

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA,

INFORMÁTICA Y MECÁNICA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA



TESIS

**ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE UN
MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL
TEOREMA II DE VASCHY - BUCKINGHAM**

PRESENTADO POR:

Br. PERCY PACCO YLLA

Br. ARON JUSTO CHOQUE CHAUCA

**PARA OPTAR AL TÍTULO PROFESIONAL
DE INGENIERO MECÁNICO**

ASESOR:

Mgt. ARTURO MACEDO SILVA

CUSCO – PERÚ

2026



Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco

INFORME DE SIMILITUD

(Aprobado por Resolución Nro.CU-321-2025-UNSAAC)

El que suscribe, el Asesor Mg. ARTURO MACEDO SILVA
..... quien aplica el software de detección de similitud al
trabajo de investigación/tesis titulada: ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO
DINÁMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE
BAILEY APLICANDO EL TEOREMA DE
VASCHY-BUCKINGHAM

Presentado por: ARON JUSTO CHOQUE CHAUCA DNI N° 74586860 ;
presentado por: PERCY PACCÓ YLLA DNI N°: 77462936
Para optar el título Profesional/Grado Académico de INGENIERO
MECANICO

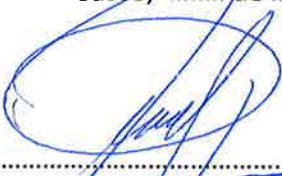
Informo que el trabajo de investigación ha sido sometido a revisión por 2 veces, mediante el
Software de Similitud, conforme al Art. 6° del **Reglamento para Uso del Sistema Detección de**
Similitud en la UNSAAC y de la evaluación de originalidad se tiene un porcentaje de 5%.

Evaluación y acciones del reporte de coincidencia para trabajos de investigación conducentes a grado académico o título profesional, tesis

Porcentaje	Evaluación y Acciones	Marque con una (X)
Del 1 al 10%	No sobrepasa el porcentaje aceptado de similitud.	<u>X</u>
Del 11 al 30 %	Devolver al usuario para las subsanaciones.	
Mayor a 31%	El responsable de la revisión del documento emite un informe al inmediato jerárquico, conforme al reglamento, quien a su vez eleva el informe al Vicerrectorado de Investigación para que tome las acciones correspondientes; Sin perjuicio de las sanciones administrativas que correspondan de acuerdo a Ley.	

Por tanto, en mi condición de Asesor, firmo el presente informe en señal de conformidad y **adjunto** las primeras páginas del reporte del Sistema de Detección de Similitud.

Cusco, 13 de Septiembre de 2026


.....
Firma

Post firma ARTURO MACEDO SILVA

Nro. de DNI 23821894

ORCID del Asesor 0000-0002-2794-949x

Se adjunta:

- Reporte generado por el Sistema Antiplagio.
- Enlace del Reporte Generado por el Sistema de Detección de Similitud: oid: 27259:623808117

ARON JUSTO y PERCY CHOQUE CHAUCA y PACCO ... ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE...

 Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:old:::27259:623808117

Fecha de entrega

13 sep 2026, 10:57 a.m. GMT-5

Fecha de descarga

13 sep 2026, 11:13 a.m. GMT-5

Nombre del archivo

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLIC....pdf

Tamaño del archivo

10.6 MB



277 páginas

67.459 palabras

344.394 caracteres

5% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Filtrado desde el informe

- Bibliografía
- Texto citado
- Texto mencionado
- Coincidencias menores (menos de 9 palabras)
- Trabajos entregados

Exclusiones

- N.º de coincidencias excluidas

Fuentes principales

- 5%  Fuentes de Internet
- 1%  Publicaciones
- 0%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Marcas de integridad

N.º de alertas de integridad para revisión

-  **Caracteres reemplazados**
471 caracteres sospechosos en N.º de páginas
Las letras son intercambiadas por caracteres similares de otro alfabeto.
-  **Texto oculto**
36 caracteres sospechosos en N.º de páginas
El texto es alterado para mezclarse con el fondo blanco del documento.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

Presentación

Señor decano de la Facultad de Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Informática y Mecánica de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco.

Señores miembros del jurado:

En cumplimiento de las disposiciones del Reglamento de Grados y Títulos vigentes en nuestra casa de estudios, presentamos el trabajo de investigación titulado *Estudio del comportamiento dinámico de un modelo a escala de puente Bailey aplicando el teorema II de Vaschy-Buckingham*, para optar al título profesional de Ingeniero Mecánico.

Bach. Aron Justo Choque Chauca

Bach. Percy Pacco Ylla

Agradecimientos

Expresamos nuestro más sincero agradecimiento a nuestro asesor, MSc. Arturo Macedo Silva, por su guía, paciencia y apoyo a lo largo del proyecto de investigación. Su experiencia, dedicación y consejos fueron fundamentales para el desarrollo de nuestra tesis, ayudándonos a cumplir con los objetivos planteados.

De igual manera, extendemos nuestra gratitud a los docentes de la Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica, quienes con su compromiso y vocación han sido una fuente constante de aprendizaje e inspiración durante nuestra formación profesional.

Aron Justo Choque Chauca

Percy Pacco Ylla

Resumen

Esta tesis estudió el comportamiento dinámico de un modelo físico de puente modular Bailey a escala 1:10 mediante el teorema II de Vaschy–Buckingham. El prototipo midió 21.28 m y pesó 31 702.75 kg. El modelo, fabricado en acero ASTM A36, midió 2.128 m y pesó 31.70 kg. Se realizó análisis modal experimental mediante martillo de impacto, acelerómetros triaxiales y funciones de respuesta en frecuencia. Las frecuencias naturales fueron 60.87, 78.02 y 120.35 Hz, con amortiguamientos de 1.532 %, 1.406 % y 0.319 %, respectivamente. En ensayos próximos a resonancia, la máxima velocidad RMS alcanzó 65.70 mm/s a 120 Hz; el esfuerzo equivalente máximo de von Mises fue 186.231 MPa a 78 Hz en SG-02, con factor de seguridad de 1.34. El daño por fatiga, calculado mediante Rainflow y Palmgren–Miner, fue 4.601×10^{-3} . La verificación de tres tornillos pretensados M3 clase 8.8, sometidos a una carga combinada de 579.7 N, obtuvo un margen contra deslizamiento de 1.59 y daño preliminar por fatiga de 7.88×10^{-4} por bloque. Se compararon los resultados experimentales con una formulación matricial en *Python* y un modelo de elementos finitos (FEM) en *ANSYS Workbench*. Los errores medios de frecuencia fueron 1.89 % y 4.47 %, mientras que los errores porcentuales absolutos medios de velocidad fueron 13.23 % y 9.44 %, respectivamente. Los tres métodos reprodujeron coherentemente los modos globales del sistema. Sin embargo, extrapolar los resultados al prototipo requiere validar conexiones, apoyos, amortiguamiento y cargas de servicio.

Palabras clave: Análisis modal experimental, Modelo a escala, Puente Bailey, Teorema II de Vaschy–Buckingham.

Abstract

The objective of this thesis was to investigate the dynamic behavior of a 1:10 physical scale model of a modular Bailey bridge using the Vaschy–Buckingham II theorem. The prototype measured 21.28 m and weighed 31 702.75 kg. Manufactured from ASTM A36 steel, the model measured 2.128 m and weighed 31.70 kg. The experimental modal analysis was performed using an impact hammer, triaxial accelerometers, and frequency response functions. Natural frequencies were 60.87, 78.02, and 120.35 Hz, with damping ratios of 1.532 %, 1.406 %, and 0.319 %, respectively. During tests near resonance, the maximum RMS velocity reached 65.70 mm/s at 120 Hz; the maximum von Mises equivalent stress was 186.231 MPa at 78 Hz at SG-02, with a safety factor of 1.34. Fatigue damage, calculated using Rainflow counting and the Palmgren–Miner rule, was 4.601×10^{-3} . A complementary verification of three preloaded class 8.8 M3 screws subjected to a combined load of 579.7 N yielded a slip margin of 1.59 and preliminary fatigue damage of 7.88×10^{-4} per block. Experimental results were compared with a matrix formulation in *Python* and a finite element model (FEM) in *ANSYS Workbench*. Mean frequency errors were 1.89 % and 4.47 %, while mean absolute percentage errors for velocity were 13.23 % and 9.44 %, respectively. The three methods consistently reproduced the global vibration modes of the modular Bailey bridge system. However, extrapolating these results to the prototype requires validation of connections, supports, damping, and service loads.

Keywords: Bailey bridge, Experimental modal analysis, Scale model, Vaschy–Buckingham II theorem.

Introducción

El presente trabajo de investigación estudia el comportamiento dinámico de un modelo físico a escala de un puente Bailey, construido mediante las leyes de similitud del teorema II de Vaschy–Buckingham (Buckingham, 1914) y evaluado mediante análisis experimental, analítico y numérico. La combinación de mediciones dinámicas y modelos numéricos permite identificar las propiedades modales y contrastar la representación estructural de este tipo de puentes (Papavasileiou et al., 2022). El propósito central es identificar y comparar los parámetros modales y la respuesta en velocidad de vibración del modelo, con el fin de aportar criterios que permitan un diseño y una evaluación más seguros en este tipo de estructuras modulares.

En el Perú, los puentes modulares tipo Bailey se emplean como soluciones temporales o permanentes debido a su rapidez de montaje, versatilidad y capacidad de carga, particularmente cuando se requiere restablecer infraestructura en plazos reducidos (Flores, 2022). Sin embargo, estas estructuras están sometidas a solicitaciones dinámicas producidas por el tránsito vehicular y otras fuentes de excitación; cuando la frecuencia de excitación se aproxima a una frecuencia natural, la respuesta puede amplificarse por resonancia (Papavasileiou et al., 2022; Chopra, 2014). Dado que los ensayos a escala real resultan costosos y complejos, los modelos físicos reducidos constituyen una alternativa para estudiar el comportamiento global de los puentes Bailey bajo condiciones controladas de laboratorio (King y Duan, 2003). La tesis se estructura en ocho capítulos.

En el capítulo I se plantea la problemática asociada al comportamiento dinámico de los puentes modulares, se formulan el objetivo general y los objetivos específicos, la justificación e hipótesis de trabajo, se definen las variables de estudio, así como los alcances y limitaciones de la investigación.

En el capítulo II se desarrollan los fundamentos teóricos necesarios para el estudio: características y elementos constitutivos de los puentes Bailey, criterios de similitud y análisis dimensional mediante el teorema II de Vaschy–Buckingham, teoría de modelos, y los conceptos básicos del análisis modal experimental, del análisis modal clásico y del método de los elementos finitos para estructuras tipo frame tridimensionales.

En el capítulo III se presenta el diseño y la construcción del modelo a escala del puente Bailey, detallando los criterios de diseño para manufactura, la selección de materiales y procesos, la elaboración de planos normalizados, la secuencia de fabricación, el procedimiento de ensamblaje del módulo y la evaluación económica del modelo experimental.

En el capítulo IV se aborda la determinación de los parámetros modales mediante Análisis Modal Experimental (EMA), describiendo la instrumentación, la configuración de los ensayos, la construcción de las funciones de respuesta en frecuencia y el procedimiento de identificación modal. Además, se presentan los resultados experimentales de velocidad, desplazamiento, deformación y esfuerzo obtenidos con los sistemas de excitación evaluados.

En el capítulo V se desarrolla el cálculo analítico de los parámetros dinámicos y de la respuesta armónica del modelo, empleando un modelo tipo frame 3D discretizado en nodos y elementos y el enfoque matricial clásico para la formulación de las matrices de rigidez y masa; se resuelve el problema de valores propios y se evalúa la respuesta frente a una excitación armónica generada por una masa desbalanceada.

En el capítulo VI se realiza la simulación numérica mediante el método de los elementos finitos utilizando ANSYS, describiendo las etapas de preprocesamiento, solución y posprocesamiento tanto para el análisis modal como para el análisis de respuesta dinámica.

En el capítulo VII se evalúa el daño por fatiga del modelo experimental a partir de los historiales de esfuerzo, el conteo de ciclos mediante Rainflow, la curva $S - N$ adoptada y la regla de acumulación lineal de Palmgren–Miner.

En el capítulo VIII se comparan y validan los resultados obtenidos por las aproximaciones analítica, experimental y numérica, analizando las diferencias entre las frecuencias naturales y las respuestas en velocidad en condición de resonancia. El documento se cierra con las conclusiones, las recomendaciones y los anexos.

Índice General

Presentación	I
Agradecimientos	II
Resumen	III
Abstract	IV
Introducción	V
Índice General	VII
Índice de Tablas	XVI
Índice de Figuras	XX
Lista de Siglas	XXVI
1 Generalidades	1
1.1. Problema	1
1.1.1. Planteamiento del Problema	1
1.2. Formulación del Problema	5
1.2.1. Problema General	5
1.2.2. Problemas Específicos	5
1.3. Objetivos	6
1.3.1. Objetivo General	6
1.3.2. Objetivos Específicos	6
1.4. Justificación	6
1.5. Hipótesis	7
1.6. Variables	7
1.6.1. Variables Independientes de Diseño	7
1.6.2. Variables Dependientes	8
1.7. Alcances y Limitaciones	8
1.7.1. Alcances	8
1.7.2. Limitaciones	9
1.8. Metodología	10
1.8.1. Tipo, Nivel y Diseño de Investigación	10
1.8.2. Procedimiento de la Investigación	11
1.8.3. Recopilación de la Información	12

1.8.4.	Diseño del Modelo, Determinación de las Leyes de Escalamiento y Fabricación	12
1.8.5.	Cálculo Analítico y Simulación FEM del Modelo a Escala	13
1.8.6.	Análisis Experimental del Modelo a Escala	13
1.8.7.	Comparación y Validación de Resultados	13
1.9.	Antecedentes	13
1.9.1.	Antecedentes Internacionales	13
1.9.2.	Antecedentes Nacionales	15
2	Marco Teórico	16
2.1.	Teoría de Puentes	16
2.1.1.	Puente Bailey	16
2.1.2.	Generalidades de los Puentes Modulares	17
2.1.3.	Usos Típicos de Puentes Bailey	17
2.1.4.	Tipos de Construcción	18
2.1.5.	Elementos Constitutivos de un Puente Modular	19
2.1.6.	Elementos de la Cercha Lateral	19
2.1.7.	Diagonales	20
2.1.8.	Vigas de Piso (travesaños)	21
2.1.9.	Unidades de Piso	22
2.1.10.	Apoyos Estructurales o Cojinetes	22
2.1.11.	Análisis Dimensional en el Escalamiento de Modelos	23
2.1.12.	Modelamiento y Principio de Similitud	24
2.1.13.	Teoría de Modelos	25
2.1.14.	Principio de Similitud	26
2.1.15.	Tipos de Similitud	26
2.1.16.	Análisis del Teorema II de Vaschy y Buckingham para Formular las Leyes de Similitud	28
2.1.17.	Análisis de Escalado del Puente Bailey	29
2.1.18.	Criterios de Similitud Aplicados a Parámetros Modales	29
2.1.19.	Análisis de Similitud para Condiciones de Operación	33
2.1.20.	Vibraciones Mecánicas Básicas	34
2.1.21.	Tipos de Vibración	34
2.1.22.	Vibraciones Libres sin Amortiguamiento	35
2.1.23.	Frecuencias Resonantes	35
2.1.24.	Amortiguamiento de Estructuras	35
2.1.25.	Teoría de Elementos Finitos Asistido por Software	36
2.1.26.	Ecuaciones de Equilibrio	36
2.2.	Análisis Modal Experimental	37
2.3.	Cálculo de Parámetros Dinámicos de Forma Analítica mediante FEM	38
2.3.1.	Cálculo Analítico Matricial de Parámetros Dinámicos mediante FEM.	38
2.3.2.	Matriz de Rigidez Local (elemento Frame 3D)	38
	Conceptos Básicos	39
	Sistema de Coordenadas y Grados de Libertad	39
	Propiedades del Elemento	40
	Fundamento Teórico de la Matriz de Rigidez	40
	Rigidez Axial	41
	Rigidez en Flexión	41

	Rigidez en Torsión	42
	Matriz de Rigidez Global	42
	Matriz de Transformación de Coordenadas Locales a Globales	43
2.3.3.	Matriz de Masa Consistente para Elementos Frame 3D	43
	Grados de Libertad (DOF)	44
	Funciones de Forma	44
	Formulación de la Matriz de Masa Consistente	44
	Estructura de la Matriz de Masa Consistente	45
	Matriz Completa (12x12)	45
2.3.4.	Proceso de Ensamblaje de Matrices de Rigidez y Masa	46
2.3.5.	Teoría del Análisis Modal para Estructuras Tipo Frame 3D	47
2.3.6.	Conceptos Fundamentales	47
2.3.7.	Ecuación general	47
2.3.8.	Frecuencias Naturales	48
2.3.9.	Normalización de Modos	48
2.3.10.	Amortiguamiento de Rayleigh	48
2.3.11.	Métodos de Solución Numérica	48
2.3.12.	Frecuencias Resonantes	49
2.3.13.	Análisis de Respuesta Armónica en Estado Estacionario	49
2.3.14.	Transformación al Dominio de la Frecuencia	50
2.3.15.	Cálculo de Amplitudes de Desplazamiento y Velocidad	51
2.3.16.	Método de Solución Empleado	52
2.3.17.	Relaciones de Esfuerzo y Deformación Generalizados	52
2.3.18.	Elemento Finito Tipo Barra (Frame 3D)	53
2.3.19.	Cálculo de Esfuerzos y Criterio de Von Mises en Régimen Armónico	53
	1. Amplitudes de las Fuerzas Internas	53
	2. Esfuerzo Normal por Superposición Conservadora	53
	3. Esfuerzo Cortante por Torsión y Cortante Directo	54
	4. Criterio de Von Mises	54
2.4.	Método de los Elementos Finitos (FEM)	54
2.4.1.	Definición del Problema	55
2.4.2.	Generación del Modelo Geométrico	55
2.4.3.	Discretización	55
2.4.4.	Condiciones de Borde	58
2.4.5.	Procesamiento	58
2.4.6.	Posprocesamiento	59
2.4.7.	Validación	59
3	Construcción del Módulo	60
3.1.	Selección de Escala (teorema de Buckingham)	60
3.1.1.	Justificación de Selección de Escala para el Modelo	60
3.1.2.	Flujograma del Proceso de Escalamiento	60
3.1.3.	Aplicación de Leyes de Escalamiento al Modelo	61
	Escala Geométrica	64
	Escala de Masa	64
	Escala de Tiempo y Frecuencia	64
	Escala de Rigidez	64
	Escala de Fuerza	64

Escala de Amortiguamiento Modal	64
3.1.4. Cálculo de Valores Aproximados de Parámetros Dinámicos del Modelo a Escala en Relación con el Prototipo Original	66
3.2. Fabricación del Modelo a Escala	67
3.3. Metodología de Fabricación	67
3.4. Consideraciones de Diseño para Manufactura (DFM)	69
3.4.1. Selección de Tolerancias Dimensionales	69
3.4.2. Análisis de Procesos de Manufactura Disponibles:	69
3.4.3. Optimización de Geometrías para Fabricación	71
3.5. Planificación del Proceso	73
3.5.1. Modelado CAD/CAM	73
3.5.2. Generación de Planos de Fabricación Normalizados	73
3.5.3. Servicio de Corte CNC	74
3.6. Selección de Procesos de Manufactura	75
3.6.1. Matriz de Decisión para Procesos Críticos	75
3.7. Proceso de Ensamblaje del Módulo	77
3.7.1. Sub-ensamblajes de Apoyo Deslizante y Apoyo Fijo	77
3.7.2. Ensamblaje del Tramo Típico	78
3.7.3. Ensamblaje del Tramo Central	78
3.7.4. Secuencia de Ensamblaje del Tablero Completo	80
3.7.5. Instalación de la Placa de Rodadura	80
3.8. Fabricación del Dado de Cimentación	81
3.9. Registro Fotográfico de Cada Procedimiento	82
3.10. Costos de Construcción	89
3.11. Costos de Ingeniería	91
3.12. Estimación de Costo Total	92
4 Determinación de los Parámetros Modales mediante la Técnica del Análisis Modal Experimental (EMA)	94
4.1. Análisis Modal Experimental	94
4.1.1. Especificaciones de las Medidas Dinámicas	94
Rangos de Frecuencia de la Prueba	94
Frecuencia de Muestreo	95
Duración de la Serie Temporal	95
Correlación de la Fuente de Carga y Excitación Artificial	96
4.1.2. Instrumentación Necesaria para el Registro de Datos	96
Entrada Analógica – Slot	96
Chasis	97
Tipos de Acelerómetros Utilizados	98
Martillo Modal PCB	99
Tipos de Cables de Conexión del Sensor a el Módulo ni 9234	100
Base de Montaje Magnética	101
4.1.3. Número de Sensores, Ubicación y Referencias	102
4.1.4. Conjuntos de Señales	103
4.1.5. Configuración de los Ensayos para la Identificación Modal	103
Instalación de Sensores y Equipos	104
Adquisición de Datos	105
Construcción de la matriz FRFs	106

Proceso de Identificación Modal	107
4.2. Respuesta Dinámica Experimental	112
4.2.1. Intervalo de Frecuencia	112
4.2.2. Duración del Registro Temporal	112
4.2.3. Registro de Datos	113
4.2.4. Procesamiento e Interpretación de Datos	114
4.2.5. Respuesta Dinámica Experimental en Velocidad y Desplazamiento	115
4.2.6. Resultados con el Excitador de Masa Excéntrica con Contragiro .	115
Respuesta Próxima a 60 Hz	115
Respuesta Próxima a 78 Hz	117
Respuesta Próxima a 120 Hz	119
4.2.7. Resultados con el Excitador de Masa Desbalanceada	121
Respuesta 3x Próxima a 60 Hz	121
Respuesta Próxima a 78 Hz	124
Respuesta Próxima a 120 Hz	126
4.2.8. Comparación de la Respuesta entre los Sistemas de Excitación . .	128
4.2.9. Respuesta Dinámica Experimental de Deformaciones y Esfuerzos .	129
Análisis Experimental mediante Galgas Extensiométricas	130
Ubicación y Orientación de las Galgas Extensiométricas	130
Condiciones Experimentales Analizadas	131
Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta	
Sg-01 a 78 Hz	132
Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta	
SG-02 a 78 Hz	139
Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta	
SG-01 a 120 Hz	141
Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta	
Sg-02 a 120hz	143
Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta	
Sg-01 a 60 Hz	144
Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta	
Sg-02 a 60 Hz	146
Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta	
Sg-01 ante la Excitación 3x Próxima a 60 Hz	147
Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta	
Sg-02 ante la Excitación 3x Próxima a 60 Hz	148
Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta	
Sg-01 ante la Excitación 3x Próxima a 78 Hz	150
Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta	
Sg-02 ante la Excitación 3x Próxima a 78 Hz	151
Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta	
Sg-01 ante la Excitación 3x Próxima a 120 Hz	153
Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta	
Sg-02 ante la Excitación 3x Próxima a 120 Hz	154
Síntesis Comparativa de los Resultados Extensométricos	156
Resumen General de Esfuerzos Máximos y Verificación de	
Comportamiento Elástico	157

5 Cálculo Analítico de Parámetros Modales y Respuesta Dinámica mediante el Análisis Modal Clásico	159
5.1. Cálculo de Parámetros Dinámicos del Modelo a Escala	159
5.1.1. Descripción del Modelo Detallado	159
5.2. Metodología para el Desarrollo del Modelo	160
5.2.1. Primera Iteración	160
5.2.2. Segunda Iteración	160
5.2.3. Tercera Iteración	162
5.2.4. Flujograma General del Cálculo Analítico con el Método Matricial	164
5.3. Caracterización de la Estructura en Nodos y Elementos: Discretización para el Análisis Numérico	165
5.3.1. Asignación de Nodos para la Estructura por Bloques	165
5.3.2. Discretización del Modelo Analítico: Definición de Nodos y Elementos Frame	165
5.3.3. Tabla de Propiedades de Elementos Frame	167
5.3.4. Modelo Caracterizado Dentro de Nuestro Software	168
5.4. Incorporación de Condiciones de Borde al Modelo Computacional	169
5.5. Lógica para el Cálculo Analítico de los Modos y Frecuencias Naturales	171
5.6. Resultados Obtenidos	174
5.7. Cálculo Analítico para la Respuesta a la Excitación Armónica	175
5.7.1. Flujograma del Proceso de Obtención de Amplitudes	175
5.7.2. Definimos las Matrices de Masa [m], Rigidez [K] y Amortiguamiento [C].	177
5.7.3. Definición y Aplicación de la Excitación Armónica en el Modelo Estructural.	179
5.7.4. Planteamiento de la Ecuación de Movimiento	180
5.7.5. Transformación al Dominio de la Frecuencia	180
5.7.6. Formación de la Matriz de Impedancia Dinámica	180
5.7.7. Resolución del Sistema de Ecuaciones	181
5.7.8. Obtención de Amplitudes de Desplazamiento, Velocidad y Aceleración	181
5.7.9. Resultados	183
6 Simulación Numérica Orientada a la Determinación de Parámetros Modales y la Respuesta Dinámica	200
6.1. Simulación Modal	202
6.1.1. Definición del Problema	202
6.1.2. Etapa de Pre-procesamiento	202
Elaboración del Modelo	202
Asignación de Propiedades	203
Discretización	204
Condiciones de Contorno	206
6.1.3. Fase de Solución	208
6.1.4. Posprocesamiento de Resultados	208
6.2. Simulación de Respuesta Dinámica	214
6.2.1. Formulación del Problema	214
6.2.2. Fase de Pre-procesamiento	214
Condiciones de Frontera	214
6.2.3. Fase de Solución Numérica	216

6.2.4.	Posprocesamiento de Resultados	216
	Primer Caso de Análisis	216
	Segundo Caso de Análisis	218
	Tercer Caso de Análisis	220
6.2.5.	Respuesta Dinámica en Términos del Esfuerzo Equivalente Máximo de von Mises	223
7	Evaluación del Daño por Fatiga	224
7.1.	Introducción y Alcance	224
7.2.	Metodología Sugerida para la Evaluación de Fatiga	225
7.2.1.	Selección del Detalle Estructural para Fatiga	225
7.2.2.	Selección del Historial de Esfuerzo para Fatiga	226
7.2.3.	Preparación de las Señales para el Análisis	227
7.2.4.	Conteo de Ciclos mediante Rainflow	227
7.2.5.	Curva de la Categoría de Detalle e Adoptada	230
7.2.6.	Acumulación de Daño por Fatiga mediante la Regla de Palmgren – Miner	231
8	Comparación de Resultados Analíticos, Numéricos y Experimentales .	234
8.1.	Comparación de los Parámetros Modales Obtenidos por los Tres Enfoques	234
8.2.	Comparación de las Amplitudes de Vibración Obtenidas por los Tres Enfoques	235
8.2.1.	Comparación de los Desplazamientos Experimentales y Analíticos	238
8.3.	Esfuerzos: Comparación Analítica y Experimental	239
8.4.	Síntesis Cuantitativa y Discusión Integrada	241
	Conclusiones	242
	Recomendaciones	245
	Bibliografía	246
	ANEXOS	252
	ANEXO A. Fichas técnicas del sistema eléctrico y de control	253
A.1	Variador de frecuencia (VDF)	253
A.2	Interruptor termomagnético	255
A.3	Guardamotor termomagnético de 2,5–4 A	256
A.4	Motor Marathon de 1,0 HP, modelo E2P15180BITCFIONAC	257
A.5	Tacómetro UNI-T UT373	258
	ANEXO B. Especificaciones y cotizaciones de materiales	259
B.1	Plancha de acero ASTM A36 de 8 mm y 3 mm	259
B.2	Cotizaciones de referencia de mercado	261
	ANEXO C. Fichas técnicas de recubrimientos y herramientas	262
C.1	Pintura base de zincromato	262
C.2	Pintura de esmalte sintético	263
C.3	Torquímetro	264

ANEXO D. Instrumentación de adquisición y calibración	266
D.1 Sensor de impacto y vibración enDAQ S3	266
D.2 Certificado de calibración	269
D.3 Sistema DAQ de adquisición de datos	270
ANEXO E. Registro fotográfico del ensayo modal y experimental	271
ANEXO F. Código fuente del modelo analítico	274
F.1 Definición e implementación del modelo computacional	274
ANEXO G. Configuración del variador de frecuencia y medición con tacómetro	283
ANEXO H. Resultados complementarios de los ensayos de resonancia	284
H.1 Ensayos con excitador de masas excéntricas con contragiro	284
H.1.1 Primer caso de resonancia: 60 Hz	284
H.1.2 Primer caso de resonancia: 78 Hz	286
H.1.3 Primer caso de resonancia: 120 Hz	290
H.2 Ensayos con excitador de masa desbalanceada	293
H.2.1 Primer caso de resonancia: 60 Hz	293
H.2.2 Primer caso de resonancia: 78 Hz	296
H.2.3 Primer caso de resonancia: 120 Hz	299
ANEXO I. Cálculos complementarios del módulo experimental	303
I.1 Ensayo de impacto para identificar las frecuencias naturales de los componentes del puente a escala	303
I.2 Cálculo de los apoyos de cimentación (bloques de reacción)	305
I.3 Selección del motor (excitador rotativo)	307
I.4 Diseño del disco y cálculo de la fuerza de desbalance	308
I.5 Dimensionamiento de los pernos de fijación del motor	309
I.6 Selección del variador de frecuencia (VDF)	312
I.7 Registro fotográfico de componentes	313
ANEXO J. Manual de uso del módulo experimental	315
J.1 Herramientas y accesorios	316
J.2 Procedimiento de ensamble del modelo experimental	318
J.3 Funcionamiento del módulo para ensayos dinámicos	320
J.4 Hoja de laboratorio para la toma de datos	321
ANEXO K. Resultados complementarios del análisis estático por elementos finitos	322
K.1 Deformación direccional en el eje Y	323
K.2 Esfuerzo equivalente de von Mises	324
ANEXO L. Cálculo y esquemas técnicos del sistema de excitación con contragiro	325
L.1 Selección preliminar del motor de accionamiento	325
L.2 Verificación preliminar de los ejes y de las chumaceras del excitador con contragiro	327
L.3 Verificación resistente de los ejes	330

L.4	Verificación completa a fatiga de los ejes	331
L.5	Reacciones y requisito mínimo de las chumaceras	333

ANEXO M. Verificación preliminar de las soldaduras de las vigas

	principales y los paneles	335
M.1	Alcance, criterio resistente y carga de diseño	335
M.2	Soldaduras de la viga típica principal	336
M.3	Soldaduras de los paneles o marcos arriostrados	337
M.4	Resumen y condiciones de aceptación	338

ANEXO N. Verificación resistente y a fatiga de los tornillos M3

N.1	Alcance, material y cargas de comprobación	339
N.2	Resistencia estática al corte	340
N.3	Pretensión y prevención del deslizamiento	340
N.4	Comprobación preliminar de fatiga	341
N.5	Resultado y medidas de implementación	342

ANEXO O. Planos de conjunto y ensamblaje del modelo Bailey

		343
--	--	-----

Índice de Tablas

1.1. Resumen estadístico de falla en puentes modulares	2
1.2. Factores principales que originan el colapso de algunos puentes en el mundo	2
2.1. Configuraciones de puentes modulares (nomenclatura equivalente)	18
2.2. Especificaciones de los pernos de unión del puente	23
2.3. Factores de similitud del modelo respecto del prototipo real	30
2.4. Factores de escala adicionales	34
2.5. Escala de valores de asimetría y calidad de celda correspondiente	57
3.1. Propiedades del puente prototipo	63
3.2. Escala geométrica 1/10 con ASTM A36 como material del prototipo y del modelo	65
3.3. Análisis comparativo de las propiedades del prototipo y modelo a escala	66
3.4. Tolerancias para dimensiones lineales según ISO 2768	69
3.5. Análisis de procesos de manufactura	70
3.6. Análisis de procesos de corte	71
3.7. Análisis cuantitativo para el proceso de corte	76
3.8. Análisis cuantitativo para el proceso de la soldadura	76
3.9. Hojas de ruta y controles dimensionales para la fabricación del modelo a escala del puente Bailey	88
3.10. Costos de construcción del módulo	89
3.11. Costos de ingeniería	92
3.12. Estimación de costo total (presupuesto formato CAPECO)	93
4.1. Especificación de la entrada analógica	97
4.2. Descripción del chasis Compact DAQ	98
4.3. Características técnicas de los acelerómetros utilizados	99
4.4. Descripción del martillo modal PCB	100
4.5. Descripción de cable conector de sensor y martillo modal	101
4.6. Descripción de la base magnética PCB	102
4.7. Identificación de frecuencias naturales y factores de amortiguamiento mediante CMIF	109
4.8. Resultados numéricos de la matriz auto-MAC	112
4.9. Velocidades pico y RMS registradas en los cuatro puntos de medición durante la condición próxima a 60 Hz	116
4.10. Desplazamientos pico y RMS registradas en los cuatro puntos de medición durante la condición próxima a 60 Hz	117
4.11. Velocidades pico y RMS registradas en los cuatro puntos de medición durante la condición próxima a 78 Hz	118
4.12. Desplazamientos pico y RMS registradas en los cuatro puntos de medición durante la condición próxima a 78 Hz	119

4.13. Velocidades pico y RMS registradas en los cuatro puntos de medición durante la condición próxima a 120 Hz	120
4.14. Desplazamientos pico y RMS registradas en los cuatro puntos de medición durante la condición próxima a 120 Hz	121
4.15. Velocidades pico y RMS registradas durante la excitación 3X próxima a 60 Hz	122
4.16. Desplazamientos pico y RMS registrados durante la excitación 3X próxima a 60 Hz	123
4.17. Velocidades pico y RMS registradas durante la excitación 3X próxima a 78 Hz	124
4.18. Desplazamientos pico y RMS registrados durante la excitación 3X próxima a 78 Hz	125
4.19. Velocidades pico y RMS registradas durante la excitación 3X próxima a 120 Hz	127
4.20. Desplazamientos pico y RMS registrados durante la excitación 3X próxima a 120 Hz	128
4.21. Comparación de las velocidades RMS máximas obtenidas con ambos sistemas de excitación	128
4.22. Comparación de los desplazamientos RMS máximos obtenidos con ambos sistemas de excitación	129
4.23. Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia a 78 Hz.	133
4.24. Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia a 78 Hz.	140
4.25. Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia a 120 Hz.	142
4.26. Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia a 120 Hz.	143
4.27. Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia a 60 Hz.	145
4.28. Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia a 60 Hz.	146
4.29. Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia inducida por el tercer armónico 3X a 60 Hz.	148
4.30. Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia inducida por el tercer armónico 3X a 60 Hz.	149
4.31. Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia inducida por el tercer armónico 3X a 78 Hz.	150
4.32. Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia inducida por el tercer armónico 3X a 78 Hz.	152
4.33. Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia inducida por el tercer armónico 3X a 120 Hz.	153

4.34. Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia inducida por el tercer armónico 3X a 120 Hz.	155
4.35. Resumen de los esfuerzos críticos obtenidos en las rosetas SG-01 y SG-02 durante los ensayos de resonancia	157
4.36. Verificación del comportamiento elástico a partir de los esfuerzos máximos obtenidos en las rosetas SG-01 y SG-02.	158
5.1. Síntesis cualitativa del proceso de refinamiento del modelo analítico . . .	163
5.2. Coordenadas de nodos	167
5.3. Características de elemento	168
5.4. Restricciones del nodo articulado	169
5.5. Restricciones del nodo deslizante (Puente Bailey – deslizamiento en X) .	169
5.6. Resumen de las características de cada restricción	170
5.7. Valores típicos de la relación de amortiguamiento estructural (ζ) según tipo de estructura o material	179
5.8. Desplazamiento pico y RMS en los puntos de medición a 60.770 Hz . . .	183
5.9. Desplazamiento pico y RMS en los puntos de medición a 73.802 Hz . . .	184
5.10. Desplazamiento pico y RMS en los puntos de medición a 120.226 Hz . . .	184
5.11. Velocidad de vibración pico y RMS en los puntos de medición a 60.770 Hz	184
5.12. Velocidad de vibración pico y RMS en los puntos de medición a 73.802 Hz	185
5.13. Velocidad de vibración pico y RMS en los puntos de medición a 120.226 Hz	185
5.14. Aceleración pico en los puntos de medición a 60.770 Hz	185
5.15. Aceleración pico en los puntos de medición a 73.802 Hz	186
5.16. Aceleración pico en los puntos de medición a 120.226 Hz	186
5.17. Esfuerzo equivalente de von Mises en los nodos de interés a 60.770 Hz . .	186
5.18. Esfuerzo equivalente de von Mises en los nodos de interés a 73.802 Hz . .	187
5.19. Esfuerzo equivalente de von Mises en los nodos de interés a 120.226 Hz .	187
6.1. Masa y momentos de inercia del sistema de excitación	203
6.2. Propiedades mecánicas del acero ASTM A36 en la simulación	204
6.3. Resumen estadístico y parámetros de la malla del modelo geométrico . .	206
6.4. Modos propios y participación modal de la masa por dirección	209
6.5. Fuerzas de excitación por desbalance en el análisis de la respuesta dinámica	215
6.6. Respuesta de los puntos de interés del puente Bailey del estado de resonancia a 61.26 Hz	218
6.7. Respuesta de los puntos de interés del puente Bailey del estado de resonancia a 81.69 Hz	220
6.8. Respuesta de los puntos de interés del puente Bailey del estado de resonancia a 110.65 Hz	222
7.1. Parámetros de la curva $S - N$ adoptada para la categoría de detalle E .	225
7.2. Resumen Estadístico de los Ciclos Rainflow Agrupados por Clases de Rango de Esfuerzo.	229
7.3. Daño acumulado por fatiga mediante la regla de Palmgren–Miner considerando el umbral de fatiga	232
8.1. Comparación de las frecuencias naturales por los enfoques empleados . .	235
8.2. Comparación de la respuesta en velocidad RMS para el primer caso de estudio en estado de resonancia a 60 Hz	236
8.3. Comparación de la respuesta en velocidad RMS para el segundo caso de estudio en estado de resonancia a 78 Hz	236

