes empíricos de la investigación (estado del arte) .....	4
2.1.1. Antecedentes locales.....	4
2.1.2. Antecedentes nacionales.....	4
2.1.3. Antecedentes internacionales .....	5
2.2 Marco contextual .....	8
2.2.1. Generalidades del ámbito de estudio .....	8
2.2.2. Ubicación.....	8
2.2.3. Accesibilidad .....	10
2.2.4. Tipo de yacimiento .....	10
2.2.5. Geología .....	10
2.2.6. Mineralización.....	11
2.2.7. Tipos de brechas .....	12
2.2.7.1. Mega brecha. ....	12
2.2.7.2. Facie-I.....	12
2.2.7.3. Facie-II. ....	12
2.2.7.4. Facie-III. ....	12

2.2.8. Operaciones mina .....	14
2.3. Bases teóricas .....	17
2.3.1. Molienda.....	17
2.3.1.1. Molienda primaria. ....	17
2.3.1.2. Molienda secundaria.....	18
2.3.2. Circuitos de molienda.....	18
2.3.2.1. Circuito abierto.....	18
2.3.2.2. Circuito cerrado.....	18
2.3.3. Granulometría.....	18
2.3.4. Análisis granulométrico.....	19
2.3.5. P80.....	23
2.3.6. Hidrociclón.....	25
2.3.6.1. Funcionamiento de un Hidrociclón.....	25
2.3.6.2. Descarga de hidrociclones.....	28
2.3.6.3. Nido de hidrociclones.....	29
2.3.7. Muestreo de pulpa .....	32
2.3.8. Flotación.....	34
2.3.8.1. Mecanismos de flotación.....	36
2.3.8.2. Termodinámica de la flotación.....	38
2.3.8.2.1. Angulo de contacto y la ecuación de Young .....	39

2.3.8.2.2. Termodinámica de la mineralización de las burbujas.....	43
2.3.8.3. Cinética de la flotación.....	48
2.3.8.3.1. Modelos cinéticos de la flotación de minerales.....	49
2.3.9. Comportamiento hidrofóbico e hidrofílico.....	50
2.3.9.1 Comportamiento hidrofílico. ....	50
2.3.9.2. Comportamiento hidrofóbico. ....	51
2.3.10. Tipos de flotación.....	52
2.3.11. Fases de la flotación.....	53
2.3.12. Reactivos químicos utilizados en la flotación.....	53
2.3.12.1. Colectores.....	53
2.3.12.1.1. Clasificación de los colectores.....	55
2.3.12.2. Espumantes.....	58
2.3.12.3. Modificadores de pH. ....	59
2.3.12.3.1. La cal.....	60
2.3.13. Factores influyentes en el proceso de flotación.....	60
2.3.14. Circuitos de flotación y equipos.....	61
2.3.15. Funciones de las celdas de flotación.....	63
2.3.16. Zonas de las celdas de flotación.....	63
2.3.17. Tipos de máquinas de flotación.....	64
2.3.17.1. Máquinas mecánicas.....	64

2.3.17.1.1. Máquina de flotación Dorr Oliver. ....	65
2.3.17.2. Máquinas neumáticas. ....	66
2.3.17.2.1 Máquinas de flotación Wemco. ....	66
CAPITULO III: HIPÓTESIS Y VARIABLES .....	67
3.1. Hipótesis .....	67
3.1.1. Hipótesis general .....	67
3.1.2. Hipótesis específicas.....	67
3.2. Variables .....	67
3.2.1. Variable dependiente .....	67
3.2.2. Variables independientes.....	67
3.2.3. Variables intervinientes .....	68
3.3. Indicadores .....	68
3.4. Operacionalización de variables .....	68
CAPÍTULO IV: METODOLOGÍA .....	70
4.1. Tipo de investigación .....	70
4.2. Nivel de investigación .....	70
4.3. Método de investigación.....	70
4.4. Diseño de investigación.....	70
4.5. Técnicas e instrumentos de recolección de datos .....	71
4.6. Técnicas de procesamiento y análisis de datos.....	71

4.7 Población y muestra de estudio .....	72
4.8 Materiales e instrumentos de investigación.....	72
4.8.1. Materiales de investigación .....	72
4.8.2. Instrumentos y equipos de investigación.....	72
4.9. Técnicas de investigación.....	72
CAPITULO V: RESULTADOS EXPERIMENTALES .....	74
5.1. Muestreo de pulpa del overflow de nido de hidrociclones N°2 .....	75
5.1.1. Herramientas y materiales .....	75
5.2. Medición de la densidad inicial de la pulpa .....	76
5.2.1. Herramientas y materiales .....	76
5.2.2. Procedimiento.....	76
5.3. Lavado de pulpa en la malla 150.....	77
5.3.1. Herramientas y materiales .....	77
5.3.2. Procedimiento.....	77
5.4. Medición de la densidad después del lavado en la malla 150. ....	78
5.4.1. Materiales y herramientas.....	78
5.4.2. Procedimiento.....	78
5.5. Lavado de pulpa en la malla 65. ....	79
5.5.1. Materiales y herramientas.....	79
5.5.2. Procedimiento.....	79

5.6. Medición de la densidad después del lavado con la malla 65. ....	80
5.6.1. Materiales y herramientas.....	81
5.6.2. Procedimiento.....	81
5.7. Cálculo del P80.....	82
5.7.1. Cálculo del porcentaje de malla retenido y pasante .....	82
5.7.2. Toma de muestras y datos del P80 .....	84
5.7.3. Variabilidad del P80 .....	85
5.8. Medición de flujo de reactivos .....	86
5.8.1. Cálculo del consumo de reactivos en g/TMS .....	87
5.9. Cálculo de concentración de pulpa a partir del pH.....	90
5.10. Cálculo del tiempo de residencia de la pulpa en las celdas de flotación.....	91
5.10.1. Cálculo del tiempo de residencia de la pulpa para las líneas 1 y 2.....	93
5.10.2. Cálculo del tiempo de residencia de la pulpa para la línea 3.....	94
5.11. Toma de datos del porcentaje de recuperación.....	95
5.11.1. Cálculo del porcentaje de recuperación.....	97
5.11.2. Variabilidad de la recuperación de cobre .....	98
5.12. Tablas de balance.....	99
5.12.1. Gráficas de series de tiempo.....	110
5.13. P80 vs. Recuperación .....	113
5.13.1. Gráfica de P80( $\mu\text{m}$ ) vs. Recuperación (%).....	114

5.13.2. Gráfica de Recuperación (%) vs. pH.....	117
CAPITULO VI: DISCUSIÓN DE RESULTADOS .....	121
6.1. Planificación de los análisis estadísticos .....	121
6.1.1. Resultados de las pruebas metalúrgicas.....	122
6.1.2. Variables involucradas .....	123
6.2. Hipótesis de interés a verificar .....	123
6.3. Análisis inicial de datos experimentales.....	124
6.3.1. Estimación de B por mínimos cuadrados .....	126
6.3.2. Los efectos de las variables y el diagrama de Pareto .....	127
6.4. Inferencia en regresión lineal múltiple .....	129
6.4.1. Intervalos de confianza y prueba de hipótesis para el modelo matemático.....	129
6.4.2. Medida de ajuste del modelo mediante correlación múltiple .....	132
6.4.3. Prueba de hipótesis acerca ANOVA .....	133
6.4.4. Prueba de Durbin-Watson para la autocorrelación.....	134
6.4.5. Gráfico Q-Q normal.....	137
6.4.6. Grafica de residuos .....	138
6.4.7. Optimización del modelo .....	139
CONCLUSIONES.....	144
RECOMENDACIONES .....	145
REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA.....	146

LINKOGRAFÍA.....	148
ANEXOS .....	150
a. Diagrama de flujo del proceso de investigación.....	151
b. Matriz de consistencia .....	152
c. Flow sheet de la planta concentradora Antapaccay .....	153
d. Partes de una celda de flotación Rougher (Door Oliver) .....	154
e. Partes de una celda de flotación Scavenger (Wemco).....	155
f. Tablas de Durbin-Watson.....	157

**ÍNDICE DE TABLAS**

Tabla 1	Serie de tamices según la norma ASTM y TYLER .....	19
Tabla 2	Operacionalización de variables.....	69
Tabla 3	Registro de datos .....	83
Tabla 4	Toma de muestras y datos del P80.....	84
Tabla 5	Datos para el cálculo de consumo de reactivos en g/TMS.....	88
Tabla 6	Cuadro de resultados .....	89
Tabla 7	Datos del porcentaje de recuperación de cobre.....	97
Tabla 8	Balance día uno .....	100
Tabla 9	Balance día dos.....	100
Tabla 10	Balance día tres.....	101
Tabla 11	Balance día cuatro .....	101
Tabla 12	Balance día cinco.....	102
Tabla 13	Balance día seis .....	102
Tabla 14	Balance día siete .....	103
Tabla 15	Balance día ocho.....	103
Tabla 16	Balance día nueve.....	104
Tabla 17	Balance día diez.....	104
Tabla 18	Balance día once.....	105
Tabla 19	Balance día doce.....	105
Tabla 20	Balance día trece.....	106
Tabla 21	Balance día catorce.....	106
Tabla 22	Balance día quince.....	107
Tabla 23	Balance día dieciséis.....	107

Tabla 24	Balance día diecisiete .....	108
Tabla 25	Balance día dieciocho .....	108
Tabla 26	Balance día diecinueve .....	109
Tabla 27	Balance día veinte.....	109
Tabla 28	P80 vs. Recuperación .....	114
Tabla 29	Estructura general de la base de datos / Pruebas mecánicas.....	122
Tabla 30	Estimación de parámetros del modelo.....	126
Tabla 31	Estimación de los pesos específicos de los coeficientes.....	127
Tabla 32	Evaluación del intervalo de confianza.....	130
Tabla 33	Medidas de ajuste el modelo .....	132
Tabla 34	Evaluación del intervalo de confianza.....	133
Tabla 35	Tabla de criterios para la prueba de Durbin-Watson de autocorrelación .....	135
Tabla 36	Estadístico de Durbin-Watson de autocorrelación .....	136
Tabla 37	Parámetros de la optimización de respuesta: Y .....	141
Tabla 38	Solución de la optimización de respuesta: Y.....	142
Tabla 39	Solución de la optimización de respuesta: Y.....	142

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	Plano de emplazamiento de Antapaccay .....	9
Figura 2	Mega brecha y sus facies de formación .....	13
Figura 3	Brechas mineralizadas en Antapaccay .....	13
Figura 4	Ubicación de los tajos .....	15
Figura 5	Operaciones mina.....	16
Figura 6	Serie de tamices.....	22
Figura 7	Principio de funcionamiento de un hidrociclón .....	26
Figura 8	Partes principales de un hidrociclón.....	27
Figura 9	Funcionamiento de un hidrociclón.....	28
Figura 10	Tipos de descargas de hidrociclones .....	29
Figura 11	Partes de un nido de hidrociclones .....	30
Figura 12	Batería de hidrociclones .....	31
Figura 13	Partes principales de la batería de hidrociclones .....	32
Figura 14	Muestreador de cortes AnStat.....	33
Figura 15	Adherencia de partículas de Cobre en Aire .....	35
Figura 16	Factores de interacción de la flotación .....	36
Figura 17	Esquema de una partícula hidrofóbica e hidrofílica .....	38
Figura 18	Sistema sólido, líquido y gas .....	41
Figura 19	Esquema de distintas interfaces y energías libres.....	42
Figura 20	Tensiones superficiales presentes en la flotacion.....	42
Figura 21	Trabajo de adhesión.....	44
Figura 22	Trabajo de cohesión.....	45
Figura 23	Trabajo de adhesión sólido - Líquido .....	46

Figura 24	Burbuja de aire en recorrido hacia una partícula.....	46
Figura 25	Comportamiento hidrofílico .....	51
Figura 26	Comportamiento hidrofóbico .....	51
Figura 27	La flotación en una celda mecánica convencional .....	52
Figura 28	El colector como un compuesto heteropolar .....	54
Figura 29	Esquema estructural de un colector .....	55
Figura 30	Clasificación general de los colectores.....	56
Figura 31	Adherencia del colector a la superficie del mineral .....	57
Figura 32	Esquema de adsorción de espumante en una burbuja de aire.....	59
Figura 33	Representación convencional de circuitos de flotación.....	62
Figura 34	Zonas de una celda de flotación .....	64
Figura 35	Máquina de flotación Dorr Oliver. ....	65
Figura 36	Máquina de flotación Wemco.....	66
Figura 37	Nido de Hidrociclones N°2 .....	74
Figura 38	Punto de muestreo .....	75
Figura 39	Medición de la densidad de pulpa .....	76
Figura 40	Malla #150.....	77
Figura 41	Lavado de pulpa con malla 150.....	78
Figura 42	Medición de la densidad después del lavado con malla 150 .....	79
Figura 43	Malla 65.....	80
Figura 44	Lavado de pulpa con malla 65.....	80
Figura 45	Medición de la densidad después del lavado con malla 65 .....	81
Figura 46	Variabilidad del P80 .....	85
Figura 47	Medición de flujo de los reactivos químicos .....	87

Figura 48	Gráfica de consumo de reactivos en g/TMS.....	90
Figura 49	Líneas de flotación Rougher- Scavenger.....	92
Figura 50	Tendencia de leyes de Cu en línea.....	96
Figura 51	Variabilidad de la Recuperación de Cu.....	99
Figura 52	Series de tiempo de pH, Z-6 y F-501.....	110
Figura 53	Series de tiempo de TMS/h. ....	111
Figura 54	Series de tiempo de P80.....	112
Figura 55	Series de tiempo de Recuperación.....	113
Figura 56	Gráfica de P80 ( $\mu\text{m}$ ) vs. Recuperación (%).....	115
Figura 57	Gráfica de barras P80 ( $\mu\text{m}$ ) vs. Recuperación (%).....	116
Figura 58	Gráfica de dispersión de Recuperación (%) vs pH.....	117
Figura 59	Gráfica de dispersion de Recuperacion (%) vs. pH vs. P80 ( $\mu\text{m}$ ).....	118
Figura 60	Estrategia de control operacional .....	119
Figura 61	Probabilidad de colisión .....	120
Figura 62	Probabilidad de adhesión.....	120
Figura 63	Diagrama de dispersión y su tendencia .....	125
Figura 64	Diagrama de caja y bigotes.....	126
Figura 65	Efectos principales de respuesta .....	128
Figura 66	Diagrama de Pareto .....	129
Figura 67	Gráfico Q-Q de los residuos del conjunto de datos.....	137
Figura 68	Gráfico de residuos de la recuperación del cobre.....	138
Figura 69	Gráfico de la variable X1 (P80).....	139
Figura 70	Gráfico de la variable X1 (P80).....	140
Figura 71	Gráfico de contorno con punto óptimo.....	141

Figura 72 Gráfico de contorno con valor óptimo.....143

**SIMBOLOGÍA**

Ag:	Plata
Au:	Oro
ASTM:	American society for testing and materials
ANOVA:	Analysis of variance
CIA:	Compañía
cm <sup>3</sup> :	Centímetro cubico
Cu:	Cobre
E:	Este
F-501:	Reactivo espumante: Orepreg frother
g:	Gramo
h:	Hora
H <sub>0</sub> :	Hipótesis nula
H <sub>A</sub> :	Hipótesis alternativa
Kg:	Kilogramo
Km:	Kilómetros
l:	Litro
LC:	Límite de control
LIC:	Límite inferior de control
LSC:	Límite superior de control
m:	Metro
μ:	Micrones
min:	Minuto
mm:	Milímetros

m.s.n.m:	Metros sobre el nivel del mar
N:	Norte
o/f:	Overflow
pH:	Potencial de hidrógeno
P80:	Tamaño de tamiz por donde pasa el 80% de las partículas de un circuito dado.
$r^2$ :	Coefficiente de determinación
S:	Sur
S.A.:	Sociedad Anónima
$\sigma$ :	Desviación estándar
t:	Tonelada métrica
TMS:	Toneladas métricas secas
W:	Oeste
$\bar{x}$ :	Media aritmética
$\Delta G$ :	Variación de energía libre de Gibbs
$\gamma$ :	Tensión superficial
Z-6:	Reactivo colector: Xantato amílico de potasio

## CAPITULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1. Situación problemática

La principal característica del proceso de flotación es ser el más eficaz y complejo dentro de todos los métodos de concentración de minerales utilizados en la minería. La importancia de este proceso se encuentra en la aplicación a minerales sulfurosos aprovechando la diferencia entre las propiedades superficiales o interfaciales del mineral valioso y la ganga.

Para obtener una óptima concentración es necesario que aquellas especies que conforman la mena se encuentren debidamente liberadas. Cuando existe un aumento en el tamaño de partícula, aumentan también las posibilidades de que exista una adherencia deficiente a la burbuja; y por otra parte cuando las partículas se encuentran muy finas, estas no tienen la suficiente fuerza para producir un encuentro efectivo entre la partícula y la burbuja.

Es por ello que, para un proceso de flotación óptimo, se necesita un tamaño de partícula adecuado y que esté en condiciones de flotar sin ningún inconveniente.

El problema principal es que actualmente estamos teniendo porcentajes de recuperación de cobre bajas, dejando escapar mineral valioso en el relave, por una posible deficiencia de operación en molienda y clasificación, y también tenemos una densidad de pulpa de alimentación a flotación muy variable, por lo tanto, un P80 muy variable sin patrones o estrategias de operación en cada caso que se nos presente. Para lo cual hemos realizado una investigación cuantitativa para determinar la influencia del P80, el pH y la dosificación de reactivos: Z-6 y F-501, en la recuperación de cobre por flotación. Tomando como producto o muestras de análisis, la pulpa del overflow del nido de hidrociclones N°2, el flujo de alimentación al nido es procedente de la descarga de los molinos de bolas, undersize de la zaranda vibratoria y los finos del trommel de descarga del molino SAG.

## **1.2. Formulación del problema**

### ***1.2.1. Problema general***

- ¿Cómo influye el P80, el pH y la dosificación de reactivos: Z-6 y F-501, en la recuperación de cobre por flotación en la Cía. Minera Antapaccay S.A.?

### ***1.2.2. Problemas específicos***

- ¿Cómo calcular el P80 con los porcentajes de malla pasante y retenido?
- ¿Cómo calcular la dosis de reactivo óptimo: Z-6?
- ¿Cómo regular el pH óptimo?
- ¿Cómo calcular la dosis de reactivo óptimo: F-501?

## **1.3. Justificación de la investigación**

### ***1.3.1. Tecnológica***

Optimizar, mejorar el proceso de flotación, identificando un rango de tamaños de partícula adecuados, que nos proporcionen el porcentaje de recuperación de cobre más alto, y posteriormente tomarlo como una estrategia de operación de planta.

### ***1.3.2. Económica***

Mayores ingresos económicos en la venta de concentrado de cobre. Ya que, al obtener un porcentaje de recuperación alto, obtenemos también mayor cantidad de concentrado.

### ***1.3.3. Social***

Cuando hay mejoras en la compañía minera ya sea en las operaciones y procesos que estos involucran, indirectamente toda la colectividad sale beneficiada, porque el régimen administrativo nacional percibirá más ingreso del canon minero y por consecuencia tendrá para disponer mayores cantidades de dinero para la población en general.

## **1.4. Objetivos de la investigación**

### ***1.4.1. Objetivo general***

- Determinar la influencia del P80, el pH y la dosificación de reactivos: Z-6 y F-501 en la recuperación de cobre por flotación en Cía. Minera Antapaccay S.A.

### ***1.4.2. Objetivos específicos***

- Calcular el P80 con los porcentajes de malla pasante y retenido.
- Calcular la dosis de reactivo óptimo: Z-6.
- Regular el pH óptimo.
- Calcular la dosis de reactivo óptimo: F-501.

## CAPITULO II: MARCO TEÓRICO

### 2.1. Antecedentes empíricos de la investigación (estado del arte)

#### 2.1.1. Antecedentes locales

- Lupo Canahuire, W. & Utani Poma, W. (2014). *Recuperación del cobre por flotación de los minerales sulfurados del yacimiento Sulfubamba-Apurímac* (tesis de posgrado). Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, Cusco. Perú. El objetivo de este estudio fue recuperar el mineral sulfuro de cobre en los desmontes del yacimiento de Sulfubamba por el método de flotación. El método de investigación fue cuantitativo y diseño de la investigación fue experimental. Se utilizaron las siguientes variables: tamaño de partícula 60%, 65% y 70% - 200 Malla, Dosificación de colector Z-11 (AER0-343); densidad de pulpa y pH. Se realizaron 8 pruebas experimentales más tres replicas centrales. En la prueba N° 02, el contenido metálico en los relaves es bajo y el porcentaje de recuperación es aceptable. Finalmente se concluyó que, mediante el proceso de flotación por espumas, se logró una recuperación de 87.93% que corresponde a la prueba N°2 para una densidad de pulpa 1350g/l, granulometría – 200 mallas, 0.929g/TM de colector (Z-11) y 0.029 ml de espumante (aceite de pino).

#### 2.1.2. Antecedentes nacionales

- Oscanoa Ayuque, R.F. (2020). *Influencia del tamaño de partículas y la formación de espumas en la recuperación de minerales sulfurados de cobre por flotación* (tesis de posgrado). Universidad Nacional del centro del Perú, Huancayo. Perú. El objetivo de este estudio fue determinar la influencia del tamaño de partículas y la formación de espumas en la máxima recuperación de minerales sulfurados de cobre por flotación. El método de investigación fue cuantitativo y el diseño de la investigación fue experimental. Se realizaron

10 pruebas de flotación, donde las variables principales fueron el tamaño de partícula y la formación de espuma. En las pruebas N° 2, 3,4 y 5 se obtienen recuperaciones que son del orden de: Ag 64,30 %, Cu 75,28 % y Fe 54,78 %. Se observa que empieza a disminuir la recuperación de plata, se incrementan la de cobre y disminuye el Fe. En las pruebas N°6,7,8,9,10 se mantienen los esquemas similares, y se obtienen recuperaciones máximas de: Ag 76.68 %, Cu 80,89 % y Fe 65,12 %. Se logró aumentar la recuperación del cobre de 79.11 %, obtenida en la planta, a 81.59 % a nivel laboratorio; optimizando las variables principales como: grado de molienda, incrementando a 94 % - malla 200 Tyler, y valor de agitación, reduciendo a 915 rpm. Se concluyó que la recuperación óptima es de 92.57%, la cual está dentro de los parámetros de las variables (granulometría 90 – 94% -malla 200Tyler, agitación 900–950rpm).

### ***2.1.3. Antecedentes internacionales***

- Capponi, F., Matiolo, E., Rodríguez, R., Rubio, J. (2007). *Técnicas no convencionales de flotación de partículas finas de sulfuros de cobre y molibdeno*. (tesis de posgrado). Universidad Tecnológica de Pereira. Colombia. El objetivo de este estudio fue evaluar, en escala de laboratorio, la flotación de partículas minerales finas (<38 µm) con Acondicionamiento en Alta Intensidad y la flotación “extender”, con adición de aceites emulsionados. El método de investigación fue cuantitativo y el diseño de la investigación fue experimental. Para las pruebas experimentales se usó mineral sulfurado de cobre y molibdeno de la empresa Codelco (Chile), con 33% de la masa y en torno de 37% de Cu contenido en las fracciones F-UF (< 38 µm). Se usaron también reactivos como SF 113 (isopropil xantato de sodio) y SF 506, como colectores de los minerales portadores de Cu y Mo, y una mezcla de DF 250 (propileno glicol), MIBC (metilisobutil carbinol) y aceite de pino como espumante. Y pH fue regulado con cal y aceite Diesel. Los ensayos realizados

tuvieron una duración de 9 minutos, y se colectaron concentrados en los minutos 1,3,5,7 y 9 de flotación, luego las muestras fueron secadas en una estufa por 24 horas a 100°C para luego hacer el análisis de cobre y molibdeno por absorción atómica. Se realizaron ensayos de acondicionamiento en alta intensidad (AAI), la cual permiten la adhesión de partículas finas entre sí o en superficies de partículas mayores (medias). En las pruebas experimentales se hicieron tres pruebas que son: flotación estándar, flotación en función a la cantidad de energía transferida a la pulpa y la flotación extensora. En la flotación estándar se obtuvieron las siguientes recuperaciones (Cu: 84-85 %, Mo: 71-73 %). De acuerdo a las gráficas de recuperación en función del tamaño de partícula, se puede concluir que cuanto más fina sea el tamaño de partícula se obtendrá una mayor recuperación aplicando ya sea la técnica de acondicionamiento de alta intensidad y flotación extensora.

- Medina Godoy, J.A. (2019). *Análisis de desviación de  $P_{80}$  en etapa de clasificación en planta de molienda*. (tesis de posgrado). Universidad Técnica Federico Santa María de Valparaíso. Chile. El objetivo de este estudio fue analizar la desviación del  $P_{80}$  en la etapa de clasificación de la planta de molienda convencional - MUI, para asegurar un producto bajo los 240 [ $\mu\text{m}$ ]. El método de investigación fue cuantitativo y el diseño de la investigación fue experimental. El problema se presenta en el tamaño del producto de la sección B de la molienda convencional y MUNI, principalmente en el producto de las baterías MUNI, BHC5 y BHC6 con una media de 243, 268 y 258 [ $\mu\text{m}$ ]. En la sección B existe un problema en la etapa de clasificación debido a la falta de manejo del agua en el proceso y el estado estructural de hidrociclones. Para la sección B se consideró una revisión del estándar operacional para el porcentaje de sólidos en rebalse de la batería y una evaluación de dos modelos de hidrociclones. La primera evaluación se llevó a cabo con el

hidrociclón gMAX15 de FLSmith, los resultados mostraron que el producto disminuyó de un 24.7% a un 17.8% de + 65#, esto representó un  $P_{80}$  de 255 a 204 [ $\mu\text{m}$ ]. La segunda evaluación fue con la batería 5 y el hidrociclón Vulco 400 y se obtuvo un  $P_{80}$  menor a 240 [ $\mu\text{m}$ ].

También se usó la batería MUNI, y se hizo la configuración de apex/vortex al realizar el cambio de vortex de 130 a 120 [mm]. Con esta configuración se obtuvo tamaños de partículas de 270, 257 y 233 [ $\mu\text{m}$ ]. Se concluyó que el cambio resulta exitoso en términos de disminuir el  $P_{80}$  y que este sea menor a 240 [ $\mu\text{m}$ ], para es necesario realizar el cambio de batería.

## **2.2 Marco contextual**

### ***2.2.1. Generalidades del ámbito de estudio***

La minera Antapaccay es un proyecto presentado por Xstrata Tintaya S.A. y que más adelante fue adquirido por Glencore en mayo de 2013.

La producción en Tintaya empezó en 1985, cerrándose en Junio del 2012 por agotamiento de mineral, actualmente se retomó la operación con las reservas mineras del proyecto Antapaccay.

La mina Antapaccay explota un yacimiento que incluye una mineralización de sulfuros y óxidos de cobre, así mismo este yacimiento es un acopio de skarn de cobre, lo conforman principalmente en rocas sedimentarias, las cuales contienen bornita, calcopirita, calcosina, covelita, pirita y óxidos de Cu y Fe.

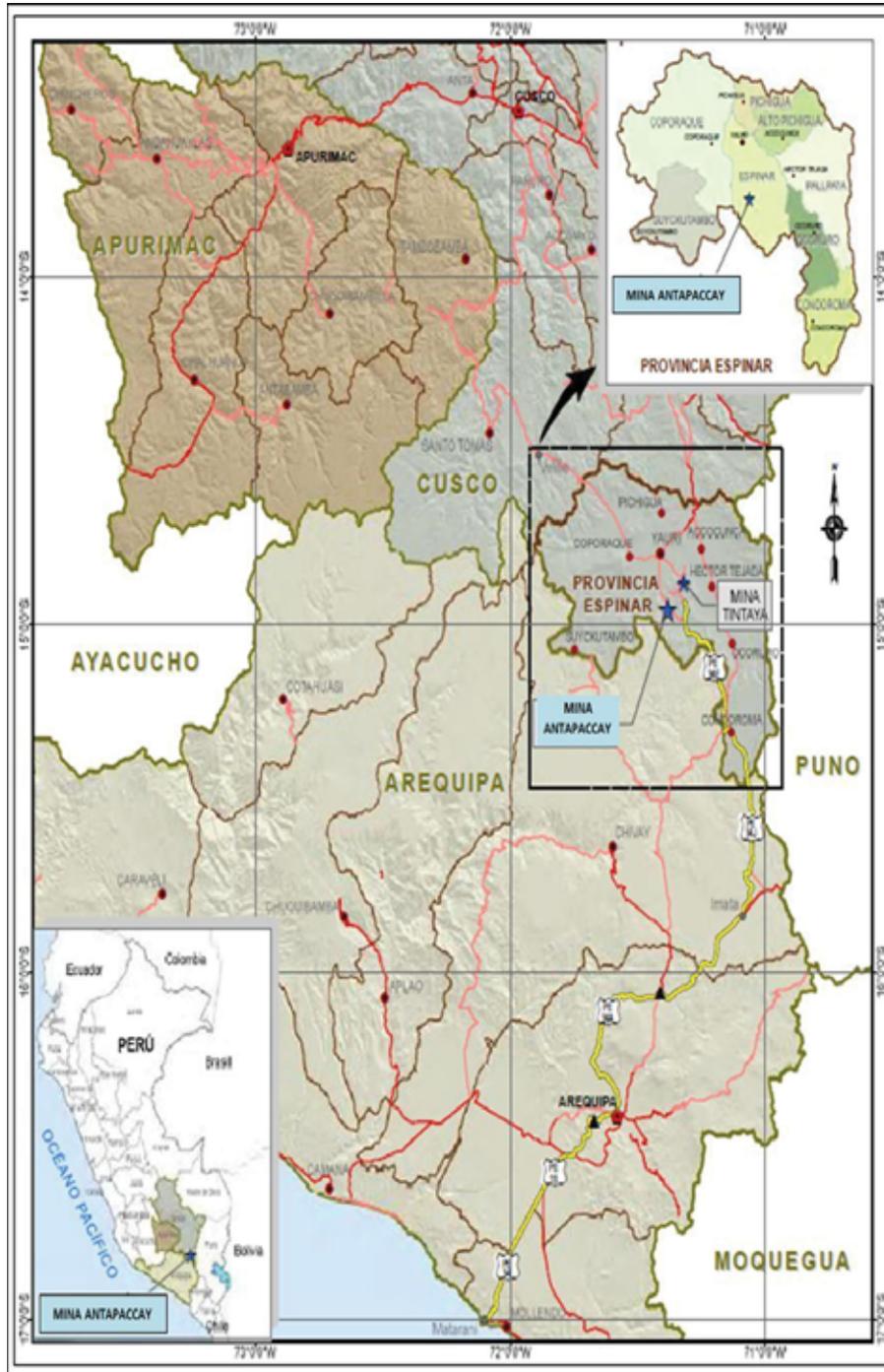
Las reservas que tiene el proyecto ascienden a 720 millones de toneladas de cobre con una ley aproximada de 0.56%. La construcción del proyecto se puso en marcha entre el 2009 y 2012, la producción arranco desde el 2012 hasta la actualidad.

### ***2.2.2. Ubicación***

La minera Antapaccay S.A. se encuentra situado en la zona sur del Perú, en el distrito de Yauri, provincia de Espinar, departamento de Cusco a 4100 m.s.n.m. El proyecto está a 256 Km al SE de la ciudad de Cusco y a 265 Km al NE de la ciudad de Arequipa (Antapaccay, 2019). La Figura 1 muestra el plano de emplazamiento de Antapaccay.

**Figura 1**

*Plano de emplazamiento de Antapaccay*



*Nota: Adaptado de Manual de operaciones, de Antapaccay (2019).*

### **2.2.3. Accesibilidad**

La Cía. Minera Antapaccay S.A. se constituye de las siguientes vías de acceso:

- La primera ruta es mediante una carretera asfaltada de Cusco hacia Antapaccay (271 Km), y el tiempo de viaje es aproximadamente 4h y 50 min.
- La segunda ruta es mediante un asfalto de Arequipa hacia Antapaccay (256 Km), y el tiempo de viaje es aproximadamente 3h y 50 min.
- La tercera ruta es vía aérea, Antapaccay cuenta con un aeropuerto de un tamaño pequeño exclusivamente para naves livianos, el cual está situado a una distancia de 3 km al Este de la provincia de Espinar (Antapaccay, 2019).

### **2.2.4. Tipo de yacimiento**

Antapaccay se distingue por tener un depósito pórfido de cobre y presencia de oro hipogénico, asimismo dispone de leyes altas y bajas. También, este yacimiento es de gran tonelaje y de manera variable agrupado con mineralización de skarn.

El yacimiento presenta disseminación de minerales sulfurosos de cobre y hierro en exorbitantes volúmenes, con pequeñas cantidades de oro, antimonio, sulfuros de molibdeno, arsénico y plata (Antapaccay, 2019).

### **2.2.5. Geología**

La geología es de tipo pórfido-skarn<sup>1</sup> (Cu/Ag/Au). La franja geológica está constituida por una voluminosa cadena sedimentaria tipo cretácica plegada, caracterizada por once unidades geo metalúrgicas (UGMs), que tuvieron origen y se establecieron durante las deformaciones que ocurrieron en los andes. (Antapaccay, 2019).

---

<sup>1</sup> Skarn: Son rocas metamórficas que están formados por silicatos de Ca, Mg y Fe proveniente de un protolito de calizas y dolomitas en donde se ha inmiscuido meta somáticamente inmensas cantidades de Si, Al, Fe y Mg. (Antapaccay,2019).

La mineralización se encuentra diseminada y en venillas compuestas por diorita y monzonitas.

Así mismo la mina tiene dos sectores, los cuales son:

- Antapaccay Norte: Con un área de 300 x 400 metros, con una elongación levemente en dirección NW-SE.
- Antapaccay Sur: Con un área de 1300 x 250 a 430 metros en dirección NW-SE. Siendo este el más extenso. (Antapaccay, 2019).

### ***2.2.6. Mineralización***

La mineralización cuprífera se encuentra diseminado, en venillas, brechas hidrotermales y en unión con rocas sedimentarias (caliza, lutitas calcáreas, limonitas y areniscas) conformando brechas mineralizadas de contacto, skarn “Stock Work”. Con un claro predominio de la calcopirita sobre la bornita hasta una profundidad de 300 m. Se han precisado dos áreas siendo el área Sur el que cuenta con mayor extensión de 1300 m, con dirección NW-SE y un ancho que oscila entre 250 a 430 m. y el cuerpo Norte con 300 m en dirección NW-SE y ancho de 450 m.

La mineralización de Antapaccay, presenta alteraciones tipo pórfido-skarn, producto de cambios litológicos en el tiempo.

Según el modelo geo-metalúrgico se ha concluido que la mineralización de cobre del proyecto está distribuida de la siguiente forma: 2% de óxidos de Cu, 70% de pórfido sulfuros de Cu, 13% de pórfido mixto, 7% de pórfido-brecha-yeso, 6% de brecha mineralizada y 2% de skarn, con presencia de las leyes más altas en la brecha mineralizada y en skarn. (Antapaccay, 2019).

### **2.2.7. Tipos de brechas**

#### **2.2.7.1. Mega brecha.**

Los pórfidos están relacionados a la conformación de una brecha de 0.4 x 1.2 km de extensión en la superficie, se distinguen principalmente tres facies como se muestra en la Figura 2. La génesis podría estar relacionado a soluciones magmáticas desgastadas en iones metálicos, presentes en grandes dimensiones. Se hizo cortes a niveles profundos, en donde se ha podido observar anhidrita-yeso con presencia de calcopirita, bornita y turmalina proporcionando informaciones claras para afirmar que la mineralización sigue su curso más allá de los 650 m de profundidad. (Antapaccay, 2019).

#### **2.2.7.2. Facie-I<sup>2</sup>.**

Brecha matriz que contiene un valor de mayor al 20% de polvo de roca. Los clastos se encuentran en forma angulosa a subangulosa con tamaños muy variables (Antapaccay, 2019).

#### **2.2.7.3. Facie-II.**

Brecha matriz consistente en monomicticos mayor al 90%, principalmente subangulosos a subredondeados con tamaños diferenciados. Matriz de polvo constituida por cristales. (Antapaccay, 2019).

#### **2.2.7.4. Facie-III.**

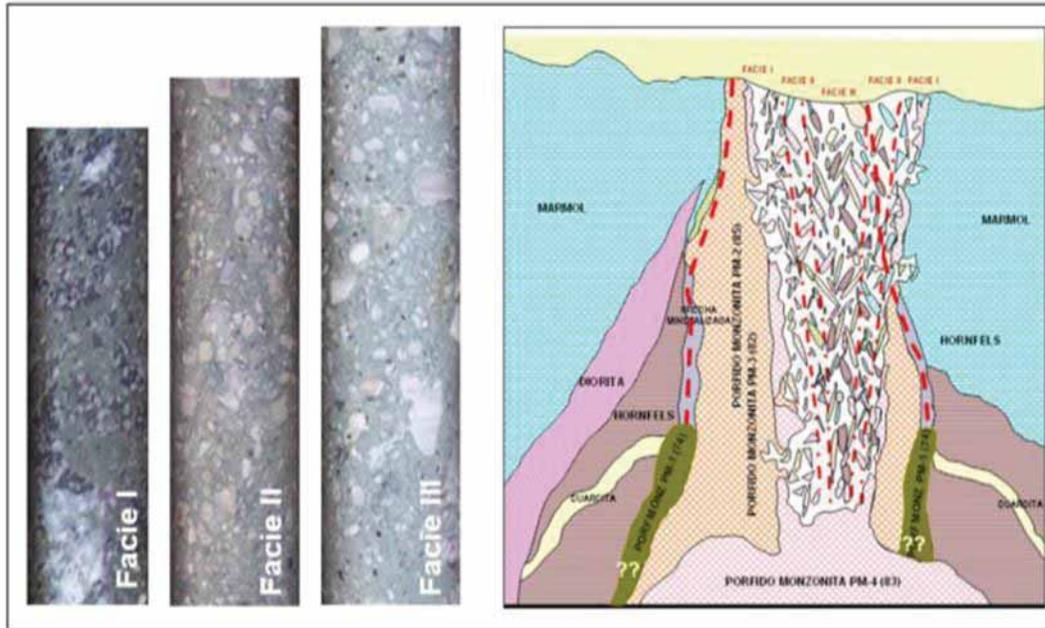
Es una brecha matriz en la cual están presentes clastos polimicticos que van desarrollando de subredondeados en forma matriz de polvo de roca en cristales. Los clastos predominantes son: hornfels y cuarcitas, como se muestra en la Figura 3.

---

<sup>2</sup> Facie: Se denomina al agregado de rocas sedimentarias o metamórficas con características definidas, que nos ayudan a reconocer los ambientes sedimentarios o metamórficos, en los que la roca tuvo su origen.

