

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL
CUSCO**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS DE LA
COMUNICACIÓN**

ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA



**PENSAMIENTO ABSTRACTO Y APRENDIZAJE DE LOS
LOGARITMOS EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA DE LOS
ESTUDIANTES DEL VII CICLO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA
JORGE CHÁVEZ DE MARANGANI – CANCHIS – CUSCO, 2020**

Tesis presentada por:

Bach. Ivonne Olenka Arcondo Vargas

Bach. Ybeth Corrales Achahuanco

Para optar al Título Profesional de
Licenciada en Educación Secundaria: Especialidad Matemática y Física.

Asesora:

Dra. Luz María Cahuana Fernández

CUSCO – PERÚ

2021

DEDICATORIA

Dedico con todo mi corazón a mi madre Sonia, pues sin ella no hubiera sido posible realizar esta tesis, tu amor y apoyo incondicional son mi motivación para seguir adelante cada día. A mis hermanos Carlos Enrique y Luis Enrique por su comprensión y compañía. Y con mucho cariño a la memoria de mi padre Enrique, mi gran maestro y guía.

Ybeth

El presente trabajo está dedicado a mi familia por haber sido mi apoyo a lo largo de toda mi carrera universitaria y a lo largo de mi vida. A todas las personas especiales que me acompañaron en esta etapa, aportando a mi formación tanto profesional y como ser humano.

Ivonne

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, por brindarnos la oportunidad de superarnos profesionalmente.

Al Decano de la Facultad de Educación y Ciencias de la Comunicación y docentes por su apoyo y grandes enseñanzas.

Agradecemos a nuestras familias, por habernos dado la oportunidad de formarnos en esta prestigiosa universidad y haber sido nuestro apoyo durante todo este tiempo.

Agradecemos a la Institución Educativa “*Jorge Chávez de Marangani*”, la dirección, a la docente de matemática y estudiantes por las facilidades brindadas en la recolección de la información.

Agradecemos la guía y asesoramiento de la Dra. Luz María Cahuana Fernández para la elaboración del proyecto de investigación y la Tesis.

Las Autoras.

PRESENTACIÓN

Dr. Leonardo Chile Letona

Decano de la Facultad de Educación y Ciencias de la Comunicación.

Señores integrantes del Jurado:

En concordancia a lo establecido en el Reglamento de Grados y Títulos vigente, de la Facultad de Educación y Ciencias de la Comunicación de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, presentamos el siguiente trabajo de investigación intitulado: *“PENSAMIENTO ABSTRACTO Y APRENDIZAJE DE LOS LOGARITMOS EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA DE LOS ESTUDIANTES DEL VII CICLO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JORGE CHÁVEZ DE MARANGANI – CANCHIS – CUSCO, 2020”*, el mismo que es presentado por las bachilleres Ivonne Olenka Arcondo Vargas e Ybeth Corrales Achahuanco, para optar al título profesional de Licenciada en Educación, Especialidad Matemática y Física.

El objetivo del presente trabajo de investigación fue determinar la relación del pensamiento abstracto con el aprendizaje de logaritmos del Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.

Las tesistas.

ÍNDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
PRESENTACIÓN	iv
ÍNDICE DE TABLAS	viii
ÍNDICES DE FIGURAS.....	x
INTRODUCCIÓN	xii

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Situación problemática.....	1
1.2. Delimitación del problema	4
1.2.1. Área y línea de investigación	4
1.2.2. Área geográfica.....	4
1.3. Formulación del problema	6
1.3.1. Problema general	6
1.3.2. Problemas específicos	6
1.4. Objetivos de la investigación	6
1.4.1. Objetivo general.....	6
1.4.2. Objetivos específicos	7
1.5. Justificación de la investigación	7
1.5.1. Justificación científica.....	7
1.5.2. Justificación práctica.....	7
1.6. Delimitación de la Investigación	8
1.7. Limitaciones de la investigación	8
1.7.1. Limitaciones teóricas	8
1.7.2. Limitaciones prácticas.....	8

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de la investigación.....	9
2.1.1. Antecedentes internacionales	9
2.1.2. Antecedentes nacionales	13

2.1.3.	Antecedentes locales	16
2.2.	Bases teóricas	18
2.2.1.	Pensamiento abstracto	18
2.2.1.1.	Características	20
2.2.1.2.	Proceso de abstracción	20
2.2.1.3.	Tipos de pensamiento	22
2.2.1.4.	Relaciones entre los tipos de pensamientos	23
2.2.1.5.	Ventajas del desarrollo del pensamiento abstracto	24
2.2.1.6.	Importancia del pensamiento abstracto	24
2.2.2.	Aprendizaje de logaritmos en el área de matemáticas	25
2.2.2.1.	Teorías del aprendizaje	25
2.2.2.2.	Enfoques teóricos relacionados con las matemáticas	27
2.2.2.3.	Área de matemática en el currículo nacional	29
2.2.2.4.	Competencias, capacidades y estándares del aprendizaje de las matemáticas	29
2.2.2.5.	Principios para las matemáticas escolares	32
2.2.2.6.	Logaritmos	33
2.2.2.7.	Aspectos del aprendizaje de logaritmos en el área de matemáticas	38
2.2.2.8.	Importancia del aprendizaje en el área de matemáticas	39
2.2.2.9.	Programa aprendo en casa	40
2.3.	Marco conceptual.....	43

CAPÍTULO III

HIPÓTESIS Y VARIABLES

3.1.	Hipótesis de la investigación.....	46
3.1.1.	Hipótesis general.....	46
3.1.2.	Hipótesis específicas	46
3.2.	Variable de estudio	47
3.2.1.	Identificación de variables.....	47
3.2.2.	Conceptualización de variables	47
3.2.2.1.	Pensamiento abstracto	47
3.2.2.2.	Aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática	47
3.2.3.	Operacionalización de las variables.....	48

CAPÍTULO IV

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

4.1. Tipo de investigación.....	50
4.2. Nivel de investigación.....	50
4.3. Diseño de investigación	50
4.4. Unidad de análisis.....	51
4.4.1. Criterios de inclusión	51
4.4.2. Criterios de exclusión.....	51
4.5. Población y muestra.....	52
4.5.1. Población.....	52
4.5.2. Muestra.....	52
4.6. Técnicas e instrumentos de recolección de datos	53
4.6.1. Técnica	53
4.6.2. Instrumentos	53
4.7. Técnicas de procesamiento y análisis de datos.....	54

CAPÍTULO V

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

5.1. Procesamiento, análisis, interpretación y discusión de resultados	58
5.1.1. Resultados descriptivos de la variable pensamiento abstracto y sus dimensiones	58
5.1.2. Resultados descriptivos de la variable aprendizaje de logaritmos y sus dimensiones	65
5.2. Prueba de hipótesis	73
5.2.1. Prueba de hipótesis general	73
4.2.1. Prueba de hipótesis específicas.....	75
5.3. Discusión de resultados.....	85
CONCLUSIONES	86
RECOMENDACIONES	88
BIBLIOGRAFÍA	90
ANEXOS.....	93

ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. <i>Relación entre pensamiento lógico y pensamiento abstracto</i>	23
Tabla 2. <i>Baremos del rendimiento escolar de los estudiantes</i>	56
Tabla 3. <i>Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la variable pensamiento abstracto con el grado y sección que se encuentran los estudiantes.....</i>	58
Tabla 4. <i>Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la dimensión capacidad de deducir con el grado y sección que se encuentran los estudiantes</i>	59
Tabla 5. <i>Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la dimensión capacidad de sintetizar con el grado y sección que se encuentran los estudiantes.....</i>	61
Tabla 6. <i>Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la dimensión capacidad de interpretar con el grado y sección que se encuentran los estudiantes</i>	62
Tabla 7. <i>Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la dimensión capacidad de analizar con el grado y sección que se encuentran los estudiantes</i>	64
Tabla 8. <i>Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la variable aprendizaje de logaritmos con el grado y sección que se encuentran los estudiantes.....</i>	65
Tabla 9. <i>Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la dimensión familiarización con el problema con el grado y sección que se encuentran los estudiantes</i>	67
Tabla 10. <i>Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la dimensión búsqueda de estrategias con el grado y sección que se encuentran los estudiantes</i>	68
Tabla 11. <i>Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la dimensión selección y ejecución de estrategias convenientes con el grado y sección que se encuentran los estudiantes.....</i>	70
Tabla 12. <i>Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la dimensión reflexión del procedimiento ejecutado con el grado y sección que se encuentran los estudiantes</i>	71
Tabla 13. <i>Resultados contingentes entre el pensamiento abstracto y aprendizaje de logaritmos de los estudiantes</i>	73
Tabla 14. <i>Resultados contingentes entre la capacidad de deducir y el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes</i>	75
Tabla 15. <i>Resultados contingentes entre la capacidad de sintetizar y aprendizaje de logaritmos de los estudiantes</i>	78

Tabla 16. <i>Resultados contingentes entre la capacidad de interpretar y aprendizaje de logaritmos de los estudiantes</i>	80
Tabla 17. <i>Resultados contingentes entre la capacidad de analizar y aprendizaje de logaritmos de los estudiantes</i>	82

ÍNDICES DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. <i>Potencias de base y exponente natural</i>	34
Figura 2. <i>Porcentajes consolidados del cruce pensamiento abstracto con el grado y sección que se encuentran los estudiantes</i>	58
Figura 3. <i>Porcentajes consolidados por la capacidad de deducir con el grado y sección que se encuentran los estudiantes</i>	60
Figura 4. <i>Porcentajes consolidados por la capacidad de sintetizar con el grado y sección que se encuentran los estudiantes</i>	61
Figura 5. <i>Porcentajes consolidados por la capacidad de interpretar con el grado y sección que se encuentran los estudiantes</i>	63
Figura 6. <i>Porcentajes consolidados por la capacidad de analizar con el grado y sección que se encuentran los estudiantes</i>	64
Figura 7. <i>Porcentajes consolidados por el aprendizaje de logaritmos con el grado y sección que se encuentran los estudiantes</i>	66
Figura 8. <i>Porcentajes consolidados por la familiarización con el problema con el grado y sección que se encuentran los estudiantes</i>	67
Figura 9. <i>Porcentajes consolidados por la búsqueda de estrategias con el grado y sección que se encuentran los estudiantes</i>	69
Figura 10. <i>Porcentajes consolidados por la selección y ejecución de estrategias con el grado y sección que se encuentran los estudiantes</i>	70
Figura 11. <i>Porcentajes consolidados por la reflexión del procedimiento ejecutado con el grado y sección que se encuentran los estudiantes</i>	72
Figura 12. <i>Porcentajes consolidados entre el pensamiento abstracto y el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes</i>	73
Figura 13. <i>Porcentajes consolidados entre la capacidad de deducir y el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes</i>	76
Figura 14. <i>Porcentajes consolidados entre la capacidad de sintetizar y el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes</i>	78
Figura 15. <i>Porcentajes consolidados entre la capacidad de interpretar y el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes</i>	80

Figura 16. <i>Porcentajes consolidados entre la capacidad de analizar y el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes</i>	83
--	----

INTRODUCCIÓN

La investigación busca suministrar un ámbito para estudiar la conexión entre el pensamiento abstracto y el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de Educación Básica. Además, pretende fundar una comprensión de los procedimientos cognitivos de los educandos, como la inteligencia, la atención, la memoria lenguaje, la percepción y el pensamiento, así como de componentes preponderantes en la consecución de aprendizajes significativos. (Jaramillo & Puga, 2016, pp. 32-33)

Adicionalmente en conexión a lo mencionado en el párrafo anterior la investigación se enfocó en el pensamiento abstracto por medio del estudio de las competencias relacionadas a sintetizar, analizar, deducir e interpretar, como base de un procedimiento cognitivo consolidado, su uso en diversos campos, como en la matemática.

Para la consecución del objetivo del estudio se hará uso de una metodología enfocada en el análisis de hechos que suceden en el ámbito estudiantil real, es decir no se realizara experimentación, por lo cual el estudio se desarrolló con un diseño transversal correlacional. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014)

La recolección de la información con su respectivo procesamiento y análisis está en relación con el método científico para estudios de enfoque cuantitativo, es decir que se fundamenta en el análisis estadístico. Los resultados serán presentados teniendo en cuenta el objetivo general y específicos, así como también de la hipótesis general y específicas.

En este sentido y con el propósito de que el estudio alcance el objetivo planteado; en concordancia con el Reglamento de Grados y títulos de la Facultad de Educación y Ciencias de la Comunicación, el trabajo de investigación se desarrolló bajo el siguiente esquema y se dividió en los siguientes capítulos:

Capítulo I Planteamiento del Problema

Capítulo donde se describe la situación problemática, delimitación del problema, formulación de los problemas de investigación, los objetivos, la justificación, además de la delimitación y las limitaciones.

Capítulo II Marco Teórico

En que se hizo referencia a los antecedentes de la investigación tanto a nivel internacional y nacional, desarrollo de las bases teóricas de las variables en estudio y el marco conceptual correspondiente al estudio.

Capítulo III Hipótesis y Variables

En este capítulo se muestran las hipótesis de la investigación, las variables de estudios y su respectiva operacionalización.

Capítulo IV Metodología de la Investigación

En el presente capítulo se detalló el tipo, nivel, diseño, unidad de análisis, población, muestra, técnicas e instrumentos de recolección de datos, técnicas de procesamiento de datos.

Capítulo V Resultados y Discusión

Es la parte medular del trabajo de investigación que refleja los resultados del trabajo de campo, así como también la presentación de la información procesada de forma descriptiva e inferencial, además de una discusión específica que contribuya a ampliar los hallazgos del estudio.

Finalmente se presentan las conclusiones, recomendaciones, bibliografía y los anexos correspondientes al trabajo de investigación.

Las autoras.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Situación problemática

Con la llegada de las calculadoras electrónicas, con el paso del tiempo, la enseñanza de logaritmos dejó de ser importante, debido a que esta herramienta facilita el cálculo de números considerables. Y es en este contexto que Naiper, incentiva el origen de los logaritmos, por ser una manera de multiplicar cantidades considerables de forma más acotada y simplificada, fue así que se originó la tabla de logaritmos y antilogaritmos.

Históricamente se debería sumar su aplicación no solo al entorno interno de las matemáticas, sino que también a externos, de modo que los educandos puedan comunicarse por medio de diversas percepciones de la ciencia y construir sus propias aplicaciones. La integración de diversas áreas es uno de los puntos resaltantes que propician el interés de los educandos. (Abrate & Pochulu, 2007, pp.77-78)

En la actualidad la educación debe adaptarse a los requerimientos de la sociedad del conocimiento, que se caracteriza por el rápido desarrollo de la información de diversos canales (especialmente los medios de comunicación). En este caso, es indispensable que los educandos sean capaces de desarrollar procesos lógicos y abstractos para construir y reconstruir los conocimientos obtenidos en las instituciones educativas de manera que estén en la posibilidad de conseguir las capacidades y habilidades suficientes para su pleno desempeño en el competitivo contexto actual. (Jaramillo & Puga, 2016, pp.31-32)

El desarrollo del pensamiento abstracto se halla dentro de los aspectos relevantes para mejorar la inteligencia matemática, debido a que proporciona facilidades para entender los

conceptos de diversas áreas del conocimiento (ya sean básicas o complementarias), fijando conexiones entre conocimientos y conectando estas con la vida diaria de los educandos.

En el Foro Mundial de Educación llevado a cabo en Corea (2015), se incidió en el requerimiento de perseverar y reforzar en que los aprendizajes adquiridos en las aulas se transformen en saberes de por vida, en el cual el estudiante sea el responsable directo de su aprendizaje constante con el objetivo de aprehender saberes y habilidades para hacer posible sus anhelos y aportar con el desarrollo de la comunidad.

En base a lo mencionado en el párrafo anterior, es relevante que el proceso de enseñanza de las matemáticas debe conducir a un proceso cognitivo dinámico e interactivo, que consiste en actividades direccionadas a orientar, desarrollar el pensamiento y formar a los educandos, para que afronten y resuelvan eficazmente los problemas de la vida diaria.

En el caso específico de la Institución Educativa Jorge Chávez, en el contexto actual en el cual se viene atravesando una emergencia sanitaria a causa del COVID – 19, el estudiante se enfrenta a distintos desafíos y problemas, en el cual un adecuado desarrollo del pensamiento abstracto puede contribuir a dar solución a los problemas que lo aquejan, es posible fortalecer sus habilidades, destrezas y capacidades, un caso específico sería abstraer el efecto de la pandemia actual, y la importancia de generar una cultura de ahorro para evitar situaciones vulnerables o de exposición a las necesidades básicas, principalmente cuando se trata de la alimentación, también es importante mencionar el comportamiento adecuado, la forma en como otros países enfrentan esta pandemia y el hecho de estar preparados para enfrentar acontecimientos imprevistos.

El pensamiento abstracto es la capacidad de analizar, deducir, sintetizar e interpretar los fenómenos que nos afectan, en ese entender es que se ha analizado el desarrollo de estas capacidades de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez, para observar detalles y particularidades de los fenómenos de las reglas de exponentes, para determinar a través de una rúbrica el logro de las mencionadas capacidades. En el caso del aprendizaje de los logaritmos, este se fundamenta en la resolución de ejercicios que evidencien el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática.

En los últimos años el Ministerio de Educación del Perú ha publicado el Diseño Curricular de la Educación Básica, con la necesidad de que los distintos niveles se articulen, en ese entender fue publicado el Programa Curricular de Educación Secundaria, en el cual se precisa y fundamenta la necesidad del aprendizaje de la matemática para formar ciudadanos capaces de buscar, organizar, sistematizar y analizar información para entender e interpretar el mundo que los rodea, desenvolverse en él, tomar decisiones pertinentes y resolver problemas en distintas situaciones usando de manera flexible, estrategias y conocimientos matemáticos. Además, hace notar el desarrollo de las diversas competencias mediante el *enfoque centrado en la resolución de problemas*. (Ministerio de Educación, 2016, p.147)

Entonces el Área de Matemática tiene un enfoque centrado en la resolución de problemas, es por tal motivo que la variable principal de interés es el aprendizaje de los logaritmos en estudiantes del VII Ciclo de Educación Básica, por tanto, se ha realizado las publicaciones del Ministerio de Educación como es el caso del Diseño Curricular de la Educación Básica, el Programa Curricular de Educación Secundaria y publicaciones de las Unidades de Gestión Educativa Local, en especial, aquellas publicaciones de los especialistas en el Área de Matemática.

De la revisión realizada a los documentos mencionados en el párrafo anterior, se observa que la mayoría de las instituciones educativas, están considerando el siguiente proceso didáctico: 1. Familiarización con el problema, 2. Búsqueda y ejecución de estrategias, 3. Socialización de representaciones, 4. Reflexión y formalización y 5. Planteamiento de otros problemas, el cual después de realizar una revisión exhaustiva, está conformada por distintos autores y adaptada de acuerdo a las necesidades pedagógicas de la enseñanza de la matemática, pero, debido a que no se cuenta con un sustento o validación por especialistas, se ha considerado publicaciones científicas (Artículos de revistas), el cual se encuentra debidamente sustentado en la matriz de operacionalización de las variables, a través de esta consideración se ha efectuado el estudio del aprendizaje de logaritmos.

El propósito del estudio se centra en demostrar la intervención de distintos factores involucrado en el proceso del aprendizaje de logaritmos de los estudiantes del VII de Educación Básica.

En ese entender de la revisión de los estudios previos y la identificación del problema, se considera al pensamiento abstracto de los estudiantes como un factor importante para desarrollar las competencias del Área de Matemática, y asimismo averiguar si contribuye en la capacidad de descomponer el todo en sus partes y de analizar de forma simultánea distintos aspectos de una misma realidad y la manera en que genera dependencia al aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática, de esta forma se evidenciaría la capacidad cognitiva de los estudiantes para afrontar desafíos, tomar decisiones y plantear posibles soluciones a los distintos problemas en el contexto de su vida diaria.

1.2. Delimitación del problema

1.2.1. Área y línea de investigación

La investigación fue desarrollada en el área de conocimiento de las *Ciencias Sociales, Económicas y Humanidades – CEH*, específicamente la línea de investigación es *Formación Académica y Curriculum*. (Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, 2017, p.22)

1.2.2. Área geográfica

El trabajo de investigación se desarrollará en la Institución Educativa Jorge Chávez, con código modular 0519579, con modalidad secundaria, de gestión pública, ubicada en la Avenida San Martín Nro. 151 del distrito de Marangani, provincia de Canchis, departamento del Cusco.

Seguidamente se muestra la ubicación exacta de la institución educativa, por medio de una captura de fotografía digital.

ESCALE
Estadística de la Calidad Educativa

Mapa de Escuelas

PERÚ Ministerio de Educación

Mapa Satélite Buscar un lugar

Servicios MED

Busqueda

Ubigeo DRE y UGEL

Departamento: CUSCO

Provincia: CANCHIS

Distrito: MARANGANI

Ubigeo: 080604

Padrón I.I.E.E. Centros Poblados

Nombre I.I.E.E.: JORGE CHAVEZ

Código Modular: 0519579 Código Local: 156096

Nom. CP MINEDU: 114395 Cod. CP MINEDU: MARANGANI

Nivel/Modalidad: Todos

Excluir Programas:

Gestión y Dependencias: Todos

Buscar Limpiar criterios

Legenda

I.E. Jorge Chávez

Restaurante Marangani
Comida para llevar

LIBRERIA CRISTIANA APOCALIPSIS - MARANGANI

Plaza de Toros Marangani

Ferretería Palomino

Plaza de Armas de Marangani

Marangani

Restaurante "Sabrosillo"
Comida para llevar

Mercado Marangani

Google

Datos de mapas ©2020 Imágenes ©2020 CHES / Airbus Maxar Technologies 50 m

Fuente: Mapa de Escuelas, Estadística de la Calidad Educativa, Ministerio de Educación.

1.3. Formulación del problema

1.3.1. Problema general

¿Cuál es la relación del pensamiento abstracto en el aprendizaje de logaritmos del Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020?

1.3.2. Problemas específicos

- a) ¿Cuál es la relación de la capacidad de deducir con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020?
- b) ¿Cuál es la relación de la capacidad de sintetizar con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020?
- c) ¿Cuál es la relación de la capacidad de interpretar con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020?
- d) ¿Cuál es la relación de la capacidad de analizar con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020?

1.4. Objetivos de la investigación

1.4.1. Objetivo general

Determinar la relación del pensamiento abstracto con el aprendizaje de logaritmos del Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.

1.4.2. Objetivos específicos

- a) Establecer la relación de la capacidad de deducir con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.
- b) Establecer la relación de la capacidad de sintetizar con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.
- c) Establecer la relación de la capacidad de interpretar con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.
- d) Establecer la relación de la capacidad de analizar con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.

1.5. Justificación de la investigación

1.5.1. Justificación científica

Caracterizar el pensamiento abstracto hace referencia al hecho de que el cerebro extrapola y absorbe ideas nuevas a través de la imaginación. Las mediciones que se realice a los estudiantes respecto a las capacidades que conforman el pensamiento abstracto y en el estudio se pretende evidenciar contundentemente su relación con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática, demostrará lo importante que es el pensamiento abstracto para encaminar un proceso cognitivo coherente y que el estudiante logre un aprendizaje significativo.

1.5.2. Justificación práctica

En la práctica educativa del quehacer del docente, conlleva a tener en cuenta diversas estrategias y métodos para alcanzar el logro de las competencias propuestas

evidenciándose en los desempeños que vayan demostrando los estudiantes. En este contexto es que el estudio se desarrolla, con el fin de mostrar al docente la necesidad de generar un consistente pensamiento abstracto del estudiante para que el aprendizaje de las matemáticas no le resulte difícil, el cual en muchos casos para los estudiantes resulta ser el fantasma que les da miedo, cuando los ejercicios les resulta difícil en su ejecución para hallar la respuesta correcta.

1.6. Delimitación de la Investigación

Delimitación temporal:	2020.
Delimitación espacial:	Distrito de Marangani, Sicuani, Cusco.
Delimitación conceptual:	Pensamiento abstracto y aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática.
Delimitación social:	Estudiantes de Educación Básica Regular.

1.7. Limitaciones de la investigación

En el contexto actual el Perú viene enfrentando una pandemia mundial, de manera que el presente trabajo de investigación presenta las siguientes limitaciones:

1.7.1. Limitaciones teóricas

El acceso a bibliotecas de manera física no es posible, generando dificultades para recabar información relacionada con las variables en estudio.

1.7.2. Limitaciones prácticas

La aplicación de los instrumentos de investigación presento serias dificultades por el aislamiento de los estudiantes y las restricciones que se impusieron a causa de la emergencia sanitaria por la Covid-19, lo cual dificulto la recolección de la información haciéndola muy tediosa y extendida.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de la investigación

En base a las variables de investigación, y posterior a la revisión bibliográfica se consideraron los siguientes antecedentes investigativos.

2.1.1. Antecedentes internacionales

Rodríguez y Rodríguez (2012), realizaron un trabajo de investigación intitulado: *“Pensamiento abstracto en el razonamiento lógico – matemático de los niños de segundo año de educación general básica. Propuesta: diseño y ejecución de guía con estrategias metodológicas para docentes”*, el cual fue presentado para optar al Título Profesional de Licenciados en Ciencias de la Educación, en la Universidad de Guayaquil, Ecuador.

El estudio tuvo como objetivo: “Determinar el pensamiento abstracto en el razonamiento lógico matemático de los niños de segundo año de educación básica a través del diseño y ejecución de una guía de estrategias metodológicas” (p.6).

Metodológicamente la investigación se desarrolló con un diseño explicativo con enfoque cualitativo y población de 306 personas entre director, docentes y representante legales de la escuela fiscal mixta N°196 Nemesia Almeida de Avilés.

Obteniéndose las siguientes conclusiones:

▪ Primera.

Gran porcentaje de estudiantes que van a la escuela se sienten muy asustados o sienten que no pueden resolver problemas de lógica y matemáticas; el director, maestros y representantes legales encuestados dijeron que el curso no se ofrece desde el primer año escolar es por ello que no les apasiona la resolución de problemas lógicos y matemáticos.

▪ Segunda.

En la encuesta realizada, el 60% de muestra estuvo de acuerdo en que, si se utiliza el método orientado al maestro y la orientación estratégica en el segundo año de educación básica general, se desarrollará mejor el pensamiento lógico de los estudiantes. El proceso educativo enriquece y dinamiza la utilización de la guía con estrategias metodológicas.

Chulde y Morillo (2012), realizaron un trabajo de investigación intitulado: *“Incidencia del desarrollo del pensamiento abstracto en el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de los terceros años de bachillerato de la especialidad fisicomatemático de los colegios Ibarra y Universitario UTN de la provincia de Imbabura; y, Carlos Martínez Acosta y Mario Oña Perdomo de la provincia del Carchi en el año lectivo 2010-2011”*, el cual fue presentado para optar Título Profesional de Licenciados en Ciencias de la Educación en la especialidad de Física Matemática en la Universidad Técnica del Norte, Ibarra, Ecuador.

El estudio tuvo como objetivo: *“Determinar el nivel de desarrollo del pensamiento abstracto y el aprendizaje de la Matemática, de los estudiantes de los terceros años de Bachillerato de la Especialidad de Física y Matemática de los colegios Ibarra y Universitario UTN, de la provincia de Imbabura y Carlos Martínez Acosta y Mario Oña Perdomo de la provincia del Carchi, en el periodo académico 2010-2011”* (p.17).