8.4.	Comparación de la respuesta en velocidad RMS para el tercer caso de estudio en estado de resonancia a 120 Hz	236
8.5.	Comparación de los desplazamientos experimentales y analíticos en los cuatro puntos de medición	238
8.6.	Comparación envolvente del esfuerzo equivalente máximo de von Mises para el sistema con contragiro	240
8.7.	Síntesis del error porcentual absoluto medio en velocidad RMS	241
L.1.	Estimación de la inercia rotacional del sistema con contragiro	326
L.2.	Criterios de selección preliminar del motor	327
L.3.	Datos adoptados para la verificación comparativa de los dos ejes	328
L.4.	Esfuerzos combinados y margen frente a fluencia	331
L.5.	Verificación a fatiga de las secciones de los ejes	333
M.1.	Resumen de la verificación preliminar de las soldaduras	338
N.1.	Resistencia estática de los grupos de tornillos M3 clase 8.8	340

Índice de Figuras

1.1. Colapsos de puentes modulares tipo Bailey.	3
1.2. Distribución porcentual de los principales factores que originan el colapso de puentes a nivel mundial (1830 – 2010).	3
1.3. Evolución histórica del número de puentes colapsados en el mundo entre 1830 y 2010 (por décadas).	4
1.4. Esquema preliminar del modelo escalado reducido de puente Bailey para el estudio.	5
1.5. Proceso para el cálculo y la validación de las propiedades modales.	12
2.1. Puente "El Chorro 1", ubicado en la carretera Moquegua - Omate.	16
2.2. Tipos de lanzamiento de puentes Bailey según las condiciones de ubicación.	17
2.3. Configuraciones tipológicas de puentes modulares.	18
2.4. Panel ACROW estándar – AB701.	19
2.5. Pasador de panel: AB051 y AB052 seguro de pasador.	20
2.6. Diagonal de arriostramiento extra - ancha: AB591.	20
2.7. Diagonal vertical estándar: AB518.	21
2.8. Extra ancho travesaño: AB507.	21
2.9. Unidad de piso: AB601.	22
2.10. Bloques finales: AB503 y AB504.	22
2.11. Apoyo de cojinete.	23
2.12. Modelos a escala de la industria naval y aeronáutica.	24
2.13. Proceso de modelado como un proceso cerrado.	26
2.14. Diagrama de la condición de similitud completa.	27
2.15. Abstracción en una caja negra del procedimiento de escalado.	28
2.16. Secuencia del proceso de análisis modal experimental.	37
2.17. Elemento frame 3D.	38
2.18. Propiedades del elemento.	40
2.19. Rigidez axial.	41
2.20. Rigidez en flexión.	41
2.21. Rigidez en torsión.	42
2.22. Definición de ancho de banda.	49
2.23. Proceso general del método de elementos finitos.	55
2.24. Relación de aspecto y relación jacobiana aplicadas a elementos triangulares y cuadriláteros.	56
2.25. Desviación paralela de cuadriláteros.	57
2.26. Asimetría, cuadriláteros y triángulos ideales y asimétricos.	57
3.1. Flujograma del proceso de escalamiento del módulo.	61
3.2. Puente prototipo (real): longitud y volumen.	62
3.3. Modelo a escala del puente: longitud y volumen.	62

3.4. Gráfico de barras de proporciones del prototipo y modelo escalado de las propiedades geométricas, físicas y dinámicas respectivamente.	65
3.5. Escalado de un puente Bailey de 7 tramos.	67
3.6. Flujograma de fabricación del modelo a escala.	68
3.7. Gráfico comparativo de precisión por proceso de corte evaluado.	70
3.8. Simplificación de forma de arriostre lateral.	71
3.9. Simplificación de forma de panel.	72
3.10. Simplificación de los apoyos.	72
3.11. Simplificación de extremos de arriostres.	72
3.12. Modelo 3D del puente Bailey.	73
3.13. Plano de fabricación del panel.	74
3.14. Plano de corte para CNC.	75
3.15. Gráfico de comparación de puntaje para el proceso de corte.	76
3.16. Gráfico de comparación de puntaje para el proceso de soldadura.	77
3.17. Sub-ensamblajes de apoyo: vista de explosión (izquierda) y vista isométrica (derecha) del apoyo deslizante y del apoyo fijo.	78
3.18. Ensamblaje del tramo típico: vista de explosión (izquierda) y vista isométrica (derecha).	79
3.19. Ensamblaje del tramo central: vista de explosión (izquierda) y vista isométrica (derecha).	79
3.20. Secuencia de ensamblaje del tablero: unión de los tramos típicos y el tramo central (derecha) hasta conformar el tablero completo del puente Bailey (izquierda).	80
3.21. Instalación de la placa de rodadura sobre un tramo ensamblado.	81
3.22. Elementos metálicos embebidos en el dado de cimentación.	82
3.23. Proceso de corte CNC de la plancha y control de calidad.	83
3.24. Aplicación de pintura base a todos los componentes del modelo luego del corte CNC.	83
3.25. Preparación de juntas y pruebas de montaje.	84
3.26. Soldeo de perfiles y paneles principales.	85
3.27. Control de mediciones de componentes principales.	85
3.28. Construcción de bases de concreto, pintado del modelo, fabricación de componentes y trabajos finales.	86
3.29. Montaje terminado del modelo a escala.	87
4.1. Canal de entrada analógica.	96
4.2. Chasis Compact DAQ.	97
4.3. Tipos de acelerómetros utilizados.	98
4.4. Martillo modal PCB.	99
4.5. Tipos de cables conectores de los sensores.	100
4.6. Base de montaje magnético.	101
4.7. Influencia del montaje en la respuesta del sensor.	102
4.8. Ubicación de los sensores y los impactos del martillo sobre la estructura del modelo a escala de puente Bailey.	103
4.9. Configuración del ensayo de identificación modal y análisis del nivel de disparo.	104
4.10. Montaje de los acelerómetros para el registro de datos y la ejecución de ensayos EMA.	105

4.11. Registros de densidad espectral de potencia ($\text{dB} \text{N}^2/\text{Hz}$) obtenidos en los 16 acelerómetros.	106
4.12. Registro temporal de la respuesta al impacto y construcción de la matriz FRFs.	107
4.13. Diagrama de valor singular – CMIF a todas las funciones de respuesta en frecuencia.	108
4.14. Frecuencias naturales identificadas en el diagrama de valor singular complejo CMIF.	108
4.15. Frecuencia natural de 60.87 Hz, primer modo global de torsión del puente.	109
4.16. Frecuencia natural de 78.02 Hz, modo de flexión vertical del puente.	110
4.17. Frecuencia natural de 120.35 Hz, segundo modo global de torsión del puente.	110
4.18. Matriz auto MAC de los modos de vibración obtenidos experimentalmente mediante EMA.	111
4.19. Ubicación de los puntos de medición y sistemas de excitación dinámica empleados en el modelo a escala.	113
4.20. Flujograma para obtener velocidad y desplazamiento a partir de las señales de aceleración en VibrationData.	114
4.21. Respuesta temporal y espectral de la velocidad durante la condición próxima a 60 Hz	115
4.22. Respuesta temporal y espectral del desplazamiento durante la condición próxima a 60 Hz	116
4.23. Respuesta temporal y espectral de la velocidad durante la condición próxima a 78 Hz	117
4.24. Respuesta temporal y espectral del desplazamiento durante la condición próxima a 78 Hz	118
4.25. Respuesta temporal y espectral de la velocidad durante la condición próxima a 120 Hz	119
4.26. Respuesta temporal y espectral del desplazamiento durante la condición próxima a 120 Hz	120
4.27. Respuesta temporal y espectral de la velocidad ante la excitación 3X próxima a 60 Hz	122
4.28. Respuesta temporal y espectral del desplazamiento durante la excitación 3X próxima a 60 Hz	123
4.29. Respuesta temporal y espectral de la velocidad ante la excitación 3X próxima a 78 Hz	124
4.30. Respuesta temporal y espectral del desplazamiento durante la excitación 3X próxima a 78 Hz	125
4.31. Respuesta temporal y espectral de la velocidad ante la excitación 3X próxima a 120 Hz	126
4.32. Respuesta temporal y espectral del desplazamiento durante la excitación 3X próxima a 120 Hz	127
4.33. Tipos de galgas extensométricas y sistema de adquisición utilizado en los ensayos.	130
4.34. Ubicación, orientación y sistema de referencia de las rosetas extensométricas SG-01 y SG-02.	131
4.35. Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia a 78 Hz.	132
4.36. Posición de la roseta SG-01 en la viga principal del puente a escala.	134

4.37. Diagrama del estado de esfuerzos plano.	137
4.38. Círculo de Mohr para el estado de esfuerzos plano.	138
4.39. Rotación del elemento diferencial hacia los planos principales y de cortante máximo.	139
4.40. Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia a 78 Hz.	140
4.41. Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia a 120 Hz.	141
4.42. Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia a 120 Hz.	143
4.43. Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia a 60 Hz.	144
4.44. Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia a 60 Hz.	146
4.45. Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-01 ante la excitación del tercer armónico 3X próxima a 60 Hz.	147
4.46. Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-02 ante la excitación del tercer armónico 3X próxima a 60 Hz.	149
4.47. Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-01 ante la excitación del tercer armónico 3X próxima a 78 Hz.	150
4.48. Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-02 ante la excitación del tercer armónico 3X próxima a 78 Hz.	152
4.49. Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-01 ante la excitación del tercer armónico 3X próxima a 120 Hz.	153
4.50. Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-02 ante la excitación del tercer armónico 3X próxima a 120 Hz.	155
5.1. Modelo completo con sus características principales.	160
5.2. Flujograma del proceso metodológico para la definición del modelo matemático computacional.	161
5.3. Primera iteración del modelo.	162
5.4. Segunda iteración del modelo.	163
5.5. Tercera iteración del modelo.	164
5.6. Secuencia de cálculo de frecuencias naturales y modos de vibración.	164
5.7. Discretización de modelo en elementos tipo línea – bloque A – bloque B.	166
5.8. Discretización de modelo en elementos tipo línea – parrilla.	166
5.9. Modelo de elementos de línea generado mediante el script de cálculo analítico.	168
5.10. Modelo estructural del puente Bailey con condiciones de apoyo articulado y deslizante.	170
5.11. Frecuencia natural de 60.770 Hz, primer modo global de torsión.	174
5.12. Frecuencia natural de 73.802 Hz, primer modo global de flexión vertical.	174
5.13. Frecuencia natural de 120.226 Hz, segundo modo global de torsión.	175
5.14. Flujograma de cálculo a respuesta armónica.	176
5.15. Configuración geométrica de los puntos de medición y la ubicación geométrica de la masa del motor.	178
5.16. Forma de la respuesta en desplazamiento ante la excitación armónica de 60.770 Hz, con valores RMS en los nodos de interés.	188
5.17. Forma de la respuesta en desplazamiento ante la excitación armónica de 73.802 Hz, con valores RMS en los nodos de interés.	189

5.18. Forma de la respuesta en desplazamiento ante la excitación armónica de 120.226 Hz, con valores RMS en los nodos de interés.	190
5.19. Forma de la respuesta en velocidad ante la excitación armónica de 60.770 Hz, con valores RMS en los nodos de interés.	191
5.20. Forma de la respuesta en velocidad ante la excitación armónica de 73.802 Hz, con valores RMS en los nodos de interés.	192
5.21. Forma de la respuesta en velocidad ante la excitación armónica de 120.226 Hz, con valores RMS en los nodos de interés.	193
5.22. Forma de la respuesta en aceleración ante la excitación armónica de 60.770 Hz, con componentes pico en los nodos de interés.	194
5.23. Forma de la respuesta en aceleración ante la excitación armónica de 73.802 Hz, con componentes pico en los nodos de interés.	195
5.24. Forma de la respuesta en aceleración ante la excitación armónica de 120.226 Hz, con componentes pico en los nodos de interés.	196
5.25. Forma de la respuesta estructural ante la excitación armónica de 60.770 Hz, con esfuerzo equivalente de von Mises en los nodos de interés.	197
5.26. Forma de la respuesta estructural ante la excitación armónica de 73.802 Hz, con esfuerzo equivalente de von Mises en los nodos de interés.	198
5.27. Forma de la respuesta estructural ante la excitación armónica de 120.226 Hz, con esfuerzo equivalente de von Mises en los nodos de interés.	199
6.1. Etapas de la simulación computacional.	201
6.2. Modelo geométrico del modelo a escala.	202
6.3. Configuraciones equivalentes del sistema de excitación.	203
6.4. Generación de la malla del modelo geométrico.	204
6.5. Evaluación de la calidad de la malla mediante métricas de <i>ANSYS Mechanical</i>	205
6.6. Condiciones de frontera impuestas al modelo analizado.	207
6.7. Unión entre paneles.	207
6.8. Unión entre paneles y apoyos inferiores.	208
6.9. Frecuencia natural de 29.92 Hz, modo de flexión vertical de placa.	210
6.10. Frecuencia natural de 32.66 Hz, modo de torsión local de la placa.	210
6.11. Frecuencia natural de 39.92 Hz, modo de flexión axial de vigas.	211
6.12. Frecuencia natural de 61.26 Hz, primer modo global de torsión.	211
6.13. Frecuencia natural de 81.69 Hz, primer modo global de flexión vertical.	212
6.14. Frecuencia natural de 89.24 Hz, modo torsional adicional del modelo numérico.	212
6.15. Frecuencia natural de 94.68 Hz, modo de flexión axial del puente.	213
6.16. Frecuencia natural de 110.65 Hz, segundo modo global de torsión.	213
6.17. Configuración del sistema de desbalance rotatorio y ubicación de los cuatro puntos para la comparación de la respuesta en velocidad.	215
6.18. Respuesta dinámica en resonancia a 61.26 Hz para el primer modo global de torsión.	217
6.19. Respuesta en frecuencia a 61.26 Hz para el primer modo global de torsión.	218
6.20. Respuesta dinámica en resonancia a 81.69 Hz para el primer modo global de flexión vertical.	219
6.21. Respuesta en frecuencia a 81.69 Hz para el primer modo global de flexión vertical.	220

6.22. Respuesta dinámica en resonancia a 110.65 Hz para el segundo modo global de torsión.	221
6.23. Respuesta en frecuencia a 110.65 Hz para el segundo modo global de torsión.	222
6.24. Distribución del esfuerzo equivalente de von Mises en condiciones próximas a las tres resonancias de interés	223
7.1. Ubicación, Orientación e Instalación de las Rosetas Extensométricas SG-01 y SG-02 en las Vigas Longitudinales Centrales.	226
7.2. Historial temporal de $\sigma_x(t)$ y señal seleccionada para el conteo Rainflow .	228
7.3. Distribución de Ciclos Rainflow por Clases de Rango de Esfuerzo Longitudinal	229
7.4. Comparación de los Rangos de Esfuerzo Rainflow con la Curva $S - N$ de la Categoría de Detalle E.	231
K.1. Distribución de la deformación direccional en el eje Y debida a la carga máxima aplicada.	323
K.2. Distribución del esfuerzo equivalente de von Mises debida a la carga máxima aplicada.	324
L.1. Referencia geométrica de los ejes, engranajes, chumaceras y contrapesos del excitador con contragiro	328
L.2. Idealización de cargas y diagramas de cortante, momento flector y torque de los ejes del excitador	330
M.1. Plano de fabricación y disposición de soldaduras de la viga típica principal	336
M.2. Plano de fabricación y disposición de soldaduras del panel o marco arriostrado	337

Lista de Siglas

AASHTO	: American Association of State Highway and Transportation Officials (Asociación Americana de Autoridades Estatales de Carreteras y Transporte).
ACI	: American Concrete Institute (Instituto Americano del Concreto).
AISC	: American Institute of Steel Construction (Instituto Americano de la Construcción en Acero).
ANSI	: American National Standards Institute (Instituto Nacional Estadounidense de Estándares).
ASD	: Allowable Stress Design (Diseño por Esfuerzos Admisibles).
ASTM	: American Society for Testing and Materials (Sociedad Estadounidense de Pruebas y Materiales).
AWS	: American Welding Society (Sociedad Americana de Soldadura).
BNC	: Bayonet Neill–Concelman (conector coaxial de tipo bayoneta).
CAD	: Computer-Aided Design (Diseño Asistido por Computadora).
CMIF	: Complex Mode Indicator Function (Función Indicadora de Modo Complejo).
CNC	: Computer Numerical Control (Control Numérico Computarizado).
DAQ	: Data Acquisition (Sistema de Adquisición de Datos).
DE	: Drive End (extremo de accionamiento del rodamiento).
DIN	: Deutsches Institut für Normung (Instituto Alemán de Normalización).
DOF	: Degrees of Freedom (Grados de Libertad).
EFDD	: Enhanced Frequency Domain Decomposition (Descomposición Mejorada en el Dominio de la Frecuencia).
EMA	: Experimental Modal Analysis (Análisis Modal Experimental).
FAT	: Fatigue (categoría de detalle a fatiga según Eurocódigo 3).
FEM	: Finite Element Method (Método de Elementos Finitos).
FFT	: Fast Fourier Transform (Transformada Rápida de Fourier).
FRF	: Frequency Response Function (Función de Respuesta en Frecuencia).
FS	: Factor of Safety (Factor de Seguridad).
GDL	: Grados de Libertad (Degrees of Freedom).
HP	: Horsepower (Caballos de Fuerza).
ICP	: Integrated Circuit Piezoelectric (Piezoeléctrico de Circuito Integrado).
IGV	: Impuesto General a las Ventas.
ISO	: International Organization for Standardization (Organización Internacional de Normalización).
LOR	: Lines of Resolution (Líneas de Resolución).
LRFD	: Load and Resistance Factor Design (Diseño por Factores de Carga y Resistencia).
MAC	: Modal Assurance Criterion (Criterio de Aseguramiento Modal).

MSPU	: Método de Superposición Modal.
NDE	: Non-Drive End (extremo opuesto al accionamiento del rodamiento).
OMA	: Operational Modal Analysis (Análisis Modal Operacional).
RMS	: Root Mean Square (Valor Cuadrático Medio).
RPM	: Revoluciones por Minuto.
SAE	: Society of Automotive Engineers (Sociedad de Ingenieros Automotrices).
SF	: Service Factor (Factor de Servicio).
SG	: Strain Gauge (Galga Extensométrica).
USB	: Universal Serial Bus (Bus Serial Universal).
VDI	: Verein Deutscher Ingenieure (Asociación Alemana de Ingenieros).
VFD	: Variable Frequency Drive (Variador de Frecuencia).
VM	: von Mises (esfuerzo equivalente de von Mises).

1 | Generalidades

1.1. Problema

1.1.1. Planteamiento del Problema

En el Perú, en el ámbito de la ingeniería estructural, los puentes modulares tipo Bailey son ampliamente utilizados por su facilidad de montaje, versatilidad y capacidad de carga, siendo soluciones temporales o permanentes ante situaciones de emergencia, especialmente en zonas rurales y mineras donde se requiere una rápida implementación de infraestructura. Sin embargo, a pesar de su comprobada eficiencia estructural en condiciones estáticas, su comportamiento dinámico aún representa un campo de estudio con importantes vacíos de conocimiento.

Estas estructuras están sometidas a cargas dinámicas en corta duración, generadas por el tránsito de vehículos pesados, maquinaria en movimiento o incluso eventos sísmicos, lo que puede inducir vibraciones significativas en su estructura. Si estas vibraciones coinciden con las frecuencias naturales del puente, pueden generar estados de resonancia que comprometen su integridad estructural, provocando sobreesfuerzos, fisuras, deformaciones plásticas e incluso fallas estructurales catastróficas como se aprecia en la Figura 1.1.

Entre los años 2019 y 2022, se han documentado múltiples fallas en puentes modulares tipo Bailey en el país, relacionadas principalmente con deficiencias en el mantenimiento, errores de diseño, problemas de alineamiento e instalación. A nivel mundial, las estadísticas muestran que las causas más comunes de colapso en puentes incluyen deficiencias de construcción (27 %), socavación (27 %), errores de diseño (15 %) y eventos sísmicos (12 %). Estos datos reflejan la necesidad urgente de comprender mejor el comportamiento estructural de estas infraestructuras ante sollicitaciones dinámicas, como se resume en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1*Resumen estadístico de falla en puentes modulares*

Año	Cantidad de Servicios	Tipos de Fallas Más Frecuentes	Posibles Causas
2019	9	Mantenimiento (3); Reparación (2); Traslado y Montaje (2).	- Falta de mantenimiento preventivo - Deficiencias de diseño inicial - Evaluaciones incompletas
2020	2	Alineamiento (1); Mantenimiento y Reajuste (1).	- Falta de evaluación de estabilidad transversal - Deficiencias en diseño inicial
2021	4	Mantenimiento (2); Instalación (2).	- Falta de mantenimiento preventivo - Problemas de diseño inicial - Controles de calidad insuficientes
2022	1	Alineamiento, Instalación y Reforzamiento (1).	- Falta de actualización estructural - Análisis de fatiga insuficiente

Nota. Elaboración propia a partir de la información reportada por (Flores, 2022).

Tabla 1.2*Factores principales que originan el colapso de algunos puentes en el mundo*

Factores	Cantidad
Defectos constructivos	70
Crecidas y procesos de socavación	69
Errores en el diseño	38
Eventos sísmicos	30
carencias en mantenimiento e inspección	21
Impacto	13
Viento, tornado, huracán	9
Fuego	6
Total	256

Nota. Elaboración propia con sustento en la literatura de referencia (Flores, 2022).

Figura 1.1

Colapsos de puentes modulares tipo Bailey.

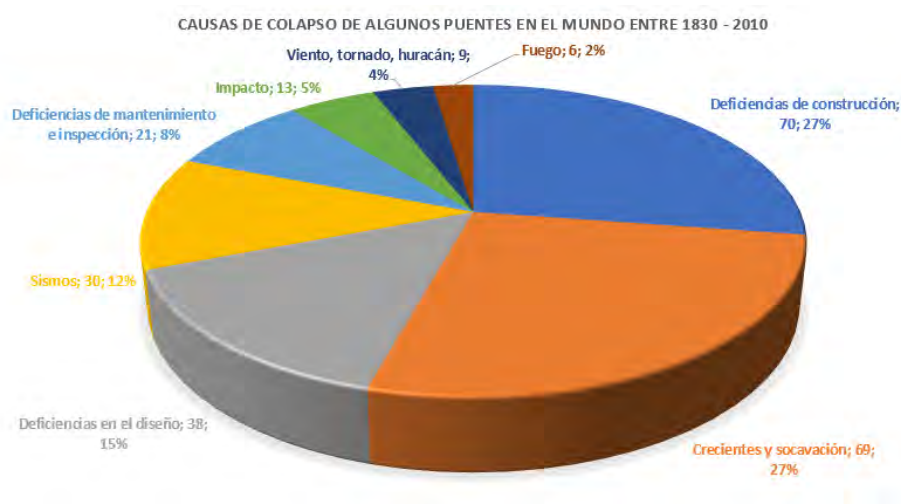


Nota. (a) Autopista Cañas, Costa Rica; (b) Santa Clara de San Carlos, Costa Rica; y (c) y (d) en Urcos, Cusco, Perú. Fuente: Carrillo (2019).

A continuación, se presentan gráficos que muestran la distribución de las principales causas de colapso de puentes a nivel mundial y la evolución histórica de estos eventos por décadas. Estos datos permiten comprender la magnitud del problema y la influencia de factores como deficiencias constructivas, fenómenos naturales y errores de diseño en la ocurrencia de fallas estructurales.

Figura 1.2

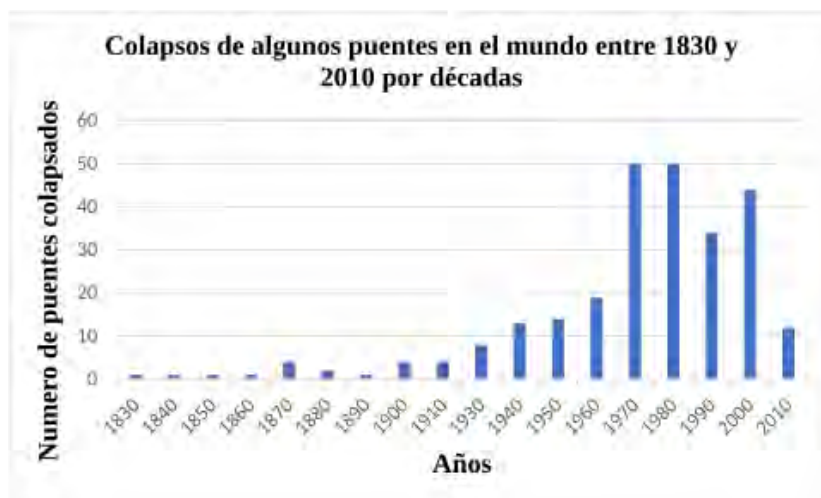
Distribución porcentual de los principales factores que originan el colapso de puentes a nivel mundial (1830 – 2010).



Nota. Elaboración propia con base en la información de (Muñoz, 2011).

Figura 1.3

Evolución histórica del número de puentes colapsados en el mundo entre 1830 y 2010 (por décadas).



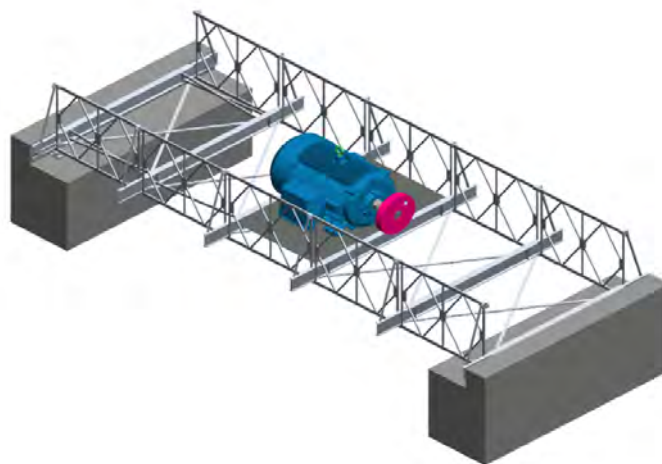
Nota. Estadísticas recolectadas a partir de registro histórico. Elaboración propia con base en información de (Muñoz, 2011), (Smith, 1977), (Cusba, 2011).

Considerando que los ensayos en prototipos a escala real implican elevados costos, una logística compleja y riesgos operativos significativos, se propone la construcción de un modelo físico a escala de un puente Bailey. El dimensionamiento del modelo se rige por las leyes de similitud del teorema II de Vaschy–Buckingham, como se ilustra en la Figura 1.4, con el objetivo de analizar su comportamiento dinámico bajo condiciones controladas de laboratorio. Para inducir estados de resonancia, se implementará un sistema de excitación mediante un motor con masa desbalanceada, que permita reproducir escenarios de operación representativos. El estudio se orienta a la identificación de las frecuencias naturales, los modos de vibración, las razones de amortiguamiento y la respuesta en velocidad del modelo.

En este contexto, se selecciona como prototipo un puente Bailey de configuración simple–simple, con las siguientes propiedades: longitud efectiva $Lr = 21.28$ m, volumen aproximado $Vr = 4.04$ m³ y masa total $mr \approx 31\,702.75$ kg (≈ 31.70 t), obtenidos del catálogo de puentes Bailey proporcionado por el MTC. Este prototipo constituye la referencia a escala real para el desarrollo del modelo reducido y el posterior análisis dinámico.

Figura 1.4

Esquema preliminar del modelo escalado reducido de puente Bailey para el estudio.



Nota. Tentativa de estructura escalada y fuente de excitación cíclica.

1.2. Formulación del Problema

1.2.1. Problema General

Por las consideraciones anteriores, el problema puede formularse mediante la siguiente pregunta:

¿Cómo evaluar el comportamiento dinámico de un modelo físico a escala de puente Bailey?

1.2.2. Problemas Específicos

- i. ¿Cómo realizar el escalamiento y la construcción de un modelo físico de puente Bailey?
- ii. ¿Cómo obtener experimentalmente los parámetros dinámicos del modelo a escala?
- iii. ¿Cómo realizar el análisis dinámico experimental del modelo a escala bajo condiciones de excitación próximas a resonancia?
- iv. ¿Cómo determinar los parámetros dinámicos y obtener una solución analítica y numérica del modelo a escala?
- v. ¿Cómo determinar la resistencia de la estructura del puente a escala sometida a una carga cíclica?
- vi. ¿Cómo realizar la comparación de los resultados mediante los diferentes métodos de análisis?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Estudiar el comportamiento dinámico de un modelo a escala de puente Bailey aplicando el teorema II de Vaschy – Buckingham.

1.3.2. Objetivos Específicos

- i. Escalar y construir un modelo físico de puente Bailey conforme a los criterios de similitud del teorema II de Vaschy–Buckingham.
- ii. Determinar experimentalmente los parámetros dinámicos del modelo a escala del puente Bailey, mediante Análisis Modal Experimental, identificando sus frecuencias naturales, factores de amortiguamiento y formas modales.
- iii. Evaluar experimentalmente el comportamiento dinámico del modelo a escala bajo condiciones de excitación próximas a resonancia, mediante el análisis de aceleraciones, velocidades, desplazamientos, deformaciones y esfuerzos registrados con acelerómetros y rosetas extensométricas.
- iv. Determinar los parámetros dinámicos del modelo a escala mediante una formulación analítica matricial basada en el método de los elementos finitos, implementada en *Python*, y un modelo numérico desarrollado en *ANSYS Workbench*.
- v. Evaluar el comportamiento a fatiga de la viga principal del puente a escala mediante el análisis de los ciclos de esfuerzo y la cuantificación del daño acumulado bajo las condiciones de excitación dinámica estudiadas.
- vi. Analizar y comparar los resultados obtenidos mediante los métodos experimental, analítico y numérico, utilizando cuadros comparativos para establecer sus concordancias y discrepancias.

1.4. Justificación

En el Perú, los puentes modulares tipo Bailey son ampliamente utilizados en zonas rurales, mineras y en situaciones de emergencia por su diseño versátil, rápida instalación y alta capacidad de carga. Sin embargo, su comportamiento dinámico ha sido escasamente estudiado, a pesar de estar expuestos a cargas transitorias como el paso de vehículos pesados, maquinaria en movimiento y eventos sísmicos, que pueden inducir vibraciones peligrosas. Estas vibraciones, al coincidir con las frecuencias naturales del puente, pueden generar estados de resonancia que comprometen su integridad estructural, provocando fisuras, sobreesfuerzos y deformaciones. Por ello, es esencial comprender su respuesta dinámica para prevenir fallas y mejorar su desempeño.

El uso de un modelo físico a escala, diseñado mediante el teorema II de Vaschy–Buckingham, ofrece un entorno controlado y seguro para realizar ensayos. Desde el cual se ajustan con precisión las condiciones de carga, frecuencia y amplitud, garantizando la repetibilidad de los ensayos sin afectar una estructura real. Además, los resultados obtenidos sirven para validar modelos numéricos, fortaleciendo la confiabilidad de simulaciones computacionales utilizadas en el análisis estructural.

Este estudio también tiene relevancia académica y profesional, ya que contribuye al desarrollo de conocimiento técnico en dinámica estructural aplicada a puentes modulares, siendo útil tanto para investigadores e ingenieros que trabajan en diseño, mantenimiento y evaluación de infraestructura. Además, el modelo experimental se convierte en una herramienta didáctica valiosa para la enseñanza de vibraciones mecánicas en programas de ingeniería mecánica, civil y disciplinas relacionadas. En conjunto, esta investigación aporta soluciones prácticas y conocimiento técnico que pueden ser aplicados directamente en la industria, en la mejora de diseños estructurales, y en la preparación de especialistas capaces de gestionar desafíos en contextos de alta exigencia como la infraestructura rural y minera.

1.5. Hipótesis

La implementación de un modelo físico a escala de puente Bailey, construido conforme a los criterios de similitud del teorema II de Vaschy–Buckingham, permitirá caracterizar su comportamiento dinámico mediante la identificación experimental de sus frecuencias naturales, formas modales y factores de amortiguamiento; la evaluación de su respuesta en aceleración, velocidad, desplazamiento, deformación y esfuerzo bajo condiciones próximas a resonancia; y la determinación analítica y numérica de sus parámetros dinámicos. La comparación de estos resultados permitirá establecer la concordancia entre los diferentes métodos de análisis y evaluar la resistencia de la estructura frente a cargas cíclicas.

1.6. Variables

1.6.1. Variables Independientes de Diseño

- Masa del módulo.
 - Propiedades elásticas del módulo.
 - Propiedades geométricas del módulo.
 - Excitación armónica (fuente de vibración controlada).
-

1.6.2. Variables Dependientes

- Parámetros dinámicos (frecuencias naturales, forma de modo de vibración, factor de amortiguamiento).
- Comportamiento dinámico del modelo físico a escala del puente Bailey en estado de resonancia, evaluado mediante desplazamientos, velocidades, aceleraciones y esfuerzos.

1.7. Alcances y Limitaciones

1.7.1. Alcances

- i. Estudiar el comportamiento dinámico de un modelo físico a escala de puente Bailey, aplicando el teorema II de Vaschy–Buckingham, incluyendo su análisis, diseño y fabricación para reproducir las características estructurales del prototipo real.
 - ii. Obtener los parámetros dinámicos del modelo (frecuencias naturales, modos de vibración y amortiguamiento) mediante Análisis Modal Experimental con instrumentación de vibraciones y procesamiento de señales.
 - iii. Modelar el sistema como un MDOF mediante una formulación analítica matricial basada en el método de los elementos finitos, implementada en Python, para un modelo tipo *frame* con elementos viga–columna de 6 GDL por nodo y respuesta dinámica aplicando el método directo.
 - iv. Mediante simulación numérica con el método de los elementos finitos (MEF), se evaluarán las frecuencias naturales, las formas modales y la respuesta armónica en el dominio de la frecuencia.
 - v. Inducir vibraciones controladas en el modelo físico a escala mediante una excitación de fuerza armónica, para evaluar su respuesta dinámica en aceleración, velocidad, desplazamiento, deformación y esfuerzo bajo condiciones próximas a resonancia.
 - vi. Evaluar el comportamiento a fatiga de la viga principal del puente a escala a partir de los ciclos de esfuerzo obtenidos experimentalmente, mediante conteo Rainflow, una curva $S-N$ y la regla de Palmgren–Miner, para cuantificar el daño acumulado bajo las condiciones dinámicas estudiadas.
 - vii. Analizar y comparar los resultados experimentales, analíticos y numéricos mediante cuadros comparativos que permitan establecer sus concordancias y discrepancias.
-

1.7.2. Limitaciones

- i. La escala seleccionada condiciona el modelo al uso de espesores de plancha y perfiles comerciales, por lo que se recurrirá a soluciones constructivas aproximadas que pueden introducir diferencias respecto al prototipo real.
 - ii. La longitud del prototipo, y en consecuencia del modelo, está restringida por el espacio disponible en el laboratorio, lo que impide ensayar luces mayores asociadas a frecuencias naturales más bajas.
 - iii. El análisis se centrará en la sección crítica del modelo a escala, específicamente en las vigas principales del puente Bailey.
 - iv. La excitación armónica del modelo estará limitada a dos sistemas controlados: un excitador de masas excéntricas con contragiro y un motor con masa desbalanceada de aproximadamente 30 g, instalados en la zona media y regulados mediante un variador de frecuencia. No se consideran otras acciones dinámicas de servicio, como tránsito, viento o sismos reales.
 - v. El estudio se enfocará en la identificación y evaluación de las tres primeras frecuencias naturales dominantes del modelo.
 - vi. Los ensayos experimentales se realizan únicamente en condiciones controladas de laboratorio, utilizando cuatro acelerómetros triaxiales para evaluar el comportamiento dinámico mediante aceleraciones, velocidades y desplazamientos, un martillo modal calibrado y software de procesamiento de señales.
 - vii. El análisis modal analítico se desarrollará bajo el enfoque de sistemas de múltiples grados de libertad, sin incluir modelos más complejos como estructuras no lineales, contemplando un modelo simplificado que puede generar errores elevados.
 - viii. La comparación de los datos experimentales se realizará con los resultados del análisis modal analítico y de la simulación FEM, sin incluir pruebas a escala real.
 - ix. El análisis de fatiga se limita a los ciclos de esfuerzo registrados en la viga principal durante las condiciones de excitación estudiadas y a la acumulación lineal de daño; no comprende ensayos prolongados, propagación de grietas, efectos de secuencia ni una predicción directa de la vida del puente prototipo.
 - x. El modelo considera una configuración estructural específica, por lo que los resultados no son generalizables a todas las variantes de puentes modulares tipo Bailey.
 - xi. Las uniones del modelo a escala no reproducen de manera completamente semejante las uniones del puente prototipo, debido a las dimensiones comerciales de pernos y perfiles, las tolerancias de fabricación, la holgura, la pretensión, la fricción de contacto y la geometría de las soldaduras. Por esta razón, las relaciones obtenidas mediante el teorema II de Vaschy–Buckingham no pueden revertirse fielmente para parámetros locales como la rigidez de las conexiones, el deslizamiento, el
-

amortiguamiento, las concentraciones de esfuerzo y la resistencia a fatiga. La transferencia inversa se limita principalmente a las magnitudes dinámicas globales que conservan los criterios de similitud adoptados.

- xii. La investigación no comprende el diseño mecánico integral del mecanismo de excitación. Los sistemas utilizados se consideran únicamente como fuentes de vibración controlada para aplicar las cargas requeridas en los ensayos; por ello, su selección, representación de cargas y verificaciones preliminares sirven para definir las condiciones de operación, pero no constituyen el diseño de detalle, la fabricación ni la certificación del mecanismo de excitación.

1.8. Metodología

1.8.1. Tipo, Nivel y Diseño de Investigación

La investigación de tipo cuantitativo se distingue por su metodología ordenada y por etapas. En esta, se cuantifican variables dentro de una situación particular, y los resultados se procesan con herramientas estadísticas. El objetivo de esto es validar teorías y definir tendencias de comportamiento (Hernández Sampieri et al., 2014, p. 4-5).