**Figura 2**

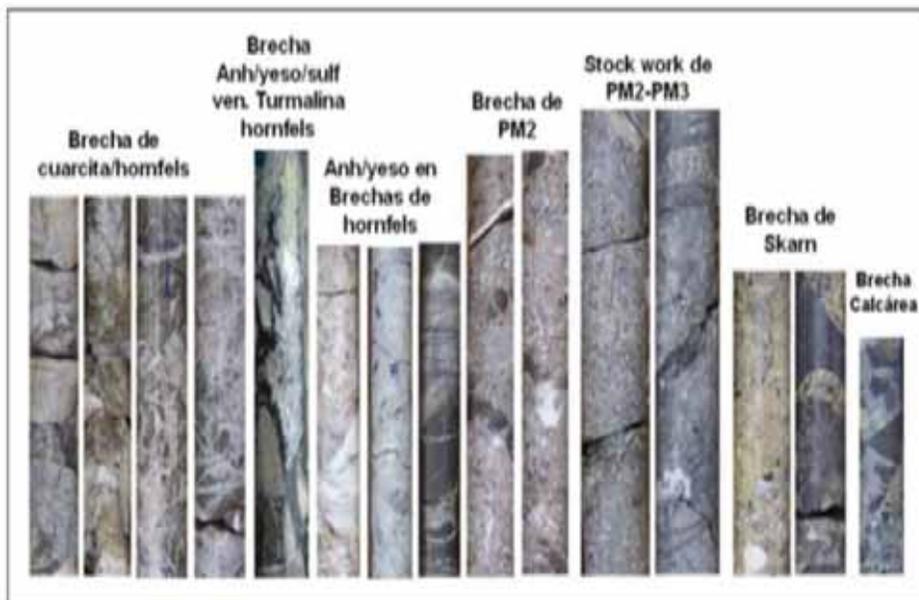
*Mega brecha y sus facies de formación*



*Nota: Adaptado de Manual de operaciones, de Antapaccay (2019).*

**Figura 3**

*Brechas mineralizadas en Antapaccay*



*Nota: Adaptado de Manual de operaciones, de Antapaccay (2019).*

### **2.2.8. Operaciones mina**

Encontramos los siguientes tajos:

- Tajo Norte.
- Tajo Sur.
- Botadero Norte.
- Botadero Sur.
- Stock de mineral de baja ley Norte.
- Stock de mineral de baja ley Sur.

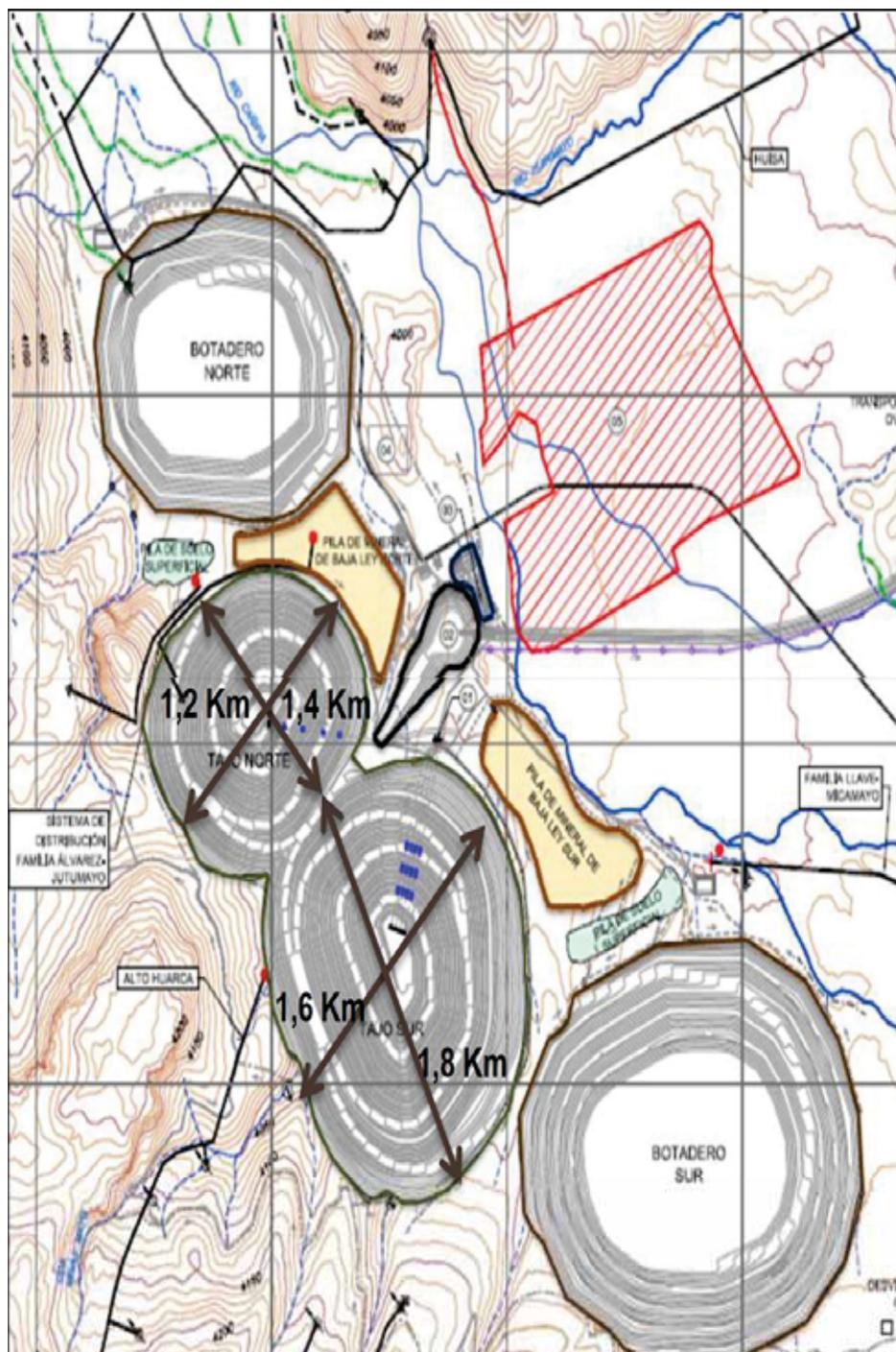
Operaciones mina, esta estrictamente ligado al tratamiento que se da al mineral que envían hacia planta concentradora. Están en constante comunicación con el área de chancado primario, informando el envío del mineral, tipo de mineral, de qué tajo proviene, de qué nivel de banco, etcétera.

Con esa información real, se planifica diferentes métodos, estrategias de operación en la planta concentradora, para poder obtener los porcentajes de recuperación de cobre más altos posibles, garantizando una operación adecuada y óptima, que permitan cumplir satisfactoriamente los indicadores claves de desempeño que tiene la empresa.

Además, el área de operaciones mina, se encarga de hacer el blending<sup>3</sup> correspondiente al mineral, en caso no se tenga una buena ley de cabeza, de esa forma se asegura las ganancias por encima de los costos de operación.

---

<sup>3</sup> blending: acción de mezclar un mineral de buena ley con otra de baja ley. (Antapaccay,2019)

**Figura 4***Ubicación de los tajos*

*Nota:* Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay (2019).



## **2.3. Bases teóricas**

### **2.3.1. Molienda**

Es la reducción del tamaño de partículas de los minerales. La molienda se puede llevar a cabo en medios metálicos como son: molinos de barras o de bolas, así mismo también se puede dar en medios no metálicos como: pebbles<sup>4</sup> o también a través del propio mineral (molienda autógena). La molienda se produce de acuerdo a tres mecanismos que son: por comprensión, abrasión y desgaste entre las partículas y medios de molienda, así mismo también de impacto durante la caída de ambos en el giro de los molinos. (Ballester, Verdeja, & Sancho).

La molienda también es considerada como la operación de reducción de tamaño de partículas de minerales para obtener la liberación de la parte valiosa de la ganga, mediante la molienda se finaliza una de las etapas en el procesamiento de minerales que es la conminución (Antapaccay, 2019).

La molienda generalmente se realiza en húmedo, pulpa. En la etapa de chancado generalmente se obtienen partículas gruesas y para poder reducirlas se tienen que pasar por una molienda y de esa forma se reduce el tamaño de las partículas del mineral.

#### **2.3.1.1. Molienda primaria.**

Constituye la primera etapa de molienda, donde el mineral obtenido del chancado primario se acondiciona con agua y reactivos. En un molino SAG, la reducción del mineral se debe a la acción del mismo, es por ello que se le denomina semi autógeno, así mismo el molino SAG tiene una capacidad del 12 al 16% de bolas de acero, lo que hace que la reducción del mineral sea óptima. (Antapaccay, 2019).

---

<sup>4</sup> Pebbles: Fragmentos de rocas de un determinado tamaño previamente clasificados, u obtenidos de la molienda primaria. (Antapaccay,2019).

### **2.3.1.2. Molienda secundaria.**

En la molienda secundaria se hace uso de un molino de bolas, el cual es cilindro de acero que posee extremos cónicos. En este tipo de molienda se usa un chute de alimentación (agua más mineral) aumentando de esa manera el volumen hasta que ocurra el rebalse a través del muñón de descarga (Antapaccay, 2019).

### **2.3.2. Circuitos de molienda**

#### **2.3.2.1. Circuito abierto.**

Este circuito se caracteriza porque el mineral llega a pasar por el molino, pero sin que exista una etapa de clasificación paralela.

#### **2.3.2.2. Circuito cerrado.**

Este circuito se caracteriza por usar un clasificador (hidrociclón), cuando se obtiene un producto grueso en este circuito, este debe retornar al molino y por otra parte cuando se obtiene un producto fino, este pasará a la siguiente etapa.

La división de los circuitos cerrados es la siguiente:

- Circuito cerrado directo. - El mineral se alimenta al molino de bolas a través del flujo de descarga de los ciclones.
- Circuito cerrado inverso. – En este circuito se alimenta el mineral hacia los clasificadores, luego se pasa las descargas de estos al molino de bolas (Antapaccay, 2019).

### **2.3.3. Granulometría**

El tamaño de partícula se determina mediante un análisis granulométrico. En un análisis granulométrico se hace pasar el peso de una muestra representativa de mineral por una serie de tamices, los cuales están ordenados de arriba hacia abajo. (Antapaccay, 2019)

### 2.3.4. Análisis granulométrico

A través del análisis granulométrico podemos separar las partículas según tamaños y conocer el peso total que aporta cada tamaño. Se utiliza mallas de diversas aberturas para poder llevar a cabo la separación por tamaños. Por otra parte, se tiene que tener en cuenta que los pesos de cada tamaño se representan como porcentajes retenidos en cada malla con respecto a la muestra total.

El número de mallas es el número de aberturas que tiene un tamiz por pulgada lineal. Cuanto menor es el tamaño de abertura, mayor será el número de la malla.

Es necesario tener en cuenta que el tamaño de una partícula está relacionado con la abertura de las mallas de los tamices entre las que queda atrapada. La Tabla 1 muestra la relación de tamices de acuerdo a las normas ASTM y TYLER.

**Tabla 1**

*Serie de tamices según la norma ASTM y TYLER*

ABERTURA	SERIE ASTM N° DE TAMIZ	SERIE TYLER N° DE TAMIZ
107.6 mm	4.24"	-
101.6 mm	4.00"	-
90.5 mm	3 1/2"	-
76.1 mm	3"	-
64.0 mm	2 1/2"	-
53.8 mm	2.12"	-
50.8 mm	2"	-
45.3 mm	1 3/4"	-
38.1mm	1 1/2"	-

ABERTURA	SERIE ASTM N° DE TAMIZ	SERIE TYLER N° DE TAMIZ
32.0 mm	11/4"	-
26.9mm	1.06"	-
25.4 mm	1"	-
22.6 mm	7/8"	0.883"
19.0 mm	3/4"	0.742"
16.0 mm	5/8"	0.624"
13.5 mm	0.530"	0.525"
12.7 mm	1/2"	-
11.2 mm	7/16"	0.441"
9.51 mm	3/8"	0.371"
8.0 mm	5/16"	2.172"
6.73 mm	0.265"	3
6.35 mm	1/4"	-
5.55 mm	3/16"	3/16"
4760 µm	4	4
4000 µm	5	5
3360 µm	6	6
2830 µm	7	7
2380 µm	8	8
2000 µm	10	9
1680 µm	12	10
1410 µm	14	12

ABERTURA	SERIE ASTM N° DE TAMIZ	SERIE TYLER N° DE TAMIZ
1190 µm	16	14
1000 µm	18	16
841 µm	20	20
707 µm	25	24
595 µm	30	28
500 µm	35	32
420 µm	40	35
354 µm	45	42
297 µm	50	48
250 µm	60	60
210 µm	70	65
177 µm	80	80
149 µm	100	100
125 µm	120	115
105 µm	140	150
88 µm	170	170
74 µm	200	200
63 µm	230	250
53 µm	270	270
44 µm	325	325
37 µm	400	400

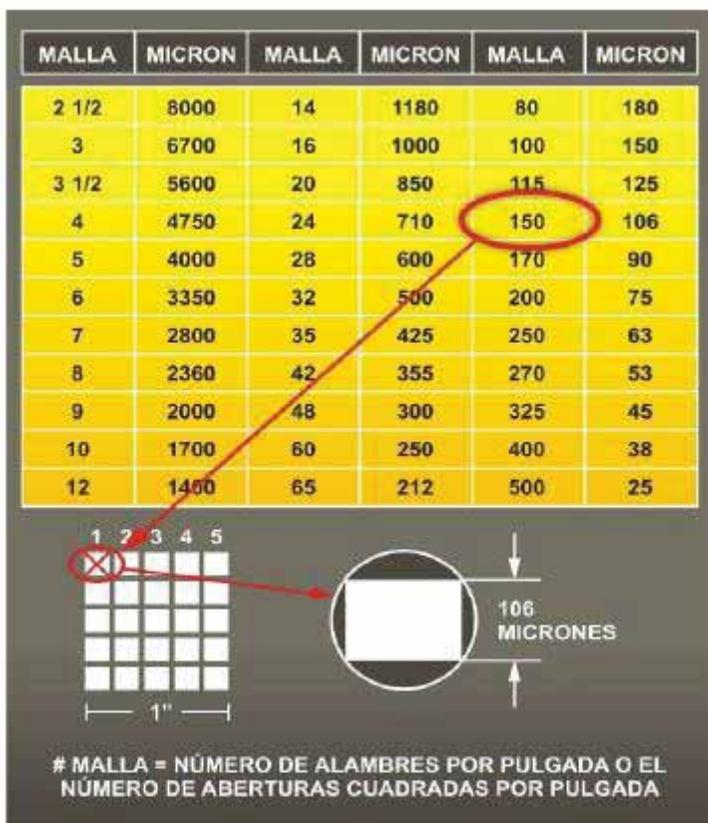
*Nota:* Norma ASTM y TYLER.

Se determina un rango de tamaños de partículas de la siguiente manera:

- ✓ **-150m:** Esta malla indica que el mineral pasará a través de un tamiz que tiene 150 aberturas por pulgada lineal (% Pasante). Es por ello que tendrá un tamaño menor a 106 micras, el cual representa la longitud de la abertura de la malla
- ✓ **+150m:** Esta malla indica que el mineral es retenido en un tamiz de 150 aberturas por pulgada lineal. Es por ello que tendrá un tamaño mayor a 106 micras, el cual representa la longitud de la abertura de la malla.

**Figura 6**

*Serie de tamices*



*Nota:* Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay(2019).

### 2.3.5. P80

Es considerado como el tamaño de tamiz por donde pasa el 80% de las partículas del producto obtenido, el cual esta expresado en micrones (Antapaccay, 2019).

El P80 y el F80 representan la razón de reducción R80, del resultado de la conminución, es por ello que se tiene la siguiente Ecuación 1:

$$R80 = \frac{\text{Tamaño del alimento}}{\text{Tamaño del producto}} = \frac{F80}{P80} \quad (1)$$

La teoría de conminución es muy importante ya que nos permite saber la relación entre la energía consumida y el grado de reducción de tamaño de las partículas. A continuación, se detallan las teorías relacionadas con el P80 (Zumaran, 2017).

- Ley de Rittinger

Esta ley fue postulada en 1867, la cual indica que la energía consumida para que se produzca la respectiva reducción del tamaño es proporcional a la nueva superficie. Esta ley se caracteriza por considerar a la energía necesaria para exista la ruptura de cuerpos sólidos, siempre y cuando el material ha alcanzado una deformación crítica, esto se detalla en la Ecuación 2:

$$E_R = K_R \left[ \left( \frac{1}{P_{80}} \right) - \left( \frac{1}{F_{80}} \right) \right] \quad (2)$$

Donde:

- $E_R$  = Energía específica de conminución (kWh/ton)
- $K_R$  = Constante de Rittinger
- $P_{80}$  = Tamaño del 80% acumulado pasante en el producto
- $F_{80}$  = Tamaño del 80% acumulado pasante en la alimentación

Esta teoría funciona mucho mejor con la fracturación de partículas gruesas, por lo general en la etapa de chancado (Zumaran, 2017).

- Ley de Kick

Esta ley fue postulada en 1885 e indica que la relación de reducción de tamaño es directamente proporcional a la energía para reducir el tamaño del mineral. Kick considero que la energía para la fractura de un sólido era la necesaria para poder deformarlo hasta su límite de ruptura. Por ello se tiene la siguiente ecuación 3:

$$E_K = k_K \log \left( \frac{F_{80}}{P_{80}} \right) \quad (3)$$

Donde:

- ✓  $E_K$  = Energía específica de conminución (kWh/ton)
- ✓  $k_K$  = Constante de Kick
- ✓  $P_{80}$  = Tamaño del 80% acumulado pasante en el producto
- ✓  $F_{80}$  = Tamaño del 80% acumulado pasante en la alimentación

En la práctica se ha demostrado que su aplicación es sobre todo para la molienda de finos (Zumaran, 2017).

- Ley de bond

En 1952, Bond indicó que la energía para reducir el 80% del mineral, es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del tamaño 80% en peso de las partículas, esta definición se detalla en la Ecuación 4.

$$E_B = K_B \left[ \left( \frac{1}{P_{80}} \right) - \left( \frac{1}{F_{80}} \right) \right] \quad (4)$$

Tambien Bond definió el parámetro  $K_B$  en función del work index  $W_i$ , el cual corresponde al trabajo total, expresado en Kw-h/t, es asi que tenemos la siguiente ecuación Ecuación 5:

$$W_i = K_B \left[ \left( \frac{1}{100^{1/2}} \right) - \left( \frac{1}{\alpha^{1/2}} \right) \right] = \frac{K_B}{10} \quad (5)$$

Donde:

- $K_B = 10 W_i$

Finalmente reemplazando tenemos la Ecuación 6:

$$E_B = W = 10W_i \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{P_{80}}} \right) - \left( \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right) \right] \quad (6)$$

Donde:

- ❖  $E_B = W =$  Energía específica de conminución (kWh/ton)
- ❖  $W_i =$  Índice de trabajo del material (Kwh/ton corta)
- ❖  $P_{80} =$  Tamaño del 80% acumulado pasante en el producto,  $\mu\text{m}$
- ❖  $F_{80} =$  Tamaño del 80% acumulado pasante en la alimentación,  $\mu\text{m}$

Asimismo, Antapaccay (2019) determina la Ecuación 7 para hallar al P80:

$$P80 = a + \frac{(80 - X_1)}{(Y_1 - X_1)} \times (b - a) \quad (7)$$

Donde:

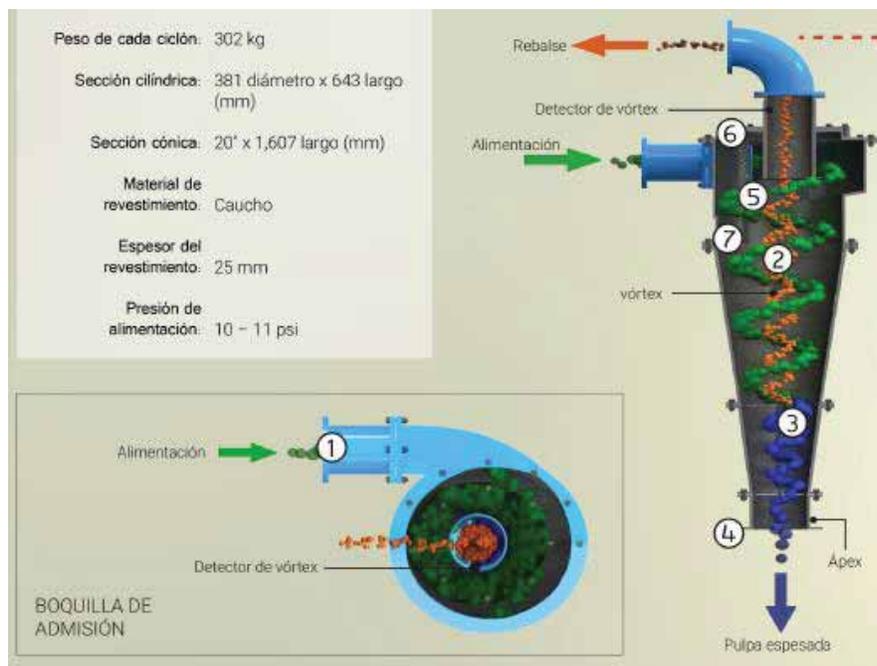
- P80= Tamaño de malla por donde pasa el 80% del mineral.
- a = Medida de la malla 1
- b = Medida de la malla 2
- $X_1 =$  %pasante de malla 1
- $Y_1 =$  %pasante de la malla 2

### **2.3.6. Hidrociclón**

Un hidrociclón es un equipo empleado para la clasificación de pulpa en base a la circulación de cierta presión y flujo de pulpa, un hidrociclón nos permite separar partículas finas (overflow) de partículas gruesas (underflow). (Antapaccay, 2019).

#### **2.3.6.1. Funcionamiento de un Hidrociclón.**

El principio de funcionamiento de un hidrociclón, se puede observar en la Figura 7.

**Figura 7***Principio de funcionamiento de un hidrociclón*

*Nota:* Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay (2019).

De la Figura 7:

1. Indica el ingreso de la pulpa a través de la tubería de alimentación, la cual tiene una sección cilíndrica y a su vez esta pulpa se desplaza en forma descendente como un espiral.

2. Se produce un movimiento en espiral, el cual hace que se creen fuerzas centrífugas, y debido a ello las partículas sólidas tienden a moverse hacia la pared exterior. Todo ello hace que el líquido se desplace hacia el centro del hidrociclón llevando partículas más pequeñas.

3. A medida que la pulpa sigue hacia el ápex el ahusado del cono limita el flujo.

4. Las partículas gruesas y pesadas que se encuentren en suspensión en la parte externa del hidrociclón continuarán acelerando y estas saldrán a través del ápex.

5. Las partículas finas y una gran parte del líquido son obligados a moverse tanto hacia el centro, como hacia arriba.

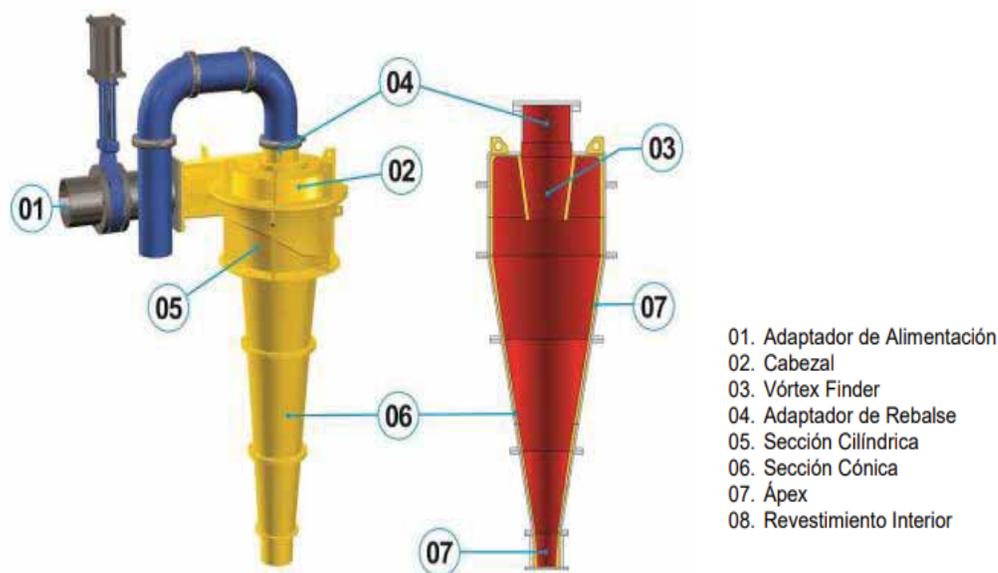
6. La fracción de la pulpa sale a través de un vórtex.

7. Un orificio del vórtex(tubería que sobresale hacia la sección cilíndrica), sirve para proteger al vórtex de las perturbaciones de la nueva alimentación y para guiar la corriente clasificada fuera del hidrociclón.

La Figura 8 muestra las principales partes del hidrociclón y la Figura 9 muestra el funcionamiento de un hidrociclón.

### Figura 8

*Partes principales de un hidrociclón*



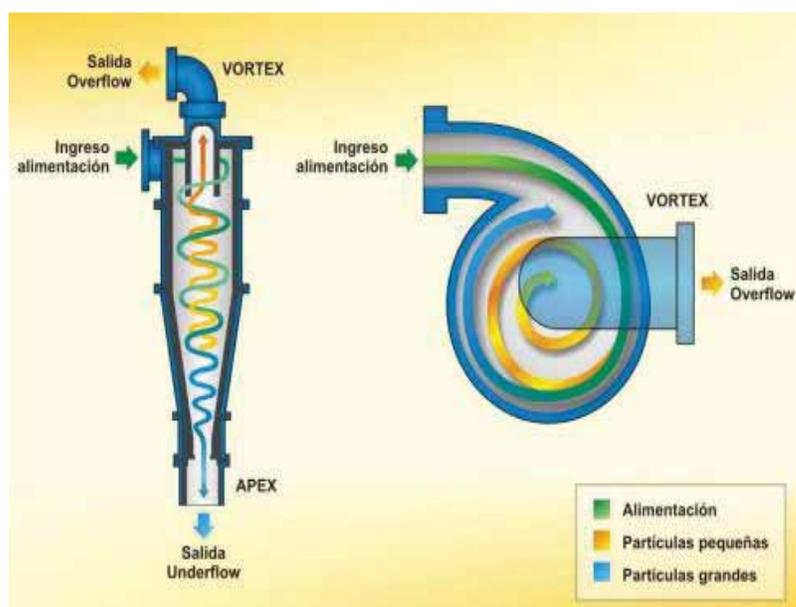
*Nota:* Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay (2019).

Los hidrociclones se caracterizan por tener una sección cónica y una cilíndrica. A través de la tubería de alimentación la pulpa ingresa y esta tiende a desplazarse en forma de un espiral. A la medida en que continúa desplazándose la pulpa, se crea fuerzas centrífugas que hacen que las partículas sólidas se muevan hacia la pared exterior. Esto hace que se desplace el líquido hacia la

parte central del hidrociclón y lleva también las partículas más pequeñas del mineral. Las partículas gruesas siguen en suspensión y salen por el ápex. Las partículas finas y una parte del líquido son obligadas a desplazarse hacia dentro como también hacia arriba. La fracción de la pulpa sale a través del vortex. El rebalse se encuentra en la parte superior del hidrociclón, y el ápex contiene el material grueso. (Antapaccay, 2019).

### Figura 9

*Funcionamiento de un hidrociclón*



*Nota:* Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay (2019).

#### 2.3.6.2. Descarga de hidrociclones.

Existen 3 tipos de descargas. Ver Figura 10.

##### a. Descarga normal

- b. **Descarga abierta o paraguas:** Cuando el flujo de alimentación, la presión y la densidad de la pulpa que ingresa al hidrociclón disminuye, las fuerzas descendientes se reducen

en comparación con las fuerzas centrífugas en el hidrociclón, y se obtiene un rebalse fino siempre y cuando el ángulo de campana aumente.

- c. **Descarga tipo sogueado:** En este tipo de descarga el vórtex ya no está presente, por lo sobrecargado que está el hidrociclón, es por ello que ya no clasificará de manera óptima la alimentación. Cuando ocurre ello, el ángulo de descarga refleja un caudal de flujo descontrolado.

## Figura 10

*Tipos de descargas de hidrociclones*



*Nota:* Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay (2019).

El hidrociclón requiere de altas velocidades de pulpa que da como resultado una alta resistencia al flujo. Las variables que determinan cuan eficiente ha sido la separación de los minerales finos de los gruesos son: densidad de pulpa de alimentación, presión de la alimentación y diámetros de las salidas en el ápex y vórtex.

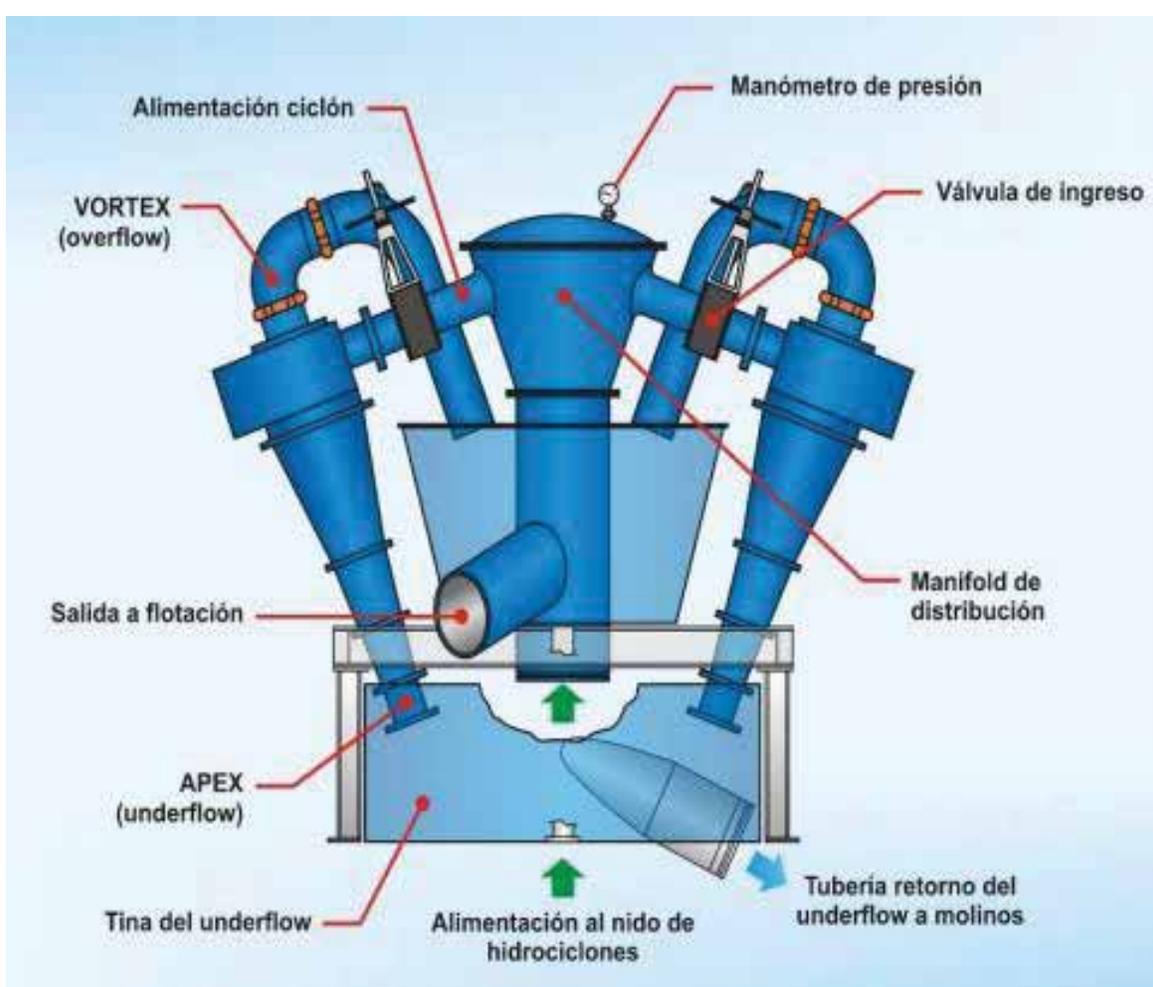
### 2.3.6.3. Nido de hidrociclones.

Los hidrociclones están dispuestos en nidos para asegurar la distribución uniforme de alimentación de cada hidrociclón y también para ahorrar espacio. La pulpa ingresa por la parte

inferior y por otra parte existen válvulas de alimentación que transportan la pulpa a cada hidrociclón y estas tienden a operar y pararse de manera independiente. La pulpa espesada por lo general, se descarga a una canaleta circular a otra canaleta que recoge el rebalse. La Figura 11 muestra las partes de un nido de hidrociclones (Antapaccay, 2019).

**Figura 11**

*Partes de un nido de hidrociclones*

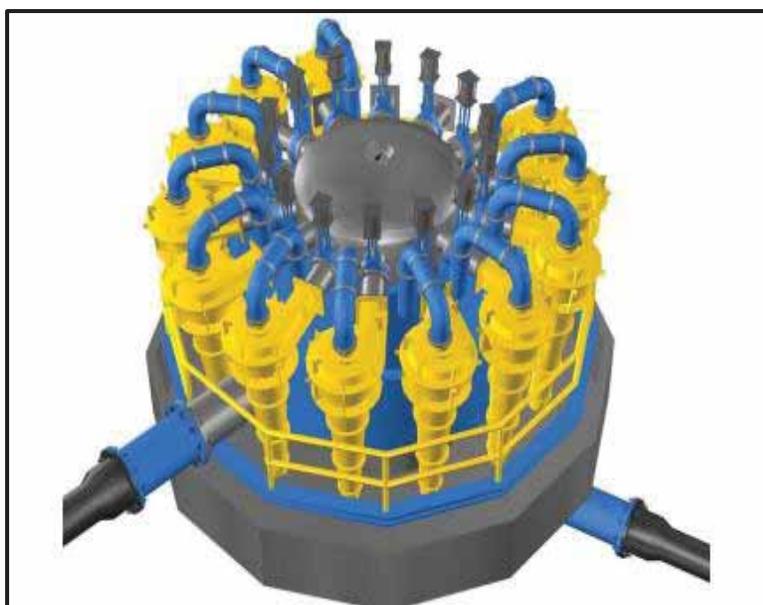


*Nota:* Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay (2019).

A los nidos de hidrociclones también se les denomina batería de hidrociclones y están compuesto de 12 hidrociclones repartidos en 14 posiciones, y 10 de estos hidrociclones se encuentran en funcionamiento, 2 en stand by y 2 permanecen en blanco. La Figura 12 muestra la batería de hidrociclones.

## Figura 12

### *Batería de hidrociclones*



*Nota:* Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay (2019).

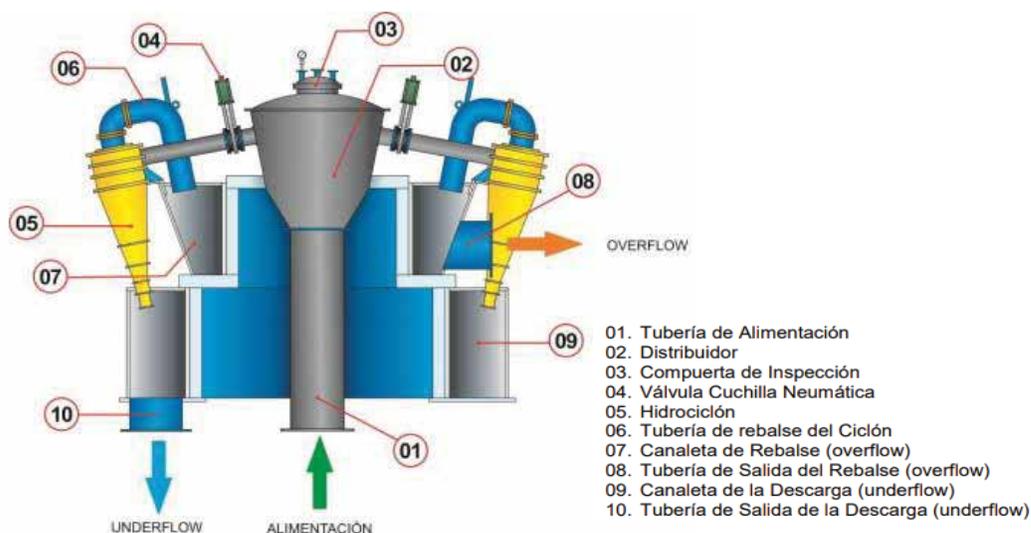
Una batería de hidrociclones clasifica partículas gruesas de las finas.

- **Flujo 1.** El primer flujo está a base de partículas finas, las cuales se caracterizan por tener un peso mínimo y tener un tamaño muy pequeño. Este flujo se caracteriza por salir por la parte de arriba del hidrociclón y luego se dirigen al proceso de flotación.
- **Flujo 2.** El segundo flujo está conformado por partículas gruesas. Este flujo se caracteriza por salir por la parte inferior del hidrociclón y luego se dirige hacia el chute de alimentación correspondiente al molino de bolas.

Las partes principales de la batería de hidrociclones se observan en la Figura 13.

**Figura 13**

*Partes principales de la batería de hidrociclones*



*Nota:* Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay (2019).

### 2.3.7. Muestreo de pulpa

Este muestreo es muy importante ya que una buena presentación de pulpa es fundamental para el éxito de cualquier sistema de análisis en línea (Antapaccay, 2019).

El muestreador de cortes para pulpa está diseñado para obtener una muestra representativa del flujo principal de pulpa. El muestreador de cortes incorpora cuatro etapas de muestreo, para obtener de esa manera una muestra estadísticamente correcta.

La primera etapa se basa en cajones construidos que tienen por finalidad de recolectar y cortar la muestra sobre el vertedero de derrame. En este tipo de muestreador es posible que exista hasta tres etapas separadas de este tipo de muestreador dependiendo de la cantidad de flujo.

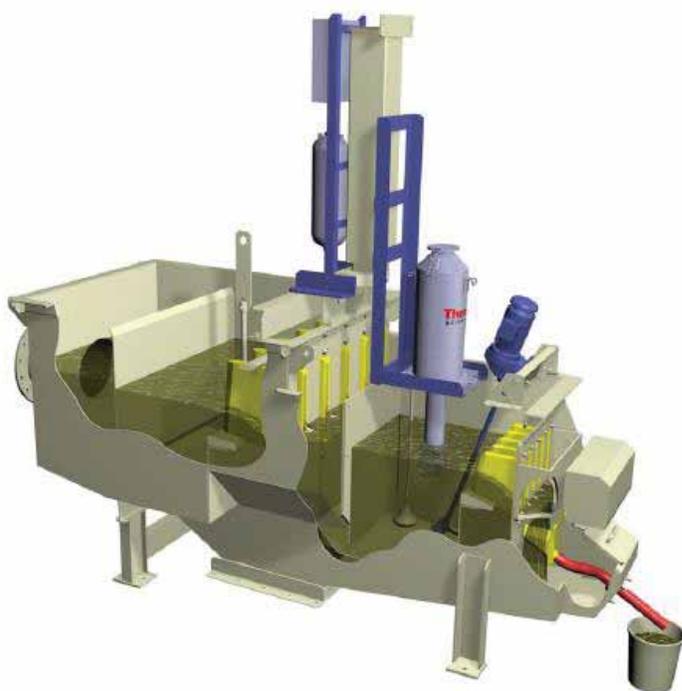
El corte final de la muestra genera la muestra representativa, y esta muestra representativa es muy importante para los metalurgistas para poder optimizar la recuperación de minerales valiosos.