Metodológicamente el estudio se desarrolló bajo un tipo de investigación descriptiva y población de 168 personas entre docentes y estudiantes de los Colegios Ibarra y

Universitario UTN de Ibarra en Imbabura; y, Mario Oña Perdomo y Carlos Martínez Acosta, de la provincia de El Carchi.

Obteniéndose las siguientes conclusiones:

▪ Primera.

Los educadores y educandos del tercer año del Bachillerato en Físico Matemáticas de los colegios que forman parte de la unidad de análisis concuerdan en que el desarrollo del pensamiento abstracto es necesario para casi todos los campos considerados en la malla curricular en especial en el aprendizaje de las matemáticas. Además, indican que es de vital importancia para conseguir aprendizajes funcionales, provechosos y significativos y estos aporten en su formación académica, en un futuro en lo profesional.

▪ Segunda.

Aunque los educadores creen que el pensamiento abstracto de los educandos se puede desarrollar por medio de las matemáticas, aun así, afirman que no en todos los casos se obtendrán resultados positivos y provechosos; para el desarrollo de habilidades de análisis, síntesis y deducción, los educandos deben poseer la capacidad y las habilidades necesarias para dar solución a problemas matemáticos. Evidentemente, los resultados del aprendizaje y la abstracción no lograron el nivel de calidad requerido para recibir una formación profesional o actuar en los nuevos retos de la vida cotidiana.

▪ Tercera.

Educandos y educadores del tercer año, de la materia de física y matemática afirman que no les agrada mucho el curso de matemáticas, y no han alcanzado un nivel de desarrollo significativo, mencionan además que en su mayoría aun tienen dificultades para identificar problemas matemáticos, debido a que no memorizan o manejan las fórmulas matemáticas en su totalidad, aun así, para dar solución a un problema el procedimiento que emplean es el correcto, además suelen indagar sobre otras opciones de resolución.

- Cuarta.

El promedio de rendimiento de los educandos del tercer año del Bachillerato en Físico Matemáticas de los colegios que forman parte de la unidad de análisis es medio con tendencia a bajo. Si nos basamos en la conjetura de que los educandos eligieron la física y la matemática como especialidad del bachillerato; se infiere además que estos evidenciaban un interés por otras áreas de formación específica. Con lo cual los resultados son incongruentes al denotar que son poco satisfactorios a menos que el problema radique en las estrategias aplicadas por el educador, que estas no resulten suficientemente interesantes, motivadoras y efectivas.

- Quinta.

Los educadores y educandos de las instituciones que formaron parte de la unidad de análisis concordaron en que emplean procedimientos secuenciales para dar solución a problemas matemáticos. Se concluye además que los educandos aun no desarrollaron un nivel de abstracción suficiente para un aprendizaje de las matemáticas significativo, pero es importante mencionar también que estos estudiantes poseen la capacidad de reflexionar y que han conseguido sistematizar el proceso de resolución de problemas matemáticos.

Rojas y Quituzaca (2015), realizaron un trabajo de investigación intitulado: *“Guía didáctica de funciones exponenciales y logarítmicas aplicando el aprendizaje basado en problemas para terceros del bachillerato general unificado”*, el cual fue presentado para optar al Título Profesional de Licenciados en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física en la Universidad de Cuenca, Ecuador.

Metodológicamente el estudio se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo y cualitativo, la población está conformada por 286 estudiantes matriculados y dos docentes que guían el aprendizaje de la matemática.

Obteniéndose las siguientes conclusiones:

- Primera.

Gran parte de los educandos conocen la relevancia de aprender matemáticas, sin embargo, rara vez le destinan de su tiempo para aprenderla. Las funciones

exponenciales y logarítmicas inmersas en el plan de estudios de tercer año del Bachillerato General Unificado (BGU), se les considera como relevantes, porque se asume que son introductorios para la aprehensión de nuevos conocimientos y así comprenderán de mejor manera la química, el física, biología y fenómenos sociales globales.

- Segunda.

Se concluye además que dentro de los puntos que ocasionan más dificultades en el aprendizaje de los educandos están las funciones exponenciales y logarítmicas, debido a que creen que su complejidad y el poco uso de material didáctico les genera confusión e incertidumbre. Es por ello que para fortalecer el aprendizaje estos recurren al apoyo de sus compañeros, educadores y la internet.

- Tercera.

Se concluye además que con la implantación de una “*Guía Didáctica*”, se busca responder a los requerimientos de los educandos, en cuanto a su aplicabilidad en situaciones cotidianas, en temas de funciones exponenciales y logarítmicas.

2.1.2. Antecedentes nacionales

Ramos, Santa Cruz, y Tito (2015), realizaron un trabajo de investigación intitulado: “*Relación entre material educativo y desarrollo del pensamiento matemático en niños de 5 años de la institución educativa Madre María Auxiliadora N°036 San Juan de Lurigancho-Lima*”, el cual fue presentado para optar al Título Profesional de Licenciados en Educación en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima.

El estudio tuvo como objetivo: “Determinar el nivel de relación entre material educativo y desarrollo del pensamiento matemático en niños de 5 años de la Institución Educativa Madre María Auxiliadora N° 036 San Juan de Lurigancho – Lima” (p.75).

Metodológicamente el estudio se desarrolló bajo un diseño descriptivo correlacional y población de 85 alumnos de la institución educativa Madre María Auxiliadora.

Obteniéndose las siguientes conclusiones:

▪ Primera.

El valor de (r) hallado es de 0,66, en base a ello se infiere que existe una correlación directa, moderada y significativa entre material educativo y el desarrollo el pensamiento matemático.

▪ Segunda.

Puesto que el valor de (r) hallado es de 0,64, con lo cual se infiere que existe una correlación directa, moderada y significativa entre material educativo con el aprendizaje de números y operaciones.

▪ Tercera.

El valor de (r) hallado es de 0,55, por lo tanto, se infiere que existe una correlación directa, moderada y significativa entre material educativo con el desarrollo de cambio y relaciones.

Cachuay y Jorge (2013), realizaron un trabajo de investigación intitulado: *“Aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas utilizando el software educativo Derive en estudiantes de quinto de secundaria-Huancayo”*, el cual fue presentado para optar al Título Profesional de Licenciada en Pedagogía y Humanidades Especialidad: Matemática y Física en la Universidad Nacional del Centro del Perú, Huancayo.

El estudio tuvo como objetivo: “Determinar en qué medida se mejora el aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas utilizando el software educativo Derive en estudiantes de quinto de secundaria de la Institución Educativa Técnica Virgen de Fátima - Huancayo” (p.5).

Metodológicamente el estudio se desarrolló bajo un diseño cuasi experimental y población de 200 estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Técnica *“Virgen de Fátima”*.

Obteniéndose las siguientes conclusiones:

- Primera.

Mediante el uso del software educativo Derive en los educandos de la institución educativa, se ha mejorado positivamente el aprendizaje de la función exponencial y función logarítmica, como lo demuestra el análisis estadístico de datos en las pruebas de entrada y salida de ambos grupos.

- Segunda.

Es insuficiente el solo utilizar un software educativo para la enseñanza y dar la certeza de que este es útil por sí mismo, debido a que este no brindara ningún beneficio si el educador no tiene dominio de este aun así si lo tuviera y no sabe transmitir tal dominio a sus estudiantes este no ayudara significativamente al aprendizaje.

- Tercera.

En comparación con el proceso de enseñanza sin recursos educativos, el uso del software Derive mejora enormemente el proceso de enseñanza, tal diferencia se verifica en el análisis de datos.

- Cuarta

En el grupo de control, fue muy complejo aprender temas de funciones exponenciales y logarítmicas, se hizo laborioso graficar para llegar con rapidez al análisis de las gráficas, a pesar de que se empleó portafolios, pizarrones y materiales de trabajo modulares.

Isase (2017), realizó un trabajo de investigación intitulado: *“Aprendizaje en el área de matemática en estudiantes del 5° de secundaria de la Institución Educativa Politécnico del Callao, 2016”*, el cual fue presentado para optar al Título Profesional de Licenciado en Educación en la Especialidad de Matemática e Informática en la Universidad César Vallejo, Lima.

El estudio tuvo como objetivo: “Describir el nivel de aprendizaje en el área de matemática en estudiantes del 5° de secundaria de la institución educativa Politécnico

del Callao, 2016” (p.20).

Metodológicamente el estudio se desarrolló bajo un diseño no experimental de corte transversal y población de 106 estudiantes del 5° de secundaria de la institución educativa Politécnico del Callao.

Obteniéndose las siguientes conclusiones:

▪ Primera.

Se concluye que entre los educandos de quinto grado de secundaria de la institución educativa Politécnico del Callao, respecto al aprendizaje de las matemáticas un 2,4% mostro un nivel de aprendizaje logro y solo un 1,2% alcanzo un nivel de aprendizaje logro destacado, un 13,3% un nivel en proceso, estando la mayoría en un nivel de aprendizaje inicial representado por el 83,1%.

▪ Segunda.

Respecto a la dimensión “*Matematiza situaciones*”, se observa en los educandos que un 6,0% obtuvo el nivel de aprendizaje logro previsto y solamente un 1,2% consiguió el nivel de aprendizaje logro destacado, un 18,1% se ubican en el nivel de aprendizaje en proceso y la gran mayoría se ubica en el nivel de aprendizaje inicio el cual representa un 74,7% del total.

▪ Tercera.

Se concluye finalmente que respecto a la dimensión “*Razona y argumenta generando ideas matemáticas*”, se evidencia en los educandos que un 7,2% obtuvo el nivel de aprendizaje logro previsto y solamente un 1,2% consiguió el nivel de aprendizaje logro destacado, un 12,0% se ubican en el nivel de aprendizaje en proceso; estando la mayoría en un nivel de aprendizaje inicio representado por un 79,5%.

2.1.3. Antecedentes locales

Ccama y Yana (2019), realizaron un trabajo de investigación intitulado: “*Método aprendizaje basado en problemas y desarrollo del pensamiento crítico en estudiantes*

de cuarto grado de secundaria de la institución educativa de aplicación Fortunato L. Herrera, Cusco - 2018”, el cual fue presentado para optar al el Título Profesional de Licenciado en Educación, Especialidad Lengua y Literatura en la Universidad Nacional de San Antonio Abab del Cusco.

El estudio tuvo como objetivo: “Determinar la relación entre el método aprendizaje basado en problemas y el desarrollo del pensamiento crítico en los estudiantes de cuarto de secundaria de la Institución Educativa Mixta de Aplicación Fortunato Luciano Herrera, Cusco” (p.20).

Metodológicamente el estudio se desarrolló bajo un diseño correlacional y población de 150 estudiantes del nivel secundario de la Institución Educativa de Aplicación Fortunato L. Herrera.

Obteniéndose las siguientes conclusiones:

- Primera.

En los educandos del cuarto año de secundaria de la Institución Educativa Mx. de Aplicación Fortunato L. Herrera, la metodología de aprendizaje asentado en problemas posee una relación directa moderada con el desarrollo del pensamiento crítico; donde un 16,7% evidenciaron que poseen el método aprendizaje sustentado en problemas y desarrollo del pensamiento crítico. Por lo tanto, el desarrollo del pensamiento crítico en los educandos es elemental para prepararlos frente a distintos contextos conflictivos.

- Segunda.

Hay una relación directa moderada entre el método de aprendizaje fundado en problemas con la habilidad analizar información; por otro lado, el 33,35% de los educandos indicaron que, si poseen esta habilidad, en tanto que los demás oscilan entre regular y bajo, con lo cual si existe relación entre el método aprendizaje fundado en problemas y desarrollo del pensamiento crítico.

- Tercera.

Finalmente se concluye que no hay relación entre el método aprendizaje fundado en problemas y la habilidad de plantear opciones de solución en los educandos del cuarto año de secundaria; de los cuales el 29,2% muestran un elevado desarrollo del método de aprendizaje sustentado en problemas y la habilidad de plantear opciones de resolución; en este punto el educando puede conocer y desarrollar un excelente método de aprendizaje pero no siempre se emplea apropiadamente para plantear opciones de resoluciones en diversos contextos, por lo cual el educador debe ser muy capacitado y ser guía en el proceso de aprendizaje, de esta manera fortalecer la capacidad de los educandos.

2.2. Bases teóricas

2.2.1. Pensamiento abstracto

El pensamiento abstracto se transforma en una expresión próxima y universal de la realidad, y se convierte en un proceso psicológico en el que se resaltan los acontecimientos primordiales y esenciales de una determinada experiencia o acción.

Castañeda, Centeno, Lomelí, Lasso, y Nava (2007), mencionan que: “La abstracción es la separación de masas de objetos mediante la manipulación intelectual para considerarlos de forma aislada. La abstracción es la comprensión del significado, la esencia de las cosas. Este hecho es fundamental para el aprendizaje de los educandos” (p.66).

Dentro de los beneficios de emplear el pensamiento abstracto para analizar y sintetizar aprendizajes novedosos es que mejora la velocidad de nuestra capacidad cognitiva (Ferreira & Pedrazzi, 2007); esto por el hecho de que facilita interpretar, sintetizar, analizar y deducir los diferentes sucesos que nos afectan de forma asociativa y rápida. Este tipo de pensamiento da lugar a trascender el conocimiento entre las diversas hipótesis que componen el pensamiento formal.

El pensamiento deductivo se amplía con este tipo de pensamiento, debido a que da lugar a inferir desde todas las posiciones posibles y en diversas situaciones. Pero cabe

señalar que el razonamiento lineal se emplea diariamente en las aulas; los estudiantes deben aportar para complementar el proceso de aprendizaje del razonamiento abstracto implícito, con lo cual se incentivara eficientemente los deberes académicos cotidianos.

Para la definición del pensamiento abstracto, es indispensable comprender el significado de la abstracción; y esta básicamente es la acción de abstraer o abstraerse; filosóficamente esta es una operación mental a través de la cual una determinada particularidad de un objeto se asume conceptualmente, con la finalidad de reflexionar respecto a esta sin considerar otros aspectos. Por otro lado, la abstracción universal parte de la comparación o reflexión de varios objetos, la peculiaridad que se aísla es lo que se denomina común a los mismos, el cual es objeto de tal abstracción. La metafísica siempre se encargó de examinar si la universalidad existe aisladamente del del pensamiento intelectual sobre ellos. Es decir, si algunos de los objetos tienen algo en común más allá de las suposiciones de la persona que contemplo el objeto. (Laura & Saravia, 2017)

De acuerdo con Delval (2001), la abstracción es: “La capacidad de deducir, sintetizar, interpretar, analizar los fenómenos que nos afectan” (p.21).

Delval (2001), menciona además que también es la: “Capacidad para emprender ideas de forma voluntaria. Implica que es posible cambiar arbitrariamente de una situación a otra, dividir el todo en múltiples partes y analizar diferentes aspectos de la misma realidad al mismo tiempo” (p.21).

Al respecto del pensamiento Arboleda (2013), indica que es una función mental por medio del cual una persona puede emplear caracteres, operaciones y estrategias frente a las situaciones o sucesos, ya sean estos reales, ficticios o ideales. Dentro de la dimensión mental también mencionamos otras funciones tales como: la emoción, memoria, inteligencia, aprendizaje, atención, cognición, imaginación, voluntad y la motivación. Frente a las demás funciones la particularidad del pensamiento radica en que esta permite que un individuo lo emplee e interactúe con él en diversos contextos. Por tanto, el pensar involucra emplear el aprendizaje, la memoria, la inteligencia.

En tal sentido, el pensamiento abstracto, es un recurso para la estructuración de los conocimientos teóricos en el procedimiento de construcción de conceptos, el mismo que es una muestra intermedia y universal de la realidad, es una manera de ver nuestro contexto mundial más allá del sentido común; una particularidad primordial del pensamiento abstracto es la habilidad de procesar distintos fenómenos al mismo tiempo, con lo cual determina preponderancias para una respuesta frente a estas. (Jaramillo & Puga, 2016)

Por su parte Guétmanova (1989), propone que el pensamiento abstracto es un medio para la construcción del conocimiento teórico en el proceso de formación de conceptos.

2.2.1.1. Características

En la investigación realizada por Jaramillo y Puga (2016), menciona las siguientes características del pensamiento abstracto:

- Da lugar para conocer el mundo más allá de nuestra percepción o sentidos.
- No tiene conexión con el lenguaje, se apoya en el temple y la conciencia voluntaria.
- Es dominado por la imaginación.
- Es intangible, debido a que no posee una forma.
- Diferencia lo primordial de lo dispensable, entre lo externo e interno.
- No se origina de relaciones observadas.
- Da solución a problemas lógicos, no necesariamente aplicándolos en el contexto real, es decir solo en la imaginación.
- Habilidad de razonar de manera desligada de lo real. Se sustenta en esquemas formales lo cual permite extrapolar, deducir lo aprendido a cualquier otro contexto, comparándolo u obteniendo conclusiones.

2.2.1.2. Proceso de abstracción

Chulde y Morillo (2012), plantean que para realizar el proceso de abstracción es indispensable pensar de manera dialéctica, con lo cual plantean que el punto de partida

del procedimiento de abstracción de la estructuración de categorías, conceptos, es la realidad como tal y la misma que es captada por los sentidos (concreto sensorial).

El proceso de abstracción es una operación mental, el cual se sustenta en la construcción del pensamiento concreto (pensamiento abstracto o concreto mental), con el apoyo de la síntesis y análisis. Esto da a entender pasar de lo concreto a lo abstracto; este proceso reproduce un objeto en su totalidad.

La “*separación*” da lugar a que se mejore la aprehensión, esto por medio de la síntesis y el análisis; con lo cual se suprimirá los puntos y conexiones no esenciales o poco relevantes que solapan las particularidades y conexiones básicas de los procedimientos, con el propósito de fijar explicaciones científicas respecto a estos.

Dentro del proceso de abstracción, el análisis implica ir de lo concreto a lo abstracto. Con lo cual se hace una separación del total en partes, para examinarlas de manera más completa y exhaustivas con el fin de resaltar los puntos, elementos más relevantes para la estructuración del conocimiento científico.

La síntesis permite reconstruir el conjunto de los pensamientos mediante algunas interpretaciones mentales para comprender mejor las características, elementos y conexiones necesarias del objeto. Esto significa pasar de lo abstracto a lo concreto para entender el objeto de la investigación en sus múltiples determinaciones (nexos, aspectos, relaciones).

Elaborar un análisis sin la síntesis, aminora el entendimiento extenso y exhaustivo respecto al objeto de análisis. Como también realizar una síntesis a partir de otra síntesis sin el apoyo de un análisis puede ocasionar el arribó a conclusiones erróneas.

La inducción debe ir más allá de los hechos específicos en los que se basa y fijar enunciados generales, porque la ciencia no se termina con la observación y medición de sucesos empíricos, sino que cumple un rol de explicación del comportamiento de hechos, fenómenos, sucesos específicos, además guía otros estudios empíricos a través de la deducción de efectos determinados.

2.2.1.3. Tipos de pensamiento

Jaramillo y Puga (2016), definieron dos tipos de pensamiento, uno racional que involucra a la lógica y otro abstracto que engloba a la imaginación; está sustentada en la concepción de que todo involucrado con la naturaleza mental se la asume como pensamiento.

a) Pensamiento lógico

También denominado como pensamiento lineal, mediante la cual un individuo aprende a pensar, proceso que se inicia en los primeros años de subsistencia, y se fortalece en el proceso educativo, donde si se enfatiza apropiadamente esta puede ser significativa.

Este tipo de pensamiento se desglosa de las diversas conexiones que se originan en el cerebro, esto a raíz del requerimiento de hallar razonamientos lógicos en la manera de actuar cotidiano, donde su propósito es arribar a la construcción de reflexiones y conocimientos los mismos que puedan ser empleados en el transcurso de la vida.

b) Pensamiento abstracto

Este tipo de pensamiento se convierte en el reflejo cercano y universal de la realidad, transformándose en un procedimiento mental donde se resalta primordialmente de un determinado comportamiento o vivencia.

Varios autores consideran que para llevar a cabo este proceso el cerebro separa mentalmente los diversos elementos que lo ocasionan, para centrarse especialmente en lo esencial.

2.2.1.4. Relaciones entre los tipos de pensamientos

Tabla 1

Relación entre pensamiento lógico y pensamiento abstracto

Pensamiento lógico	Pensamiento abstracto
Es reversible e intrínseco, es tangible.	No posee una forma, no es describible con términos, es intangible.
Dominado por el intelecto.	Dominado por la imaginación
Realiza separaciones en partes y establece conexiones entre ellas.	Capacidad de razonar en forma desligada de lo real. Se sustenta en esquemas formales, da lugar a la deducción, extrapolar lo aprendido a cualquier otra situación, comparar o sacar conclusiones.
Se halla en la capacidad de atender objetos formales u objetos abstractos.	No parte de relaciones observadas.
Ubica el tiempo de manera lineal y pretende objetividad.	Permite conocer al mundo más allá de los sentidos.
El hemisferio cerebral predominante es el izquierdo.	Distingue lo esencial de lo secundario, entre lo interno y externo.
Genera hipótesis, hace inferencias.	Resuelve problemas lógicos, imaginando, sin necesidad de hacerlo con algo tangible.
Se expresa a través de proposiciones y conectivos.	Está desligada del lenguaje, depende de la conciencia voluntaria y la personalidad.

Fuente: Jaramillo y Puga (2016).

El pensamiento lógico apoya su fundamento en proseguir un sendero ya establecido, por lo cual es de carácter lineal, y se genera en el hemisferio izquierdo del cerebro, en otras palabras, se opera con un procedimiento secuencial para crear inferencias e indagaciones con lo cual se pueda arribar a conclusiones. Por su parte el pensamiento abstracto es dominado por los ideales y la imaginación, el cual es más intuitivo, deja de lado a los esquemas trazados, por el contrario, se sustenta en esquemas formales con lo cual se puede comparar, deducir, extrapolar lo aprendido a diferentes otros contextos o extraer conclusiones; este pensamiento aporta para dar solución a problemas creativos y lógicos sin el requerimiento de llevarlo a cabo con esquemas ya fijos o con algo tangible. (Jaramillo & Puga, 2016)

2.2.1.5. Ventajas del desarrollo del pensamiento abstracto

Pérez (2021), menciona que el pensamiento abstracto en su desarrollo y dominio nos brinda varios beneficios, dentro de los cuales se resalta:

- Análisis de probabilidades y escenarios alternativos. El pensamiento abstracto en cierto sentido consiste en transportarse a otros entornos, contextos; todo esto con la finalidad de obtener más conocimiento y algo que sea de utilidad para nuestra realidad y cotidianidad.
- Impulsa la creatividad. Encontrar nuevas ideas y conectarse con el contexto no material puede mejorar nuestra creatividad, que a menudo está limitada por los recursos materiales disponibles.
- Ayuda a la formación de criterio-personal.
Al momento de apoyarnos en este tipo de pensamiento, consolidar nuestros estándares en determinados contextos y circunstancias. Por el contrario, otras personas pensarán en nuestra posición.
- Favorece la independencia personal. El pensamiento abstracto nos vuelve individuos no dependientes, libres y autónomos. Básicamente es profundizar en uno mismo y hallar de esta manera una contestación, la misma que podamos aplicarlo en la realidad.

2.2.1.6. Importancia del pensamiento abstracto

En el proceso de desarrollo del pensamiento abstracto, un individuo puede visualizar y extrapolar lo que aprehende a otras circunstancias o contextos, elaborar esquemas, situarnos en un tiempo y espacio diferentes, deducir y extraer conclusiones y realizar contrastaciones.

La abstracción cumple un rol relevante en todas las ciencias vinculadas con las matemáticas, esto por el hecho de que da lugar a desarrollar apropiadas interpretaciones respecto a los problemas y con lo cual posteriormente darles solución

a través del empleo de la lógica. El despeje de incógnitas en una ecuación es un claro ejemplo donde se emplea la abstracción. (De Olivera, 2015)

2.2.2. Aprendizaje de logaritmos en el área de matemáticas

En los seres humanos, el aprendizaje es una función mental de suma relevancia debido a que es un proceso mediante el cual se aprehenden o mejoran conocimientos, destrezas, habilidades, modos de actuar además de valores, las mismas que se adquieren por la instrucción, el razonamiento, la experiencia, la razón y el análisis. Este proceso puede ser examinado a partir de diversas perspectivas motivo por el cual hay diferentes teorías del aprendizaje. (Calderón, Mejía, & Murillo, 2014)

Por otro lado, Cachuay y Jorge (2013), consideran que el aprendizaje es un proceso particular y de crecimiento gradual, que comienza desde el nacimiento y transcurre durante toda la subsistencia del ser humano; misma que lo direcciona especialmente a aprehender maneras de actuar novedosas, así como a cambiarlas, lo mismo sucede con los conocimientos adquiridos.

Respecto a las matemáticas, su aprendizaje no se debe desarrollar mecánicamente y solo conociendo procesos, formulas y demás, por el contrario, este proceso debe ser dinámico de manera que permite a fomentar un análisis, además de aplicarlo o trasladarlo a un contexto real y cotidiano, interrelacionado con los nuevos conocimientos adquiridos que ya se cuentan. (Isase, 2017)

2.2.2.1. Teorías del aprendizaje

Por su parte Sarmiento (2004), explica las siguientes teorías del aprendizaje:

a) Teoría Constructivista

El aprendizaje de acuerdo con Jean Piaget, es una estructuración individual, la misma que se aprehende del contexto en la medida que se interactúa en este. Esta surge en el accionar conducido con sustento en una previa organizacional mental; la misma que se conforma por estructuras y estas por esquemas adecuadamente vinculados. En una persona su capacidad mental se halla determinada por la

estructura cognitiva; en el caso de los estudiantes estos deben participar activamente en su respectivo proceso de aprendizaje en tanto que el educador busca generar un espacio propicio para el aprendizaje.

b) Teoría Conductista

El conductismo desde la perspectiva de Tzoc (2014), se inicia desde una concepción empirista del conocimiento, siendo el asociacionismo su mecanismo primordial de aprendizaje; y se sustenta en el condicionamiento, donde la secuencia básica es el estímulo respuesta; esta corriente afirma que es irrelevante el análisis de los procesos mentales superiores para entender la conducta del hombre.

El conductismo de Skinner se constituye por tres aspectos esenciales (respuesta operante, estímulo reforzante y estímulo discriminativo). El autor al direccionarse al aspecto educativo debido a que plantea un “*Modelo de la Enseñanza Programada*”, la misma que con el desarrollo de la tecnología, específicamente de los ordenadores, recorre nuevas perspectivas.

Esta teoría se basa en los principios siguientes:

- Las conductas más adaptativas se adquieren por medio del aprendizaje.
- La conducta está regida por leyes y sujeta a las variables ambientales.
- La teoría conductual se centra en el aquí y ahora.
- Los propósitos conductuales deben ser puntuales.
- La conducta son hechos identificables y evidenciables.

c) Teoría Cognitivista

El cognitivismo toma en cuenta el conocimiento esencialmente como una imagen simbólica en la mente de los seres humanos. El cognitivismo se enfoca en la manera en cómo las personas representan el contexto en el que conviven y en como perciben la información de esta.