Según la clasificación de (Hernández Sampieri et al., 2014, p. 4-5), el tipo de investigación es:

- Aplicada, porque busca generar conocimiento útil para mejorar el diseño y evaluación de puentes modulares tipo Bailey en contextos reales.
 - Explicativa, ya que pretende comprender y explicar el comportamiento dinámico del modelo a escala ante excitaciones controladas.
 - Experimental, debido a que se realiza la construcción de un modelo físico a escala y se somete a condiciones controladas de laboratorio para observar su respuesta dinámica.
 - Transversal, porque el estudio se desarrolla en un periodo determinado, sin seguimiento temporal prolongado.
 - Cuantitativa, por el uso de mediciones objetivas, procesamiento de datos y validación mediante simulaciones numéricas.
-

La metodología incluye el diseño y fabricación del modelo físico a escala, la ejecución de ensayos de vibración mediante excitación controlada, el análisis modal experimental, la modelización analítica y la simulación numérica por elementos finitos (FEM). Finalmente, se realiza la validación cruzada entre los resultados experimentales y numéricos, presentando la información en cuadros comparativos.

1.8.2. Procedimiento de la Investigación

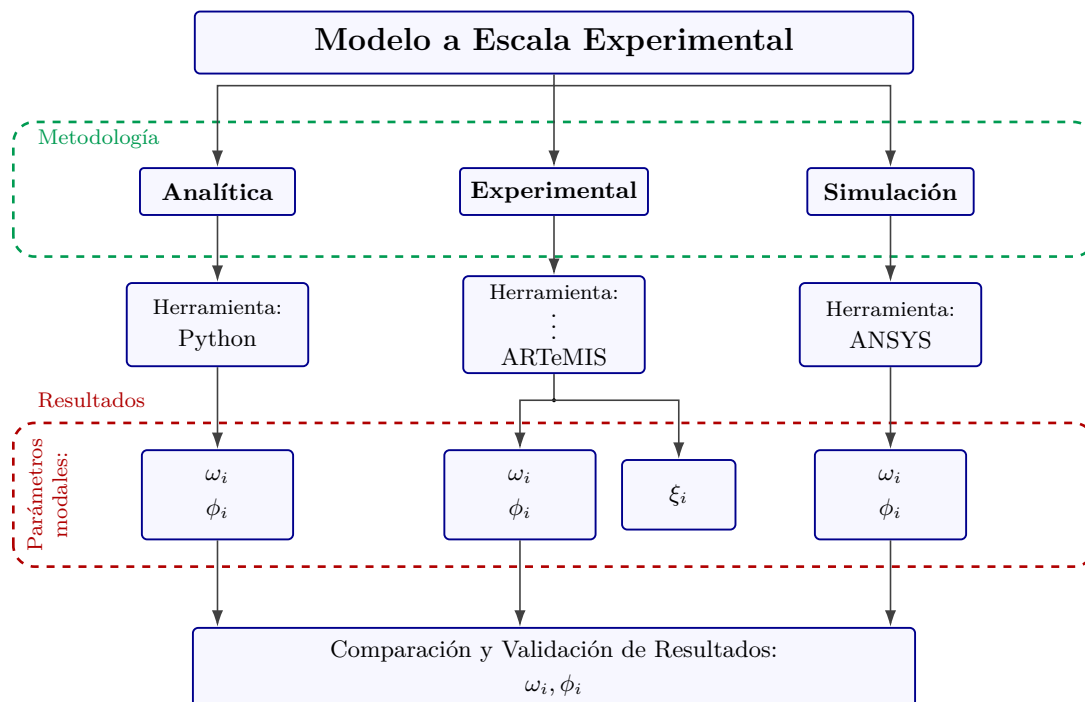
Se detallan tres modelos de proceso que unifican las aproximaciones analítica, numérica y experimental implementadas en el módulo experimental.

En la Figura 1.5 detalla tres procesos clave: primero, la obtención de los parámetros modales (frecuencias y formas) por tres vías; segundo, la comparación y validación entre ellos; y tercero, el cálculo de los coeficientes de Rayleigh usando los factores de amortiguamiento provenientes del Análisis Modal Experimental (EMA).

El análisis de respuesta dinámica se realiza como vibración forzada mediante una excitación controlada que reproduce condiciones operativas. El puente se discretiza en nodos y elementos; cada nodo posee seis GDL (3 traslacionales y 3 rotacionales), conformando un modelo 6-DoF por nodo para capturar modos flexionales y torsionales y su acoplamiento. Con ello se caracteriza el comportamiento dinámico global e informan criterios de diseño para un puente modular tipo Bailey seguro y eficiente.

Figura 1.5

Proceso para el cálculo y la validación de las propiedades modales.



Nota. En este estudio, el término “parámetros modales” se refiere a las ω_i (frecuencias naturales), ϕ_i (modos de vibración), y ζ_i (relaciones de amortiguamiento) de los nodos iniciales.

1.8.3. Recopilación de la Información

Se compilarán y analizarán de manera exhaustiva los antecedentes sobre puentes tipo Bailey, el análisis dimensional (similitud de Buckingham) y la experimentación con modelo físico escalado, además de los aportes en dinámica/vibraciones de puentes modulares.

1.8.4. Diseño del Modelo, Determinación de las Leyes de Escalamiento y Fabricación

Para el escalamiento y la fabricación del modelo a escala:

- Se determinarán las leyes de escalamiento del modelo a escala del puente Bailey.
- Se procederá con el diseño detallado del modelo a escala utilizando software de

dibujo asistido por computadora generando planos de fabricación y ensamble.

La fabricación del modelo a escala se realizará siguiendo las metodologías establecidas para asegurar la replicación precisa de los parámetros dinámicos del prototipo del puente Bailey de referencia. Se prestará especial atención a factores como geometría, materiales y conexiones, considerando su influencia en la respuesta dinámica del sistema.

1.8.5. Cálculo Analítico y Simulación FEM del Modelo a Escala

Se estudiará el modelo a escala por este motivo:

- Se llevarán a cabo cálculos analíticos orientada a determinar los parámetros dinámicos del modelo a escala.
- Se realizará una simulación por elementos finitos (FEM) utilizando software computacional con el propósito de determinar los parámetros dinámicos de forma numérica.

1.8.6. Análisis Experimental del Modelo a Escala

Para la obtención de datos de vibración:

- Se instalará un sistema de registro de datos para la captura de vibraciones en el modelo a escala.

Se utilizarán acelerómetros de vibración (uniaxiales, triaxiales) ubicados estratégicamente en el modelo a escala y un martillo modal para la obtención de los parámetros dinámicos mediante la técnica del Análisis Modal Experimental.

1.8.7. Comparación y Validación de Resultados

Se compararán los resultados analíticos, numéricos y experimentales. Para las frecuencias naturales se empleará como referencia el límite tolerable de 15 % señalado por Pálsson (2012); para la velocidad RMS se cuantificarán por separado el error local y el error porcentual absoluto medio, debido a su mayor sensibilidad al amortiguamiento, las conexiones y la fuerza excitadora.

1.9. Antecedentes

1.9.1. Antecedentes Internacionales

Los estudios internacionales también evidencian un interés particular en la respuesta dinámica de puentes modulares tipo Bailey, combinando técnicas experimentales y de modelado numérico. En esta línea, el trabajo “*Dynamic response identification of a triple-single Bailey bridge based on vehicle traffic-induced vibration analysis*” (Papavasileiou, Gantes, Thanopoulos, & Lignos, 2022) analiza la respuesta dinámica de un puente Bailey a escala real sometido a vibraciones inducidas por el tráfico vehicular. Para ello, se instrumenta la estructura con acelerómetros de bajo costo y se aplica Análisis Modal Operacional en el dominio de la frecuencia, identificando

frecuencias naturales, modos de vibración y coeficientes de amortiguamiento, los cuales se utilizan para calibrar un modelo numérico tridimensional del puente. La buena correlación obtenida entre los resultados experimentales y numéricos, así como la sensibilidad de la respuesta frente a las condiciones de las conexiones, refuerza la importancia de la validación experimental en el estudio del comportamiento dinámico de puentes Bailey. Este enfoque metodológico constituye un antecedente directo para la presente investigación, en la que se aborda la respuesta dinámica de un puente Bailey mediante la construcción de un modelo a escala física aplicando el teorema de Vaschy–Buckingham y su contraste con modelos analíticos y numéricos.

El comportamiento resistente y la estabilidad global de los puentes Bailey también han sido estudiados mediante modelos físicos a escala en laboratorio. En el trabajo “*Experimental Investigations of Bailey Bridges*” (King & Duan, 2003) se construyen siete modelos a escala 1/6 del marco tipo Bailey, empleando secciones sólidas rectangulares soldadas y variando la configuración estructural para simular condiciones de daño, como eliminación de diagonales y reducción de secciones para representar corrosión. Mediante ensayos de carga compresión–deflexión y análisis numéricos de segundo orden elástico e inelástico, se evalúan las curvas carga–desplazamiento, los modos de falla y las cargas límite, demostrando que el colapso está gobernado principalmente por el pandeo de miembros a compresión y que la ausencia de arriostamiento transversal conduce a inestabilidades globales a cargas muy reducidas. Los resultados evidencian que los modelos a escala bien diseñados permiten reproducir de forma confiable el comportamiento global de marcos tipo Bailey y constituyen un referente directo para la presente investigación, que también recurre a modelos físicos reducidos de un puente Bailey, pero enfocados en la respuesta dinámica y dimensionados rigurosamente mediante el teorema de Vaschy–Buckingham, para su posterior contraste con modelos analíticos y numéricos.

Particularmente relevante para este estudio es la tesis “*Prueba piloto de un sistema de pesaje dinámico basado en la deflexión vertical de un puente Bailey*” (Carrillo, 2019) que está centrada en la calibración de un modelo analítico para estimar las cargas generadas y en la validación del sistema, con el fin de asegurar su correcta implementación en etapas posteriores. Este trabajo también nos demuestra la aplicabilidad de los puentes Bailey como plataformas para el análisis estructural y la necesidad de calibrar modelos para asegurar su correcto funcionamiento.

El avance en este campo también se apoya en el desarrollo de sistemas de monitoreo de salud estructural para determinar las propiedades dinámicas de las estructuras. Caballero Russi (2020), en su tesis “*Caracterización dinámica de estructuras empleando un sistema de monitoreo de salud estructural de bajo costo*”, abordó de manera detallada el uso de sistemas de bajo costo para la caracterización dinámica y estableció una metodología accesible para evaluar el deterioro y el comportamiento de diferentes estructuras.

1.9.2. Antecedentes Nacionales

A nivel nacional, también se han realizado contribuciones significativas que refuerzan la pertinencia de la medición experimental. Como en el estudio de medición de las deformaciones en una estructura tipo mediante sensores de deformación (Strain Gages), para a partir de las deformaciones obtener analíticamente los esfuerzos fue investigado por (QUISPE & AYMA, 2023), en el desarrollo de su tesis ***“Estudio del comportamiento dinámico del puente ferroviario Sumbay - Arequipa debido a la variación de velocidad y carga minera de la máquina locomotora GT42AC”***.

El Análisis Modal Operacional (OMA) es una técnica robusta empleada para estudiar el comportamiento dinámico y evaluar el deterioro en estructuras. Siguiendo esta línea, (Huarayo, 2022), en el desarrollo de tala tesis ***“Estudio del comportamiento dinámico de la faja transportadora cv-002b tramo 1 – 4 mediante el análisis modal operacional en la sociedad minera el brocal”*** para ello, utilizó el OMA como método de monitoreo de condición, tal como lo desarrolla en su tesis sobre el tema.

2 | Marco Teórico

2.1. Teoría de Puentes

2.1.1. Puente Bailey

Los Puentes Bailey son estructuras de celosía prefabricadas y portátiles que fueron de importancia estratégica en la Segunda Guerra Mundial en la actualidad se emplean en situaciones de emergencia. Los puentes Bailey son una solución versátil y vital para restablecer la comunicación vial en áreas afectadas por desastres naturales o daños en puentes existentes. Estas estructuras cumplen con las mismas normativas y estándares que los puentes de concreto, asegurando su durabilidad y eficiencia. (AASHTO, 2017)

Figura 2.1

Puente "El Chorro 1", ubicado en la carretera Moquegua - Omate.



Nota. Este tipo de puentes es de uso extendido en el Perú, encontrándose tanto en carreteras como en autopistas. Fuente: Prensa Regional.pe (2023).

2.1.2. Generalidades de los Puentes Modulares

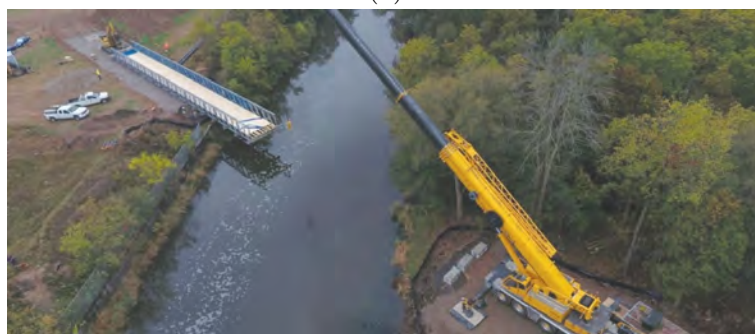
Como desarrollo del sistema Bailey, los puentes modulares de acero se configuran con paneles enlazados y piezas intercambiables que permiten un montaje sencillo. La instalación se puede efectuar mediante distintos métodos de lanzamiento (véase Figura 2.2), adecuándose a la topografía y a los lineamientos del proyecto.

Figura 2.2

Tipos de lanzamiento de puentes Bailey según las condiciones de ubicación.



(a)



(b)

Nota. a) El método por tacleo es ideal para vanos medianos con acceso limitado, b) Se aplica en zonas con espacio suficiente para equipos pesados. Todos estos métodos garantizan precisión en el posicionamiento de la estructura. Fuente: AASHTO (2017).

2.1.3. Usos Típicos de Puentes Bailey

Los puentes modulares son estructuras con un período de uso que puede variar entre temporal y permanente, y se emplean para la construcción, mejora y reparación de infraestructuras clave en áreas urbanas y rurales, incluso en lugares remotos y de difícil acceso. Estos puentes son fundamentales para restablecer el acceso a servicios básicos, mejorar la conectividad en áreas afectadas por desastres, impulsar el desarrollo económico mediante mejoras en la infraestructura y renovar las vías de transporte. (AASHTO, 2017)

2.1.4. Tipos de Construcción

El sistema se concibe como cerchas ensambladas a partir de paneles de acero estructural, configurables en disposición simple, doble o triple según la luz requerida y la demanda de carga. Las combinaciones y límites de aplicación de cada configuración se detallan en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1

Configuraciones de puentes modulares (nomenclatura equivalente)

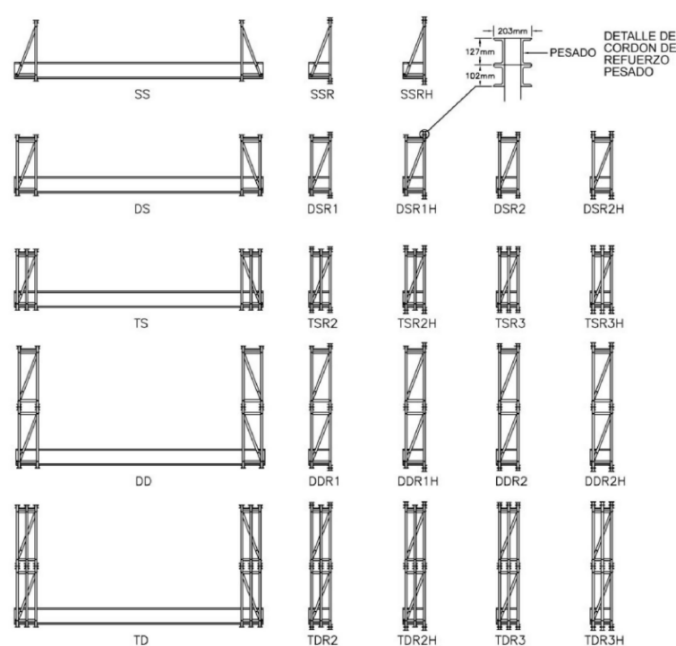
<i>Tipos de cercha</i>	<i>Designación</i>	<i>Código</i>
Cercha simple	Simple - simple	SS
Cercha simple	Doble - Simple	DS
Cercha simple	Triple - Simple	TS
Cercha Doble	Doble - Doble	DD
Cercha Doble	Triple - Doble	TD
Cercha Triple	Doble - Triple	DT
Cercha Triple	Triple - Triple	TT

Nota. Elaboración propia con base en AASHTO (2017).

Las configuraciones mencionadas son las más habituales, sin embargo, se contemplan configuraciones reforzadas mediante piezas especiales que incrementan la capacidad portante de la estructura, tal como se aprecia en la Figura 2.3.

Figura 2.3

Configuraciones tipológicas de puentes modulares.



Nota. Se describen de manera gráfica las configuraciones más habituales para la instalación de puentes Bailey. Fuente: AASHTO (2017).

2.1.5. Elementos Constitutivos de un Puente Modular

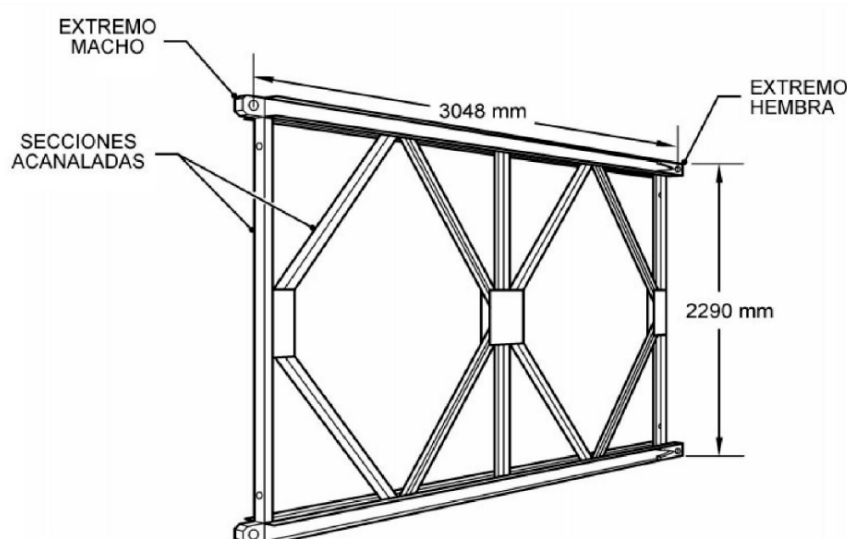
La configuración del puente se basa en paneles modulares unidos mediante pernos/bulones y tornillería, conformando las cuerdas longitudinales principales (largueros) y módulos repetibles que se ajustan a la luz y a la demanda de carga específica de cada proyecto.

2.1.6. Elementos de la Cercha Lateral

- a) **Panel de cercha lateral:** Elemento portante principal de las cerchas laterales; puede disponerse unitario en cada costado o en arreglos múltiples para incrementar rigidez y capacidad (véase Figura 2.4). Se fabrica con perfiles de acero laminado conforme a ASTM A572 Grado 65 o AASHTO M223, y recibe galvanizado por inmersión en caliente según ASTM A123. (AASHTO, 2017)

Figura 2.4

Panel ACROW estándar – AB701.

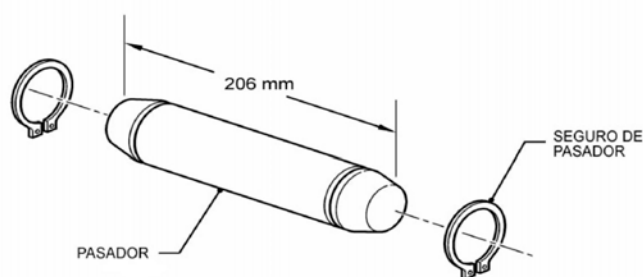


Nota. Geometría de panel tipo ACROW-AB701 y dimensiones generales. Fuente: AASHTO (2017).

- b) **Pasador de Panel:** De acuerdo con Harzone Industry (2019), el pasador constituye un elemento fundamental para el acoplamiento de los paneles en cualquier configuración, y además sirve para vincular los cordones superiores con los inferiores de cada panel.

Figura 2.5

Pasador de panel: AB051 y AB052 seguro de pasador.



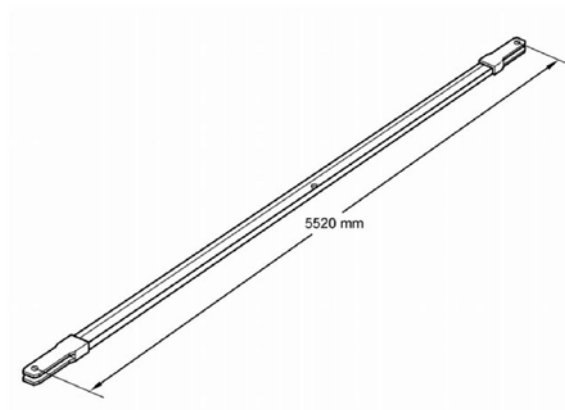
Nota. Los pasadores se utilizan para la unión entre paneles. Fuente: AASHTO (2017).

2.1.7. Diagonales

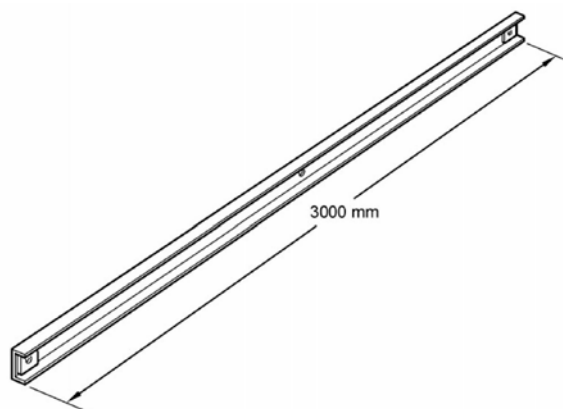
- a) **Diagonal de Arriostramiento Horizontal y Vertical:** Son las partes fundamentales que garantizan la construcción del puente en un ángulo de 90 grados y también proporcionan resistencia contra la fuerza transversal generada por el viento sobre el puente y horizontales generadas por las cargas verticales sobre el puente. (AASHTO, 2017)

Figura 2.6

Diagonal de arriostramiento extra - ancha: AB591.



Nota. Aseguran las vigas de piso proporcionando resistencia a la fuerza transversal. Fuente: AASHTO (2017).

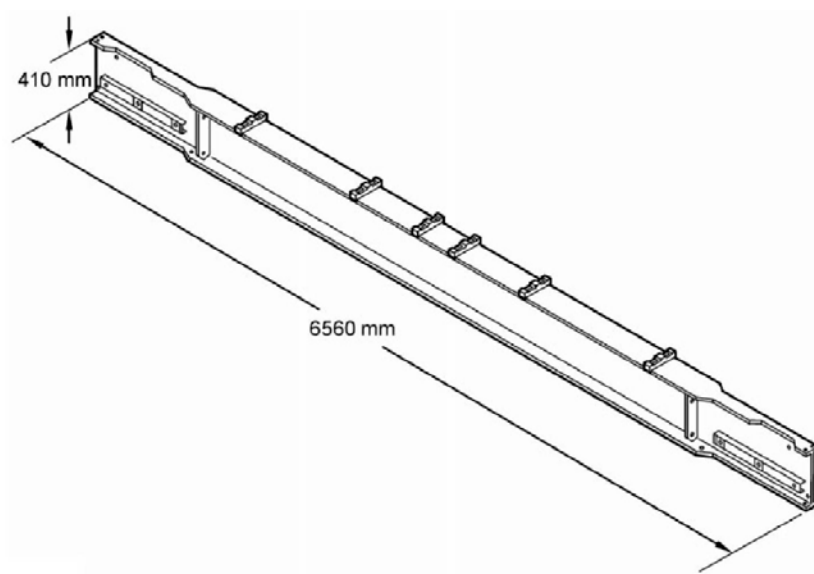
Figura 2.7*Diagonal vertical estándar: AB518.*

Nota. Se disponen en una configuración de cruz; aseguran las vigas de piso proporcionando resistencia a fuerza vertical. Fuente: AASHTO (2017).

- b) **Placa de Unión de las Diagonales:** Es el principal método de fortalecimiento horizontal utilizado en varias disposiciones de cerchas.

2.1.8. Vigas de Piso (travesaños)

Definen el ancho útil del puente y se ubican en los extremos del mismo. Presentan perfiles tipo canal soldados en la parte superior para recibir las unidades de piso, aseguradas con pernos específicos.

Figura 2.8*Extra ancho travesaño: AB507.*

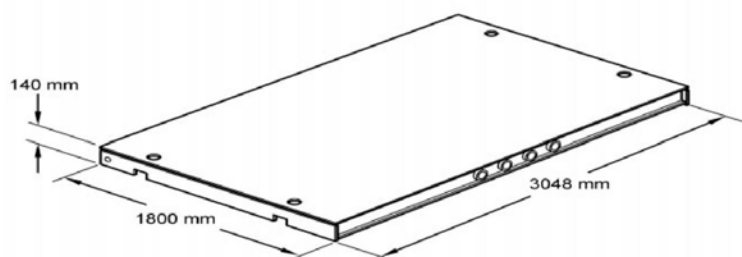
Nota. Configuración de travesaño extra – ancho para un solo carril, con un ancho de tablero de 4,2 m. Fuente: AASHTO (2017).

2.1.9. Unidades de Piso

Conjuntos del tablero que fijan el ancho de calzada del puente; se instalan como módulos terminales en cada extremo (sobre los estribos). Están dotados de canales/canaletas.

Figura 2.9

Unidad de piso: AB601.



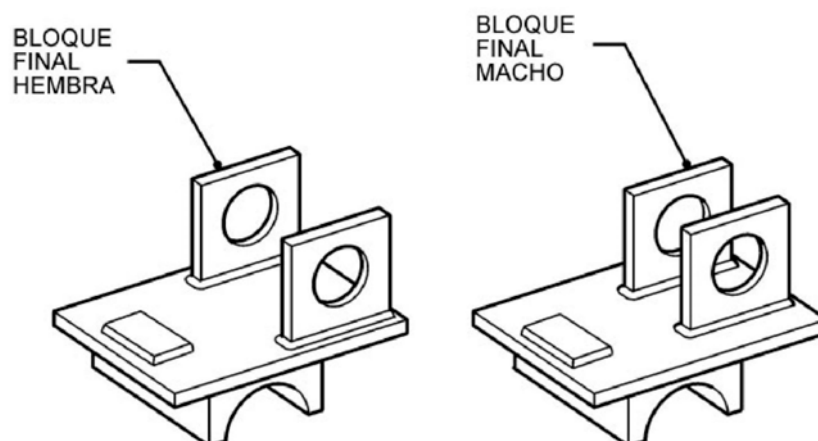
Nota. Elementos que se empernan a los travesaños para generar la superficie de tránsito del puente.
Fuente: AASHTO (2017).

2.1.10. Apoyos Estructurales o Cojinetes

- a) **Bloques Terminales:** Elementos que transfieren las cargas del puente a los cojinetes.

Figura 2.10

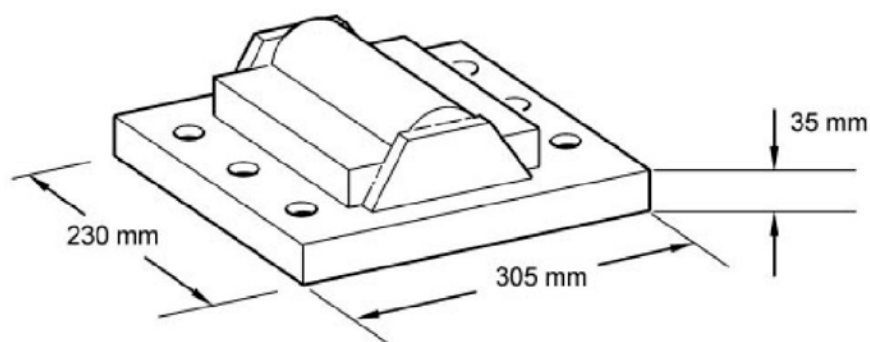
Bloques finales: AB503 y AB504.



Nota. Elementos de enlace entre el puente y el apoyo de cojinete. Fuente: AASHTO (2017).

- b) **Apoyo tipo cojinete:** Dispositivo de apoyo basculante (cojinete), apernado a los estribos, que colecta y transmite las reacciones de los bloques finales. Como podemos observar en la Figura 2.11.

Figura 2.11
Apoyo de cojinete.



Nota. Elementos principales de apoyo del puente; toda la carga se distribuye entre ellos. Fuente: AASHTO (2017).

- c) **Pernos de unión (Elementos de Sujeción):** Pernos de sujeción con acabado galvanizado, acompañados de arandela y tuerca; los modelos y medidas se indican en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2
Especificaciones de los pernos de unión del puente

<i>Pernos</i>	<i>Dimensionamiento</i>	<i>Uso</i>
de arriostramiento	89 mm de largo, 25.4 mm de diámetro	Une diagonales con travesaños
de piso	102 mm de largo, 19 mm de diámetro	Une unidades de piso con vigas
de travesaño	108 mm de largo, 25.4 mm de diámetro	Une vigas de piso con paneles y los postes
de tornapunta	64 mm de largo, 25.4 mm de diámetro	Une tornapuntas con los postes finales
de cordón	88 mm de largo, 32 mm de diámetro	Une paneles de travesaño con cordones de refuerzo

Nota. Dimensiones disponibles para cada elemento. Fuente: AASHTO (2017).

2.1.11. Análisis Dimensional en el Escalamiento de Modelos

El trabajo de (Leon, 2019) explica cómo escalar un puente Bailey. El método se basa en el análisis dimensional y los principios de similitud (geométrica, cinemática y dinámica). Esta teoría se aplica al sistema para determinar los factores de escala del módulo, lo que permite elegir la escala ideal tras comparar varias opciones.

Según el teorema Pi (II) de Buckingham, es posible caracterizar la dinámica de un sistema mediante un conjunto de parámetros adimensionales. El teorema establece que si se tiene una ecuación con k variables homogéneas $\{u_1 = f(u_1, u_2, \dots, u_k)\}$, es posible reducirlas a $k-r$ relaciones adimensionales, expresadas como $\{\Pi_1 = \varnothing(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{k-r})\}$, donde r es el número mínimo de dimensiones fundamentales requeridas. (Leon, 2019)

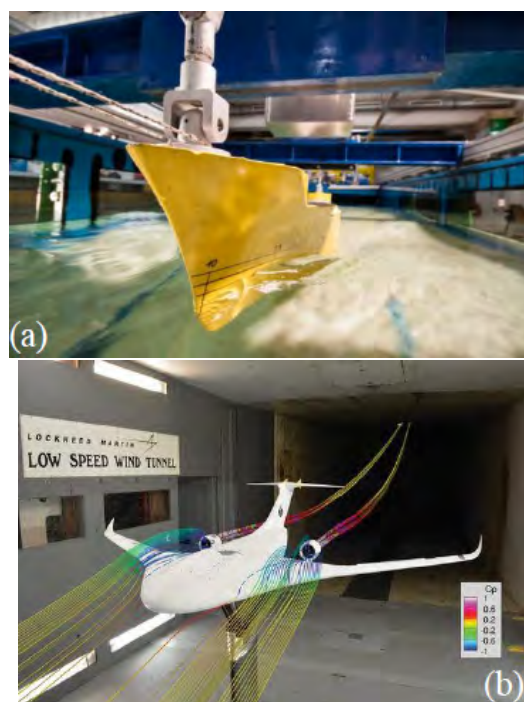
En el escalamiento de sistemas, el teorema Pi (II) de Buckingham es útil para derivar las leyes de escalamiento del diseño. Estas leyes son fórmulas matemáticas que conectan las variables de diseño del sistema original (prototipo) con las del modelo a escala. (Leon, 2019)

2.1.12. Modelamiento y Principio de Similitud

El principio de similitud es la base clave para la experimentación con modelos a escala. Estos modelos, que son representaciones de sistemas físicos diseñados para predecir su comportamiento, se utilizan en ingeniería para complementar los análisis analíticos y las simulaciones computacionales en problemas aerodinámicos complejos. Este enfoque se aplica ampliamente en sectores como la industria naval y aeronáutica, abarcando submarinos nucleares, embarcaciones, aviones de combate, e incluso en la edificación de presas y rascacielos. (Leon, 2019)

Figura 2.12

Modelos a escala de la industria naval y aeronáutica.



Nota. (a) Réplica a escala de un barco y (b) modelo a escala de una aeronave en pruebas aerodinámicas. Fuentes: Martin (2017) y Neugebauer (1961).

2.1.13. Teoría de Modelos

Al aplicar el teorema Π de Buckingham para identificar los grupos adimensionales, basta con comprender la física del fenómeno y las variables involucradas. En consecuencia, cualquier sistema regido por ese mismo conjunto de variables y expresable mediante los mismos términos Π presentará una relación funcional equivalente en el prototipo y en el modelo. (Leon, 2019).

$$\Pi_1 = \varnothing(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_n), \quad \Pi_{1m} = \varnothing(\Pi_{2m}, \Pi_{3m}, \dots, \Pi_{nm})$$

Por lo tanto, si un modelo se construye y se utiliza en las siguientes circunstancias:

$$\Pi_{2m} = \Pi_2, \quad \Pi_{3m} = \Pi_3, \quad \dots, \quad \Pi_{nm} = \Pi_n$$

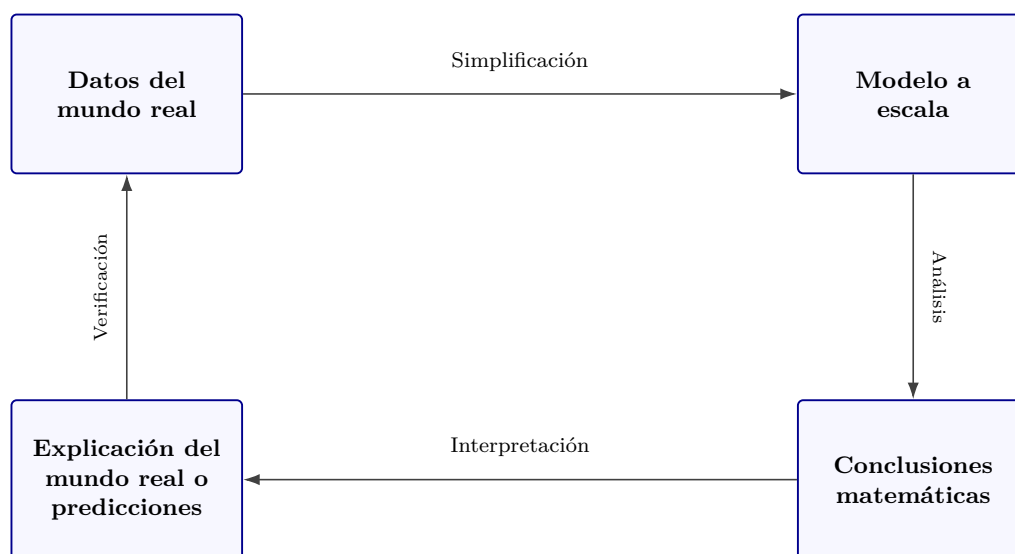
Partiendo de la premisa de que la función $\varnothing$ es la misma tanto para el modelo como para el prototipo, podemos deducir que:

$$\Pi_{1m} = \Pi_1$$

Para garantizar la similitud mecánica entre el modelo y el prototipo, la respuesta adimensional de interés Π_{1m} del modelo son equivalentes a los Π_1 del prototipo, siempre que el resto de los grupos Π (Π) coincida. constituyen los criterios de semejanza o leyes de modelado. La ecuación de predicción, que permite la extrapolación de los resultados del modelo al comportamiento del prototipo, se deriva directamente del cociente entre las formulaciones adimensionales de ambos sistemas. (Leon, 2019)

$$\frac{Prototipo}{Modelo} = \frac{\Pi_1}{\Pi_{1m}} = \frac{\varnothing(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_n)}{\varnothing(\Pi_{2m}, \Pi_{3m}, \dots, \Pi_{nm})}$$

El cumplimiento integral de las leyes de similitud, lo que implica la identidad de todos los grupos adimensionales ($\Pi_{im} = \Pi_i$), el modelo puede asumirse un modelo "real" capaz de proporcionar información precisa sobre el comportamiento del prototipo. La Figura 2.13 muestra de manera simplificada el proceso de modelado a realizar en la investigación. (Leon, 2019)

Figura 2.13*Proceso de modelado como un proceso cerrado.*

Nota. El ciclo comprende los procesos de análisis, interpretación, verificación y simplificación. Fuente: Leon (2019).