El muestreador de cortes nos permite obtener una pulpa bien mezclada esto se debe al diseño de la caja de muestreo. En las zonas más pequeñas se utiliza un agitador para asegurar el paso de partículas más pesadas. La pulpa es llevada a los cortadores de manera uniforme para que de esa manera los tamaños de partícula, las densidades y la espuma sean mantenidos en proporción al flujo principal.

El muestreo usando el muestreador de cortes permite un fácil mantenimiento, así mismo proporciona una forma costo- efectiva para poder muestrear grandes flujos de pulpa y eliminar de esa manera el uso de muestreadores primarios de alto mantenimiento. En la Figura 14 se muestra un muestreador de cortes AnStat. (Antapaccay, 2019).

#### **Figura 14**

*Muestreador de cortes AnStat*



*Nota:* Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay (2019).

### **2.3.8. Flotación**

Sutulov (1963) afirma que la flotación es un proceso fisicoquímico que principalmente se basa en propiedades hidrofílicas e hidrofóbicas de los minerales. Consiste en la separación de materias de diferente origen, que se lleva a cabo desde sus pulpas acuosas a través de burbujas de gas.

La flotación de minerales se produce en el agua, en donde las partículas sólidas se encuentran suspendidas, y resulta la adhesión de algunas especies de sólidos a burbujas de gas que se originan en la pulpa. Así mismo se produce la adhesión simultánea de otras especies de sólidos al agua en la que están suspendidos. La flotación de sólidos adheridos a las burbujas permite su eliminación de la pulpa como espuma de diferente composición a la pulpa. (Gaudin, 1922).

La flotación significa la separación de uno de los componentes del mineral del resto haciéndolo flotar en o sobre la superficie de una pulpa que consiste en mineral finamente pulverizado y agua (Taggart, 1921).

En la flotación, la unión de la partícula a la burbuja es determinada por la hidrofobicidad que posee la superficie de la partícula. La superficie de la partícula se vuelve hidrofóbica por la adsorción selectiva de los colectores (Sutulov, 1963).

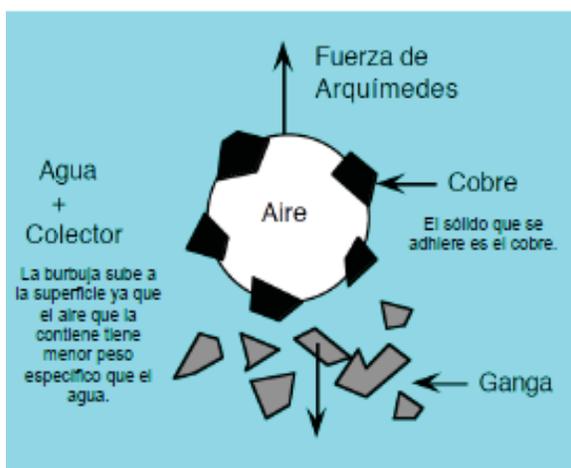
Así mismo Sutulov (1963) afirma que la flotación se considera como una técnica de concentración que aprovecha la diferencia entre las propiedades superficiales o interfaciales del mineral. Se fundamenta en la adhesión de algunos sólidos a burbujas de gas generadas en la solución acuosa llamada pulpa. Las burbujas de aire transportan los minerales hidrofóbicos a la superficie donde son cosechados y aprovechados como concentrado. La parte que no se adhiere a las burbujas permanecen en la pulpa y constituyen el relave.

La flotación de minerales se basa en el principio de Arquímedes. La Figura 15 muestra la adherencia de partículas de Cobre en Aire, el cual está basado en el principio de Arquímedes que

indica que “Un cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido en reposo, recibe un empuje de abajo hacia arriba igual al peso del volumen del fluido que desaloja”.

### Figura 15

#### *Adherencia de partículas de Cobre en Aire*



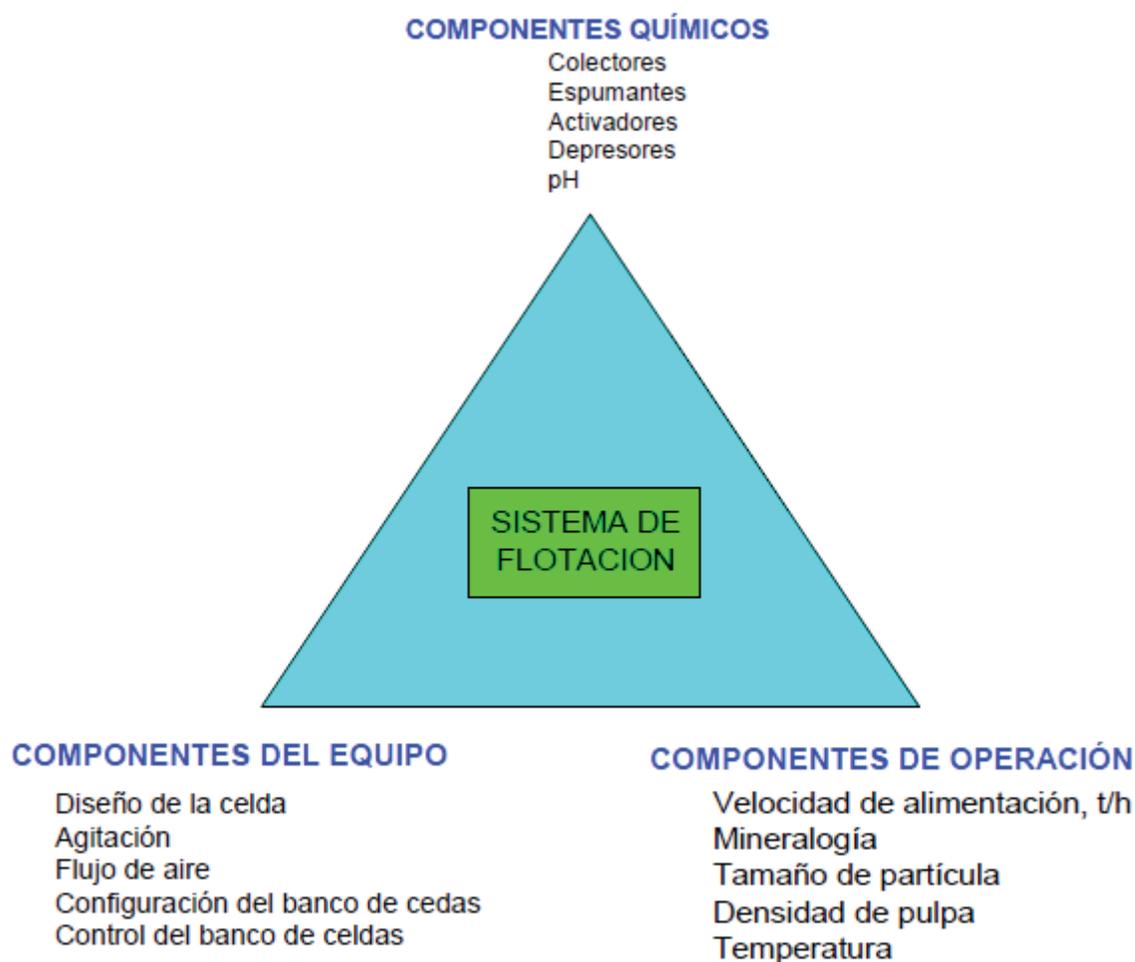
*Nota:* Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay (2019).

La flotación está estrechamente relacionado a tres factores, como se muestra en la Figura 16.

Estos factores interactúan entre sí, dentro de un sistema. Tienen un comportamiento interdependiente, es por ello la importancia de dar un trato especial a cada uno de ellos. Se recomienda encontrar valores en las cuales tengan un mejor rendimiento en el sistema, en este caso en la flotación de minerales.

**Figura 16**

*Factores de interacción de la flotación*



*Nota:* Adaptado de *Mineralurgia II* (p.77), por Linares, N. (2014).

### **2.3.8.1. Mecanismos de flotación.**

Para tratar, analizar el mecanismo de flotación es importante saber lo que acontece entre una burbuja de aire y una partícula de mineral y que estos formen una unión estable.

El proceso de flotación se basa en las propiedades hidrofóbicas e hidrofílicas de las partículas a tratar y separar. Se trata de un fenómeno de comportamiento de los sólidos a tratar frente al agua, se ve la mojabilidad que estos presentan. Los metales nativos, sulfuros tales como el grafito, carbón bituminoso, talco y otros, son parcialmente no mojables por el agua y se

denominan minerales hidrofóbicos por naturaleza. Por otra parte, tenemos, los minerales que son óxidos, sulfatos, silicatos, carbonatos y otros son hidrofílicos, parcialmente mojables por el agua. Los minerales hidrofóbicos son aerofílicos, tienen gran afinidad por las burbujas de aire, mientras que los minerales hidrofílicos son aerofóbicos, no se adhieren a las burbujas de aire. (Linares, 2014).

En consecuencia, es primordial incrementar la hidrofobicidad de las partículas minerales para favorecer la flotabilidad. Esto se desarrolla con reactivos químicos denominados colectores.

La partícula mineral valiosa queda cubierta por el colector por medio de la adherencia a su superficie a través de su parte polar, y la parte apolar le proporciona propiedades hidrofóbicas.

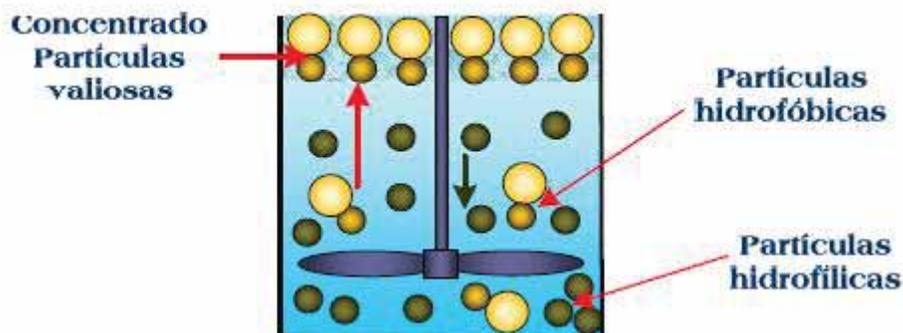
El espumante, cumple la función de la formar burbujas de tamaño y calidad idóneo para el proceso. Para el contacto entre las partículas y burbujas, se requiere que la pulpa esté en constante agitación, para dicho contacto es necesario:

- Encuentro
- Condiciones favorables para establecer la unión partícula-burbuja.

En el encuentro entre la partícula y la burbuja se llega hasta un punto en el cual la película de agua que las separa se encuentra muy fina. En ese momento para que la partícula pueda acercarse más a la burbuja tiene que vencer la tensión superficial presente. En casos de las partículas hidrofílicas en el momento del encuentro con las moléculas de agua es muy resistente, en consecuencia, la tensión superficial nunca se supera y las partículas no llegan a flotar.

**Figura 17**

*Esquema de una partícula hidrofóbica e hidrofílica*



*Nota:* Adaptado de *Mineralurgia II* (p.5), por Linares, N. (2014).

### **2.3.8.2. Termodinámica de la flotación.**

La condición termodinámica en la flotación se trata de la creación de una superficie hidrofóbica en un determinado mineral en especial. (Linares, 2014).

La flotación de minerales se fundamenta en la interacción de tres fases como son: líquido, sólido y gaseoso. Estas hacen referencia al agua, mineral y aire respectivamente, (Sutulov, 1963).

Las interfases de la flotación son las siguientes:

- Interfase líquida – gas
- Interfase sólida – líquido
- Interfase sólido - gas

En la flotación es necesario evaluar la tensión superficial, la cual se encarga de medir la propiedad que existe entre dos fluidos, también la carga superficial, ya que la flotación está condicionada por las propiedades superficiales de los minerales cuando entran en contacto con el agua (Linares, 2014).

La forma de representar a la interfase es a través de la adsorción. La adsorción se define como la concentración de una entidad química (iones y moléculas) en una interfase. Se expresa en

moles o moléculas absorbidas por área de interfase. También se le puede considerar como un fenómeno exotérmico y espontáneo. La adsorción es un fenómeno en el cual se acumula materia en una interfase. (Linares, 2014).

La Ecuación 8 indica la adsorción de Gibbs:

$$d\gamma = -SdT - \sum_{i=1}^i \Gamma_i d\mu_i \quad (8)$$

Donde:

- $\gamma$  = Energía libre interfacial o tensión superficial
- $S$  = Entropía superficial
- $T$  = Temperatura absoluta
- $\mu_i$  = Potencial químico de la especie  $i$  en el sistema
- $\Gamma_i$  = Densidad de adsorción de la especie  $i$  (Linares, 2014).

La superficie de un mineral puede ser superficie escasamente energizada y altamente energizada.

Una superficie será más energizada, cuando las fuerzas que actúan sobre los átomos y los iones de cristal sean mayores, así también, será mejor la insaturación de la superficie recién creada, cuando la energía necesaria para romperlos sea en mayor cantidad.

### **2.3.8.2.1. Ángulo de contacto y la ecuación de Young**

Para el estudio de la espontaneidad de la adhesión, se recurre a la ecuación de Young, la cual define un parámetro medible relacionado a la hidrofobicidad, que es el ángulo de contacto ( $\theta$ ), en función de las tensiones superficiales de las fases presentes.

Young ha propuesto emplear el ángulo de contacto de una gota de líquido puesta sobre una superficie sólida plana, estando en equilibrio las siguientes tensiones superficiales como: sólido/líquido, sólido/gas y líquido/gas. (Linares, 2014). La ecuación resultante es la siguiente:

$$\gamma_{lg} \cos \theta = \gamma_{sg} - \gamma_{sl} \quad (9)$$

El factor  $\gamma_{lg} \cos \theta$ , toma la denominación de tensión de adhesión, la cual mide la fuerza requerida para que ocurra la hidrofobización de la partícula sólida. La ecuación de Young fija una condición termodinámica de equilibrio de las tres fases existentes.

El ángulo de contacto es un ángulo compuesto por el plano tangente a la interfase líquido/gas y el plano formado por el sólido en un contacto trifásico sólido/líquido/gas. Cuando el líquido moja totalmente al sólido, el ángulo de contacto  $\theta$  será igual a cero y cuando el ángulo es mayor a cero, se habla de una mojabilidad parcial y consecuentemente mayor el grado de hidrofobicidad. (Linares, 2014).

La ecuación de Young también puede representarse mediante la Ecuación 10:

$$\cos \theta = \frac{\gamma_{sg} - \gamma_{sl}}{\gamma_{lg}} \quad (10)$$

Y se identifica que:

$$\gamma_{sg} > \gamma_{sl} \rightarrow \text{El ángulo } \theta \text{ de contacto será } < \text{ que } 90^\circ$$

$$\gamma_{sg} < \gamma_{sl} \rightarrow \text{El ángulo } \theta \text{ de contacto será } > \text{ que } 90^\circ$$

Para que pueda haber un contacto estable debe cumplirse la Ecuación 11:

$$\gamma_{sg} - \gamma_{sl} < \gamma_{lg} \quad (11)$$

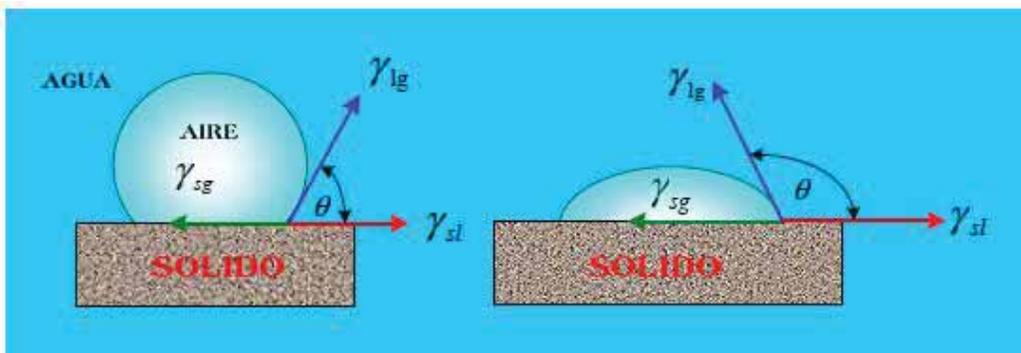
Por otra parte, si el líquido moja al sólido se obtendrá la Ecuación 12:

$$\gamma_{sg} - \gamma_{sl} > \gamma_{lg} \quad (12)$$

El ángulo de contacto solo se puede medir cuando existe un estado de equilibrio de fases, sin embargo; en la flotación, las partículas y las burbujas de aire en la celda están en constante movimiento dinámico mas no en estado de equilibrio. El Dr. D. Crozzier afirma que el ángulo de contacto es un indicador, pero no una medida de carácter hidrofílico de un mineral valioso. Es necesario tener en cuenta que la termodinámica define la condición que proporcionan las superficies estables en la flotación.

**Figura 18**

*Sistema sólido, líquido y gas*



*Nota:* Adaptado de *Mineralurgia II* (p.22), por Linares, N. (2014).

De la Figura se tiene:

$$\sum F = 0 \rightarrow \text{equilibrio}$$

$$\gamma_{SL} + \gamma_{LG} \cos \theta - \gamma_{SG} = 0 \quad (13)$$

La tensión superficial ( $\gamma$ ) y la energía libre superficial ( $G_s$ ), se definen en la Ecuación 14:

$$G_s = \gamma = \left( \frac{\partial G}{\partial A} \right)_{T,P,n} \quad (14)$$

Donde:

A= Área interfacial

n= Número de moles presente en el sistema

P= Presión

T= Temperatura

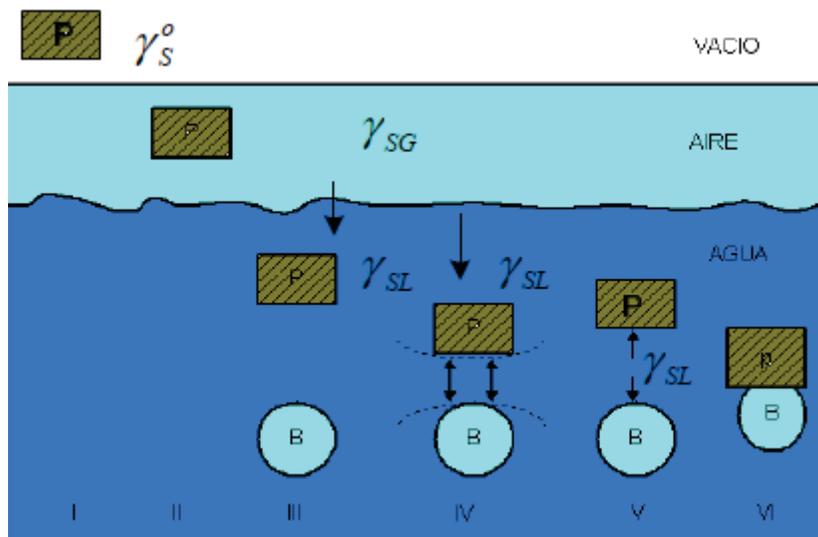
$G_s$  = Energía libre

$\gamma$ = Tensión superficial

La tensión superficial es una medida del trabajo para incrementar la superficie en  $1 \text{ cm}^2$  a T, P y n constantes. La Figura 19 nos muestra las diferentes interfaces y energías libres que participan durante la adhesión partícula-burbuja en la flotación de minerales.

**Figura 19**

*Esquema de distintas interfaces y energías libres*

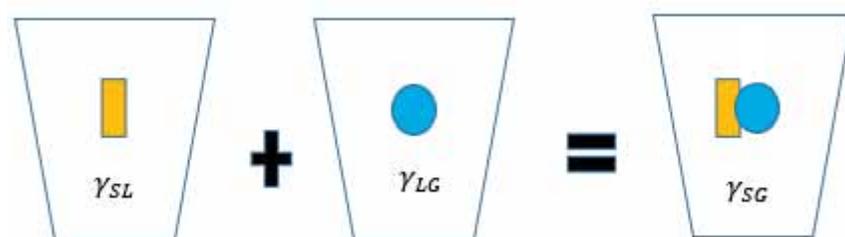


*Nota:* Adaptado de *Mineralurgia II* (p.23), por Linares, N. (2014).

Termodinámicamente tenemos las ecuaciones 15 y 16:

**Figura 20**

*Tensiones superficiales presentes en la flotación.*



*Nota:* Adaptación propia.

$$\Delta G_{adh} = G_p - G_r$$

$$\Delta G_{adh} = \gamma_{SG} - (\gamma_{SL} + \gamma_{LG}) \quad (15)$$

$$\Delta G_{adh} = \gamma_{SG} - \gamma_{SL} - \gamma_{LG} \quad (16)$$

Donde:

- $\Delta G_{adh}$  = Variación de energía libre superficial durante la adhesión partícula mineral –agua

De acuerdo con la Ecuación 17 de Young, tenemos:

$$\gamma_{LG} \cos \theta = \gamma_{SG} - \gamma_{SL} \quad (17)$$

Luego relacionamos la Ecuación 17 en 16 y de esta forma obtenemos la Ecuación 18:

$$\begin{aligned} \Delta G_{adh} &= \underbrace{\gamma_{SG} - \gamma_{SL}} - \gamma_{LG} \\ \Delta G_{adh} &= \gamma_{LG} \cos \theta - \gamma_{LG} \\ \Delta G_{adh} &= \gamma_{LG} (\cos \theta - 1) \end{aligned} \quad (18)$$

De esta manera tenemos lo siguiente:

- Para un  $\theta = 0^\circ$ , el  $\Delta G_{adh}$  será igual a cero
- Para un  $\theta > 0^\circ$ , el  $\Delta G_{adh}$  será menor a cero

A continuación, se muestra un ejemplo cuando el  $\theta = 45^\circ$  y se obtiene una reacción espontánea, la cual se muestra en la Ecuación 19:

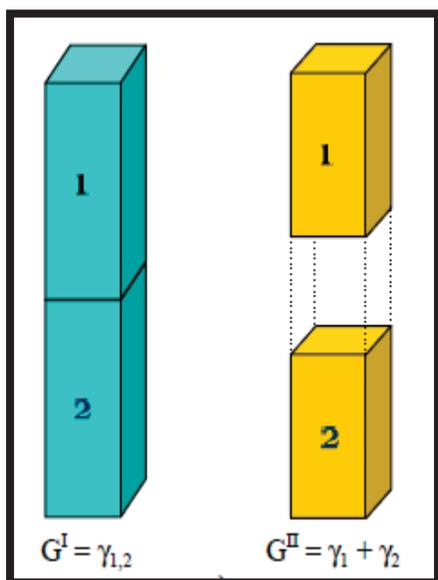
$$\begin{aligned} \Delta G_{adh} &= \gamma_{LG} (\cos 45 - 1) \\ \Delta G_{adh} &= \gamma_{LG} (\cos 45 - 1) \\ \Delta G_{adh} &= \gamma_{LG} (-0.47) \\ \Delta G_{adh} &= -\gamma_{LG} (0.47) \rightarrow \text{Reacción espontanea} \end{aligned} \quad (19)$$

#### 2.3.8.2.2. *Termodinámica de la mineralización de las burbujas*

Está relacionada con el trabajo de adhesión, y se puede definir como el trabajo necesario para separar  $1 \text{ cm}^2$  de interfase (1, 2), en dos superficies 1 y 2 respectivamente, se puede observar en la Figura 21.

## Figura 21

### Trabajo de adhesión



Nota: Adaptado de *Mineralurgia II* (p.27), por Linares, N. (2014).

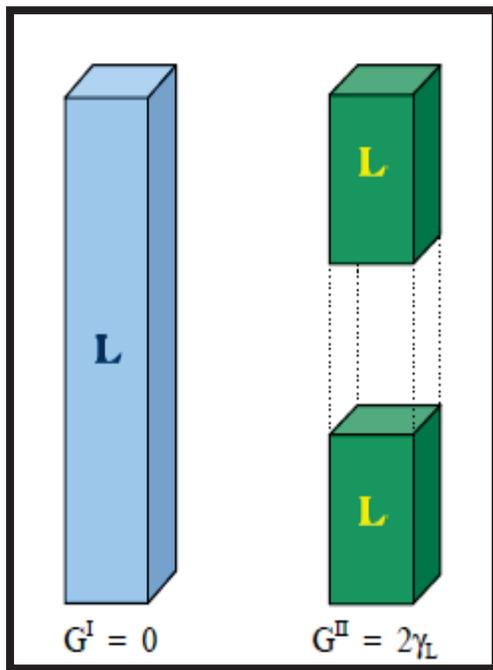
Termodinámicamente, las Ecuaciones 20 y 21 explican la variación de energía libre y el trabajo de adhesión y cohesión.

$$\Delta G = \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_{1-2} \quad (20)$$

En consecuencia:

$$W_a = \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_{1-2} \quad (21)$$

El trabajo de cohesión  $W_c$  ( $\text{mJ/m}^2$ ), es la energía suficiente para dividir dos superficies iguales desde el momento de contacto hasta una separación indeterminada, esta relación podemos observar en la Figura 22.

**Figura 22***Trabajo de cohesión*

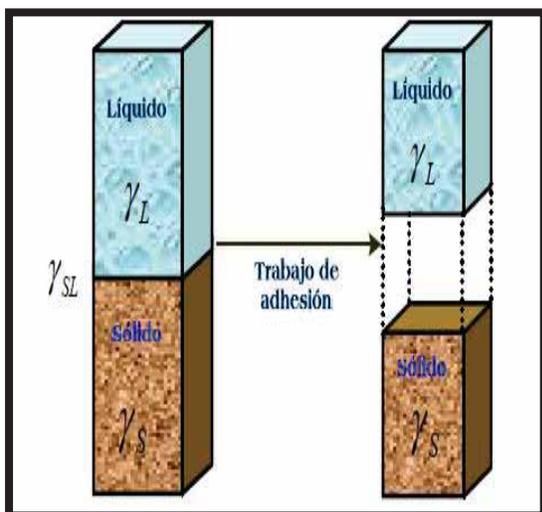
*Nota:* Adaptado de *Mineralurgia II* (p.27), por Linares, N. (2014).

El trabajo de adhesión ( $W_A$ ) sólido/líquido ( $\text{mJ/m}^2$ ) es la energía suficiente para dividir dos superficies diferentes desde el momento de contacto hasta una separación indeterminada. La Figura 23 nos muestra el trabajo de adhesión sólido- líquido y la Ecuación 22 indica el trabajo de adhesión. Viene descrita por la siguiente ecuación:

$$W_A = \gamma_L + \gamma_S - \gamma_{LS} \quad (22)$$

**Figura 23**

*Trabajo de adhesión sólido - Líquido*

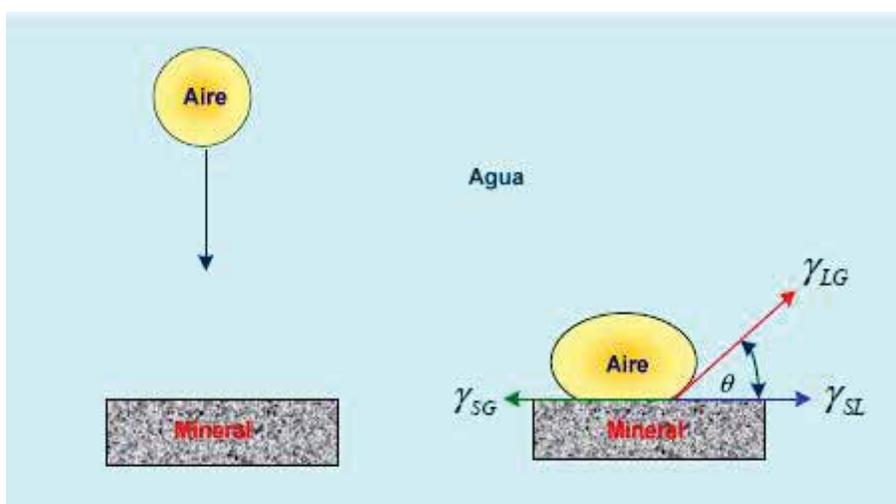


*Nota:* Adaptado de *Mineralurgia II* (p.27), por Linares, N. (2014).

En la Figura 24 se considera una burbuja de aire acercándose a una partícula mineral antes y después del contacto.

**Figura 24**

*Burbuja de aire en recorrido hacia una partícula*



*Nota:* Adaptado de *Mineralurgia II* (p.28), por Linares, N. (2014).

Las Ecuaciones 23 y 24 asumen posiciones de equilibrio para la burbuja y el mineral antes de entrar en contacto:

Para la burbuja de aire:

$$G^s/A_u = \gamma_{LG} \quad (23)$$

Para el sólido:

$$G^s/A_u = \gamma_{SL} \quad (24)$$

La Ecuación 25 nos indica la adhesión del mineral a la burbuja, después de haber alcanzado el equilibrio termodinámico.

$$G^s/A_u = \gamma_{SG} \quad (25)$$

Debido a ello, habrá una variación de la energía libre que se indica en la Ecuación 26

$$\Delta G = \gamma_{LG} + \gamma_{SL} - \gamma_{SG} \quad (26)$$

A partir de la figura 10 se puede obtener la ecuación 27 que es la de Young.

$$\gamma_{SL} = \gamma_{SG} - \gamma_{LG} \cos \theta \quad (27)$$

Luego al reemplazar la ecuación 27 en 26 se obtiene la Ecuación 28:

$$W_a = \Delta G = \gamma_{LG}(1 - \cos \theta) \quad (28)$$

Seguidamente se hace un análisis del ángulo de contacto sobre el trabajo de adhesión gas/sólido.

Cuando:

- $\theta = 0^\circ = \cos \theta = 1$
- $W_a = 0$

Según este análisis, nos indica que cuando el ángulo de contacto es  $0^0$ , el trabajo de adhesión es  $W_a = 0$ , dándonos a entender que el mineral en esas circunstancias no flotará.

Otro análisis sería el siguiente:

Cuando:

- $\theta_1 = 10^0$ ,  $\cos \theta = 0.9848$
- $\theta_2 = 90^0$ ,  $\cos \theta = 0$
- $W_{a1} = \gamma_{LG} (1 - 0.9848) = 0.0152\gamma_{LG}$
- $W_{a2} = \gamma_{LG} (1 - 0) = \gamma_{LG}$

A partir de este análisis se puede concluir y decir que un valor mínimo de ángulo de contacto hará que el mineral ya tenga una cierta probabilidad de flotar. Sin embargo, es necesario un colector para incrementar la flotabilidad, dicho ángulo después de ser cubierto será del colector añadido. Y cuando el trabajo de adhesión es menor al trabajo de cohesión, el mineral presenta mojamiento parcial y se llamará hidrofóbico (Linares, 2014).

La relación del trabajo de adhesión y cohesión se da a través de la siguiente Ecuación 29

$$\cos \theta = \frac{2W_a}{W_c} - 1 \quad (29)$$

Donde:  $\theta = 0^0$ ,  $W_a = W_c$  (Linares, 2014).

### 2.3.8.3. Cinética de la flotación

Se encarga de estudiar la velocidad de flotación, que va representado por la variación del contenido de cobre fino en función del tiempo.

Para la cinética de flotación es necesario tomar en cuenta los principales modelos matemáticos que nos permiten describir dicho comportamiento, así mismo calcular los principales parámetros cinéticos (Antapaccay, 2019).

### 2.3.8.3.1. Modelos cinéticos de la flotación de minerales

Los modelos más usados de la cinética de flotación son:

- Modelo de García Zúñiga. – García Zúñiga expresa la cinética química mediante la Ecuación 30:

$$-\frac{dc}{dt} = k \cdot c^n \quad (30)$$

Donde:

- $c$  = Concentración de especies a flotar
- $n$  = Orden de reacción
- $k$  = Constante específica de velocidad de flotación
- $t$  = Tiempo de flotación

Y la recuperación en función del tiempo está descrita por la ecuación 31:

$$R_t = R_\infty \cdot (1 - e^{-kt}) \quad (31)$$

Donde:

- $R_t$  = Recuperación acumulativa en el tiempo
- $R_\infty$  = Recuperación máxima posible que es asintótica
- $K$  = Constante de cinética de flotación
- $t$  = Tiempo de flotación
- Modelo de Agar y Barret. Este modelo surge de algunas modificaciones hechas a la ecuación de García Zúñiga, cuyo objetivo es calcular el tiempo más óptimo de flotación y los respectivos parámetros del modelo para determinar la recuperación en un determinado tiempo de flotación. La Ecuación 32 indica este modelo:

$$R(t) = R_\infty [1 - e^{-k(t+\theta)}] \quad (32)$$

Donde:

- $\theta$ = Parámetro que permite que la curva ajustada pase por el origen
- $t$ = Tiempo de flotación
- $R_{\infty}$  = Recuperación límite a tiempo infinito
- $K$  = Constante de cinética de flotación
- $R(t)$  = Recuperación acumulativa en el tiempo (%) (Guerreros, 2012).
- Modelo de Klimpel. - Este modelo pone más interés en el cálculo de  $k$  para evaluar y seleccionar los reactivos de flotación, así mismo se utiliza para hacer un ajuste de datos experimentales y el cálculo de parámetros cinéticos. La Ecuación 33 indica el modelo de Klimpel.

$$R(t) = R_{\infty} \left[ 1 - \frac{1}{kt} (1 - e^{-kt}) \right] \quad (33)$$

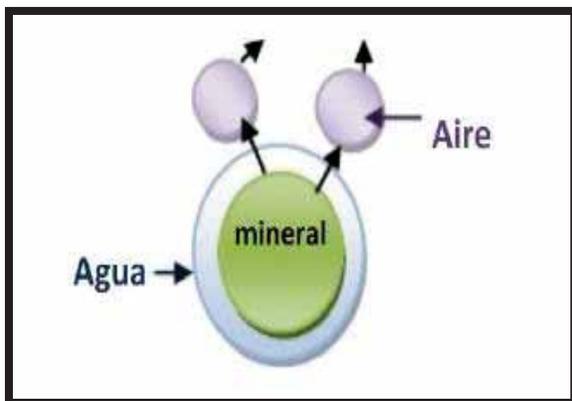
Donde:

- $t$ : Tiempo de flotación
- $R_{\infty}$ : Recuperación límite a tiempo infinito
- $k$ : Constante de cinética de flotación
- $R(t)$ : Recuperación acumulativa en el tiempo (%) (Guerreros, 2012).

### ***2.3.9. Comportamiento hidrofóbico e hidrofílico***

#### **2.3.9.1 Comportamiento hidrofílico.**

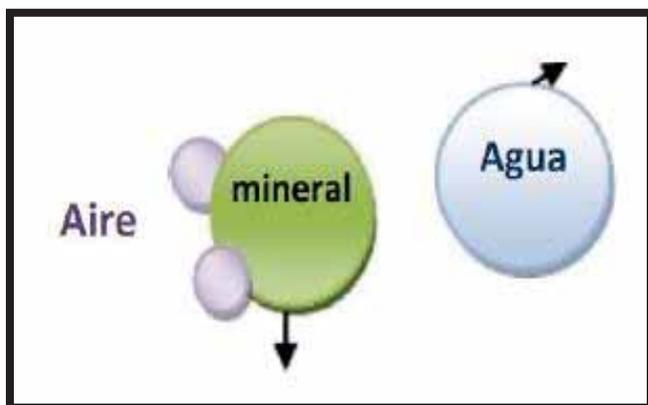
También conocido como comportamiento aerofóbico, este comportamiento hace posible que las partículas lleguen a mojarse, permaneciendo en suspensión para después por el propio peso hundirse (Linares, 2014). En la Figura 25 se muestra el comportamiento hidrofílico.

**Figura 25***Comportamiento hidrofílico*

*Nota:* Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay (2019).

### 2.3.9.2. Comportamiento hidrofóbico.

También conocido como comportamiento aerofílico o de repulsión, este comportamiento impide que las partículas minerales lleguen a mojarse, y como consecuencia puedan adherirse a las burbujas de aire para luego ascender (flotar). La Figura 26 se muestra el comportamiento hidrofóbico. (Linares, 2014).

**Figura 26***Comportamiento hidrofóbico*

*Nota:* Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay (2019).

### 2.3.10. Tipos de flotación

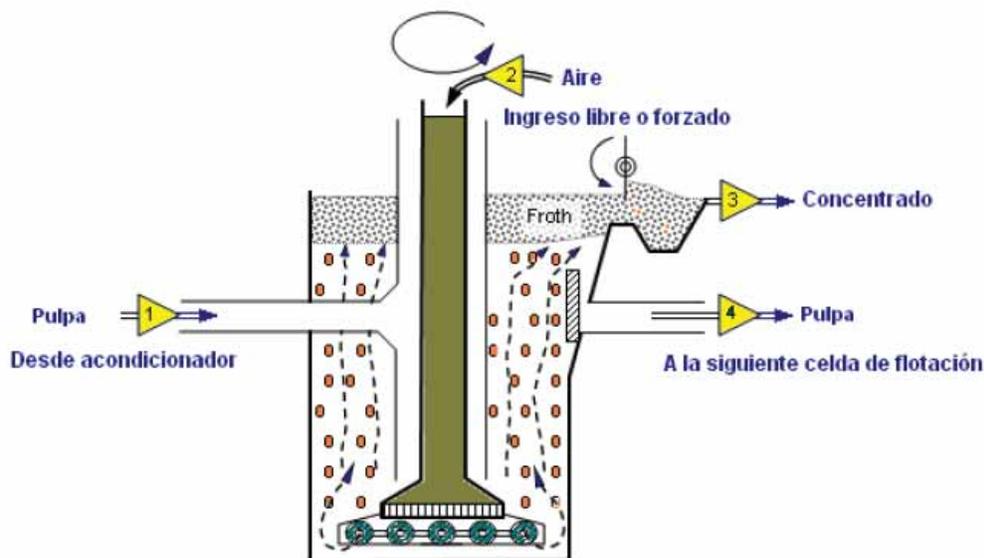
Tenemos: flotación por espuma, por películas y por aceites

Actualmente, la flotación por espumas es la más utilizada en nuestro país.

- **Flotación directa.** Es cuando el mineral valioso se encuentra en la espuma(concentrado) y el mineral no valioso se encuentra en la pulpa como relave o cola.
- **Flotación reversa o inversa.** Es cuando la ganga se encuentra en la espuma de concentrado y el mineral valioso está en la pulpa como relave que posteriormente va ser recuperado.
- **Flotación bulk o colectiva.** Se da cuando se va obtener todos los minerales valiosos de una mena en un mismo concentrado y el material sin valor o ganga se obtiene en un relave.
- **Flotación selectiva o diferencial.** Es cuando en un concentrado se va obtener un solo mineral valioso en mayor proporción y concentración, esto, por la acción selectiva de determinados reactivos químicos que se van a agregar. (Linares, 2014).

**Figura 27**

*La flotación en una celda mecánica convencional*



*Nota:* Adaptado de *Mineralurgia II* (p.7), por Linares, N. (2014).

### ***2.3.11. Fases de la flotación***

Las fases son las siguientes:

- Fase líquida. Constituida por el agua.
- Fase gaseosa. Constituida por el aire que se proporciona a través de equipos como los blowers o aire natural por inducción.
- Fase sólida. Representada por los minerales a separar.(Sutulov, 1963).