2.2.2.2. Enfoques teóricos relacionados con las matemáticas

Ruiz (2011), toma en cuenta dos teorías, y cada una de estas denota distinciones en la naturaleza del conocimiento, del cómo se adquiere y que significa saber.

a) Teoría cognitiva

Esta menciona que el conocimiento no solo se basa en aglomerar datos. Considera además que la esencia del conocimiento radica en la estructura; componentes de la información vinculados por relaciones, que constituyen un todo relevante y organizado.

Esta teoría nos da a entender que la memoria no es fotográfica. Por lo general no se realiza una copia puntual del contexto real guardando cualquier dato o especificación. Por el contrario, si debe guardar relaciones que sintetizan la información relativa a diversos sucesos específicos; por tanto, la memoria puede guardar eficazmente grandes cantidades de información.

Seguidamente se establecen distintos factores respecto a la obtención del conocimiento:

- Regulación interna. El aprendizaje respecto a la teoría cognitiva menciona que esta se recompensa en si misma. Es decir, cuando un aspecto del contexto real no es llamativo esta se deja de lado.
- Construcción activa del conocimiento. Se afirma que comprender requiere pensar, es decir el cognitivismo afirma que el aprendizaje legitimo no es solo un proceso de memorización y absorción de información. El crecimiento del conocimiento significativo se sustenta en una construcción activa, ya sea esta proveniente por integración de información existente o por asimilación de nueva información.
- Límites del aprendizaje. De acuerdo con la teoría cognitiva, en el proceso de aprendizaje de un infante presenta límites, esto debido a que en las matemáticas los infantes estructuran su comprensión en un proceso lento; motivo por el cual

el aprendizaje y la comprensión significativa está sujeta a la preparación individual.

- Cambios en las pautas de pensamiento. Nos menciona que la aprehensión de conocimiento no se limita solo al acopio de información. Para el desarrollo de la comprensión es relevante los cambios de pautas de pensamiento.

b) Teoría de la absorción

De acuerdo con esta teoría el conocimiento se impregna en la mente desde el exterior. Se mencionan las siguientes formas de aprendizaje:

- Aprendizaje por asociación. El conocimiento matemático en base a esta teoría es un conglomerado de técnicas e información, aprender de estas y fijar vínculos. Es decir, la absorción como teoría respecto al conocimiento matemático indica que ésta se origina del supuesto de que es un conjunto de datos y hábitos conformados por asociaciones.
- Aprendizaje pasivo y receptivo. Desde esta perspectiva, aprender comporta copiar datos y técnicas: un proceso esencialmente pasivo. Las asociaciones quedan impresionadas en la mente principalmente por repetición. *“La práctica conduce a la perfección”*. La persona que aprende solo necesita ser receptiva y estar dispuesta a practicar. Dicho de otra manera, aprender es, fundamentalmente, un proceso de memorización.
- Aprendizaje acumulativo. El desarrollo del conocimiento en base a la teoría de absorción se basa en estructurar un depósito de técnicas y datos; nos menciona además que el conocimiento se extiende a través de la memorización de asociaciones novedosas y su almacenamiento.
- Aprendizaje eficaz y uniforme. De acuerdo con la teoría esta surge del planteamiento de que los infantes están prestos a aprender y por tanto es accesible el proporcionarles información. Debido a que el aprendizaje por asociación es un procedimiento de copia esta debe ser veloz y fiable, y debe ser constante.

- Control externo. Donde desde el exterior se debe regular el aprendizaje. El educador debe fomentar el crecimiento del conocimiento, por medio de la motivación (recompensas y sanciones).

2.2.2.3. Área de matemática en el currículo nacional

De acuerdo con el Ministerio de Educación (2017), la matemática es una actividad humana y ocupa un lugar relevante en el desarrollo del conocimiento y de la cultura de nuestras sociedades. Se encuentra en constante desarrollo y reajuste, y, por ello, sustenta una creciente variedad de investigaciones en las ciencias y en las tecnologías modernas, las cuales son fundamentales para el desarrollo integral del país.

El aprendizaje de la matemática contribuye a formar ciudadanos capaces de buscar, organizar, sistematizar y analizar información para entender e interpretar el mundo que los rodea, desenvolverse en él, tomar decisiones pertinentes, y resolver problemas en distintas situaciones usando, de manera flexible, estrategias y conocimientos matemáticos.

De acuerdo con el Ministerio de Educación (2017), el área de matemática es una de las áreas curriculares que se propone en todos los niveles de la Educación Básica Peruana. Es más, de las 29 competencias propuestas (en el documento citado), cuatro son del área de Matemática, lo cual evidencia la importancia del estudio de esta.

Esta área de aprendizaje contribuye a formar a los residentes aptos para buscar, organizar, sistematizar y diseccionar datos, comprender su entorno general, crear en él, tomar decisiones importantes y ocuparse de los problemas en diversos entornos de manera innovadora.

2.2.2.4. Competencias, capacidades y estándares del aprendizaje de las matemáticas

El Ministerio de Educación (2017), indica que en el área de Matemática todos los estudiantes peruanos deben desarrollar competencias a lo largo de su trayectoria escolar, así como de las capacidades que se combinan en esta actuación.

Cada competencia viene acompañada de sus estándares de aprendizaje que son los referentes para la evaluación formativa, porque describen niveles de desarrollo de cada competencia desde el inicio hasta el fin de la escolaridad, y porque definen el nivel esperado al finalizar un ciclo escolar.

Los estándares de aprendizaje constituyen criterios precisos y comunes para reportar no solo si se ha alcanzado el estándar, sino para señalar cuán lejos o cerca está cada estudiante de alcanzarlo. De esta manera ofrecen información valiosa para retroalimentar a los estudiantes sobre su aprendizaje y ayudarlos a avanzar, así como, para adecuar la enseñanza a los requerimientos de las necesidades de aprendizaje identificadas. Asimismo, los estándares de aprendizaje sirven como referente para la programación de actividades que permitan desarrollar competencias de los estudiantes.

La organización de los estándares de aprendizajes en la Educación Básica Regular se muestra a continuación:

Nivel 8	Nivel destacado
Nivel 7	Nivel esperado al final del ciclo VII
Nivel 6	Nivel esperado al final del ciclo VI
Nivel 5	Nivel esperado al final del ciclo V
Nivel 4	Nivel esperado al final del ciclo IV
Nivel 3	Nivel esperado al final del ciclo III
Nivel 2	Nivel esperado al final del ciclo II
Nivel 1	Nivel esperado al final del ciclo I

El logro del Perfil de egreso de los estudiantes de la Educación Básica requiere el desarrollo de diversas competencias. A través del enfoque Centrado en la Resolución de Problemas, el área de Matemática promueve y facilita que los estudiantes desarrollen las siguientes competencias:

- Resuelve problemas de cantidad.
- Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambios.

- Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.
- Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

Enfoque que sustenta el desarrollo de las competencias en el área de Matemática

De acuerdo con el Ministerio de Educación (2017), en esta área, el marco teórico y metodológico que orienta la enseñanza y el aprendizaje corresponde al enfoque Centrado en la Resolución de Problemas, el cual tiene las siguientes características:

- La matemática es un producto cultural dinámico, cambiante, en constante desarrollo y reajuste.
- Toda actividad matemática tiene como escenario la resolución de problemas planteados a partir de situaciones, las cuales se conciben como acontecimientos significativos que se dan en diversos contextos. Las situaciones se organizan en cuatro grupos: situaciones de cantidad; situaciones de regularidad, equivalencia y cambio; situaciones de forma, movimiento y localización; y situaciones de gestión de datos e incertidumbre.
- Al plantear y resolver problemas, los estudiantes se enfrentan a retos para los cuales no conocen de antemano las estrategias de solución. Esta situación les demanda desarrollar un proceso de indagación y reflexión social e individual que les permita superar las dificultades u obstáculos que surjan en la búsqueda de la solución. En este proceso, el estudiante construye y reconstruye sus conocimientos al relacionar, y reorganizar ideas y conceptos matemáticos que emergen como solución óptima a los problemas, que irán aumentando en grado de complejidad.
- Los problemas que resuelven los estudiantes pueden ser planteados por ellos mismos o por el docente para promover, así, la creatividad y la interpretación de nuevas y diversas situaciones.
- Las emociones, actitudes y creencias actúan como fuerzas impulsadoras del aprendizaje.
- Los estudiantes aprenden por sí mismos cuando son capaces de autorregular su proceso de aprendizaje y de reflexionar sobre sus aciertos, errores, avances.

2.2.2.5. Principios para las matemáticas escolares

Para una educación de calidad de las matemáticas se requiere de principios que muestren los preceptos más elementales para su aprendizaje, aun así, estas no estén directamente establecidas para las matemáticas, si tienen un grado de vinculo a sus programas.

Se consideran los siguientes principios:

- **Enseñanza**
El proceso de enseñanza debe ser eficaz de manera que los educandos capten bien todas las ideas vinculadas a las matemáticas, para lograr tal propósito el educador debe contar con un amplio conocimiento respecto a las matemáticas, manejar flexiblemente las distintas teorías y además debe tener la capacidad para transmitirlos adecuadamente.
- **Currículo**
Debido a que en ella se establece lo que los educandos aprenderán en los diversos niveles de educación, esta se debe estar bien estructurada, contar con el sustento debido y se debe enfocar en las matemáticas más relevantes.
- **Evaluación**
La cual se utiliza como un instrumento de apoyo para establecer el nivel de avance de los aprendizajes, y en base a ello tomar decisiones para fortalecer los puntos donde se muestren dificultades.
- **Aprendizaje**
En el proceso de aprendizaje de las matemáticas, lo educandos deben entenderlas y emplearlas para estructurar activamente nuevos conocimientos.
- **Igualdad**
El sistema educativo debe estar direccionada a una educación inclusiva donde todos los educandos tengan las mismas oportunidades, y además cuenten con un

programa que los ayude a mejorar sus conocimientos relacionados con las matemáticas.

- Tecnología

Para fortalecer el aprendizaje de las matemáticas el uso de la tecnología es pertinente debido a que inculca e incide en el interés para el aprendizaje de la materia, además de potenciar los conocimientos

Los principios desarrollados en el área de las matemáticas pueden generar mejorar en la enseñanza y aprendizaje, en la elección de materiales, en la estructuración curricular, en la programación de las unidades didácticas, los exámenes y entre demás aspectos que fortalezcan el conocimiento.

2.2.2.6. Logaritmos

Abrate y Pochulu (2007), mencionan que: “La enseñanza de los logaritmos generalmente se da de forma descontextualizada y algorítmica; donde se empieza por definiciones, propiedades, se muestran ejemplos y luego se resuelven algunos ejercicios” (p.77). Los ejercicios por lo general son extensos, en el cual se debe calcular el logaritmo de un número en distintas bases apoyándose en las propiedades o de forma directa, o en todo caso empleando un antilogaritmo.

Es factible construir una tabla en el cual estén inmersos algunas potencias de base y exponente natural y ubicar en esta cada uno de los resultados conseguidos.

Figura 1*Potencias de base y exponente natural*

<i>n</i>	2^n	3^n	4^n	5^n
1	2	3	4	5
2	4	9	16	25
3	8	27	64	125
4	16	81	256	625
5	32	243	1.024	3.125
6	64	729	4.096	15.625
7	128	2.187	16.384	78.125
8	256	6.561	65.536	390.625
9	512	19.683	262.144	1.953.125
10	1.024	59.049	1.048.576	9.765.625
11	2.048	177.147	4.194.304	48.828.125
12	4.096	531.441	16.777.216	244.140.625
13	8.192	1.594.323	67.108.864	1.220.703.125
14	16.384	4.782.969	268.435.456	6.103.515.625

13	8.192	1.594.323	67.108.864	1.220.703.125
-----------	--------------	------------------	-------------------	----------------------

Fuente: Abrate y Pochulu (2007, p.79)

Se observa que todos los resultados conseguidos se ubican en la fila correspondiente a $n=13$. Es decir, que 13 es el exponente al que hay que elevar el 2 para obtener 8.192; o el 3 para obtener 1.594.323; o el 4 para obtener 67.108.864; o el 5 para obtener 1.220.703.125.

Este exponente, en Matemática se denomina logaritmo. En particular diríamos que el logaritmo de 8.192; en base 2, es 13 y lo denotamos:

$$\log_2 8.192 = 13 \text{ pues } 2^{13} = 8.182;$$

o que el logaritmo de 1.594.323 en base 3 es 13 y lo denotamos:

$$\log_3 1.594.323 = 13 \text{ pues } 3^{13} = 1.594.323;$$

Y así sucesivamente.

Los “*Logaritmos de Napier*” en Europa se hicieron conocidos gracias a divulgación de Kepler, debido a que contempló el aspecto analítico del *logaritmo* como una función, y a las tablas publicadas por Vlacq retomando las tablas de Briggs. El propósito de Vlacq fue brindar un pacto de cálculo práctico, especialmente a los agrimensores.

Jobst Bürgi fue quien se enfocó en el estudio por primera vez los *logaritmos*; pero publicó sus contribuciones cuatro años después que Napier. En los años 20 publicó “*Arithmetische und geometrische Progress Tabulen*” donde estableció sus tablas logarítmicas. Dio a conocer además que las propiedades logarítmicas no solamente se extendían sobre la sucesión de potencias de base dos, sino sobre sucesiones con cualquier razón racional q .

Por su parte Miguel Stifel reanuda el cotejo de dos sucesiones: una geométrica (que llamamos “*antilogaritmos*”) y otra aritmética (que llamamos “*logaritmos*”).

Se entiende por *antilogaritmo* a:

El logaritmo de un número en una cierta base es el exponente al que debe elevarse la base para conseguir tal número. Análogamente, si es el logaritmo de una base, entonces es el antilogaritmo de dicha base.

En símbolos: $a = b^c \Rightarrow c = \log_b a$ o bien $a = \text{anti } \log_b c$

■ Logaritmos de base cualquiera

Se llama **logaritmo en base a ($a > 0$)** de P , y se designa $\log_a P$, al exponente al que hay que elevar la base a para obtener P .

$$\log_a P = x \Leftrightarrow a^x = P$$

(Los logaritmos decimales son logaritmos de base 10. Por eso también se pueden designar \log_{10} .)

Logaritmos

Para leer y recordar

- El exponente x al que hay que elevar una base b para obtener un determinado número a se llama *logaritmo* de ese número en esa base.

$$\text{Es decir que } b^x = a \Leftrightarrow x = \log_b a$$

(donde a y b son números reales, $b > 0$, $b \neq 1$, $a > 0$)

Por ejemplo: $\log_2 16 = 4$, porque $2^4 = 16$

$$\log_3 \frac{1}{9} = -2, \text{ porque } 3^{-2} = \frac{1}{9}$$

$$2^x = 32 \Leftrightarrow x = \log_2 32 \Rightarrow x = 5$$

$$\log_2 x = 3 \Rightarrow x = 2^3 \Rightarrow x = 8$$

Logaritmos

Se llama *logaritmación* a la operación por la cual se calcula el exponente al que se tiene que elevar un número a positivo y distinto de 1 para obtener otro número b . Esto se escribe:

$$\log_a b \text{ y se lee logaritmo en base } a \text{ de } b.$$

Se cumple que $\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$, con $a > 0$ y $a \neq 1$.

La idea que se trabaja es: “El logaritmo de un número es el exponente al que hay que elevar la base para obtener dicho número”. En ninguno de los ejemplos hace referencia al porqué de las condiciones que deben cumplir la base y el argumento del logaritmo.

Solo en tres ejemplos, se evidencian las propiedades del *logaritmo* con sus respectivas demostraciones.

Propiedades

- I. El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores:

$$\log_a (P \cdot Q) = \log_a P + \log_a Q$$

- II. El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del numerador menos el logaritmo del denominador:

$$\log_a \frac{P}{Q} = \log_a P - \log_a Q$$

- III. El logaritmo de una potencia es igual al exponente por el logaritmo de la base:

$$\log_a P^n = n \cdot \log_a P$$

- IV. El logaritmo de una raíz es igual al logaritmo del radicando dividido por el índice de la raíz.

$$\log_a \sqrt[n]{P} = \frac{\log_a P}{n}$$

v. El logaritmo de la base es 1 cualquiera que sea ésta:

$$\log_a a = 1$$

vi. El logaritmo de 1 es 0 cualquiera que sea la base:

$$\log_a 1 = 0$$

Demostraciones

$$\text{I. } \left. \begin{array}{l} \log_a P = p \rightarrow a^p = P \\ \log_a Q = q \rightarrow a^q = Q \end{array} \right\} P \cdot Q = a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$\text{Por tanto, } \log_a (P \cdot Q) = p + q = \log_a P + \log_a Q$$

II. Se demuestra de forma similar a la anterior, teniendo en cuenta que $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$. Hazlo.

$$\text{III. } \log_a P = p \rightarrow a^p = P$$

$$P^n = (a^p)^n = a^{n \cdot p}$$

$$\text{Por tanto, } \log_a (P^n) = n \cdot p = n \cdot \log_a P$$

IV. Demuéstrala a partir de la anterior, teniendo en cuenta que

$$\sqrt[n]{a^p} = (a^p)^{\frac{1}{n}}$$

v. Demuéstrala teniendo en cuenta que $a^1 = a$

vi. Demuéstrala teniendo en cuenta que $a^0 = 1$

Propiedades de los logaritmos

Para leer y recordar

Los logaritmos verifican las siguientes propiedades (siempre que a y b sean positivos):

• Logaritmo de un producto

$$\log_c (a \cdot b) = \log_c a + \log_c b$$

• Logaritmo de un cociente

$$\log_c \left(\frac{a}{b} \right) = \log_c a - \log_c b$$

• Cambio de base

$$\log_c a = \frac{\log_a a}{\log_a c}$$

• La propiedad de cambio de base permite transformar un logaritmo dado en cierta base en otro logaritmo expresado en otra base que resulte más conveniente; por ejemplo, aquellas que aparecen en las calculadoras científicas.

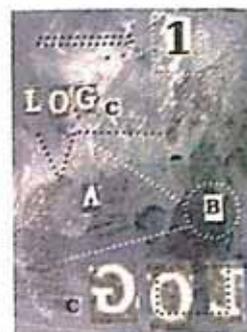
• Logaritmo de una potencia

$$\log_c a^b = b \cdot \log_c a$$

• Logaritmo de una raíz

$$\log_c \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \cdot \log_c a$$

$$\log_c a = \log_{c^a} a^a$$



38 Resuelvan aplicando las propiedades de los logaritmos y sin usar la calculadora.

a) $\log_2 (8 \cdot 32) = \dots\dots\dots$ c) $\log_4 64^4 = \dots\dots\dots$ e) $\log_3 (\sqrt{81})^3 = \dots\dots\dots$

b) $\log_3 \left(27 \cdot \frac{9}{81} \right) = \dots\dots\dots$ d) $\log \left(\frac{10 : 0,01}{0,001} \right) = \dots\dots\dots$

2.2.2.7. Aspectos del aprendizaje de logaritmos en el área de matemáticas

De acuerdo con el Ministerio de Educación (2016), se consideran los siguientes aspectos para el aprendizaje en el área de matemáticas:

a) Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

En este punto el educando debe examinar datos respecto a un tema, para lo cual este recolecta, administra y representa datos, los mismos que proporcionan información para su análisis e interpretación empleando medidas estadísticas y probabilísticas; con lo cual puede tomar decisiones, arribar a conclusiones y puede realizar pronósticos razonables, todo esto sustentado en la información producida.

b) Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

El educando en este punto debe buscar conseguir *“caracterizar equivalencias y generalizar regularidades y el cambio de una magnitud con relación a otra”*, esto por medio de una normativa general que, de lugar a hallar valores no conocidos, fijar limitaciones y realizar pronósticos respecto al proceder de un hecho u fenómeno. Para lo cual se proponen funciones, inecuaciones y ecuaciones, además de emplear procedimientos, estrategias y propiedades para solucionarlas, retratarlas o manejar manifestaciones simbólicas. El educando también reflexiona de forma deductiva e inductiva, para establecer normas generales a través de propiedades y ejemplos.

c) Resuelve problemas de forma, movimientos y localización

Se centra en que el educando se establezca y se oriente respecto a la posición y movimiento de objetos además de si mismos; lo cual hará mediante la interpretación, visualización y conectando las particularidades de los objetos, tengan estas formas geométricas bidimensionales o tridimensionales. Además, involucra que se hagan mediciones directas o indirectas de la periferia, área, volumen y de la capacidad de las cosas; con lo cual se consiga crear imágenes de las formas geométricas para elaborar planos, objetos y maquetas, empleando

estrategias, procedimientos y herramientas de construcción y medida; además si se establece direcciones y rutas, empleando sistemas de referencia y lenguaje geométrico.

d) Resuelve problemas de cantidad

El educando debe hallarse en la capacidad de resolver problemas o proponer formas novedosas para solucionar conflictos. También se debe proporcionar de significación a los conocimientos para emplearlos, reproducirlos, representarlos entre las condiciones y sus datos. Involucra además descifrar si la solución necesita darse como un cálculo o apreciación exacta, para lo cual se escoge procedimientos, estrategias, unidades de cuantificación y diferentes recursos. El razonamiento lógico en esta competencia es empleado en el momento en el que el educando realiza contrastaciones, explica usando analogías, introduce propiedades apoyándose en casos específicos o ejemplos, durante el proceso de solución de un problema.

2.2.2.8. Importancia del aprendizaje en el área de matemáticas

Lázaro (2012), afirma que el aprendizaje de las matemáticas es relevante por el hecho de su utilidad. Por otro lado, respecto a las matemáticas menciona también la complejidad de su enseñanza y necesita de la formación didáctica y metodológica de los educadores según la propuesta pedagógica vigente.

Por lo tanto, la enseñanza de las matemáticas debe de considerar los siguientes aspectos debido a su importancia.

- La enseñanza de métodos y contenidos matemáticos específicos
- Etapas básicas del proceso de enseñanza.
- El significado de la enseñanza de las matemáticas.

La competitividad en el contexto actual se presenta en todos los campos y se denota en el saber, el conocimiento; esto se da por el hecho de los anhelos de las personas de aprender cada vez más, de destacar, y de conseguir alguna manera de trascendencia.

El aprendizaje no solo se da en el colegio, sino que se puede adquirir de todos los ámbitos posibles en los cuales nos desenvolvemos e interactuamos. Cabe resaltar que no existe una fórmula perfecta para aprender esto debido a que todos somos distintos, sin embargo, cada persona puede aprender a su ritmo, y de acuerdo a sus posibilidades, ventajas y destrezas.

2.2.2.9. Programa aprendo en casa

En base a lo mencionado por el Ministerio de Educación (2020), “*Aprendo en casa*” es una estrategia multicanal de educación remota, que se brinda a través de la televisión, radio y el internet. En el corto plazo su objetivo principal es brindar a los estudiantes de educación básica del país, la posibilidad de avanzar en el desarrollo de competencias establecidas en el currículo nacional y contribuir a superar la emergencia sanitaria que el país vive actualmente, convirtiéndola en una oportunidad para fortalecer la ciudadanía, el cuidado de uno mismo y la responsabilidad con el bien común.

El objetivo general de la estrategia es orientar a los estudiantes y a sus familias durante la emergencia sanitaria para darle contenido y sentido a estos días de aislamiento, fortaleciendo valores y actitudes vinculadas con la responsabilidad social, la solidaridad, el cuidado de uno mismo y de los demás, especialmente en las poblaciones más vulnerables, en línea con el desarrollo de competencias que plantea el Currículo Nacional y áreas curriculares priorizadas.

Para este propósito se utiliza la radio (Radio nacional), televisión (TV PERU) y la plataforma aprendoencasa.pe.

a) Principios que guían el diseño de la estrategia aprendo en casa

Entre los principios que guían el diseño de la estrategia aprendo en casa esta:

- El bienestar emocional de los estudiantes
- La atención a la brecha digital respecto al acceso a medios de comunicación tanto de docentes como de estudiantes.

- Mitigar el impacto en la pérdida de aprendizajes producida por el tiempo de ausentismo escolar.
- flexibilidad para implementar modificaciones en contenidos y dosificación a partir de la recepción de los usuarios, Atención a la diversidad del servicio educativo.
- Sostenibilidad.

b) Condiciones de implementación

- Rol central de docentes, directores, acompañantes, personal administrativo, DRE y UGEL.
- Difusión de la estrategia.
- Priorizar contenidos a partir de los materiales educativos producidos por el Minedu (cuadernos de trabajo de Comunicación, Matemática y Personal Social).
- Fortalecer los canales de comunicación y plataformas de atención con la comunidad educativa.
- Fortalecer soporte y mantenimiento de plataformas virtuales.

c) Retos

- Sostener y ampliar la capacidad de los diversos actores para la educación a distancia como estrategia necesaria para reducir brechas de aprendizaje.
- Fortalecer las competencias digitales en todos los actores educativos, así como cerrar brechas de infraestructura.
- Hacer uso del alcance de los medios de comunicación para llegar a poblaciones vulnerables.

d) Roles de los diversos actores

Rol del docente

- Mantener comunicación con los estudiantes y sus familias en el uso de la estrategia Aprendo en casa.
- Proponer proyectos complementarios de aprendizaje cuando sea posible o necesarios.

- Elaborar 2 informes: informe - balance de la tarea docente durante el tiempo de trabajo remoto y la reprogramación de la planificación curricular anual 2020.
- Participar de procesos formativos que se ofrecerán a través de las plataformas del Minedu.
- Promover el registro virtual de insumos para evaluar el progreso de los aprendizajes de los estudiantes y brindarles retroalimentación.

Rol del directivo

- Establecer mecanismos de comunicación permanente con la totalidad del personal de la IE mientras dure el periodo de aislamiento social obligatorio.
- Promover el uso de los medios tecnológicos y de comunicación, a su alcance, que permita la interacción con los estudiantes y sus familias, para la información y orientación sobre aspectos administrativos y formativos de sus hijos.
- Motivar, monitorear y acompañar la práctica de sus profesores y otros profesionales en contextos del servicio educativo no presencial.
- Sensibilizar a las familias respecto a la importancia de estimular, alentar y acompañar a sus hijos en el acceso a los recursos y plataformas de aprendizaje en casa.
- Fomentar el fortalecimiento de capacidades de todos los integrantes de su institución a través de la oferta formativa del Minedu y fuentes oficiales.
- Remitir a la UGEL la actualización de su planificación, ajustada a las disposiciones que emita el Minedu, en función de las condiciones y características de comunicación y el territorio.

Rol DRE y UGEL

- Disponer las acciones necesarias, en su ámbito, para la organización y funcionamiento del servicio educativo no presencial en sus diferentes niveles, ciclos y modalidades.
- Brindar asistencia técnica a las UGEL de su jurisdicción.
- Coordinar con otras entidades públicas o privadas para asegurar la implementación del servicio educativo no presencial en sus diferentes niveles, ciclos y modalidades.

Rol de la familia

- Constituyen el núcleo central para el aprendizaje a distancia de los estudiantes. En este sentido, la familia informa a la I.E. sobre los medios de comunicación con los que cuenta para el aprendizaje a distancia de sus hijos.
- Colaboran con los docentes, supervisan y acompañan las actividades de aprendizaje de los estudiantes, permitiéndoles a ellos el protagonismo de su desempeño para el desarrollo de las actividades de aprendizaje.
- Organizan los tiempos de los estudiantes para el estudio, el apoyo en casa y el descanso.