El factor de escala es un valor que se usa para modificar medidas en modelos o prototipos, como duplicar una distancia con un factor $\lambda=2$. Sirve para relacionar correctamente las variables entre un modelo y su prototipo, asegurando precisión. Aunque más evidentes que los principios de similitud, ambos se aplican ampliamente en el diseño y evaluación de modelos físicos escalados. (Leon, 2019)

2.1.14. Principio de Similitud

La similitud comprende un conjunto de conceptos que posibilitan la conexión entre un modelo y su prototipo, con la finalidad de anticipar su desempeño. Estos conceptos se extienden tanto a modelos matemáticos como a modelos a escala y prototipos. (Leon, 2019)

2.1.15. Tipos de Similitud

- a) **Similitud Geométrica:** Se trata de la correspondencia entre las dimensiones, lo que implica que la forma del sistema es consistente en ambos casos. En resumen, las proporciones entre las dimensiones en el modelo y el prototipo son uniformes en todos los aspectos. Dicha relación se expresa por un factor de escala, aunque es clave notar que el modelo no está limitado a una escala de reducción. (Leon, 2019)
- b) **Similitud Cinemática:** relación en concordancia de los movimientos. Dado que el movimiento se caracteriza por la distancia y el tiempo, esto involucra tanto la similitud en términos geométricos como en los intervalos temporales. La relación

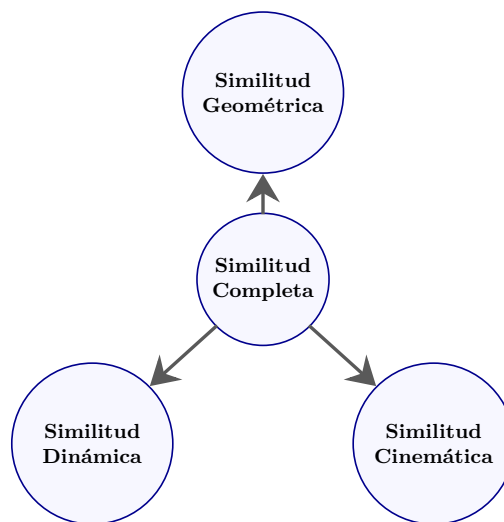
de escala para las dimensiones es λ_l y para el tiempo es λ_t , por lo tanto, el factor de escala en la velocidad sería $\lambda_l/\lambda_t = \lambda_v$, de la misma manera para la aceleración $\lambda_l/\lambda_t^2 = \lambda_a$. Por consiguiente, la similitud geométrica es un requisito indispensable en la obtención de la similitud cinemática, aunque no es suficiente por sí sola. (Leon, 2019)

- c) **Similitud Dinámica:** La similitud dinámica implica que las fuerzas entre un modelo a escala y su prototipo son iguales. La similitud dinámica, que implica la correspondencia de las fuerzas, está supeditada al cumplimiento previo de las similitudes geométrica y cinemática. (Leon, 2019)

En síntesis, Se entiende por similitud completa la condición en que modelo y prototipo comparten similitudes geométricas, de movimiento y dinámica. Por lo general, al sistema a escala real se le llama prototipo, mientras que al sistema a escala reducida se le denomina modelo. Para el propósito de esta tesis, es necesario alcanzar la similitud completa. (Leon, 2019)

Figura 2.14

Diagrama de la condición de similitud completa.



Nota. Se tienen tres consideraciones para la similitud completa de un modelo escalado.

La similitud es el conjunto de principios que facilita la conexión entre un modelo y su prototipo con el fin de anticipar su comportamiento. Estos principios son aplicables tanto a modelos matemáticos como a modelos a escala y prototipos. Sin embargo, la literatura técnica en ingeniería, como se menciona (Zohuri, 2013), reconoce que alcanzar una similitud exacta durante el modelado y la experimentación puede ser desafiante, según lo establecido en la literatura de ingeniería.

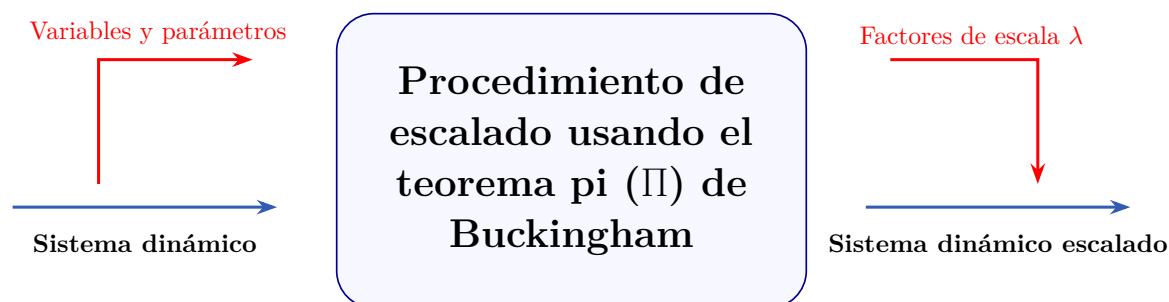
Cuanto más difieran las condiciones operativas entre el modelo y la aplicación real, más complejo resultará alcanzar una similitud precisa. En tales circunstancias, puede ser necesario sacrificar algunos aspectos de la similitud, priorizando únicamente los parámetros críticos. Por lo tanto, resulta inevitable referirse a una similitud aproximada. (Leon, 2019)

2.1.16. Análisis del Teorema Π de Vaschy y Buckingham para Formular las Leyes de Similitud

La conceptualización del escalado de un sistema implica seguir un método análogo al del Teorema Pi. Este proceso puede visualizarse mediante una representación de caja negra (como se ilustra en la Figura 2.15), considerando las variables del sistema y sus parámetros dinámicos ingresan directamente y producen como resultado los factores de escala para el sistema a escala. (Buckingham & Vaschy, 1914)

Figura 2.15

Abstracción en una caja negra del procedimiento de escalado.



Nota. Proceso lógico para el escalamiento utilizando el teorema de Π de Buckingham. Fuente: Leon (2019).

Según la propuesta de Kittirungsi (2008), a continuación se detalla el procedimiento para obtener las leyes de escalamiento mediante el teorema Pi (Π) de Buckingham:

- i. **Identificación de las Leyes Físicas:** En primer lugar, se deben identificar las leyes físicas que gobiernan el sistema de interés. Esto implica tener un conocimiento previo de las ecuaciones que describen su comportamiento. (Leon, 2019)
- ii. **Variables y Parámetros:** Después, es crucial reconocer las variables y parámetros que figuran en dichas ecuaciones. Por ejemplo, en el contexto de la mecánica newtoniana, las tres magnitudes básicas se identifican como longitud (L), masa (M), la y el tiempo (T). (Leon, 2019)
- iii. **Fórmula Dimensional:** Cada variable o parámetro está asociado con una fórmula dimensional que indica las unidades fundamentales necesarias para representar esa magnitud. ej. la representación dimensional del esfuerzo se describe mediante la fórmula $[ML^{-1}T^{-2}]$. (Leon, 2019)

- iv. **Parámetros Adimensionales:** Al definir M cantidades físicas mediante N unidades fundamentales independientes, se derivarán $M-N$ parámetros adimensionales independientes. (Leon, 2019)
- v. **Derivación de Parámetros:** Se establecen $M - N$ conjunto de productos utilizando las variables, y se asignan exponentes arbitrarios a cada una de ellas. Estos grupos deben ser adimensionales, lo que facilita la resolución de los exponentes y la obtención de los parámetros P_i . (Leon, 2019)
- vi. **Leyes de Escalamiento:** Se establece $\lambda_Q = Q_{prototipo}/Q_{escalado}$ escalado como el factor de escalamiento que se aplicara a toda variable o parámetro.

De acuerdo con el principio de similitud, se garantiza que las propiedades dinámicas del prototipo original permanezcan intactas, lo que asegura que los parámetros adimensionales P_i sean constantes tanto para el prototipo como para el sistema a escala. (Leon, 2019)

2.1.17. Análisis de Escalado del Puente Bailey

En esta aplicación específica, se emplea un modelo de parámetros concentrados (discreto). Dicho modelo involucra 5 variables para el análisis de vibración libre y 6 variables para vibración forzada. Las variables se caracterizan con las unidades fundamentales de masa (M), longitud (L) y tiempo (T). Para un puente Bailey, su ecuación de funcionamiento como modelo discreto ya se conoce, por lo tanto, es posible aplicar directamente el principio de similitud.

2.1.18. Criterios de Similitud Aplicados a Parámetros Modales

A continuación, se caracterizan los parámetros modales del modelo físico a escala y del prototipo. La formulación del puente Bailey en ambos niveles se obtiene agregando las ecuaciones de movimiento en formato matricial para el caso de vibración libre, de acuerdo con la Ecuación (5).

$$[M] \{\ddot{x}(t)\} + [C] \{\dot{x}(t)\} + [K] \{x(t)\} = \{0\} \quad (5)$$

En la formulación de la vibración libre con un grado de libertad (1GDL) en un sistema modelado a escala, se emplean las matrices $[M]$, $[C]$ y $[K]$ que identifican, la masa efectiva, el amortiguamiento y la rigidez equivalente del sistema. De tal modo que, la ecuación de movimiento se define de la siguiente manera:

$$m_e \ddot{x}_e + c_e \dot{x}_e + k_e x_e = 0 \quad (6)$$

Reemplazando los valores en la Ecuación (6) para llevar a cabo el análisis modal.

$$m_e \frac{d^2 x_{ie}}{dt_e^2} + c_{ie} \frac{dx_{ie}}{dt_e} + k_e x_{ie} = 0 \quad (7)$$

El subíndice i , denota el modo correspondiente y su frecuencia natural ω_i . Puesto que el amortiguamiento es principalmente estructural, se omite en el análisis; así, el modelo a escala se estudia bajo vibración libre no amortiguada.

$$m_e \frac{d^2 x_{ie}}{dt_e^2} + k_e x_{ie} = 0 \quad (8)$$

De manera similar, para el modelo a escala real, la ecuación dominante en vibración libre será:

$$m_r \frac{d^2 x_{ir}}{dt_r^2} + k_r x_{ir} = 0 \quad (9)$$

Se emplean los subíndices r y e . Con ello se fijan los factores de escala (λ_{ix}), para los parámetros físicos del modelo y del prototipo, cuyas relaciones se presentan en la Tabla 2.3, junto con las relaciones correspondientes entre ellos.

Tabla 2.3

Factores de similitud del modelo respecto del prototipo real

Factor	Relación	Descripción
λ_m	$\frac{m_e}{m_r}$	masa
λ_ρ	$\frac{\rho_r}{\rho_e}$	densidad
λ_l	$\frac{\rho_r}{l_e}$	longitud
λ_x	$\frac{l_r}{x_e}$	desplazamiento
λ_t	$\frac{x_r}{t_e}$	tiempo
λ_E	$\frac{t_r}{E_e}$	módulo de elasticidad
	$\frac{E_r}{E_e}$	

Reemplazando los factores de escala de la Tabla 2.3 en la Ecuación (8), se obtiene:

$$\lambda_m m_r \frac{d^2 (\lambda_x x_{ir})}{d(\lambda_t t_r)^2} + \lambda_k k_r \lambda_x x_{ir} = 0 \quad (10)$$

Reestructurando la Ecuación (10).

$$\left(\frac{\lambda_m \lambda_x}{\lambda_t^2} \right) m_r \frac{d^2 x_{ir}}{dt_r^2} + (\lambda_k \lambda_x) k_r x_{ir} = 0 \quad (11)$$

Dado que las Ecuaciones (9) y (11) son equivalentes, entonces los componentes dentro de los paréntesis en la Ecuación (11) son idénticos entre sí.

$$\frac{\lambda_m \lambda_x}{\lambda_t^2} = \lambda_k \lambda_x \quad (12)$$

Constituyen las leyes de escala que relacionan el modelo reducido con el prototipo a tamaño real; son indispensables para garantizar la similitud dinámica y para fijar el λ_f factor de escala para la frecuencia natural. Este factor se puede derivar a partir de la relación entre la longitud l , el módulo de elasticidad E y la densidad ρ .

$$\lambda_f = \frac{f_e}{f_r} = \frac{l_r}{l_e} \left(\frac{\rho_r}{\rho_e} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{E_r}{E_e} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (13)$$

Suponiendo que el modelo a escala y el prototipo emplean el mismo material, acero estructural ASTM A36, se adoptan razones unitarias de densidad y módulo elástico ($\frac{\rho_r}{\rho_e} = 1$ y $\frac{E_r}{E_e} = 1$); entonces:

$$\lambda_f = \frac{f_e}{f_r} = \frac{l_r}{l_e} = \frac{1}{\lambda_l} \quad (14)$$

Asimismo, puede derivarse el factor de similitud de la función de respuesta en frecuencia (FRF).

$$\lambda_{H_{ij}} = \frac{(H_{ij})_e}{(H_{ij})_r} = \frac{\left(\frac{X_i}{F_j}\right)_e}{\left(\frac{X_i}{F_j}\right)_r} = \frac{\lambda_x}{\lambda_F} = \frac{1}{\lambda_l \lambda_E} \quad (15)$$

El índice de semejanza de la forma modal es:

$$\frac{(\psi_{ir})_e}{(\psi_{ir})_r} \propto \frac{(c)_e}{(H_{ij})_r} = \frac{1}{\lambda_l \lambda_E} \quad (16)$$

Se observa que la forma modal conserva su proporcionalidad cuando los materiales son idénticos. Puesto que describe relaciones de amplitud en cada ubicación, la comparabilidad exige normalizar prototipo y modelo en el mismo grado de libertad.

$$\{\psi_{ir}\}_e = \{\psi_{ir}\}_r \quad (17)$$

De manera directa, la formulación de la función de respuesta en frecuencia (FRF) establece que los modos del modelo a escala y del prototipo han de ser consistentes y comparables.

$$H_{ij}(\omega) = \sum_{m=1}^N \frac{\phi_{im}\phi_{jm}}{k_m - \omega^2 m_m + j\omega c_m} \quad (18)$$

Cuando $\omega \gg \omega_m$:

$$H_{ij}^m = \frac{\phi_{im}\phi_{jm}}{-\omega^2 m_m} \quad (19)$$

A partir de la ecuación anterior se puede obtener:

$$\left(\frac{\phi_{im}\phi_{jm}}{-\omega^2 m_m} \right)_e : \left(\frac{\phi_{im}\phi_{jm}}{-\omega^2 m_m} \right)_r = (H_{ij})_e : (H_{ij})_r \quad (20)$$

Por lo tanto, es posible calcular el parámetro de escala de la masa modal, que representa la masa involucrada en un modo específico.

$$\lambda_{m_m} = \frac{(m_m)_e}{(m_m)_r} = \frac{\omega_r^2 (H_{ij}^m)_r}{\omega_e^2 (H_{ij}^m)_e} = \frac{1}{\lambda_f^2 \lambda_{H_{ij}}} = (\lambda_l)^3 \lambda_\rho \quad (21)$$

También es posible calcular el parámetro de escala de la rigidez modal de manera similar a la rigidez en un modo específico.

$$\lambda_{k_m} = \frac{(k_m)_e}{(k_m)_r} = \frac{(\omega_m^2 m_m)_e}{(\omega_m^2 m_m)_r} = \lambda_f^2 \lambda_{m_m} = \lambda_l \lambda_E \quad (22)$$

Siguiendo la teoría del amortiguamiento viscoso, la fuerza amortiguadora se define como:

$$F = cv = c\dot{x}(t) = c \frac{dx}{dt} \quad (23)$$

Aplicando los factores de escala bajo el principio de similitud a la Ecuación (23) se deduce la expresión correspondiente al prototipo:

$$\lambda_F F_r = \lambda_c c_r \frac{d(\lambda_x x_r)}{d(\lambda_t t_r)} \quad (24)$$

Siendo esta expresión idéntica para la ecuación gobernante del prototipo, el factor de escala para el coeficiente de amortiguamiento modal se obtiene como:

$$\lambda_{c_m} = \frac{\lambda_F \lambda_t}{\lambda_x} = \lambda_l^2 (\lambda_\rho \lambda_E)^{\frac{1}{2}} \quad (25)$$

2.1.19. Análisis de Similitud para Condiciones de Operación

Durante el funcionamiento de un puente Bailey, este se ve sometido a una fuerza cíclica, y su comportamiento puede ser expresado a través de una ecuación diferencial.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (26)$$

Los factores de escala se reemplazan de manera análoga a como se hizo en la sección anterior.

$$\lambda_m m_r \frac{d^2(\lambda_x x_r)}{d(\lambda_t t_r)^2} + \lambda_c c_r \frac{d(\lambda_x x_r)}{d(\lambda_t t_r)} + \lambda_k k_r \lambda_x x_r = \lambda_F F_r(t) \quad (27)$$

Siguiendo el principio de similitud, podemos determinar el factor de escala para la fuerza utilizando la Ecuación (27) y también con $\lambda_m = \lambda_\rho \lambda_l^3$:

$$\frac{\lambda_\rho \lambda_l^3 \lambda_x}{\lambda_t^2} = \frac{\lambda_c \lambda_x}{\lambda_t} = \lambda_E \lambda_l \lambda_x = \lambda_F \quad (28)$$

De la Ecuación (28) se identifican las siguientes expresiones:

Tiempo:

$$\lambda_t = \lambda_l \sqrt{\frac{\lambda_\rho}{\lambda_E}} \quad (29)$$

Coeficiente de amortiguamiento:

$$\lambda_c = \lambda_E \lambda_t \lambda_l \quad (30)$$

Fuerza:

$$\lambda_F = \lambda_E \lambda_x \lambda_l \quad (31)$$

Además, se detallan otros factores relacionados con la escala.

Tabla 2.4
Factores de escala adicionales

<i>Magnitud</i>	<i>Factor</i>
Esfuerzo	$\lambda_\sigma = \lambda_E$
Desplazamiento	$\lambda_x = \lambda_l$
Velocidad	$\lambda_v = \sqrt{\frac{\lambda_E}{\lambda_\rho}}$
Aceleración	$\lambda_a = \frac{\lambda_E}{\lambda_\rho \lambda_l}$
Deformación	$\lambda_\varepsilon = 1$
Rigidez	$\lambda_k = \lambda_E \lambda_l$

Nota. Se describen los factores de escalamiento para las magnitudes en condiciones de operación.

2.1.20. Vibraciones Mecánicas Básicas

La teoría de vibraciones mecánicas estudia los movimientos oscilatorios de los sistemas mecánicos alrededor de una posición de equilibrio. Los conceptos fundamentales son:

- Vibración:** Movimiento periódico de un sistema mecánico alrededor de una posición de equilibrio estable.
- Amplitud:** Máxima distancia o magnitud alcanzada por el sistema desde su posición de equilibrio.
- Frecuencia:** Cantidad de ciclos completos que un sistema vibratorio realiza por segundo, medida en Hertz (Hz).
- Periodo:** Tiempo que tarda el sistema en realizar un ciclo completo de vibración.
- Oscilación libre:** Vibración continua de un sistema sin fuerza externa aplicada.
- Oscilación forzada:** Vibración inducida por una fuerza externa periódica aplicada al sistema.
- Resonancia:** Ocurre cuando la frecuencia de una fuerza externa coincide con la frecuencia natural del sistema, amplificando la respuesta.

2.1.21. Tipos de Vibración

- Vibración determinística:** Aquella en la que existe una relación matemática precisa entre las fuerzas aplicadas y la respuesta del sistema.
- Vibración aleatoria:** Aquella en la que las fuerzas que generan la vibración son impredecibles y no admiten una descripción matemática exacta.

2.1.22. Vibraciones Libres sin Amortiguamiento

Para el análisis analítico se utiliza el modelo de vibración libre por su alta precisión numérica en la obtención de las frecuencias naturales del sistema, expresado en su forma matricial general:

$$[M] \{\ddot{x}(t)\} + [K] \{x(t)\} = \{p(t)\} \quad (31)$$

Donde:

- $[K]$: Matriz de rigidez de dimensión $N \times N$.
- $[M]$: Matriz de masa de dimensión $N \times N$.
- $\{p(t)\}$: Vector de tamaño $N \times 1$ de las fuerzas variables en el tiempo.
- $\{x(t)\}$: Vector de tamaño $N \times 1$ de los desplazamientos variables en el tiempo.
- $\{\ddot{x}(t)\}$: Vector de tamaño $N \times 1$ de las aceleraciones variables en el tiempo.

El desarrollo completo del problema de autovalores homogéneo ($p(t) = 0$) y la obtención de las frecuencias naturales del sistema se presenta en la sección *Cálculo Analítico Matricial de Parámetros Dinámicos mediante FEM* (apartado *Ecuación general*), más adelante en este capítulo.

2.1.23. Frecuencias Resonantes

De acuerdo con (Chopra, 2014), la frecuencia resonante se define como aquella en la que la amplitud de la respuesta es máxima debido a la excitación. Si ω_a y ω_b son las frecuencias de excitación a ambos lados de la frecuencia resonante, en las que la amplitud es $1/\sqrt{2}$ de la amplitud resonante, estas definen el ancho de banda, propiedad que establece el rango en el que la respuesta del sistema se mantiene cercana a su valor máximo.

2.1.24. Amortiguamiento de Estructuras

El amortiguamiento se refiere a la pérdida de energía mecánica de un sistema, lo que reduce sus amplitudes de vibración en el tiempo. En un sistema subamortiguado, la relación de amortiguamiento puede estimarse experimentalmente mediante el decremento logarítmico, calculado a partir de dos máximos de la respuesta libre separados por n ciclos (Chopra, 2014):

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{x_1}{x_{n+1}} \right), \quad (32)$$

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} \approx \frac{\delta}{2\pi} = \frac{1}{2\pi n} \ln \left(\frac{x_1}{x_{n+1}} \right)$$

Donde:

- δ : Decremento logarítmico, magnitud adimensional.
- ζ : Relación de amortiguamiento o fracción del amortiguamiento crítico, magnitud adimensional. Su valor porcentual es $100\zeta\%$.
- x_1, x_{n+1} : Amplitudes máximas de la misma respuesta libre, separadas por n ciclos completos.
- n : Número de ciclos completos comprendidos entre ambas amplitudes.

La aproximación $\zeta \approx \delta/(2\pi)$ es válida para sistemas con amortiguamiento ligero; la expresión precedente con la raíz cuadrada corresponde a la relación exacta.

Según (Chopra, 2014), para calcular la matriz de amortiguamiento se emplean las fracciones de amortiguamiento modal en una combinación de las matrices de masa $[M]$ y rigidez $[K]$, método conocido como amortiguamiento de Rayleigh:

$$[C] = a_0 [M] + a_1 [K] \quad (33)$$

Donde a_0 y a_1 son los coeficientes de amortiguamiento de Rayleigh.

2.1.25. Teoría de Elementos Finitos Asistido por Software

El método de elementos finitos permite estimar el comportamiento de un sistema continuo dividiéndolo en un número determinado de elementos finitos interconectados por nodos. En todo sistema de análisis se distinguen tres aspectos fundamentales:

- a) **Dominio:** Espacio físico o geométrico en el cual se realiza el análisis del sistema.
- b) **Condiciones de frontera:** Variables conocidas que afectan al sistema y definen su comportamiento, como las cargas aplicadas y los apoyos.
- c) **Incógnitas:** Variables del sistema que se determinan a partir de las condiciones de frontera.

Los nodos de conexión permiten que el análisis integral de una estructura se resuelva como un conjunto de análisis locales, cuyo comportamiento se establece mediante funciones de forma asignadas a cada nodo.

2.1.26. Ecuaciones de Equilibrio

Un paralelepípedo elemental se mantiene en equilibrio bajo la acción de las fuerzas que actúan sobre cada una de sus caras y las fuerzas distribuidas de cuerpo, lo que se expresa mediante las tres ecuaciones de equilibrio estático:

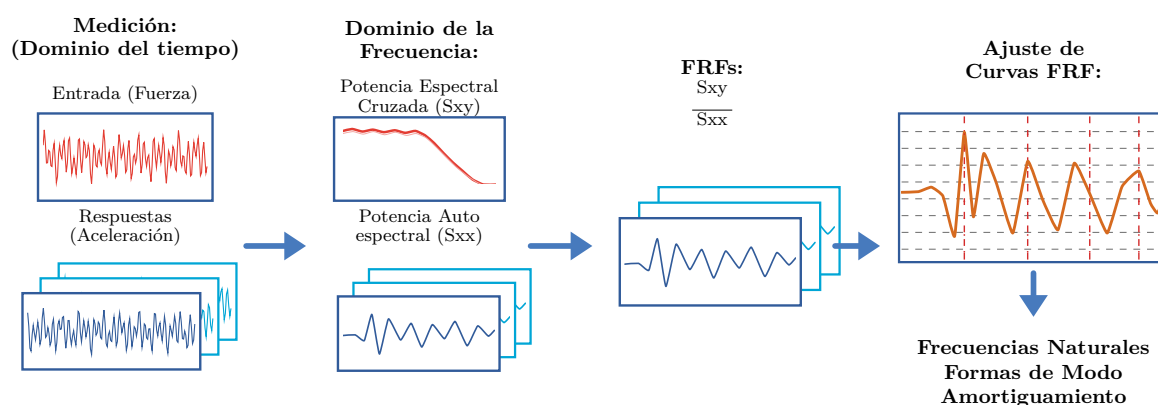
$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0 \quad (34)$$

2.2. Análisis Modal Experimental

El Análisis Modal Experimental (EMA, por sus siglas en inglés) es un ensayo dinámico basado en la vibración forzada, es habitual en estructuras de dimensiones compactas e intermedias. No obstante, su implementación en estructuras masivas o de gran envergadura es infrecuente, principalmente debido a la complejidad técnica que representa generar y controlar la fuente de excitación requerida para dicha escala. (Brincker & Ventura, 2015, p. 4).

Figura 2.16

Secuencia del proceso de análisis modal experimental.



Nota. Imagen adaptada de Siemens (2022). Título original: "OMG! What is OMA (Operating Modal Analysis)?". Fuente: (<https://community.sw.siemens.com/s/article/OMG-What-is-OMA-Operating-Modal-Analysis>)

Adicionalmente, Brincker & Ventura señalan que estos ensayos cuantifican la respuesta estructural (en el dominio del tiempo) que resulta de aplicar un *input* de fuerza conocido y controlado. La correlación entre dicho *input* y el *output* medido se establece mediante las funciones de respuesta en frecuencia (FRF). Estas FRF se procesan posteriormente con métodos de análisis establecidos, como se muestra en la Figura 2.16.

En el Análisis Modal Experimental, las metodologías de excitación forzada más frecuentes son el impacto (martillo modal), el uso de vibradores (shakers) y las pruebas de relajación (step-relaxation), cabe recalcar que estos ensayos tienen limitaciones técnicas significativas, excitar eficazmente frecuencias naturales bajas, proporcionar la energía suficiente, cuantificar la fuerza de excitación y asegurar un acoplamiento rígido (Cunha et al., 2007, pp. 67-68).

2.3. Cálculo de Parámetros Dinámicos de Forma Analítica mediante FEM

Este capítulo aborda el cálculo de parámetros dinámicos estructurales mediante el método de rigidez, una técnica matricial clave en ingeniería estructural para el análisis de estructuras con múltiples grados de libertad. El enfoque permite modelar elementos como vigas, columnas y barras aplicando la ley de Hooke, considerando efectos axiales, cortantes, momentos y torsión. Gracias al enfoque matricial y al uso de computadoras, se logra una evaluación precisa y eficiente del comportamiento estructural, especialmente en estructuras reticuladas como el puente Bailey. A partir de las matrices de rigidez y masa se obtienen las frecuencias naturales y las formas de vibración, fundamentales en el análisis sísmico y de cargas dinámicas. (Huarayo, 2022)

2.3.1. Cálculo Analítico Matricial de Parámetros Dinámicos mediante FEM.

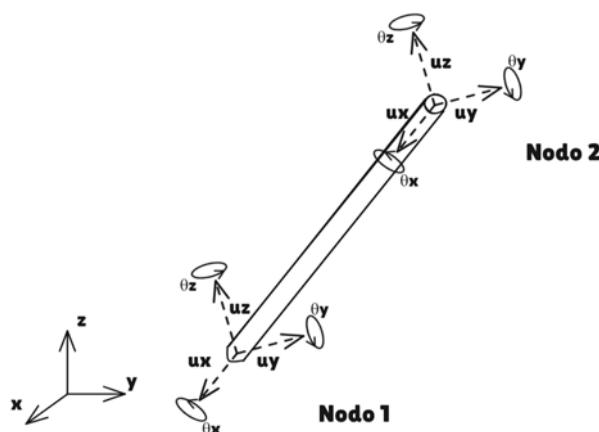
El desarrollo del poder computacional de los computadores ayudo enormemente al avance de la investigación en ciertos temas, en el caso del área del análisis estructural se desarrollaron métodos utilizando el algebra matricial.

2.3.2. Matriz de Rigidez Local (elemento Frame 3D)

Relaciona los desplazamientos nodales con las fuerzas internas del elemento. Para un frame 3D (12 GDL, 6 por nodo) es una matriz simétrica de 12×12 , derivada del principio de energía potencial y trabajo virtual.

Figura 2.17

Elemento frame 3D.



Nota. Convención de ejes locales, fuerzas internas y grados de libertad nodales del elemento *frame* tridimensional.

Conceptos Básicos

Un elemento frame 3D considera:

- a) Desplazamientos axiales: A lo largo del eje del elemento (local(x)).
- b) Flexión: En los dos planos perpendiculares al eje (local (y) y (z)).
- c) Torsión: Rotación alrededor del eje longitudinal (local(x)).

La matriz de rigidez local se obtiene mediante la formulación diferencial de la viga y su posterior integración, utilizando los métodos de energía.

Sistema de Coordenadas y Grados de Libertad

Cada nodo posee seis grados de libertad: tres traslaciones y tres rotaciones.

- a) **Nodo 1:**

$$u_x^{(1)}, u_y^{(1)}, u_z^{(1)}, \theta_x^{(1)}, \theta_y^{(1)}, \theta_z^{(1)} \quad (32)$$

- b) **Nodo 2:**

$$u_x^{(2)}, u_y^{(2)}, u_z^{(2)}, \theta_x^{(2)}, \theta_y^{(2)}, \theta_z^{(2)} \quad (33)$$

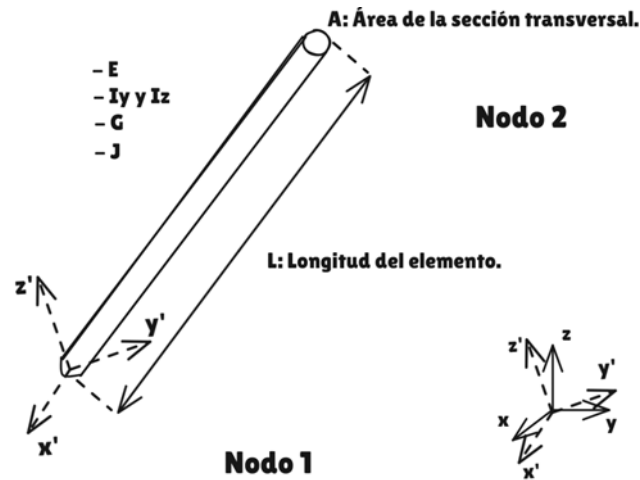
El vector de desplazamientos se ordena como:

$$\{u_x^{(1)}, u_y^{(1)}, u_z^{(1)}, \theta_x^{(1)}, \theta_y^{(1)}, \theta_z^{(1)}, u_x^{(2)}, u_y^{(2)}, u_z^{(2)}, \theta_x^{(2)}, \theta_y^{(2)}, \theta_z^{(2)}\} \quad (34)$$

Propiedades del Elemento

Figura 2.18

Propiedades del elemento.



Nota. Parámetros geométricos y mecánicos utilizados para formular las matrices locales de rigidez y masa del elemento.

Los parámetros físicos del elemento son:

E : Módulo de elasticidad.

A : Área de la sección transversal.

L : Longitud del elemento.

I_y y I_z : Momentos de inercia respecto a los ejes locales y y z .

G : Módulo de rigidez en torsión.

J : Constante de torsión (momento polar de inercia).

Fundamento Teórico de la Matriz de Rigidez

La energía potencial elástica almacenada en el elemento (principio del trabajo virtual) es:

$$U = \frac{1}{2} q^T k_{local} q \quad (35)$$

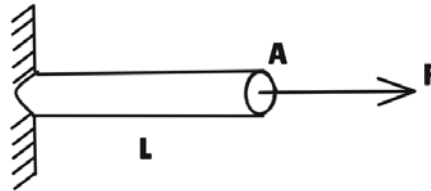
Donde:

- q : Vector de desplazamientos nodales
- k_{local} : Matriz de rigidez local.

Rigidez Axial

Figura 2.19

Rigidez axial.



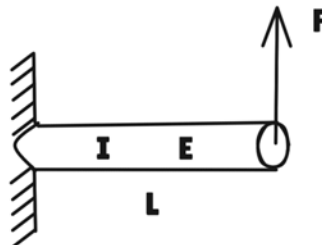
Nota. Idealización del elemento sometido a fuerzas axiales opuestas en sus extremos y desplazamientos definidos en el eje local longitudinal.

$$k_{axial} = \frac{EA}{L} \quad (36)$$

Rigidez en Flexión

Figura 2.20

Rigidez en flexión.



Nota. Convención de desplazamientos transversales, giros nodales, fuerzas cortantes y momentos flectores empleada en la formulación del elemento.

Flexión en Y: Los coeficientes se derivan de la ecuación diferencial de la viga sometida a flexión en el plano.

$$\frac{12EI_y}{L^3}, \frac{6EI_y}{L^2}, \frac{4EI_y}{L} \quad (37)$$

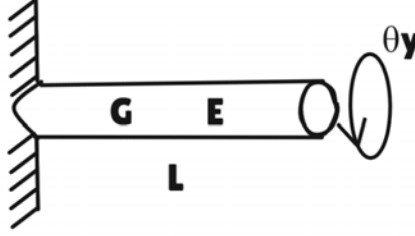
Flexión en Z: Análogos, con signos según la convención de momentos flectores.

$$\frac{12EI_z}{L^3}, \frac{6EI_z}{L^2}, \frac{4EI_z}{L} \quad (38)$$

Rigidez en Torsión

Figura 2.21

Rigidez en torsión.



Nota. Idealización de los momentos torsores y giros asociados alrededor del eje local longitudinal del elemento.

Rigidez en torsión:

$$k_{torsion} = \frac{GJ}{L} \quad (39)$$

Este valor se asigna a las entradas correspondientes a θ_x en ambos nodos.

Matriz de Rigidez Global

La matriz de rigidez local para un elemento frame 3D es:

$$k_{local} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{2EI_z}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_y}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{2EI_z}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_y}{L} \end{bmatrix}$$

Matriz de Transformación de Coordenadas Locales a Globales

La matriz de rigidez local se transforma a coordenadas globales mediante $[T]$:

$$[K_{global}] = [T]^T [k_{local}] [T] \quad (40)$$

Donde:

- $[T]$: es la matriz de transformación.
- $[T]^T$: es la transpuesta de la matriz de transformación.
- $[k_{local}]$: es la matriz de rigidez definida en el sistema de coordenadas del elemento.
- $[K_{global}]$: es la matriz de rigidez en el sistema de coordenadas globales, necesaria para ensamblar la respuesta estructural total.

Se construye con los cosenos directores del elemento: l_i, m_i, n_i ($i = x, y, z$), las proyecciones de cada eje local i sobre los ejes globales X, Y, Z .

Para el elemento frame 3D con 12 GDL:

$$[T] = \begin{bmatrix} l_x & m_x & n_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_y & m_y & n_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_z & m_z & n_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_x & m_x & n_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_y & m_y & n_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_z & m_z & n_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_x & m_x & n_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_y & m_y & n_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_z & m_z & n_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_x & m_x & n_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_y & m_y & n_y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_z & m_z & n_z \end{bmatrix}$$

Se usa para transformar tanto la rigidez como la masa a coordenadas globales.

2.3.3. Matriz de Masa Consistente para Elementos Frame 3D

Describe la distribución continua de masa e inercia del elemento. Para un frame 3D considera acoplamiento axial, de flexión y torsión, con 12 GDL (2 nodos).

Grados de Libertad (DOF)

Cada nodo de un elemento frame 3D posee seis grados de libertad (6 DOF):

a) **Nodo 1:**

$$u_x^{(1)}, u_y^{(1)}, u_z^{(1)}, \theta_x^{(1)}, \theta_y^{(1)}, \theta_z^{(1)} \quad (41)$$

b) **Nodo 2:**

$$u_x^{(2)}, u_y^{(2)}, u_z^{(2)}, \theta_x^{(2)}, \theta_y^{(2)}, \theta_z^{(2)} \quad (42)$$

En total, el elemento tiene 12 DOF y la matriz de masa resultante es de dimensión 12×12 .

Funciones de Forma

Funciones de forma según el tipo de deformación:

a) **Deformación axial:** (u_x)

Funciones lineales:

$$N_1(\xi) = 1 - \xi, N_2(\xi) = \xi, \text{ donde } \xi = \frac{x}{L} \quad (43)$$

b) **Flexión:** (u_y, u_z)

Funciones cúbicas (Hermitianas) que permiten capturar tanto el desplazamiento como la pendiente:

$$\begin{aligned} N_1(\xi) &= 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ N_2(\xi) &= L(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) \\ N_3(\xi) &= 3\xi^2 - 2\xi^3 \\ N_4(\xi) &= L(-\xi^2 + \xi^3) \end{aligned} \quad (44)$$

c) **Torsión:** (θ_x)

Funciones lineales:

$$N_1(\xi) = 1 - \xi, N_2(\xi) = \xi \quad (45)$$

Formulación de la Matriz de Masa Consistente

La formulación se basa en la energía cinética del elemento, que se expresa como:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \dot{u}^T(x, t) \dot{u}(x, t) dx \quad (46)$$

Donde:

- ρ : es la densidad del material.
- A : es el área de la sección transversal.
- L : es la longitud del elemento.
- $\dot{u}(x, t) = \partial u(x, t) / \partial t$: es el vector de velocidades interpoladas mediante las funciones de forma.

La interpolación de desplazamientos y velocidades se realiza mediante:

$$\begin{aligned} u(x, t) &= N(x)q(t), \\ \dot{u}(x, t) &= N(x)\dot{q}(t) \end{aligned} \quad (47)$$

$q(t)$: es el vector de desplazamientos nodales y $\dot{q}(t)$, su derivada temporal, representa las velocidades nodales.

Comparando la expresión de la energía cinética con la forma matricial:

$$T = \frac{1}{2} \dot{q}^T(t) [M_e] \dot{q}(t) \quad (48)$$

Luego se obtiene la matriz de masa:

$$[M_e] = \int_0^L N^T(x) \rho A N(x) dx \quad (49)$$

Los coeficientes numéricos (140, 156, 70, 54, $22L$, etc.) y el factor $\frac{\rho AL}{420}$ provienen de integrar las funciones de forma. Los términos de torsión se escalan además por $\frac{J}{A}$, pues la inercia rotacional depende de J , no del área.

Estructura de la Matriz de Masa Consistente

- **Axial**: inercia asociada a u_x .
- **Flexión**: inercia en los planos (u_y, θ_z) y (u_z, θ_y) .
- **Torsión**: inercia en θ_x , con el momento polar J .