### ***2.3.12. Reactivos químicos utilizados en la flotación***

Para obtener una flotación efectiva es necesario la presencia y acción de los reactivos químicos

Los reactivos químicos son los siguientes:

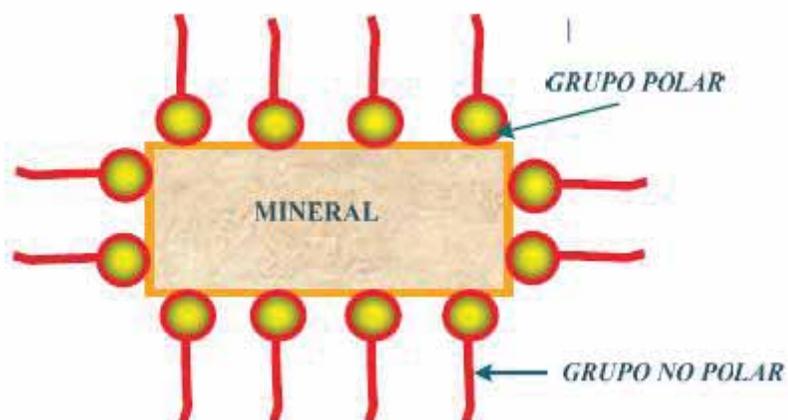
#### **2.3.12.1. Colectores.**

Son compuestos orgánicos de estructura heteropolar y asimétrica, su función principal es la de adsorberse sobre la superficie del mineral valioso para proporcionarle e incrementar la hidrofobicidad, esto se fundamenta con la reducción de la energía libre superficial del mineral hidratado hasta un punto donde sea posible la formación de un perímetro de contacto de las fases (mineral-agua-aire), favoreciendo la adhesión de la partícula mineral a la burbuja de aire. (Linares, 2014).

La mayoría de los colectores tienen una parte polar y no polar, como se puede observar en la Figura 28. Para mejorar el rendimiento de un colector, es importante encontrar un valor de pH adecuado para el reactivo.

## Figura 28

*El colector como un compuesto heteropolar*



*Nota:* Adaptado de *Mineralurgia II* (p.38), por Linares, N. (2014).

Cada una de las partes con propiedades característicos.

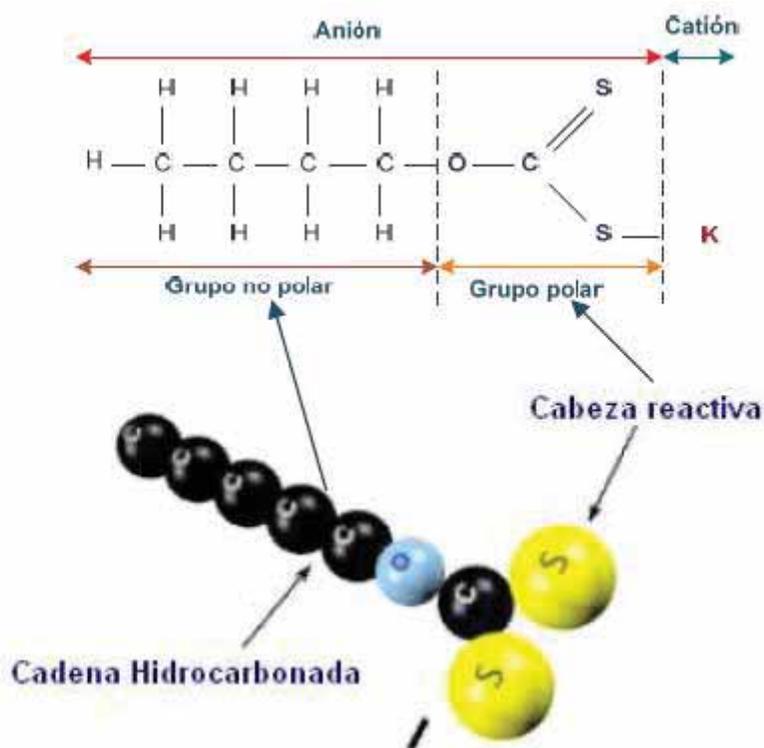
La parte apolar o no polar de la molécula está representada por un radical hidrocarburo, el cual no va reaccionar con los dipolos del agua, por lo tanto, proporciona las propiedades hidrofóbicas requeridas al mineral.

La parte polar o iónica es la que se adsorbe selectivamente en la superficie del mineral ya sea por quimisorción o por atracción electrostática a la superficie del mineral, (adsorción física), (Linares, 2014), en la Figura 29, se observa el esquema estructural de un colector.

La eficiencia de los colectores depende de la alcalinidad de la pulpa, la presencia de iones  $\text{OH}^-$ , facilitan su adherencia en la superficie del mineral, mientras tanto en pulpas acidas tienden a hidrolizarse, cortando totalmente los enlaces químicos constituyentes.

Figura 29

Esquema estructural de un colector



Nota: Adaptado de *Mineralurgia II* (p.39), por Linares, N. (2014).

### 2.3.12.1.1. Clasificación de los colectores.

Se clasifican en función de su solubilidad o disociación en una solución acuosa, también se considera el tipo de ión que va producir el efecto repelente al agua.

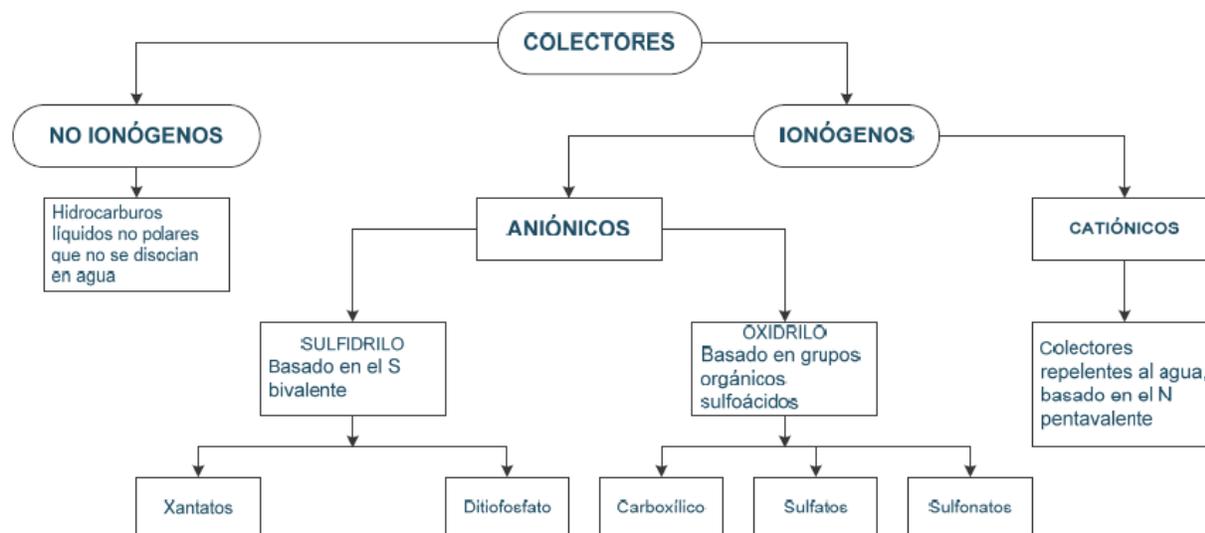
Se clasifican en dos grandes grupos:

- Colectores ionógenos, tienen la particularidad de disociarse en iones
- Colectores no ionógenos, tienden a actuar en forma molecular

La clasificación general se puede ver en la Figura 30.

**Figura 30**

*Clasificación general de los colectores*



Nota: Adaptado de *Mineralurgia II* (p.39), por Linares, N. (2014).

#### a. Colectores aniónicos

Estos colectores son los de mayor uso en la flotación de minerales por su relevante selectividad y fuerte adherencia a la superficie del mineral valioso. Estos se clasifican de acuerdo a la estructura de su grupo polar, tenemos:

- Colectores aniónicos sulfhídricos o sulfhidrilos
- Colectores aniónicos oxhidrilos

Los colectores aniónicos son los reactivos que mayores usos tienen en la industria minera del procesamiento de minerales, por su efectividad en la flotación de minerales de metales pesados no ferrosos, sobre todo los sulfuros. Su característica principal está en que su grupo solidofílico comprende al sulfuro bivalente. (Linares, 2014).

Los colectores aniónicos ampliamente usados son los xantogenatos, de manera técnica conocidos como xantatos y los ditiófosfatos o Aerofloats.

## Los xantatos o xantogenatos

Son sales de ácido xantogénico, son los primeros colectores orgánicos solubles en el agua.

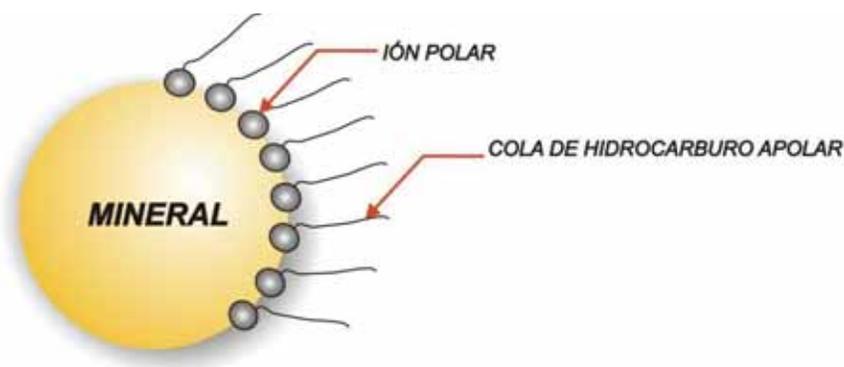
Están fabricados en base a tres elementos:

- Bisulfuro de carbono
- Un álcali (soda caustica)
- Un alcohol (etanol, metanol, etc.)

La selectividad de estos reactivos no tratan de manera especial a cada especie mineral, puesto que promueven la flotación de todos los sulfuros presentes indistintamente, pero, en proporciones o cantidades pequeñas, harán que floten primero los sulfuros más susceptibles, pero si se utiliza en cantidades excesivas, harán que floten también las partículas no deseadas(insolubles), los xantatos pueden trabajar en circuitos ácidos y alcalinos, es recomendable trabajar en circuitos alcalinos a un valor de pH mayor a 7, porque ahí mejora su rendimiento. (Antapaccay,2019).

### Figura 31

*Adherencia del colector a la superficie del mineral*



Nota: Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay (2019).

### ✓ **Xantato amílico de potasio (Z-6)**

Su fórmula química es la siguiente:  $C_5H_{11}OCS_2K$

Este xantato posee el más alto grado poder de colector, es la más usada en la gran minería. Es un colector idóneo para la flotación de sulfuros de cobre, minerales de Plomo, etc.

También es empleado en el tratamiento de otros minerales como la pirrotita, arsenopirita sulfuros de níquel y cobalto, y algunos sulfuros de hierro con contenido de oro.

La selectividad de xantato amílico de potasio varía de acuerdo a la dosis de preparación, por ejemplo, si la dosis es muy elevada, incrementa exageradamente la cinética de la flotación, flotando demasiados insolubles contaminantes para el concentrado que se requiere obtener, siendo muy perjudicial. En caso se de lo contrario, una dosis muy pobre, hará que no todas las partículas valiosas floten, y por ende se irán en el relave, bajando las recuperaciones obtenidas. (Antapaccay, 2019).

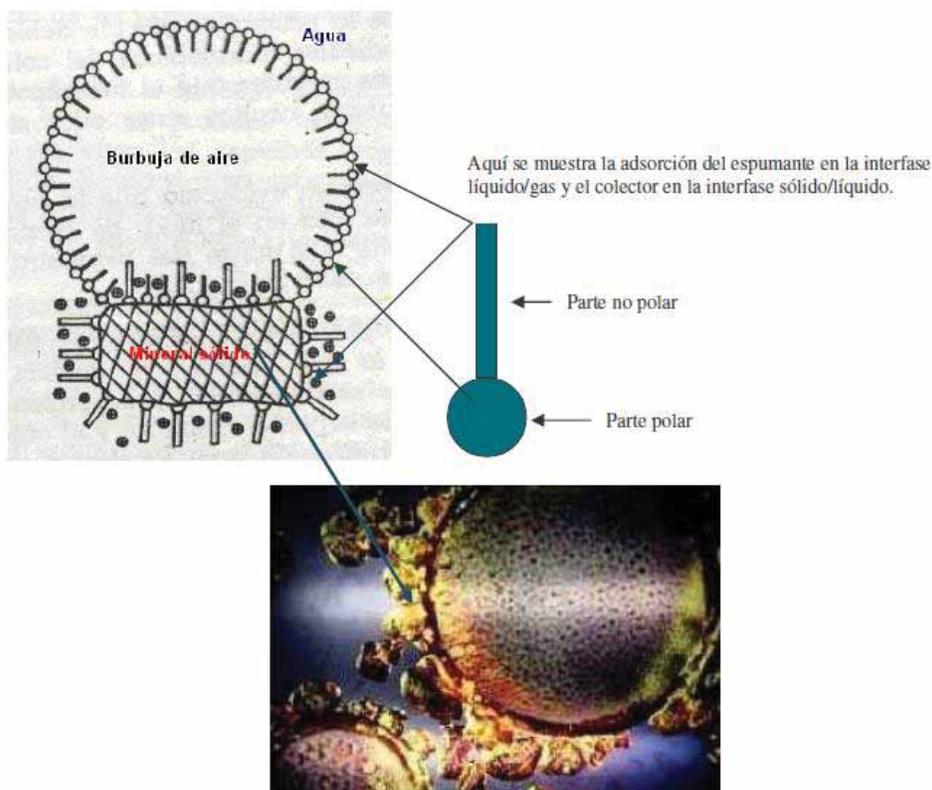
#### **2.3.12.2. Espumantes.**

Son sustancias tensoactivas heteropolares que tienen la facilidad de adsorberse en la superficie de la interfase agua-aire. La finalidad de los espumantes es proporcionar consistencia a las burbujas de aire, evitando que se unan entre sí y al momento de salir a la superficie no revienten. La estructura polar del espumante se adsorbe a la superficie de la interfase agua/aire y la parte no polar va dirigido hacia el aire. (Linares, 2014). En la Figura 32 se muestra el esquema de adsorción de un espumante.

La eficiencia de los espumantes depende del pH de la pulpa, en donde su capacidad de formación de espuma es máxima cuando el reactivo se encuentra en forma molecular

**Figura 32**

*Esquema de adsorción de espumante en una burbuja de aire*



*Nota:* Adaptado de *Mineralurgia II* (p.51), por Linares, N. (2014).

### 2.3.12.3. Modificadores de pH.

La efectividad de los reactivos químicos de flotación depende de la alcalinidad o acidez de la pulpa. El pH es uno de las variables fácilmente medibles en los procesos de flotación. (Linares, 2014).

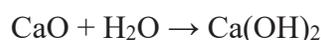
Mayormente las plantas concentradoras de sulfuros trabajan con una pulpa alcalina, debido a la obtención de resultados metalúrgicos inmejorables, además una pulpa alcalina va prevenir de la corrosión a los equipos metálicos usados en el proceso. Los reguladores de alcalinidad más utilizados en la flotación son: la cal (CaO) y el hidróxido de sodio (NaOH), la cal es más usada por

su valor económico más accesible, pero cuando el ion calcio motiva inconvenientes se debe utilizar el hidróxido. (Linares, 2014).

Con un valor de pH adecuado, la flotación se desarrolla con eficiencia y normalidad. Estos pueden ser depresores, activadores, dispersores, etc. (Codelco, 2019).

#### **2.3.12.3.1. La cal.**

Es el regulador de pH y alcalinidad con más uso en la actualidad. Su manejo en la flotación es en forma de cal hidratada,  $\text{Ca}(\text{OH})_2$ . La cuantía de cal que es requerida varía dependiendo del pH deseado para la operación, del comportamiento de las espumas de flotación, de la presencia de óxidos, etc. (Antapaccay, 2019). La cal al ser diluida en agua genera la siguiente reacción:



A esto se le conoce como lechada de cal, esta cumple dos funciones primordiales:

- Deprimir la ganga, reduciendo la posibilidad de que floten, ya que los minerales con pirita, producen una considerable acidez durante la molienda.
- Mantener la alcalinidad óptima para la flotación de cobre, es decir que cumple la función de neutralizar la acidez de la pulpa y por ende va precipitar las sales existentes en el agua.

#### **2.3.13. Factores influyentes en el proceso de flotación**

- Tamaño de las burbujas. El tamaño de las burbujas en la base de la espuma es similar al tamaño de las burbujas que ascienden a través de la pulpa. Cuando las burbujas llegan a la parte de la espuma se juntan entre ellas para dar lugar a burbujas de mayor tamaño.
- Probabilidad de choque de las partículas grandes con las burbujas. Es más probable que las partículas grandes choquen con las burbujas, ya que se ven menos afectadas por las líneas de flujo de la pulpa.

- Probabilidad de colisión de las partículas. - La probabilidad de colisión quiere decir que es el choque entre partículas, y esta corresponde al número de partículas que realmente chocan con respecto al número de partículas que están en la trayectoria de la burbuja.
- Tiempo de contacto. Es el tiempo que una partícula tarda en deslizarse alrededor de una burbuja.
- Tiempo de inducción. – El tiempo de inducción se refiere al tiempo que se necesita para que la partícula penetre la película del agua a fin de adherirse a la burbuja.
- Velocidad de flotación (Cinética de flotación). La velocidad de flotación varía de acuerdo a múltiples factores, por ejemplo: la velocidad de flotación se incrementará si se aumentan la cantidad de burbujas. También la velocidad de flotación aumentará cuando la hidrofobicidad de las partículas sea mayor.
- Fuerzas de desprendimiento o separación de las burbujas. Las partículas que lograron adherirse a las burbujas de aire están expuestas a diferentes fuerzas que pueden provocar la ruptura de esa unión, por ejemplo, fenómenos como la turbulencia de la pulpa, la fuerza de gravedad, una desaceleración repentina puede ocasionar este desprendimiento y separación.
- Comportamiento de las partículas en las burbujas. Para estabilizar la espuma se requiere que las partículas adheridas a las burbujas bloqueen el paso de otras. Otra forma de estabilizar a la espuma se da cuando las partículas que no lograron adherirse puedan ser retenidos por ese bloqueo y al juntarse reduzcan el drenaje.(Antapaccay, 2019).

#### ***2.3.14. Circuitos de flotación y equipos***

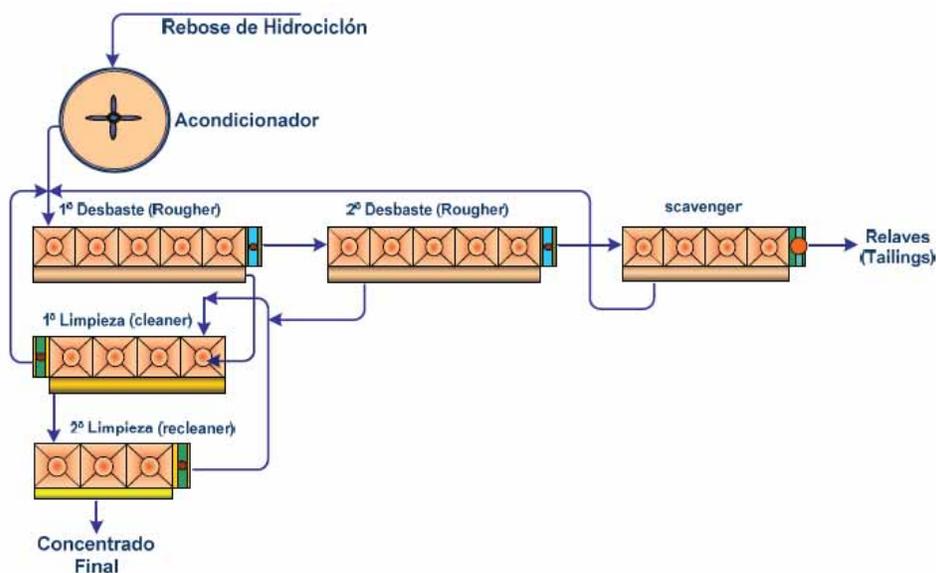
Existen tres circuitos de flotación que son: Rougher, Scavenger y Cleaner.

- **Circuito de flotación Rougher:** Es la primera etapa de flotación, en la cual se recupera la mayor cantidad de minerales valiosos de cobre, esto porque la cinética de flotación es rápida. Se obtiene un concentrado aproximado de 12-15 % de Cu.
- **Circuito de flotación Scavenger:** Es un circuito de flotación siguiente al circuito rougher. En esta etapa se extrae los sulfuros restantes de la pulpa, ya sea por empobrecimiento o agotamiento propio, sus espumas contienen menor cantidad de cobre. Entrega un producto de 2-4 % de Cu en el concentrado.
- **Circuito de flotación Cleaner:** En este circuito se recibe el concentrado del circuito rougher y scavenger para luego mediante una serie de procesos, se entrega un producto acondicionado con un promedio de 30-35% de Cu en el concentrado, de ahí pasan a la etapa de espesamiento de concentrado.

La representación convencional de circuitos de flotación se puede observar en la Figura 33.

**Figura 33**

*Representación convencional de circuitos de flotación*



*Nota:* Adaptado de *Mineralurgia II* (p.10), por Linares, N. (2014).

### ***2.3.15. Funciones de las celdas de flotación***

Tienen las siguientes funciones:

- Conservar las partículas en suspensión en la pulpa, y así de esa forma evitar la sedimentación.
- Producir una óptima aireación.
- Impulsar colisiones y adhesiones entre las burbujas de aire y las partículas de minerales.
- Favorecer la estabilidad a través de una quietud en la columna de espumas.
- Proporcionar un transporte eficiente de la pulpa alimentada a la celda de concentrando y relave.
- Facilitar la regulación del nivel de pulpa, aireación, grado de agitación en las celdas (Bravo, 2010).

### ***2.3.16. Zonas de las celdas de flotación***

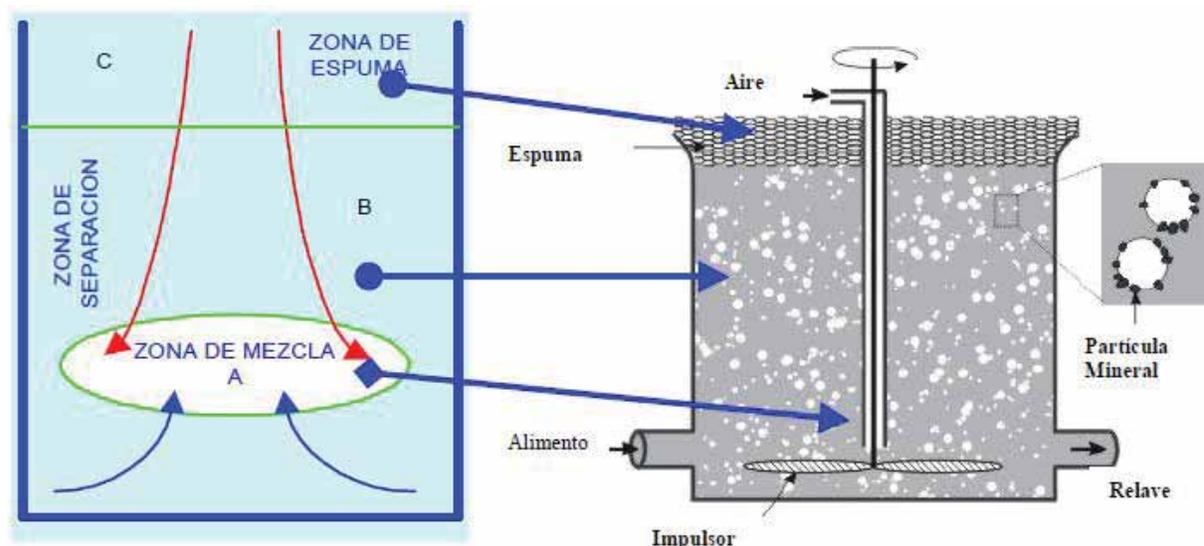
Las principales zonas de las celdas de flotación son:

- Zona de mezcla. Es donde ocurre el contacto de las partículas de mineral con las burbujas de aire.
- Zona de separación. Se eliminan partículas no valiosas debido a que las burbujas de aire se reducen unas con otras.
- Zona de espumas. Las espumas mineralizadas tienen que poseer estabilidad y también tienen que ser evacuadas de la celda como concentrado. (Bravo, 2010).

Las zonas de una celda de flotación se observan en la Figura 34.

Figura 34

Zonas de una celda de flotación



Nota: Adaptado de *Mineralurgia II* (p.105), por Linares, N. (2014).

### 2.3.17. Tipos de máquinas de flotación

#### 2.3.17.1. Máquinas mecánicas.

Este tipo de máquinas tienen la particularidad de tener un agitador, el cual cumple la función de mantener la pulpa en suspensión y dispersar el aire por toda la celda.

Algunas máquinas reciben aire de un soplador y otras son aireadas por sí mismas. Así mismo poseen tres zonas que son las siguientes:

- Zona de agitación. En esta zona ocurre la adhesión entre la partícula y la burbuja.
- Zona intermedia. Esta zona se acondiciona para el transporte de las burbujas hacia la superficie.
- Zona superior. Está formada por espumas y constituye la fase acuosa (Antapaccay, 2019).

### 2.3.17.1.1. Máquina de flotación Dorr Oliver.

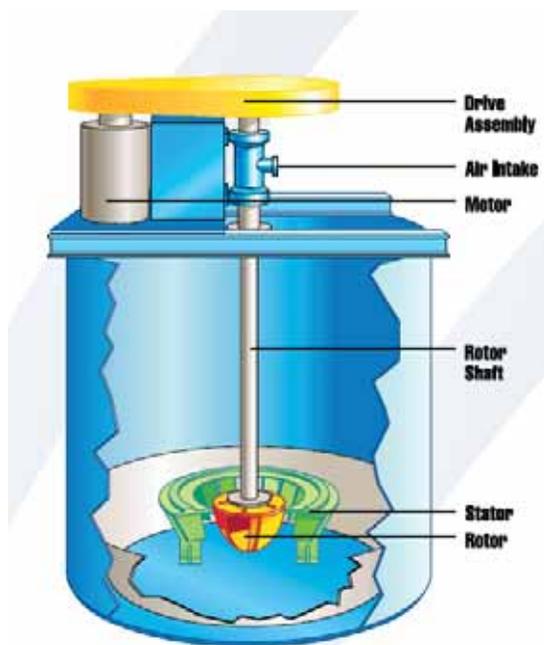
Dentro de sus características principales está el comportamiento hidrodinámico en donde existe una zona con una turbulencia característica y agitación en la parte inferior de la celda de flotación, para evitar la sedimentación de material grueso que pudo haber pasado por corto circuito en los hidrociclones. El mecanismo de funcionamiento es gracias al rotor y el estator. Las funciones del **rotor** son:

- Es la mantener en suspensión la pulpa.
- Debe distribuir el aire homogéneamente por toda la celda.

La función principal del estator, consiste en direccionar el flujo de pulpa que ha sido tangencialmente descargada, y por efecto de la rotación del rotor la pulpa es esparcida de forma radial. (Linares, 2014).

**Figura 35**

*Máquina de flotación Dorr Oliver.*



*Nota:* Adaptado de *Mineralurgia II* (p.111), por Linares, N. (2014).

### 2.3.17.2. Máquinas neumáticas.

En este tipo de máquinas, la pulpa es agitada por aire comprimido ya que no tienen un impulsor mecánico.

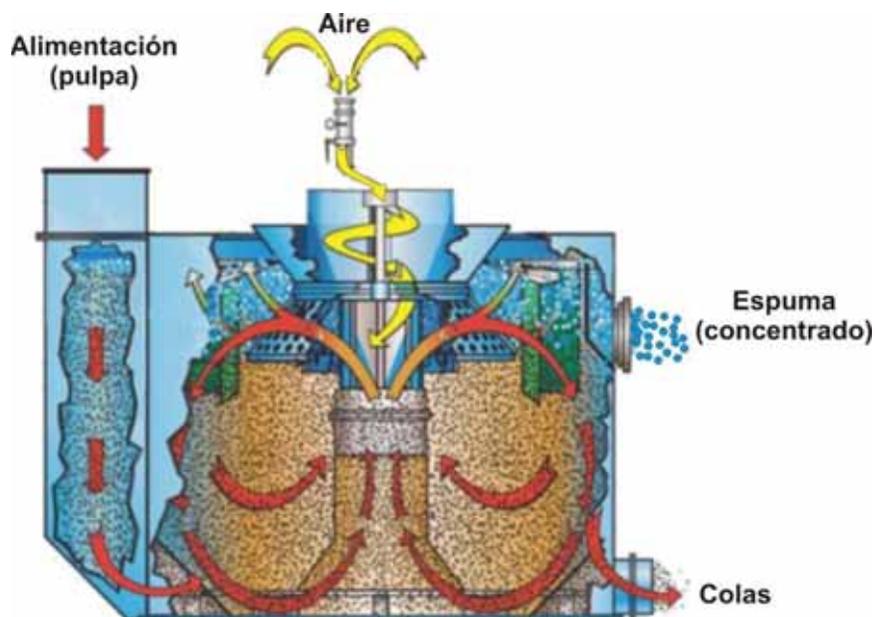
#### 2.3.17.2.1 Máquinas de flotación Wemco.

Estas máquinas consisten de un rotor en forma de estrella que está suspendido en la pulpa. El dispersor está instalado en torno al rotor.

En operación, cuando el impulsor gira genera un vórtice en la pulpa, lo cual genera un vórtice vacío en el centro que se encarga de succionar aire por el orificio superior de entrada hacia el interior del rotor y la celda. (Linares, 2014).

**Figura 36**

*Máquina de flotación Wemco*



*Nota:* Adaptado de *Mineralurgia II* (p.113), por Linares, N. (2014).

## CAPITULO III: HIPÓTESIS Y VARIABLES

### 3.1. Hipótesis

#### 3.1.1. *Hipótesis general*

El P80, el pH y la dosificación de reactivos: Z-6 y F-501, influyen en la recuperación de cobre por flotación en la Cia. Minera Antapaccay S.A.

#### 3.1.2. *Hipótesis específicas*

- A través de la obtención de datos de los porcentajes de malla pasante y retenido se calcula el P80, esta variable influye y es significativa dentro del modelo.
- En función del tonelaje de alimentación a flotación se calcula la dosis de reactivo óptimo: Z-6, esta variable influye y es significativa dentro del modelo.
- En función de la acidez de la pulpa se regula el pH óptimo, esta variable influye y es significativa dentro del modelo.
- En función del tonelaje de alimentación a flotación se calcula la dosis de reactivo óptimo: F-501, esta variable influye y es significativa dentro del modelo.

### 3.2. Variables

#### 3.2.1. *Variable dependiente*

- % de recuperación de cobre

#### 3.2.2. *Variables independientes*

- Tamaño de partícula P80
- pH
- Reactivo Colector: Z-6
- Reactivo Espumante: F-501

### **3.2.3. Variables intervinientes**

- Oxidación del mineral (Presencia de óxidos, carbonatos, silicatos)
- Dureza del mineral, presencia de arcillas.

### **3.3. Indicadores**

- P80( $\mu\text{m}$ )
- Densidad de pulpa (g/l)
- Recuperación (%)
- Caudal de pulpa ( $\text{m}^3/\text{h}$ )
- Tiempo de residencia (min,h)
- Dosificación de reactivo (ml/min)
- Mineral tratado por día (TMS/d)

### **3.4. Operacionalización de variables**

Podemos observar en la Tabla 2.

**Tabla 2***Operacionalización de variables*

<b>Variable</b>	<b>Definición conceptual</b>	<b>Indicador</b>	<b>Rango</b>	<b>Unidad</b>	<b>Técnicas e instrumentos de medición</b>
Recuperación metalúrgica	Es la razón entre la masa del material útil obtenida en el concentrado y la masa del material útil en la alimentación.	Porcentaje	80-90	%	Software PI ProcessBook
P80	Es el tamaño de tamiz por donde pasar el 80% de las partículas del producto del circuito dado.	Micrones	230-290	µm	Tamices
pH	Logaritmo inverso a la concentración de hidrogeniones u oxidrilos.	Concentración	8-10	mol/L	Peachimetro.
Reactivo (Colector Z-6)	Son sustancias químicas orgánicas, que se usan para recuperar la parte valiosa del mineral de un modo selectivo y eficiente.	Gramos por toneladas métricas secas	1-30	g/TMS	Probeta
Reactivo (Espumante F-501)	Son sustancias químicas orgánicas, que se usan para dar estabilidad a la espuma.				

*Nota:* Elaboración propia.

## CAPÍTULO IV: METODOLOGÍA

### 4.1. Tipo de investigación

Esta investigación es tecnológica y cuantitativa, ya que partimos de conocimientos teóricos para convertirlos en conocimientos prácticos.

### 4.2. Nivel de investigación

Esta investigación tiene un nivel de investigación descriptivo, debido a que se describirá el problema de estudio y su respectiva solución. También tiene un nivel explicativo, porque explicará la relación existente de variables independientes con la variable dependiente.

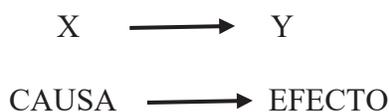
### 4.3. Método de investigación

Aplicamos el método deductivo, porque considera la conclusión del trabajo de investigación, esto significa que las conclusiones es consecuencia de los efectos es decir la variable dependiente, cuando ellas resultan verdaderas y tienen validez. Para nuestro caso, es el porcentaje de recuperación de cobre.

### 4.4. Diseño de investigación

La presente investigación tiene un diseño experimental porque se manipula más de una variable independiente para controlar de esa manera el incremento o disminución de ellas y sus respectivos efectos. En esta investigación se hará cambios en los valores de las variables independientes y determinar su efecto con la variable dependiente. Los métodos experimentales nos permiten poner a prueba la hipótesis de relaciones causales.

En la presente investigación, las causas son: P80, pH, colector Z-6 y el espumante: F-501 y el efecto es el porcentaje de recuperación de cobre como consecuencia de estas variables.



Donde:

X: Es la variable independiente, que es manipulada (causa).

Y: Es la variable dependiente, que es el efecto.

#### 4.5. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

A continuación, se detallan las técnicas e instrumentos de recolección de datos:

- Observación
- Conocimiento de cantidades muestrales tales como la media, varianza, desviación estándar, etc.
- Uso del Software Minitab 19 para organizar los datos.
- Uso del Software PI ProcessBook para evaluar las tendencias de leyes.

#### 4.6. Técnicas de procesamiento y análisis de datos

Para el análisis de datos de nuestra tesis se utiliza los siguientes análisis:

- **Análisis Descriptivo:** Nos permitirá describir el comportamiento de la muestra en estudio mediante tablas, gráficos, etc.
- **Análisis Explorativo:** Se parte de la interpretación de los datos para llegar a una gráfica final del comportamiento de las variables evaluadas.
- **Diseño Experimental:** Es de análisis de regresión y correlación lineal múltiple, mediante los software de programación:
  - Jamovi 2.2.2.0
  - Statgraphics 18

#### **4.7 Población y muestra de estudio**

Población: 19620 m<sup>3</sup>/h de pulpa.

Muestra: 4905 m<sup>3</sup>/h de pulpa.

#### **4.8 Materiales e instrumentos de investigación**

##### ***4.8.1. Materiales de investigación***

- Software: Minitab 19, Jamovi 2.2.2.0, Statgraphics 18, PI ProcessBook.
- Bibliografía

##### ***4.8.2. Instrumentos y equipos de investigación***

- Tamices
- Balanca Marcy
- Cortador de muestra
- Probeta
- Muestreador de cortes AnStat
- Celdas de flotación
- Analizador de leyes de Cu
- Hidrociclones

#### **4.9. Técnicas de investigación**

- Muestreo de pulpa del Overflow de los hidrociclones. - Esta actividad y los demás que mencionaremos, se realizan de manera diaria en planta concentradora, consiste en tomar muestras de la pulpa que alimenta hacia el proceso de flotación, esto con el apoyo de los dos cajones muestreadores que tenemos en planta, haciendo varios cortes de muestreo hacia el envase de medición cada cierto tiempo para que este sea representativo.

- Medición de la densidad inicial de la pulpa. - Para medir la densidad de pulpa, utilizaremos la balanza Marcy.
- Lavado de pulpa en la malla 150.- Consiste en verter toda la pulpa muestreada hacia la malla, luego se realiza un lavado continuo con chorro de agua hasta que pasen todos los finos posibles.
- Medición de la densidad después de lavado. - Luego de haber lavado, los sólidos restantes lo devolvemos al envase de medición, para luego completarlo con agua y posteriormente medir la densidad resultante en la balanza Marcy.
- Lavado de pulpa en la malla 65.- Hacemos el mismo procedimiento de lavado de la pulpa en malla 150.
- Medición de densidad después de lavado. - Después de haber lavado todos los finos restantes, hacemos la medición de la densidad en la balanza Marcy.
- Calcular P80.- Con los datos obtenidos calcularemos el porcentaje de malla pasante y retenido y por ende el P80.
- Analizar la tendencia del porcentaje de recuperación de cobre a través del software PI ProcessBook. - Este software ayuda a ver en tiempo real como va la tendencia no solo del porcentaje de recuperación sino también de las leyes de cabeza, relaves, concentrado, porcentaje de solidos del concentrado, porcentaje de insolubles en el concentrado, hierro en la cabeza y concentrado. En ese sentido relacionaremos el P80 resultante con el porcentaje de recuperación en línea, para crear una correspondencia entre esas dos variables de estudio.

En el anexo a, se puede mostrar el diagrama de flujo del proceso de investigación.

## CAPITULO V: RESULTADOS EXPERIMENTALES

La evaluación de la influencia del P80 en la recuperación de cobre por flotación requiere un trabajo experimental, para poder ver en cuánto y cómo influye. Por consiguiente, se empezó a tomar muestras de pulpa de alimentación al proceso de flotación provenientes del overflow del nido de hidrociclones N°2 (Figura 37). Posteriormente determinar el porcentaje de malla pasaste y retenido, para poder calcular el respectivo P80 del proceso y la relación con el porcentaje de recuperación de cobre en línea.

El objetivo de nuestra investigación, es evaluar el P80 del proceso, cada cierto intervalo de tiempo acorde con el porcentaje de recuperación de cobre por flotación. Tomando en consideración también variables como: pH y los reactivos: Z-6 y F-501.

### Figura 37

*Nido de Hidrociclones N°2*



*Nota: Adaptación propia.*

## 5.1. Muestreo de pulpa del overflow de nido de hidrociclones N°2

Se obtiene una muestra representativa de la pulpa, utilizando el método de muestreo por cortes de un punto de muestreo determinado, que está ubicado a la cabecera de las líneas de flotación. Como se muestra en la Figura 38.

### 5.1.1. Herramientas y materiales

Se utilizó las siguientes herramientas y materiales:

- Muestreador
- Envase de medición

### 5.1.2. Procedimiento

- Se cierra las válvulas de agua, que van hacia el cajón muestreador.
- Esperar por un tiempo de 1 a 2 minutos, hasta que los chorros de agua dejen de caer.
- Proceder a obtener la muestra utilizando en muestreador de cortes.