2.3. Marco conceptual**2.3.1. Abstracción**

Es el proceso mental, intelectual mediante el cual se puede separar mentalmente las peculiaridades, propiedades y atributos de los objetos para centrarse específicamente en características comunes.

2.3.2. Antilogaritmo

El antilogaritmo parte de la base y del exponente y nos permite hallar el resultado que se obtiene al elevar la base a dicho exponente.

2.3.3. Aprendizaje

Es el procedimiento a través del cual obtenemos conocimientos, habilidades y competencias. El aprendizaje puede lograrse como producto de la experiencia, el estudio, la observación o el razonamiento.

2.3.4. Conocimiento

Es un conjunto de representaciones abstractas que se obtiene mediante la experiencia, la observación, la misma que es valiosa para entender la realidad a través de la razón,

la inteligencia y el entendimiento. Es básicamente el producto del proceso de aprendizaje.

2.3.5. Criterio de evaluación

Son referentes que se adoptan fijar una comparación con un objeto evaluado. Específicamente en el proceso de aprendizaje se centra en establecer criterios como competencias, objetivos, destrezas que un educando debe lograr.

2.3.6. Currículo

Hace referencia a la documentación o plan de estudios, donde se planifica el proceso de enseñanza-aprendizaje que debe seguirse en una institución educativa.

2.3.7. Logaritmo

Un logaritmo es el exponente al que hay que elevar un número, llamado base, para obtener otro número determinado.

2.3.8. Pensamiento

El pensamiento es aquello que se trae a la realidad a través de la actividad intelectual. Engloba un conglomerado de operaciones de la razón (análisis, síntesis, la comparación, la generalización y la abstracción), las cuales se manifiestan por medio del lenguaje.

2.3.9. Razonamiento

Es el producto del proceso de razonar, el mismo que consiste en organizar y estructurar las ideas para arribar a una conclusión. Es la facultad que da lugar a solucionar problemas, obtener conclusiones y aprehender de forma consciente de los sucesos, fijando vínculos casuales y lógicas entre estos.

2.3.10. Razonamiento deductivo

Es el proceso de inferir de lo que antecede o precede; llegar o sacar una conclusión; derivar lo desconocido de lo conocido. Es el proceso opuesto al razonamiento inductivo.

CAPÍTULO III

HIPÓTESIS Y VARIABLES

3.1. Hipótesis de la investigación

3.1.1. Hipótesis general

Existe relación directa entre el pensamiento abstracto con el aprendizaje de logaritmos del Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.

3.1.2. Hipótesis específicas

- a) Existe relación directa entre la capacidad de deducir con el aprendizaje de logaritmos del Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.
- b) Existe relación directa entre la capacidad de sintetizar con el aprendizaje de logaritmos del Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.
- c) Existe relación directa entre la capacidad de interpretar con el aprendizaje de logaritmos del Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.

- d) Existe relación directa entre la capacidad de analizar con el aprendizaje de logaritmos del Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.

3.2. Variable de estudio

3.2.1. Identificación de variables

Alcance	Denominaciones posibles	Acción
Relacional o correlacional	Variable de estudio 1: Pensamiento abstracto. Variable de estudio 2: Aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática.	Se mide el grado de relación o asociación, mediante el Chi cuadrado de Pearson.

3.2.2. Conceptualización de variables

3.2.2.1. Pensamiento abstracto

Es la capacidad de asumir un marco mental (hace referencia a la capacidad intelectual o aptitud como rasgo fijo o cambiante de la persona o estudiante) de manera voluntaria. “Involucra la posibilidad de cambiar, a voluntad, de una determinada situación a otra, de descomponer el todo en partes y de analizar de forma simultánea distintos aspectos de una misma realidad” (Rojas, 2017, p.52).

3.2.2.2. Aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática

“Es el proceso en el cual el estudiante adquiere nuevas habilidades, destrezas, capacidades, conocimientos y valores como resultado de su experiencia, razonamiento y observación” (Alonso & Fuentes, 2001, pp.568-569). “En el aprendizaje de la matemática se fundamenta en el pensamiento matemático, entendiéndose como la capacidad para pensar sobre el mundo en términos numéricos” (Rodríguez, 2007, p.731).

3.2.3. Operacionalización de las variables

Variables	Definición Conceptual	Definición Operacional	Dimensiones	Indicadores	Escala de Medición
Pensamiento abstracto	Es la capacidad de asumir un marco mental (hace referencia a la capacidad intelectual o aptitud como rasgo fijo o cambiante de la persona o estudiante) de manera voluntaria. “Involucra la posibilidad de cambiar, a voluntad, de una determinada situación a otra, de descomponer el todo en partes y de analizar de forma simultánea distintos aspectos de una misma realidad” (Rojas, 2017, p. 52).	“El pensamiento abstracto es beneficioso para desarrollar el análisis y síntesis de nuevos aprendizajes, donde la velocidad de la capacidad cognitiva de los estudiantes le permite deducir, sintetizar, analizar e interpretar” (Jaramillo & Puga, 2016, p. 41).	Capacidad de deducir	- Explorar - Comparar	Ordinal
			Capacidad de sintetizar	- Agrupar - Convertir	
			Capacidad de interpretar	- Explicar - Relacionar	
			Capacidad de analizar	- Identificar - Caracterizar	
Aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática	Es el proceso en el cual el estudiante adquiere nuevas habilidades, destrezas, capacidades, conocimientos y valores como resultado de su experiencia, razonamiento y observación. “En el aprendizaje de la matemática se fundamenta en el pensamiento matemático, entendiéndose como la capacidad para pensar sobre el mundo en términos numéricos” (Alonso	El aprendizaje de la Matemática en Secundaria se fundamenta en la formación de ciudadanos capaces de buscar, organizar, sistematizar y analizar la información de su entorno para entenderlo e interpretarlo, desarrollándose con la capacidad de tomar decisiones pertinentes y resolver problemas en las distintas	Familiarización con el problema	- Relaciones e incógnitas. - Comprensión del problema.	Discreta
			Búsqueda de estrategias	- Activar saberes previos. - Indagar, proponer y ejemplificar ideas.	
			Selección y ejecución de estrategias convenientes	- Establecer analogías. - Establecer el orden de las acciones o hechos.	
			Reflexión del procedimiento ejecutado	- Análisis de los pasos seguidos. - Formalización empírica y estricta.	

	& Fuentes, 2001, pp. 568-569; Rodríguez, 2007, p, 731).	situaciones, utilizando las estrategias y conocimientos matemáticos. (Ministerio de Educación, 2016, pp.147-148)			
--	---	--	--	--	--

Fuente: Adaptado y revisado de Rojas (2017) y Jaramillo & Puga (2016) con respecto al pensamiento abstracto en las matemáticas y el Programa Curricular de Educación Secundaria dado por el Ministerio de Educación (2016) en relación con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática.

CAPÍTULO IV

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

4.1. Tipo de investigación

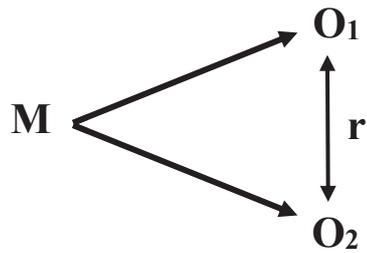
El estudio concibe una investigación *básica*, que se fundamenta en la búsqueda de nuevos conocimientos, a través de la observación de los hechos que ocurren sin el objetivo práctico, es decir que no se evidencia una intervención práctica de la solución o remediación de algún problema al momento de ejecutar la investigación. (Sánchez & Reyes, 2017, pp.44-45)

4.2. Nivel de investigación

El nivel de investigación es *correlacional*, el cual está orientado a la búsqueda de un hecho o fenómeno estableciendo su interdependencia, mediante la formulación teórica de las hipótesis. De tal forma que se evalúa si la variable aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática es dependiente de la variable pensamiento abstracto. (Villegas, Marroquín, Del Castillo, & Sánchez, 2014, p.97)

4.3. Diseño de investigación

El diseño de la investigación es *transversal correlacional* (no experimental), que se fundamenta en la observación de los hechos de un único momento, de tal forma que no se ha realizado experimentación alguna, que explique la causalidad, por tanto, se fundamenta en establecer la relación del pensamiento abstracto con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática por parte del estudiante del VII Ciclo. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014, pp.154-155)



Donde:

M : Es la muestra representativa de la población en estudio.

O₁ : Observación de la variable pensamiento abstracto.

O₂ : Observación de la variable aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática.

r : Relación entre las variables O₁ y O₂.

4.4. Unidad de análisis

La unidad de análisis quedó conformada por los estudiantes del Nivel de Educación Secundaria de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani de la provincia de Canchis, departamento del Cusco.

4.4.1. Criterios de inclusión

- Estudiantes que registran matrícula en el año escolar 2020.
- Estudiantes con acceso a internet, debido a la situación de emergencia nacional por COVID - 19.

4.4.2. Criterios de exclusión

- Estudiantes que no cuentan con acceso a internet.
- Estudiantes que no registran matrícula en el año escolar 2020.

4.5. Población y muestra

4.5.1. Población

La población por considerar estuvo conformada por los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani.

VII Ciclo	Cantidad	Porcentaje
Tercero	77	27,8%
Cuarto	99	35,7%
Quinto	101	36,5%
Total	277	100,0%

Fuente: Nómima de matrícula proporcionado por la Dirección de la Institución Educativa.

La población de estudiantes asciende a un total de 277.

4.5.2. Muestra

En el estudio se consideró un muestreo no probabilístico debido a la situación de emergencia por causa del COVID - 19 que atraviesa el Perú y el mundo.

La muestra fue seleccionada de acuerdo con el *muestreo no probabilístico por conveniencia*, de manera que se seleccionó a los estudiantes del tercer grado de secundaria que cumplan con los criterios de inclusión y exclusión, este tipo de muestreo no probabilístico es importante, posibilita la selección un grupo de características que se desean investigar, evitando algunas restricciones y la aleatoriedad del muestreo probabilístico. El número de estudiantes por sección del tercer grado de Educación Secundaria, dicha cantidad es de 77 distribuidos de la siguiente manera:

Secciones del tercer grado	Cantidad	Porcentaje
Sección A	19	24,7%
Sección B	19	24,7%
Sección C	20	26,0%
Sección D	19	24,7%
Total	77	100,0%

Fuente: Nómima de matrícula proporcionado por la Dirección de la Institución Educativa.

Pero por la pandemia mundial que viene atravesando el Perú y en cada uno de sus departamentos, provincias y distritos, ha ocasionado que muchos estudiantes retornen a las comunidades donde no existe una señal adecuada de los móviles y por tanto el acceso a internet es limitado, ocasionando que solamente se cuente con 70 estudiantes del tercer grado, a pesar de haber realizado varias acciones como llamadas y recargas a los estudiantes, a pesar de estas acciones el número de estudiantes que devolvieron los instrumentos por cada sección están distribuidos de la siguiente forma:

Secciones del tercer grado	Cantidad	Porcentaje
Sección A	18	25,7%
Sección B	17	24,3%
Sección C	18	25,7%
Sección D	17	24,3%
Total	70	100,0%

4.6. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

4.6.1. Técnica

Las técnicas son procedimientos de los que se vale el investigador para acercarse a los hechos y acceder a su conocimiento. Las técnicas empleadas son:

La técnica de la *encuesta* fue seleccionada para recolectar la información necesaria con respecto al grado de desarrollo del pensamiento abstracto de los estudiantes del VII Ciclo. De igual forma la misma técnica fue elegida para determinar el logro del aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática.

4.6.2. Instrumentos

El instrumento para la recolección de los datos estuvo formulado considerando la técnica empleada en la investigación.

Para la técnica de la encuesta su instrumento es el *cuestionario*, el cual estuvo compuesto de una serie de preguntas que buscaran calificar el grado de desarrollo de cada variable.

El cuestionario para recolectar los datos del pensamiento abstracto de los estudiantes consta de 4 preguntas, cada una fue calificada con una rúbrica de evaluación, para así recabar la mejor información posible con respecto al desarrollo de la capacidad del pensamiento abstracto de los estudiantes del VII Ciclo. El cuestionario estará compuesto de preguntas respecto a la regla de exponentes, de forma que se recabe información de cada dimensión de la variable pensamiento abstracto, solicitándole al estudiante explicar sus respuestas. El tiempo aproximado para contestar es de 20 a 25 minutos. El instrumento de pensamiento está validado por Jaramillo y Puga (2016).

En el caso de la variable aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática, también se utilizó el cuestionario, la cual también consta de cuatro preguntas cada una a 5 puntos para sumar un total de 20 puntos, es decir, conformada por una calificación vigesimal. Las preguntas están en relación con logaritmos. El tiempo máximo para contestar es de 25 a 30 minutos.

En resumen, las técnicas e instrumentos de recolección de datos considerados en el estudio son:

Variable (s)	Técnica (s)	Instrumento (s)
Pensamiento abstracto	Encuesta	<i>Cuestionario de pensamiento abstracto para estudiantes del VII Ciclo.</i>
Aprendizaje de logaritmos	Encuesta	<i>Cuestionario de aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática para estudiantes del VII Ciclo.</i>

4.7. Técnicas de procesamiento y análisis de datos

Son orientaciones generales que permiten seleccionar el estadístico o estadígrafo para un mejor análisis de la hipótesis, de tal forma que sea evaluada apropiadamente para demostrar su aceptación o rechazo, asimismo hizo posible que se efectuó de mejor manera el análisis estadístico a través del programa estadístico IBM SPSS. (Sánchez & Reyes, 2017, p.171)

El procesamiento estadístico puede ser realizado desde dos tipos fundamentales:

a) Procesamiento estadístico descriptivo

Viene a conformar la representación resumida de la totalidad de observaciones realizadas a las variables pensamiento abstracto y aprendizaje de logaritmos en estudiantes del VII Ciclo de Educación Básica. Para lo cual se utilizó las tablas de frecuencia cuyo contenido este dado por:

- *Frecuencia absoluta*, que representa el recuento de las respuestas, en este caso a las calificaciones realizadas a los cuestionarios contestados por los estudiantes.
- *Frecuencia relativa*, es la proporción de los recuentos entre la cantidad de sujetos encuestados, en este caso sería entre 70 estudiantes que respondieron a los cuestionarios, representados a través de porcentajes.

b) Procesamiento estadístico inferencial

El procesamiento estadístico puede ser utilizando la estadística paramétrica y no paramétrica, en el primer caso es necesario que los datos tengan un comportamiento numérico y además de tener distribución normal, mientras que en el segundo caso solamente se necesita que sean datos nominales u ordinales sin la necesidad de tener distribución normal, teniendo en cuenta también que los datos numéricos que no presenten distribución normal serán analizados mediante los estadígrafos alternativos, lo cuales pertenecen al grupo de la estadística no paramétrica.

Para realizar el análisis estadístico inferencial, se tuvo en cuenta el número de variables y factores, de manera que responde a un análisis bivariado, para lo cual por tratarse de una estadística no paramétrica porque los datos son de tipo ordinal, se hizo uso de las tablas de contingencia para la prueba de hipótesis general y específicas, donde una variable se utiliza para categorizar renglones (Pensamiento abstracto) y una segunda variable para categorizar columnas (Aprendizaje de logaritmos). Para demostrar la relación y la fuerza de la relación entre ambas variables se hizo uso de la prueba de independencia mediante el estadígrafo Chi Cuadrado de Pearson.

La prueba de independencia entre dos variables es una prueba de hipótesis para establecer si existe asociación entre dos variables, es decir si la variable renglón y la variable columna en una tabla de 2 x 2 o de contingencia son independientes entre sí.

La fórmula utilizada es: $\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$

Donde χ^2 al cuadrado χ^2 representa un valor que determina la relación o asociación entre dos variables, “O” Frecuencia observada y “E” Frecuencia Esperada. (Triola, 2004, pp. 582-583)

Adicionalmente para demostrar la fuerza de la relación entre dos variables se realizó mediante el estadígrafo Correlación de Kendall.

c) Baremos de las variables en estudio

Los baremos para el análisis estadístico, el cual muestra una categorización de los datos obtenidos de las variables pensamiento abstracto y aprendizaje de logaritmos, fue teniendo en cuenta la Escala de calificación del Ministerio de Educación del Perú, el cual viene caracterizado de la siguiente manera:

Tabla 2

Baremos del rendimiento escolar de los estudiantes

Variable / Dimensión	Rango	Categorías/ escalas	Descripción
Rendimiento escolar (General total)	20 - 18	Muy bueno	Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos, demostrando incluso un manejo solvente y muy satisfactorio en todas las tareas propuestas.
	17 - 14	Bueno	Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos en el tiempo programado.
	13 - 11	Regular	Cuando el estudiante está en camino de lograr los aprendizajes previstos, para lo cual requiere acompañamiento durante un tiempo razonable para lograrlo.
	10 - 00	Malo	Cuando el estudiante está empezando a desarrollar los aprendizajes previstos o evidencia dificultades para el desarrollo de éstos y necesita mayor tiempo de acompañamiento e intervención del docente de acuerdo con su ritmo y estilo de aprendizaje.

Fuente: Ministerio de Educación, Escala de Calificación de los Aprendizajes en EBR. Nivel Secundaria.

CAPÍTULO V

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados de la investigación muestran un procedimiento estadístico que directamente responden a los objetivos de la investigación, según el diseño metodológico estimado.

Sánchez y Reyes (2017), mencionan que la recolección de los datos se realizó de acuerdo con el diseño de investigación planteado a través de la aplicación de encuestas a los estudiantes, así como del manejo adecuado de los datos obtenidos. Los resultados obtenidos en la investigación presentan un procedimiento estadístico que responde directamente los objetivos planteados, para lo cual se ha empleado la estadística descriptiva mediante la aplicación de tablas de frecuencia relativas (porcentuales) y absolutas y su posterior análisis. Así como también el uso de figuras de frecuencia porcentuales para facilitar el análisis descriptivo de las variables y dimensiones investigadas.

Los resultados de cada variable y de sus respectivas dimensiones se consideraron para la realización de la inferencia estadística. En el caso de la aceptación y rechazo de las hipótesis del investigador se hizo uso de la estadística inferencial a través de la prueba estadística Chi cuadrado de Pearson para demostrar la relación o asociación entre dos variables y la establecer la fuerza de la relación una vez encontrado la relación se realizó mediante el estadígrafo Correlación de Kendall, para aceptar o rechazar una hipótesis, se realizó mediante la lectura del Valor P con un nivel de significancia del 5% (0,05), además del uso de tablas descriptivas para datos numéricos, así como también el uso de figuras con promedios comparativos que faciliten la interpretación de los resultados. (pp.171-175)

5.1. Procesamiento, análisis, interpretación y discusión de resultados

5.1.1. Resultados descriptivos de la variable pensamiento abstracto y sus dimensiones

Tabla 3

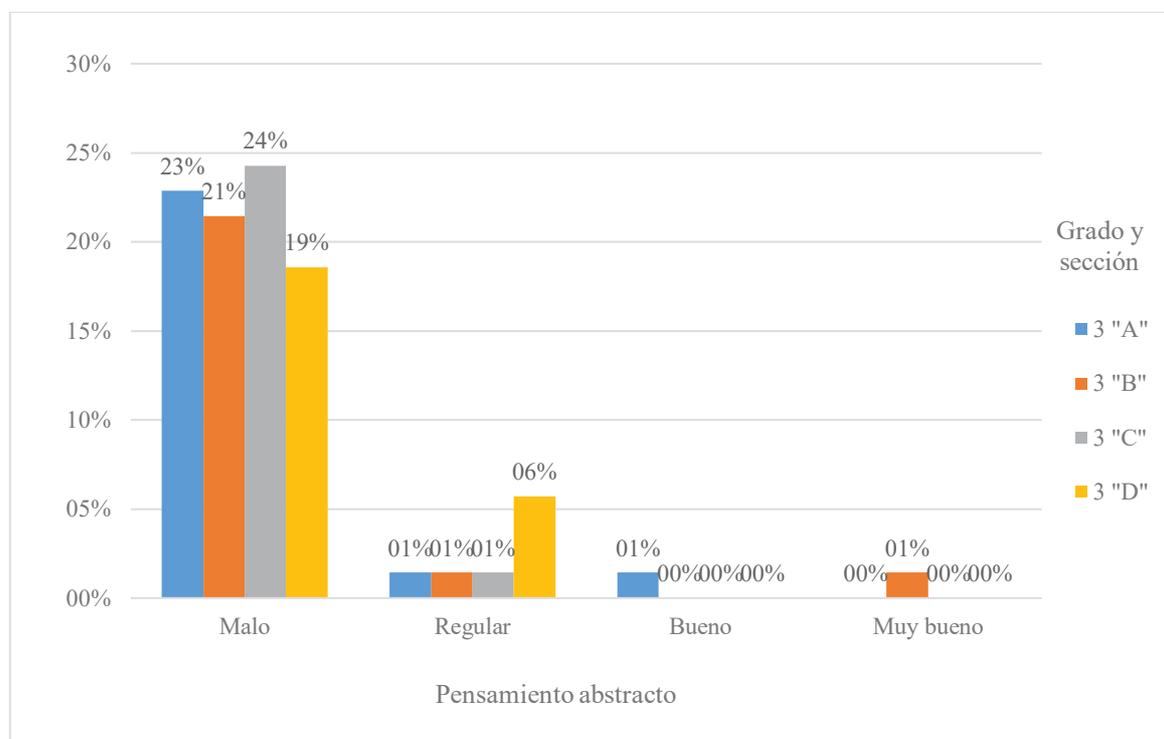
Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la variable pensamiento abstracto con el grado y sección que se encuentran los estudiantes

Pensamiento abstracto	Grado y sección								Total	
	3 "A"		3 "B"		3 "C"		3 "D"			
	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%
Malo	16	22,9%	15	21,4%	17	24,3%	13	18,6%	61	87,1%
Regular	1	1,4%	1	1,4%	1	1,4%	4	5,7%	7	10,0%
Bueno	1	1,4%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	1	1,4%
Muy bueno	0	0,0%	1	1,4%	0	0,0%	0	0,0%	1	1,4%
Total	18	25,7%	17	24,3%	18	25,7%	17	24,3%	70	100,0%

Fuente: Datos procesados en el programa estadístico IBM SPSS.

Figura 2

Porcentajes consolidados del cruce pensamiento abstracto con el grado y sección que se encuentran los estudiantes



Fuente: Elaboración propia, en base a la encuesta realizada

Análisis e interpretación:

De la Tabla 3 y Figura 2 se observa la distribución de las frecuencias para el cruce de la variable pensamiento abstracto con el grado y sección en el que se encuentran los estudiantes; de dónde se tiene que mayormente los estudiantes demuestran encontrarse en un nivel malo de pensamiento abstracto, siendo más notorio en los estudiantes del tercer grado de la sección "C" en un 24,3%, seguido por las secciones "A" en un 22,9%, "B" en un 21,4% y "D" en un 18,6%; en porcentaje menor se encuentran en el nivel regular de pensamiento abstracto, los estudiantes del tercer grado de la sección "D" con un 5,7% y los de las secciones "A", "B" y "C" en un 1,4% correspondientemente; en el nivel bueno con porcentaje inferior se encuentran los estudiantes del tercer grado sección "A" en un 1,4%, al igual que en el nivel muy bueno está representado solo por el 1,4% en la sección "B".

Por lo tanto, se hace evidente que los estudiantes del tercer grado de las diferentes secciones en su mayoría cuentan con un nivel malo de pensamiento abstracto, es decir que no han desarrollado un buen nivel de análisis y síntesis de nuevos aprendizajes, por lo cual no siempre son capaces de deducir, sintetizar, analizar e interpretar los nuevos conocimientos que se les presenta.

Tabla 4

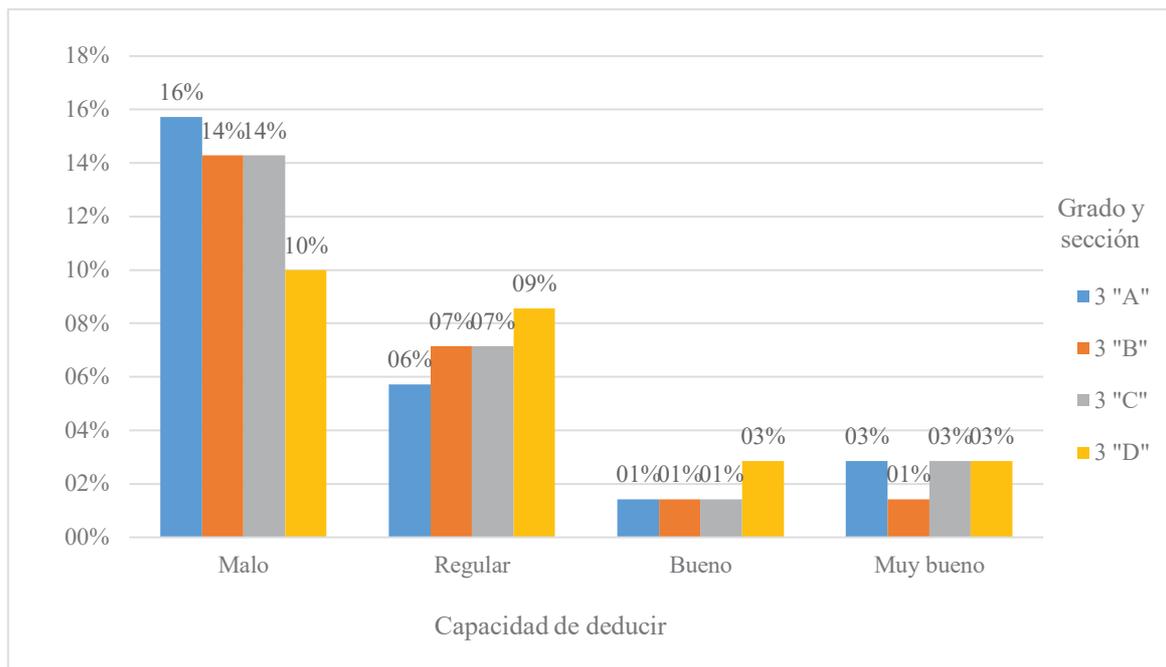
Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la dimensión capacidad de deducir con el grado y sección que se encuentran los estudiantes

Capacidad de deducir	Grado y sección								Total	
	3 "A"		3 "B"		3 "C"		3 "D"		fi	ni%
	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%		
Malo	11	15,7%	10	14,3%	10	14,3%	7	10,0%	38	54,3%
Regular	4	5,7%	5	7,1%	5	7,1%	6	8,6%	20	28,6%
Bueno	1	1,4%	1	1,4%	1	1,4%	2	2,9%	5	7,1%
Muy bueno	2	2,9%	1	1,4%	2	2,9%	2	2,9%	7	10,0%
Total	18	25,7%	17	24,3%	18	25,7%	17	24,3%	70	100,0%

Fuente: Datos procesados en el programa estadístico IBM SPSS.