Matriz Completa (12x12)

La matriz completa de masa consistente para el elemento frame 3D se expresa de la siguiente manera:

$$[M_e] = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & -13L \\ 0 & 0 & 156 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & -13L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 140\frac{J}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70\frac{J}{A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22L & 0 & 4L^2 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 0 \\ 0 & 22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 & 0 & 13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13L & 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & -22L \\ 0 & 0 & 54 & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & 156 & 0 & -22L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 70\frac{J}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140\frac{J}{A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 0 & 0 & 0 & -22L & 0 & 4L^2 & 0 \\ 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix}$$

Nota. Adaptado de (Bensahal, 2011) Recuperado el 30 de octubre de 2025, de <http://thesis.univ-biskra.dz/2421/4/chapitre3.pdf>

2.3.4. Proceso de Ensamblaje de Matrices de Rigidez y Masa

El ensamblaje construye K y M globales a partir de las contribuciones de cada elemento, en los siguientes pasos:

1. Inicialización de Matrices Globales

Se inicializan K y M como matrices nulas de $n \times n$ ($n = \text{GDL totales de la estructura}$).

2. Cálculo de Matrices Locales

Para cada elemento se calculan k_{local} y m_{local} a partir del material y la geometría. Para un elemento barra 3D:

$$k_{axial} = \frac{EA}{L}, \quad k_{flexion} = \frac{12EI}{L^3} \quad (51)$$

Donde:

- E es el módulo de elasticidad del material.
- A es el área de la sección transversal.
- L es la longitud del elemento.
- I es el momento de inercia de la sección transversal.

3. Transformación a Coordenadas Globales

Se transforma a coordenadas globales con $[T]$:

$$k_{global} = [T]^T k_{local} [T], \quad m_{global} = [T]^T m_{local} [T] \quad (53)$$

donde $[T]$ es la matriz de cosenos directores que describe la orientación del elemento en el espacio tridimensional.

4. Suma de Contribuciones en la Matriz Global

Cada elemento suma su contribución en las posiciones (i, j) de sus nodos:

$$K(i, j) += k_{global}(i, j), \quad M(i, j) += m_{global}(i, j) \quad (55)$$

donde (i, j) son los índices de los GDL del elemento en la matriz global.

5. Imposición de Condiciones de Frontera

Se aplican modificando las ecuaciones de equilibrio: se eliminan o fijan las filas/columnas de los GDL restringidos (ej. viga empotrada: desplazamientos y rotaciones nulos en el extremo fijo). El elemento base del modelo es un frame 3D lineal, con seis GDL por nodo:

- 3 traslaciones en (X, Y, Z)
 - 3 rotaciones alrededor de (X, Y, Z)
- a) **Nodo Empotrado (Apoyo Fijo)**: traslaciones $(X, Y, Z) = 0$, rotaciones $(R_x, R_y, R_z) = 0$.
 - b) **Nodo Articulado**: traslaciones $(X, Y, Z) = 0$, rotaciones R_x, R_y, R_z libres.
 - c) **Nodo Deslizante (Apoyo Simple)**: ejemplo de deslizamiento en X: restringe $Y = 0$ y $Z = 0$; X y las rotaciones (R_x, R_y, R_z) quedan libres.

2.3.5. Teoría del Análisis Modal para Estructuras Tipo Frame 3D

El análisis modal determina frecuencias naturales y modos de vibración de estructuras tipo frame 3D (vigas y columnas).

2.3.6. Conceptos Fundamentales

Frecuencia natural: Frecuencia a la que una estructura tiende a vibrar cuando es perturbada. Depende de la rigidez y la masa del sistema.

Modo de vibración: Forma en que la estructura se deforma al vibrar a una frecuencia natural. Cada modo está asociado a una frecuencia natural.

2.3.7. Ecuación general

Para encontrar los modos y frecuencias de vibración libre (sin amortiguamiento ni fuerzas externas), se resuelve el problema de autovalores:

$$[K] \phi = \omega^2 [M] \phi \quad (56)$$

Donde:

- $[K]$: Matriz de rigidez global.
- $[M]$: Matriz de masa global.
- ω : Frecuencia angular natural (donde $\omega = 2\pi f$, y f es la frecuencia en Hz).
- ϕ : Vector modal (forma del modo de vibración).

2.3.8. Frecuencias Naturales

Las frecuencias naturales en (Hz) se obtienen a partir de la frecuencia angular mediante:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (57)$$

2.3.9. Normalización de Modos

Normalización: Los modos de vibración suelen normalizarse con respecto a la matriz de masa:

$$\phi^T [M] \phi = 1 \quad (58)$$

2.3.10. Amortiguamiento de Rayleigh

En el análisis modal clásico, la amortiguación se ignora. Sin embargo, en sistemas reales, la amortiguación afecta la amplitud de vibración.

Amortiguamiento de Rayleigh: Una forma común de modelar la amortiguación es:

$$[C] = \alpha [K] + \beta [M] \quad (59)$$

Donde: α y β son coeficientes de amortiguamiento.

2.3.11. Métodos de Solución Numérica

Métodos iterativos: Para sistemas grandes, se utilizan métodos iterativos como Lanczos o Shift-Invert para resolver el problema de autovalores.

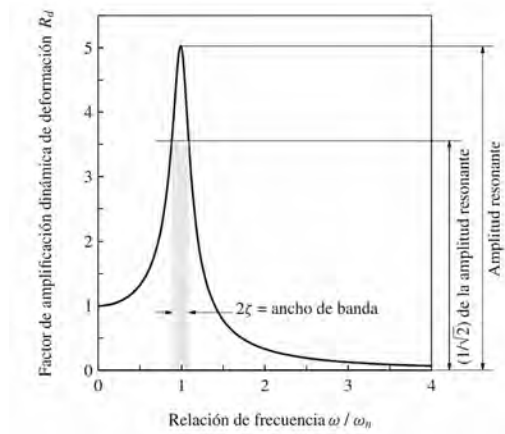
Regularización: Se añade un pequeño valor a la diagonal de las matrices para evitar singularidades numéricas.

2.3.12. Frecuencias Resonantes

De acuerdo con (Chopra, 2014), la frecuencia resonante se define como aquella en la que la amplitud de la respuesta es máxima debido a la excitación. En un sistema sin amortiguamiento, las frecuencias resonantes para el desplazamiento, la velocidad y la aceleración son idénticas y coinciden con la frecuencia natural del sistema “ ω_n ”.

Figura 2.22

Definición de ancho de banda.



Nota. El ancho de banda delimita el intervalo alrededor de la resonancia en el que la respuesta permanece amplificada. Depende del amortiguamiento y permite evaluar la proximidad a una condición resonante. Adaptado de Chopra (2014).

Si ωa y ωb las frecuencias de excitación a ambos lados de la frecuencia resonante, donde la amplitud es $\frac{1}{\sqrt{2}}$ de la amplitud resonante, definen el ancho de banda.

$$\frac{\omega b - \omega a}{\omega_n} = 2\zeta \quad (60)$$

2.3.13. Análisis de Respuesta Armónica en Estado Estacionario

Determina la respuesta en estado estacionario ante una carga armónica, mediante el Método Directo en Frecuencia (preciso y aplicable con amortiguamiento general).

La ecuación diferencial matricial que gobierna el movimiento de un sistema de múltiples grados de libertad (GDL), considerando amortiguamiento viscoso, es:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (61)$$

Donde:

- $[M]$: Matriz de masa global del sistema.
- $[C]$: Matriz de amortiguamiento global del sistema.

- $[K]$: Matriz de rigidez global del sistema.
- $\{\ddot{x}(t)\}$: Vector de aceleraciones nodales en el dominio del tiempo.
- $\{\dot{x}(t)\}$: Vector de velocidades nodales en el dominio del tiempo.
- $\{x(t)\}$: Vector de desplazamientos nodales en el dominio del tiempo.
- $\{F(t)\}$: Vector de fuerzas de excitación externas en el dominio del tiempo.

Asumiendo excitación sinusoidal de frecuencia Ω (rad/s), en notación compleja:

$$\{F(t)\} = \{F_0\}e^{(i\Omega t)} \quad (62)$$

Donde:

- $\{F_0\}$: Vector de amplitudes complejas de la fuerza. Este vector define la magnitud de la fuerza y su fase en cada grado de libertad.
- i : La unidad imaginaria ($\sqrt{-1}$).
- Ω : Frecuencia de la excitación forzada.

La respuesta en estado estacionario es armónica, a la misma frecuencia Ω , con un desfase ϕ :

$$\{x(t)\} = \{X\}e^{(i\Omega t)} \quad (63)$$

Donde:

- $\{X\}$: Vector de amplitudes complejas del desplazamiento. Cada componente X_j contiene la información de la amplitud máxima y la fase del desplazamiento para el grado de libertad j .

2.3.14. Transformación al Dominio de la Frecuencia

Para resolver la ecuación de movimiento, se derivan las expresiones para la velocidad y la aceleración a partir de la respuesta de desplazamiento postulada:

$$\{\dot{x}(t)\} = i\Omega\{X\}e^{(i\Omega t)} \quad (68)$$

Derivando se tiene:

$$\{\ddot{x}(t)\} = -\Omega^2\{X\}e^{(i\Omega t)} \quad (69)$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación de movimiento original:

$$-\Omega^2[M]\{X\}e^{(i\Omega t)} + i\Omega[C]\{X\}e^{(i\Omega t)} + [K]\{X\}e^{(i\Omega t)} = \{F_0\}e^{(i\Omega t)} \quad (70)$$

Cancelando el término común $e^{(i\Omega t)}$, la ecuación diferencial se reduce a un sistema algebraico en el dominio de la frecuencia:

$$(-\Omega^2[M] + i\Omega[C] + [K])\{X\} = \{F_0\} \quad (71)$$

Esta ecuación se puede escribir de forma compacta como:

$$[Z(\Omega)]\{X\} = \{F_0\} \quad (72)$$

Donde $[Z(\Omega)]$ se denomina la matriz de impedancia dinámica del sistema, que es dependiente de la frecuencia:

$$[Z(\Omega)] = [K] - \Omega^2[M] + i\Omega[C] \quad (73)$$

2.3.15. Cálculo de Amplitudes de Desplazamiento y Velocidad

La solución para el vector de amplitudes complejas de desplazamiento $\{X\}$ se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones lineales:

$$\{X\} = [Z(\Omega)]^{-1}\{F_0\} \quad (74)$$

El resultado $\{X\}$ es un vector de números complejos. Para cada grado de libertad j , el componente X_j se puede expresar en forma polar $X_j = |X_j|e^{(i\phi_j)}$

La amplitud del desplazamiento para el GDL j es el módulo del número complejo X_j :

$$|x_j| = |X_j| = \sqrt{Re(X_j)^2 + Im(X_j)^2} \quad (75)$$

La fase del desplazamiento para el GDL j es el argumento del número complejo X_j :

$$\phi_j = atan2(Im(X_j), Re(X_j)) \quad (76)$$

Para obtener las velocidades, se utiliza la misma relación de derivación temporal aplicada antes. El vector de amplitudes complejas de velocidad $\{V\}$ es:

$$\{V\} = i\Omega\{X\} \quad (77)$$

De manera análoga al desplazamiento, la amplitud de la velocidad para cada grado de libertad j se calcula como el módulo del componente complejo V_j :

$$|v_j| = |V_j| = |i\Omega X_j| = \Omega |X_j| \quad (78)$$

2.3.16. Método de Solución Empleado

En el presente análisis se adopta el Método directo en frecuencias, el cual consiste en resolver la ecuación:

$$[Z(\Omega)]\{X\} = \{F_0\} \quad (79)$$

Para cada frecuencia de excitación Ω .

Este método fue elegido por las siguientes razones:

1. Precisión: proporciona la solución exacta del sistema sin necesidad de truncar modos.
2. Generalidades: permite considerar cualquier tipo de amortiguamiento, incluso no proporcional.
3. Simplicidad Computacional: su implementación es directa y eficiente para estructuras de tamaño medio como la analizada.

2.3.17. Relaciones de Esfuerzo y Deformación Generalizados

Antes de obtener los esfuerzos, cada elemento requiere pasar del desplazamiento nodal complejo $\{X\}$ a la deformación y de ahí al esfuerzo. Para un elemento tipo barra (frame 3D) la deformación no es un tensor plano sino un vector de deformaciones generalizadas: elongación axial, curvaturas de flexión y giro torsional por unidad de longitud. La matriz constitutiva $[D]$ relaciona este vector de deformaciones $\{\varepsilon\}$ con el vector de esfuerzos resultantes de la sección $\{\sigma\}$ (fuerza normal, momentos flectores y momento torsor):

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}, \quad \{\sigma\} = \begin{Bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \\ T \end{Bmatrix}, \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \kappa_y \\ \kappa_z \\ \theta'_x \end{Bmatrix}$$

$$[D] = \text{diag}(EA, EI_y, EI_z, GJ)$$

Donde EA , EI_y , EI_z y GJ son las mismas rigideces axial, de flexión y de torsión ya definidas en Rigidez Axial, Rigidez en Flexión y Rigidez en Torsión.

2.3.18. Elemento Finito Tipo Barra (Frame 3D)

El campo de desplazamientos a lo largo de la barra se interpola a partir de los desplazamientos nodales $\{d\}$ (12 GDL) mediante las mismas funciones de forma ya definidas en Formulación de la Matriz de Masa Consistente: lineales para el desplazamiento axial y el giro torsional, y de Hermite para los desplazamientos transversales. Derivando este campo se obtiene la matriz de deformación-desplazamiento $[B(x)]$, que a diferencia de un elemento plano no es constante sino función de la posición x a lo largo de la barra:

$$\{\varepsilon(x)\} = [B(x)]\{d\}$$

Con $[B(x)]$ y $[D]$ así definidos, la matriz de rigidez local del elemento se obtiene integrando a lo largo de la longitud L :

$$[k_{local}] = \int_0^L [B(x)]^T [D] [B(x)] dx$$

Esta integral, evaluada con las funciones de forma exactas de barra, reproduce la matriz de rigidez local de 12x12 ya presentada en Matriz de Rigidez Local (Elemento Frame 3D), confirmando la consistencia de esta formulación con la secuencia de cálculo.

Los esfuerzos resultantes N , M_y , M_z y T , obtenidos de $\{\sigma\} = [D][B(x)]\{X\}$ para la solución armónica $\{X\}$, son cantidades complejas (fasores). Dado que el criterio de Von Mises no es lineal, no se aplica directamente sobre el fasor: primero se extrae la amplitud real de cada componente y luego se combinan por superposición conservadora, tal como lo hace la rutina de cálculo empleada.

2.3.19. Cálculo de Esfuerzos y Criterio de Von Mises en Régimen Armónico

1. Amplitudes de las Fuerzas Internas

De cada componente compleja del vector de fuerzas internas del elemento se extrae su amplitud real:

$$|N|, |F_y|, |F_z|, |T|, |M_y|, |M_z| = \sqrt{\text{Re}(\cdot)^2 + \text{Im}(\cdot)^2}$$

2. Esfuerzo Normal por Superposición Conservadora

El esfuerzo normal se evalúa en las fibras extremas de la sección ($y_{max} = h/2$, $z_{max} = b/2$) combinando axial y flexión por suma de valores absolutos, tomando el máximo entre las cuatro combinaciones de signo de las fibras:

$$\sigma_{total} = \frac{|N|}{A} + \frac{|M_y| z_{max}}{I_y} + \frac{|M_z| y_{max}}{I_z} \quad (69)$$

3. Esfuerzo Cortante por Torsión y Cortante Directo

El cortante combina la componente torsional con el cortante directo, afectado por el factor de forma $\kappa = 5/6$ de una sección rectangular:

$$\tau_{total} = \frac{|T| \max(y_{max}, z_{max})}{J} + \kappa \frac{|F_y| + |F_z|}{A} \quad (70)$$

4. Criterio de Von Mises

Con σ_{total} y τ_{total} ya como amplitudes reales, se aplica el criterio de Von Mises uniaxial propio de un elemento tipo barra:

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_{total}^2 + 3\tau_{total}^2} \quad (71)$$

Este resultado, al ser una envolvente conservadora sobre amplitudes de fuerza y no una transformación exacta de Mohr sobre el fasor, sobreestima ligeramente el esfuerzo equivalente real; es el criterio adoptado por la rutina de cálculo para evaluar la condición de falla en régimen armónico.

Nota: las ecuaciones anteriores presentan la envolvente conservadora simplificada con fines expositivos. La rutina de cálculo implementada conserva, en cambio, la fase relativa entre los fasores de fuerza interna al superponerlos (magnitud del complejo combinado en lugar de la suma de magnitudes independientes), obteniendo una amplitud de esfuerzo más ajustada y comparable con la de software de simulación de referencia.

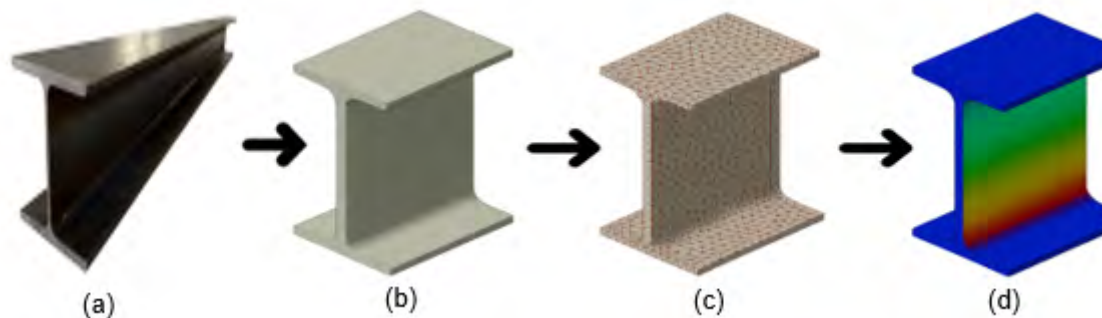
2.4. Método de los Elementos Finitos (FEM)

El FEM es una técnica que subdivide un dominio en elementos y nodos para obtener soluciones aproximadas de problemas en sólidos deformables. (Logan, 2022, p. 1).

El flujo de trabajo del FEM es secuencial: inicia con la definición del problema, seguido del modelado geométrico, discretización, aplicación de condiciones de contorno, solución numérica, post-procesamiento y validación final. (Lavayen Farfán, 2014, p. 27).

Figura 2.23

Proceso general del método de elementos finitos.



Nota. El proceso de análisis estructural inicia con la pieza real o problema físico (a), el cual se traduce a un modelo geométrico simplificado (b). Posteriormente, se realiza la discretización de dicho modelo a través de un mallado (c), lo que finalmente permite la solución numérica y la representación gráfica de los resultados (d). Elaboración propia con software ANSYS.

2.4.1. Definición del Problema

Para la etapa de simulación será necesario abordar el problema físico siendo indispensable.

- Crear y definir el alcance del sistema físico.
- Definir las variables del problema que se evaluarán.
- Implementar las condiciones disponibles para el modelo físico adecuándolo a nuestro caso de estudio.

Teniendo en cuenta estos factores, se procederá con la selección del tipo de análisis a ejecutar, el software (CAE) que más se adecue y los recursos de hardware requeridos.

2.4.2. Generación del Modelo Geométrico

Esta fase consiste en crear el modelo CAD que represente fielmente la geometría del sistema físico, ya que la simulación operará sobre este dominio. Se recomienda optimizar y simplificar el CAD para reducir la carga computacional en las etapas de mallado, solución y postproceso.

2.4.3. Discretización

La discretización subdivide el dominio geométrico (continuo) en un conjunto de elementos finitos y nodos. En modelos 3D, los elementos comunes son hexaedros, tetraedros o prismas; en 2D, triángulos o cuadriláteros; y en 1D, segmentos. Estos pueden ser lineales o de orden superior (con nodos intermedios en sus aristas). (Logan, 2022, p. 10).

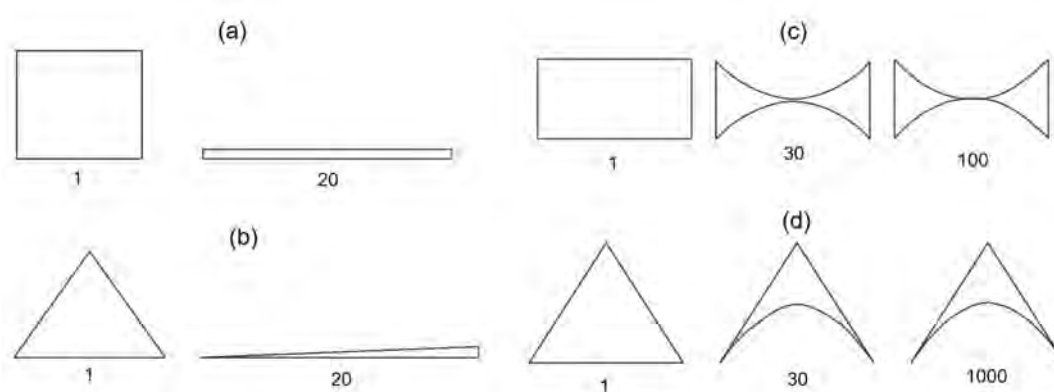
Para comprobar la idoneidad de la malla para la simulación, se verifica su calidad usando métricas específicas (ANSYS Inc., 2019, pp. 101-120). Las principales son:

Element Quality (Calidad de Elemento): Entrega un valor entre 0 y 1 basado en la forma del elemento: cuanto más cercano a 1, más “ideal” es su geometría (por ejemplo, un cuadrado o cubo perfecto)

Aspect Ratio (Relación de Aspecto): Compara la longitud de sus aristas más largas con las más cortas; valores cercanos a 1 indican elementos equilibrados, mientras que valores altos muestran elementos muy alargados, lo que puede afectar la precisión del análisis (ver Figura 2.24).

Figura 2.24

Relación de aspecto y relación jacobiana aplicadas a elementos triangulares y cuadriláteros.

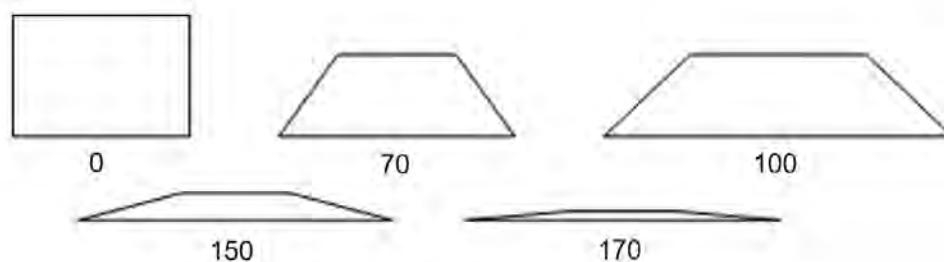


Nota. a) Aspect ratio en cuadriláteros, b) Aspect ratio en triángulos, c) Relación del Jacobiano para cuadriláteros y d) Relación del Jacobiano para triángulos. Fuente adaptada de ANSYS Meshing User's Guide. (2019 R1, pp. 107–108)

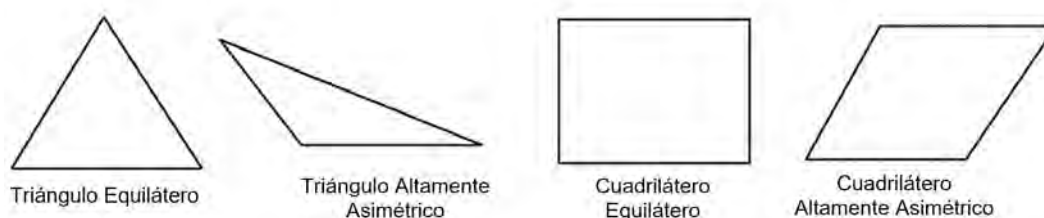
Relación jacobiana: mide el grado de distorsión de un elemento respecto de su geometría ideal; los valores próximos a 1 reflejan una buena calidad del mallado. Esta métrica no se aplica a triángulos y tetraedros lineales ni a elementos con nodos centrales en lados rectos (véase la Figura 2.24).

Desviación Paralela: Cuantifica la falta de paralelismo entre lados opuestos; mientras menor sea el valor, mejor es la calidad del elemento, ver la Figura 2.25.

Asimetría: Evalúa la desviación de un elemento respecto a su forma ideal. Valores cercanos a 0 garantizan buena calidad, mientras que valores altos próximos a la unidad (1) sugieren asimetría que afecta la precisión. (ver la Figura 2.26 y Tabla 2.5).

Figura 2.25*Desviación paralela de cuadriláteros.*

Nota. Extraído de ANSYS Meshing User's Guide (Versión 2019R1) (p. 107 - 108), ANSYS Inc., 2019.

Figura 2.26*Asimetría, cuadriláteros y triángulos ideales y asimétricos.*

Nota. Adaptado de ANSYS Meshing User's Guide (Versión 2019R1) (p. 117), ANSYS Inc., 2019.

Tabla 2.5*Escala de valores de asimetría y calidad de celda correspondiente*

Valor de Asimetría (Skewness)	Calidad de Celda
1	degradado
0.9 – < 1	malo (delgado)
0.75 – 0.9	pobre
0.5 – 0.75	regular
0.25 – 0.5	buena
> 0 – 0.25	excelente
0	equilátero

Nota. Adaptado de ANSYS Meshing User's Guide (Versión 2019R1) (p. 117), ANSYS Inc., 2019.

2.4.4. Condiciones de Borde

Las condiciones de borde (o extitboundary conditions) definen la interacción del modelo numérico con su entorno. Según (Logan, 2022, p. 41), en los modelos FEM basados en desplazamiento existen dos tipos:

Condiciones de Desplazamiento: También llamadas esenciales. Fijan los valores de la solución (restringiendo desplazamientos y rotaciones nodales) en los límites del dominio. (Logan, 2022, p. 41)

Condiciones de Fuerza: También llamadas naturales. Determinan los valores de las derivadas de la solución en los límites, permitiendo definir cargas externas (fuerzas, momentos, presiones). (Logan, 2022, p. 41)

(Lavayen Farfán, 2014, p. 30) señala que una definición inadecuada de estas condiciones reduce la precisión y altera el comportamiento del modelo. Además, se describen condiciones de interacción:

Condiciones de contacto: Simulan la interacción entre cuerpos (adhesión, fricción, sin separación, etc.), limitando su movimiento relativo.

Condiciones de unión: Representan el acoplamiento entre componentes del modelo, definiendo cómo se transfieren cargas y deformaciones entre ellos.

2.4.5. Procesamiento

Según (Logan, 2022, pp. 14-15) las ecuaciones de equilibrio nodal de cada elemento se integran (ensamblan) en un sistema global que describe el comportamiento del modelo. La forma matricial de la ecuación es:

$$\{F\} = [K] \{d\} \quad (80)$$

Donde:

- $\{F\}$ Vector global de fuerzas nodales globales,
- $[K]$ Matriz de rigidez global o total del sistema y
- $\{d\}$ Vector de grados de libertad nodales conocidos y desconocidos del sistema también denominado desplazamientos generalizados.

En sistemas lineales, la ecuación final ensamblada, considerando las condiciones de borde, se expresa como:

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{Bmatrix} \quad (81)$$

Donde n representa el número total de grados de libertad nodales desconocidos. Este sistema se resuelve mediante métodos numéricos apropiados, como la eliminación gaussiana o Gauss-Seidel.

2.4.6. Posprocesamiento

Esta fase se orienta a la visualización e interpretación de los resultados. Los datos se pueden mostrar como tablas, gráficos o mapas de contorno (facilitando el análisis de deformaciones, tensiones, etc.) (Yupa Villanueva, 2016, Anexo 1)

2.4.7. Validación

El proceso finaliza con la interpretación y verificación de los resultados (Logan, 2022, p. 15). La validación requiere la comparación de los resultados numéricos con cálculos analíticos o simplificados (Rao, 2010, p. 41); y a ser posible, con ensayos experimentales, aunque esto último incrementa el presupuesto y el tiempo (Moaveni, 2015, p.69).

(Moaveni, 2015, p.68) señala la importancia de comprender las limitaciones del software, ya que una interpretación inadecuada genera errores. Las fuentes de error más comunes son:

- Información de entrada incorrecta, como propiedades materiales o dimensiones.
- Elección inadecuada del tipo de elementos empleados en la malla.
- Geometría o tamaño inapropiado de los elementos generados durante el mallado.
- Definición incorrecta de las cargas o de las condiciones de contorno aplicadas.

Los resultados deben ser coherentes con el comportamiento esperado y la lógica ingenieril; si no lo son, es necesario ajustar el modelo (materiales, condiciones de borde) hasta lograr una respuesta congruente (Rao, 2010, p. 41).

3 | Construcción del Módulo

3.1. Selección de Escala (teorema de Buckingham)

3.1.1. Justificación de Selección de Escala para el Modelo

Para la modelación experimental del puente Bailey se seleccionó un factor geométrico $\lambda_l = 1/10$, basado en criterios prácticos de similitud y disponibilidad de materiales. Este factor:

- i. Permite obtener un tamaño de modelo factible de fabricar con los procesos previstos (cortes, orificios, soldeo), manteniendo detalles geométricos relevantes.
- ii. Se alinea con las dimensiones comerciales de planchas de acero disponibles en el mercado, evitando espesores demasiado delgados que dificultan el soldeo y comprometen la integridad del modelo.
- iii. Facilita la portabilidad y montaje en laboratorio.
- iv. Reduce las exigencias de materiales y tiempo de ensayo sin comprometer la validez de las relaciones de similitud, ya que el modelo y el prototipo comparten material (acero ASTM-A36), lo que simplifica las leyes de escala.

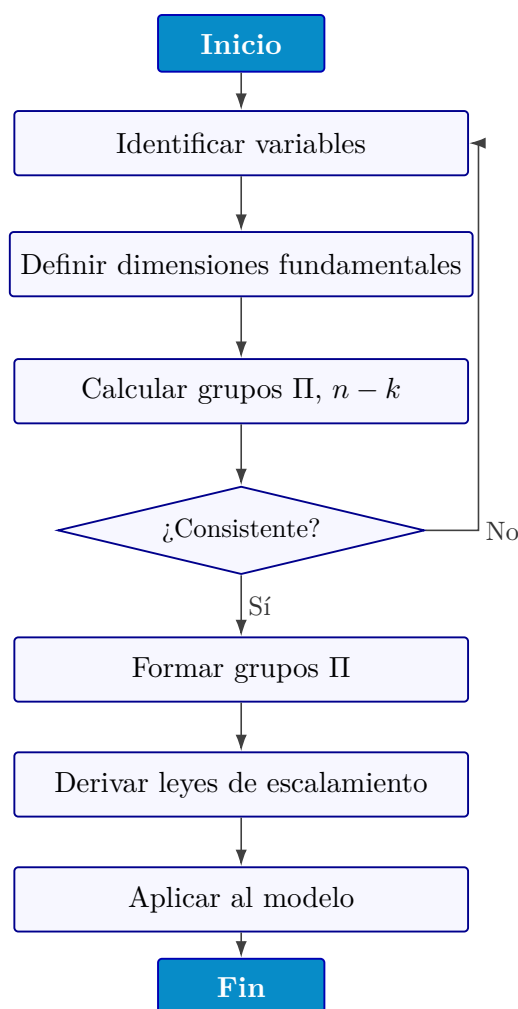
Al reducir la escala aumentan las frecuencias, por lo que se debe verificar que la instrumentación experimental pueda cubrirlas; de no ser así, se ajustará el factor de escala. A continuación se detalla el procedimiento seguido para aplicar dicho factor de escala al modelo.

3.1.2. Flujograma del Proceso de Escalamiento

La etapa de definición de dimensiones fundamentales, el cálculo de los grupos Π y la verificación de su consistencia se desarrollaron en el capítulo teórico, donde se establecieron las leyes de escalamiento. En este capítulo, únicamente se procede a aplicar dichas leyes, incorporando las características físicas del prototipo real y trasladándolas al modelo a escala.

Figura 3.1

Flujograma del proceso de escalamiento del módulo.



Nota. Elaboración propia.

3.1.3. Aplicación de Leyes de Escalamiento al Modelo

Una vez definidas las leyes de escalamiento en la etapa teórica, se procede a su aplicación práctica. Con base en las características geométricas del prototipo se determinan los factores de escala que permiten trasladar las propiedades principales al modelo reducido. Se considera como condición fundamental mantener el mismo material que en el prototipo, garantizando la validez de las relaciones obtenidas.

La medida de longitud considerada para el análisis corresponde a la distancia entre los orificios de enlace del panel Bailey, específicamente entre el más próximo al inicio y el más próximo al extremo final del panel del puente. Dicha distancia en el prototipo real es de **21 285,9 mm**, mientras que en el modelo a escala esta medida es diez veces menor, tal como se muestra en la Figura 3.2 y la Figura 3.3, junto con el volumen obtenido para cada caso mediante SolidWorks.

Figura 3.2

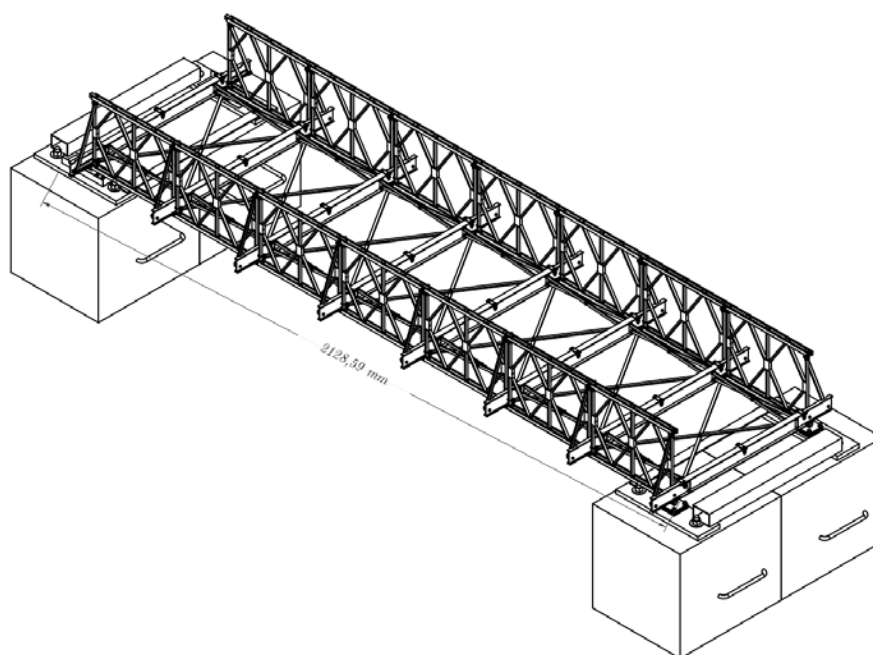
Puente prototipo (real): longitud y volumen.



Nota. Fotografía del puente Bailey real (prototipo), utilizada como referencia para el modelado en SolidWorks; presenta una longitud de **21 285,9 mm** y un volumen de ($V_r = 4038566905.6mm^3$).

Figura 3.3

Modelo a escala del puente: longitud y volumen.



Nota. Medición realizada en SolidWorks a partir del modelo 3D reducido; el modelo a escala presenta una longitud de **2128,59 mm** y un volumen de ($V_e = 4038564.59mm^3$).

En el caso del modelo a escala, el volumen obtenido es $V_e = 4038564.59 \text{ mm}^3$. Con este valor y considerando que el material corresponde al acero estructural ASTM A36, es posible calcular la masa del modelo a partir de la relación entre volumen y densidad.

Para dicho cálculo se va a utilizar la densidad del acero es $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ y los volúmenes en mm^3 .

Conversión de unidades:

$$1 \text{ m}^3 = 1000^3 \text{ mm}^3 = 10^9 \text{ mm}^3$$

Fórmula:

$$m = \rho V \quad (82)$$

Resultados:

Prototipo real:

$$\begin{aligned} V_r &= 4\,038\,566\,905.6 \text{ mm}^3 = 4.0385669056 \text{ m}^3 \\ m_r &= 7850 \times 4.0385669056 = 31\,702.75 \text{ kg} \approx 31.70 \text{ t} \end{aligned}$$

Modelo a escala:

$$\begin{aligned} V_e &= 4\,038\,564.59 \text{ mm}^3 = 0.00403856459 \text{ m}^3 \\ m_e &= 7850 \times 0.00403856459 = 31.70 \text{ kg} \end{aligned}$$

Tabla 3.1
Propiedades del puente prototipo

Variable	Símbolo	Valor	Unidad
Longitud real del puente	L_r	21.28	m
Masa total	m_r	31702.75	kg
Módulo de elasticidad	E_r	200000	MPa
Densidad del material	ρ_r	7850	kg/m^3

Nota. Elaboración propia a partir de los valores obtenidos mediante el modelado en SolidWorks.

Para llevar a cabo el cálculo de los factores de escala, es necesario emplear las ecuaciones previamente deducidas en el Capítulo 2, correspondiente al marco teórico. Dichas expresiones constituyen la base del presente análisis y permiten establecer las relaciones de semejanza entre el modelo reducido y la estructura prototipo.

Escala Geométrica

$$\lambda_l = \frac{L_e}{L_r} = \frac{1}{10} \quad (83)$$

Escala de Masa

Donde $\lambda_\rho = \lambda_E = 1$ considerando que el material es el mismo (ASTM A36).

$$\lambda_m = \lambda_l^3 \quad (84)$$

Escala de Tiempo y Frecuencia

$$\lambda_t = \lambda_l \sqrt{\frac{\lambda_\rho}{\lambda_E}}, \quad \lambda_f = \frac{1}{\lambda_t} = \frac{f_e}{f_r} \quad (85)$$

Considerando el mismo material:

$$\lambda_t = \lambda_l, \quad \lambda_f = \frac{1}{\lambda_l} \quad (86)$$

Escala de Rigidez

$$\lambda_k = \frac{k_e}{k_r} = \lambda_E \lambda_l \quad (87)$$

Escala de Fuerza

$$\lambda_F = \frac{F_e}{F_r} = \lambda_E \lambda_x \lambda_l^3 \text{ con } \lambda_x = \lambda_l \quad (88)$$

Escala de Amortiguamiento Modal

$$\lambda_{c_m} = \frac{c_e}{c_r} = \frac{\lambda_F \lambda_t}{\lambda_x} \quad (89)$$

A partir de las ecuaciones previamente presentadas se procederá al cálculo general de los factores de escala (λ) para las principales propiedades, las cuales se resumen en el cuadro siguiente.