**Figura 38**

*Punto de muestreo*



*Nota:* Adaptación propia.

## 5.2. Medición de la densidad inicial de la pulpa

Se mide la densidad de pulpa que alimenta hacia flotación, haciendo uso de la balanza Marcy.

(Figura 39).

### 5.2.1. Herramientas y materiales

- Envase de medición.
- Balanza Marcy.

### 5.2.2. Procedimiento

- Verter la pulpa muestreada en el envase de medición.
- Medir la densidad de pulpa con la balanza Marcy.

## Figura 39

*Medición de la densidad de pulpa*



*Nota:* Adaptación propia.

### 5.3. Lavado de pulpa en la malla 150

Se hace el primer lavado de pulpa, hasta que pase todos los finos posibles. (Figura 41).

Tomando un tiempo adecuado para desarrollar la operación.

#### 5.3.1. Herramientas y materiales

- Malla #150. (Figura 40).
- Chorro de agua.

#### 5.3.2. Procedimiento

- Verter la pulpa en la malla respectiva.
- Iniciar el lavado con un chorro de agua de flujo constante.

### Figura 40

*Malla #150*

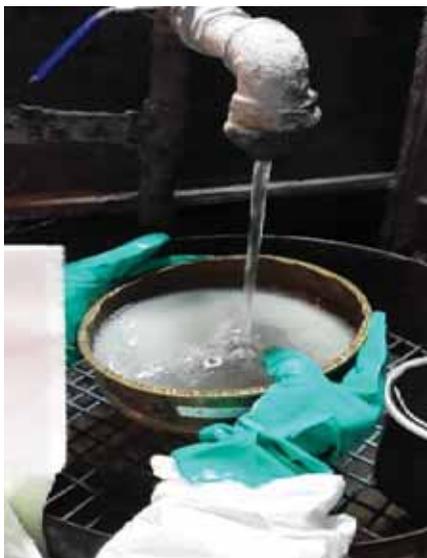


*Nota:* Adaptación propia.

Se hizo el lavado de pulpa con las mallas 150 y 65, porque son las mallas de control que implementó la planta concentradora después de haber realizado un análisis granulométrico completo, en donde se concluyó que el 80% del mineral acumulado pasante se encuentra entre esas dos mallas anteriormente mencionadas.

**Figura 41**

*Lavado de pulpa con malla 150*



*Nota:* Adaptación propia.

**5.4. Medición de la densidad después del lavado en la malla 150.**

Medimos la densidad resultante después de haber hecho el primer lavado. (Figura 42).

**5.4.1. Materiales y herramientas**

- Envase de medición.
- Balanza Marcy.

**5.4.2. Procedimiento**

- Verter la pulpa muestreada en el envase de medición.
- Medir la densidad de pulpa con la balanza Marcy.

**Figura 42**

*Medición de la densidad después del lavado con malla 150*



*Nota:* Adaptación propia.

### **5.5. Lavado de pulpa en la malla 65.**

Se hace el segundo lavado de pulpa, hasta que pase todos los finos restantes posibles. (Figura 44).

#### ***5.5.1. Materiales y herramientas***

- Malla 65. (Figura 43)
- Chorro de agua.

#### ***5.5.2. Procedimiento***

- Verter la pulpa en la malla respectiva.
- Iniciar el lavado con un chorro de agua de flujo constante.

**Figura 43**

*Malla 65*



*Nota: Adaptación propia.*

**Figura 44**

*Lavado de pulpa con malla 65*



*Nota: Adaptación propia.*

### **5.6. Medición de la densidad después del lavado con la malla 65.**

Medimos la densidad resultante después de haber hecho el segundo lavado. (Figura 45).

### 5.6.1. Materiales y herramientas

- Envase de medición.
- Balanza Marcy.

### 5.6.2. Procedimiento

- Verter la pulpa muestreada en el envase de medición.
- Medir la densidad de pulpa con la balanza Marcy.

## Figura 45

*Medición de la densidad después del lavado con malla 65*



*Nota: Adaptación propia.*

## 5.7. Cálculo del P80

Para poder calcular el P80, antes se realiza cálculos del porcentaje de malla retenido y pasante con los valores de las densidades medidas (iniciales(o/f) y después del lavado). Se muestran a continuación.

### 5.7.1. Cálculo del porcentaje de malla retenido y pasante

**Datos:**

**Nido N°2**

- $\rho_{o/f} = 1370 \text{ g/L}$
- $\rho_{150} = 1170 \text{ g/L}$
- $\rho_{65} = 1110 \text{ g/L}$

}  $\rho_f$

**Donde:**

- $\rho_{o/f}$  = Densidad inicial de la pulpa
- $\rho_f$  = Densidad final de la pulpa (después del lavado)

Primero calculamos el porcentaje retenido y pasante para la malla 150, utilizando la siguiente Ecuación 34:

$$\% \text{ Retenido (+150m)} = \frac{\rho_f - 1000}{\rho_{o/f} - 1000} \times 100\% \quad (34)$$

Reemplazando en la Ecuación 34 los datos obtenidos en campo tenemos la ecuación 35:

$$\% \text{ Retenido (+150m)} = \frac{1170 - 1000}{1370 - 1000} \times 100\% = 45.95\% \quad (35)$$

Seguidamente calculamos el porcentaje pasante, el cual se obtiene en la ecuación 36

$$\begin{aligned} \% \text{ Pasante (-150m)} &= 100\% - \% \text{ Retenido} \\ \% \text{ Pasante (-150m)} &= 100 - 45.95 = 54.05\% \end{aligned} \quad (36)$$

De la misma manera, calculamos el porcentaje pasante y retenido, pero esta vez para la malla 65.

El resultado se obtiene en la ecuación 37 y 38

$$\% \text{ Retenido (+65m)} = \frac{\rho f - 1000}{\rho_0 / f - 1000} \times 100\%$$

$$\% \text{ Retenido (+65m)} = \frac{1110 - 1000}{1370 - 1000} \times 100\% = 29.73\% \quad (37)$$

$$\% \text{ Pasante (-65m)} = 100\% - \% \text{ Retenido}$$

$$\% \text{ Pasante (-65m)} = 100 - 29.73 = 70.27\% \quad (38)$$

Con los datos obtenidos se construye la Tabla 3:

**Tabla 3**

*Registro de datos*

Malla	$\mu\text{m}$	% Retenido	% Pasante	Total
65	210	29.73	70.27	100
150	105	45.95	54.05	100

*Nota:* Elaboración propia.

De acuerdo a las pruebas experimentales realizadas en planta concentradora, se procede a calcular el P80, para ello se utiliza la ecuación 39.

$$P80 = a + \frac{(80 - X_1)}{(Y_1 - X_1)} * (b - a) \quad (39)$$

Donde:

- P80= Tamaño de malla por donde pasa el 80% del mineral.
- a = Medida de la malla 65 en micrones.
- b = Medida de la malla 150 en micrones.
- $X_1$ = %pasante de la malla 65.
- $Y_1$ = %pasante de la malla 150.

Reemplazando los datos, tenemos la Ecuación 40:

$$P80 = 210 + \frac{(80 - 70.27)}{(54.05 - 70.27)} \times (105 - 210) = \mathbf{273.00 \mu\text{m}} \quad (40)$$

De la misma forma se desarrolló para todas las muestras obtenidas, y vamos registrando los datos.

### 5.7.2. Toma de muestras y datos del P80

La toma de muestras y de datos se hizo tres veces al día (08:00 am, 12:00 pm y 04:00 pm).

La toma de muestras y datos del P80 se detalla en la Tabla 4.

**Tabla 4**

*Toma de muestras y datos del P80*

Dia	P80( $\mu\text{m}$ )			$\bar{x}$	$\sigma$
	Muestra 1	Muestra 2	Muestra 3		
1	273.00	280.34	265.56	272.97	7.39
2	230.23	232.85	253.43	238.84	12.71
3	277.20	280.45	250.03	269.23	16.70
4	262.50	277.45	258.79	266.25	9.88
5	250.23	237.34	233.72	240.43	8.68
6	243.78	246.69	242.35	244.27	2.21
7	250.50	242.45	278.34	257.10	18.83
8	280.32	276.75	247.86	268.31	17.80
9	255.68	252.60	253.12	253.80	1.65
10	283.50	272.67	253.45	269.87	15.22
11	258.65	254.34	259.41	257.47	2.73
12	276.45	250.44	258.34	261.74	13.33
13	257.56	267.78	265.60	263.65	5.38
14	253.83	276.98	250.45	260.42	14.44
15	245.14	230.05	232.30	235.83	8.14
16	248.47	251.20	253.67	251.11	2.60
17	235.00	238.53	250.67	241.40	8.22
18	239.34	255.67	252.49	249.17	8.66
19	250.45	236.34	241.62	242.80	7.13
20	256.56	254.34	230.34	247.08	14.54

*Nota:* Elaboración propia.

### 5.7.3. Variabilidad del P80

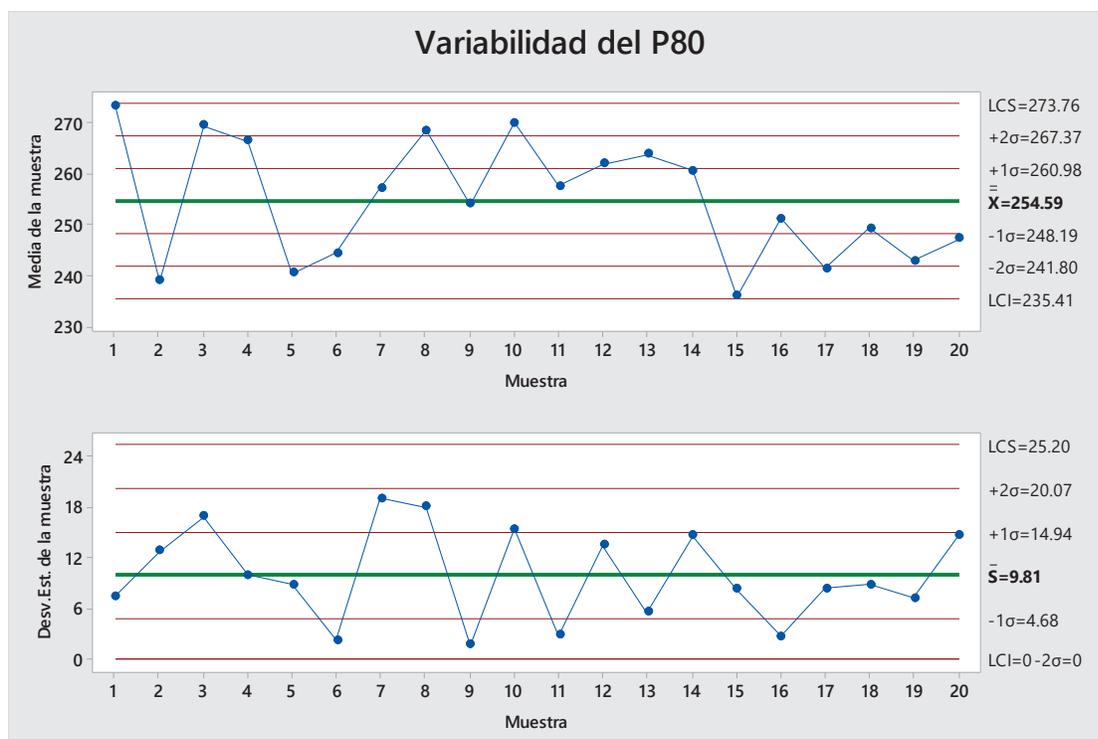
Las medidas de variabilidad del P80 nos permitirá conocer el grado de concentración o dispersión que representan los datos respecto al promedio (media aritmética de la muestra) y al promedio de la desviación estándar de la muestra.

Se toman en cuenta dos niveles de desviación estándar, para un mejor análisis del comportamiento de los datos.

La variabilidad del P80 se muestra en la Figura 46.

**Figura 46**

*Variabilidad del P80*



*Nota: Adaptación propia.*

Es necesario tener en cuenta las reglas para decidir cuando el proceso está fuera de control.

Estas reglas se detallan a continuación:

- Un punto cae arriba del límite superior de control (LSC) o por debajo de límite inferior de control (LIC).
- Dos de tres puntos consecutivos caen arriba de los límites  $+2\sigma$  o dos de tres consecutivos caen por debajo del límite  $-2\sigma$
- Cuatro de cinco puntos consecutivos caen arriba de los límites  $+1\sigma$  o cuatro de cinco puntos consecutivos caen por debajo de límite  $-1\sigma$ .
- Ocho o más puntos consecutivos se encuentran arriba de la línea central (LC) u ocho o más puntos consecutivos se encuentran por debajo de la línea central (LC).
- Ocho o más puntos consecutivos se mueven en dirección ascendente en valor u ocho más puntos consecutivos se mueven en dirección descendente en valor.

### **5.8. Medición de flujo de reactivos**

Se hizo la medición del flujo de los reactivos cada inicio de guardia, en un inicio se midió el flujo de todos los reactivos utilizados, luego a partir de los datos obtenidos del consumo en g/TMS se seleccionó los reactivos más influyentes. La dosificación de reactivos se hace dependiendo al tonelaje seco pasado cada hora y a las necesidades del proceso de flotación. El caudal de flujo de los reactivos se regula a través del porcentaje de velocidad de las bombas.

Los reactivos a medir su flujo fueron:

-Colector primario: Xantato amílico de potasio(Z-6)

-Colector secundario: AP-404<sup>5</sup>, AP-8761

---

<sup>5</sup> Nombre completo del reactivo: AERO 404 PROMOTER AQUEOUS

-Espumante: F-501<sup>6</sup>, Matfroth 147-A

Estos se miden con una probeta en ml/min, como podemos ver en la Figura 47. Para luego hacer los cálculos de consumo de reactivo en g/TMS.

### Figura 47

*Medición de flujo de los reactivos químicos*



*Nota:* Adaptación propia.

#### **5.8.1. Cálculo del consumo de reactivos en g/TMS**

Para realizar el cálculo correspondiente, iniciamos con la toma de datos del flujo de reactivos en ml/min, que se muestran a continuación.

Datos: Se muestra en la Tabla 5.

---

<sup>6</sup> Nombre completo del reactivo: OREPREP F-501 FROTHER

**Tabla 5**

*Datos para el cálculo de consumo de reactivos en g/TMS*

<b>Reactivos</b>	<b>Pureza (%)</b>	<b>Densidad (g/cm<sup>3</sup>)</b>	<b>Flujo (ml/min)</b>
Z-6	10	-	13680
AP-404	-	1.16	360
AP-8761	-	1.19	340
F-501	-	0.99	1120
Matfroth 147-A	-	0.95	90

*Nota:* Elaboración propia.

También consideraremos el tonelaje de alimentación a flotación en el momento de la medición de flujos, que esta expresado en TMS/h. Para este caso en particular, por ejemplo, se calculó a base de 3750 TMS/h.

1°. Cálculo del consumo del reactivo Z-6 en g/TMS.

$$x = \frac{13680 \text{ ml}}{\text{min}} * 0.10 * \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} * \frac{1 \text{ h}}{3750 \text{ TMS}}$$

$$x = \mathbf{21.88 \text{ g/TMS}}$$

2°. Cálculo del consumo del reactivo AP-404 en g/TMS.

$$x = \frac{360 \text{ ml}}{\text{min}} * \frac{1.16 \text{ g}}{\text{cm}^3} * \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} * \frac{1 \text{ h}}{3750 \text{ TMS}}$$

$$x = \mathbf{6.68 \text{ g/TMS}}$$

3°. Cálculo del consumo del reactivo AP-8761 en g/TMS.

$$x = \frac{340 \text{ ml}}{\text{min}} * \frac{1.19 \text{ g}}{\text{cm}^3} * \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} * \frac{1 \text{ h}}{3750 \text{ TMS}}$$

$$x = \mathbf{6.47 \text{ g/TMS}}$$

4°. Cálculo del consumo de reactivo F-501 en g/TMS.

$$x = \frac{1120 \text{ ml}}{\text{min}} * \frac{0.99 \text{ g}}{\text{cm}^3} * \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} * \frac{1 \text{ h}}{3750 \text{ TMS}}$$

$$x = 17.74 \text{ g/TMS}$$

5°. Cálculo del consumo de reactivo Matfroth 147-A en g/TMS.

$$x = \frac{90 \text{ ml}}{\text{min}} * \frac{0.95 \text{ g}}{\text{cm}^3} * \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} * \frac{1 \text{ h}}{3750 \text{ TMS}}$$

$$x = 1.37 \text{ g/TMS}$$

Los resultados lo organizamos en la Tabla 6.

**Tabla 6**

*Cuadro de resultados*

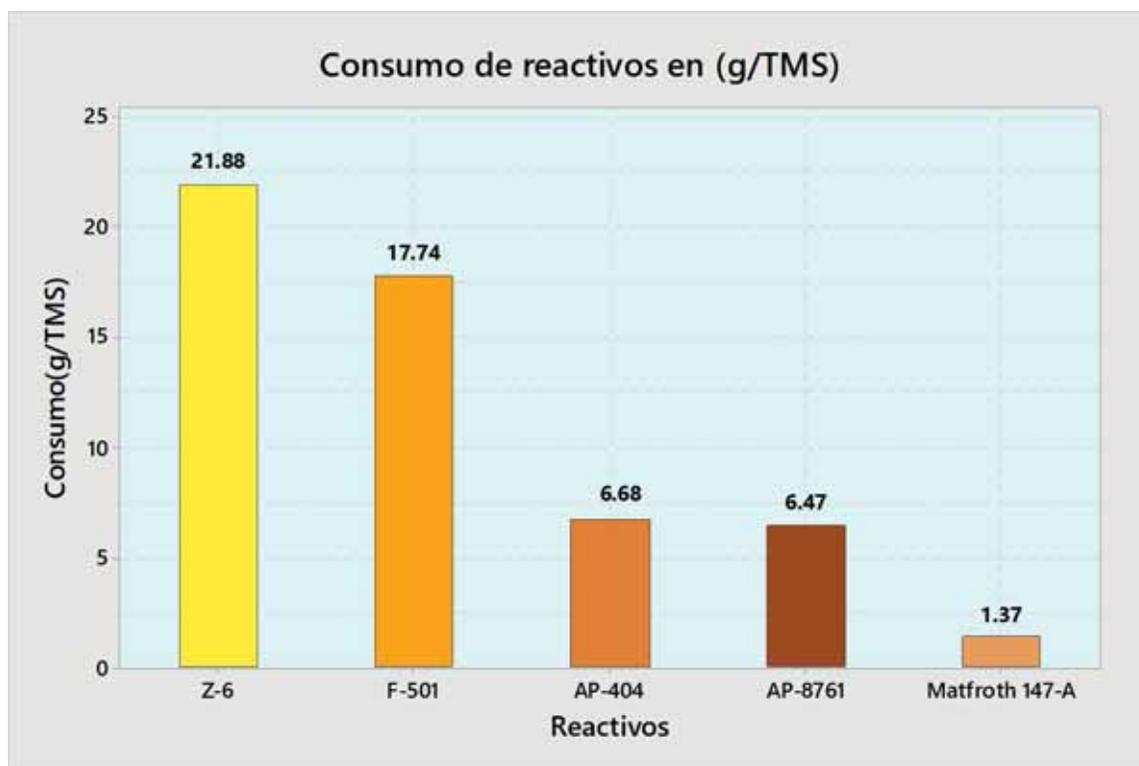
<b>Reactivos</b>	<b>Consumo(g/TMS)</b>
Z-6	21.88
AP-404	6.68
AP-8761	6.47
F-501	17.74
Matfroth 147-A	1.37

*Nota:* Elaboración propia.

A partir de los resultados de la tabla, se hizo un gráfico, como podemos observar la Figuras 48.

Figura 48

Gráfica de consumo de reactivos en g/TMS



Nota: Elaboración propia.

De la Figura 48, se tiene un gráfico con orden descendente mostrando el consumo gradual de los reactivos en mayor, mediano y menor cantidad. Llegando a concluir que los reactivos más influyentes en el proceso son el colector primario: Z-6 y el espumante: F-501.

### 5.9. Cálculo de concentración de pulpa a partir del pH

A continuación, se muestra el cálculo de concentración de la solución en este caso sería la pulpa, a partir del pH. Por ejemplo: Para un pH de 8.3, tenemos:

$$pH = 8.3$$

$$[OH^-] = ?$$

Por definición de pH:

$$pH = -\log[OH^-]$$

$$-pH = \log[OH^-]$$

Aplicando antilogaritmos:

$$\text{antilog}(-pH) = \text{antilog} * \log[OH^-]$$

$$\text{antilog}(-pH) = [OH^-] \tag{42}$$

Por logaritmos:

$$\text{antilog}(x) = 10^x$$

$$\text{antilog}(-pH) = 10^{-pH}$$

Si el pH=8.3, entonces x=8.3

Reemplazando en la ecuación 42, tenemos:

$$\text{antilog}(-pH) = [OH^-]$$

$$10^{-pH} = [OH^-]$$

$$[OH^-] = 10^{-8.3}$$

$$[OH^-] = 5.02 \times 10^{-9} \text{ M}$$

### 5.10. Cálculo del tiempo de residencia de la pulpa en las celdas de flotación

Se utiliza la siguiente fórmula, Linares (2014).

$$T = \frac{V \left( \frac{m^3}{h} \right)}{Q \left( \frac{m^3}{h} \right)} \tag{43}$$

Donde:

T: Tiempo de residencia

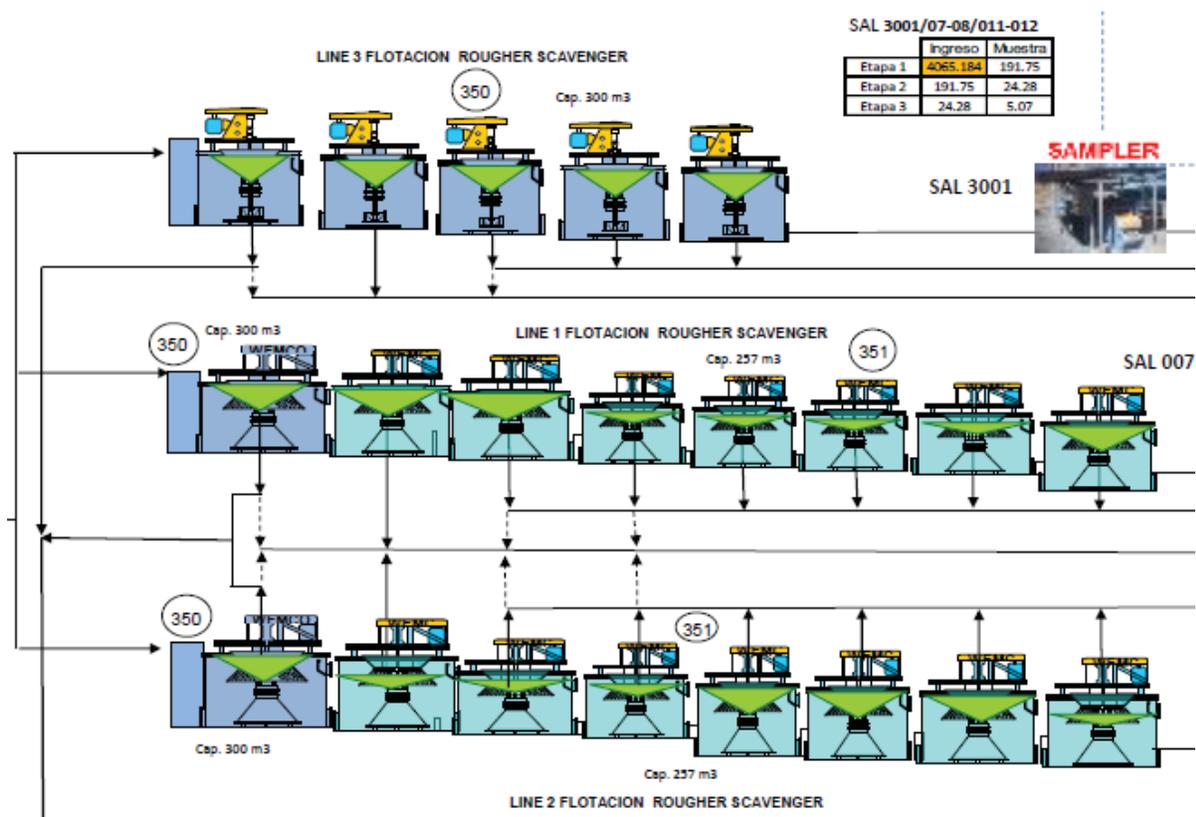
V: Volumen de la celda

Q: Caudal de pulpa

En Antapaccay tenemos tres líneas de flotación Rougher y Scavenger, dos líneas en las cuales las tres primeras celdas son Door Oliver y las cinco restantes son Wemco. Y una tercera línea donde las cinco celdas son Door Oliver. Como se muestra en la Figura 49.

**Figura 49**

*Líneas de flotación Rougher- Scavenger*



*Nota:* Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay (2019).

### 5.10.1. Cálculo del tiempo de residencia de la pulpa para las líneas 1 y 2.

Datos:

$V_1$ : 300 m<sup>3</sup>(Dorr Oliver)

$V_2$ : 257 m<sup>3</sup>(Wemco)

$Q$ : 3380 m<sup>3</sup>/h

Para las celdas Dorr Oliver, reemplazando datos en la ecuación 43.

$$T = \frac{300 (m^3)}{3380 \left(\frac{m^3}{h}\right)}$$

$$T = 0.089 h * \frac{60 min}{1h}$$

$$T = 5.34 min(3 celdas)$$

$$\mathbf{T_1 = 16.02 min}$$

Para las celdas Wemco, reemplazando datos en la ecuación 43.

$$T = \frac{257 (m^3)}{3380 \left(\frac{m^3}{h}\right)}$$

$$T = 0.076 h * \frac{60 min}{1h}$$

$$T = 4.56 min(5 celdas)$$

$$\mathbf{T_2 = 22.80 min}$$

Sumando los dos tiempos tenemos:

$$T_{total} = T_1 + T_2$$

$$T_{total} = 16.02 + 22.80$$

$$T_{total} = \mathbf{38.82 \text{ min}}$$

Esto quiere decir que la pulpa en la Línea 1 y 2, desde que entra a la primera celda y salga de la última demora un tiempo de 38.82 min.

### **5.10.2. Cálculo del tiempo de residencia de la pulpa para la línea 3.**

Datos:

$$V: 300 \text{ m}^3(\text{Dorr Oliver})$$

$$Q: 3050 \text{ m}^3/\text{h}$$

Reemplazando datos en la ecuación 43.

$$T = \frac{300 \text{ (m}^3\text{)}}{3050 \left(\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)}$$

$$T = 0.098 \text{ h} * \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}}$$

$$T = 5.88 \text{ min}(5 \text{ celdas})$$

$$T_{total} = \mathbf{29.40 \text{ min}}$$

En conclusión, podemos afirmar que el tiempo de residencia de pulpa en las celdas por líneas fue:

✓ Línea 1 y 2: 38.82 min

✓ Línea 3: 29.40 min

En Antapaccay las dos primeras celdas de cada línea (aplica para las líneas 1 y 2) son Rougher, la tercera y la cuarta celda tienen opción a Rougher y Scavenger y las restantes son netamente Scavenger.

En caso de la línea 3 dos celdas son Rougher, la tercera celda tiene opción de ser Rougher o Scavenger y las dos celdas restantes son netamente Scavenger.

### **5.11. Toma de datos del porcentaje de recuperación**

La toma de datos del porcentaje de recuperación se dio a partir de los valores que se muestran en la tendencia de leyes de Cu en línea, esto gracias al analizador múltiple de pulpas (MSA)<sup>7</sup>, con el soporte del software PI ProcessBook, como se muestra en la Figura 50. Para lo cual se tomó en cuenta el tiempo de residencia de la pulpa en las celdas de flotación, y tener los datos en el momento adecuado. Ver Tabla 7.

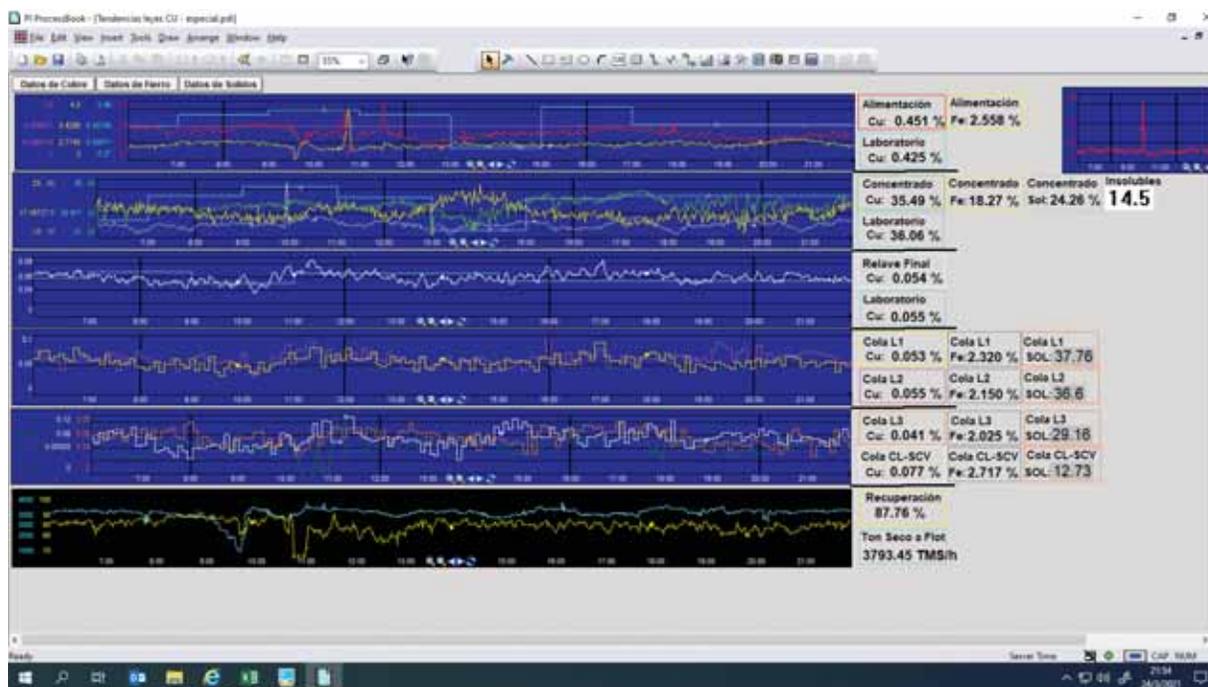
Por ejemplo: al momento de hacer el lavado de pulpa en las mallas, se anota el tiempo respectivo, en este caso sería la hora en el cual se hace el lavado. Luego con los datos del tiempo de residencia de pulpa en las celdas de flotación, por ejemplo, en la línea 1 y 2 es de 38.82 min, se tiene que esperar ese tiempo para tomar el dato de la recuperación en línea, puesto que en ese momento tendremos lectura de las leyes de cobre en el relave, grado del concentrado, y la ley de cabeza respectivo.

---

<sup>7</sup> MSA: Dispositivo que analiza el contenido de Cu, Fe y Au a partir de pulpas de los concentrados y relaves en tiempo real.

**Figura 50**

*Tendencia de leyes de Cu en línea*



*Nota:* Adaptado de *PI ProcessBook*, de Antapaccay (2021).

En PI ProcessBook se puede observar tendencias de leyes de Cu en línea, entre las principales tenemos, por ejemplo: ley de (cabeza, Cu en el concentrado, relave final, relave de las líneas 1, 2 y 3, relave del circuito (Cleaner-Scavenger). También tenemos el porcentaje de recuperación, las TMS/h de mineral que estamos pasando por el circuito de flotación. Cabe mencionar que estas tendencias son de mucha importancia porque nos permite saber y conocer cómo se está desarrollando el proceso en tiempo real, y nos permitan tomar decisiones acertadas y adecuadas de acuerdo al tipo de problema que se nos esté presentando.

**Tabla 7***Datos del porcentaje de recuperación de cobre*

Dia	Recuperación (%)			$\bar{x}$	$\sigma$
	Muestra 1	Muestra 2	Muestra 3		
1	82.45	83.12	83.45	83.01	0.51
2	82.81	83.41	84.62	83.61	0.92
3	84.45	83.27	83.45	83.72	0.64
4	81.45	81.79	82.56	81.93	0.57
5	86.30	84.23	85.90	85.48	1.10
6	87.13	86.10	85.12	86.12	1.01
7	83.67	87.45	82.07	84.40	2.76
8	80.56	81.03	85.76	83.45	2.88
9	86.10	85.46	84.81	85.46	0.65
10	81.34	83.24	82.16	82.25	0.95
11	83.53	82.73	83.45	83.24	0.44
12	81.46	82.89	82.46	82.27	0.73
13	81.69	83.48	82.86	82.68	0.91
14	81.39	80.37	81.56	81.11	0.64
15	81.49	82.75	83.24	82.49	0.90
16	87.56	87.34	82.45	85.78	2.89
17	88.36	87.23	81.45	85.68	3.71
18	87.10	85.20	85.10	85.80	1.13
19	82.54	88.93	88.47	86.65	3.56
20	83.27	81.54	87.23	84.01	2.92

*Nota:* Elaboración propia.**5.11.1. Cálculo del porcentaje de recuperación**

El porcentaje de recuperación se calcula utilizando la siguiente fórmula. Linares (2014).

$$R = \frac{Cc}{Ff} * 100 \quad (44)$$

$$R = \frac{c(f - t)}{f(c - t)} * 100 \quad (45)$$

Donde:

c: ley de Cu en el concentrado

f: ley de Cu en la alimentación

t: ley de Cu en el relave

Ejemplo

Datos (del análisis químico en línea), PI Process Book:

c: 35.49 %

f: 0.45 %

t: 0.05 %

Reemplazando los datos en la ecuación 45, tendremos:

$$R = \frac{35.49(0.45 - 0.05)}{0.45(35.49 - 0.05)} * 100$$

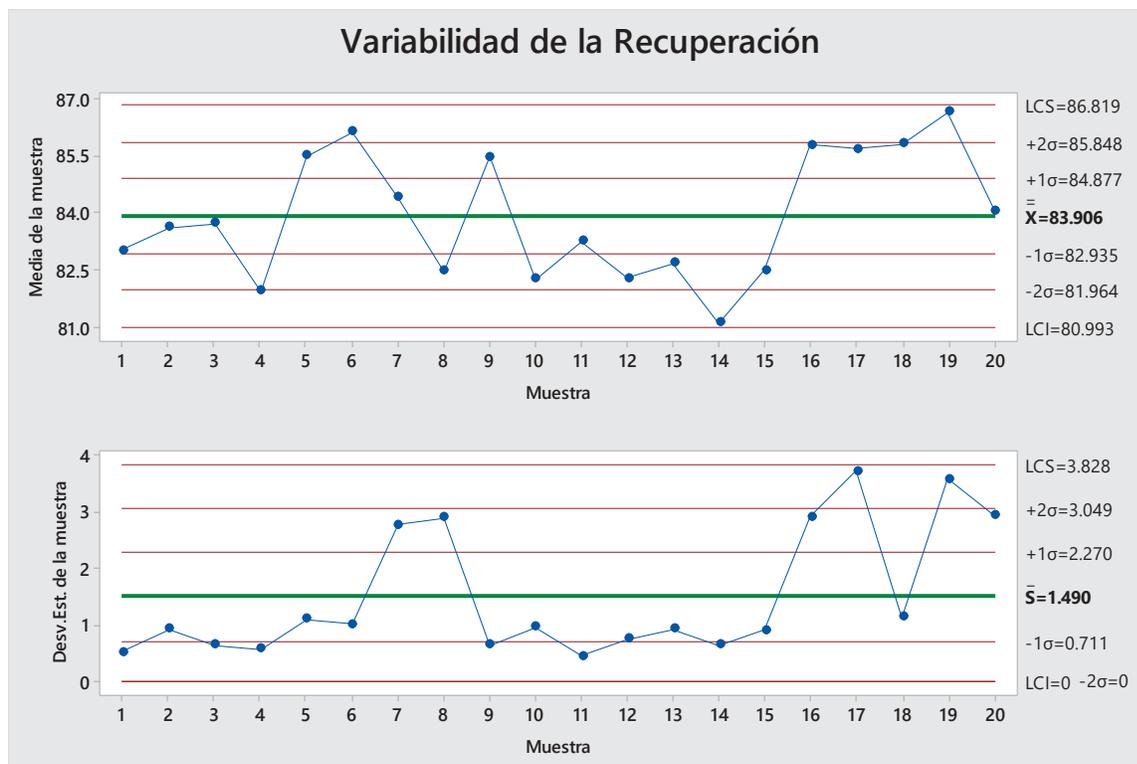
$$R = 89.01 \%$$

### ***5.11.2. Variabilidad de la recuperación de cobre***

La Figura 51 muestra la variabilidad de la recuperación de cobre. Se hizo con la finalidad de evaluar la dispersión de los datos respecto a la media aritmética promedio y la desviación estándar promedio, tomando en cuentas límites de control: superior, central en inferior, y también dos niveles de evaluación.

Figura 51

*Variabilidad de la Recuperación de Cu*



*Nota:* Adaptación propia.

De la figura, podemos afirmar que todos los puntos están dentro de los límites de control.

## 5.12. Tablas de balance

Estas tablas contienen la toma de datos del tonelaje tratado por día(seco), las variables independientes y el resultado obtenido realizado de manera diaria mientras duró el trabajo de investigación. Nos van a servir para hacer un análisis posterior y ver su influencia de cada uno.

**Tabla 8***Balance día uno*

DIA 1

Ton tratado seco 3800 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula			
	( $\mu\text{m}$ )	[OH <sup>-</sup> ]	g/TMS	(%)
P80	272.97	-	-	
pH	-	8.2	-	83.01
Z-6	-	-	21.88	
F-501	-	-	17.74	

*Nota:* Elaboración propia.**Tabla 9***Balance día dos*

DIA 2

Ton tratado seco 3760 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula			
	( $\mu\text{m}$ )	[OH <sup>-</sup> ]	g/TMS	(%)
P80	238.84	-	-	
pH	-	8.1	-	83.61
Z-6	-	-	20.11	
F-501	-	-	16.58	

*Nota:* Elaboración propia.

**Tabla 10***Balance día tres**DIA 3*

Ton tratado seco 3780 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula			
	( $\mu\text{m}$ )	[OH <sup>-</sup> ]	g/TMS	(%)
P80	269.23	-	-	
pH	-	8.2	-	83.72
Z-6	-	-	19.71	
F-501	-	-	18.67	

*Nota:* Elaboración propia.**Tabla 11***Balance día cuatro**DIA 4*

Ton tratado seco 3810 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula			
	( $\mu\text{m}$ )	[OH <sup>-</sup> ]	g/TMS	(%)
P80	266.25	-	-	
pH	-	8.4	-	81.93
Z-6	-	-	20.67	
F-501	-	-	15.46	

*Nota:* Elaboración propia.