Figura 3

Porcentajes consolidados por la capacidad de deducir con el grado y sección que se encuentran los estudiantes



Fuente: Elaboración propia, en base a la encuesta realizada

Análisis e interpretación:

De la Tabla 4 y Figura 3 se muestra la distribución de las frecuencias para en cruce de la dimensión capacidad de deducir con el grado y sección en el que se encuentran los estudiantes; de dónde se observa que la mayoría de los estudiantes se encuentran en el nivel malo de capacidad de deducir, haciéndose más notorio en los estudiantes del tercer grado sección "A", representado por el 15,7%, en un 14,3% las secciones "B" y "C" respectivamente y la sección "D" en un 10,0%; a continuación en el nivel regular se encuentran los estudiantes del tercer grado sección "D" en un 8,6%, seguidos por las secciones "B" y "C" en un 7,1%, y la sección "A" con el 5,7%; en el nivel muy bueno se encuentran los estudiantes de las secciones "A", "C" y "D" en un 2,9% y la sección "B" en un 1,4%; los estudiantes que tienen un nivel bueno de capacidad de deducir son solo 7,1% del total de los estudiantes, siendo más notorio en los estudiantes de la sección "D" en un 2,9%.

Se da a entender que la mayoría de los estudiantes del tercer grado de las diferentes secciones cuentan con un nivel malo de capacidad de deducir, ya que no logran explorar y comparar adecuadamente los ejercicios propuestos en el cuestionario de pensamiento abstracto.

Tabla 5

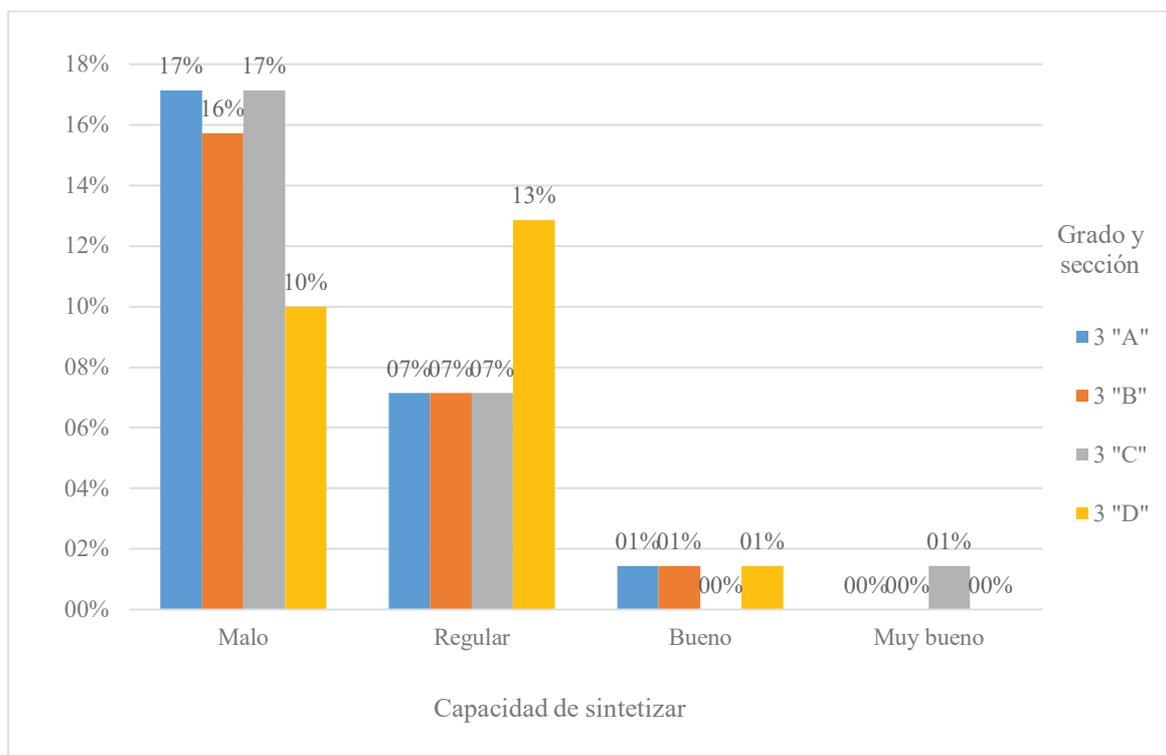
Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la dimensión capacidad de sintetizar con el grado y sección que se encuentran los estudiantes

Capacidad de sintetizar	Grado y sección								Total	
	3 "A"		3 "B"		3 "C"		3 "D"			
	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%
Malo	12	17,1%	11	15,7%	12	17,1%	7	10,0%	42	60,0%
Regular	5	7,1%	5	7,1%	5	7,1%	9	12,9%	24	34,3%
Bueno	1	1,4%	1	1,4%	0	0,0%	1	1,4%	3	4,3%
Muy bueno	0	0,0%	0	0,0%	1	1,4%	0	0,0%	1	1,4%
Total	18	25,7%	17	24,3%	18	25,7%	17	24,3%	70	100,0%

Fuente: Datos procesados en el programa estadístico IBM SPSS.

Figura 4

Porcentajes consolidados por la capacidad de sintetizar con el grado y sección que se encuentran los estudiantes



Fuente: Elaboración propia, en base a la encuesta realizada

Análisis e interpretación:

De la Tabla 5 y Figura 4 se tiene la distribución de las frecuencias para el cruce entre la dimensión capacidad de sintetizar con el grado y sección en el que se encuentran los estudiantes; de dónde se aprecia que los estudiantes mayormente demuestran contar con un nivel malo de capacidad de sintetizar, siendo más notorio en el tercer grado en las secciones

“A” y “C” en un 17,1% respectivamente, a continuación la sección “B” en un 15,7% y “D” en un 10,0%; en menor proporción está el nivel regular, donde se encuentran los estudiantes del tercer grado sección “D” representados por el 12,9% y las secciones “A”, “B” y “C” en un 7,1% correspondientemente; con porcentaje inferior está el nivel bueno de dónde se encuentran los estudiantes de las secciones “A”, “B” y “C” en un 1,4% respectivamente; el nivel muy bueno alcanza solamente al 1,4% del total de los estudiantes, haciéndose notorio en la sección “C”.

Se hace evidente que los estudiantes del tercer grado en sus diferentes secciones están ubicados en el nivel malo de capacidad de sintetizar, ya que no demuestran ser capaces de agrupar y convertir los ejercicios propuestos.

Tabla 6

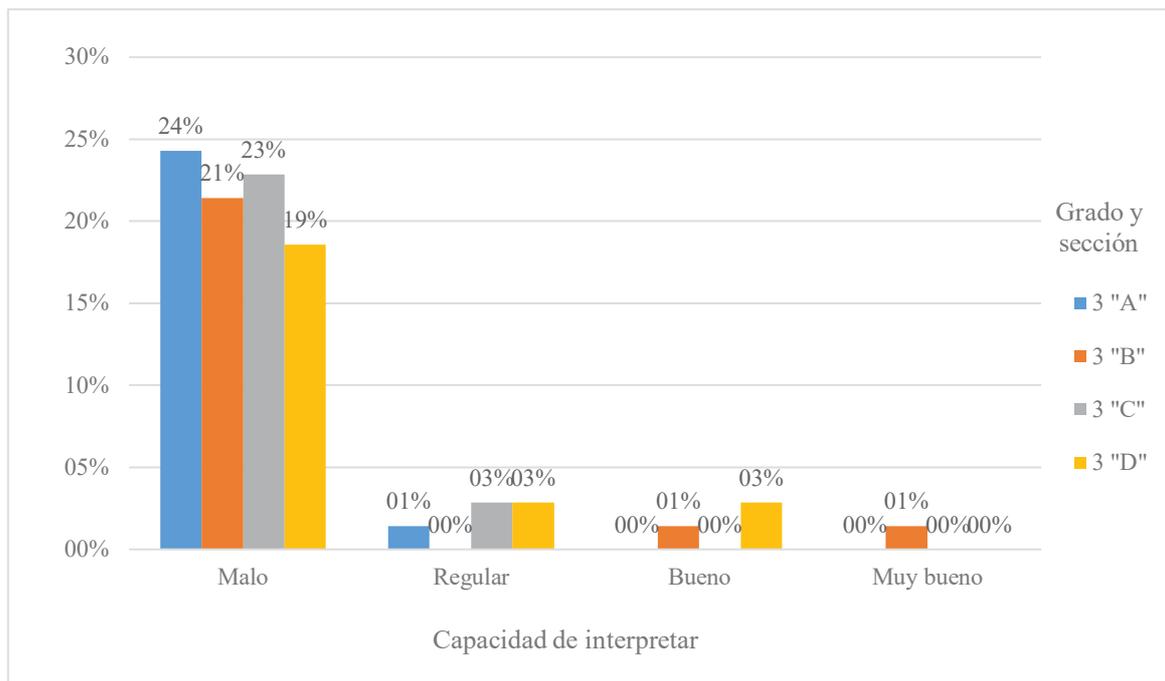
Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la dimensión capacidad de interpretar con el grado y sección que se encuentran los estudiantes

Capacidad de interpretar	Grado y sección								Total	
	3 "A"		3 "B"		3 "C"		3 "D"		fi	ni%
	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%		
Malo	17	24,3%	15	21,4%	16	22,9%	13	18,6%	61	87,1%
Regular	1	1,4%	0	0,0%	2	2,9%	2	2,9%	5	7,1%
Bueno	0	0,0%	1	1,4%	0	0,0%	2	2,9%	3	4,3%
Muy bueno	0	0,0%	1	1,4%	0	0,0%	0	0,0%	1	1,4%
Total	18	25,7%	17	24,3%	18	25,7%	17	24,3%	70	100,0%

Fuente: Datos procesados en el programa estadístico IBM SPSS.

Figura 5

Porcentajes consolidados por la capacidad de interpretar con el grado y sección que se encuentran los estudiantes



Fuente: Elaboración propia, en base a la encuesta realizada

Análisis e interpretación:

De la Tabla 6 y Figura 5 se aprecia la distribución de las frecuencias para el cruce de la dimensión capacidad de interpretar con el grado y sección en el que se encuentran los estudiantes; teniendo que la mayoría de los estudiantes del tercer grado en sus diferentes secciones se ubican en el nivel malo de capacidad de interpretar, siendo más notorio en los estudiantes de la sección "A" en un 24,3%, seguidos de los de la sección "C" en un 22,9%, la sección "B" con un 21,4% y "D" en un 18,6%; en el nivel regular con menores porcentajes se encuentran los estudiantes de la secciones "C" y "D" en un 2,9% y los de la sección "A" en un 1,4%; en menor proporción en el nivel bueno resaltan los de la sección "D" en un 2,9% y la sección "B" con el 1,4%; en el nivel muy bueno solamente se encuentran 1,4% del total de los estudiantes, siendo estos los estudiantes de la sección "B".

Haciéndose evidente que los estudiantes mayormente se ubican en el nivel malo de capacidad de interpretar debido a que demuestran que no logran explicar y relacionar adecuadamente los ejercicios propuestos en el cuestionario.

Tabla 7

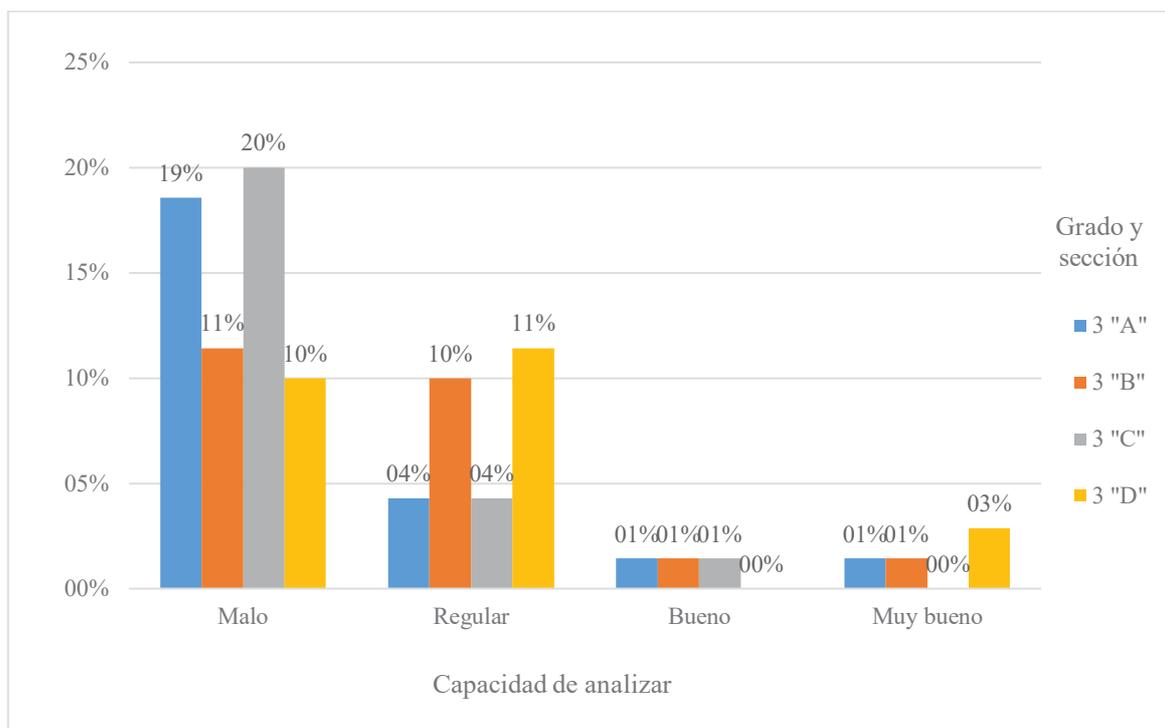
Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la dimensión capacidad de analizar con el grado y sección que se encuentran los estudiantes

Capacidad de analizar	Grado y sección								Total	
	3 "A"		3 "B"		3 "C"		3 "D"			
	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%
Malo	13	18,6%	8	11,4%	14	20,0%	7	10,0%	42	60,0%
Regular	3	4,3%	7	10,0%	3	4,3%	8	11,4%	21	30,0%
Bueno	1	1,4%	1	1,4%	1	1,4%	0	0,0%	3	4,3%
Muy bueno	1	1,4%	1	1,4%	0	0,0%	2	2,9%	4	5,7%
Total	18	25,7%	17	24,3%	18	25,7%	17	24,3%	70	100,0%

Fuente: Datos procesados en el programa estadístico IBM SPSS.

Figura 6

Porcentajes consolidados por la capacidad de analizar con el grado y sección que se encuentran los estudiantes



Fuente: Elaboración propia, en base a la encuesta realizada.

Análisis e interpretación:

De la Tabla 7 y Figura 6 se muestra la distribución de las frecuencias para el cruce de la dimensión capacidad de analizar con el grado y sección en el que se encuentran los estudiantes encuestados; se tiene que la mayoría de los estudiantes del tercer grado en sus diferentes secciones se encuentran en un nivel malo de capacidad de analizar, haciéndose

más notorio en los estudiantes de la sección “C” en un 20,0%, seguidos de los de la sección “A” en un 18,6%, los de la sección “B” con el 11,4% y “D” en un 10,0%; en el nivel regular se encuentran los estudiantes de la sección “D” en un 11,4%, los de la “B” en un 10,0% y las secciones “A” y “C” en un 4,3% respectivamente; en el nivel muy bueno resaltan los estudiantes de la sección “D” con un 2,9% y las secciones “A” y “B” en un 1,4% correspondientemente; el nivel bueno está representado solo por un 4,3% del total de los estudiantes.

Demostrándose que los estudiantes del tercer grado en sus diferentes secciones se ubican mayormente en el nivel malo de capacidad de analizar, ya que hacen evidente que no siempre son capaces de identificar y caracterizar los ejercicios que se les proponen.

5.1.2. Resultados descriptivos de la variable aprendizaje de logaritmos y sus dimensiones

Tabla 8

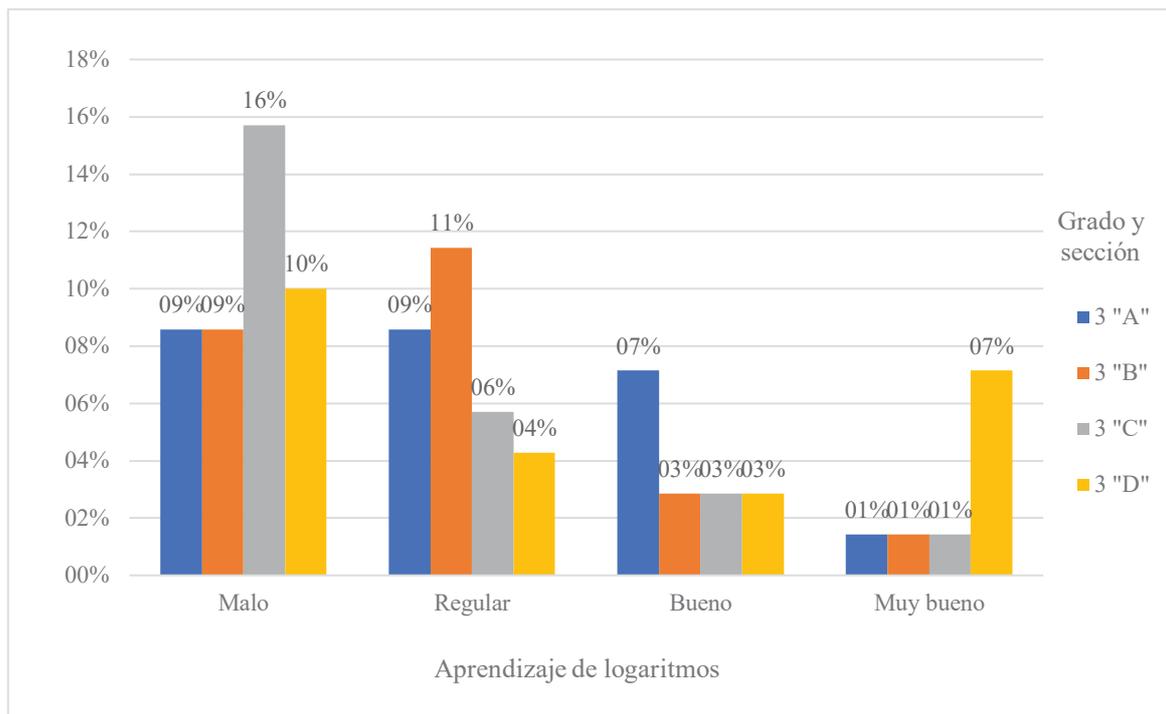
Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la variable aprendizaje de logaritmos con el grado y sección que se encuentran los estudiantes

Aprendizaje de logaritmos	Grado y sección								Total	
	3 "A"		3 "B"		3 "C"		3 "D"		fi	ni%
	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%		
Malo	6	8,6%	6	8,6%	11	15,7%	7	10,0%	30	42,9%
Regular	6	8,6%	8	11,4%	4	5,7%	3	4,3%	21	30,0%
Bueno	5	7,1%	2	2,9%	2	2,9%	2	2,9%	11	15,7%
Muy bueno	1	1,4%	1	1,4%	1	1,4%	5	7,1%	8	11,4%
Total	18	25,7%	17	24,3%	18	25,7%	17	24,3%	70	100,0%

Fuente: Datos procesados en el programa estadístico IBM SPSS.

Figura 7

Porcentajes consolidados por el aprendizaje de logaritmos con el grado y sección que se encuentran los estudiantes



Fuente: Elaboración propia, en base a la encuesta realizada

Análisis e interpretación:

De la Tabla 8 y Figura 7 se tiene la distribución de las frecuencias para el cruce de la variable aprendizaje de logaritmos con el grado y sección en el que se encuentran los estudiantes; de dónde se demuestra que mayormente los estudiantes se encuentran en el nivel malo de aprendizaje de logaritmos, haciéndose más notorio en la sección "C" en un 15,7%, la sección "D" en un 10,0% y las secciones "A" y "B" en un 8,6%; en menor proporción el nivel regular con la sección "B" en un 11,4%, la sección "A" en un 8,6%, "C" con un 5,7% y "D" con el 4,3%; en el nivel bueno resaltan los estudiantes de la sección "A" en un 7,1%, seguidos de los de las secciones "B", "C" y "D" en un 2,9%; en el nivel muy bueno se encuentran solamente 11,4% del total de los estudiantes del tercer grado, siendo más notorio en los estudiantes de la sección "D" con un 7,1%.

Por lo tanto, se demuestra que los estudiantes del tercer grado en sus diferentes secciones en su mayoría tienen un nivel malo de aprendizaje de logaritmos, es decir que los estudiantes en muchas ocasiones no adquieren nuevas habilidades, destrezas, capacidades, conocimientos y valores en base a su experiencia, razonamiento y observación.

Tabla 9

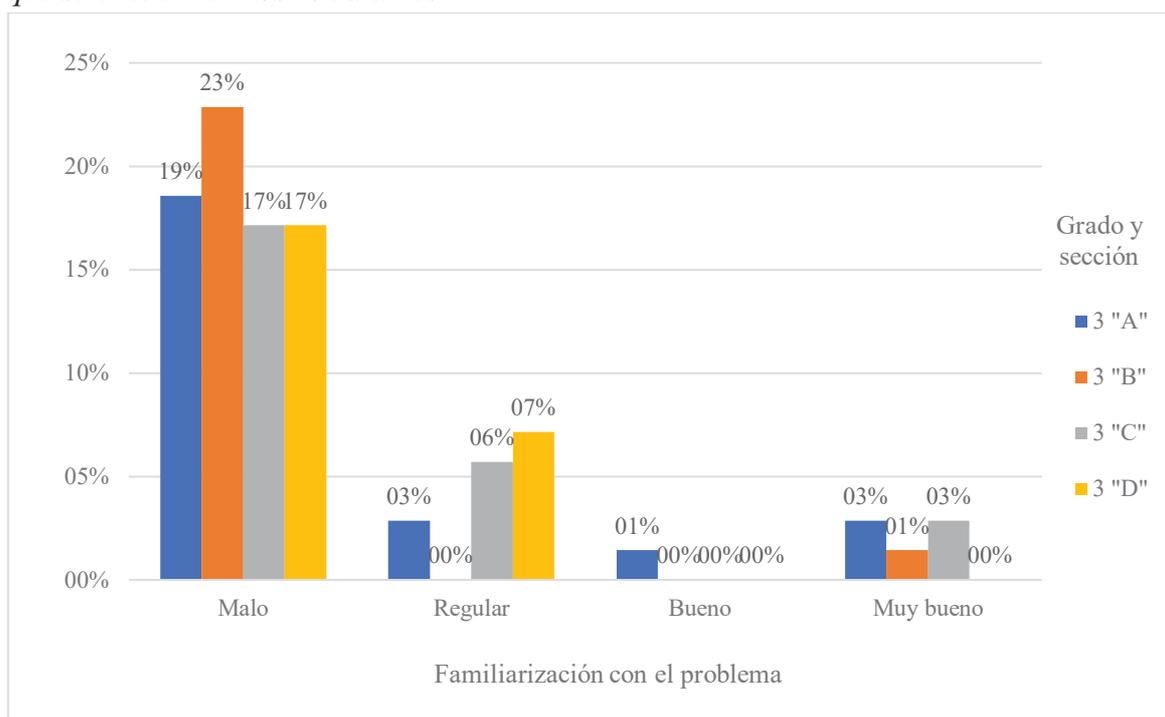
Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la dimensión familiarización con el problema con el grado y sección que se encuentran los estudiantes

Familiarización con el problema	Grado y sección								Total	
	3 "A"		3 "B"		3 "C"		3 "D"			
	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%
Malo	13	18,6%	16	22,9%	12	17,1%	12	17,1%	53	75,7%
Regular	2	2,9%	0	0,0%	4	5,7%	5	7,1%	11	15,7%
Bueno	1	1,4%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	1	1,4%
Muy bueno	2	2,9%	1	1,4%	2	2,9%	0	0,0%	5	7,1%
Total	18	25,7%	17	24,3%	18	25,7%	17	24,3%	70	100,0%

Fuente: Datos procesados en el programa estadístico IBM SPSS.

Figura 8

Porcentajes consolidados por la familiarización con el problema con el grado y sección que se encuentran los estudiantes



Fuente: Elaboración propia, en base a la encuesta realizada

Análisis e interpretación:

De la Tabla 9 y Figura 8 se muestra la distribución de las frecuencias para el cruce de la dimensión familiarización con el problema con el grado y sección en el que se encuentran los estudiantes encuestados; se tiene que en su mayoría los estudiantes del tercer grado se

encuentran en el nivel malo de familiarización con el problema, siendo más notorio en los estudiantes de la sección “B” en un 22,9%, seguidos de la sección “A” en un 18,6% y las secciones “C” y “D” en un 17,1% respectivamente; a continuación en el nivel regular los que más destacan son los estudiantes del tercer grado sección “D” en un 7,1%, la sección “C” en un 5,7% y “A” en un 2,9%; para el nivel muy bueno se presentan las secciones “A” y “C” con un 2,9% correspondientemente y la sección “B” en un 1,4%; en el nivel bueno se ubican solamente 1,4% del total de los estudiantes del tercer grado, siendo en su totalidad de la sección “A”.

Se ha evidente que mayormente los estudiantes del tercer grado en sus diferentes secciones demuestran tener un nivel malo de familiarización con el problema ya que no logran identificar relaciones e incógnitas, además de que no logran tener una adecuada comprensión del problema que se les presenta.

Tabla 10

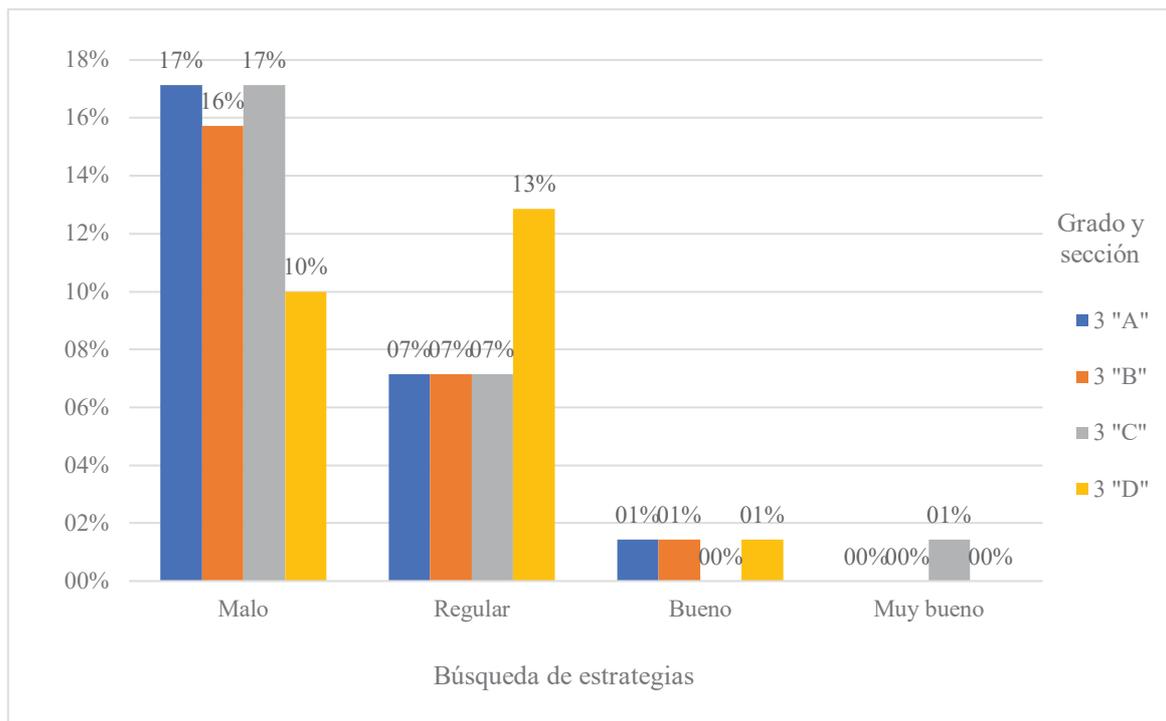
Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la dimensión búsqueda de estrategias con el grado y sección que se encuentran los estudiantes

Búsqueda de estrategias	Grado y sección								Total	
	3 "A"		3 "B"		3 "C"		3 "D"		fi	ni%
	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%		
Malo	12	17,1%	11	15,7%	12	17,1%	7	10,0%	42	60,0%
Regular	5	7,1%	5	7,1%	5	7,1%	9	12,9%	24	34,3%
Bueno	1	1,4%	1	1,4%	0	0,0%	1	1,4%	3	4,3%
Muy bueno	0	0,0%	0	0,0%	1	1,4%	0	0,0%	1	1,4%
Total	18	25,7%	17	24,3%	18	25,7%	17	24,3%	70	100,0%

Fuente: Datos procesados en el programa estadístico IBM SPSS.