Tabla 3.2

Escala geométrica 1/10 con ASTM A36 como material del prototipo y del modelo

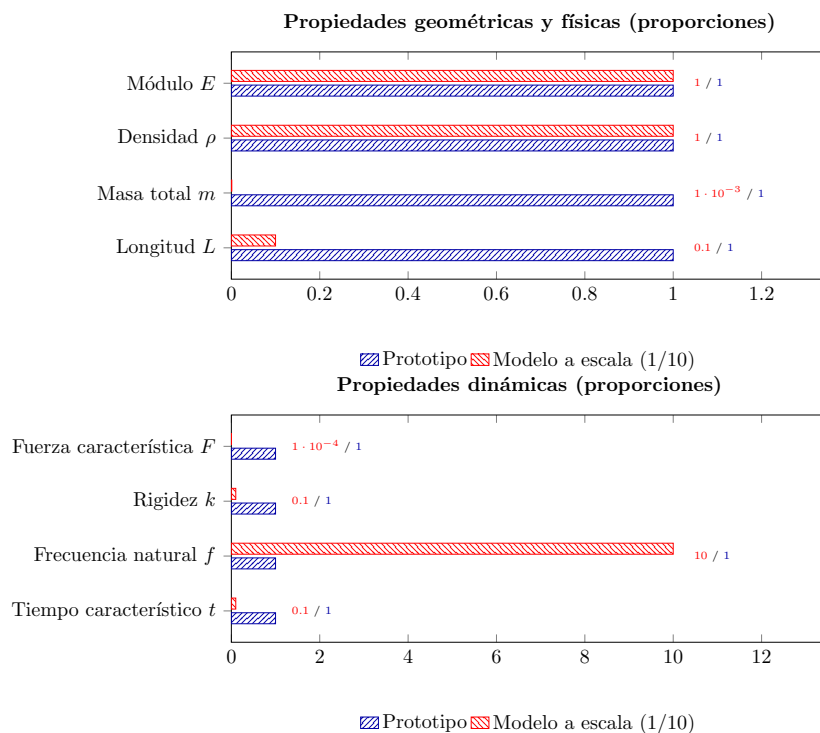
Factor	Fórmula	Cálculo	Valor resultante
λ_l	$\frac{Le}{Lr}$ (escala geométrica)	$\lambda l = 1/10$	0.1
λ_ρ	mismo material: = 1	$\lambda \rho = 1$	1
λ_E	mismo material: = 1	$\lambda E = 1$	1
λ_m	$\lambda_\rho \lambda_l^3$	$1 \times (0.1)^3 = 0.001$	0.001
λ_t	$\lambda_l \sqrt{\lambda_\rho / \lambda_E}$	$0.1 \times \sqrt{1/1} = 0.1$	0.1
λ_f	$1/\lambda_t$	$1/0.1 = 10$	10
λ_k	$\lambda_E \lambda_l$	$1 \times 0.1 = 0.1$	0.1
λ_F	$\lambda_E \lambda_x \lambda_l^3$	$1 \times 0.1 \times (0.1)^3 = 0.0001$	0.0001
λ_{c_m}	$(\lambda_F \lambda_t) / \lambda_x$	$(0.0001 \times 0.1) / 0.1 = 0.0001$	0.0001

Nota. Elaboración propia.

Para un análisis más claro, se realizó la comparación entre el prototipo real y el modelo a escala mediante gráficos de barras, lo que permite visualizar de manera proporcional las diferencias en sus propiedades.

Figura 3.4

Gráfico de barras de proporciones del prototipo y modelo escalado de las propiedades geométricas, físicas y dinámicas respectivamente.



Nota. Las gráficas muestran la comparación de las proporciones entre el modelo reducido (escala 1:10) y el prototipo para propiedades geométricas, físicas y dinámicas.

En la aproximación de la estructura como aislada y considerando que tanto el prototipo como el modelo a escala están contruidos con el mismo material (ASTM A36), se adopta una escala geométrica de 1/10 ($\lambda l = 0.1$). Bajo estas hipótesis ($\lambda \rho = 1$, $\lambda E = 1$), los factores de escala se obtienen aplicando las fórmulas deducidas en el Capítulo 2.

La consecuencia directa para las frecuencias naturales es que el modelo reducido presenta frecuencias **diez veces mayores** que las del prototipo. Esto se deduce de $\lambda t = \lambda l = 0,1$ y $\lambda f = 1/\lambda t = 10$. Por tanto, una frecuencia natural del prototipo f_{proto} se traducirá en el modelo como $f_{modelo} = 10 f_{proto}$. Dado que los motores disponibles para los ensayos tienen un rango de operación de 0 a 60 Hz, el rango de frecuencias del prototipo que puede ser reproducido en el modelo queda limitado a 0–6 Hz (porque $f_{proto} = f_{modelo}/10$).

3.1.4. Cálculo de Valores Aproximados de Parámetros Dinámicos del Modelo a Escala en Relación con el Prototipo Original

Se determinan los valores del modelo a escala aplicando las leyes de escalamiento a las propiedades del prototipo, con el fin de predecir su comportamiento dinámico y representar adecuadamente las condiciones reales en los ensayos.

Tabla 3.3

Análisis comparativo de las propiedades del prototipo y modelo a escala

Propiedad	Símbolo	Prototipo r	Factor de escala λ	Modelo e (Resultado)	Unidad
Longitud	L	21.28	$\lambda l = 0.1$	2.128	m
Masa total	m	31 702.75	$\lambda m = 0.001$	31.70	kg
Módulo de elasticidad	E	200,000	$\lambda E = 1$	200,000	MPa
Densidad del material	ρ	7,850	$\lambda \rho = 1$	7,850	kg/m ³
Tiempo característico	t	0.1646	$\lambda t = 0.1$	0.01646 s	s
Frecuencia natural	f	6.077	$\lambda f = 10$	60.770 Hz	Hz
Fuerza característica	F	2 094	$\lambda F = 0.0001$	0.2094 kN	kN

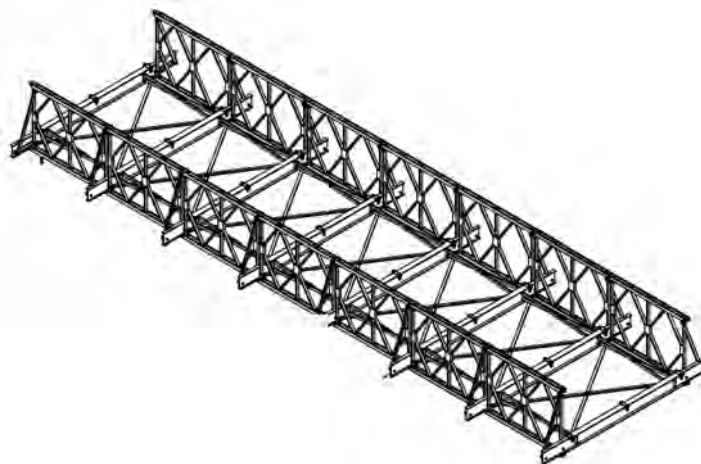
Nota. Los valores de longitud, masa, módulo de elasticidad y densidad del prototipo corresponden a los datos establecidos en la Tabla 3.1. El tiempo característico y la frecuencia del prototipo se derivan de la primera frecuencia natural analítica del modelo a escala ($f_1 = 60.770$ Hz, Capítulo V). La fuerza característica se obtiene de la excitación por masa desbalanceada calculada en el modelo ($F(\Omega) = 209.4$ N, Capítulo V). Elaboración propia.

3.2. Fabricación del Modelo a Escala

El proceso de fabricación del modelo a escala del puente Bailey requiere una metodología rigurosa que garantice la precisión dimensional y la funcionalidad mecánica del conjunto. La característica modular del diseño original se mantiene mediante un sistema de componentes estandarizados que se interconectan a través de uniones mecánicas desmontables, replicando a escala las especificaciones técnicas del puente real considerando las limitaciones de fabricación en dicha escala.

Figura 3.5

Escalado de un puente Bailey de 7 tramos.

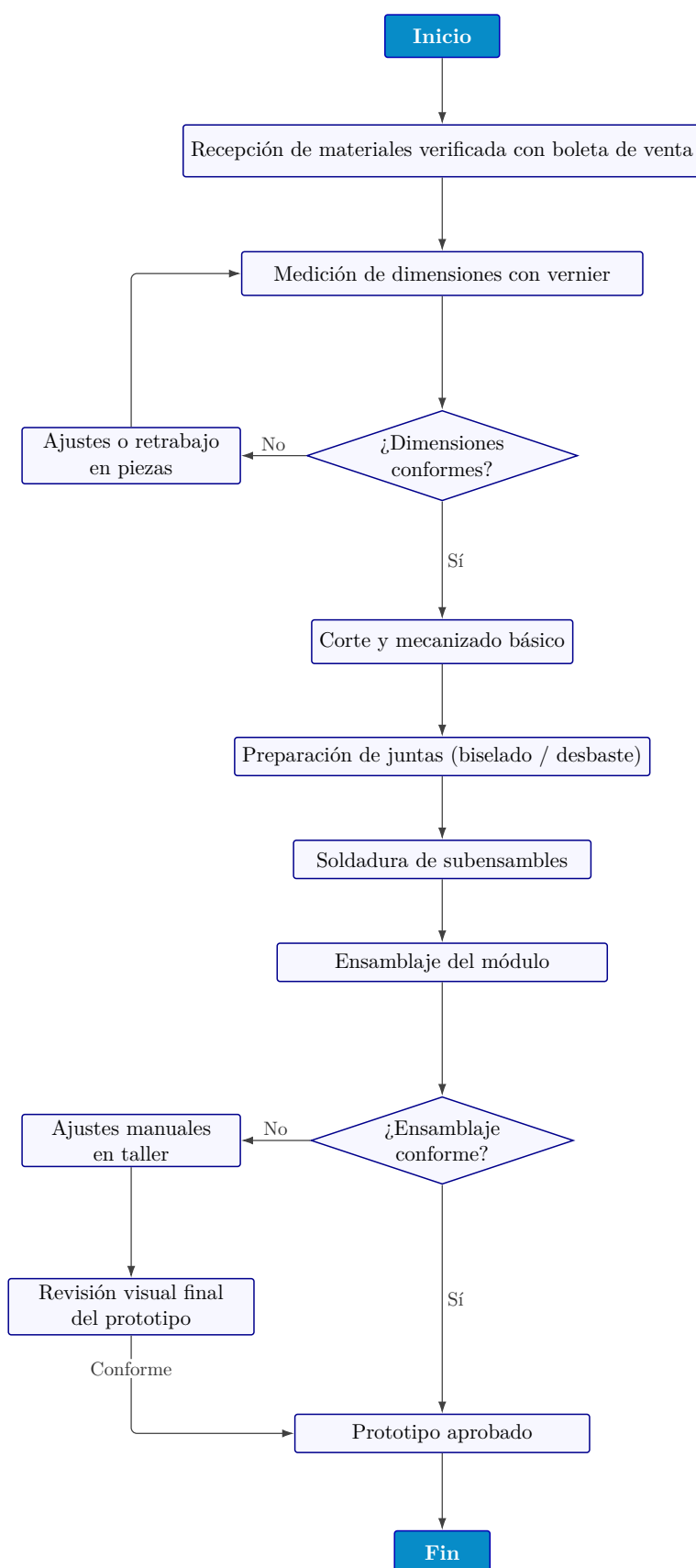


Nota. Captura del modelado 3D del modelo a escala (Elaboración propia.).

3.3. Metodología de Fabricación

Para la fabricación del prototipo se siguió un proceso ordenado que asegura tanto las dimensiones como la calidad del producto final. Este procedimiento se presenta de manera resumida en el diagrama de flujo de la Figura 3.7. El trabajo inicia con la recepción y verificación de materiales, seguida de la medición. Luego se procederá con el mecanizado básico y preparación de juntas, dejando las piezas listas para la soldadura de subensambles.

Posteriormente, los subensambles se integran en el ensamblaje del módulo. En caso de presentarse fallas, se aplican ajustes manuales, finalmente se realiza una revisión visual del prototipo. Con estas etapas se asegura que el prototipo cumpla con las especificaciones, reduciendo errores y garantizando un resultado confiable y funcional.

Figura 3.6*Flujograma de fabricación del modelo a escala.*

Nota. Secuencia de las actividades representadas en el flujograma. Elaboración propia.

3.4. Consideraciones de Diseño para Manufactura (DFM)

3.4.1. Selección de Tolerancias Dimensionales

Se implementan las tolerancias según la norma ISO 2768-m para tolerancias generales, garantizando la fabricación sin afectar la funcionalidad de los componentes.

Tabla 3.4

Tolerancias para dimensiones lineales según ISO 2768

Longitud nominal (mm)	Desviación permisible (mm)			
	f (fina)	m (media)	c (gruesa)	v (muy gruesa)
De 0,5 hasta 3	$\pm 0,05$	$\pm 0,1$	$\pm 0,2$	—
Más de 3 hasta 6	$\pm 0,05$	$\pm 0,1$	$\pm 0,3$	$\pm 0,5$
Más de 6 hasta 30	$\pm 0,1$	$\pm 0,2$	$\pm 0,5$	$\pm 1,0$
Más de 30 hasta 120	$\pm 0,15$	$\pm 0,3$	$\pm 0,8$	$\pm 1,5$
Más de 120 hasta 400	$\pm 0,2$	$\pm 0,5$	$\pm 1,2$	$\pm 2,5$
Más de 400 hasta 1000	$\pm 0,3$	$\pm 0,8$	$\pm 2,0$	$\pm 4,0$
Más de 1000 hasta 2000	$\pm 0,5$	$\pm 1,2$	$\pm 3,0$	$\pm 6,0$
Más de 2000 hasta 4000	—	$\pm 2,0$	$\pm 4,0$	$\pm 8,0$

Nota. Elaboración propia. Adaptado de *ISO 2768: General tolerances — Part 1: Tolerances for linear and angular dimensions without individual tolerance indications*, por International Organization for Standardization, 1989. Copyright ISO.

Para los ajustes de precisión crítica se mantiene la misma norma ISO 2768, aplicando la clase M (media) descrita en la Tabla 3.4, lo que asegura compatibilidad en ensamblajes mecánicos sin introducir criterios de tolerancia adicionales.

3.4.2. Análisis de Procesos de Manufactura Disponibles:

Se analizaron distintas opciones de corte disponibles en el sector industrial peruano, comparando la precisión, costo y aplicabilidad en la fabricación del modelo. Los procesos evaluados incluyen:

Corte CNC por plasma: Adecuado para cortes rápidos en chapas gruesas, pero con menor precisión en detalles finos.

Corte mecánico por cizalla: Bajo costo, pero con limitaciones en cortes curvos y detalles pequeños.

Corte por disco rotacional: Método tradicional con buena precisión en cortes rectos, pero menor eficiencia en cortes complejos.

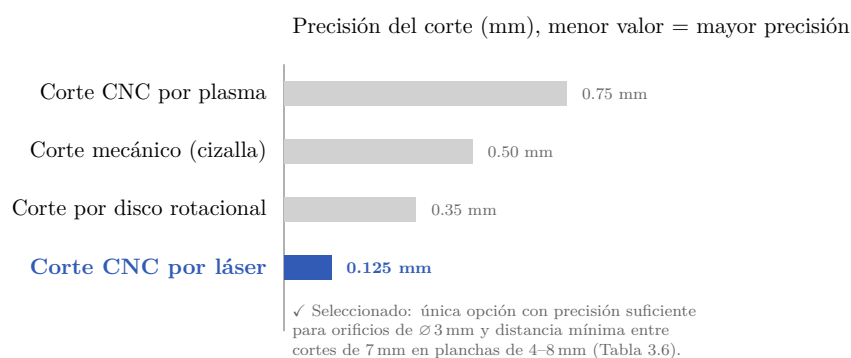
Corte CNC por láser: Se seleccionó por su alta precisión y capacidad para cortes de pequeño diámetro y espacios reducidos.

Tabla 3.5
Análisis de procesos de manufactura

Proceso	Precisión (mm)	Costo relativo	Ventajas	Desventajas
Corte CNC por plasma	$\pm 0.5 - 1.0$	Medio	Velocidad de corte alta, adecuado para chapas gruesas	Baja precisión en detalles finos y bordes irregulares
Corte mecánico (cizalla)	$\pm 0.3 - 0.7$	Bajo	Bajo costo, buen rendimiento en cortes rectos	No apto para cortes curvos o complejos
Corte por disco rotacional	$\pm 0.2 - 0.5$	Bajo	Buena precisión en cortes rectos	Limitado a geometrías simples
Corte CNC por láser	$\pm 0.05 - 0.2$	Alto	Alta precisión, ideal para detalles finos	Costo elevado

Nota. Elaboración propia.

Figura 3.7
Gráfico comparativo de precisión por proceso de corte evaluado.



Nota. Elaboración propia. Valor medio del rango de precisión reportado en la Tabla 3.5; el proceso destacado en azul es el seleccionado para la fabricación.

El proceso de corte CNC por láser se eligió debido a sus ventajas en la fabricación de orificios de 3 mm de diámetro, así como cortes de líneas rectas con una distancia mínima entre cortes de 7 mm en planchas de 4 y 8 mm de espesor. Su precisión permite mantener la integridad estructural y mejorar la calidad del ensamblaje.

Tabla 3.6
Análisis de procesos de corte

Requisito de diseño	Corte CNC por láser	Otros procesos
Orificios de 3 mm de diámetro	Adecuado, sin deformaciones	Posibles imperfecciones y rebabas
Distancia entre cortes de 7 mm	Precisión garantizada	Riesgo de distorsiones
Espesor de 4–8 mm	Alta calidad de corte	Puede generar bordes irregulares

Nota. Elaboración propia.

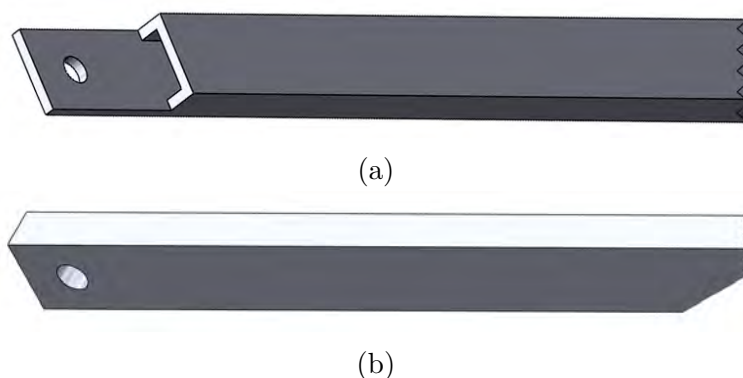
3.4.3. Optimización de Geometrías para Fabricación

Simplificación de formas manteniendo funcionalidad:

La optimización se basó en reducir la complejidad de ensamblaje y adaptarse a los procesos de corte seleccionados. En la siguiente imagen se presentan ejemplos de los componentes ajustados.

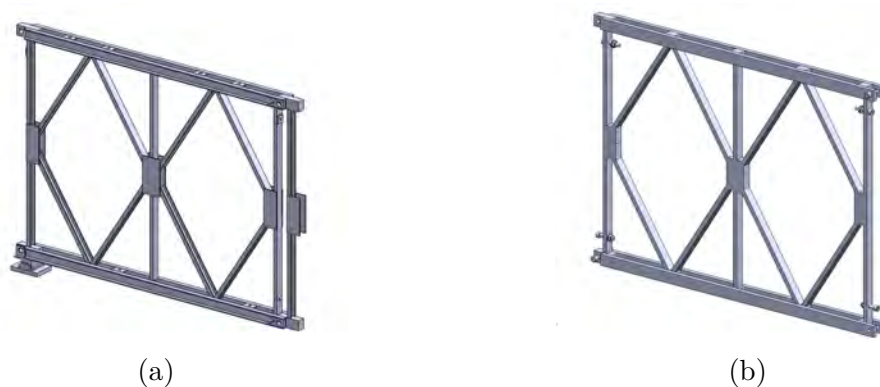
En el contexto del Puente Bailey en Perú, la optimización de las piezas fue clave para garantizar la fabricación sin afectar la resistencia estructural. Se priorizó la estandarización de secciones y la reducción de variabilidad en los elementos.

Figura 3.8
Simplificación de forma de arriostre lateral.



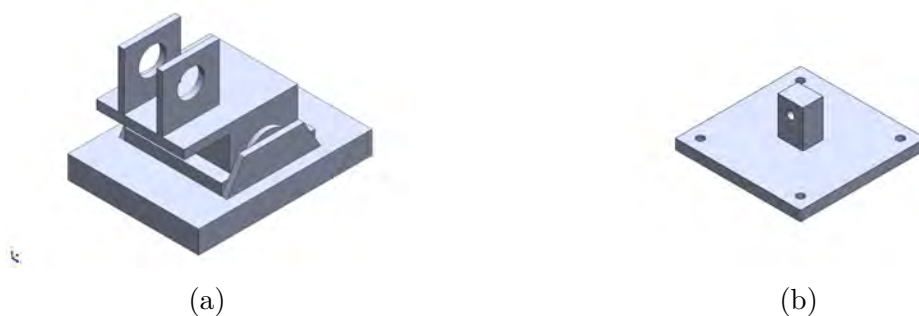
Nota. a) Extremo de ensamble arriostre diagonal del modelo real – Arriostre lateral. b) Extremo de ensamble arriostre diagonal modelo simplificado - Arriostre lateral. Elaboración propia.

Figura 3.9
Simplificación de forma de panel.



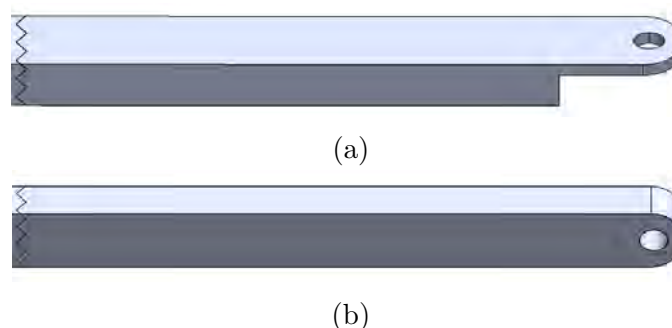
Nota. a) Modelo real – Panel principal. b) Modelo simplificado – Panel principal. Elaboración propia.

Figura 3.10
Simplificación de los apoyos.



Nota. a) Modelo real – base de apoyo. b) Modelo simplificado – base de apoyo. Elaboración propia.

Figura 3.11
Simplificación de extremos de arriostres.



Nota. a) Modelo real – extremo de los arriostres. b) Modelo simplificado – extremo de los arriostres. Elaboración propia.

Se optó por un patrón de fabricación para los elementos repetitivos, lo que permitió mejorar la eficiencia productiva y reducir la necesidad de ajustes individuales. En los **paneles**, el corte se realizó en plancha de **8 mm** de espesor, incluyendo diagonales y

geometría de unión entre paneles, con vigas de refuerzo en plancha de 4 mm. En las **vigas**, el corte se realizó en plancha de **2 mm** de espesor, con vigas principales en plancha de 4 mm.

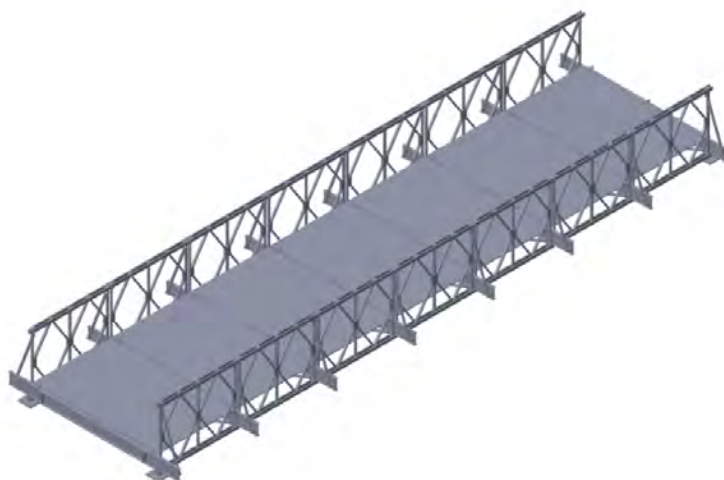
3.5. Planificación del Proceso

3.5.1. Modelado CAD/CAM

Modelado 3D en SolidWorks: Se creó el puente Bailey en SolidWorks 2023 a escala 1:10, siguiendo las especificaciones del manual militar FM 5-277 (Department of the Army, 1986). El trabajo comenzó con las piezas estructurales principales: paneles laterales tipo Bailey ACROW, vigas transversales de soporte, sistemas de arriostramiento y rigidización, y conectores y elementos de unión. Para cada componente se establecieron las relaciones paramétricas que garantizan intercambiabilidad entre módulos, tolerancias dimensionales según ISO 2768-m y ajustes según tolerancias del manual Acrow.

Figura 3.12

Modelo 3D del puente Bailey.

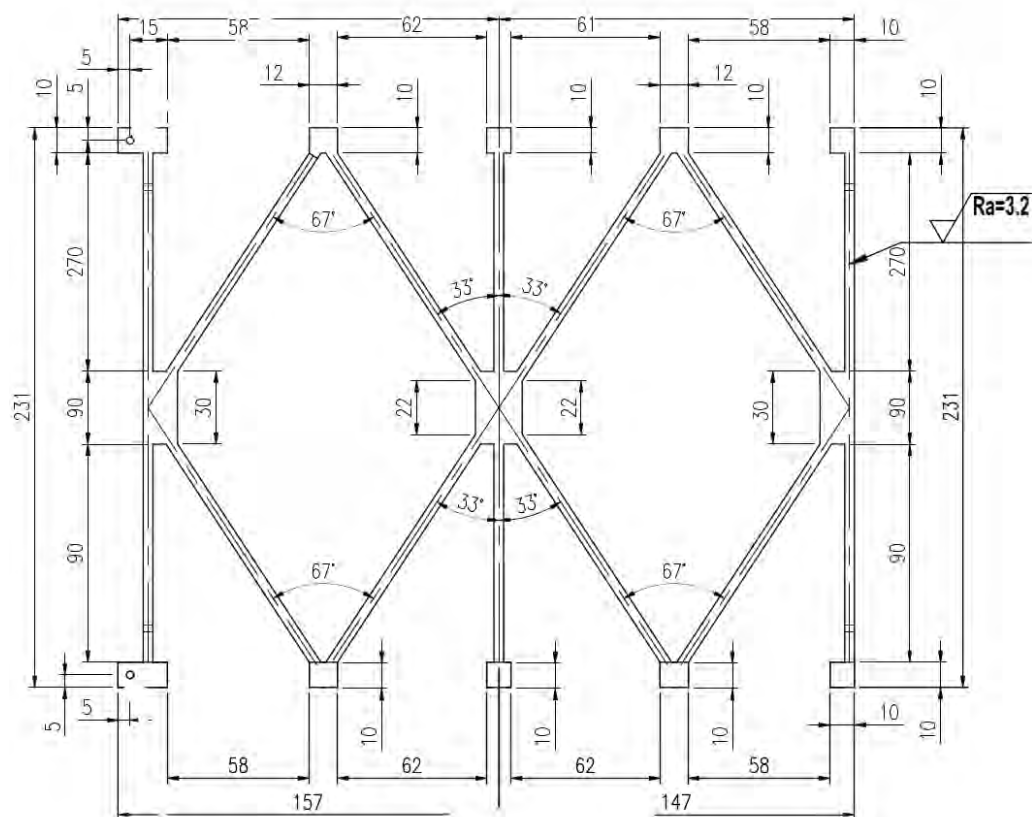


Nota. Elaboración propia.

3.5.2. Generación de Planos de Fabricación Normalizados

Los planos se desarrollaron siguiendo la norma ISO 128-1:2020 para dibujo técnico (International Organization for Standardization [ISO], 2020), e incluyen vistas principales y auxiliares, detalles constructivos y de unión, tablas de materiales y especificaciones, y tolerancias geométricas según ISO 1101 (ISO, 2017).

Para una revisión más detallada de los planos, se recomienda acudir al Anexo O, donde las láminas generales se presentan con mayor tamaño y precisión.

Figura 3.13*Plano de fabricación del panel.**Nota.* Elaboración propia.

3.5.3. Servicio de Corte CNC

Se generaron los planos de trayectoria para corte láser, elaboración propia mientras que el resto se pasó lo realizó el servicio externo:

- Trayectorias de corte.
- Velocidades de avance.
- Potencia del láser según espesor.
- Secuencia de mecanizado.

1. Para el Corte del Material

Tabla 3.7

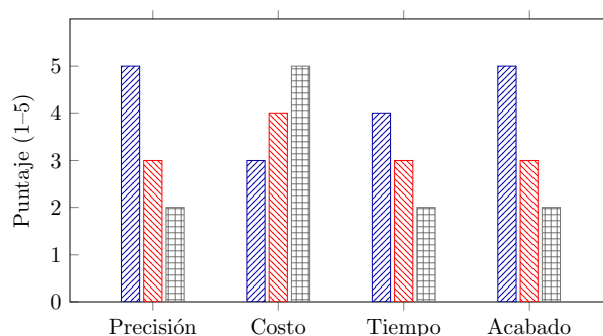
Análisis cuantitativo para el proceso de corte

Proceso	Precisión	Costo	Tiempo	Acabado	Total
Corte láser CNC	5	3	4	5	17
Corte plasma	3	4	3	3	13
Corte mecánico	2	5	2	2	11

Nota. Elaboración propia.

Figura 3.15

Gráfico de comparación de puntaje para el proceso de corte.



■ Corte láser CNC (Total 17) ■ Corte plasma (Total 13) ■ Corte mecánico (Total 11)

Nota. Elaboración propia.

Se eligió el corte láser CNC porque obtuvo la mayor puntuación total (17) al evaluarlo en precisión, tiempo y calidad de acabado, que son aspectos clave para obtener piezas bien definidas y con mínimos retrabajos. Aunque su costo es moderado (3), su alta precisión (5) y acabado (5) lo hacen ideal para trabajos donde la calidad dimensional es prioritaria.

2. Para la Soldadura

Tabla 3.8

Análisis cuantitativo para el proceso de la soldadura

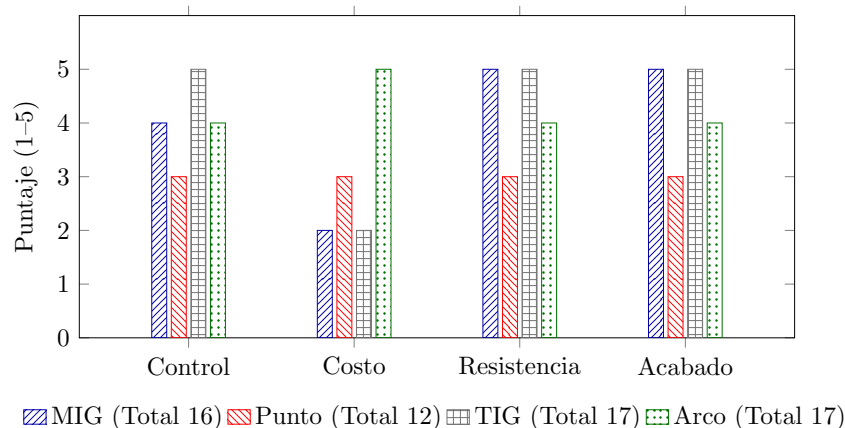
Proceso	Control	Costo	Resistencia	Acabado	Total
MIG	4	2	5	5	16
Punto	3	3	3	3	12
TIG	5	2	5	5	17
Arco	4	5	4	4	17

Nota. Elaboración propia.

La soldadura por arco también obtuvo la mayor puntuación total (17) junto con TIG, pero se eligió por tener un mejor balance entre control, resistencia y, sobre todo, costo (5). Aunque TIG tiene mejor control, su costo es igual de alto y puede ser menos eficiente en tiempo y accesibilidad en comparación con el proceso por arco, lo cual hace al arco una opción más práctica y económica con buena resistencia y acabado.

Figura 3.16

Gráfico de comparación de puntaje para el proceso de soldadura.



Nota. Elaboración propia.

3.7. Proceso de Ensamblaje del Módulo

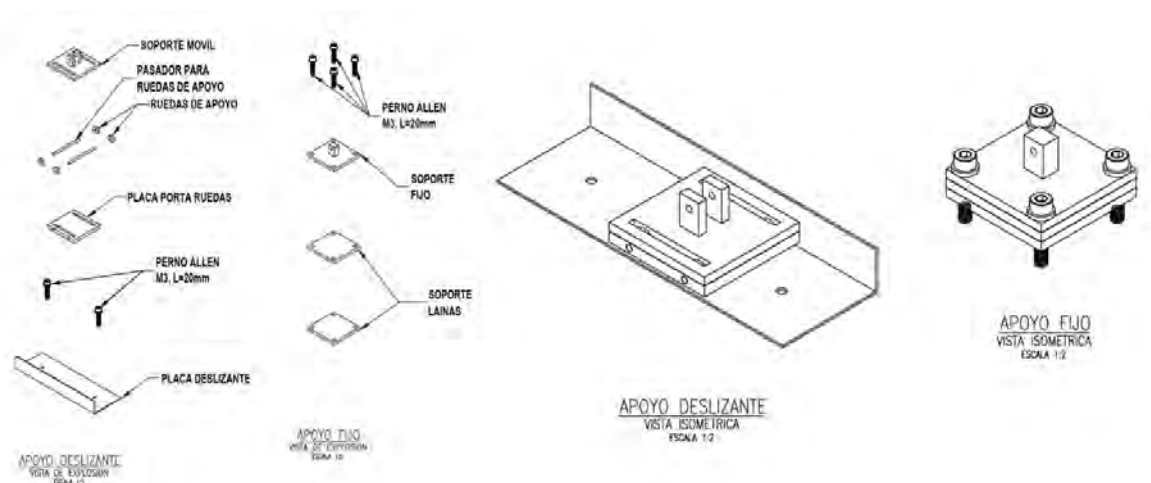
El ensamblaje del modelo a escala se planificó de forma jerárquica, de las piezas individuales hacia el conjunto completo: primero se resolvieron los sub-ensambles de apoyo, luego los tramos estructurales (típico y central) que a partir de ellos se conforman, y finalmente la secuencia de unión de los siete tramos que constituyen el tablero completo del puente Bailey. Este orden reduce el riesgo de desalineaciones acumuladas y permite verificar la funcionalidad de cada subconjunto antes de integrarlo a la estructura general. Para mayor detalle dimensional, en el Anexo O se presentan los planos generales, de despiece y de secuencia de ensamblaje.

3.7.1. Sub-ensamblajes de Apoyo Deslizante y Apoyo Fijo

Los tramos del tablero se vinculan entre sí mediante dos tipos de apoyo con función complementaria. El **apoyo deslizante** está compuesto por el soporte móvil, el pasador para ruedas de apoyo, las ruedas de apoyo, la placa porta ruedas y la placa deslizante, unidos mediante pernos Allen M3 de L=20 mm; este subconjunto permite el desplazamiento longitudinal controlado de un extremo del tramo, absorbiendo la dilatación térmica y los pequeños desajustes dimensionales sin introducir esfuerzos adicionales en la estructura. El **apoyo fijo**, en cambio, está compuesto por el soporte fijo y las láminas de soporte (laminas de nivelación), unidos también con pernos Allen M3 de L=20 mm; este subconjunto restringe el desplazamiento en el extremo opuesto, fijando la posición de referencia del tramo. La combinación de un apoyo fijo y uno deslizante por tramo reproduce el esquema estático isostático empleado en el puente Bailey real.

Figura 3.17

Sub-ensamblajes de apoyo: vista de explosión (izquierda) y vista isométrica (derecha) del apoyo deslizante y del apoyo fijo.



Nota. Elaboración propia.

3.7.2. Ensamblaje del Tramo Típico

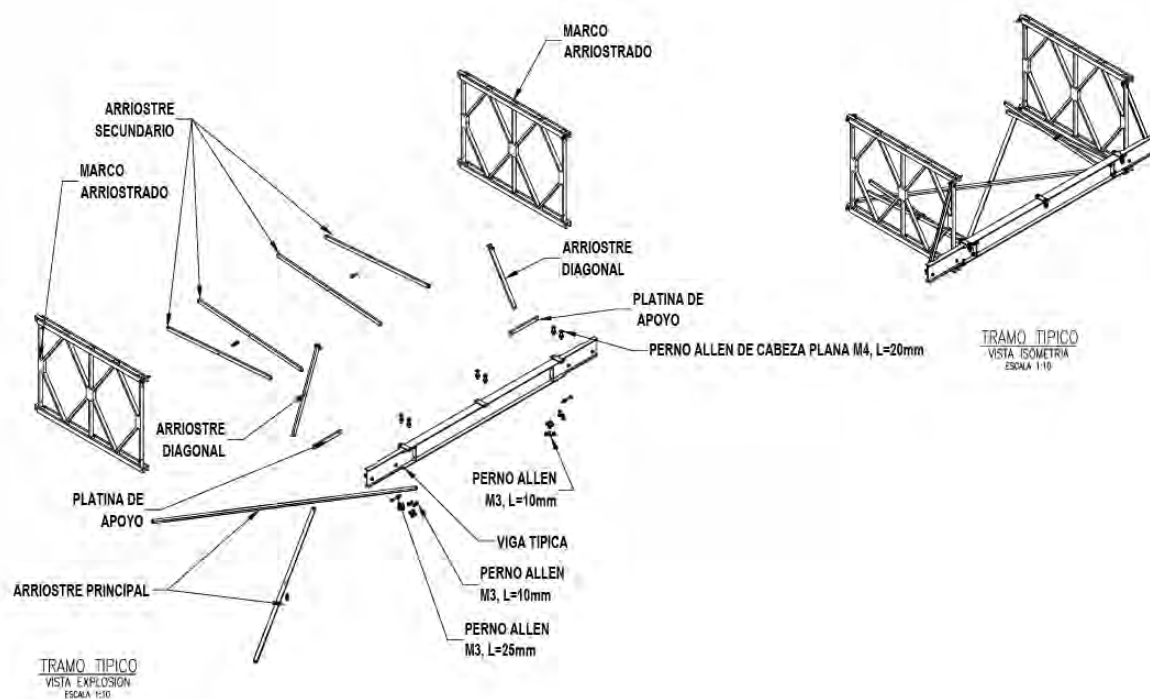
El **tramo típico** es el módulo estructural que se repite seis veces a lo largo del tablero. Se conforma a partir de dos marcos arriostrados (paneles principales), una viga típica que los vincula transversalmente, dos arriostres principales, cuatro arriostres secundarios, dos arriostres diagonales y dos platinas de apoyo en los extremos. La unión de los arriostres a la viga se realiza con pernos Allen M3 ($L=10$ y $L=25$ mm), mientras que las platinas de apoyo se fijan con pernos Allen de cabeza plana M4 ($L=20$ mm), completando un tramo autoportante listo para integrarse a la secuencia del tablero.