**Tabla 12***Balance día cinco*

DIA 5

Ton tratado seco 3910 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula ( $\mu\text{m}$ )			
P80	240.43	-	-	
pH	-	8.4	-	85.48
Z-6	-	-	22.10	
F-501	-	-	16.58	

*Nota:* Elaboración propia.**Tabla 13***Balance día seis*

DIA 6

Ton tratado seco 3790 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula ( $\mu\text{m}$ )			
P80	244.27	-	-	
pH	-	8.4	-	86.12
Z-6	-	-	21.12	
F-501	-	-	17.34	

*Nota:* Elaboración propia.

**Tabla 14***Balance día siete*

DIA 7

Ton tratado seco 3700 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula			
	( $\mu\text{m}$ )	[OH <sup>-</sup> ]	g/TMS	(%)
P80	257.10	-	-	
pH	-	8.1	-	84.40
Z-6	-	-	19.23	
F-501	-	-	15.67	

*Nota:* Elaboración propia.**Tabla 15***Balance día ocho*

DIA 8

Ton tratado seco 3830 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula			
	( $\mu\text{m}$ )	[OH <sup>-</sup> ]	g/TMS	(%)
P80	268.31	-	-	
pH	-	8.3	-	82.45
Z-6	-	-	21.30	
F-501	-	-	18.56	

*Nota:* Elaboración propia.

**Tabla 16***Balance día nueve*

DIA 9

Ton tratado seco 3730 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula ( $\mu\text{m}$ )			
P80	253.80	-	-	
pH	-	8.2	-	85.46
Z-6	-	-	19.57	
F-501	-	-	15.29	

*Nota:* Elaboración propia.**Tabla 17***Balance día diez*

DIA 10

Ton tratado seco 3790 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula ( $\mu\text{m}$ )			
P80	269.87	-	-	
pH	-	8.8	-	82.25
Z-6	-	-	20.85	
F-501	-	-	15.67	

*Nota:* Elaboración propia.

**Tabla 18***Balance día once*

DIA 11

Ton tratado seco 3710 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula			
	( $\mu\text{m}$ )	[OH <sup>-</sup> ]	g/TMS	(%)
P80	257.47	-	-	
pH	-	8.9	-	83.24
Z-6	-	-	20.67	
F-501	-	-	18.23	

*Nota:* Elaboración propia.**Tabla 19***Balance día doce*

DIA 12

Ton tratado seco 3750 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula			
	( $\mu\text{m}$ )	[OH <sup>-</sup> ]	g/TMS	(%)
P80	261.64	-	-	
pH	-	8.8	-	82.27
Z-6	-	-	21.46	
F-501	-	-	17.57	

*Nota:* Elaboración propia.

**Tabla 20***Balance día trece*

DIA 13

Ton tratado seco 3940 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula			
	( $\mu\text{m}$ )	[OH <sup>-</sup> ]	g/TMS	(%)
P80	263.65	-	-	
pH	-	8.4	-	82.68
Z-6	-	-	23.45	
F-501	-	-	17.38	

*Nota:* Elaboración propia.**Tabla 21***Balance día catorce*

DIA 14

Ton tratado seco 3900 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula			
	( $\mu\text{m}$ )	[OH <sup>-</sup> ]	g/TMS	(%)
P80	260.42	-	-	
pH	-	9.0	-	81.11
Z-6	-	-	22.67	
F-501	-	-	18.76	

*Nota:* Elaboración propia.

**Tabla 22***Balance día quince*

DIA 15

Ton tratado seco 3870 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula ( $\mu\text{m}$ )			
P80	235.83	-	-	
pH	-	8.5	-	82.49
Z-6	-	-	21.88	
F-501	-	-	19.37	

*Nota:* Elaboración propia.**Tabla 23***Balance día dieciséis*

DIA 16

Ton tratado seco 3760 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula ( $\mu\text{m}$ )			
P80	251.11	-	-	
pH	-	8.4	-	85.78
Z-6	-	-	20.45	
F-501	-	-	16.35	

*Nota:* Elaboración propia.

**Tabla 24***Balance día diecisiete*

DIA 17

Ton tratado seco 3900 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula			
	( $\mu\text{m}$ )	[OH <sup>-</sup> ]	g/TMS	(%)
P80	241.40	-	-	
pH	-	8.2	-	85.68
Z-6	-	-	22.14	
F-501	-	-	18.90	

*Nota:* Elaboración propia.**Tabla 25***Balance día dieciocho*

DIA 18

Ton tratado seco 3810 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula			
	( $\mu\text{m}$ )	[OH <sup>-</sup> ]	g/TMS	(%)
P80	249.17	-	-	
pH	-	8.5	-	85.80
Z-6	-	-	19.45	
F-501	-	-	16.36	

*Nota:* Elaboración propia.

**Tabla 26***Balance día diecinueve*

DIA 19

Ton tratado seco 3850 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula			
	( $\mu\text{m}$ )	[OH <sup>-</sup> ]	g/TMS	(%)
P80	242.80	-	-	
pH	-	8.5	-	86.65
Z-6	-	-	20.13	
F-501	-	-	17.58	

*Nota:* Elaboración propia.**Tabla 27***Balance día veinte*

DIA 20

Ton tratado seco 3870 TMS/h

Componentes	Tamaño de	Concentración	Consumo	Recuperación
	partícula			
	( $\mu\text{m}$ )	[OH <sup>-</sup> ]	g/TMS	(%)
P80	247.08	-	-	
Ph	-	9.0	-	84.01
Z-6	-	-	22.14	
F-501	-	-	17.23	

*Nota:* Elaboración propia.

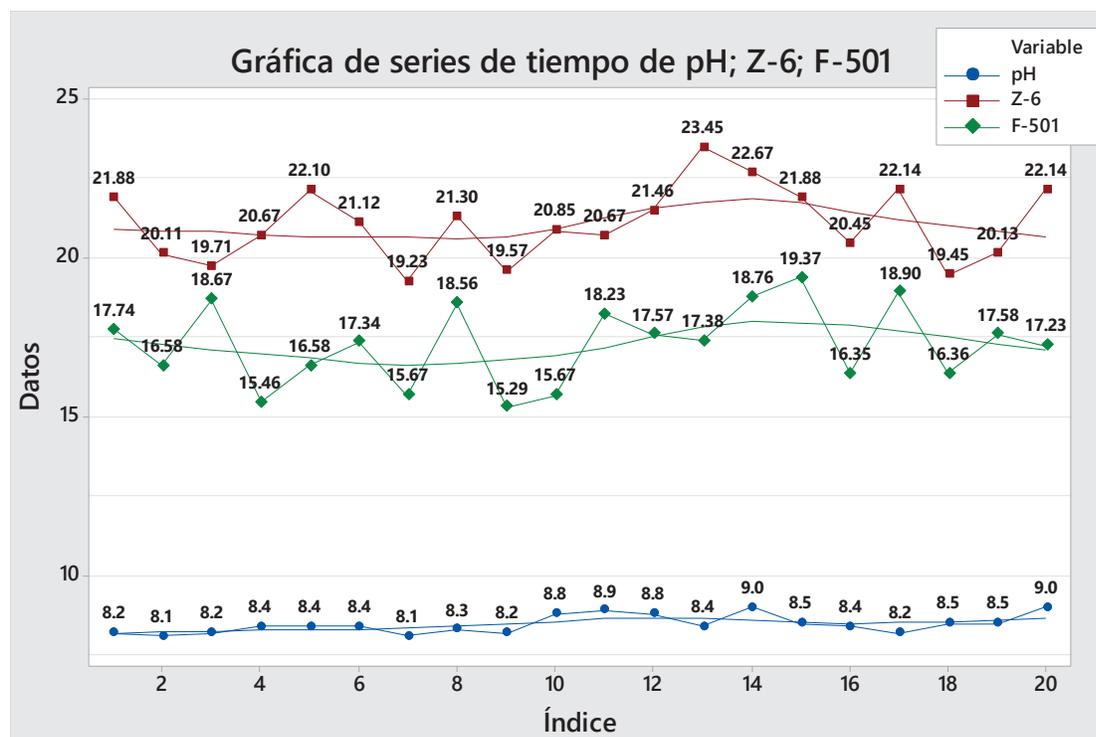
### 5.12.1. Gráficas de series de tiempo

Las gráficas de series de tiempo nos ayudan a analizar y comprender el comportamiento que han tenido cada una de las variables a lo largo del tiempo y poder compararlas si se da el caso. A continuación, a partir de los resultados obtenidos, mostraremos las gráficas de series de tiempo de:

- pH.
- Dosificación de reactivos: Z-6 y F-501.
- TMS/h de mineral alimentado a flotación.
- P80.
- Recuperación de Cu.

**Figura 52**

*Series de tiempo de pH, Z-6 y F-501*



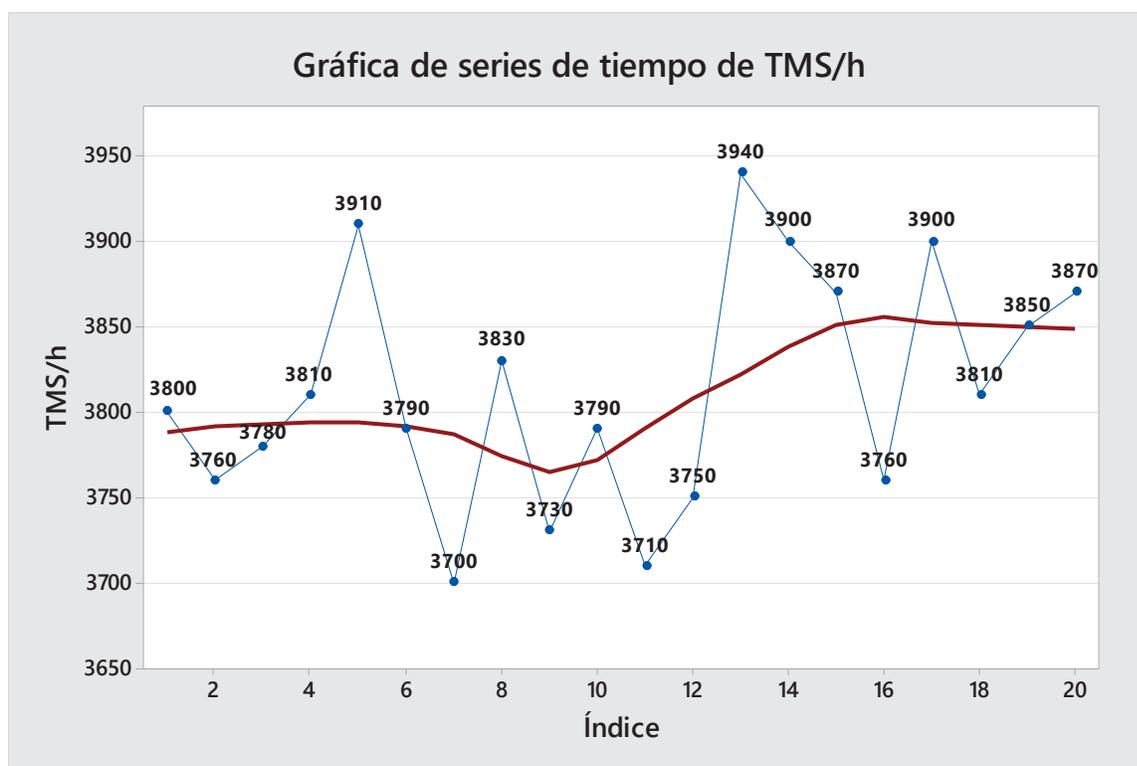
*Nota:* Elaboración propia.

De la Figura 52. Se puede deducir, que el comportamiento de los reactivos Z-6 Y F-501 ha sido similar, la dosis del reactivo Z-6 ha variado según la ley de cabeza de Cu, a leyes de cabeza altos, más dosis de xantato. La dosis del espumante F-501, ha variado dependiendo los siguientes factores: los valores altos significan que el colchón de espuma de concentrado estaba aguantado y por lo tanto para poder evacuarlo agregamos más espumante, y en lo general para darle una buena consistencia a la burbuja mineralizada.

El comportamiento del pH se ha mantenido estable, salvo algunos puntos altos, por ejemplo: pH (9,8.9), que significan que la pulpa requería una dosis más de alcalinidad que pueden ser por la presencia de óxidos, pirita, burbujas muy redondas y transparentes.

**Figura 53**

*Series de tiempo de TMS/h.*

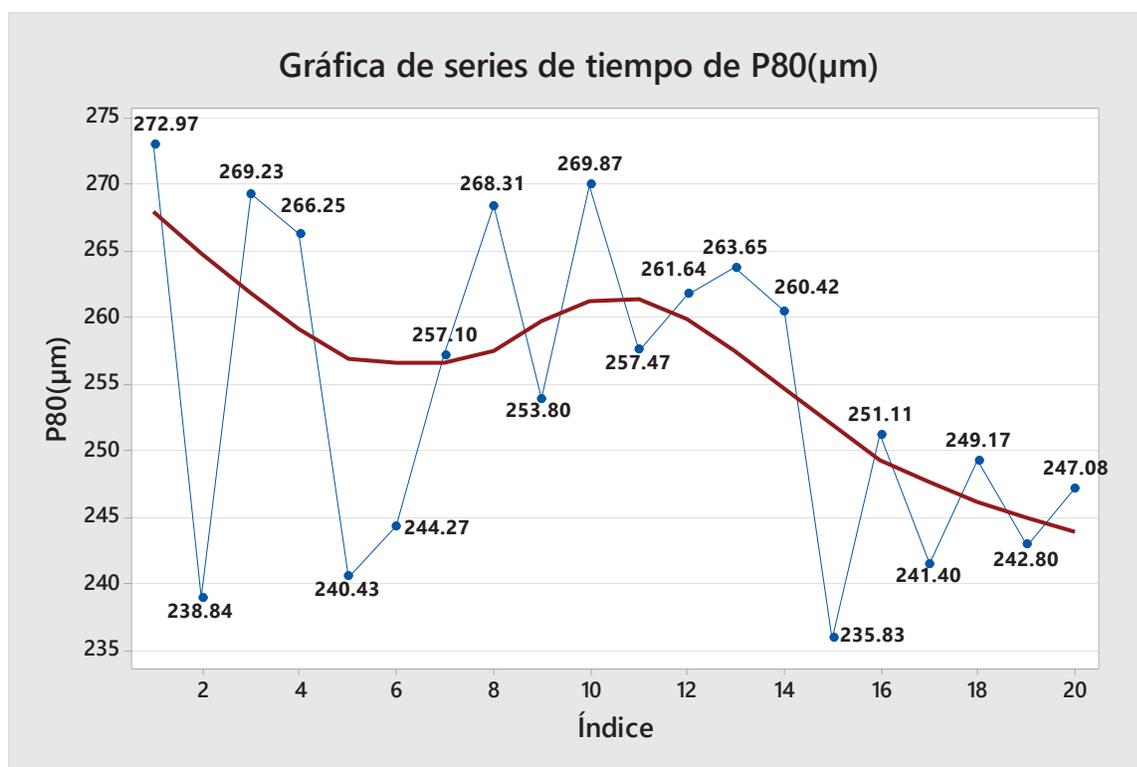


*Nota:* Elaboración propia

El comportamiento de la Figura 53, indica que el tonelaje de alimentación a flotación expresado en TMS/h, tiene un comportamiento que se relaciona con la dureza del mineral, en donde si el mineral es dócil pasa rápidamente por los molinos pasando mayor tonelaje y cuando el mineral es duro pasa menor tonelaje porque toma mayor tiempo molerlo.

**Figura 54**

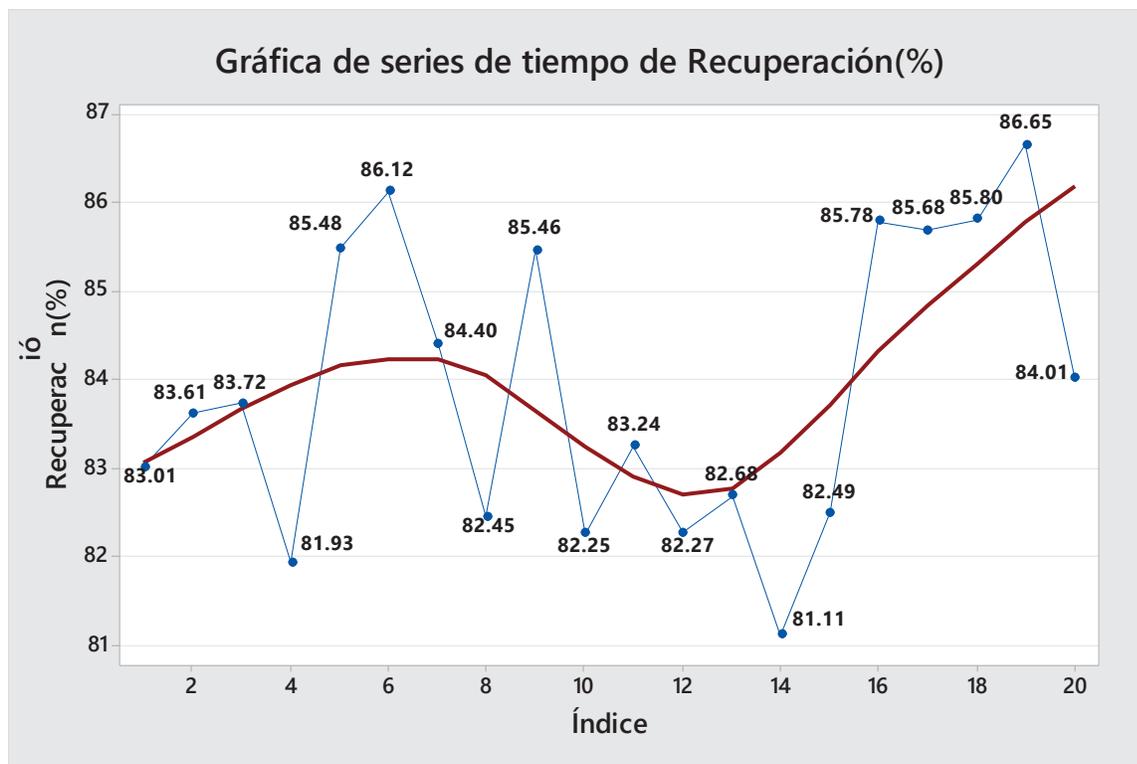
*Series de tiempo de P80*



*Nota:* Elaboración propia.

Figura 55

*Series de tiempo de Recuperación*



*Nota:* Elaboración propia.

De las Figuras 54 y 55 podemos entender lo siguiente:

- Al momento de empezar el trabajo experimental con un P80 elevado se obtuvieron recuperaciones muy bajas.
- Acorde avanzaba nuestras pruebas se puede mostrar que cuándo el P80 empieza a disminuir su valor, la recuperación tiende a subir.

### 5.13. P80 vs. Recuperación

Esta relación nos va ayudar a encontrar los puntos más altos, medianos y bajos, y observar a detalle cómo influye realmente el P80 en la Recuperación de Cu.

La Tabla 28 nos detalla los datos obtenidos de P80 y Recuperación (Promedios).

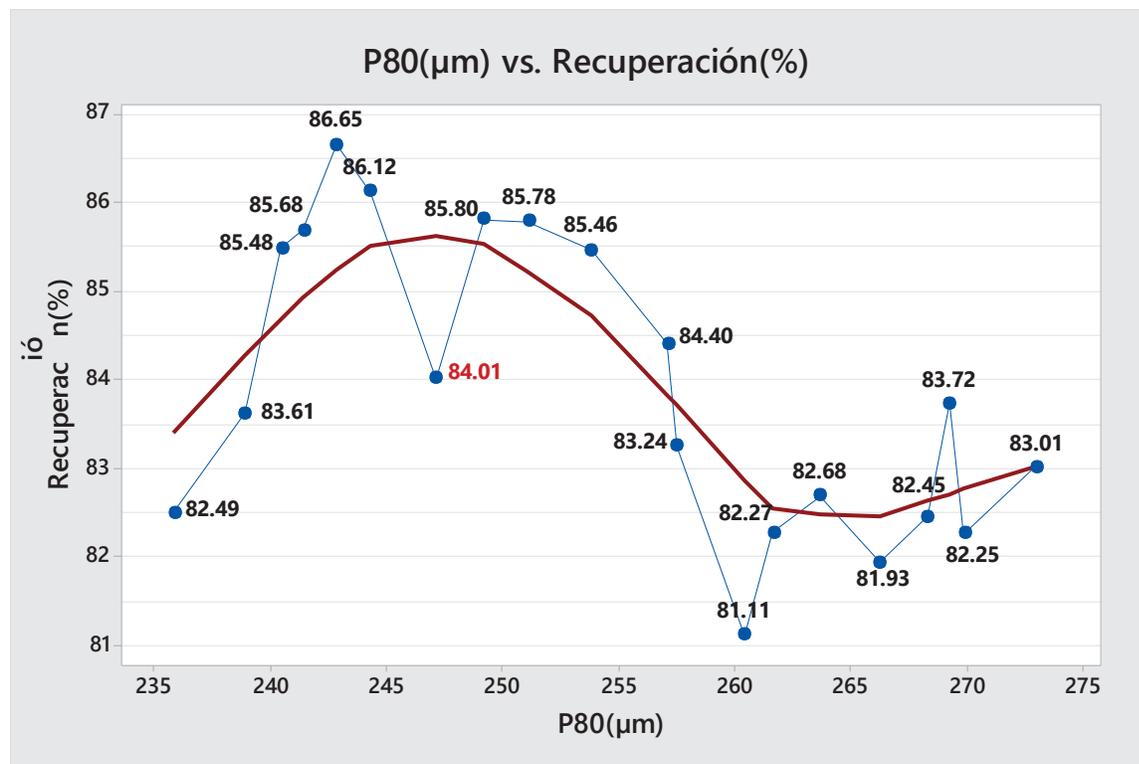
**Tabla 28***P80 vs. Recuperación*

<b>P80(<math>\mu\text{m}</math>)</b>	<b>Recuperación (%)</b>
272.97	83.01
238.84	83.61
269.23	83.72
266.25	81.93
240.43	85.48
244.27	86.12
257.10	84.40
268.31	82.45
253.80	85.46
269.87	82.25
257.47	83.24
261.64	82.27
263.65	82.68
260.42	81.11
235.83	82.49
251.11	85.78
241.40	85.68
249.17	85.80
242.80	86.65
247.08	84.01

*Nota:* Elaboración propia.**5.13.1. Gráfica de P80( $\mu\text{m}$ ) vs. Recuperación (%)**La Figura 56 muestra la gráfica de P80( $\mu\text{m}$ ) vs. Recuperación (%)

Figura 56

Gráfica de P80 ( $\mu\text{m}$ ) vs. Recuperación (%)



Nota: Adaptación propia.

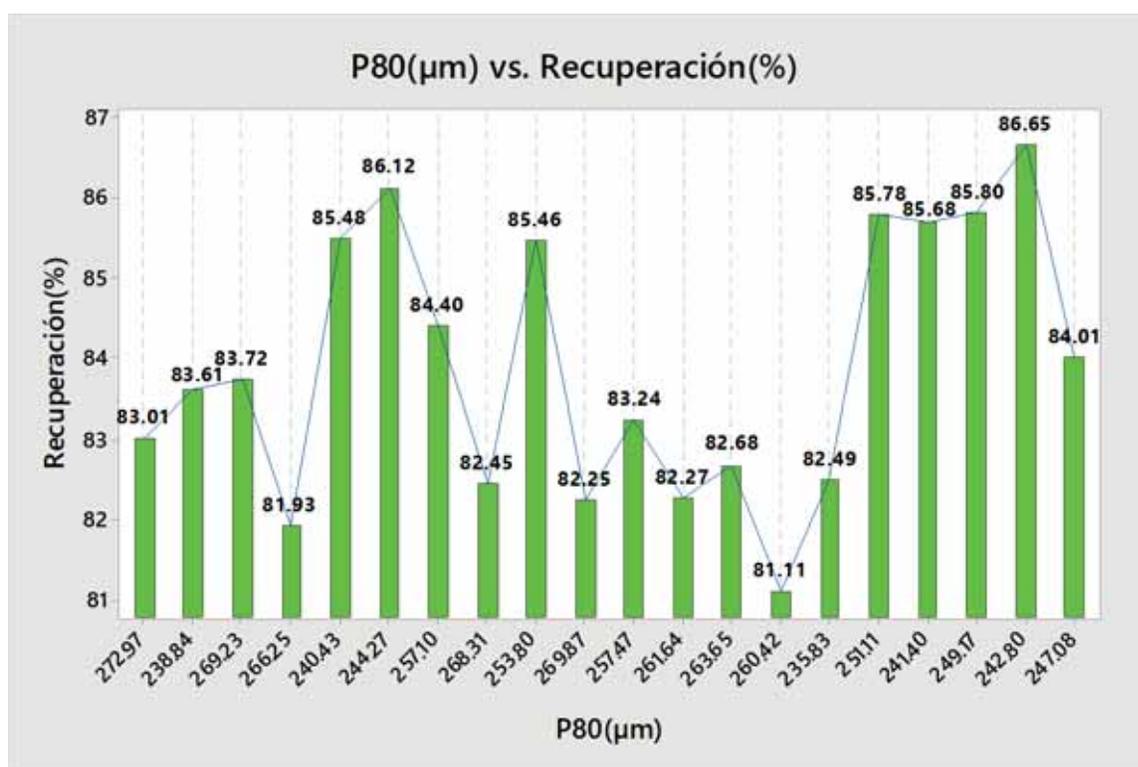
De la gráfica se tiene que, en un rango de P80 de (240-255)  $\mu\text{m}$  se obtuvieron las recuperaciones más altas (84-87) %, mientras tantos valores de P80 menores a 240  $\mu\text{m}$  nos da una tendencia de recuperación a descender ( $\leq 83.61$  %), la tendencia explica que cuando trabajemos con P80 menores a 240  $\mu\text{m}$ , siempre vamos a obtener recuperaciones muy bajas, por lo demasiado fino que esta la partícula. Y con valores de P80 mayores a 255  $\mu\text{m}$  también vamos a obtener recuperaciones bajas ( $\leq 84.40$  %), puesto que el tamaño de partícula va ser demasiado grande y no se podrá adherir a la burbuja. Esto se debe a los fenómenos hidrodinámicos y termodinámicos que ocurren en el momento de la adhesión entre la burbuja y una partícula de mineral.

Para que la colisión tenga éxito, se requiere que durante el corto tiempo que tiene lugar la colisión, ocurra un adelgazamiento y ruptura del film de líquido que los separa y se forme una nueva interfase mineral-aire.

Cuando se disminuye el tamaño de partícula, es decir cuando tenemos partículas demasiada finas, estas no poseen un impulso suficiente para producir el encuentro efectivo entre la partícula y la burbuja. En tanto cuando aumenta el tamaño de partícula, se dará una adherencia muy mala a la burbuja porque una partícula grande tiene un deslizamiento muy rápido y no tiene el tiempo suficiente para adherirse.

**Figura 57**

*Gráfica de barras P80 ( $\mu\text{m}$ ) vs. Recuperación (%)*



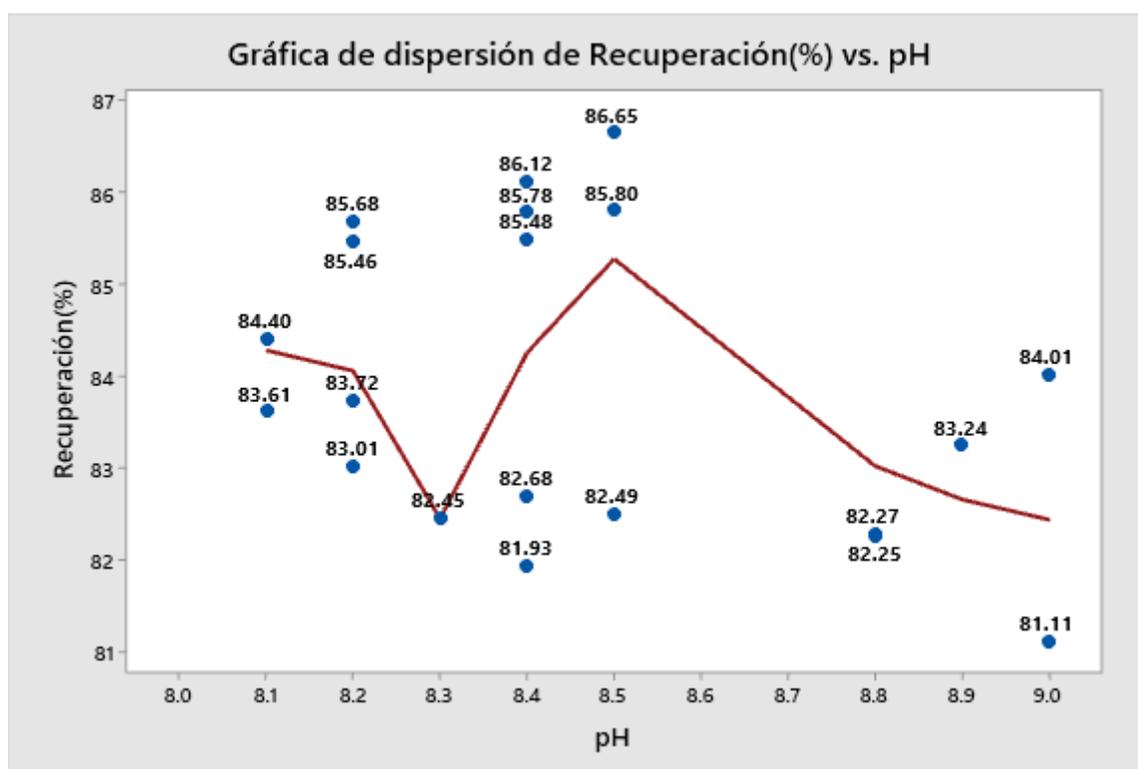
*Nota:* Elaboración propia.

De la Figura 57, se observa que a un P80 de 242.80  $\mu\text{m}$  se obtuvo una Recuperación de 86.65%, con condiciones de pH de 8.5 y dosis de reactivos Z-6: 20.13 g/TMS y F-501: 17.58 g/TMS, siendo este el punto más alto obtenido, concluyendo que ese es el P80 óptimo a la cual se debe trabajar y flotar de acuerdo a las condiciones iniciales del proceso, puesto que esto va ir variando para otro tipo de condiciones que se pueden presentar.

### 5.13.2. Gráfica de Recuperación (%) vs. pH

Figura 58

Gráfica de dispersión de Recuperación (%) vs pH

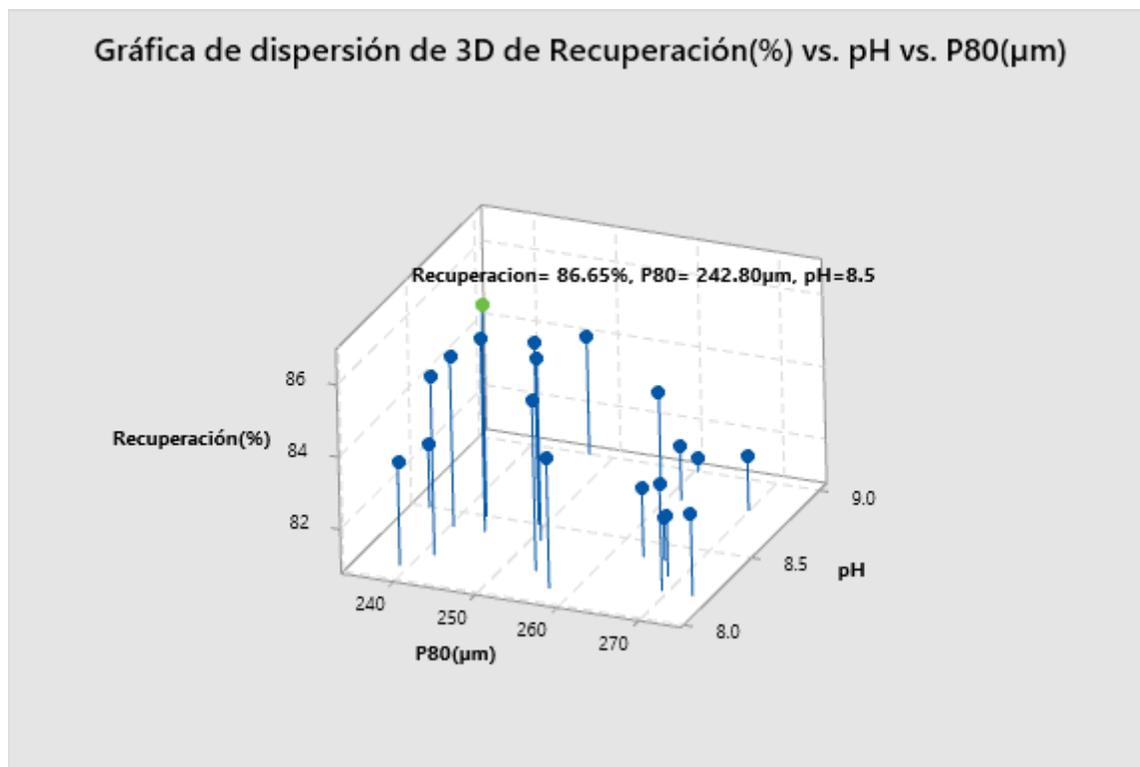


Nota: Elaboración propia

En la Figura 58, se muestra el punto más alto obtenido de recuperación de cobre con un valor de 86.65% respecto al pH con un valor de 8.5.

### Figura 59

Gráfica de dispersión de Recuperación (%) vs. pH vs. P80 ( $\mu\text{m}$ )



Nota: Elaboración propia

Para determinar el punto más alto obtenido relacionamos la variable más significativa y el que está dentro del modelo que sería el P80, considerando también el pH, con respecto a la recuperación, se considera el pH, porque es una variable fundamental en la flotación, nos da las condiciones óptimas de alcalinidad de pulpa, permitiendo un performance alto de los reactivos químicos, y por ende una recuperación óptima, como se muestra en la Figura 59. Llegando a concluir que ese punto quedará como una estrategia de control operacional para la planta concentradora. Ver Figura 60.

**Figura 60***Estrategia de control operacional*

*Nota:* Adaptación propia.

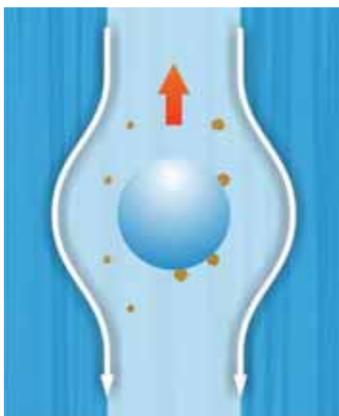
El objetivo es mantener valores cercanos al P80 óptimo obtenido, haciendo los ajustes correspondientes ya sea en flotación, molienda o clasificación.

Nuestros resultados obtenidos se fundamentan con los siguientes factores de la flotación:

- a) Probabilidad de colisión:** Las partículas más grandes se ven menos afectadas por las líneas de flujo de la pulpa de modo que es más probable que ellas choquen con una burbuja. Aquí dos partículas de un mismo mineral están en la trayectoria de una burbuja que está ascendiendo. La partícula más grande no se ve afectada tanto como la partícula más pequeña. El resultado es que la partícula grande choca con la burbuja, pero no así la pequeña. Como se muestra en la Figura 61.

**Figura 61**

*Probabilidad de colisión*

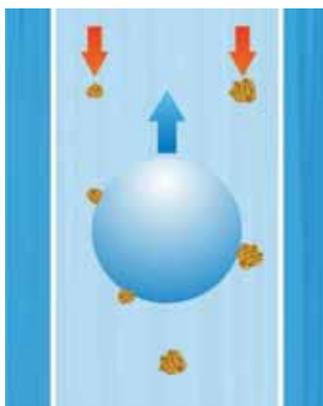


*Nota:* Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay (2019).

- b) Probabilidad de adhesión:** La velocidad de deslizamiento de una partícula depende principalmente de su peso, en este caso dos partículas del mismo mineral chocan con una burbuja. La partícula más grande se desliza más rápido y por lo tanto no tiene tiempo suficiente para adherirse. Como se muestra en la Figura 62.

**Figura 62**

*Probabilidad de adhesión*



*Nota:* Adaptado de *Manual de operaciones*, de Antapaccay (2019).

## CAPITULO VI: DISCUSIÓN DE RESULTADOS

### 6.1. Planificación de los análisis estadísticos

A continuación, analizaremos los resultados que se ha obtenido a lo largo de la experimentación. Debemos indicar que, el análisis es estadístico se efectúa considerando que el objetivo de la investigación es “Determinar la influencia del P80, el pH y la dosificación de reactivos: Z-6 y F-501 en la recuperación de cobre por flotación en la CIA. Minera Antapaccay S.A.”

Para evaluar la relación entre las variables dependiente (Y) e independientes ( $X_1, X_2, X_3, X_4$ ) se requieren pruebas de contraste de hipótesis con la información recogida en la parte experimental, dado que los contrastes de la hipótesis formulada en el plan de investigación deben de ser contrastada con los resultados experimentales y basan en probar relaciones multivariantes (5 variables). Es entonces cuando resulta adecuado y conveniente la aplicación de los análisis al modelo de regresión y correlación lineal. Los modelos de regresión permiten evaluar la relación entre una variable (dependiente) respecto a otras variables en conjunto (independientes). Los modelos de regresión se expresan de la siguiente forma:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2 + \hat{\beta}_3 x_3 + \hat{\beta}_4 x_4 + \varepsilon \quad (46)$$

El objetivo principal del análisis estadístico para esta investigación es el de construir un modelo de regresión para evaluar cómo afecta el cambio del tamaño de grano en las características de la permeabilidad. Para estimar un modelo de regresión que optimice la recuperación de cobre por la influencia del P80, el pH y la dosificación de reactivos de flotación en la Cía. Minera Antapaccay S.A. Resulta conveniente utilizar para estimar los valores reales de las variables de interés, se construya una función basada en el cálculo de la probabilidad de que las variables de interés adopten el valor de los experimentos realizados

### 6.1.1. Resultados de las pruebas metalúrgicas

Como se mostró en las tablas anteriores la base de datos inicial contiene la información tomada en la planta concentradora de la Cía. Minera Antapaccay S.A, dado que la empresa requirió corroborar dicha información, la base de datos fue reestructurada como se muestra en Tabla 29, donde se incluyen los resultados de las pruebas realizadas en el capítulo anterior.

**Tabla 29**

*Estructura general de la base de datos / Pruebas mecánicas.*

Día	X1	X2	X3	X4	Y
	P80	pH	Reactivo Z-6	Reactivo F-501	Recuperación
1	272.97	8.2	21.88	17.74	83.01
2	238.84	8.1	20.11	16.58	83.61
3	269.23	8.2	19.71	18.67	83.72
4	266.25	8.4	20.67	15.46	81.93
5	240.43	8.4	22.10	16.58	85.48
6	244.27	8.4	21.12	17.34	86.12
7	257.1	8.1	19.23	15.67	84.4
8	268.31	8.3	21.30	18.56	83.45
9	253.8	8.2	19.57	15.29	85.46
10	269.87	8.8	20.85	15.67	82.25
11	257.47	8.9	20.67	18.23	83.24
12	261.74	8.8	21.46	17.57	82.27
13	263.65	8.4	23.45	17.38	82.68
14	260.42	9.0	22.67	18.76	81.11

Día	X1	X2	X3	X4	Y
	P80	pH	Reactivo Z-6	Reactivo F-501	Recuperación
15	235.83	8.5	21.88	19.37	82.49
16	251.11	8.4	20.45	16.35	85.78
17	241.4	8.2	22.14	18.90	85.68
18	249.17	8.5	19.45	16.36	85.8
19	242.8	8.5	20.13	17.58	86.65
20	247.08	9.0	22.14	17.23	84.01

*Nota:* Elaboración propia.