Figura 9

Porcentajes consolidados por la búsqueda de estrategias con el grado y sección que se encuentran los estudiantes



Fuente: Elaboración propia, en base a la encuesta realizada

Análisis e interpretación:

De la Tabla 10 y Figura 9 se observa la distribución de las frecuencias para el cruce de la dimensión búsqueda de estrategias con el grado y sección en el que se encuentran los estudiantes; de tal modo que los estudiantes del tercer grado en su mayoría se encuentran en un nivel malo de búsqueda de estrategias, siendo mayormente notorio en los estudiantes de las secciones "A" y "C" representados por el 17,1% respectivamente, seguidos de la sección "B" en un 15,7% y "D" en un 10,0%; en proporción menor se encuentra el nivel regular resaltando los estudiantes de la sección "D" en un 12,9% y las secciones "A", "B" y "C" en un 7,1% correspondientemente; para el nivel bueno se encuentran los estudiantes de las secciones "A", "B" y "D" en un 1,4% respectivamente; por último los estudiantes que se encuentran en el nivel muy bueno son solo el 1,4% del total, siendo estos del tercer grado sección "C".

Por lo tanto, los estudiantes en su mayoría evidencian que cuentan con un nivel malo de búsqueda de estrategias, debido a que demuestran que no poseen una gran capacidad para activar saberes previos, además de no ser capaces de indagar, proponer y ejemplificar ideas.

Tabla 11

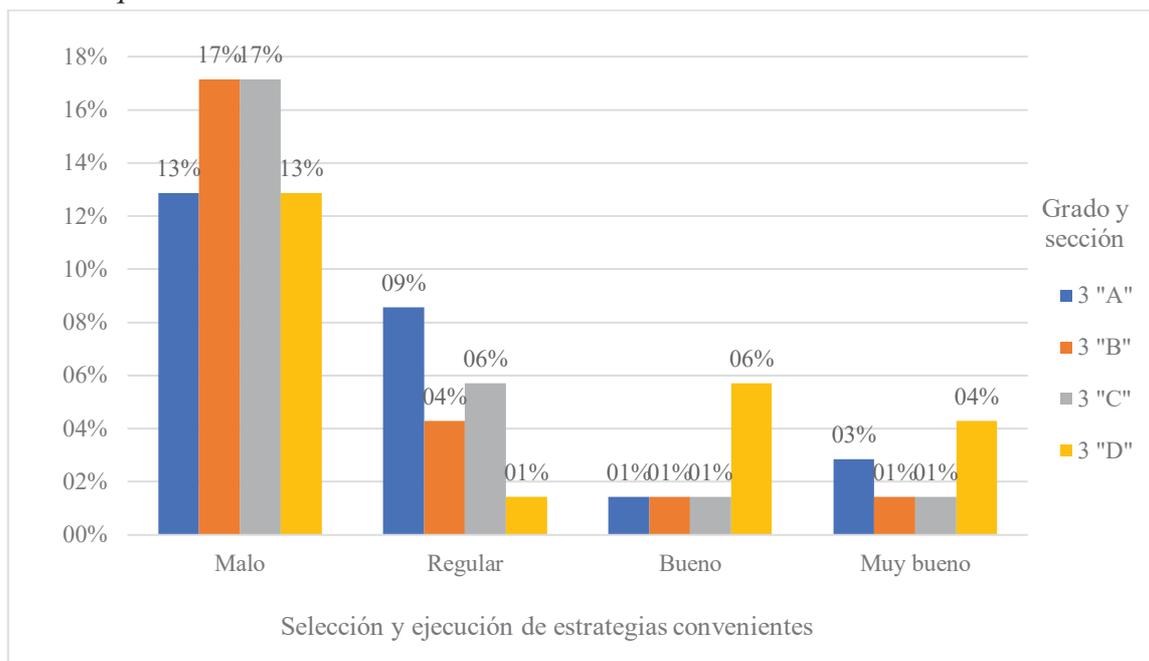
Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la dimensión selección y ejecución de estrategias convenientes con el grado y sección que se encuentran los estudiantes

Selección y ejecución de estrategias convenientes	Grado y sección								Total	
	3 "A"		3 "B"		3 "C"		3 "D"			
	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%
Malo	9	12,9%	12	17,1%	12	17,1%	9	12,9%	42	60,0%
Regular	6	8,6%	3	4,3%	4	5,7%	1	1,4%	14	20,0%
Bueno	1	1,4%	1	1,4%	1	1,4%	4	5,7%	7	10,0%
Muy bueno	2	2,9%	1	1,4%	1	1,4%	3	4,3%	7	10,0%
Total	18	25,7%	17	24,3%	18	25,7%	17	24,3%	70	100,0%

Fuente: Datos procesados en el programa estadístico IBM SPSS.

Figura 10

Porcentajes consolidados por la selección y ejecución de estrategias con el grado y sección que se encuentran los estudiantes



Fuente: Elaboración propia, en base a la encuesta realizada

Análisis e interpretación:

De la Tabla 11 y Figura 10 se aprecia la distribución de las frecuencias para el cruce de la dimensión selección y ejecución de estrategias con el grado y sección en el que se encuentran los estudiantes; de dónde se muestra que mayormente los estudiantes del tercer grado en sus diferentes secciones se ubican en el nivel malo, siendo más notorio en los estudiantes de las secciones "B" y "C" con un 17,1%, seguidos de las secciones "A" y "D" en un 12,9%

correspondientemente; para el nivel regular se tiene a los estudiantes de la sección “A” en un 8,6%, la sección “C” en un 5,7%, “B” con un 4,3% y “D” en un 1,4%; en el nivel bueno resaltan los estudiantes del tercer grado sección “D” con un 5,7% y las secciones “A”, “B” y “C” en un 1,4%; para el nivel muy bueno se encuentran los estudiantes de la sección “D” en un 4,3%, la sección “A” en un 2,9% y las secciones “B” y “C” con un 1,4% respectivamente.

De tal modo que los estudiantes del tercer grado en sus diferentes secciones demuestran tener un nivel malo de selección y ejecución de estrategias debido a que no logran establecer analogías ni el orden de las acciones o hechos.

Tabla 12

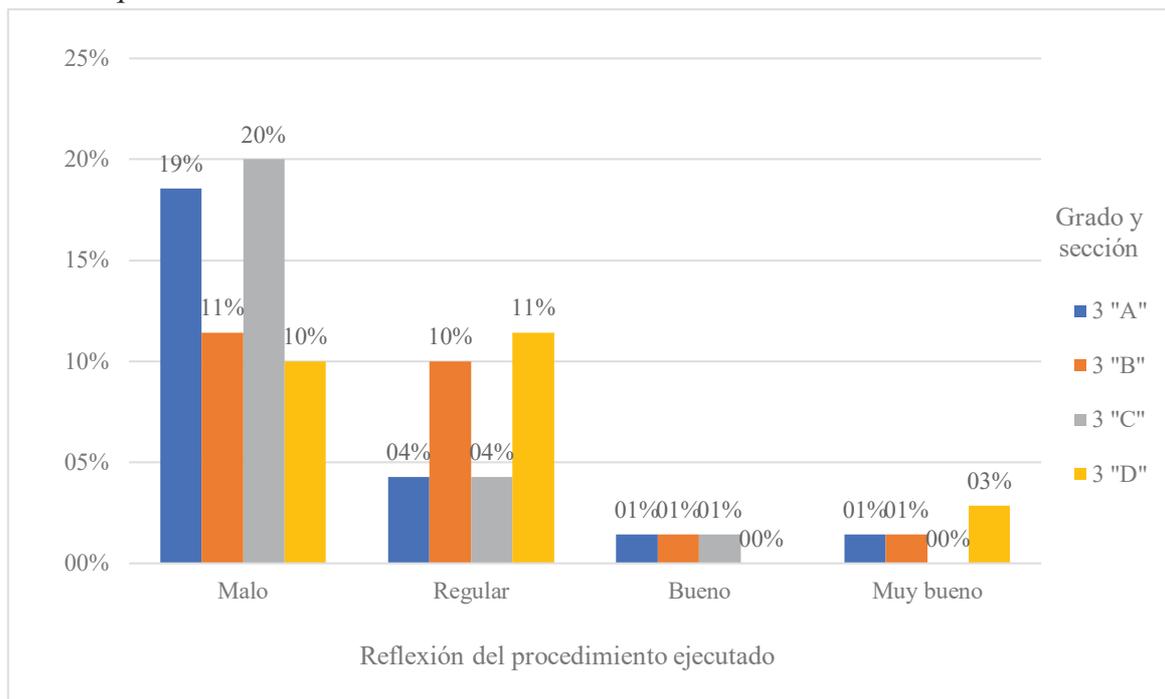
Resultados descriptivos obtenidos del cruce entre la dimensión reflexión del procedimiento ejecutado con el grado y sección que se encuentran los estudiantes

Reflexión del procedimiento ejecutado	Grado y sección								Total	
	3 "A"		3 "B"		3 "C"		3 "D"		fi	ni%
	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%		
Malo	13	18,6%	8	11,4%	14	20,0%	7	10,0%	42	60,0%
Regular	3	4,3%	7	10,0%	3	4,3%	8	11,4%	21	30,0%
Bueno	1	1,4%	1	1,4%	1	1,4%	0	0,0%	3	4,3%
Muy bueno	1	1,4%	1	1,4%	0	0,0%	2	2,9%	4	5,7%
Total	18	25,7%	17	24,3%	18	25,7%	17	24,3%	70	100,0%

Fuente: Datos procesados en el programa estadístico IBM SPSS.

Figura 11

Porcentajes consolidados por la reflexión del procedimiento ejecutado con el grado y sección que se encuentran los estudiantes



Fuente: Elaboración propia, en base a la encuesta realizada

Análisis e interpretación:

De la Tabla 12 y Figura 11 se tiene la distribución de las frecuencias para el cruce de la dimensión reflexión del procedimiento ejecutado con el grado y sección en el que se encuentran los estudiantes del tercer grado; de dónde se observa que los estudiantes en su mayoría están en el nivel malo de reflexión del procedimiento ejecutado, haciéndose más evidente en los estudiantes de la sección "C" en un 20,0%, seguidos de la sección "A" en un 18,6%, la sección "B" en un 11,4% y "D" en un 10,0%; en el nivel regular se tiene a los estudiantes de la sección "D" en un 11,4%, la sección "B" con un 10,0% y en un 4,3% las secciones "A" y "C"; en el nivel muy bueno destacan los estudiantes de la sección "D" con un 2,9% y las secciones "A" y "B" en un 1,4%; para el nivel bueno se encuentran los estudiantes de las secciones "A", "B" y "C" en un 1,4%.

Se hace evidente que los estudiantes del tercer grado en sus diferentes secciones en su mayoría se encuentran en el nivel malo de reflexión del procedimiento ejecutado ya que no logran realizar un adecuado análisis de los pasos seguidos y formalización empírica y escrita.

5.2. Prueba de hipótesis

Para realizar la prueba de hipótesis primero se realizó el análisis cruzado entre las variables pensamiento abstracto y aprendizaje de logaritmos, de manera que los resultados indiquen que existe una afinidad o relación entre ambas variables, las mismas que serán llevadas a contraste estadístico.

5.2.1. Prueba de hipótesis general

Tabla 13

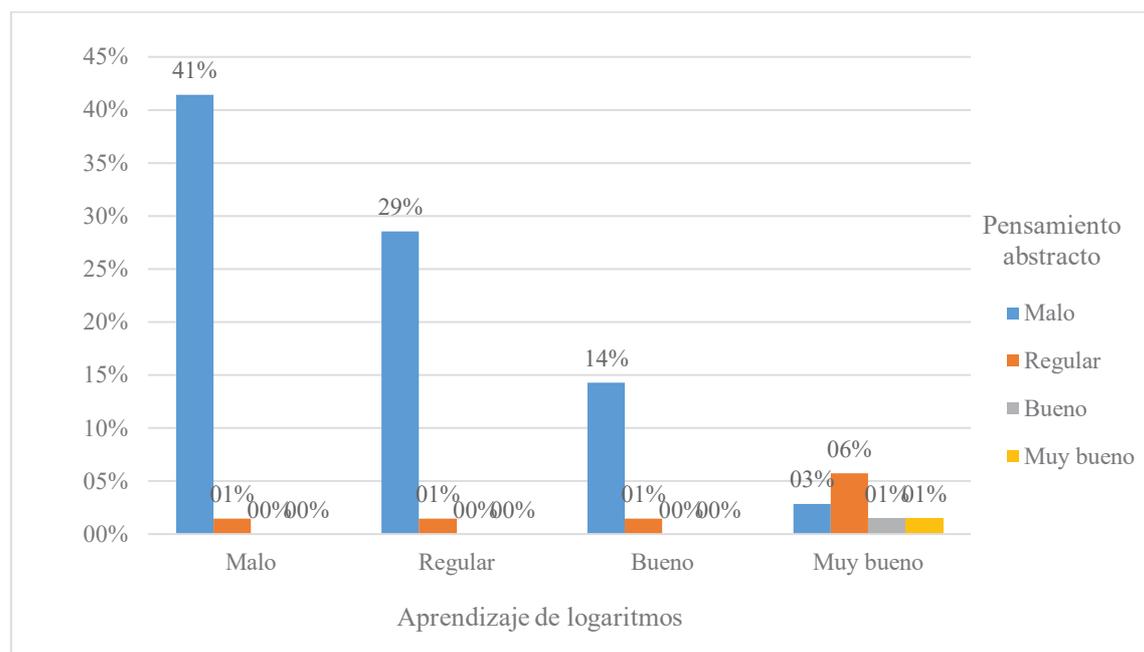
Resultados contingentes entre el pensamiento abstracto y aprendizaje de logaritmos de los estudiantes

Pensamiento abstracto	Aprendizaje de logaritmos								Total	
	Malo		Regular		Bueno		Muy bueno		fi	ni%
	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%		
Malo	29	41,4%	20	28,6%	10	14,3%	2	2,9%	61	87,1%
Regular	1	1,4%	1	1,4%	1	1,4%	4	5,7%	7	10,0%
Bueno	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	1	1,4%	1	1,4%
Muy bueno	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	1	1,4%	1	1,4%
Total	30	42,9%	21	30,0%	11	15,7%	8	11,4%	70	100,0%

Fuente: Resultados en SPSS v24.

Figura 12

Porcentajes consolidados entre el pensamiento abstracto y el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes



Fuente: Elaboración propia, en base a la encuesta realizada.

Análisis e interpretación:

De los resultados de la Tabla 13 y la Figura 12, se observa que el pensamiento abstracto de los estudiantes presentan proporciones similares con el aprendizaje de logaritmos, lo cual demuestra la relación entre ellos; en la medida de que el nivel del pensamiento abstracto sea malo, donde se desarrollan la capacidad de deducir, de sintetizar, interpretar y analizar, incide una relación directa con el aprendizaje de logaritmos en un nivel malo llegando a alcanzar el 41,4%; de igual forma, si el nivel del pensamiento abstracto es muy bueno, eso incide de forma directa con el aprendizaje de logaritmos en un nivel muy bueno representado por el 1,4%. Por lo tanto, se observa que la afinidad entre ambos factores denota la importancia del pensamiento abstracto para alcanzar un nivel de aprendizaje de logaritmos.

A. Prueba estadística

Hipótesis de contraste

H₀: El pensamiento abstracto NO se relaciona con el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes.

H₁: El pensamiento abstracto se relaciona con el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes.

Nivel de significancia

$$\alpha = 0,05 = 5\%$$

Estadístico de prueba: Prueba de independencia chi-cuadrado

	Valor	df	Significación asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	34,252 ^a	9	0,000
Razón de verosimilitud	23,101	9	0,006
Asociación lineal por lineal	18,089	1	0,000
N de casos válidos	70		

a. 12 casillas (75,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es ,11.

$$x^2 = 34,252$$

$$p\text{-valor (significancia asintótica)} = 0,000$$

Se acepta H_1 y se rechaza H_0 :

H_1 : El pensamiento abstracto se relaciona con el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes. ($p - valor = 0,000 < 0,05$)

B. Prueba estadística de la fuerza de relación

Interpretar el valor de “ $Tau-b$ ”:

- a. De 0,00 a 0,19 Muy baja correlación.
- b. De 0,20 a 0,39 Baja correlación.
- c. De 0,40 a 0,59 Moderada correlación.
- d. De 0,60 a 0,79 Buena correlación. ($Tau - b = 0,702$)**
- e. De 0,80 a 1,00 Muy buena correlación

Existe *relación directa* ($Tau-b = 0,702 = 70,2\%$) entre el *pensamiento abstracto* y el *aprendizaje de logaritmos* de los estudiantes del VII ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani de la provincia de Canchis – Cusco – 2020.

4.2.1. Prueba de hipótesis específicas

Tabla 14

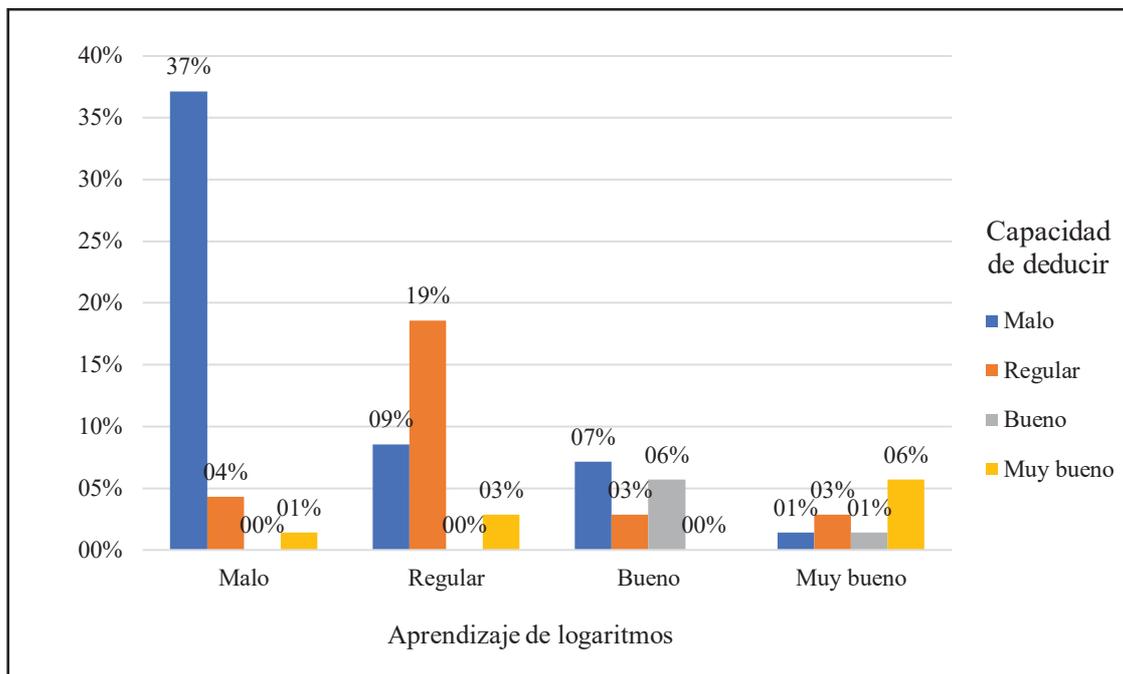
Resultados contingentes entre la capacidad de deducir y el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes

Capacidad de deducir	Aprendizaje de logaritmos								Total	
	Malo		Regular		Bueno		Muy bueno		fi	ni%
	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%		
Malo	26	37,1%	6	8,6%	5	7,1%	1	1,4%	38	54,3%
Regular	3	4,3%	13	18,6%	2	2,9%	2	2,9%	20	28,6%
Bueno	0	0,0%	0	0,0%	4	5,7%	1	1,4%	5	7,1%
Muy bueno	1	1,4%	2	2,9%	0	0,0%	4	5,7%	7	10,0%
Total	30	42,9%	21	30,0%	11	15,7%	8	11,4%	70	100,0%

Fuente: Resultados en SPSS v24.

Figura 13

Porcentajes consolidados entre la capacidad de deducir y el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes



Fuente: Elaboración propia, en base a la encuesta realizada.

Análisis e interpretación:

De los resultados de la Tabla 14 y la Figura 13, se observa que la capacidad de deducir de los estudiantes presentan proporciones similares con el aprendizaje de logaritmos, lo cual demuestra la relación entre ellos; en la medida de que el nivel de la capacidad de deducir sea malo, donde se desarrollan la capacidad de explorar y de comparar, incide una relación directa con el aprendizaje de logaritmos en un nivel malo llegando a alcanzar el 37,1%; de igual forma, si el nivel de la capacidad de deducir es muy bueno, eso incide de forma directa con el aprendizaje de logaritmos en un nivel muy bueno representado por el 5,7%. Por lo tanto, se observa que la afinidad entre ambos factores denota la importancia de la capacidad de deducir para alcanzar un nivel de aprendizaje de logaritmos.

A. Prueba estadística

Hipótesis de contraste

H_0 : La capacidad de deducir NO se relaciona con el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes.

H_1 : La capacidad de deducir se relaciona con el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes.

Nivel de significancia

$$\alpha = 0,05 = 5\%$$

Estadístico de prueba: Prueba de independencia chi-cuadrado

	Valor	df	Significación asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	55,675 ^a	9	0,000
Razón de verosimilitud	47,995	9	0,000
Asociación lineal por lineal	20,969	1	0,000
N de casos válidos	70		

a. 11 casillas (68,8%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es ,57.

$$x^2 = 55,675$$

$$p\text{-valor (significancia asintótica)} = 0,000$$

Se acepta H_1 y se rechaza H_0 :

H_1 : La capacidad de deducir se relaciona con el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes.

$$(p\text{-valor} = 0,000 < 0,05)$$

B. Prueba estadística de la fuerza de relación

Interpretar el valor de “*Tau-b*”:

- De 0,00 a 0,19 Muy baja correlación.
- De 0,20 a 0,39 Baja correlación.
- De 0,40 a 0,59 Moderada correlación. ($Tau - b = 0,520$)**
- De 0,60 a 0,79 Buena correlación.
- De 0,80 a 1,00 Muy buena correlación

Existe *relación directa* ($Tau-b = 0,520 = 52,0\%$) entre la *capacidad de deducir* y el *aprendizaje de logaritmos* de los estudiantes del VII ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani de la provincia de Canchis – Cusco – 2020.

Tabla 15

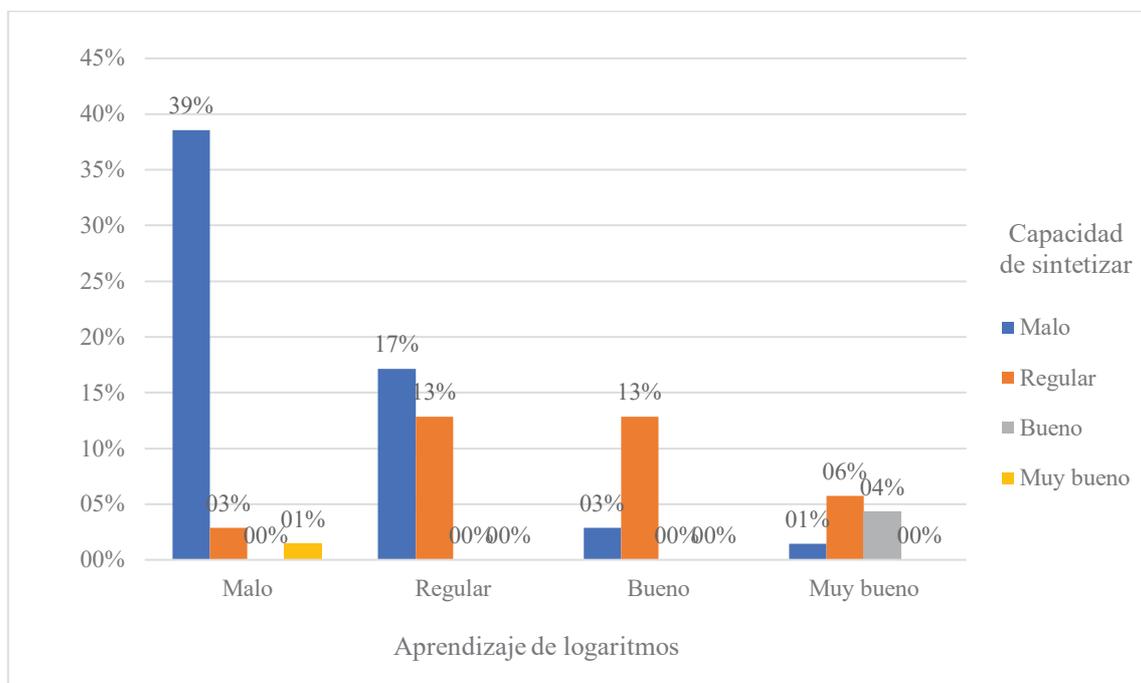
Resultados contingentes entre la capacidad de sintetizar y aprendizaje de logaritmos de los estudiantes

Capacidad de sintetizar	Aprendizaje de logaritmos								Total	
	Malo		Regular		Bueno		Muy bueno			
	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%
Malo	27	38,6%	8	11,4%	2	2,9%	1	1,4%	38	54,3%
Regular	2	2,9%	13	18,6%	4	5,7%	2	2,9%	21	30,0%
Bueno	1	1,4%	0	0,0%	5	7,1%	1	1,4%	7	10,0%
Muy bueno	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	4	5,7%	4	5,7%
Total	30	42,9%	21	30,0%	11	15,7%	8	11,4%	70	100,0%

Fuente: Resultados en SPSS v24.

Figura 14

Porcentajes consolidados entre la capacidad de sintetizar y el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes



Fuente: Elaboración propia, en base a la encuesta realizada.