3.7.3. Ensamblaje del Tramo Central

El **tramo central** ocupa la posición media del tablero y comparte la misma lógica de ensamblaje que el tramo típico, pero duplica la cantidad de vigas típicas, arriostres diagonales y platinas de apoyo, ya que debe transferir las cargas provenientes de los tramos típicos ubicados a ambos lados. Al igual que en el tramo típico, los arriostres se fijan con pernos Allen M3 ($L=10$ y $L=25$ mm) y las platinas de apoyo con pernos Allen de cabeza plana M4 ($L=20$ mm); la diferencia principal es el mayor número de elementos y puntos de unión, lo que le confiere mayor rigidez en la zona de mayor sollicitación del tablero.

Figura 3.18

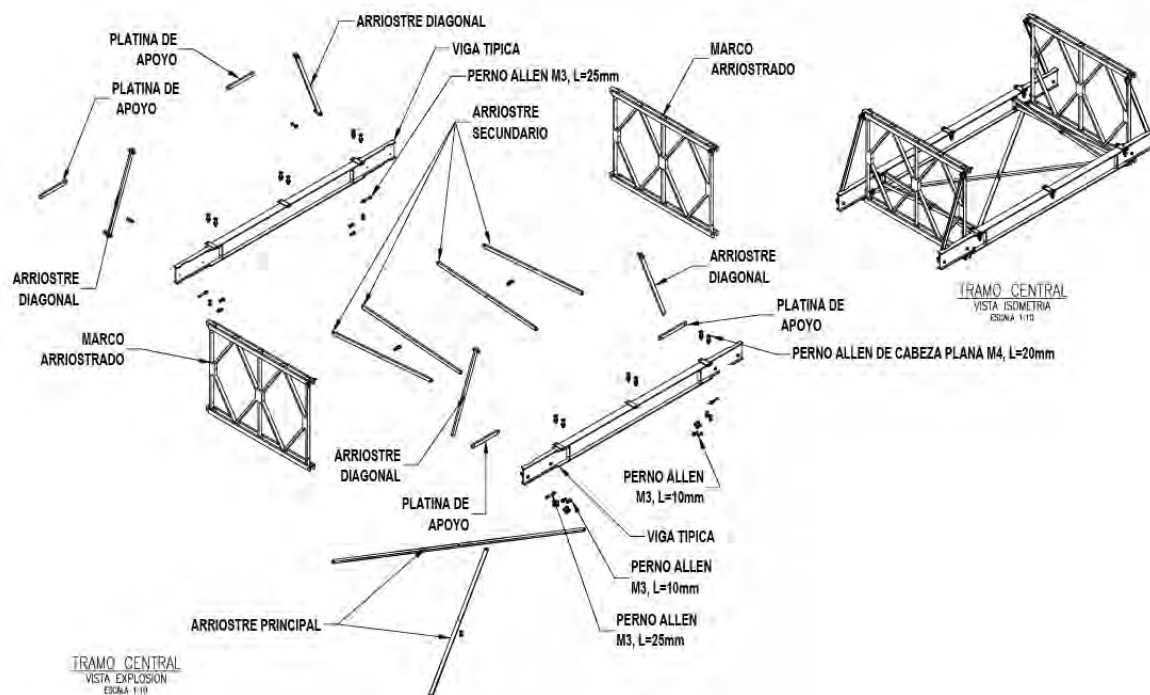
Ensamblaje del tramo típico: vista de explosión (izquierda) y vista isométrica (derecha).



Nota. Elaboración propia.

Figura 3.19

Ensamblaje del tramo central: vista de explosión (izquierda) y vista isométrica (derecha).



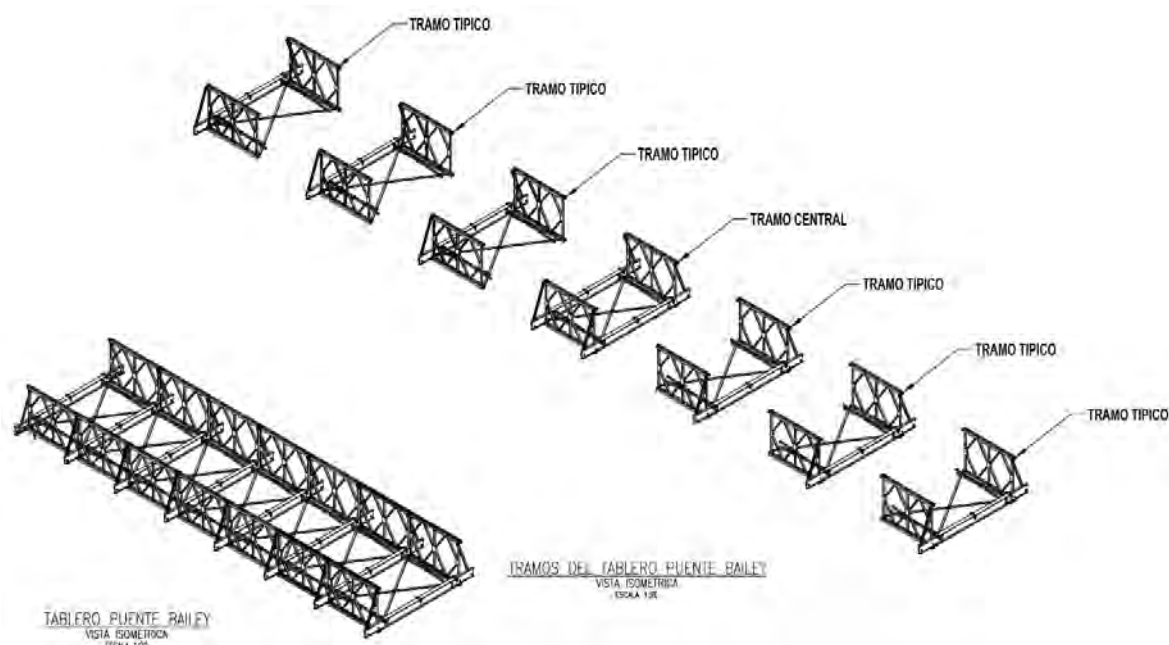
Nota. Elaboración propia.

3.7.4. Secuencia de Ensamblaje del Tablero Completo

Una vez fabricados y verificados los siete tramos (seis tramos típicos y un tramo central), el tablero se arma mediante su unión secuencial a través de los apoyos deslizante y fijo descritos previamente. El tramo central se ubica en la posición intermedia del tablero, flanqueado simétricamente por los tramos típicos, replicando la disposición modular del puente Bailey real a escala 1:10. Esta secuencia de montaje progresivo permite verificar la alineación y el paralelismo de cada unión antes de continuar con el siguiente tramo, evitando la acumulación de desviaciones dimensionales sobre la longitud total del tablero.

Figura 3.20

Secuencia de ensamblaje del tablero: unión de los tramos típicos y el tramo central (derecha) hasta conformar el tablero completo del puente Bailey (izquierda).



Nota. Elaboración propia.

Con el tablero conformado a partir de los sub-ensambles anteriores, la última etapa del montaje físico consistió en instalar la placa de rodadura sobre cada tramo ya ensamblado, descrita a continuación.

3.7.5. Instalación de la Placa de Rodadura

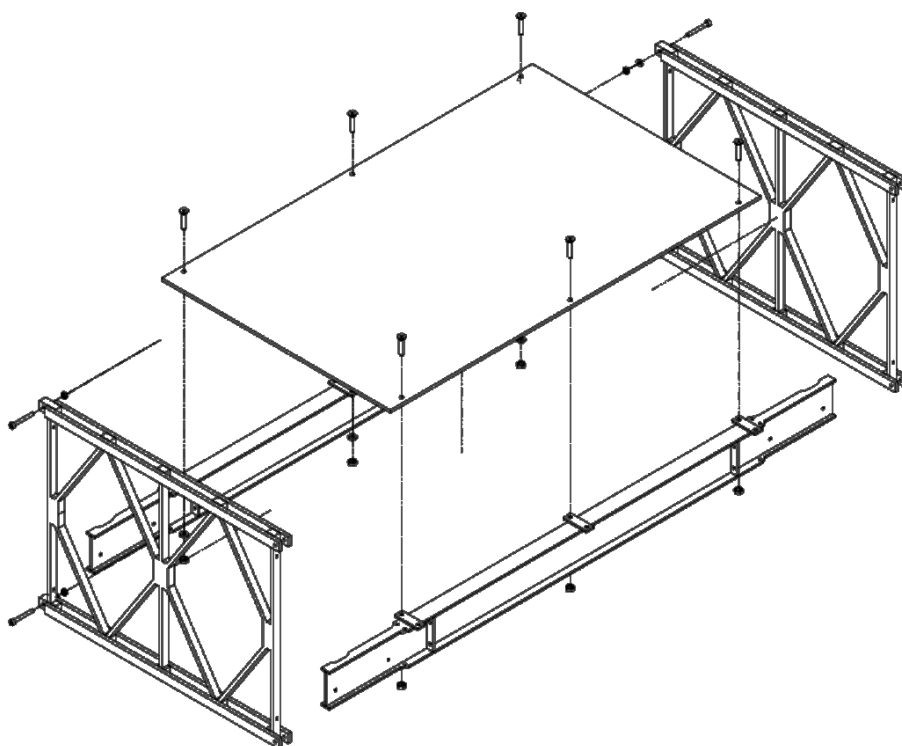
Una vez armado y verificado un tramo (viga típica, arriostres y marcos arriostrados unidos según lo descrito en las secciones anteriores), se procedió a instalar la placa de rodadura sobre su cara superior, la cual conforma la superficie de tránsito del tablero. La placa se posicionó y fijó a las vigas del tramo mediante el uso de bujes de 4 mm como espaciadores y pernos M3.

Los bujes de 4 mm jugaron un papel fundamental, ya que garantizaron una separación uniforme entre la placa y las vigas, además de permitir la correcta distribución de las cargas y evitar el contacto metal-metal que podría generar desgaste o deformaciones. Los pernos M3 proporcionaron la sujeción final, asegurando que la placa quedara firmemente anclada al tramo. Este proceso se repitió de manera sistemática para cada uno de los siete tramos del tablero.

La resistencia estática y el comportamiento a fatiga de estas fijaciones se verifican en el Anexo N, considerando tornillos M3 clase 8.8 según ISO 898-1, tal como especifica el plano.

Figura 3.21

Instalación de la placa de rodadura sobre un tramo ensamblado.



Nota. Elaboración propia.

3.8. Fabricación del Dado de Cimentación

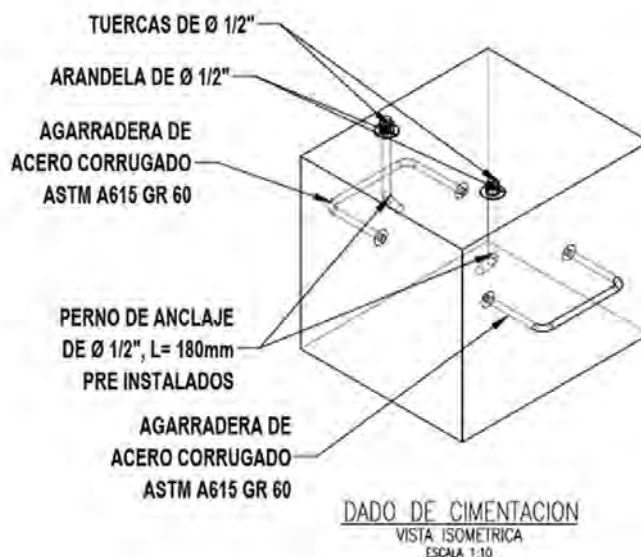
El modelo requiere en cada apoyo un **dado de cimentación** que lo vincule rígidamente al suelo sin interferir en la respuesta dinámica de los ensayos. Sobre este bloque de concreto, vaciado en obra, se atornilla la placa base del apoyo fijo o deslizante mediante **pernos de anclaje de $\varnothing 1/2"$, L=180 mm**, previamente alineados con su patrón de perforaciones. El conjunto incorpora también **agarraderas de acero corrugado ASTM A615 Gr 60**, dobladas en forma de gancho, que proporcionan anclaje por adherencia y resistencia al arrancamiento.

La fabricación comprendió el armado del encofrado; la colocación y alineación de las agarraderas y los pernos; el vaciado y curado del concreto; y el desencofrado, seguido del montaje de la placa base con arandelas y tuercas. Se empleó **concreto simple estándar** ($\rho_{\text{concreto}} \approx 2400 \text{ kg/m}^3$); las agarraderas cumplen una función de anclaje y no de refuerzo estructural.

Con dimensiones de $0.30 \text{ m} \times 0.35 \text{ m} \times 0.40 \text{ m}$, el volumen del dado es 0.042 m^3 y su masa estimada, **100.8 kg**. Para una masa soportada de 11.25 kg por apoyo, se obtiene una relación de masa de 8.96, superior al mínimo $\mu \geq 3$ establecido por ACI 351.3R y DIN 4024 para cimentaciones de equipos dinámicos. El cálculo completo, los planos de detalle y el registro del vaciado se presentan en el Anexo I.2.

Figura 3.22

Elementos metálicos embebidos en el dado de cimentación.



Nota. Elaboración propia. El plano de detalle y el registro fotográfico del vaciado se presentan en el Anexo I.2.

3.9. Registro Fotográfico de Cada Procedimiento

El desarrollo completo de la fabricación del módulo, desde la recepción de materiales hasta el montaje final, se documenta a continuación mediante el registro fotográfico de cada procedimiento: corte CNC, aplicación de pintura base, preparación de juntas, soldadura de subensambles, control dimensional, construcción de las bases de concreto y montaje del prototipo.

Figura 3.23

Proceso de corte CNC de la plancha y control de calidad.



Nota. Corte por láser CNC de las planchas ASTM A36 de 8, 4 y 2 mm de espesor (diagonales/uniones, vigas de refuerzo y componentes secundarios respectivamente), con orificios de 3 mm y distancia mínima entre cortes de 7 mm, según lo justificado en la selección de proceso de la sección anterior.

Figura 3.24

Aplicación de pintura base a todos los componentes del modelo luego del corte CNC.



Nota. Se aplicó pintura base de protección anticorrosiva antes de la soldadura, para evitar que el óxido superficial del acero ASTM A36 comprometa la calidad del cordón de soldadura en la etapa siguiente.

Figura 3.25

Preparación de juntas y pruebas de montaje.



Nota. Ajuste en seco de las juntas antes de soldar, verificando la perpendicularidad (0.1 mm) y el paralelismo (0.05 mm) exigidos en la hoja de ruta del panel lateral, previo a fijar la geometría de forma permanente.

Figura 3.26*Soldeo de perfiles y paneles principales.*

Nota. Soldadura de los perfiles principales manteniendo la tolerancia de planitud de 0.8 mm de la hoja de ruta; la soldabilidad del ASTM A36 (resistencia a la tracción ≥ 400 MPa) permite unir diagonales y montantes sin comprometer la rigidez calculada en el Capítulo II.

Figura 3.27*Control de mediciones de componentes principales.*

Nota. Verificación dimensional de los componentes soldados según el protocolo de medición por coordenadas de la hoja de ruta (ISO 2768), confirmando que las desviaciones acumuladas por el proceso de soldeo se mantienen dentro de tolerancia antes de pasar al ensamblaje.

Figura 3.28

Construcción de bases de concreto, pintado del modelo, fabricación de componentes y trabajos finales.



Nota. Bases de concreto que fijan los apoyos del modelo a escala 1:10, reproduciendo las condiciones de frontera (nodo empotrado) asumidas en el análisis del Capítulo II, seguido del acabado final de pintura sobre los subconjuntos ya soldados y verificados.

Figura 3.29

Montaje terminado del modelo a escala.



(a)

(b)



(c)

Nota. a) Montaje estructural del modelo a escala terminado sin el sistema de excitación; b) montaje estructural del modelo a escala terminado con el sistema de excitación de masa desbalanceada; c) módulo terminado e instrumentado durante la adquisición de datos. Elaboración propia.

Tabla 3.9*Hojas de ruta y controles dimensionales para la fabricación del modelo a escala del puente Bailey*

Hojas de ruta por Componente (Ejemplo panel lateral)	Puntos de Control Dimensional (ISO 2768)	Control Dimensional (ISO 2768)	Perfiles del Panel Principal	Sistema de Arriostramiento	Selección de Materiales
Corte de perfiles principales	Longitud total: $\pm 1\text{mm}$	Protocolo de medición por coordenadas	Montantes verticales y diagonales: 80x40 mm (ASTM A36) / Escala 1:10: 8x4 mm	Perfiles rectangulares: 78x40 mm (ASTM A36) / Escala 1:10: 7.8x4 mm	Resistencia a la tracción: 400 MPa mín. / Límite elástico: 250 MPa mín.
Verificación dimensional	Paralelismo: 0.5mm	Verificación de tolerancias críticas	Tolerancia dimensional: ISO 2768-m / Paralelismo: 0.05 mm	Tolerancia geométrica: ISO 1101 / Paralelismo entre caras: 0.08 mm	Elongación: 20 % mín. / Maquinabilidad > 50 % / Dureza: 150-180 HB / Velocidad de corte adecuada
Preparación de juntas	Perpendicularidad: 0.5mm	Registro de desviaciones	Perpendicularidad: 0.1 mm / Montantes horizontales: 100x40 mm (ASTM A36)	Acabado superficial: Ra 3.2 μm	Proveedores certificados / Trazabilidad de materiales
Soldadura de diagonales	Planitud: 0.8mm		Escala 1:10: 10x4 mm / Planicidad: 0.1 mm / Rectitud: 0.05 mm	Trazabilidad de materiales / Evaluación técnico-económica	

Nota. Las dimensiones, tolerancias y puntos de control corresponden a la hoja de ruta empleada para verificar la fabricación del panel lateral del modelo a escala. Los criterios dimensionales se establecieron conforme a ISO 2768 e ISO 1101, y las propiedades mecánicas corresponden al acero ASTM A36. Elaboración propia.

3.10. Costos de Construcción

El presupuesto estimado para la construcción del modelo a escala contempla los costos de equipos e instrumentación, materiales, alquiler de equipos de medición y manufactura, consolidados en la Tabla 3.10. Los equipos e instrumentación fueron adquiridos localmente. El desglose de materiales contempla tanto los componentes listos para implementación directa como los que se sometieron a un procesamiento posterior (mecanizado y/o preparación). Para la etapa de validación del prototipo, se requiere la ejecución de un Análisis Modal Experimental (EMA); debido a la alta especialización y costo de los instrumentos de medición requeridos, se optó por el alquiler del sistema de adquisición de datos en lugar de su compra, cubriendo los componentes esenciales de la cadena de medición: sensores de vibración (acelerómetros), excitación (martillo de impacto) y procesamiento de señales (DAQ). Por último, los costos de manufactura abarcan integralmente las etapas de preparación, transformación y acabado superficial de los materiales, asegurando que cada pieza cumpla con las especificaciones técnicas de los planos de detalle.

Tabla 3.10

Costos de construcción del módulo

Cant.	Descripción	Precio Unitario (S/)	Precio Total (S/)
Equipos e instrumentación			
01 Und.	Motor Eléctrico 1Hp 3445RPM	440.00	440.00
01 Und.	Variador de Frecuencia	900.00	900.00
01 Und.	Guarda Motor	100.00	100.00
01 Und.	Termomagnético	20.00	20.00
01 Und.	Tacómetro	140.00	140.00
01 Und.	Torquímetro	120.00	120.00
02 Und.	Excitador de masa excéntrica desbalanceada (sin motor)	1 000.00	2 000.00
01 Und.	Motor eléctrico 1/2 Hp (excitador)	900.00	900.00
Subtotal			4 620.00
Materiales			
01 Und.	Placa Piso	170.00	170.00
182 Und.	Arandela Presión M3	0.20	36.40
202 Und.	Tuerca M3	0.50	101.00
085 Und.	Tornillo M3x10mm	0.30	25.50
053 Und.	Tornillo M3x15mm	0.40	21.20
021 Und.	Entre Tuerca M4	0.50	10.50
018 Und.	Tornillo M3x20mm	0.50	9.00
06 Und.	Arandela M4	0.40	2.40
030 Und.	Pines M4	3.50	105.00
028 Und.	Tornillo M3x25mm	0.35	9.80

Tabla 3.10 (continuación)

Cant.	Descripción	Precio Unitario (S/)	Precio Total (S/)
06 Und.	Tornillo M4x20mm	0.40	2.40
04 Und.	Tuerca M4	0.25	1.00
	Subtotal		494.20
Alquiler de equipos de medición			
01 Und.	Acelerómetros Piezoeléctricos (kit de 3, alta sensibilidad)	800.00	800.00
01 Und.	Martillo de Impacto (instrumentado con celda de carga)	500.00	500.00
01 Und.	Sistema de Adquisición DAQ (módulo de 4 canales)	1 200.00	1 200.00
01 Und.	Accesorios y Cableado (coaxial de bajo ruido y bases magnéticas)	200.00	200.00
	Subtotal		2 700.00
Manufactura			
01 Und.	Corte láser CNC	1 600.00	1 600.00
01 Und.	Soldadura por arco	300.00	300.00
01 Und.	Acabado superficial	200.00	200.00
01 Und.	Ensamblaje	200.00	200.00
01 Und.	Cimentación	500.00	500.00
	Subtotal		2 300.00
Consumibles			
03 Und.	Disco de corte metal 4.5"	7.00	21.00
02 Und.	Disco de desbaste 4.5"	8.00	16.00
02 kg.	Electrodo E6011 1/8"	14.00	28.00
01 Und.	Juego de brocas para metal	25.00	25.00
04 Und.	Lija para metal grano 120	2.50	10.00
01 Und.	Spray aluminio	7.00	7.00
01 Und.	Spray negro brillante	6.00	6.00
03 Und.	Super Glue Soldimix	1.00	3.00
16 Und.	Socket M5x10 CT	1.50	24.00
01 Und.	Broca 2 mm	4.50	4.50
10 Und.	Socket M5x15 CT	1.00	10.00
10 Und.	Socket M5x20 CT	1.50	15.00
28 Und.	Volanda plana	0.10	2.80
28 Und.	Volanda presión	0.10	2.80
04 Und.	Prisionero M4x8	2.00	8.00
02 Und.	Prisionero M4x16	2.00	4.00
04 Und.	Volanda presión 1/4"	0.20	0.80
01 Und.	Tornillos, pernos y volandas varios	34.90	34.90
04 Und.	Perno 1/4x1 1/2" CT	0.40	1.60
08 Und.	Volanda plana 1/4"	0.30	2.40
08 Und.	Volanda presión 1/4"	0.30	2.40

Tabla 3.10 (continuación)

Cant.	Descripción	Precio Unitario (S/)	Precio Total (S/)
01 Und.	Broca N°11	24.00	24.00
01 Und.	Broca escalonada p/metal 4-12, 4-20, 4-32	38.00	38.00
01 Und.	Broca HSS alta velocidad 10T/máper	27.00	27.00
01 Und.	Disco de corte Norton 4"	4.00	4.00
01 Und.	Broca metal 3/4" Truper	6.50	6.50
Subtotal			328.70
Acabados			
1/4 Gl.	Pintura base anticorrosiva	65.00	65.00
1/4 Gl.	Esmalte sintético	70.00	70.00
1 Gl.	Thinner acrílico	18.00	18.00
03 Und.	Lija al agua grano 220	2.00	6.00
Subtotal			159.00
Accesorios eléctricos			
03 m.	Cable trifásico N°14	9.50	28.50
02 m.	Cable monofásico N°14	6.50	13.00
01 Und.	Enchufe/tomacorriente industrial	15.00	15.00
10 Und.	Terminales tipo horquilla	0.50	5.00
Subtotal			61.50
Gastos generales (envíos)			
01 Und.	Servicio de transporte – Mini paquetería XS	19.00	19.00
01 Und.	Servicio de transporte – Paquete L	24.00	24.00
Subtotal			43.00
Total			S/ 10 706.40

3.11. Costos de Ingeniería

Los costos de ingeniería de la Tabla 3.11 reúnen las horas destinadas a la conceptualización, el escalamiento, el modelado CAD y la optimización iterativa del módulo, además de las simulaciones analíticas y FEM y del procesamiento de los ensayos EMA. También comprenden la elaboración e impresión de planos de despiece y ensamble, con sus especificaciones de materiales y tolerancias. Estas actividades permitieron verificar la similitud dinámica, reducir errores antes de la fabricación y documentar los siete tramos y sus subensambles de apoyo.

Tabla 3.11
Costos de ingeniería

Descripción	Cantidad	Costo Unit. (S/)	Sub Total (S/)
Horas de ingeniería			
Conceptualización y definición de requerimientos	50 Hrs.	16.00	800.00
Cálculo de escalamiento (leyes de semejanza y dimensionamiento)	83 Hrs.	16.00	1 328.00
Modelado CAD (piezas, ensambles y sub-ensambles)	200 Hrs.	16.00	3 200.00
Optimización iterativa (rediseño post-FEM/EMA)	133 Hrs.	16.00	2 128.00
Elaboración de planos (despiece por componente y sub-ensamble)	30 Hrs.	16.00	480.00
Simulaciones (analítica, FEM y procesamiento de EMA)	43 Hrs.	16.00	688.00
Subtotal			8 624.00
Materiales de ingeniería			
Impresión de planos (plotter A3, 30 láminas)	30 Und.	3.50	105.00
Impresión, empastado y anillado de tesis completa	1	500.00	500.00
Subtotal			605.00
Total			S/ 9 229.00

Nota. Elaboración propia. Costo unitario de hora de ingeniería estimado en S/ 16.00, calculado como sueldo mensual de referencia para un ingeniero junior en el mercado peruano (S/ 2 600.00) entre 208 horas efectivas mensuales (jornada de 48 h/semana), afectado por un factor de cargas sociales de 1.3 (EsSalud, CTS, gratificaciones y vacaciones). No se emplea la tarifa CAPECO de costo hora hombre, ya que el pliego de dicha entidad cubre exclusivamente las categorías de mano de obra de construcción civil (operario, oficial y peón) y no contempla personal profesional.

3.12. Estimación de Costo Total

La Tabla 3.12 presenta la estimación del costo total bajo el formato estándar de presupuesto empleado en expedientes técnicos formales en el Perú, integrando el Costo Directo (costos de construcción, Tabla 3.10, y de ingeniería, Tabla 3.11), los Gastos Generales y el Impuesto General a las Ventas (IGV). No se incluye Utilidad, dado que el proyecto corresponde a un prototipo académico sin fines de lucro y no a una

obra licitada; el porcentaje de Gastos Generales (10 %) se emplea como valor referencial conservador dentro de los rangos habituales de la práctica local, con fines de completitud del presupuesto. El costo total del proyecto asciende a **S/ 25 876.15**.

Tabla 3.12

Estimación de costo total (presupuesto formato CAPECO)

Descripción	Monto (S/)
Costos de construcción	10 706.40
Costos de ingeniería	9 229.00
Costo Directo (CD)	19 935.40
Gastos Generales (10 % CD)	1 993.54
Subtotal	21 928.94
IGV (18 %)	3 947.21
Costo total	25 876.15

Nota. Elaboración propia. Estructura de presupuesto conforme a la práctica estándar de expedientes técnicos en el Perú (Costo Directo + Gastos Generales + IGV). Se excluye la Utilidad por tratarse de un proyecto académico sin fines de lucro.

Nota. Elaboración propia.

4 | Determinación de los Parámetros Modales mediante la Técnica del Análisis Modal Experimental (EMA)

En este capítulo se presenta la estimación de los parámetros modales del modelo a escala de puente Bailey mediante la técnica del análisis modal experimental (EMA). Utilizando el método de identificación CMIF (función indicadora de modo complejo de todas las funciones de respuesta de frecuencia).

4.1. Análisis Modal Experimental

El procedimiento experimental consiste en excitar la estructura utilizando un martillo modal para inducir fuerzas conocidas. Tras registrar la respuesta dinámica en el dominio del tiempo, estos datos se procesan como funciones de respuesta en frecuencia (FRF). Finalmente, se emplea el método CMIF para identificar los parámetros modales clave: frecuencias naturales, formas modales y coeficientes de amortiguamiento. La estimación de los parámetros modales se obtiene dentro de un rango aproximado de 0 a 150 Hz. Para este propósito, se utiliza el software ARTeMIS Modal Pro en su versión 8.0.

4.1.1. Especificaciones de las Medidas Dinámicas

Esta parte especifica los criterios esenciales que deben cumplirse para realizar mediciones dinámicas durante las pruebas para la obtención de las amplitudes de vibración en estado de resonancia para las tres velocidades seleccionadas del motor y los parámetros dinámicos mediante el Análisis Modal Experimental (EMA).

Rangos de Frecuencia de la Prueba

A partir de las frecuencias naturales identificadas y de las condiciones de excitación seleccionadas para los ensayos, se establece un intervalo conservador de 10 Hz a 150 Hz para realizar el análisis.

Frecuencia de Muestreo

Según el teorema de Nyquist, mencionado por (Brincker & Ventura, 2015, pp. 62-65), la frecuencia de muestreo determinada por la Ecuación (82) establece el límite superior del rango de frecuencias para el análisis de señales mediante la frecuencia de Nyquist f_v .

$$f_v = f_s/2; f_s = 1/\Delta t \quad (90)$$

En esta expresión, f_s denota la frecuencia de muestreo y Δt es el intervalo de tiempo entre muestras. Esta magnitud se expresa en “muestras-por-segundo” y cuantifica el número de muestras de datos adquiridos por unidad de tiempo.

Por otro lado, (Brincker & Ventura, 2015, pp. 62-65) recomienda que la frecuencia de muestreo debe ser mayor en aproximadamente 1,2 veces f_v debido a los efectos de los filtros antialiasing típicos, por lo tanto, a partir de la Ecuación (82) se obtiene:

$$f_s > 2.4f_{max}$$

Donde f_{max} es la frecuencia máxima de interés, que en el presente caso es de 150.0 Hz, resultando en una frecuencia de muestreo de 360.0 Hz, es decir, 360 muestras por segundo.

Duración de la Serie Temporal

En base a (Brincker & Ventura, 2015, pp. 159-160), la duración de la medición, o duración de la serie temporal T_m en segundos, se calcula mediante la Ecuación (84):

$$T_m > \frac{10}{\zeta f_{min}}$$

donde ζ es la relación de amortiguamiento esperada del sistema, y f_{min} la frecuencia mínima de interés establecida anteriormente en 10.0 Hz. Según lo indicado por (Adams & Askenazi, 1998, p. 500), la relación de amortiguamiento para metales es inferior al 1 %, por lo que se asume un valor de 0.5 % (0.005). En consecuencia, la duración temporal calculada es de 200 segundos.

Debido a la aproximación del factor de amortiguamiento, se adopta de forma conservadora una duración temporal mínima T_m de 240 segundos (equivalente a 4 minutos).

Correlación de la Fuente de Carga y Excitación Artificial

Según (Brincker & Ventura, 2015, pp. 164-167), la correlación de la fuente de carga y excitación artificial en este análisis se clasifica como dificultad baja, debido a solo hay una entrada independiente, es decir, solo hay un motor como fuente de excitación con pocas piezas móviles y en el análisis EMA, se utiliza una excitación controlada (martillo modal, shaker, etc.), lo que permite una mejor correlación entre entrada y respuesta.

4.1.2. Instrumentación Necesaria para el Registro de Datos

En relación de las consideraciones previamente descritas para las medidas dinámicas, se selecciona el siguiente sistema de adquisición para desarrollar las pruebas del análisis EMA.

Entrada Analógica – Slot

Según lo indicado por (National Instruments, 2021), el sistema permite la generación y adquisición de señales dinámicas en aplicaciones relacionadas con sonido y vibración, específicamente para los sistemas Compact DAQ. El módulo de sonido y vibración de entrada de la serie C ofrece funcionalidades como el acoplamiento AC/DC, el cual es configurable por software. Además, cada canal de entrada realiza mediciones de forma simultánea. En la Figura 4.1 se presenta el canal de entrada analógica y los aspectos técnicos de este funcionamiento se detallan en la Tabla 4.1.

Figura 4.1

Canal de entrada analógica.



Nota. Módulo NI 9234 c-DAQ de cuatro canales de entrada BNC; para la medición se utilizarán cuatro unidades. Adaptado de (National Instruments, 2021).

Tabla 4.1
Especificación de la entrada analógica

Entrada Analógica	
Identificador—Código	NI 9234
Marca Comercial	NATIONAL INSTRUMENTS
Descripción Técnica	51.2 kS/s/canal

Nota. Elaboración propia. Adaptado de (National Instruments, 2021).

Chasis

Según (National Instruments, 2021), el chasis c-DAQ dispone de una conexión USB, lo que significa que obtiene energía directamente desde el puerto USB-C del computador. Este diseño está orientado a sistemas compactos y portátiles de medición con sensores. En la Figura 4.2 se presenta el chasis de adquisición de datos de vibración con capacidad para ocho módulos, cuyos aspectos técnicos se detallan en la Tabla 4.2.

Figura 4.2
Chasis Compact DAQ.



Nota. Chasis cDAQ-9178 con capacidad para ocho módulos NI 9234; para la medición se utilizarán cuatro módulos. Adaptado de (National Instruments, 2021).

Tabla 4.2
Descripción del chasis Compact DAQ

Chasis	
Código/Identificador	cDAQ-9178
Marca Comercial	NATIONAL INSTRUMENTS
Descripción del Modelo	DAQ chasis 8 slots
Capacidad	Chasis de adquisición de 32 canales

Nota. Elaboración propia. Adaptado de (National Instruments, 2021).

Tipos de Acelerómetros Utilizados

Según lo señalado por (PCB PIEZOTRONICS, 2021), los acelerómetros uniaxiales destacan por su gran versatilidad, siendo adecuados para diversas aplicaciones tanto en entornos industriales como en laboratorios.

Los sensores triaxiales son particularmente valiosos en el análisis modal de estructuras de cualquier tamaño. Su principal ventaja radica en la capacidad de registrar simultáneamente las vibraciones en los tres ejes (horizontal, vertical y axial) con un solo sensor.

El S3-D40 de enDAQ es un registrador compacto con almacenamiento interno, batería recargable y sensores integrados. Permite programar los parámetros de adquisición y complementar la medición con acelerómetros externos. La Figura 4.3 reúne los tres tipos de sensores utilizados.

Figura 4.3
Tipos de acelerómetros utilizados.



Nota. (a) acelerómetro uniaxial PCB, (b) acelerómetro triaxial PCB, (c) acelerómetro triaxial enDAQ. Adaptado de (National Instruments, 2021) y (enDAQ, 2025).

Tabla 4.3
Características técnicas de los acelerómetros utilizados

Parámetro	PCB 353B34	PCB 356A02	enDAQ S3-D40
Configuración	Uniaxial	Triaxial	Triaxial con registrador
Tecnología	ICPõ, corte de cuarzo	ICPõ, corte cerámico	Capacitivo digital, policarbonato
Sensibilidad	100 mV/g	10 mV/g	10 mV/g
Frecuencia	1–4000 Hz	1–5000 Hz	1–4000 Hz
Rango reportado	± 50 g pico	± 500 g pico	2000°/s
Masa	27 g	10.5 g	40 g
Batería	—	—	250 mAh

Nota. Se sintetizan las especificaciones relevantes para la adquisición experimental. Elaboración propia. Adaptado de (National Instruments, 2021) y (enDAQ, 2025).

Martillo Modal PCB

El martillo de impacto ICPõ es una herramienta utilizada para pruebas modales en estructuras mecánicas, pues permite evaluar su comportamiento dinámico mediante impulsos controlados. Al golpear la estructura con el martillo instrumentado, se generan vibraciones que pueden medirse con acelerómetros o micrófonos. Este método permite identificar resonancias y características de transferencia estructural. El martillo produce una fuerza de amplio espectro capaz de excitar múltiples modos de vibración, y su diseño influye directamente en el contenido de frecuencia del impulso. Los sensores utilizados son del tipo ICPõ, con amplificadores integrados que aseguran mediciones precisas y confiables, incluso en condiciones exigentes (PCB PIEZOTRONICS, 2021).

Figura 4.4
Martillo modal PCB.



Nota. Martillo modal con cabeza de goma y masa de incremento con conexión BNC a BNC. Adaptado de (PCB PIEZOTRONICS, 2021).

Tabla 4.4
Descripción del martillo modal PCB

Martillo Modal PCB	
Código	TLD086C01
Marca	ICP [®] IMPACT HAMMER
Descripción	Modally Tuned [®] Impulse Hammer w/force sensor and tips
Rango de medición	± 100 lbf pk (± 444 N pk)
Peso	0.23 lb (0.10 kg)
Sensibilidad	($\pm 15\%$) 50 mV/lbf (11.2 mV/N)

Nota. Elaboración propia. Adaptado de (PCB PIEZOTRONICS, 2021).

Tipos de Cables de Conexión del Sensor a el Módulo ni 9234

Según (PCB PIEZOTRONICS, 2021). Los cables constituyen un componente fundamental en cualquier sistema de medición. PCB emplea materiales de alta calidad, seleccionado de proveedores confiables y diseña interfaces entre cable y conector que aseguran una conexión estable y segura. En la Figura 4.5 se muestra el conector de sensor. Para cada tipo de acelerómetro, también se selecciona un tipo adecuado de cable conector para el martillo modal.

Figura 4.5
Tipos de cables conectores de los sensores.