### **6.1.2. Variables involucradas**

A continuación, se procede a construir la planificación del análisis estadístico mediante técnicas de regresión y correlación lineal simple múltiple. La elección de estas variables fue explicada y analizada en el capítulo anterior. Nótese que se tiene una variable dependiente y cuatro variables independientes.

Y = % de recuperación de cobre

X1 = Tamaño de partícula P80

X2 = pH

X3 = Reactivo Colector: Z-6

X4 = Reactivo Espumante: F-501

### **6.2. Hipótesis de interés a verificar**

En la investigación se planteó la siguiente hipótesis:

Hipótesis General: El P80, el pH y la dosificación de reactivos: Z-6 y F-501, influyen en la recuperación de cobre por flotación en la CIA. Minera Antapaccay S.A.

Con el objeto de probar esta hipótesis se usará diferentes pruebas estadísticas de probabilidad y de inferencia, por lo que se plantea las siguientes hipótesis estadísticas específicas a cada una de las variables:

TAMAÑO DE PARTÍCULA: P80

$H_{01}$ : *El tamaño de partícula P80 no influye y no es significativa dentro del modelo*

$H_{A1}$ : *El tamaño de partícula P80 influye y es significativa dentro del modelo*

pH

$H_{02}$ : *El pH no influye y no es significativa dentro del modelo*

$H_{A2}$ : *El pH influye y es significativa dentro del modelo*

REACTIVO COLECTOR: Z-6

$H_{03}$ : *El Reactivo Colector Z – 6 no influye y no es significativa dentro del modelo*

$H_{A3}$ : *El Reactivo Colector Z – 6 influye y es significativa dentro del modelo*

REACTIVO ESPUMANTE: F-501

$H_{04}$ : *El reactivo esp. F – 501 no influye y no es significativa dentro del modelo*

$H_{A4}$ : *El reactivo esp. F – 501 influye y es significativa dentro del modelo*

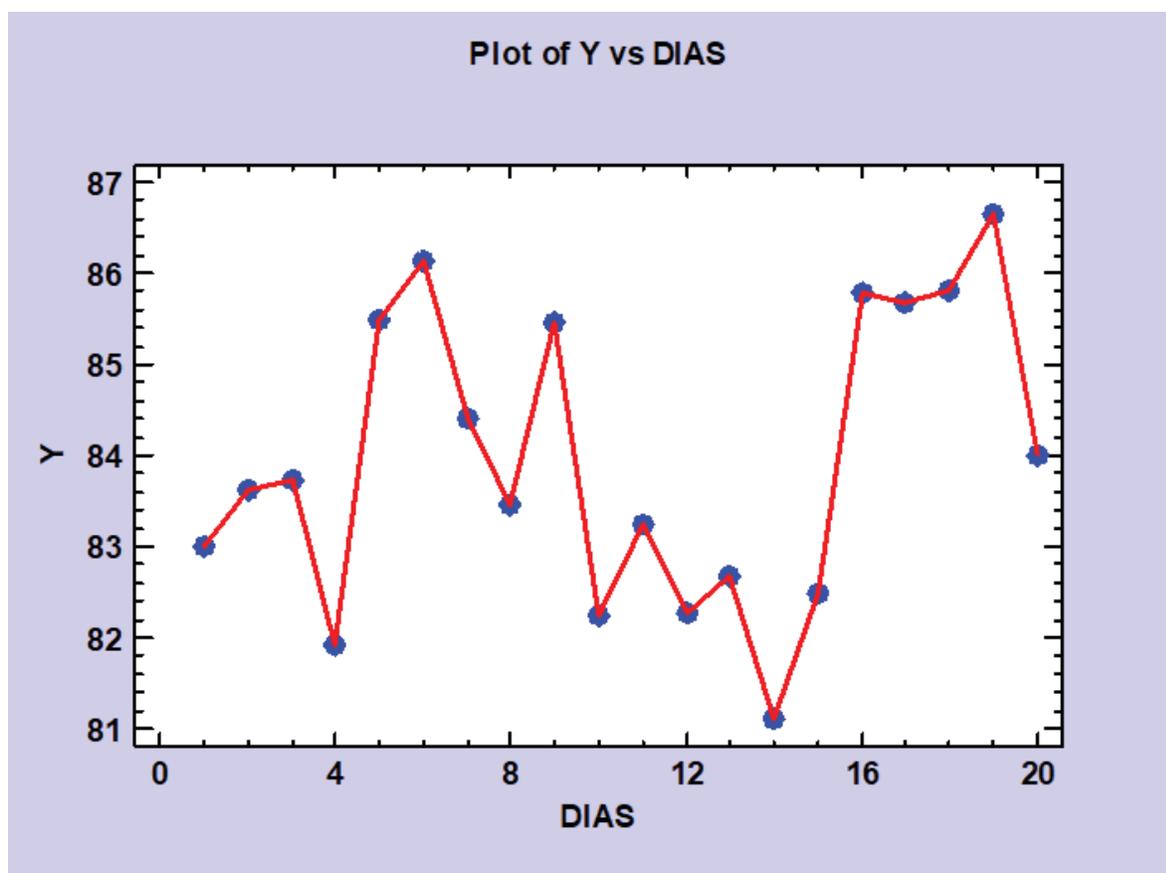
### **6.3. Análisis inicial de datos experimentales**

Para saber cuantitativamente cuanto afecta las variables predictoras sobre la respuesta (% de recuperación de cobre), se determina los cálculos de regresión y correlación, los cuales se definen como la diferencia entre los valores de las respuestas, cuando en los valores respectivos de las variables se encuentran en sus diferentes niveles. Mediante el diagrama de dispersión se inicia el análisis de datos para el porcentaje de recuperación del cobre para el periodo de investigación (20 días). Para llegar a obtener el diagrama de dispersión de las pruebas experimentales, el procedimiento es: Contar con la colección de datos obtenidos en el capítulo anterior que muestren

los correspondientes valores de las variables consideradas (% de recuperación Y, días) y representar los pares ordenados  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  ...  $(x_n, y_n)$  en un sistema de coordenada rectangulares (ver Figura 63), se observa dispersiones, por lo tanto la recta será un buen representante de la nube de puntos, o lo que es lo mismo, la bondad de ajuste del modelo será buena.

**Figura 63**

*Diagrama de dispersión y su tendencia*



*Nota:* Elaboración propia.

Seguidamente graficamos los diagramas de cajas y bigotes para las variables Y, X1, X2, X3, y X4; de una manera conveniente para mostrar visualmente los grupos de datos numéricos a través de sus cuartiles. En la Figura 64, se observa que no hay valores atípicos. Se observa que para

el caso de la variable Y es asimétrica y en las otras variables tienden a una conducta simétrica, además los datos esta agrupados hacia la mediana. Por lo que no es necesario retirar ningún dato para el análisis de regresión y correlación.

**Figura 64**

*Diagrama de caja y bigotes*



*Nota:* Elaboración propia.

### 6.3.1. Estimación de B por mínimos cuadrados

**Tabla 30**

*Estimación de parámetros del modelo*

Parámetro	Estimación	Error estándar
Constante	124.059	10.7606
X1	-0.0753246	0.0249607
X2	-1.34538	1.08219
X3	-0.373051	0.300963
X4	-0.0975722	0.268838

*Nota:* Elaboración propia.

Con la aplicación de un paquete estadístico se obtuvo la Tabla 30, donde se observa la estimación de los parámetros por el método de los mínimos cuadrados, donde las variables respuesta esta estimadas y acompañadas por sus correspondientes.

Finalmente, el modelo de regresión múltiple está dado por la siguiente expresión:

$$\hat{y} = 124.059 - 0.0753246x_1 - 1.34538x_2 - 0.373051x_3 - 0.0975722x_4 + \varepsilon \quad (47)$$

Donde la ordenada al origen es el gran promedio de las 20 observaciones, y los coeficientes de regresión tienen signo negativo, esto indica, que al aumentar el valor de las variables explicativas el efecto es decreciente en la recuperación del cobre. En la Tabla 30, se observa también que hay mayor desviación estándar en la variable X2 (pH). Se probará más adelante la significancia de los coeficientes de cada variable independiente.

**Tabla 31**

*Estimación de los pesos específicos de los coeficientes*

Parámetro	Estimación	Pesos específicos (valor T)
X1	- 0.0753246	- 3.018
X2	- 1.34538	- 1.243
X3	- 0.373051	- 1.240
X4	- 0.0975722	- 0.363

*Nota:* Elaboración propia.

### **6.3.2. Los efectos de las variables y el diagrama de Pareto**

En la Figura 65, se tiene el diagrama de los efectos principales, en muchos experimentos que incluyen diseños de regresión y correlación, se examinará la magnitud y la dirección de los efectos de los factores a fin de determinar las variables que son de posible importancia. En la mayoría de los casos puede usarse el análisis de varianza para confirmar esta interpretación. Hay

varios paquetes de software de estadística excelentes que son útiles para establecer y analizar los efectos principales. La Figura 65, también muestra que todas las predictoras tienen influencia decreciente desde la izquierda a la derecha.

### Figura 65

*Efectos principales de respuesta*

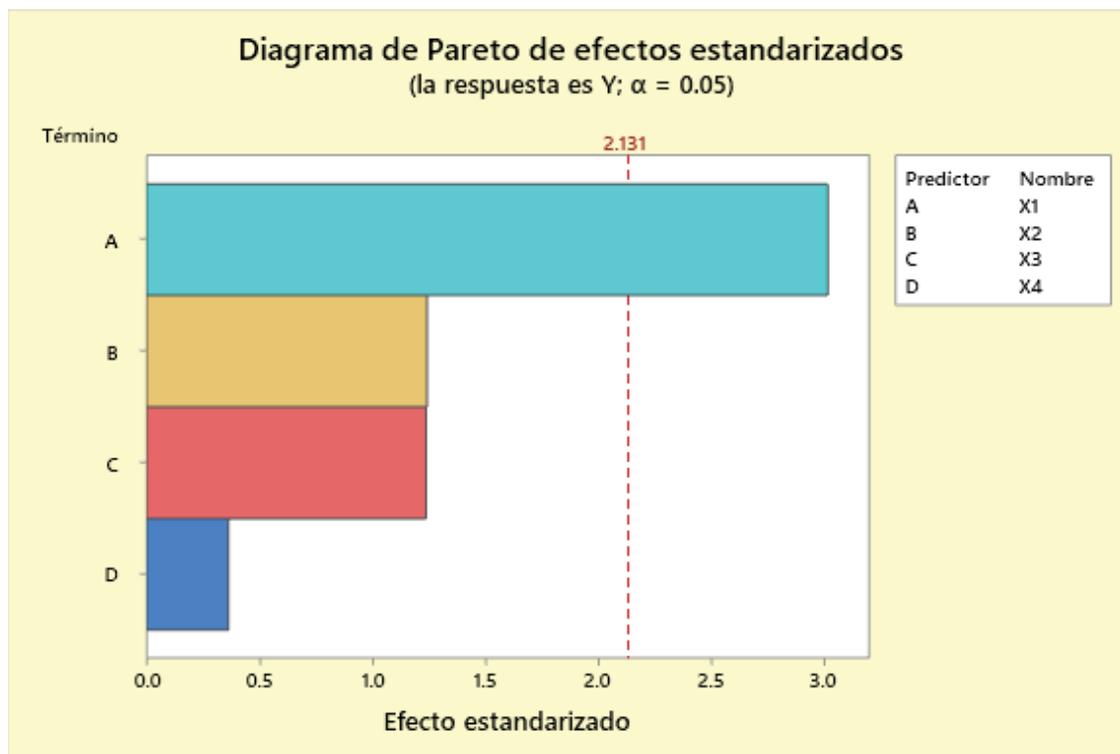


*Nota:* Elaboración propia.

Seguidamente se grafica el diagrama de Pareto, también llamado curva cerrada o curva de distribución, es una gráfica para organizar datos de forma que estos queden en orden descendente separados por barras. Permite asignar un orden de prioridades bajo el principio de Pareto. Para saber cuantitativamente cuánto afecta las variables sobre la respuesta o criterio de optimización de un proceso, se determina los efectos (ver Figura 66), los cuales se definen como la diferencia entre los valores de las respuestas, cuando en los tratamientos respectivos las variables se encuentran en su nivel inferior y cuando se encuentra en su nivel superior. Con la aplicación del software a nivel de ingeniería se obtuvieron los siguientes resultados:

Figura 66

*Diagrama de Pareto*



*Nota:* Elaboración propia.

El Diagrama de Pareto mostrado, identifica que el Predictor X1 (P80) es prioritario en la optimización de la recuperación del cobre en el proceso de flotación. En este contexto se espera el cumplimiento de la regla de Pareto que empíricamente indica que aproximadamente el 50 % de los problemas se explica por el predictor P80.

#### **6.4. Inferencia en regresión lineal múltiple**

##### ***6.4.1. Intervalos de confianza y prueba de hipótesis para el modelo matemático***

El intervalo de confianza se determina calculando una estimación de punto para cada coeficiente del modelo matemático, estos intervalos nos permiten hacer pruebas de hipótesis simultáneas para los coeficientes del modelo, permitiendo aproximar, una vez calculado el valor de la variable en la muestra, entre qué rango de valores se encuentra el valor real inaccesible de la

variable en la población, con un grado de incertidumbre que podemos determinar. Un intervalo de confianza estadística en estadística permite calcular los valores que existen alrededor de una media muestral. Dentro de la muestra, se encuentra un rango superior y otro inferior (ver Tabla 32); para cada coeficiente-, se estima la probabilidad determinada y se localiza el parámetro poblacional,

**Tabla 32**

*Evaluación del intervalo de confianza*

Parámetro	Error estándar	T estadístico	Estimación	Intervalo de confianza al 95 %	
				Bajo	Superior
constante	10.7606	11.529	124.059	101.123	146.995
X1	0.0249607	-3.01773	- 0.0753246	- 0.929	- 0.160
X2	1.08219	-1.24321	- 1.34538	- 0.650	0.171
X3	0.300963	-1.23953	- 0.373051	- 0.728	0.193
X4	0.268838	-0.362941	- 0.0975722	- 0.512	0.363

*Nota:* Elaboración propia.

Los intervalos de confianza para los componentes de  $\beta$  están dados por:

$$\hat{\beta}_i \pm t_{n-p-1; \alpha/2} \sqrt{\hat{V}(\hat{\beta})_{ii}} \quad (48)$$

Donde:

$\hat{\beta}_i$  = es la i-ésimo entrada de  $\hat{\beta}$

$t_{n-p-1; \alpha/2}$  = Es el cuantil superior  $\alpha/2$  de una distribución  $t_{n-p-1; \alpha/2}$

$\hat{V}(\hat{\beta})_{ii}$  = Es el i-ésimo elemento de la varianza por el valor del coeficiente

Para contrastar las hipótesis del intervalo de confianza para el modelo usamos las siguientes afirmaciones:

$$H_0: \beta_i = b$$

$$H_1: \beta_i \neq 0$$

La regla de decisión es rechazar si el intervalo de  $\beta_i$  incluye al valor de cero (0).

#### PRUEBA DE HIPOTESIS PARA $\beta_0$

El intervalo de confianza 95% para  $\beta_0$  es (101.123; 146.995). Podemos estar interesados en decir si el modelo debe o no incluir el intercepto  $\beta_0$ , que se puede plantear como un contraste de hipótesis con  $H_0: \beta_0 = 0$ . Una forma rápida de hacerlo es notar que el 0 no está incluido en el intervalo de confianza 95%, esto nos sirve para rechazar  $H_0$  con una significancia 0.05

#### PRUEBA DE HIPOTESIS PARA $\beta_1$

El intervalo de confianza 95% para  $\beta_1$  es (- 0.128527; - 0.022122). Podemos estar interesados en decir si el modelo debe o no incluir el intercepto  $\beta_1$ , que se puede plantear como un contraste de hipótesis con  $H_0: \beta_1 = 0$ . Nuevamente, una forma rápida de hacerlo es notar que el 0 no está incluido en el intervalo de confianza 95%, No sólo eso, podemos notar que el intervalo está conformado por valores negativos, lo que nos lleva sostener que el efecto marginal del producto sobre la fecundidad es negativo, con una significancia  $\alpha=0.05$ .

#### PRUEBA DE HIPOTESIS PARA $\beta_2; \beta_3; \beta_4$

El intervalo de confianza 95% para  $\beta_2$  es (-3.65201; 0.961248);  $\beta_3$  es (-1.01454; 0.268437);  $\beta_4$  es (-0.670588; 0.475444); Podemos estar interesados en decir si el modelo debe o no incluir los interceptos  $\beta_2; \beta_3$  y  $\beta_4$ ; que se puede plantear como un contraste de hipótesis con  $H_0: \beta_2 = 0; H_0: \beta_3 = 0; H_0: \beta_4 = 0$ . Nuevamente, una forma rápida de hacerlo es notar que el 0 está incluido en el intervalo de confianza 95% de  $\beta_2; \beta_3$  y  $\beta_4$ . No sólo eso, podemos notar que el intervalo está conformado por valores positivos y negativos, esto nos indica que  $H_0$  no se rechaza en los tres casos con una significancia 0.05. Esto es evidencia para sostener que el pH, el reactivo Z-6 y el

reactivo F-501 no tiene efecto sobre la optimización de la recuperación del cobre en el proceso de flotación de la Cía. Minera Antapaccay S. A., con una significancia  $\alpha=0.05$ .

#### 6.4.2. Medida de ajuste del modelo mediante correlación múltiple

El coeficiente de determinación ( $R^2$ ) se define como la proporción de variabilidad de la variable dependiente que es explicada por la regresión. El coeficiente de determinación presenta el inconveniente de aumentar siempre que aumenta el número de variables regresoras (algunas veces de forma artificial). Por ello y para penalizar el número de variables regresoras que se incluyen en el modelo de regresión, es conveniente utilizar el coeficiente de determinación corregido por el número de grados de libertad.

**Tabla 33**

*Medidas de ajuste el modelo*

Modelo	R	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> Ajustado	Prueba general del modelo			
				F	df1	df2	Valor-p
Optimización	0.721	0.520	0.392	4.06	4	15	0.020

*Nota:* Elaboración propia.

La correlación de Pearson funciona bien con variables cuantitativas que tienen una distribución normal. Además del valor obtenido para el coeficiente de correlación, es necesario calcular su significancia. Como el valor-p es igual a 0,020 menor al valor de significancia  $\alpha=0.05$ , entonces la correlación es significativa y se acepta que existe una buena asociación de datos.

Además,  $R^2$  de 0.520, implica que buena parte de la variabilidad de los datos de la recuperación de cobre por la influencia de las variables independientes explican el modelo de regresión. El coeficiente de determinación ajustado  $R^2$  se expresa en porcentaje, se interpreta como el porcentaje de variabilidad explicada de la variable dependiente Y (recuperación de cobre),

debida al modelo utilizado (en este caso un modelo lineal simple).  $R = 0.721$ , permite medir la calidad del ajuste de un modelo lineal a la trayectoria de la nube de puntos experimentales, Indica que el modelo lineal es un modelo relativamente bueno para estimar la recuperación del cobre considerando las variables independientes.

### 6.4.3. Prueba de hipótesis acerca ANOVA

Ahora procedemos a hacer el análisis de varianza de nuestro modelo de regresión. La suma de cuadrados del total corregido se obtiene directamente de las observaciones. La suma de cuadrados del error la obtenemos del a partir de los valores ajustados. La suma de cuadrados de regresión la obtenemos por diferencia. La hipótesis a probar es:

HO:  $\beta_1=0$  (el modelo no es bueno para explicar a Y)

HA:  $\beta_1 \neq 0$  (el modelo si es bueno para explicar a Y)

**Tabla 34**

*Evaluación del intervalo de confianza*

<b>Fuente</b>	<b>Suma de cuadrados</b>	<b>Grados de libertad</b>	<b>Cuadrado medio</b>	<b>Valor F</b>	<b>Valor-p</b>
Regresión	25.9928	4	6.4982	4.06	0.020
X1	14.5741	1	14.5741	9.11	0.009
X2	2.4735	1	2.4735	1.55	0.233
X3	2.4589	1	2.4589	1.54	0.234
X4	0.2108	1	0.2108	0.13	0.722
Error	24.0056	15	1.6004		
Total	49.9984	19			

*Nota:* Elaboración propia.

Para comprobar la hipótesis nula se organizaron los datos en la Tabla 34, del análisis de la varianza (ANOVA). Aunque una tabla ANOVA se asocia de forma natural con el análisis de la varianza, la partición de la suma de cuadrados es común al ANOVA.

En el modelo de regresión, para el nivel de significancia de 0.05 de una distribución F con 4 y 15 grados de libertad es 4.06, con un valor-p igual a 0.02, por lo que hay evidencia en contra de la hipótesis nula, es decir, al menos una de las variables del modelo tiene algún efecto de significancia. Efectivamente, La variable X1 tiene un efecto significativo sobre el modelo matemático, lo que confirma los anteriores análisis, y no hay significancia en las variables explicativas X2, X3 y X3. Luego, el modelo matemático se explica con la variable X1 (P80).

#### ***6.4.4. Prueba de Durbin-Watson para la autocorrelación***

El contraste de Durbin-Watson permite contrastar la hipótesis nula de ausencia de autocorrelación, entonces el estadístico de la prueba es:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{e}_t - \hat{e}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{e}_t^2} \quad (49)$$

Donde:

DW = Estadístico de Durbin-Watson

t = t-ésimo número de observaciones.

n = Tamaño de muestra

e = Residual

Se debe tener presente lo siguiente: que  $DW = 2$  indica que no hay autocorrelación. En las regresiones, esto puede implicar una subestimación del nivel de significación estadística.

La interpretación exacta del test resulta compleja, ya que los valores críticos apropiados para contrastar la hipótesis nula de no autocorrelación requieren del conocimiento de la distribución de probabilidad bajo el supuesto de cumplimiento de dicha hipótesis nula, y dicha distribución

depende a su vez de los valores de las variables explicativas. Para probar la autocorrelación con nivel de significancia  $\alpha$ , el estadístico de prueba  $d$  se compara con los valores críticos inferiores y superiores ( $dL$  and  $dU$ ):

**Tabla 35**

*Tabla de criterios para la prueba de Durbin-Watson de autocorrelación*

Autocorrelación	Si	Prueba
Positiva	$DW < dL$ ,	Existe evidencia estadística de que los términos de error están auto correlacionados positivamente.
	$DW > dU$ ,	No hay evidencia estadística de que los términos de error están auto correlacionados positivamente.
	$dL < DW < dU$ ,	La prueba no es concluyente
Negativa	$(4 - DW) < dL$ ,	Existe evidencia estadística de que los términos de error están auto correlacionados negativamente.
	$(4 - DW) > dU$ ,	No hay evidencia estadística de que los términos de error están auto correlacionados negativamente
	$dL < (4 - DW) <$	La prueba no es concluyente.

*Nota:* Adaptado de *Econometría* (p. 469), por Gujarati (2003).

Los valores críticos,  $dL$  y  $dU$ , varían según el nivel de significación ( $\alpha$ ), el número de observaciones, y el número de predictores en la ecuación de regresión. Su derivación es compleja, por ello se suelen obtener a partir de tablas incluidas en el anexo f. Con los datos indicados en las tablas anteriores obtenemos el siguiente resultado

**Tabla 36***Estadístico de Durbin-Watson de autocorrelación*

Fuente	Autocorrelación	Estadístico DW	Valor-p
Regresión	0.633	1.9681	0.834

*Nota:* Elaboración propia.

El test de significancia para la autocorrelación de los residuos en el modelo lineal de las pruebas experimentales de la recuperación de cobre por la influencia del P80, el pH y la dosificación de reactivos de flotación en la Cia. Minera Antapaccay S.A. considera como hipótesis:

Ho:  $p \neq 0$ , No existe correlación entre los residuos.

Ha:  $p = 0$ , Los residuos están auto correlacionados.

Si fuera Ho se incumple las condiciones de un modelo de regresión lineal (normalidad, homogeneidad de varianzas, independencia de los datos) las estimaciones de los parámetros del modelo (los coeficientes del modelo) no tienen los criterios de calidad que se suponen. Seguidamente, observando la Tabla 36, La estadística de prueba resulta ser:

Estadístico de DW = 1.9681.

Para determinar si este estadístico de la prueba de Durbin-Watson es significativo, para el nivel de significancia de:  $\alpha = 0.05$ , podemos consultar esta tabla de valores críticos (ver anexo X).

Entonces: Para  $\alpha = 0.05$ ,  $n = 20$  observaciones y  $k = 4$  variables independientes en el modelo de regresión, la tabla de Durbin-Watson muestra los siguientes valores críticos superior e inferior:

- Valor crítico inferior:  $dL = 0.90$
- Valor crítico superior:  $dU = 1,83$

Dado que nuestro estadístico de prueba: DW = 1.9681 no se encuentra:

AUTOCORRELACION POSITIVA:  $(DW > dU)$ ; Entonces, No hay evidencia estadística de que los términos de error están auto correlacionados positivamente.

AUTOCORRELACION NEGATIVA:  $(4 - DW) > dU$ ; Entonces, No hay evidencia estadística de que los términos de error están auto correlacionados negativamente.

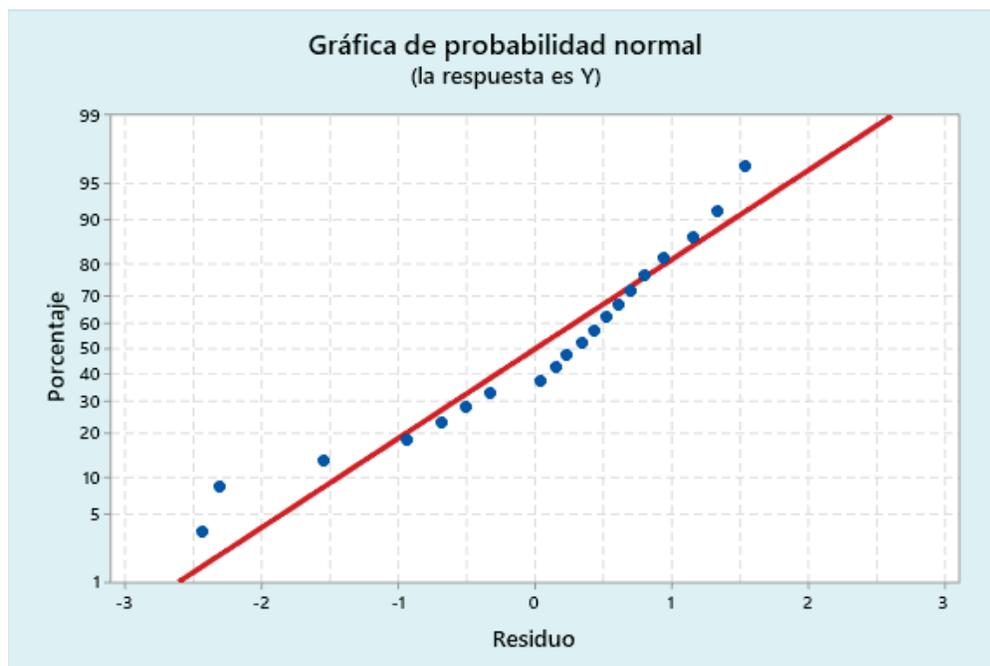
Por lo tanto, Decimos que no existe autocorrelación cuando el término de error del modelo recuperación de cobre por la influencia del P80, el pH y la dosificación de reactivos de flotación en la Cia. Minera Antapaccay S.A., está correlacionado consigo mismo a través del tiempo y aceptamos la hipótesis nula de no existe correlación entre los residuos.

#### 6.4.5. Gráfico Q-Q normal

Un gráfico Q-Q, es abreviatura de gráfico «cuantiles-cuantiles», se utiliza para evaluar si los residuos en un análisis de regresión están distribuidos normalmente o no.

**Figura 67**

*Gráfico Q-Q de los residuos del conjunto de datos*



*Nota:* Elaboración propia.

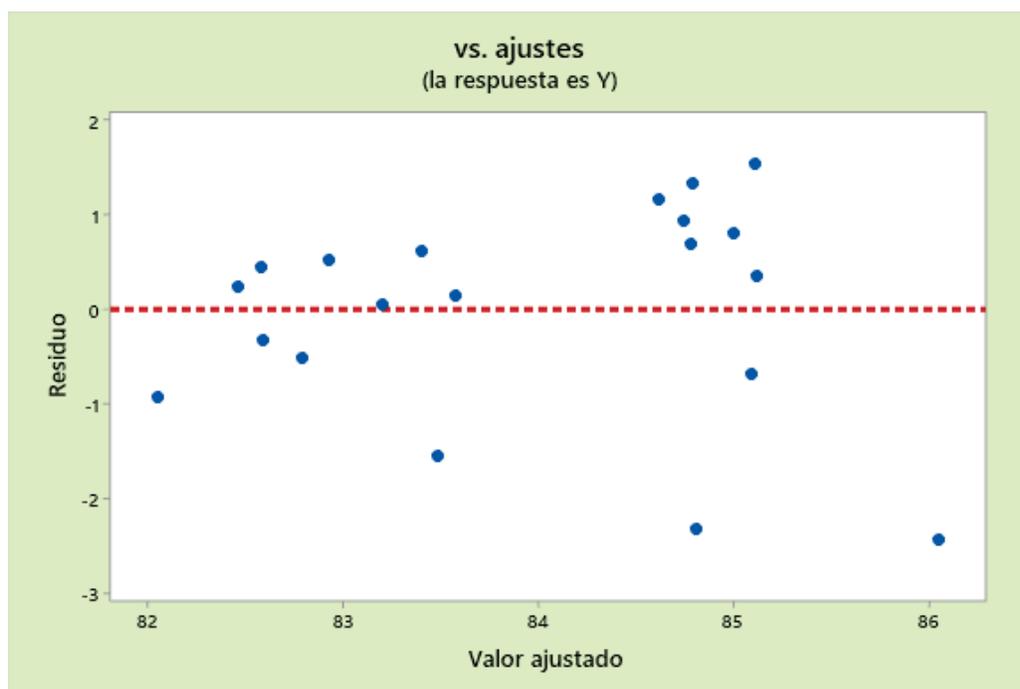
La figura anterior sugiere un aspecto razonablemente normal. Por lo tanto, la distribución de los residuos es probablemente es casi normal con colas gruesas. Se observa una apariencia similar generando por los datos a partir de los residuos. Por lo tanto, El modelo de regresión lineal analizado, también sus residuos siguen una distribución normal.

#### 6.4.6. Grafica de residuos

Se muestran en la Figura 68.

### Figura 68

*Gráfico de residuos de la recuperación del cobre*



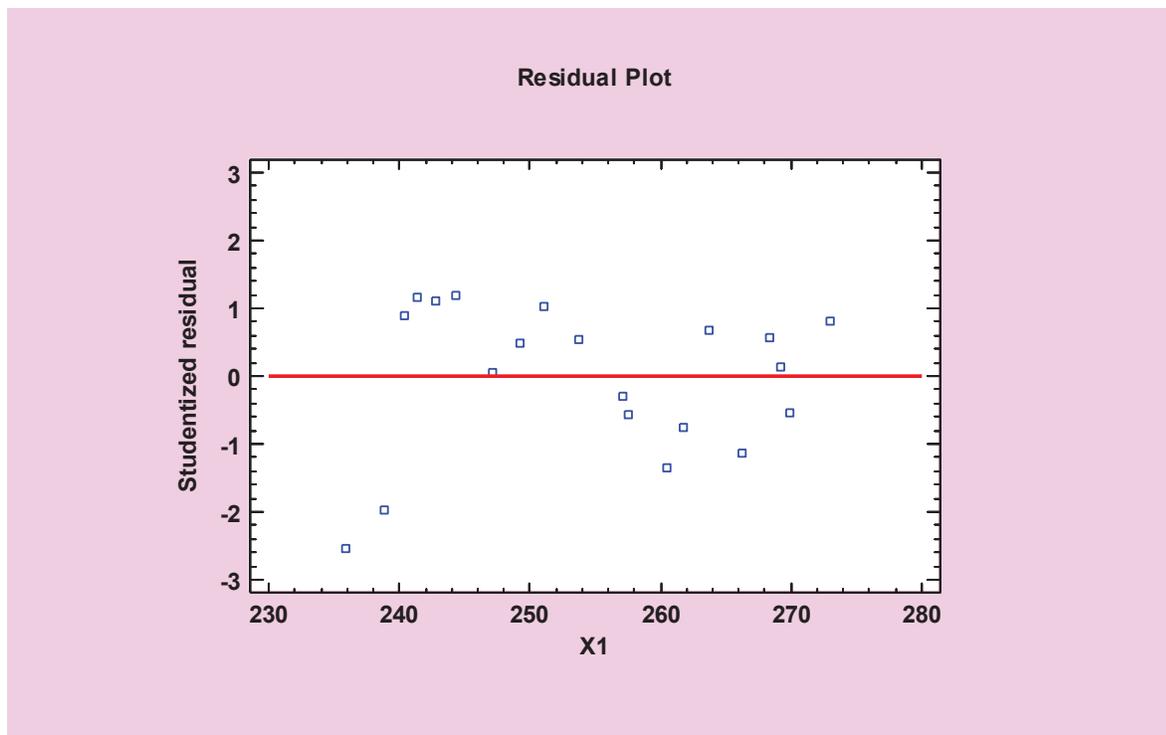
*Nota:* Elaboración propia.

En la Figura 68, se observa que cuando los residuos se separan del cero de manera sistemática (no aleatoria), tanto si aumentan como si disminuyen para valores de predicciones mayores, el patrón nos sugiere que la función de regresión no es lineal. Tratando de tener un sesgo, es decir se observa problemas de tendencia, lo cual podría indicar que la relación entre las variables

estudiadas tiene tendencia hacia lo irregular, con variabilidad de los errores que aumentan al aumentar su media.

### Figura 69

*Gráfico de la variable X1 (P80)*



*Nota:* Elaboración propia.

Para el caso de la variable explicativa X1 (P80), en modelo es válido produciendo un patrón de residuos al azar, es decir, que no haya sesgos en los residuos (tendencias) ni una dispersión (varianza) no constante ni valores que desvíen el comportamiento observado. Entonces, para esta variable no hay problemas de tendencias y no necesitamos modelos de mayor orden

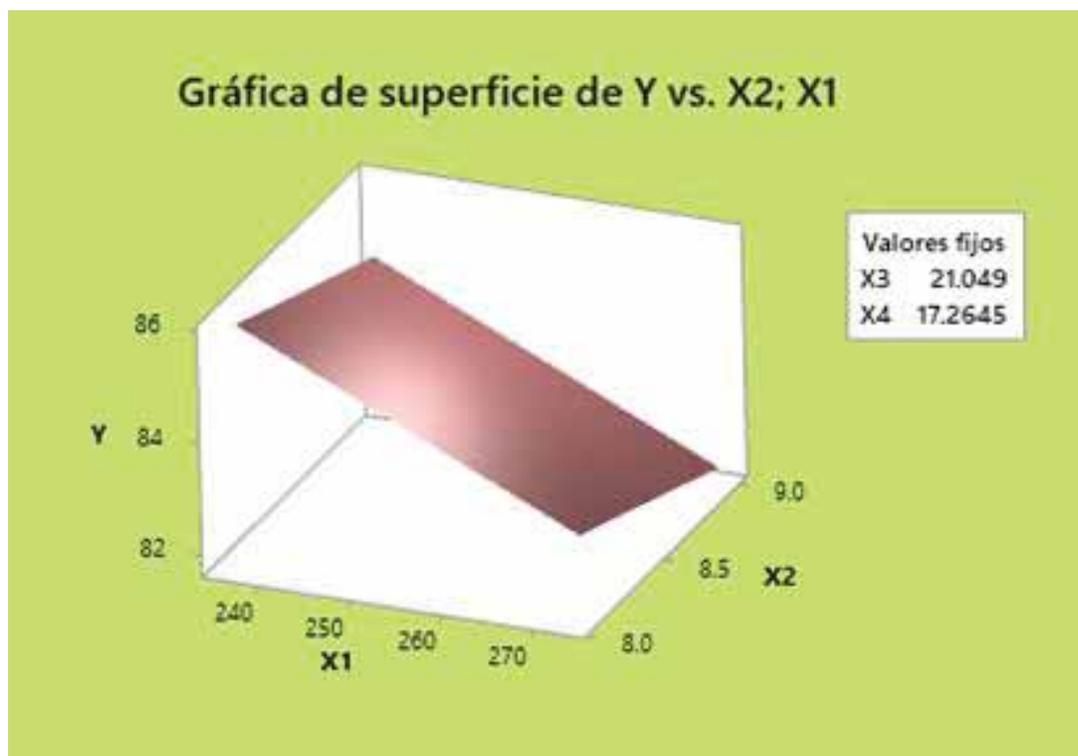
#### **6.4.7. Optimización del modelo**

Aplicando los análisis anteriores, se observa como los pronósticos son consistentes para la variable X1 (P80). Uno de los grandes problemas de los modelos de regresión lineal múltiple es el cumplimiento es la optimización. Además, se integra la modelación estadística con los modelos de

optimización mediante el uso de minitab, los resultados son los siguientes. La Figura 70, muestra un modelo bivariado, como consecuencia de tomar las variables X1 y X2, frente a la variable Y, observándose la región óptima cuando X1 y X2 toma valores mínimos, por lo que, es conveniente trabajar a valores mínimos

### Figura 70

*Gráfico de la variable X1 (P80)*

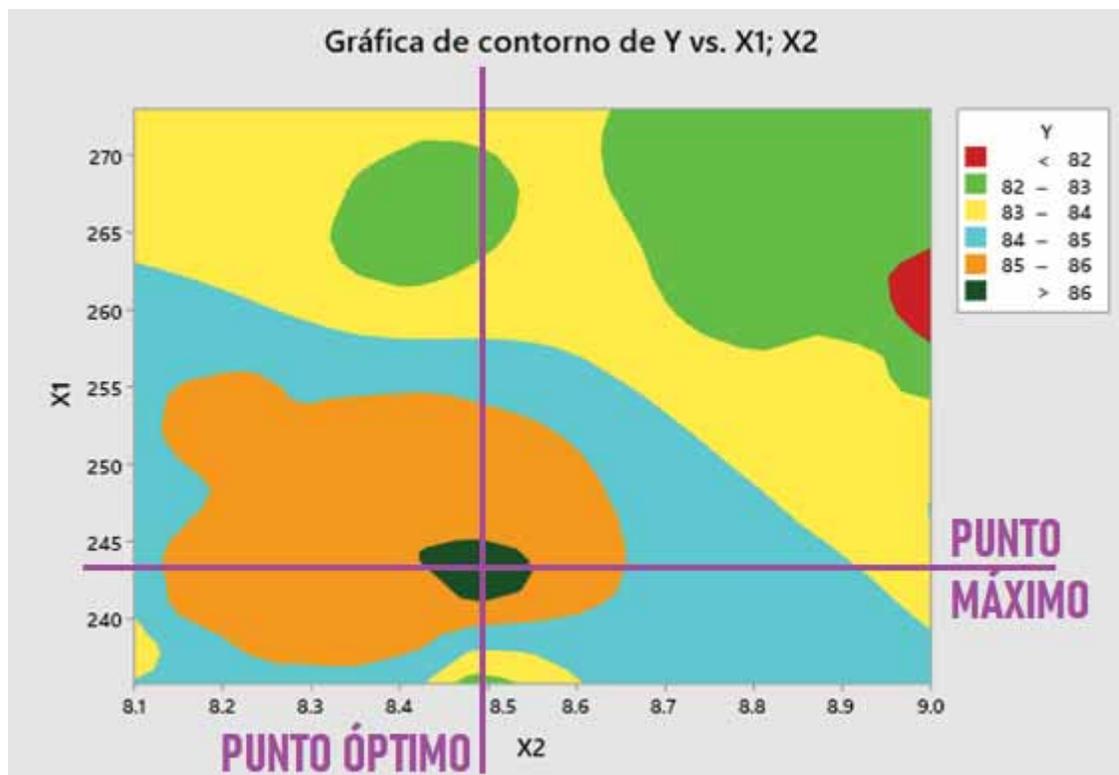


*Nota:* Elaboración propia.