Análisis e interpretación:

De los resultados de la Tabla 15 y la Figura 14, se observa que la capacidad de sintetizar de los estudiantes presentan proporciones similares con el aprendizaje de logaritmos, lo cual demuestra la relación entre ellos; en la medida de que el nivel de la capacidad de sintetizar sea malo, donde se desarrollan la capacidad de agrupar y convertir, incide una relación directa con el aprendizaje de logaritmos en un nivel malo llegando a alcanzar el 38,6%; de

igual forma, si el nivel de la capacidad de sintetizar es muy bueno, eso incide de forma directa con el aprendizaje de logaritmos en un nivel muy bueno representado por el 0,0%. Por lo tanto, se observa que la afinidad entre ambos factores denota la importancia de la capacidad de sintetizar para alcanzar un nivel de aprendizaje de logaritmos.

A. Prueba estadística

Hipótesis de contraste

H₀: La capacidad de sintetizar NO se relaciona con el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes.

H₁: La capacidad de sintetizar se relaciona con el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes.

Nivel de significancia

$$\alpha = 0,05 = 5\%$$

Estadístico de prueba: Prueba de independencia chi-cuadrado

	Valor	df	Significación asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	50,276 ^a	9	0,000
Razón de verosimilitud	43,661	9	0,000
Asociación lineal por lineal	20,771	1	0,000
N de casos válidos	70		

a. 11 casillas (68,8%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es ,11.

$$x^2 = 50,276$$

$$p\text{-valor (significancia asintótica)} = 0,000$$

Se acepta H₁ y se rechaza H₀:

H₁: La capacidad de sintetizar se relaciona con el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes. ($p\text{-valor} = 0,000 < 0,05$)

B. Prueba estadística de la fuerza de relación

Interpretar el valor de “Tau-b”:

- De 0,00 a 0,19 Muy baja correlación.

- b. De 0,20 a 0,39 Baja correlación.
- c. **De 0,40 a 0,59 Moderada correlación.** ($Tau - b = 0,569$)
- d. De 0,60 a 0,79 Buena correlación.
- e. De 0,80 a 1,00 Muy buena correlación

Existe *relación directa* ($Tau - b = 0,569 = 56,9\%$) entre la *capacidad de sintetizar* y el *aprendizaje de logaritmos* de los estudiantes del VII ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani de la provincia de Canchis – Cusco – 2020.

Tabla 16

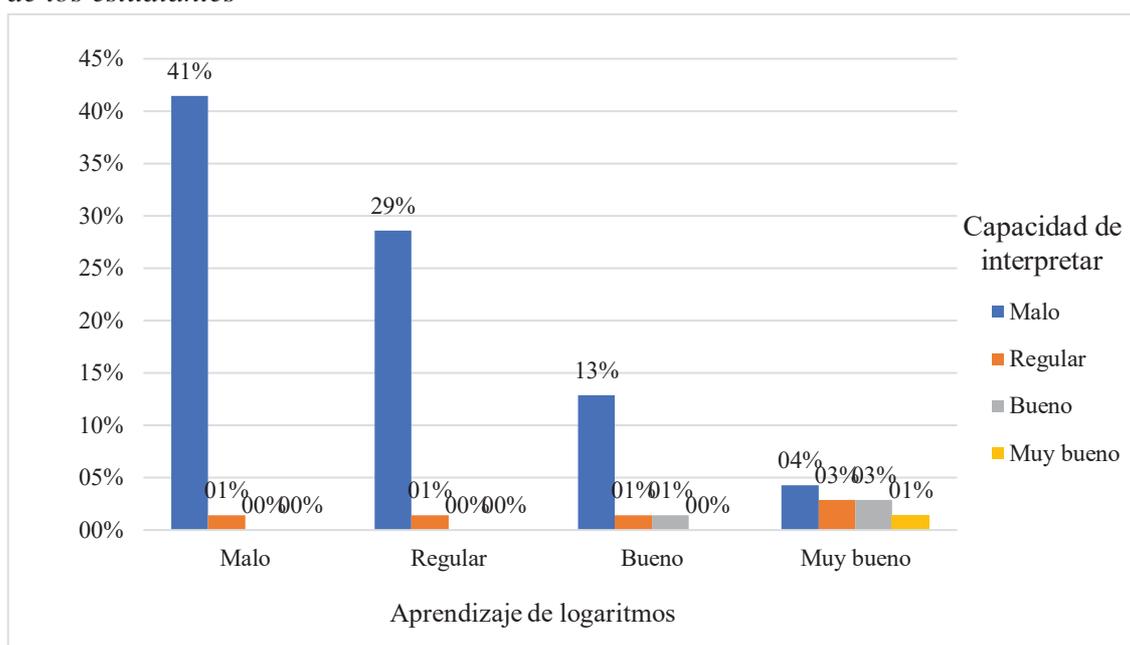
Resultados contingentes entre la capacidad de interpretar y aprendizaje de logaritmos de los estudiantes

Capacidad de interpretar	Aprendizaje de logaritmos								Total	
	Malo		Regular		Bueno		Muy bueno		fi	ni%
	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%		
Malo	29	41,4%	20	28,6%	9	12,9%	3	4,3%	61	87,1%
Regular	1	1,4%	1	1,4%	1	1,4%	2	2,9%	5	7,1%
Bueno	0	0,0%	0	0,0%	1	1,4%	2	2,9%	3	4,3%
Muy bueno	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	1	1,4%	1	1,4%
Total	30	42,9%	21	30,0%	11	15,7%	8	11,4%	70	100,0%

Fuente: Resultados en SPSS v24.

Figura 15

Porcentajes consolidados entre la capacidad de interpretar y el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes



Fuente: Elaboración propia, en base a la encuesta realizada.

Análisis e interpretación:

De los resultados de la Tabla 16 y la Figura 15, se observa que la capacidad de interpretar de los estudiantes presentan proporciones similares con el aprendizaje de logaritmos, lo cual demuestra la relación entre ellos; en la medida de que el nivel de la capacidad de interpretar sea malo, donde se desarrollan la capacidad de explorar y relacionar, incide una relación directa con el aprendizaje de logaritmos en un nivel malo llegando a alcanzar el 41,4%; de igual forma, si el nivel de la capacidad de interpretar es muy bueno, eso incide de forma directa con el aprendizaje de logaritmos en un nivel muy bueno representado por el 1,4%. Por lo tanto, se observa que la afinidad entre ambos factores denota la importancia de la capacidad de interpretar para alcanzar un nivel de aprendizaje de logaritmos.

A. Prueba estadística

Hipótesis de contraste

H₀: La capacidad de interpretar NO se relaciona con el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes.

H₁: La capacidad de interpretar se relaciona con el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes.

Nivel de significancia

$$\alpha = 0,05 = 5\%$$

Estadístico de prueba: Prueba de independencia chi-cuadrado

	Valor	df	Significación asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	25,712 ^a	9	0,002
Razón de verosimilitud	19,429	9	0,022
Asociación lineal por lineal	17,320	1	0,000
N de casos válidos	70		

a. 12 casillas (75,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es ,11.

$$x^2 = 25,712$$

$$p\text{-valor (significancia asintótica)} = 0,002$$

Se acepta H_1 y se rechaza H_0 :

H_1 : La capacidad de interpretar se relaciona con el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes. ($p - valor = 0,000 < 0,05$)

B. Prueba estadística de la fuerza de relación**Interpretar el valor de “Tau-b”:**

- a. De 0,00 a 0,19 Muy baja correlación.
- b. De 0,20 a 0,39 Baja correlación. ($Tau - b = 0,384$)**
- c. De 0,40 a 0,59 Moderada correlación.
- d. De 0,60 a 0,79 Buena correlación.
- e. De 0,80 a 1,00 Muy buena correlación

Existe *relación directa* ($Tau - b = 0,384 = 38,4\%$) entre la *capacidad de interpretar* y el *aprendizaje de logaritmos* de los estudiantes del VII ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani de la provincia de Canchis – Cusco – 2020.

Tabla 17

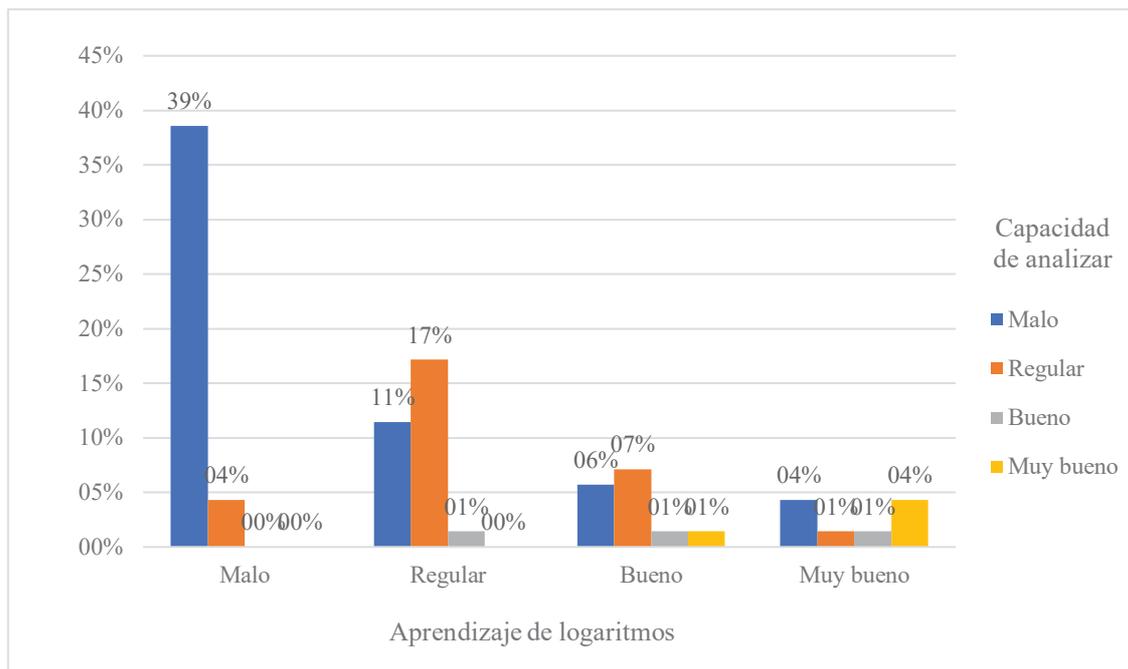
Resultados contingentes entre la capacidad de analizar y aprendizaje de logaritmos de los estudiantes

Capacidad de analizar	Aprendizaje de logaritmos								Total	
	Malo		Regular		Bueno		Muy bueno			
	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%	fi	ni%
Malo	27	38,6%	8	11,4%	4	5,7%	3	4,3%	42	60,0%
Regular	3	4,3%	12	17,1%	5	7,1%	1	1,4%	21	30,0%
Bueno	0	0,0%	1	1,4%	1	1,4%	1	1,4%	3	4,3%
Muy bueno	0	0,0%	0	0,0%	1	1,4%	3	4,3%	4	5,7%
Total	30	42,9%	21	30,0%	11	15,7%	8	11,4%	70	100,0%

Fuente: Resultados en SPSS v24.

Figura 16

Porcentajes consolidados entre la capacidad de analizar y el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes



Fuente: Elaboración propia, en base a la encuesta realizada.

Análisis e interpretación:

De los resultados de la Tabla 17 y la Figura 16, se observa que la capacidad de analizar de los estudiantes presentan proporciones similares con el aprendizaje de logaritmos, lo cual demuestra la relación entre ellos; en la medida de que el nivel de la capacidad de analizar sea malo, donde se desarrollan la capacidad de identificar u caracterizar, incide una relación directa con el aprendizaje de logaritmos en un nivel malo llegando a alcanzar el 38,6%; de igual forma, si el nivel de la capacidad de analizar es muy bueno, eso incide de forma directa con el aprendizaje de logaritmos en un nivel muy bueno representado por el 4,3%. Por lo tanto, se observa que la afinidad entre ambos factores denota la importancia de la capacidad de analizar para alcanzar un nivel de aprendizaje de logaritmos.

A. Prueba estadística

Hipótesis de contraste

H_0 : La capacidad de analizar NO se relaciona con el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes.

H_1 : La capacidad de analizar se relaciona con el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes.

Nivel de significancia

$$\alpha = 0,05 = 5\%$$

Estadístico de prueba: Prueba de independencia chi-cuadrado

	Valor	df	Significación asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	39,156 ^a	9	0,000
Razón de verosimilitud	35,150	9	0,000
Asociación lineal por lineal	21,381	1	0,000
N de casos válidos	70		

a. 11 casillas (68,8%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es ,34.

$$x^2 = 39,156$$

$$p\text{-valor (significancia asintótica)} = 0,000$$

Se acepta H₁ y se rechaza H₀:

H₁: La capacidad de analizar se relaciona con el aprendizaje de logaritmos de los estudiantes.

$$(p\text{-valor} = 0,000 < 0,05)$$

B. Prueba estadística de la fuerza de relación**Interpretar el valor de “Tau-b”:**

- De 0,00 a 0,19 Muy baja correlación.
- De 0,20 a 0,39 Baja correlación.
- De 0,40 a 0,59 Moderada correlación. (Tau – b = 0,496)**
- De 0,60 a 0,79 Buena correlación.
- De 0,80 a 1,00 Muy buena correlación

Existe *relación directa* (Tau-b = 0,496 = 49,6%) entre la *capacidad de analizar* y el *aprendizaje de logaritmos* de los estudiantes del VII ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani de la provincia de Canchis – Cusco – 2020.

5.3. Discusión de resultados

Los resultados de la investigación a través del análisis descriptivo e inferencial demuestran que el pensamiento abstracto interviene directamente en el proceso de aprendizaje de logaritmos, demostrándose primigeniamente la relación entre las dos variables para luego demostrar la fuerza de la relación entre ambas variables mediante la correlación de Kendall $= 0,702$; por tanto, es posible indicar la validez o aceptación de la hipótesis alterna: *Existe relación directa entre el pensamiento abstracto con el aprendizaje de logaritmos del Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.*

Respecto a los hallazgos del estudio y para completar con los alcances de otros estudios se tuvo el estudio realizado por Rodríguez y Rodríguez (2012), quienes realizaron un estudio específico del pensamiento abstracto y la forma en como interviene en el razonamiento lógico – matemático en niños de segundo año, evidenciando que los niños tienen el temor de para resolver problemas lógico – matemáticos, de manera que esta capacidad no se desarrolla adecuadamente, debido a que no se enseña desde los primeros años, de tal forma es necesario el uso de estrategias metodológicas para docentes, de tal forma es necesario el adecuado desarrollo del pensamiento abstracto para que los niños puedan resolver problemas lógico – matemáticos, en relación con los resultados hallados en la investigación, donde también se evidencia la importancia del pensamiento abstracto para un mejor aprendizaje de logaritmos en estudiantes del tercer grado, entendiéndose que los logaritmos es una forma más fácil de realizar multiplicación porque entre multiplicar y suma es más fácil sumar, esto contribuye a que los estudiantes puedan realizar multiplicaciones muy tediosas de forma más sencilla, pero comprender como operar con logaritmos conlleva al desarrollo de una adecuado de la abstracción, capacidad “*destinada a aislar conceptualmente una propiedad o función concreta de un objeto, y pensar qué es, ignorando otras propiedades del objeto en cuestión*”.

CONCLUSIONES

Primera:

Los hallazgos de la investigación validan y determinan la relación directa del pensamiento abstracto con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo, de tal forma que un adecuado desarrollo de la capacidad de deducir, sintetizar, interpretar y analizar la información conlleva a que el estudiante se encuentre en la capacidad y predisposición de un mejor aprendizaje en el Área de Matemática, y con mayor razón en el aprendizaje de logaritmos, debido a la exigencia en cuanto a su comprensión, porque es una forma más fácil de realizar las multiplicaciones, solamente a través de sumas. Dicho hallazgo se valida por los estadígrafos Chi cuadrado de Pearson $\chi^2 = 34,252$ y con una buena fuerza de relación de Tau-B = 0,702.

Segunda:

La capacidad de deducción de los estudiantes, es decir, si efectúan apropiadamente la forma de explorar los hechos o causas, así como compararlos en las situaciones reales o en los enunciados o conceptos que se les alcance en el desarrollo de un tema específico, esto directamente está asociada con el aprendizaje de logaritmos, posibilitando que efectúen una mejor comprensión del problema, búsqueda de estrategias para dar soluciones a problemas con logaritmos. Dicho hallazgo se valida por los estadígrafos Chi cuadrado de Pearson $\chi^2 = 55,675$ y con una buena fuerza de relación de Tau-B = 0,520.

Tercera:

La capacidad de sintetizar la información es agrupar y convertir las ideas de forma más sencilla y comprensible, evitando abarcar demasiado, para lograr un mejor aprendizaje de los logaritmos, por parte de los estudiantes, lo cual contribuye directamente en mejorar la búsqueda de estrategias y su adecuada selección para resolver problemas con logaritmos. Dicho hallazgo se valida por los estadígrafos Chi cuadrado de Pearson $\chi^2 = 50,276$ y con una buena fuerza de relación de Tau-B = 0,569.

Cuarta:

La capacidad de interpretación de la información, por parte de los estudiantes, mediante una adecuada explicación y la forma de relacionar con los datos más relevantes, contribuye directamente en el aprendizaje de los logaritmos, facilitando en la ejecución de las estrategias convenientes para dar solución a los problemas o casos que involucren a los logaritmos. Dicho hallazgo se valida por los estadígrafos Chi cuadrado de Pearson $\chi^2 = 25,712$ y con una buena fuerza de relación de Tau-B = 0,384.

Quinta:

La capacidad de analizar la información que se le presenta a los estudiantes, posible mediante una apropiada caracterización e identificación de los datos más relevantes o ideas principales, esto favorece en el aprendizaje de los logaritmos, especialmente para realizar una reflexión del procedimiento ejecutado, al momento de solucionar problemas de logaritmos o relacionados a este. Dicho hallazgo se valida por los estadígrafos Chi cuadrado de Pearson $\chi^2 = 39,156$ y con una buena fuerza de relación de Tau-B = 0,496.

RECOMENDACIONES

Primera:

Proponer a la coordinación del Área de Matemática para que implementen un plan de intervención e implementación de estrategias, para mejorar el aprendizaje de los estudiantes en el Área de Matemática, de tal forma para posibilitar a través de problemas reales la enseñanza de la matemática, partiendo de esta forma de casos en los cuales es necesario aplicar soluciones prácticas a partir del uso de los logaritmos o diversas formas de solucionar el problema, partiendo del contexto real del estudiante.

Segunda:

Sugerir a los docentes del Área de Matemática, para que en sus diferentes sesiones de aprendizaje incidan en la capacidad de deducir, para seleccionar las estrategias adecuadas para mejorar esta capacidad, especialmente se propone los juegos de estrategias como el ajedrez para contribuir en la exploración y comparación de soluciones o movimientos de fichas.

Tercera:

Invocar a los docentes del Área de Matemática, para elaborar una ficha que refuerce la capacidad de síntesis, mediante lecturas específicas, ejemplos y ejercicios sencillos que contribuya con la capacidad de agrupar y convertir la información de forma más sencilla y fácil de comprender para los estudiantes.

Cuarta:

Sugerir a los docentes de aula del Área de Matemática, que implementen fichas que contribuyan a la capacidad de interpretar, es decir, a mejorar la capacidad de explicar y relacionar las ideas previstas en los enunciados de cada tema específico del Área de Matemática, asimismo mediante la implementación de una rúbrica que favorezca su calificación y análisis del nivel de capacidad de interpretación de los estudiantes.

Quinta:

Es importante que los docentes del Área de Matemática se comience cada sesión de aprendizaje considerando problemas específicos de su vida cotidiana que le permitan realizar una identificación particular del problema además de caracterizarlos para implementar las estrategias de solución más adecuado para este problema.

BIBLIOGRAFÍA

- Abrate, R. S., & Pochulu, M. D. (2007). Ideas para la clase de logaritmos. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 1(10), 77-94.
- Alonso, D., & Fuentes, L. (2001). Mecanismos cerebrales del pensamiento matemático. *Revista de Neurología*, 33(6), 568-576.
- Añorga, J. (2006). *Leyes Principios Educación Avanzada Proceso de Mejoramiento Profesional y Humano*. La Habana: Centro Nacional de Estudios de Educación Avanzada.
- Arboleda, J. C. (2013). Hacia un nuevo concepto de pensamiento y comprensión. *Boletín Redipe*, 1(1), 6-14.
- Cachuay, Y., & Jorge, Z. (2013). *Aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas utilizando el software educativo Derive en estudiantes de quinto de secundaria-Huancayo*. Huancayo: Universidad Nacional del Centro del Perú.
- Calderón, N. E., Mejía, E. R., & Murillo, N. G. (2014). *La autoestima y el aprendizaje en el área de personal social de los estudiantes del sexto grado de educación primaria de la institución educativa N°1190 Felipe Huamán Poma de Ayala, del distrito de Lurigancho-Chosica, Ugel N°06, 2014*. Lima: Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.
- Castañeda, J., Centeno, S., Lomelí, L. M., Lasso, M. d., & Nava, M. d. (2007). *Aprendizaje y desarrollo*. México DF: Umbral.
- Ccama, H. L., & Yana, E. (2019). *Método aprendizaje basado en problemas y desarrollo del pensamiento crítico en estudiantes de cuarto grado de secundaria de la institución educativa de aplicación Fortunato L. Herrera, Cusco - 2018*. Cusco: Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco.
- Chulde, M. A., & Morillo, M. M. (2012). *Incidencia del desarrollo del pensamiento abstracto en el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de los terceros años de bachillerato de la especialidad fisicomatemático de los colegios "Ibarra" y Universitario UTN de la provincia de Imbabura*. Ibarra, Ecuador: Universidad Técnica del Norte.
- De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 1(43), 19-58.
- De Olivera, K. (2015). Desarrollo del razonamiento lógico y abstracto en la formación del ingeniero. *Revista Ciencias de la Educación*, 26(47), 401-416.
- Delval, J. (2001). *Aprender a aprender*. Madrid: Alhambra Longman.

- Ferreira, H., & Pedrazzi, G. (2007). *Teorías y enfoques psicoeducativos de aprendizaje*. Buenos Aires: Noveduc.
- Guétmanova, A. (1989). *Lógica*. Moscú: Progreso.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. d. (2014). *Metodología de la investigación científica* (Sexta ed.). México DF: McGraw Hill Interamericana Editores S.A. de C.V.
- Isase, V. E. (2017). *Aprendizaje en el área de matemática en estudiantes del 5.º de secundaria de la Institución Educativa Politécnico del Callao, 2016*. Lima: Universidad César Vallejo.
- Jaramillo, L. M., & Puga, L. A. (2016). El pensamiento lógico-abstracto como sustento para potenciar los procesos cognitivos en la educación. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*, 1(21), 31-55.
- Laura, L. M., & Saravia, A. (2017). *Razonamiento abstracto y el pensamiento deductivo*. Huancavelica: Universidad Nacional de Huancavelica.
- Lázaro, D. B. (2012). *Estrategias didácticas y aprendizaje de la matemática en el programa de estudios por experiencia laboral*. Lima: Universidad San Martín de Porres.
- Ministerio de Educación. (2016). *Programa curricular de educación secundaria*. Lima: Dirección de Imprenta - Minedu.
- Ministerio de Educación. (2017). *Programa curricular del nivel secundaria*. Lima: Dirección de Imprenta - Minedu.
- Ministerio de Educación. (2020). *Orientación pedagógica en la enseñanza aprendizaje a distancia. Docentes de nivel secundaria*. Lima: Dirección de Imprenta - Minedu.
- Pérez, A. (25 de abril de 2021). *¿Qué es el pensamiento abstracto y por qué necesitas potenciarlo?* Obtenido de OBS Business School: <https://obsbusiness.school/es/blog-project-management/habilidades-intrapersonales-de-project-manager/que-es-el-pensamiento-abstracto-y-por-que-necesitas-potenciarlo>
- Ramos, N. P., Santa Cruz, V. M., & Tito, T. A. (2015). *Relación entre material educativo y desarrollo del pensamiento matemático en niños de 5 años de la institución educativa Madre María Auxiliadora N°036 San Juan de Lurigancho-Lima*. Lima: Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.
- Rodríguez, E. C. (2007). Pensamiento algorítmico, tecnología y aprendizaje de la matemática numérica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 730-735.

- Rodríguez, F. A., & Rodríguez, B. A. (2012). *Pensamiento abstracto en el razonamiento lógico – matemático de los niños de segundo año de educación general básica. Propuesta: diseño y ejecución de guía con estrategias metodológicas para docentes*. Guayaquil, Ecuador: Universidad de Guayaquil.
- Rojas, J. T. (2017). El pensamiento Abstracto a partir de la interdisciplinariedad de las Matemáticas. *Eco matemático*, VIII(S1), 51-53.
- Rojas, M. A., & Quituzaca, E. J. (2015). *Guía didáctica de funciones exponenciales y logarítmicas aplicando el aprendizaje basado en problemas para terceros del bachillerato general unificado*. Cuenca: Universidad de Cuenca.
- Ruiz, Y. M. (2011). Aprendizaje de las matemáticas. *Temas para la Educación. Revista Digital para Profesionales de la Enseñanza*, 1(14), 1-8.
- Sanabria, M. D. (2016). *El concepto de logaritmo: una revisión histórica, bibliográfica y una propuesta didáctica en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico*. Provincia de Buenos Aires: Universidad Nacional de Centro.
- Sánchez, H., & Reyes, C. (2017). *Metodología y diseños en la investigación científica*. Lima: Business Suport Aneth SRL.
- Sarmiento, M. (2004). *enseñanza de las matemáticas y las nuevas tecnologías de la información y comunicación*. Tarragona: Universidad Pública de Tarragona.
- Triola, M. (2004). *Estadística*. México DF: Pearson Educación.
- Tzoc, A. S. (2014). *La didáctica de la matemática y su incidencia en el desarrollo cognitivo del estudiante, para el aprendizaje de la matemática*. Mazatenango: Universidad de San Carlos de Guatemala.
- Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco. (2017). *Líneas de investigación UNSAAC 2021*. Cusco, Perú: Vicerrectorado de Investigación.
- Villegas, L., Marroquín, R., Del Castillo, V., & Sánchez, R. (2014). *Teoría y praxis de la investigación científica*. Lima: Editorial San Marcos E.I.R.L.

ANEXOS

Anexo 1. Matriz de consistencia

Tema: Pensamiento abstracto y aprendizaje de los logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.

PROBLEMA	OBJETIVOS	MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL	HIPÓTESIS	VARIABLES/ DIMENSIONES	METODOLOGÍA
General	General	1. Pensamiento abstracto	General	Variable X: Pensamiento abstracto.	Tipo de investigación: Investigación básica, pura o fundamental.
¿Cuál es la relación del pensamiento abstracto en el aprendizaje de logaritmos del Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020?	Determinar la relación del pensamiento abstracto con el aprendizaje de logaritmos del Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.	1.1. Definición de abstracción 1.2. Proceso de abstracción 2. Naturaleza de las matemáticas 2.1. Abstracción y representación simbólica 2.2. Enunciados matemáticos	Existe relación directa entre el pensamiento abstracto con el aprendizaje de logaritmos del Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.	Dimensiones <ul style="list-style-type: none"> ▪ Capacidad de deducir ▪ Capacidad de sintetizar ▪ Capacidad de interpretar ▪ Capacidad de analizar 	Nivel de la investigación: Correlacional.
Secundarias	Secundarias	3. Educación matemática 3.1. El conocimiento como abstracción 4. Logaritmos Definición 5. Función logarítmica 6. Definición 7. Currículo Nacional 7.1. Área de Matemática 7.2. Competencias 7.3. Capacidades	Secundarias	Variable Y: Aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática.	Método de la investigación: Hipotético-Deductivo
a) ¿Cuál es la relación de la capacidad de deducir con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020? b) ¿Cuál es la relación de la capacidad de sintetizar con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII	a) Establecer la relación de la capacidad de deducir con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020. b) Establecer la relación de la capacidad de sintetizar con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución		a) Existe relación directa entre la capacidad de deducir con el aprendizaje de logaritmos del Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020. b) Existe relación directa entre la capacidad de sintetizar con el aprendizaje de logaritmos del Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución	Dimensiones <ul style="list-style-type: none"> ▪ Familiarización con el problema ▪ Búsqueda de estrategias ▪ Selección y ejecución de estrategias convenientes ▪ Reflexión del procedimiento ejecutado 	Diseño de investigación: Transversal correlacional (No experimental)
					Designo de investigación: Transversal correlacional (No experimental)
					Población: Está conformada por todos los estudiantes del VII Ciclo que asciende a un total de 308.
					Muestreo: No probabilístico por conveniencia.
					Técnica: Encuesta
					Instrumentos: A. Cuestionario de pensamiento abstracto. B. Cuestionario de aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática.

<p>Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020?</p> <p>c) ¿Cuál es la relación de la capacidad de interpretar con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020?</p> <p>d) ¿Cuál es la relación de la capacidad de analizar con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020?</p>	<p>Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.</p> <p>c) Establecer la relación de la capacidad de interpretar con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.</p> <p>d) Establecer la relación de la capacidad de analizar con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.</p>		<p>Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.</p> <p>c) Existe relación directa entre la capacidad de interpretar con el aprendizaje de logaritmos del Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.</p> <p>d) Existe relación directa entre la capacidad de analizar con el aprendizaje de logaritmos del Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.</p>		
--	--	--	--	--	--

Anexo 2. Matriz de operacionalización

Tema: Pensamiento abstracto y aprendizaje de los logaritmos en el Área de Matemática de los estudiantes del VII Ciclo de la Institución Educativa Jorge Chávez de Marangani – Canchis – Cusco, 2020.

VARIABLE (S)	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADORES	ESCALA DE MEDICIÓN
Pensamiento abstracto	Es la capacidad de asumir un marco mental (hace referencia a la capacidad intelectual o aptitud como rasgo fijo o cambiante de la persona o estudiante) de manera voluntaria. Involucra la posibilidad de cambiar, a voluntad, de una determinada situación a otra, de descomponer el todo en partes y de analizar de forma simultánea distintos aspectos de una misma realidad. (Rojas, 2017, p. 52)	El pensamiento abstracto es beneficioso para desarrollar el análisis y síntesis de nuevos aprendizajes, donde la velocidad de la capacidad cognitiva de los estudiantes le permite deducir, sintetizar, analizar e interpretar. (Jaramillo & Puga, 2016, p. 41)	▪ Capacidad de deducir	- Explorar. - Comparar.	Deficiente. Regular. Bueno. Muy bueno.
			▪ Capacidad de sintetizar	- Agrupar. - Convertir.	
			▪ Capacidad de interpretar	- Explicar. - Relacionar.	
			▪ Capacidad de analizar	- Identificar. - Caracterizar.	
Aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática	Es el proceso en el cual el estudiante adquiere nuevas habilidades, destrezas, capacidades, conocimientos y valores como resultado de su experiencia, razonamiento y observación. En el aprendizaje de la matemática se fundamenta en el pensamiento matemático, entendiéndose como la capacidad para pensar sobre el mundo en términos numéricos. (Alonso & Fuentes, 2001, pp.	El aprendizaje de la Matemática en Secundaria se fundamenta en la formación de ciudadanos capaces de buscar, organizar, sistematizar y analizar la información de su entorno para entenderlo e interpretarlo, desenvolviéndose con la capacidad de tomar decisiones pertinentes y resolver problemas en las distintas situaciones,	▪ Familiarización con el problema	- Relaciones e incógnitas. - Comprensión del problema.	1 = Correcto. 0 = Incorrecto.
			▪ Búsqueda de estrategias	- Activar saberes previos. - Indagar, proponer y ejemplificar ideas.	
			▪ Selección y ejecución de estrategias convenientes	- Establecer analogías. - Establecer el orden de las acciones o hechos.	
			▪ Reflexión del procedimiento ejecutado	- Análisis de los pasos seguidos. - Formalización empírica y estricta.	

	568-569; Rodríguez, 2007, p, 731)	utilizando las estrategias y conocimientos matemáticos (Ministerio de Educación, 2016, pp.147-148). El estudio considera los procesos didácticos de la matemática: Familiarización con el problema, búsqueda de estrategias, llevar adelante la estrategia y reflexiona sobre el proceso que ha seguido (De Guzmán, 2007, pp.39-42).			
--	-----------------------------------	---	--	--	--

Fuente: Adaptado y revisado de Rojas (2017) y Jaramillo & Puga (2016) con respecto al pensamiento abstracto en las matemáticas y el Programa Curricular de Educación Secundaria dado por el Ministerio de Educación (2016) en relación con el aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática.

Anexo 3. Matriz de operacionalización de los instrumentos de investigación

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍTEMS	#ÍTEMS	%	ESCALA VALORATIVA	INSTRUMENTO
Pensamiento abstracto	1.1. Capacidad de deducir	1.1.1. Explorar	<p>Pregunta 2. Según la regla de los exponentes, resuelve:</p> <p>a) Hallar el valor de $A - B$ Datos: $A = \underbrace{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot \dots \cdot 2^2}_{2^3 \text{ veces}}$ $B = 4^7 + 4^7 + 4^7 + 4^7$</p> <p>Solución: Cálculo de A $A = 4 \cdot 4$ Expresado en exponente sería: $A = \underline{\hspace{2cm}}$ Cálculo de B $B = 4^7 + 4^7 + 4^7 + 4^7$ Se suma 4 veces Expresado en exponente sería: ¿Qué paso previo realizaste? La factorización, escribe el paso previo $\underline{\hspace{2cm}}$ $B = 4 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$ Piden hallar: $A - B = \underline{\hspace{2cm}}$ $A - B = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	2	29%	Escala de medición: Ordinal Puntuación: Deficiente Regular Bueno Muy bueno	Cuestionario de Encuesta
		1.1.2. Comparar	<p>b) Hallar el valor de x. $2^{4^{2x-1}} = 4^{2^{x-1}}$ Efectuando y completando los espacios se tiene: $2 = (2)^{2^{x-1}}$</p>				

			<p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> $2^{4x-2} = 2^x$ <p>_____</p> $x = \frac{2}{\dots}$ <p>¿Por qué se debe buscar bases iguales y escribe la ley de exponente respectiva?</p> <p>_____</p>				
	1.2. Capacidad de sintetizar	1.2.1. Agrupar	<p>Pregunta 3. Determine cuales exponentes deben ser colocados en el área sombreada para hacer verdadera cada proposición. Cada área sombreada puede representar un exponente diferente. Agrupe la secuencia más pertinente y mencione el paso mostrando las conversiones previas (operaciones parciales)</p> $\left(\frac{5}{x^{\square}} \right)^{\square} = \frac{125}{x^6}$ <p>El paso previo es:</p> <p>_____</p>	1	14%		
		1.2.2. Convertir					
	1.3. Capacidad de interpretar	1.3.1. Explicar	<p>Pregunta 4. Revisa previamente la regla de exponente. Responde cada ejercicio y relaciona a que regla corresponde:</p>	2	29%		

			<p>Para responder recuerda la siguiente ley de exponentes:</p> $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ <p>a) Efectúa y explica porque $(-4)^{-2}$ es positivo.</p>				
		1.3.2. Relacionar	b) Efectúa y explica porque $(-2)^{-3}$ es negativo.				
	1.3.3. Capacidad de analizar	1.3.4. Identificar	<p>Pregunta 1. Teniendo en cuenta la regla de los exponentes, resuelve los siguientes ejercicios:</p> <p>a) Identifica a cuál regla de los exponentes pertenece la siguiente expresión:</p> $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3} = \frac{5^3}{3^3} = \frac{125}{27}$ <p>Para recordar completa la siguiente igualdad:</p> $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(-\right)^n$, se denomina ley de exponente _____.	2	29%		
		1.3.5. Caracterizar	<p>b) Simplifica la siguiente expresión y caracteriza cada paso que realizas: $\left(\frac{x^2}{y^3}\right)^{-4}$</p> <p>Aplicando la ley de exponente negativo resulta (Además escribe la ley respectiva):</p>				
Aprendizaje de logaritmos en el Área de Matemática	2.1. Familiarización con el problema	2.1.1. Relaciones e incógnitas.	<p>Se propone el siguiente ejercicio:</p> <p>Al realizar el siguiente experimento químico, el cual consiste en bombardear un átomo de uranio con neutrones, su núcleo se divide en dos núcleos más livianos, liberando energía y 3 neutrones. Bajo ciertas condiciones, es decir, si existe una masa crítica de</p>	2	20%	Escala de medición: Dicotómica	Cuestionario de Encuesta
		2.1.2. Comprensión del problema.					

			<p>uranio, se inicia una reacción en cadena, cada uno de los tres neutrones liberados choca al núcleo de otro átomo, al que dividen en dos núcleos, liberando en cada colisión gran cantidad de energía y 3 neutrones y así sucesivamente. (Sanabria, 2016, pp. 47-56)</p> <p>Resuelve:</p> <p>a) ¿Por qué los átomos del uranio se dividen en dos núcleos, liberando energía y 3 neutrones?</p> <p>_____</p> <p>_____</p>			0=Incorrecto 1= Correcto													
2.2. Búsqueda de estrategias	2.2.1. Activar saberes previos.	2.2.2. Indagar, proponer y ejemplificar ideas.	<p>Calcula y escribe los resultados faltantes en las casillas sombreadas:</p> <p>Ten en cuenta que “n” representa el número de veces que multiplicas (progresión aritmética), que también viene a ser el exponente de base.</p> <p>Tabla 1. Potencias de base 2 y 3 con exponente natural.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>n</th> <th>2^n</th> <th>3^n</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>4</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>8</td> <td>27</td> </tr> </tbody> </table> <p>De la tabla se tiene que 2 es el exponente por elevar el 3 para obtener 9, es decir $\log_2 9 = 3$</p> <p>A continuación, marca la respuesta correcta:</p> <p>a) $\log_2 5 = 56$; <i>anti</i> $\log_2 56 = 5$</p> <p>b) $\log_3 27 = 3$; <i>anti</i> $\log_3 3 = 27$</p>	n	2^n	3^n	1	2	3	2	4	9	3	8	27	2	20%		
	n		2^n	3^n															
1	2	3																	
2	4	9																	
3	8	27																	
2.3. Selección y ejecución de estrategias convenientes	2.3.1. Establecer analogías.	2.3.2. Establecer el orden de las	<p>b) ¿Cuántos neutrones liberados en total hay al cabo de 2 choques? ¿Y al cabo de 3?</p> <p>Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta, el razonamiento dado en la tabla 1.</p>	4	40%														

		acciones o hechos.	<p>Tabla 2. Cantidad de neutrones liberados</p> <table border="1" data-bbox="875 260 1476 563"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Número de choques</th> <th colspan="2">Neutrones liberados</th> </tr> <tr> <th>Cantidad</th> <th>Expresando en exponentes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>3^0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>3</td> <td>3^1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>9</td> <td>3^2</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>27</td> <td>3^3</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Responde a la pregunta “a” del ejercicio: Completa tu respuesta.</p> <p>a) Al cabo de 2 choques: _____</p> <p>b) Al cabo de 3 choques: _____</p> <p>c) ¿En caso de que fueran 4 choques aplicando la siguiente fórmula de la ley de exponentes: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$? Para contestar correctamente observa detenidamente la tabla 2. Por ejemplo, considerando la formula anterior para calcular el número de neutrones liberados después de 3 choques sería: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ Reemplazando: $3^1 \cdot 3^2 = 3^{1+2} = 3^3 = 27$ Ahora haz lo mismo para los neutros liberados después de 4 choques.</p> <p>_____</p> <p>d) Utilizando los datos obtenidos anteriormente de la tabla 2, ¿Es posible calcular cuántos neutrones liberados habrá al cabo de 5 choques? Para responder correctamente recuerda las propiedades de los exponentes del ejercicio anterior</p> <p>a) Al cabo de 4 choques: _____</p>	Número de choques	Neutrones liberados		Cantidad	Expresando en exponentes	0	1	3^0	1	3	3^1	2	9	3^2	3	27	3^3	4						
Número de choques	Neutrones liberados																										
	Cantidad	Expresando en exponentes																									
0	1	3^0																									
1	3	3^1																									
2	9	3^2																									
3	27	3^3																									
4																											

	2.4. Reflexión del procedimiento ejecutado	2.4.1. Análisis de los pasos seguidos.	<p>e) ¿Cuántos choques fueron producidos si hay liberados 9 neutrones y 81neutrones? En cada caso adicionalmente escribe la expresión del logaritmo respectivo. Ejemplo: En 27 neutrones liberados: Se tienen 3 choques y su expresión en logaritmo es: $\log_3 27 = 3$. Es decir que en 27 neutrones liberados sería: $\log_3 27 = 3$</p> <p>a) En 9 neutrones liberados: _____ b) En 81 neutrones liberados: _____</p>	2	20%		
2.4.2. Formalización empírica y estricta.							

Fuente: El ejercicio de logaritmos pertenece al estudio realizado por Sanabria (2016, pp. 47-56) en relación con lo mencionado por De Guzmán (2007).

Anexo 4. Instrumentos de recolección de datos**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL
CUSCO****ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA****INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN**

Fecha de aplicación: ____ / ____ /2020

Nro. de encuesta: _____

Datos generales del estudiante:

Edad: _____ años.

Sexo: Masculino () Femenino ()

Grado y sección: _____

A. Cuestionario de pensamiento abstracto para estudiantes del tercer grado de secundaria**Instrucciones:**

Estimado estudiante.

A continuación, se tienen varias preguntas relacionadas con el pensamiento abstracto, las cuales deberás contestar teniendo en cuenta los criterios de la rúbrica de evaluación. Para responder cada pregunta lee atentamente el enunciado.

Pregunta 1. Teniendo en cuenta la regla de los exponentes, resuelve los siguientes ejercicios:

- a) Identifica a cuál regla de los exponentes pertenece la siguiente expresión:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-3} = \frac{5^3}{3^3} = \frac{125}{27}$$

Para recordar completa la siguiente igualdad:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{\quad}{\quad}\right)^n, \text{ se denomina ley de exponente } \underline{\hspace{2cm}}.$$

- b) Simplifica la siguiente expresión y caracteriza cada paso que realizas:

$$\left(\frac{x^2}{y^3}\right)^{-4}$$

Aplicando la ley de exponente negativo resulta (Además escribe la ley respectiva):

Paso 1 (menciona): _____

Paso 2 (menciona): _____

Expresión o respuesta final: _____

Pregunta 2. Según la regla de los exponentes, resuelve:

- a) Hallar el valor de $A - B$

Datos:

$$A = \underbrace{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot \dots \cdot 2^2}_{2^3 \text{ veces}}$$

2^3 veces

$$B = 4^7 + 4^7 + 4^7 + 4^7$$

Solución:

Cálculo de A

$$A = 4 \cdot 4$$

Expresado en exponente sería:

$$A = \underline{\hspace{2cm}}$$

Cálculo de B

$$B = 4^7 + 4^7 + 4^7 + 4^7$$

Se suma 4 veces

Expresado en exponente sería:

¿Qué paso previo realizaste? **La factorización**, escribe el paso previo: _____

$$B = 4 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$$

Piden hallar:

$$A - B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A - B = \underline{\hspace{2cm}}$$

b) Hallar el valor de x.

$$2^{4^{2x-1}} = 4^{2^{x-1}}$$

Efectuando y completando los espacios se tiene:

$$2 = (2)^{2^{x-1}}$$

$$2^{4x-2} = 2^x$$

$$x = \frac{2}{\dots}$$

¿Por qué se debe buscar bases iguales y escribe la ley de exponente respectiva?

Pregunta 3. Determine cuales exponentes deben ser colocados en el área sombreada para hacer verdadera cada proposición. Cada área sombreada puede representar un exponente diferente. Agrupe la secuencia más pertinente y mencione el paso mostrando las conversiones previas (operaciones parciales)

$$\left(\frac{5}{x} \right)^{\blacksquare} = \frac{125}{x^6}$$

El paso previo es:

Paso 1 (menciona): _____

Paso 2 (menciona): _____

Respuesta: _____

Pregunta 4. Revisa previamente la regla de exponente. Responde cada ejercicio y relaciona a que regla corresponde:

Para responder recuerda la siguiente ley de exponentes:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

- a) Efectúa y explica porque $(-4)^{-2}$ es positivo.

- b) Efectúa y explica porque $(-2)^{-3}$ es negativo.

B. Cuestionario de aprendizaje de logaritmos en el área de matemática para estudiantes del tercer grado de secundaria

Instrucciones:

Estimado estudiante.

A continuación, se te presenta un ejercicio respecto a los logaritmos, debiendo tener en cuenta que la calificación será vigesimal de 0 a 20 puntos.

Se propone el siguiente ejercicio:

Al realizar el siguiente experimento químico, el cual consiste en bombardear un átomo de uranio con neutrones, su núcleo se divide en dos núcleos más livianos, liberando energía y 3 neutrones. Bajo ciertas condiciones, es decir, si existe una masa crítica de uranio, se inicia una reacción en cadena, cada uno de los tres neutrones liberados choca al núcleo de otro átomo, al que dividen en dos núcleos, liberando en cada colisión gran cantidad de energía y 3 neutrones y así sucesivamente. (Sanabria, 2016, pp. 47-56)

Resuelve:

- a) ¿Por qué los átomos del uranio se dividen en dos núcleos, liberando energía y 3 neutrones?

Calcula y escribe los resultados faltantes en las casillas sombreadas:

Ten en cuenta que “ n ” representa el número de veces que multiplicas (progresión aritmética), que también viene a ser el exponente de base.

Tabla 1. Potencias de base 2 y 3 con exponente natural.

n	2^n	3^n
1	2	3
2	4	9
3	8	27

De la tabla se tiene que 2 es el exponente por elevar el 3 para obtener 9, es decir $\log_2 9 = 3$

A continuación, **marca la respuesta correcta**:

a) $\log_2 5 = 56$; $\text{anti log}_2 56 = 5$

b) $\log_3 27 = 3$; $\text{anti log}_3 3 = 27$

b) ¿Cuántos neutrones liberados en total hay al cabo de 2 choques? ¿Y al cabo de 3?

Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta, el razonamiento dado en la tabla 1.

Tabla 2. Cantidad de neutrones liberados

Número de choques	Neutrones liberados	
	Cantidad	Expresando en exponentes
0	1	3^0
1	3	3^1
2	9	3^2
3	27	3^3
4		

Responde a la pregunta “a” del ejercicio: Completa tu respuesta.

a) Al cabo de 2 choques: _____

b) Al cabo de 3 choques: _____

c) **¿En caso de que fueran 4 choques aplicando la siguiente fórmula de la ley de exponentes:**

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \text{ ? Para contestar correctamente observa detenidamente la tabla 2.}$$

Por ejemplo, considerando la formula anterior para calcular el número de neutrones liberados después de 3 choques sería:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Reemplazando:

$$3^1 \cdot 3^2 = 3^{1+2} = 3^3 = 27$$

Ahora haz lo mismo para los neutrones liberados después de 4 choques.

- d) **Utilizando los datos obtenidos anteriormente de la tabla 2, ¿Es posible calcular cuántos neutrones liberados habrá al cabo de 5 choques?** Para responder correctamente recuerda las propiedades de los exponentes del ejercicio anterior

Al cabo de 4 choques:

- e) **¿Cuántos choques fueron producidos si hay liberados 9 neutrones y 81 neutrones?** En cada caso adicionalmente escribe la expresión del logaritmo respectivo. Ejemplo: En 27 neutrones liberados: Se tienen 3 choques y su expresión en logaritmo es: $\log_3 27 = 3$.

Es decir que en 27 neutrones liberados sería: $\log_3 27 = 3$

a) En 9 neutrones liberados:

b) En 81 neutrones liberados:

Anexo 5. Rúbricas de calificación

Rúbrica para la calificación del cuestionario de pensamiento abstracto

Criterios	Niveles de desempeño			
	Deficiente (1 puntos)	Regular (3 puntos)	Bueno (4 puntos)	Muy bueno (5 puntos)
Capacidad de analizar	El estudiante no identifica y no caracteriza adecuadamente las reglas generales de la teoría de exponentes, raíces, radicales y logaritmos.	El estudiante identifica y caracteriza algunas de las reglas generales de la teoría de exponentes, raíces, radicales y logaritmos.	El estudiante identifica y caracteriza la mayoría de las reglas generales de la teoría de exponentes, raíces, radicales y logaritmos.	El estudiante identifica y caracteriza correctamente las reglas generales de la teoría de exponentes, raíces, radicales y logaritmos.
Capacidad de deducir	El estudiante no explora y no compara adecuadamente las reglas generales de la teoría de exponentes, raíces, radicales y logaritmos.	El estudiante explora y compara algunas de las reglas generales de la teoría de exponentes, raíces, radicales y logaritmos.	El estudiante explora y compara la mayoría de las reglas generales de la teoría de exponentes, raíces, radicales y logaritmos.	El estudiante explora y compara correctamente las reglas generales de la teoría de exponentes, raíces, radicales y logaritmos.
Capacidad de sintetizar	El estudiante no agrupa y no traduce adecuadamente las reglas generales de la teoría de exponentes, raíces, radicales y logaritmos.	El estudiante agrupa y traduce algunas de las reglas generales de la teoría de exponentes, raíces, radicales y logaritmos.	El estudiante agrupa y traduce la mayoría de las reglas generales de la teoría de exponentes, raíces, radicales y logaritmos.	El estudiante agrupa y traduce correctamente las reglas generales de la teoría de exponentes, raíces, radicales y logaritmos.
Capacidad de interpretar	El estudiante no explica y no relaciona adecuadamente las reglas generales de la teoría de exponentes, raíces, radicales y logaritmos.	El estudiante explica y relaciona algunas de las reglas generales de la teoría de exponentes, raíces, radicales y logaritmos.	El estudiante explica y relaciona la mayoría de las reglas generales de la teoría de exponentes, raíces, radicales y logaritmos.	El estudiante explica y relaciona correctamente las reglas generales de la teoría de exponentes, raíces, radicales y logaritmos.
Puntaje				
Observaciones:				

Anexo 7. Evidencias del trabajo de campo

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL
CUSCO**

 **ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA**

INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

Fecha de aplicación: 50 / 11 / 2020 Nro. de encuesta: 1

Datos generales del estudiante:
 Edad: 14 años.
 Sexo: Masculino () Femenino (X)
 Grado y sección: 3^o A

A. Cuestionario de pensamiento abstracto para estudiantes del tercer grado de secundaria

Instrucciones:

Estimado estudiante,

A continuación, se tienen varias preguntas relacionadas con el pensamiento abstracto, las cuales deberás contestar teniendo en cuenta los criterios de la rúbrica de evaluación. Para responder cada pregunta lee atentamente el enunciado.

Pregunta 1. Teniendo en cuenta la regla de los exponentes, resuelve los siguientes ejercicios:

a) Identifica a cuál regla de los exponentes pertenece la siguiente expresión: $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3} = \frac{5^3}{3^3} = \frac{125}{27}$

Para recordar completa la siguiente igualdad:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \text{ se denomina ley de exponente } \frac{b^n}{a^n}$$

b) Simplifica la siguiente expresión y caracteriza cada paso que realizas:

$$\left(\frac{x^2}{y^3}\right)^{-4}$$

Aplicando la ley de exponente negativo resulta (Además escribe la ley respectiva)

Paso 1 (menciona): $\left(\frac{x^2}{y^3}\right)^{-4} = \left(\frac{y^3}{x^2}\right)^4 = \frac{y^{12}}{x^8} = \frac{y^3}{x^2}$

Paso 2 (menciona): _____

Página 1 de 6

Expresión o respuesta final

Pregunta 2. Según la regla de los exponentes, resuelve:

a) Hallar el valor de $A - B$

Datos

$$A = \underbrace{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot \dots \cdot 2^2}_{2^4 \text{ veces}} = 4^8$$

$$B = 4^7 + 4^7 + 4^7 + 4^7$$

Solución:

Cálculo de A

$$A = 4 \cdot 4 = 4^8$$

Expresado en exponente sería

$$A = 4^8$$

Cálculo de B

$$B = 4^7 + 4^7 + 4^7 + 4^7$$

Se suma 4 veces

Expresado en exponente sería

¿Qué paso previo realizaste? La factorización, escribe el paso previo

$$B = 4 \cdot 4^7$$

Piden hallar

$$A - B = 0$$

$$A - B = 0$$

b) Hallar el valor de x.

$$2^{4^{2x-1}} = 4^{2^{x-1}}$$

Efectuando y completando los espacios se tiene

$$2 = (2^2)^{2^{x-1}}$$

$$2 = 2^{2^{x-1}}$$

$$2 = 2^{2^{x-1}}$$

$$2 = 2^{2^{-3}} = 2 = 2^{-8}$$

Calcula y escribe los resultados faltantes en las casillas sombreadas:

Ten en cuenta que «n» representa el número de veces que multiplicas (progresión aritmética), que también viene a ser el exponente de base.

Tabla 1. Potencias de base 2 y 3 con exponente natural

n	2 ⁿ	3 ⁿ
1	2	3
2	4	9
3	8	27

De la tabla se tiene que 2 es el exponente por elevar el 3 para obtener 9, es decir $\log_3 9 = 2$.

A continuación, marca la respuesta correcta:

a) $\log_2 5 = 56$; $\text{anti log}_2 56 = 5$

b) $\log_3 27 = 3$; $\text{anti log}_3 3 = 27$

b) ¿Cuántos neutrones liberados en total hay al cabo de 2 choques? ¿Y al cabo de 3?

Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta, el razonamiento dado en la tabla 1.

Tabla 2. Cantidad de neutrones liberados

Número de choques	Neutrones liberados	
	Cantidad	Expresando en exponentes
0	1	3 ⁰
1	3	3 ¹
2	9	3 ²
3	27	3 ³
4	36	3 ⁴

Responde a la pregunta «a» del ejercicio. Completa tu respuesta.

a) Al cabo de 2 choques: 9

b) Al cabo de 3 choques: 27

c) ¿En caso de que fueran 4 choques aplicando la siguiente fórmula de la ley de exponentes:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \text{ ? Para contestar correctamente observa detenidamente la tabla 2.}$$

Por ejemplo, considerando la fórmula anterior para calcular el número de neutrones liberados después de 3 choques sería:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$3^2 \cdot 3^3 = 3^{2+3} = 3^5 = 243$$