Como se está observando, una previsión basada en datos ayuda a eliminar las conjeturas, las hipótesis y la fortalece la política interna de la toma de decisiones. Las técnicas clásicas basada en el gráfico de contornos (ver Figura 71) han proporcionado resultados satisfactorios en su aplicación sobre problemas de optimización no lineales, como muestra la zona negra donde Y toma valores mayores a 86 %.

Figura 71

Gráfico de contorno con punto óptimo



Nota: Elaboración propia.

Tabla 37

Parámetros de la optimización de respuesta: Y

Respuesta	Meta	Inferior	Superior
Y	Máximo	81.11	86.65

Nota: Elaboración propia.

**Tabla 38***Solución de la optimización de respuesta: Y*

<b>Solución</b>	<b>X1</b>	<b>Ajuste de Y</b>	<b>Deseabilidad compuesta</b>
1	235.3	85.4088	0.775963

*Nota:* Elaboración propia.**Tabla 39***Solución de la optimización de respuesta: Y*

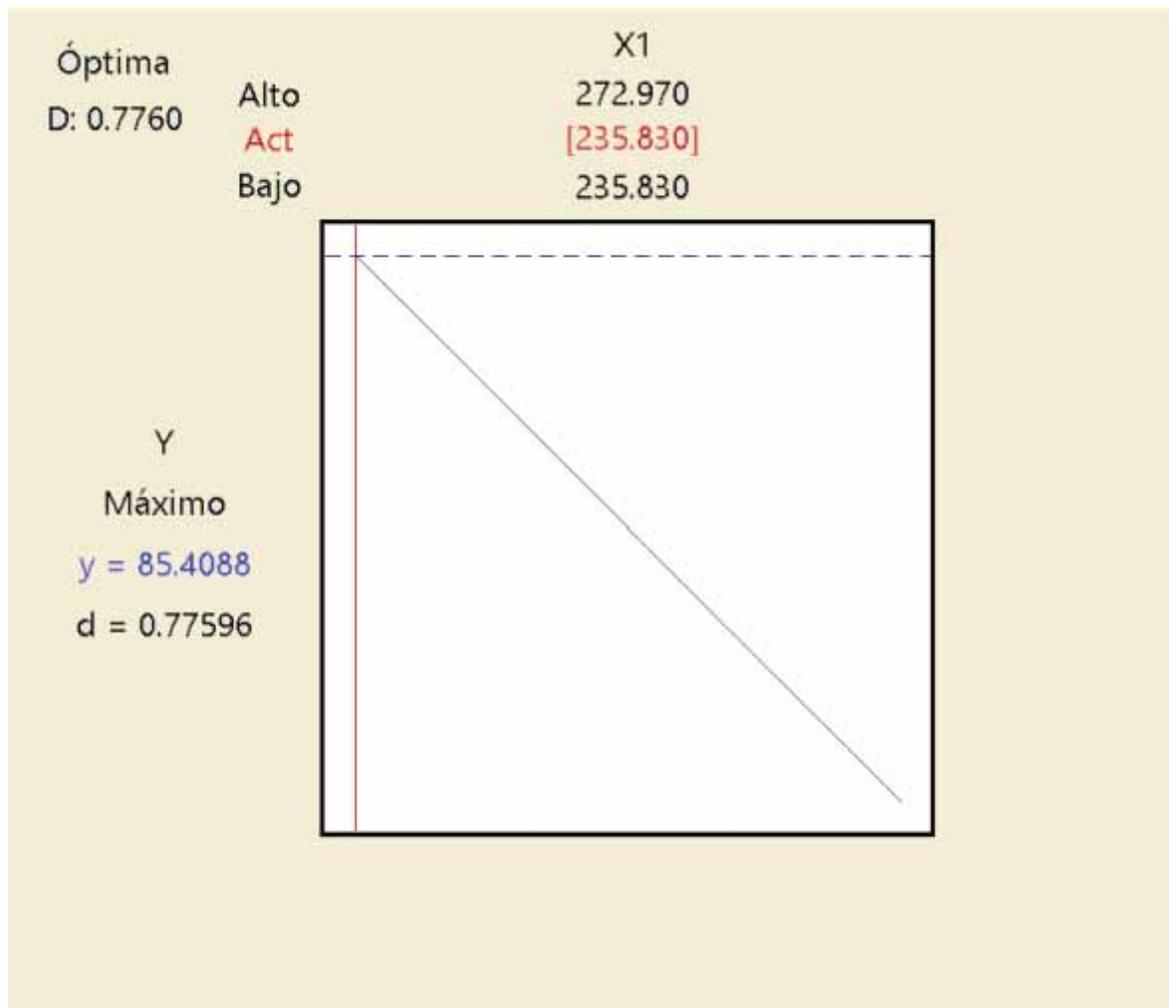
<b>Respuesta</b>	<b>Ajuste</b>	<b>EE de ajuste</b>	<b>IC de 95%</b>	<b>IP de 95%</b>
Y	85.409	0.594	(84.161; 86.657)	(82.249; 88.568)

*Nota:* Elaboración propia.

La determinación de los valores adecuados puede verse como un problema de optimización y consiste en describir la función de densidad conjunta mediante un ajuste del modelo tan próximo como sea posible a los datos empíricos empleando una función de densidad marginal univariada. En las siguientes tablas se muestra valores calculados sobre optimización, A continuación, se muestra en las tablas siguientes las interfaces de las funciones que se han implementado para resolver los problemas de optimización. La Figura 72, muestra la optimización de la variable explicada Y en función de la variable X1.

**Figura 72**

*Gráfico de contorno con valor óptimo*



*Nota:* Elaboración propia.

## CONCLUSIONES

1. En un rango de P80 de (240-255)  $\mu\text{m}$  se obtuvieron las recuperaciones más altas (84-87) %, mientras tantos valores de P80 menores a 240  $\mu\text{m}$  nos dio una tendencia de recuperación a descender ( $\leq 83.61$  %), la tendencia explica que cuando trabajemos con P80 menores a 240  $\mu\text{m}$ , siempre vamos a obtener recuperaciones muy bajas, por lo demasiado fino que esta la partícula. Y con valores de P80 mayores a 255  $\mu\text{m}$  también vamos a obtener recuperaciones bajas ( $\leq 84.40$  %), puesto que el tamaño de partícula va ser demasiado grande y no se podrá adherir a la burbuja.
2. A un P80 de 242.80  $\mu\text{m}$  se obtuvo una Recuperación de 86.65%, con condiciones de pH de 8.5 y dosis de reactivos Z-6: 20.13 g/TMS y F-501: 17.58 g/TMS, siendo este el punto más alto obtenido, quedando como una estrategia de control operacional de la planta concentradora.
3. Mediante el análisis de regresión y correlación múltiple, se determinó que la variable que tiene mayor influencia en la recuperación y es significativo dentro del modelo es el P80.
4. La evaluación de los valores del porcentaje de recuperación de Cu, con PI Processk Book se hicieron tomando en cuenta el tiempo de residencia de la pulpa en las celdas de flotación, Línea 1 y 2: 38.82 min y Línea 3: 29.40 min.

## RECOMENDACIONES

Considerando la importancia de esta investigación, en función de los resultados obtenidos se formulan algunas recomendaciones que consideramos importantes.

1. Hacer las evaluaciones a otras variables involucradas con el hidrociclón, por ejemplo: diámetro del ápex y vórtex, presión de alimentación, ángulo de cono, porcentaje de sólidos en la alimentación, tamaño de corte, carga circulante, etc. Y ver su influencia en el P80 obtenido.
2. Utilizar este trabajo como modelo y aplicarlo en otras plantas concentradoras tomando en cuenta sus propias condiciones operativas.

## REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

- American Psychological Association (2020). *Manual de Publicaciones de la American Psychological Association* (7ma Ed.). México, D.F.: El Manual Moderno.
- Antapaccay. (2019). *Manual de Operación de Planta Concentradora*. Perú
- Ballester, A., Verdeja, L.F. & Sancho, J. (2000). *Metalurgia Extractiva*. Madrid, España: Síntesis.
- Capponi, F., Matiolo, E., Rodríguez, R., Rubio, J. (2007). *Técnicas no convencionales de flotación de partículas finas de sulfuros de cobre y molibdeno*. (tesis de posgrado). Universidad Tecnológica de Pereira. Colombia.
- Cuevas Castillo, H. (2019). *Procesos Metalúrgicos*
- Fernández Collado, C. & Baptista Lucio, P., (2014). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- Fuentelsaz Gallego, C., (2004). *Cálculo del tamaño de la muestra*. Barcelona, España.
- Gaudin, A. M. (1922). *Flotation*. Estados Unidos: JaiGyan
- Gujarati Damodar, N. (2003). *Econometria*. México.
- Linares, N. (2014). *Procesamiento de minerales - Mineralurgia II*. Perú
- Lupo Canahuire, W. & Utani Poma, W. (2014). *Recuperación del cobre por flotación de los minerales sulfurados del yacimiento Sulfubamba-Apurímac* (tesis de investigación). Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, Cusco. Perú.
- Miranda, L.F. & Medina, E. (2015). *Investigando en ingeniería*. Arequipa: Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa.
- Muñoz Rocha, C.I. (2015). *Metodología de la investigación*. México
- Oscanoa Ayuque, R.F. (2020). *Influencia del tamaño de partículas y la formación de espumas en la recuperación de minerales sulfurados de cobre por flotación* (tesis de posgrado). Universidad Nacional del centro del Perú, Huancayo. Perú.

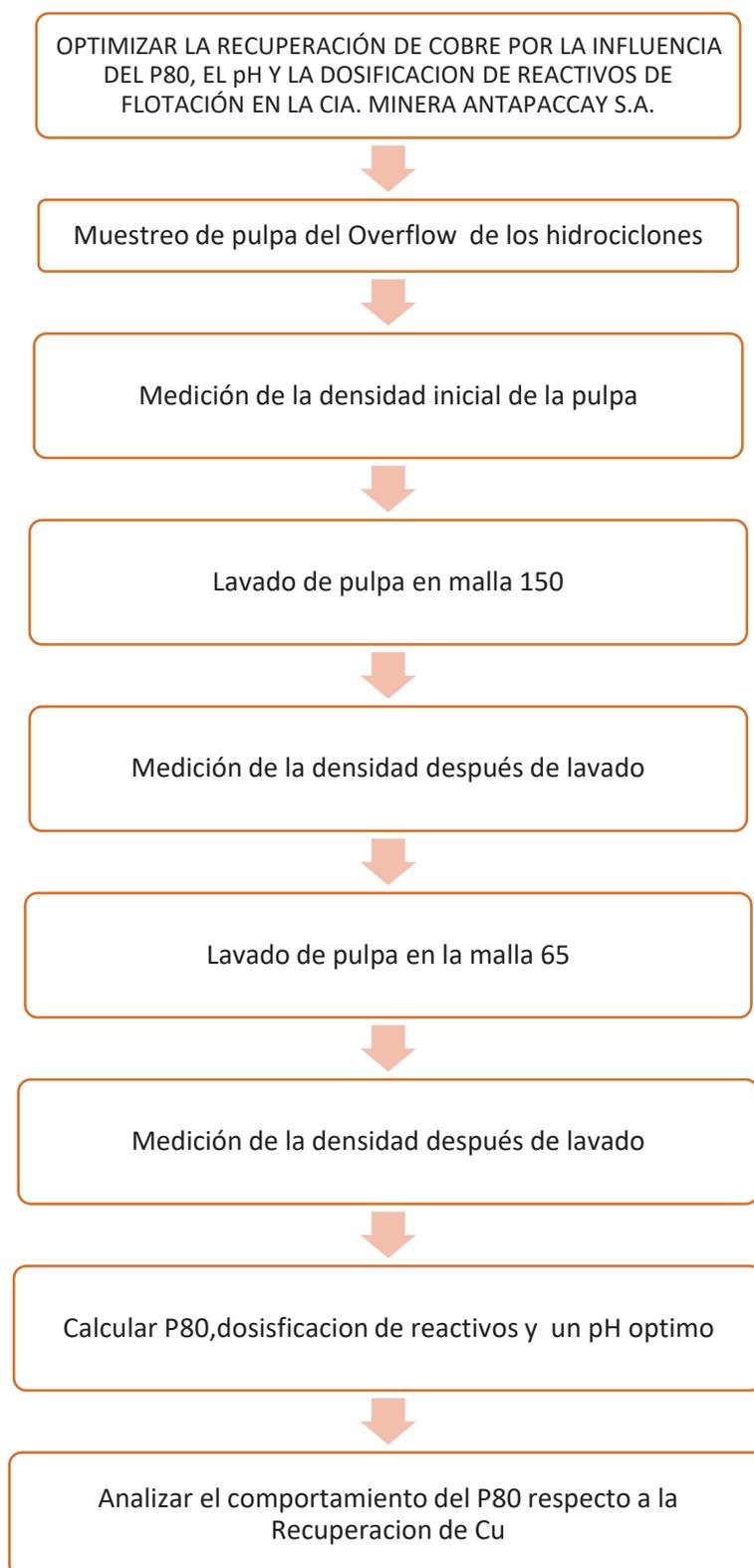
- Prado, A. (1990). *Metodología de la investigación*. Arequipa. Perú: Ediciones SADUC.
- Sutulov, A. (1963). *Flotación de minerales*. Chile
- Taggart, A. (1921). *Manual of flotation processes*. Estados Unidos:JaiGyan
- Zumaran Ferrofin, D.M. (2017). *Evaluación de la influencia de las variables en la distribución granulométrica del producto de molienda por bolas de minerales mediante diseños experimentales* (tesis de investigación). Universidad Nacional de San Agustín, Arequipa. Perú.

## LINKOGRAFÍA

- (10 de 01 de 2021). Obtenido de  
<https://www.uaeh.edu.mx/scige/boletin/prepa4/n3/m4.html#:~:text=El%20principio%20de%20Arqu%C3%ADmedes%20nos,fluido%20desalojado%20por%20el%20cuerpo%E2%80%9D.&text=El%20objeto%20flota%20cuando%20su,al%20peso%20del%20fluido%20desplazado.>
- (10 de 01 de 2021). Obtenido de  
 Vite, L. (2020). Principio de Arquimedes.  
<https://www.uaeh.edu.mx/scige/boletin/prepa4/n3/m4.html#:~:text=El principio de Arqu%C3%ADmedes nos,fluido desalojado por el cuerpo%27.&text=El objeto flota cuando su,al peso del fluido desplazado.>
- (01 de 02 de 2021). Obtenido de Bravo, A. (2010). Manual de flotación.  
<https://www.monografias.com/trabajos-pdf5/manual-flotacion-minerales/manual-flotacion-minerales2.shtml>
- (15 de 02 de 2021). Obtenido de  
 Codelco.(2019)[https://www.codelcoeduca.cl/codelcoeduca/site/artic/20190109/asocfile/20190109005132/flotacion\\_media\\_tecnico\\_060119.pdf](https://www.codelcoeduca.cl/codelcoeduca/site/artic/20190109/asocfile/20190109005132/flotacion_media_tecnico_060119.pdf)
- (26 de 02 de 2021) Obtenido de  
 Guerreros, M. (2012). Cinetica de flotación. <https://es.slideshare.net/nenmias/cinetica-de-flotacion.>
- (17 de 03 de 2021) Obtenido de  
<https://www.metcomtech.com/espanol/grindingbulletin-sp5.php#:~:text=F80%20es%20el%20tama%C3%B1o%20de,circuito%2C%20ambos.>

- (29 de 06 de 2021) Obtenido de  
<https://silo.tips/download/electivo-ing-quimica-tratamiento-de-minerales-sulfurados-de-cobre-clase-ii>

# ANEXOS

**a. Diagrama de flujo del proceso de investigación**

*Nota:* Elaboración propia

**b. Matriz de consistencia**

**OPTIMIZAR LA RECUPERACIÓN DE COBRE POR LA INFLUENCIA DE P80, EL pH Y LA DOSIFICACIÓN DE REACTIVOS DE FLOTACIÓN EN LA CIA. MINERA ANTAPACCA Y S.A.**

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	METODOLOGIA
<b>PG:</b> ¿Cómo influye el P80, el pH, y la dosificación de reactivos: Z-6 y F-501, en la recuperación de cobre por flotación en CIA Minera Antapaccay S.A.?	<b>OG:</b> Determinar la influencia del P80, el pH y la dosificación de reactivos: Z-6 y F-501 en la recuperación de cobre por flotación en CIA. Minera Antapaccay S.A.	<b>HG:</b> El P80, el pH y la dosificación de reactivos: Z-6 y F-501, influyen en la recuperación de cobre por flotación en CIA. Minera Antapaccay S.A.	<b>DEPENDIENTE</b> - % de recuperación de cobre	<b>TIPO DE INVESTIGACIÓN</b> Es una investigación tecnológica. <b>NIVEL DE LA INVESTIGACIÓN</b> Es una investigación tecnológica de nivel explicativo y descriptivo. <b>MÉTODOS DE LA INVESTIGACIÓN</b> Se aplica el método: deductivo <b>DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN</b> Es un diseño causa-efecto que consiste en evaluar los efectos de varias variables independiente en la variable dependiente. <b>DISEÑO EXPERIMENTAL.</b> Es de análisis de regresión y correlación lineal múltiple, mediante los software de programación: Jamovi 2.2.2.0 y Statgraphics 18. <b>TÉCNICAS E INSTRUMENTOS TÉCNICAS.</b> - Observación, conocimiento de cantidades muestrales tales como la media, desviación estándar, coeficiente de determinación, etcétera. <b>INSTRUMENTOS.</b> – tamices #65 y 150, cortador de muestra, balanza Marcy, software Minitab 19, software PI ProcessBook.
<b>ESPECÍFICOS</b>	<b>ESPECÍFICOS</b>	<b>ESPECÍFICOS</b>	<b>INDEPENDIENTE</b>	
<b>PE1:</b> ¿Cómo calcular el P80 con los porcentajes de la malla pasante y retenido?	<b>OE1:</b> Calcular el P80 con los porcentajes de la malla pasante y retenido.	<b>HE1:</b> A través de la obtención de datos de los porcentajes de malla pasante y retenido se calcula el P80, esta variable influye y es significativa dentro del modelo	- P80 - pH - Colector: Z-6 - Espumante: F-501	
<b>PE2:</b> ¿Cómo calcular la dosis de reactivo óptimo: Z-6?	<b>OE2:</b> Calcular la dosis de reactivo óptimo Z-6.	<b>HE2:</b> En función del tonelaje de alimentación a flotación se calcula la dosis de reactivo óptimo: Z-6, esta variable influye y es significativa dentro del modelo.	<b>INTERVINIENTES</b> - Oxidación de mineral (Presencia de óxidos, carbonatos, silicatos) - Dureza del mineral - Presencia de arcillas	
<b>PE3:</b> ¿Cómo regular el pH óptimo?	<b>OE3:</b> Regular el pH óptimo.	<b>HE3:</b> En función de la acidez de la pulpa se regula el pH, esta variable influye y es significativa dentro del modelo		
<b>PE4:</b> ¿Cómo calcular la dosis de reactivo óptimo: F-501?	<b>OE4:</b> Calcular la dosis de reactivo óptimo F-501.	<b>HE4:</b> En función del tonelaje de alimentación a flotación se calcula la dosis de reactivo óptimo: F-501, esta variable influye y es significativa dentro del modelo		

*Nota:* Elaboración propia.

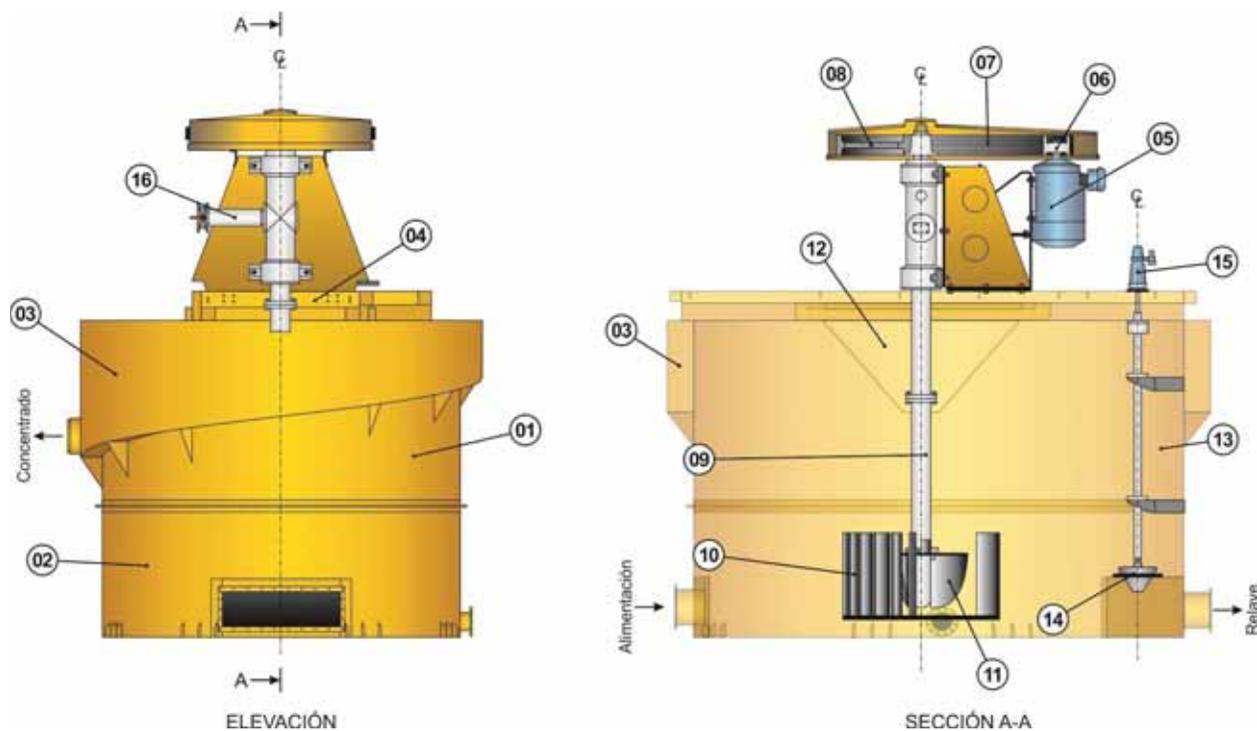
**c. Flow sheet de la planta concentradora Antapaccay**

Presionar un Click, en el vínculo, para poder ver el Flow sheet.



Flow Sheet -  
Procesos Antapacca:

#### d. Partes de una celda de flotación Rougher (Door Oliver)



- 01. Tanque sección superior
- 02. Tanque sección inferior
- 03. Canaleta de recolección de concentrado
- 04. Estructura soporte del mecanismo
- 05. Motor
- 06. Polea motriz
- 07. Fajas en V
- 08. Polea conducida
- 09. Eje hueco
- 10. Estator
- 11. Rotor
- 12. Placa de empuje
- 13. Cajón de descarga
- 14. Válvulas dardo

- 15. Actuadores neumáticos
- 16. Tubería de ingreso de aire



17. Válvulas dardo
18. Estanque cilíndrico
19. Tubo de aspiración cónico
20. Canaleta periférica
21. Direccionador de espuma
22. Eje de transmisión
23. Actuador
24. Forro contra polvo
25. Cojinete guía del rodillo
26. Vástago de distribución
27. Forro contra polvo
28. Forro impermeable
29. Oreja de izaje
30. Cubierta de caucho
31. Junta de expansión
32. Forro de protección
33. Válvula de dardo
34. Ref. al tanque
35. Sujetador y empaques
36. Puerta de inspección con brida ciega
37. Patas regulables de soporte
38. Base de concreto
39. Compartimento inferior
40. Sujetar y empaques
41. Placa arandela recubierta de caucho
42. Puerta de inspección
43. Revestimiento superior
44. Caja de empaquetaduras

## f. Tablas de Durbin-Watson.

$\alpha = .01$										
n	k = 1		k = 2		k = 3		k = 4		k = 5	
	dL	dU								
6	0.39	1.14								
7	0.44	1.04	0.29	1.68						
8	0.5	1	0.35	1.49	0.23	2.1				
9	0.55	1	0.41	1.39	0.28	1.88	0.18	2.43		
10	0.6	1	0.47	1.33	0.34	1.73	0.23	2.19	0.15	2.69
11	0.65	1.01	0.52	1.3	0.4	1.64	0.29	2.03	0.19	2.45
12	0.7	1.02	0.57	1.27	0.45	1.58	0.34	1.91	0.24	2.28
13	0.74	1.04	0.62	1.26	0.5	1.53	0.39	1.83	0.29	2.15
14	0.78	1.05	0.66	1.25	0.55	1.49	0.44	1.76	0.34	2.05
15	0.81	1.07	0.7	1.25	0.59	1.46	0.49	1.7	0.39	1.96
16	0.84	1.09	0.74	1.25	0.63	1.44	0.53	1.66	0.44	1.9
17	0.87	1.1	0.77	1.25	0.67	1.43	0.57	1.3	0.48	1.85
18	0.9	1.12	0.8	1.26	0.71	1.42	0.61	1.6	0.52	1.8
19	0.93	1.13	0.83	1.26	0.74	1.41	0.65	1.58	0.56	1.77
20	0.95	1.15	0.86	1.27	0.77	1.41	0.68	1.57	0.6	1.74
21	0.97	1.16	0.89	1.27	0.8	1.41	0.72	1.55	0.63	1.71
22	1	1.17	0.91	1.28	0.83	1.4	0.75	1.54	0.66	1.69
23	1.02	1.19	0.94	1.29	0.86	1.4	0.77	1.53	0.7	1.67
24	1.04	1.2	0.96	1.3	0.88	1.41	0.8	1.53	0.72	1.66
25	1.05	1.21	0.98	1.3	0.9	1.41	0.83	1.52	0.75	1.65
26	1.07	1.22	1	1.31	0.93	1.41	0.85	1.52	0.78	1.64
27	1.09	1.23	1.02	1.32	0.95	1.41	0.88	1.51	0.81	1.63
28	1.1	1.24	1.04	1.32	0.97	1.41	0.9	1.51	0.83	1.62
29	1.12	1.25	1.05	1.33	0.99	1.42	0.92	1.51	0.85	1.61
30	1.13	1.26	1.07	1.34	1.01	1.42	0.94	1.51	0.88	1.61
31	1.15	1.27	1.08	1.34	1.02	1.42	0.96	1.51	0.9	1.6
32	1.16	1.28	1.1	1.35	1.04	1.43	0.98	1.51	0.92	1.6
33	1.17	1.29	1.11	1.36	1.05	1.43	1	1.51	0.94	1.59
34	1.18	1.3	1.13	1.36	1.07	1.43	1.01	1.51	0.95	1.59
35	1.19	1.31	1.14	1.27	1.08	1.44	1.03	1.51	0.97	1.59
36	1.21	1.32	1.15	1.38	1.1	1.44	1.04	1.51	0.99	1.59
37	1.22	1.32	1.16	1.38	1.11	1.45	1.06	1.51	1	1.59
38	1.23	1.33	1.18	1.39	1.12	1.45	1.07	1.52	1.02	1.58
39	1.24	1.34	1.19	1.39	1.14	1.45	1.09	1.52	1.03	1.58
46	1.25	1.34	1.2	1.4	1.15	1.46	1.1	1.52	1.05	1.58
45	1.29	1.38	1.24	1.42	1.2	1.48	1.16	1.53	1.11	1.58
50	1.32	1.4	1.28	1.45	1.24	1.49	1.2	1.54	1.16	1.59
55	1.36	1.43	1.32	1.47	1.28	1.51	1.25	1.55	1.21	1.59
60	1.38	1.45	1.35	1.48	1.32	1.52	1.28	1.56	1.25	1.6
65	1.41	1.47	1.38	1.5	1.35	1.53	1.31	1.57	1.28	1.61
70	1.43	1.49	1.4	1.52	1.37	1.55	1.34	1.58	1.31	1.61
75	1.45	1.5	1.42	1.53	1.39	1.56	1.37	1.59	1.34	1.62
80	1.47	1.52	1.44	1.54	1.42	1.57	1.39	1.6	1.36	1.62
85	1.48	1.53	1.46	1.55	1.43	1.58	1.41	1.6	1.39	1.63
90	1.5	1.54	1.47	1.56	1.45	1.59	1.43	1.61	1.41	1.64
95	1.51	1.55	1.49	1.57	1.47	1.6	1.45	1.62	1.42	1.64
100	1.52	1.56	1.5	1.58	1.48	1.6	1.46	1.63	1.44	1.65
150	1.61	1.64	1.6	1.65	1.58	1.67	1.57	1.68	1.56	1.69
200	1.66	1.68	1.65	1.69	1.64	1.7	1.63	1.72	1.62	1.73

$\alpha = .05$										
n	k = 1		k = 2		k = 3		k = 4		k = 5	
	dL	dU								
6	0.61	1.4								
7	0.7	1.36	0.47	1.9						
8	0.76	1.33	0.56	1.78	0.37	2.29				
9	0.82	1.32	0.63	1.7	0.46	2.13	0.3	2.59		
10	0.88	1.32	0.7	1.64	0.53	2.02	0.38	2.41	0.24	2.82
11	0.93	1.32	0.66	1.6	0.6	1.93	0.44	2.28	0.32	2.65
12	0.97	1.33	0.81	1.58	0.66	1.86	0.51	2.18	0.38	2.51
13	1.01	1.34	0.86	1.56	0.72	1.82	0.57	2.09	0.45	2.39
14	1.05	1.35	0.91	1.55	0.77	1.78	0.63	2.03	0.51	2.3
15	1.08	1.36	0.95	1.54	0.82	1.75	0.69	1.97	0.56	2.21
16	1.1	1.37	0.98	1.54	0.86	1.73	0.74	1.93	0.62	2.15
17	1.13	1.38	1.02	1.54	0.9	1.71	0.78	1.9	0.67	2.1
18	1.16	1.39	1.05	1.53	0.93	1.69	0.92	1.87	0.71	2.06
19	1.18	1.4	1.08	1.53	0.97	1.68	0.86	1.85	0.75	2.02
20	1.2	1.41	1.1	1.54	1	1.68	0.9	1.83	0.79	1.99
21	1.22	1.42	1.13	1.54	1.03	1.67	0.93	1.81	0.83	1.96
22	1.24	1.43	1.15	1.54	1.05	1.66	0.96	1.8	0.96	1.94
23	1.26	1.44	1.17	1.54	1.08	1.66	0.99	1.79	0.9	1.92
24	1.27	1.45	1.19	1.55	1.1	1.66	1.01	1.78	0.93	1.9
25	1.29	1.45	1.21	1.55	1.12	1.66	1.04	1.77	0.95	1.89
26	1.3	1.46	1.22	1.55	1.14	1.65	1.06	1.76	0.98	1.88
27	1.32	1.47	1.24	1.56	1.16	1.65	1.08	1.76	1.01	1.86
28	1.33	1.48	1.26	1.56	1.18	1.65	1.1	1.75	1.03	1.85
29	1.34	1.48	1.27	1.56	1.2	1.65	1.12	1.74	1.05	1.84
30	1.35	1.49	1.28	1.57	1.21	1.65	1.14	1.74	1.07	1.83
31	1.36	1.5	1.3	1.57	1.23	1.65	1.16	1.74	1.09	1.83
32	1.37	1.5	1.31	1.57	1.24	1.65	1.18	1.73	1.11	1.82
33	1.38	1.51	1.32	1.58	1.26	1.65	1.19	1.73	1.13	1.81
34	1.39	1.51	1.33	1.58	1.27	1.65	1.21	1.73	1.15	1.81
35	1.4	1.52	1.34	1.58	1.28	1.65	1.22	1.73	1.16	1.8
36	1.41	1.52	1.35	1.59	1.29	1.65	1.24	1.73	1.18	1.8
37	1.42	1.53	1.36	1.59	1.31	1.66	1.25	1.72	1.19	1.8
38	1.43	1.54	1.37	1.59	1.32	1.66	1.26	1.72	1.21	1.79
39	1.43	1.54	1.38	1.6	1.33	1.66	1.27	1.72	1.22	1.79
40	1.44	1.54	1.39	1.6	1.34	1.66	1.29	1.72	1.23	1.79
45	1.48	1.57	1.43	1.62	1.38	1.67	1.34	1.72	1.29	1.78
50	1.5	1.59	1.46	1.63	1.42	1.67	1.38	1.72	1.34	1.77
55	1.53	1.6	1.49	1.64	1.45	1.68	1.41	1.72	1.38	1.77
60	1.55	1.62	1.51	1.65	1.48	1.69	1.44	1.73	1.41	1.77
65	1.57	1.63	1.54	1.66	1.5	1.7	1.47	1.73	1.44	1.77
70	1.58	1.64	1.55	1.67	1.52	1.7	1.49	1.74	1.46	1.77
75	1.6	1.65	1.57	1.68	1.54	1.71	1.51	1.74	1.49	1.77
80	1.61	1.66	1.59	1.69	1.56	1.72	1.53	1.74	1.51	1.77
85	1.62	1.67	1.6	1.7	1.57	1.72	1.55	1.75	1.52	1.77
90	1.63	1.68	1.61	1.7	1.59	1.73	1.57	1.75	1.54	1.78
95	1.64	1.69	1.62	1.71	1.6	1.73	1.58	1.75	1.56	1.78
100	1.65	1.69	1.63	1.72	1.61	1.74	1.59	1.76	1.57	1.78
150	1.72	1.75	1.71	1.76	1.69	1.77	1.68	1.79	1.66	1.8
200	1.76	1.78	1.75	1.79	1.74	1.8	1.73	1.81	1.72	1.82

$\alpha = .05$										
	k = 6		k = 7		k = 8		k = 9		k = 10	
n	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU
11	0.2	3.01								
12	0.27	2.83	0.17	3.15						
13	0.33	2.7	0.23	2.99	0.15	3.27				
14	0.39	2.57	0.29	2.85	0.2	3.11	0.13	3.36		
15	0.45	2.47	0.34	2.73	0.25	2.98	0.18	3.22	0.11	3.44
16	0.5	2.39	0.4	2.62	0.3	2.86	0.22	3.09	0.16	3.3
17	0.55	2.32	0.45	2.54	0.36	2.76	0.27	2.98	0.2	3.18
18	0.6	2.26	0.5	2.47	0.41	2.67	0.32	2.87	0.24	3.07
19	0.65	2.21	0.55	2.4	0.46	2.59	0.37	2.78	0.29	2.97
20	0.69	2.16	0.6	2.34	0.5	2.52	0.42	2.7	0.34	2.89
21	0.73	2.12	0.64	2.3	0.55	2.46	0.46	2.63	0.38	2.81
22	0.77	2.09	0.68	2.25	0.59	2.41	0.51	2.57	0.42	2.73
23	0.8	2.06	0.72	2.21	0.63	2.36	0.55	2.51	0.47	2.67
24	0.84	2.04	0.75	2.17	0.67	2.32	0.58	2.46	0.51	2.61
25	0.87	2.01	0.78	2.14	0.7	2.28	0.62	2.42	0.54	2.56
26	0.9	1.99	0.82	2.12	0.74	2.24	0.66	2.38	0.58	2.51
27	0.93	1.97	0.85	2.09	0.77	2.22	0.69	2.34	0.62	2.47
28	0.95	1.96	0.87	2.07	0.8	2.19	0.72	2.31	0.65	2.43
29	0.98	1.94	0.9	2.05	0.83	2.16	0.75	2.28	0.68	2.4
30	1	1.93	0.93	2.03	0.85	2.14	0.78	2.25	0.71	2.36
31	1.02	1.92	0.95	2.02	0.88	2.12	0.81	2.23	0.74	2.33
32	1.04	1.91	0.97	2	0.9	2.1	0.84	2.2	0.77	2.31
33	1.06	1.9	0.99	1.99	0.93	2.09	0.86	2.18	0.8	2.28
34	1.08	1.89	1.02	1.98	0.95	2.07	0.89	2.16	0.82	2.26
35	1.1	1.88	1.03	1.97	0.97	2.05	0.91	2.14	0.85	2.24
36	1.11	1.88	1.05	1.96	0.99	2.04	0.93	2.13	0.87	2.22
37	1.13	1.87	1.07	1.95	1.01	2.03	0.95	2.11	0.89	2.2
38	1.5	1.86	1.09	1.94	1.03	2.02	0.97	2.1	0.91	2.18
39	1.16	1.86	1.1	1.93	1.05	2.01	0.99	2.09	0.93	2.16
40	1.18	1.85	1.12	1.92	1.06	2	1.01	2.07	0.95	2.15
45	1.24	1.84	1.19	1.9	1.14	1.96	1.09	2.02	1.04	2.09
50	1.29	1.82	1.25	1.88	1.2	1.93	1.16	1.99	1.11	2.04
55	1.33	1.81	1.29	1.86	1.25	1.91	1.21	1.96	1.17	2.01
60	1.37	1.81	1.34	1.85	1.3	1.89	1.26	1.94	1.22	1.98
65	1.4	1.81	1.37	1.84	1.34	1.88	1.3	1.92	1.27	1.96
70	1.43	1.8	1.4	1.84	1.37	1.87	1.34	1.91	1.31	1.95
75	1.46	1.8	1.43	1.83	1.4	1.87	1.37	1.9	1.34	1.94
80	1.48	1.8	1.45	1.83	1.43	1.86	1.4	1.89	1.37	1.93
85	1.5	1.8	1.47	1.83	1.49	1.86	1.42	1.89	1.4	1.92
90	1.52	1.8	1.49	1.83	1.47	1.85	1.45	1.88	1.42	1.91
95	1.54	1.8	1.51	1.83	1.49	1.85	1.46	1.88	1.44	1.9
100	1.55	1.8	1.53	1.83	1.5	1.85	1.48	1.87	1.46	1.9
150	1.65	1.82	1.64	1.83	1.62	1.85	1.6	1.86	1.59	1.88
200	1.71	1.83	1.7	1.84	1.69	1.85	1.68	1.86	1.67	1.87