Nota. (a) cable conector de sensor uniaxial PCB, (b) cable conector de sensor triaxial PCB, (c) cable conector del martillo modal. Adaptado de (PCB PIEZOTRONICS, 2021).

Tabla 4.5*Descripción de cable conector de sensor y martillo modal*

Cable conector sensor – Uniaxial PCB	
Código de cable uniaxial	003C10
Marca	PCB
Conector modelo EB	1B hembra de 1 pin
Conector modelo AC	BNC macho
Longitud	10 ft
Cable conector sensor – Triaxial PCB	
Código de cable triaxial	010G10
Marca	PCB
Conector modelo AY	1B hembra
Conector modelo JW	3 BNC macho (X, Y, Z)
Longitud	10 ft
Cable conector martillo modal – PCB	
Código de cable de martillo	012A10
Marca	PCB
Conector BNC a BNC	BNC macho - BNC macho
Longitud	10 ft

Nota. Elaboración propia. Adaptado de (PCB PIEZOTRONICS, 2021).

Base de Montaje Magnética

De acuerdo con (PCB PIEZOTRONICS, 2021), las bases magnéticas para montaje de acelerómetros ofrecen una solución práctica y rápida para realizar mediciones vibración en máquinas o estructuras donde la vibración es excesiva como en nuestro caso ya que al realizar las pruebas en estado de resonancia un adhesivo no puede ser una buena opción.

Figura 4.6*Base de montaje magnético.*

Nota. Base magnética PCB para acoplar a los sensores. Adaptado de (PCB PIEZOTRONICS, 2021).

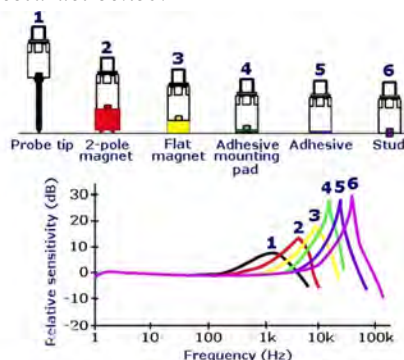
Tabla 4.6
Descripción de la base magnética PCB

Chasis	
Marca	PCB
Modelo	080A179
Descripción	Base magnética de tierras raras de alta resistencia
Fuerza de tracción	12 lb
Tipo de unión	Hexagonal de 0.75" con orificio de roscado de 10-32

Nota. Elaboración propia. Adaptado de (PCB PIEZOTRONICS, 2021).

Por ser de acero, el modelo admite la fijación mediante bases magnéticas, cuyo intervalo útil aproximado de 1 a 1000 Hz cubre ampliamente el rango analizado de 10 a 150 Hz (Mobius Institute, 2016, pp. 5-36–5-47; Figura 4.7).

Figura 4.7
Influencia del montaje en la respuesta del sensor.



Nota. Montajes: 1) punta, 2) imán bipolo, 3) imán plano, 4) base adhesiva, 5) adhesivo y 6) perno. Adaptado de Mobius Institute (2019), p. 5-40.

4.1.3. Número de Sensores, Ubicación y Referencias

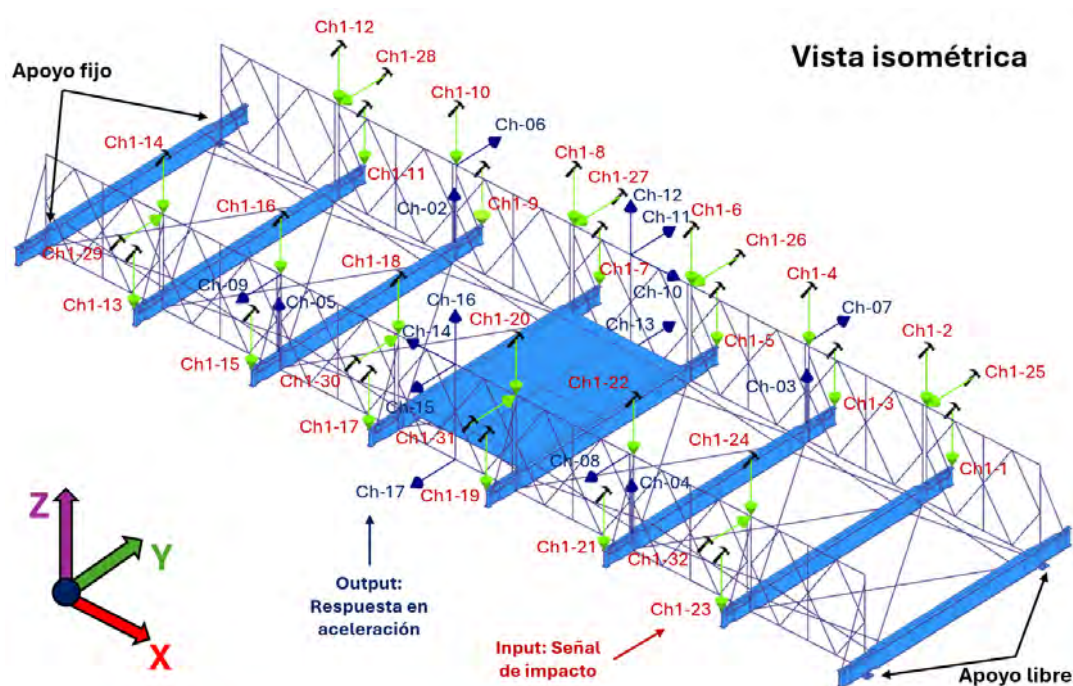
Para el Análisis Modal Experimental (EMA) se dispusieron 16 canales de respuesta mediante 2 acelerómetros triaxiales PCB 356A02 y 10 acelerómetros uniaxiales PCB 353B34, de acuerdo con la complejidad dinámica del modelo (Brincker & Ventura, 2015, pp. 154-155). Los sensores permanecen fijos en puntos de alta sensibilidad modal, mientras el martillo recorre 32 posiciones de impacto y aplica dos golpes controlados, uno vertical y otro transversal. Esta configuración permite obtener las funciones de respuesta en frecuencia (FRF) necesarias para identificar las frecuencias naturales, las formas modales y el amortiguamiento.

4.1.4. Conjuntos de Señales

La Figura 4.8 resume el esquema de medición: los 16 canales de referencia (*output*), codificados de Ch-02 a Ch-17 y señalados en azul marino, se ubican sobre travesaños y paneles; los 32 puntos de impacto del martillo (*input*), codificados de Ch1-1 a Ch1-32 y señalados en verde, se distribuyen sobre travesaños, paneles y arriostres para la excitación vertical y transversal.

Figura 4.8

Ubicación de los sensores y los impactos del martillo sobre la estructura del modelo a escala de puente Bailey.



Nota. Los acelerómetros se orientan conforme al sistema global de coordenadas y conservan una misma orientación local.

4.1.5. Configuración de los Ensayos para la Identificación Modal

De igual manera, se configuraron los 16 acelerómetros con una frecuencia de muestreo de 1651 Hz (valor predeterminado para el análisis EMA). Los parámetros de adquisición incluyeron un total de 2048 muestras capturadas en un intervalo de 2.48 segundos, con una resolución espectral de 0.4 Hz. Asimismo, se estableció un rango de medición de $\pm 10g$ y un nivel de activación (*trigger level*) de 10 N para el martillo modal.

Figura 4.9

Configuración del ensayo de identificación modal y análisis del nivel de disparo.

Data Acquisition Configuration
Configure the measurement and storage options.

Status

READY

Start Stop

Trigger Window

Properties

- Trigger**
 - Current**
 - Trigger Level [N] 10.0000
 - Pretrigger Time [s] 0.0303
 - Suggested**
 - Trigger Level [N] 29.6698
 - Pretrigger [s] 0.0303
 - Apply Suggested ☐
- Bandwidth**
 - Sampling Frequency [Hz] 1651
 - Resolution** 2048
 - Acquisition Time [s] 2.48
 - Frequency Line Spacing [Hz] 0.40

Resolution
Specify the number of frequency lines between DC and the Nyquist frequency.

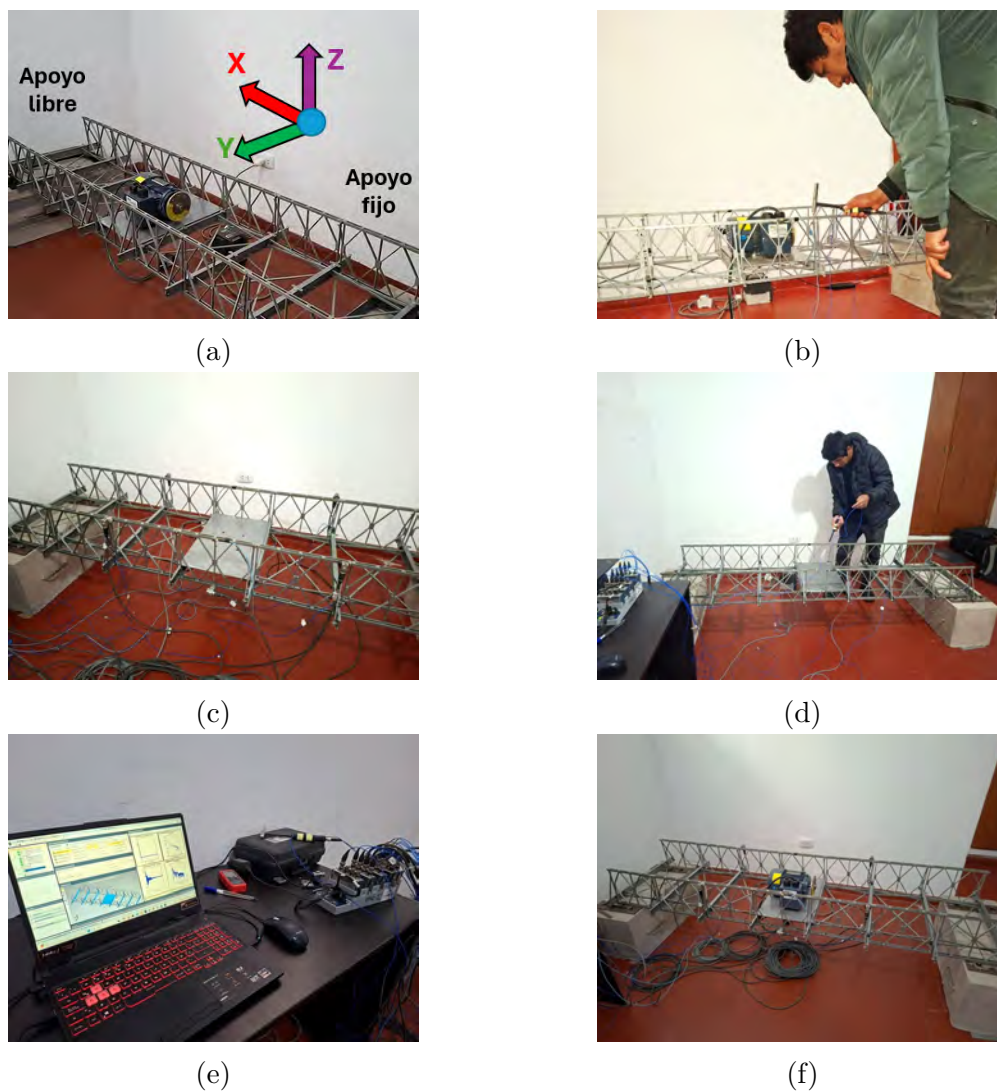
Nota. En el ensayo modal es recomendable disminuir el nivel de disparo para no tener problemas de dobles impactos cuando se maneja un nivel elevado.

Instalación de Sensores y Equipos

Los sensores se instalan directamente sobre la estructura mediante bases magnéticas. Posteriormente, se conectan al sistema de adquisición de datos c-DAQ y este, a su vez, al ordenador empleado para desarrollar las pruebas. La Figura 4.10 muestra la instalación de los sensores sobre la estructura para la adquisición de datos.

Figura 4.10

Montaje de los acelerómetros para el registro de datos y la ejecución de ensayos EMA.



Nota. (a) Vista isométrica del modelo a escala; (b) ensayo modal experimental con motor mediante martillo modal; (c) acelerómetros de referencia instalados en el puente sin motor; (d) ensayo modal experimental sin motor; (e) sistema de adquisición de datos y equipo de procesamiento; y (f) acelerómetros de referencia instalados en el puente con motor.

Adquisición de Datos

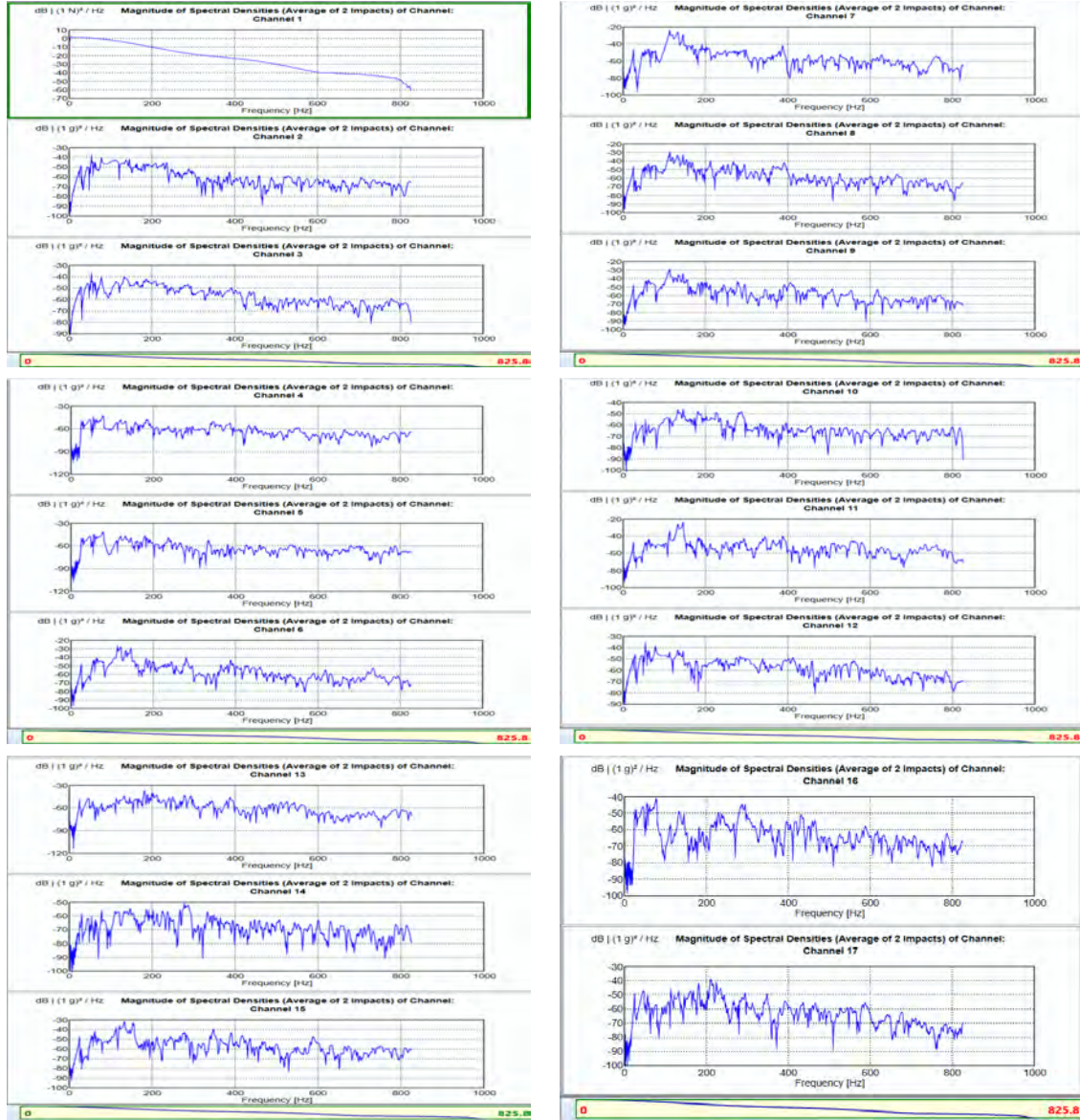
Para la adquisición de datos se aplica una excitación controlada sobre la estructura mediante un martillo modal instrumentado, mientras que las respuestas dinámicas fueron registradas en múltiples puntos utilizando acelerómetros. Las señales registradas se sometieron a procesamiento para obtener las funciones de respuesta en frecuencia correspondientes a cada par entrada–salida.

Se configuran los sensores y el martillo instrumentado, y se ajustan la frecuencia de muestreo y el nivel de disparo. La prueba consiste en aplicar dos impactos por punto, desde Ch01-1 hasta Ch01-32. Las respuestas en frecuencia de cada sensor se visualizan

en el software *ARTEMIS Modal Pro* para validar la calidad de los datos. Los registros de densidad espectral de potencia ($\text{dB} | \text{N}^2/\text{Hz}$) de los 16 sensores y del martillo modal se muestran en la Figura 4.11.

Figura 4.11

Registros de densidad espectral de potencia ($\text{dB} | \text{N}^2/\text{Hz}$) obtenidos en los 16 acelerómetros.



Nota. El canal Ch1 corresponde a la entrada del martillo modal; los canales Ch2 a Ch17 corresponden a las respuestas en frecuencia de los 16 sensores.

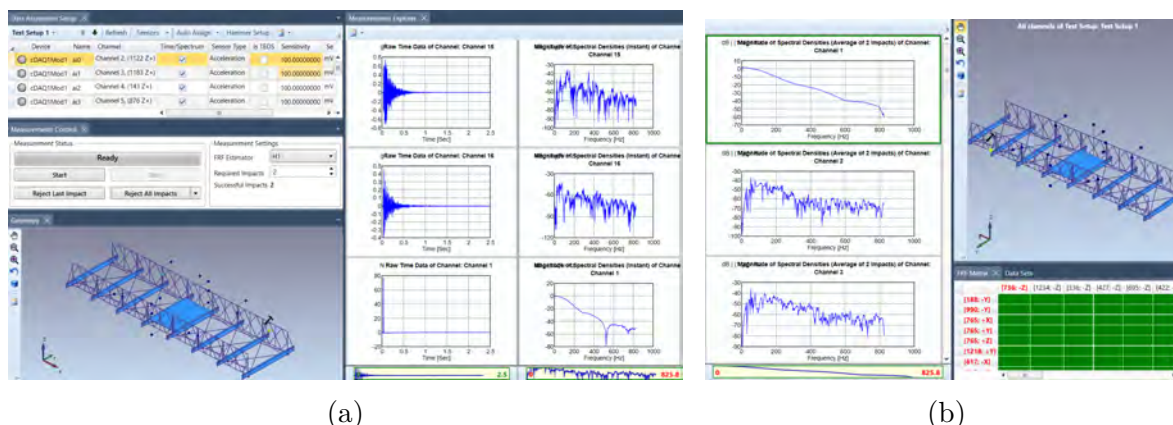
Construcción de la matriz FRFs

Las FRFs medidas se procesaron en *ARTEMIS Modal Pro* y se organizaron en una matriz compleja que describe la respuesta del sistema en el dominio de la frecuencia. Para cada impacto se consideró una ventana de 2.5 segundos, suficiente para observar

el decaimiento de la vibración, y un intervalo de 0 a 825.5 Hz para los registros de densidad espectral de potencia (PSD). La Figura 4.12 resume la configuración temporal y la construcción de la matriz FRFs.

Figura 4.12

Registro temporal de la respuesta al impacto y construcción de la matriz FRFs.



Nota. (a) Registro temporal de la respuesta al impacto y configuración de adquisición; (b) organización de las FRFs para construir la matriz compleja. Resultados procesados en *ARTEMIS Modal Pro*.

Proceso de Identificación Modal

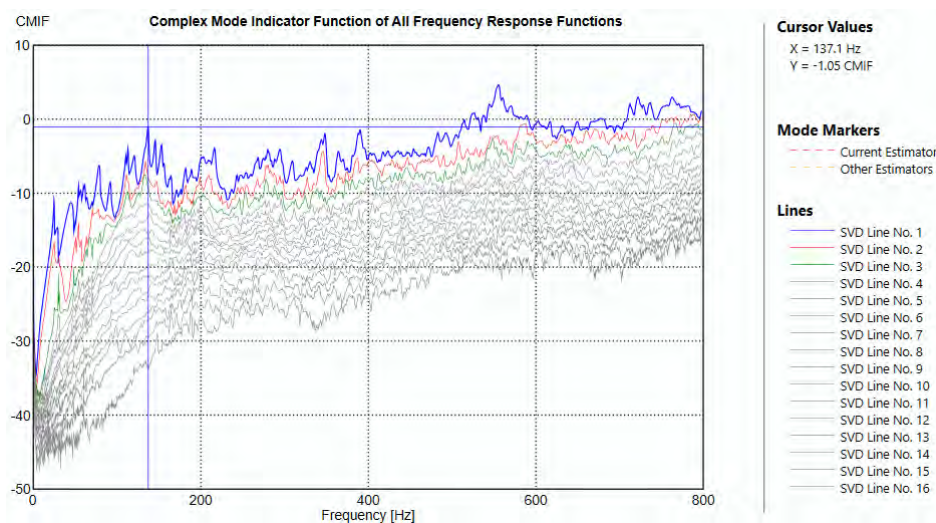
Si bien el software *ARTEMIS Modal Pro* incorpora diversos métodos de identificación en los dominios del tiempo y la frecuencia, en esta investigación se optó por la función indicadora de modo complejo (CMIF). Esta técnica se basa en aplicar una descomposición en valores singulares (SVD) a la matriz de funciones de respuesta en frecuencia (FRF) para cada línea espectral. El resultado es un conjunto de curvas CMIF, donde cada curva representa un valor singular complejo. La primera curva CMIF, correspondiente al primer valor singular, contiene los modos más dominantes y se utiliza como base para la identificación modal.

Los picos en la curva CMIF indican la presencia de modos de vibración, estos picos fueron detectados automáticamente y validados visualmente. Las frecuencias correspondientes a los picos fueron registradas como las frecuencias naturales del sistema como se muestra en la Figura 4.13 representan las frecuencias naturales de la estructura en el rango de frecuencias de 0 Hz a 800 Hz. La Figura 4.14 muestra la curva CMIF en el rango de frecuencias de interés de 0 Hz a 150 Hz, donde las frecuencias naturales principales identificadas son ≈ 60.87 Hz, ≈ 78.02 Hz y ≈ 120.35 Hz.

Se calculó también el margen dinámico (Dynamic Headroom) que representa la relación entre el nivel de los modos detectados y el ruido de fondo. Un valor elevado como 24.549 confirma la calidad de los datos y la confiabilidad de los modos identificados.

Figura 4.13

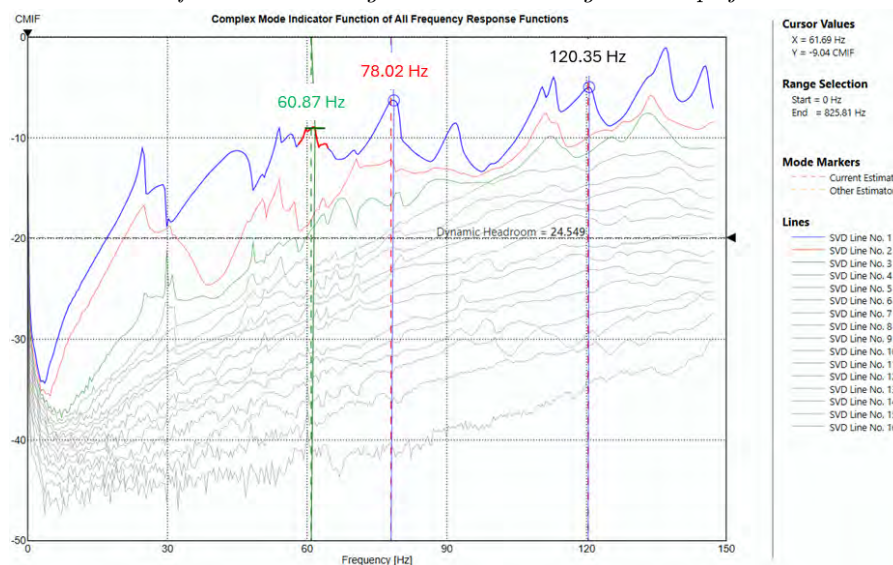
Diagrama de valor singular – CMIF a todas las funciones de respuesta en frecuencia.



Nota. Diagrama CMIF del intervalo completo, obtenido mediante la descomposición en valores singulares de la matriz FRF. Resultado procesado en *ARTEMIS Modal Pro*.

Figura 4.14

Frecuencias naturales identificadas en el diagrama de valor singular complejo CMIF.



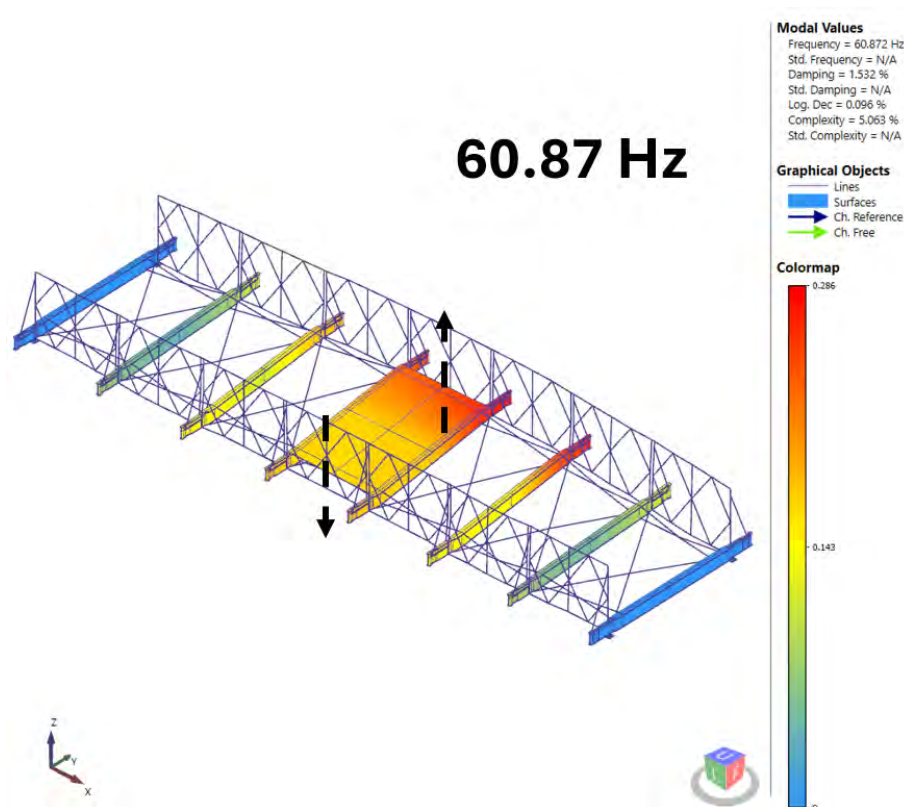
Nota. Los picos dominantes del primer valor singular identifican las frecuencias naturales de interés entre 0 y 150 Hz. Resultado procesado en *ARTEMIS Modal Pro*.

La Figura 4.15 ilustra los modos de vibración y el amortiguamiento asociados a las frecuencias naturales obtenidas mediante el método CMIF, mientras que la Tabla 4.7 consolida los resultados numéricos.

Tabla 4.7*Identificación de frecuencias naturales y factores de amortiguamiento mediante CMIF*

Frecuencia Natural [Hz]	Factor de Amortiguamiento [%]	Modo de Vibración
≈ 60.87	1.532 %	Primer modo global de torsión
≈ 78.02	1.406 %	Flexión Vertical
≈ 120.35	0.319 %	Segundo modo global de torsión

Nota. Se reportan únicamente las frecuencias naturales consideradas relevantes para el alcance de este estudio.

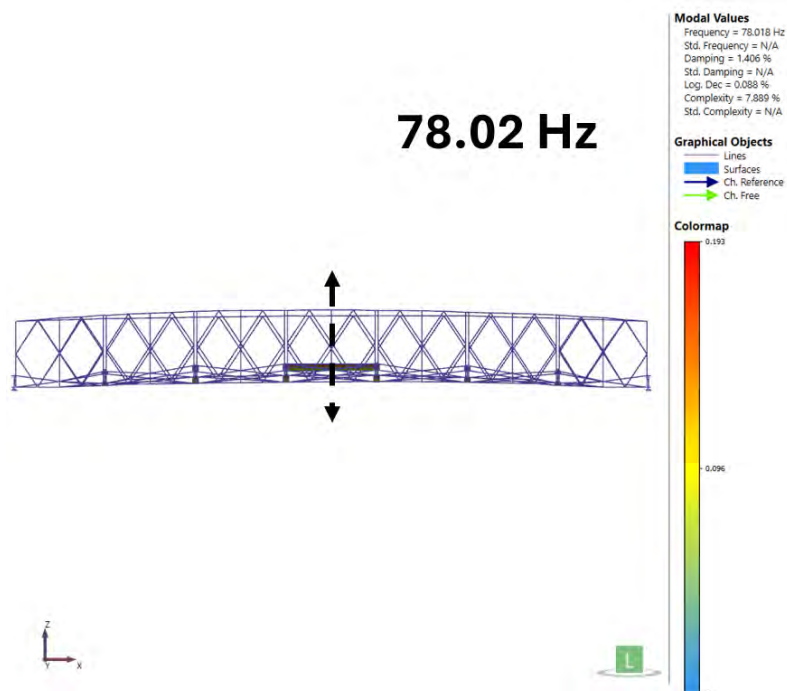
Figura 4.15*Frecuencia natural de 60.87 Hz, primer modo global de torsión del puente.*

Nota. El desplazamiento transversal observado es una respuesta local provocada por la torsión global del módulo Bailey y no corresponde a un modo independiente de flexión transversal. Resultado obtenido mediante EMA en *ARTEMIS Modal Pro*.

En esta forma modal, la torsión global concentra la respuesta en el centro del tablero y produce desplazamientos transversales locales por la rotación de la sección, no por una flexión transversal independiente. El trabajo conjunto de paneles, travesaños y arriostres sirve como referencia para comparar el modo numérico equivalente.

Figura 4.16

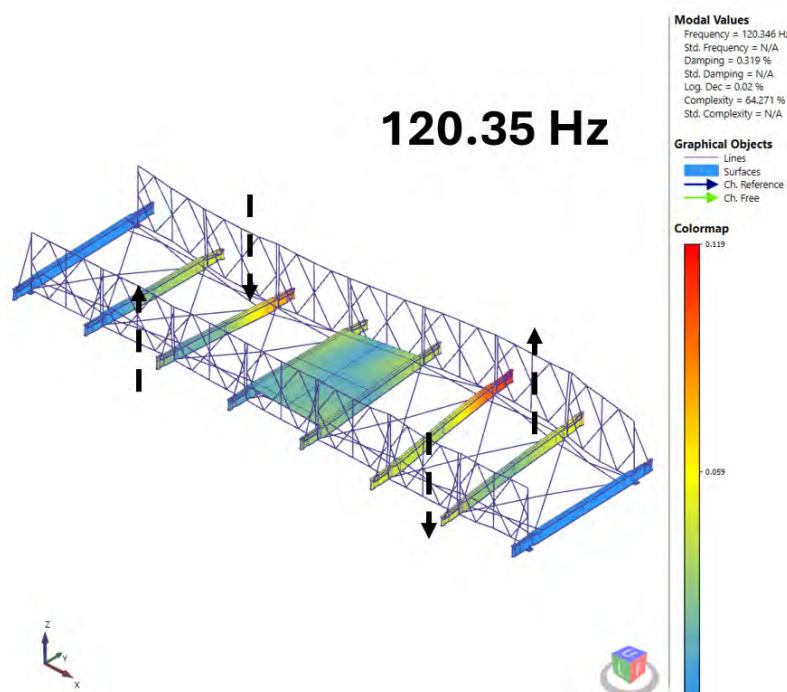
Frecuencia natural de 78.02 Hz, modo de flexión vertical del puente.



Nota. Modo experimental de flexión vertical. Resultado EMA en *ARTeMIS Modal Pro*.

Figura 4.17

Frecuencia natural de 120.35 Hz, segundo modo global de torsión del puente.



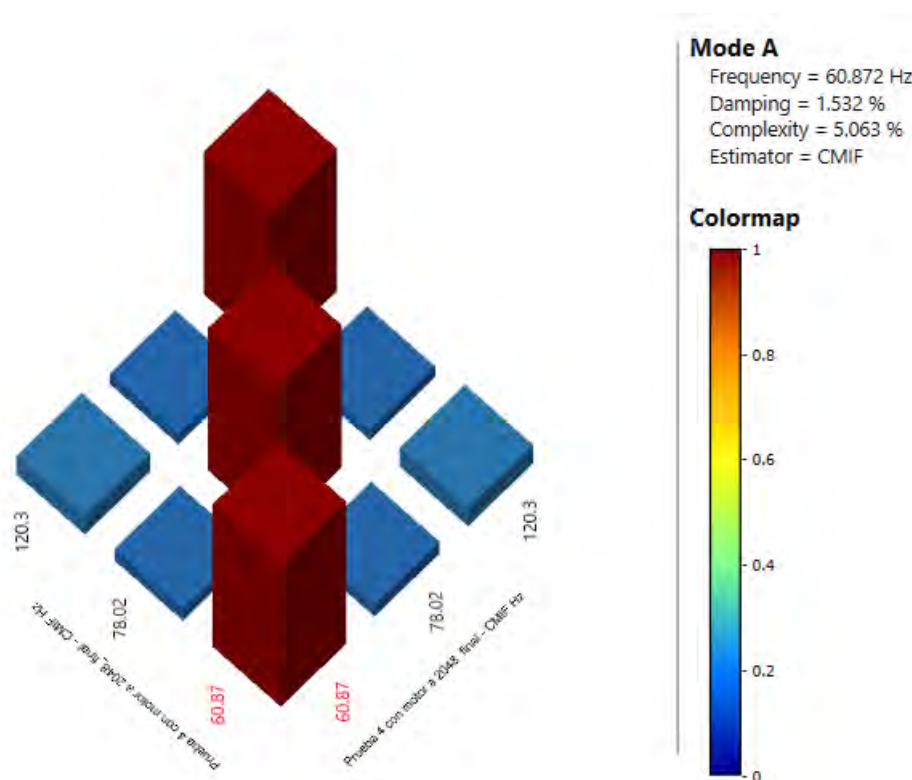
Nota. Modo global de torsión con cambios de fase; el movimiento transversal es local y no constituye flexión independiente. Resultado EMA en *ARTeMIS Modal Pro*.

Según (R. J. Allemang, 2003, p. 19), la matriz MAC (extitModal Assurance Criterion) se utiliza para validar la calidad y coherencia de las formas modales obtenidas experimentalmente. Este criterio cuantifica la similitud mediante el producto escalar normalizado entre dos vectores modales y varía entre 1, para formas idénticas o proporcionales, y 0, para formas totalmente independientes.

En líneas generales lo que se busca es que su diagonal tenga valor unitario y los elementos no diagonales valores cercanos a cero como se observa en la Figura 4.18.

Figura 4.18

Matriz auto MAC de los modos de vibración obtenidos experimentalmente mediante EMA.



Nota. La diagonal unitaria y los valores reducidos fuera de ella evidencian una adecuada independencia entre las formas modales identificadas. Resultado procesado en *ARTEMIS Modal Pro*.

Los términos ubicados en la diagonal en la Tabla 4.8 son iguales a 1, ya que corresponden a la autocorrelación de los modos obtenidos mediante el método CMIF. En contraste, la correlación entre los modos asociados a la primera y segunda frecuencia natural es 0.08358, mientras que entre la primera y la tercera frecuencia natural es 0.1314. Estos valores, significativamente inferiores a la unidad, indican una adecuada ortogonalidad modal. En consecuencia, los términos fuera de la diagonal principal deben ser muy próximos a cero para respaldar una buena identificación de las frecuencias naturales y de las formas modales del sistema.

Tabla 4.8*Resultados numéricos de la matriz auto-MAC*

OMA -EFDD	60.87 Hz	78.02 Hz	120.35 Hz
60.87 Hz	1	0.08358	0.1314
78.87 Hz	0.08358	1	0.07767
120.35 Hz	0.1314	0.07767	1

Nota. Los datos numéricos que conforman la matriz MAC, presentados en la Figura 4.18 provienen de los resultados procesados en el software *ARTEMIS Modal Pro*.

4.2. Respuesta Dinámica Experimental

4.2.1. Intervalo de Frecuencia

Se define una frecuencia máxima de interés de 150 Hz, la cual abarca adecuadamente el rango que incluye a las tres frecuencias naturales analizadas, a partir de este valor, se procede al cálculo de la frecuencia de muestreo requerida para el análisis vibracional. Según lo indicado por (Mobius Institute, 2016, p. 3-18), dicho cálculo se realiza aplicando la siguiente ecuación.

$$F_s = 2.56 \bullet F_{max} \quad (91)$$

Donde:

F_s : Frecuencia de muestreo

F_{max} : la frecuencia máxima de interés,

A partir de esta relación se determina una frecuencia de muestreo de 384.0 Hz, adecuada para el análisis vibracional.

4.2.2. Duración del Registro Temporal

Para (Mobius Institute, 2016, pp. 3-19 – 3-42), el tiempo requerido para la adquisición de datos, denominado también como longitud del registro temporal, se determina mediante la siguiente ecuación.

$$T = \frac{LOR}{F_{max}} \quad (92)$$

Donde: LOR representa el número de líneas de resolución en el espectro, y F_{max} es la frecuencia máxima de interés.

Para el análisis vibracional, se emplean 1600 líneas de resolución o 4096 muestras, lo que proporciona una adecuada resolución espectral sin requerir tiempos de adquisición extensos. Aplicando la ecuación correspondiente, se obtiene una duración del registro de 10.67 segundos.

Debido al ruido y la naturaleza aleatoria de las vibraciones, (Mobius Institute, 2016, pp. 3-19 – 3-42) recomienda ampliar este tiempo entre 2 y 12 veces para mejorar la calidad de los promedios. En este estudio, se adopta un factor de 12, resultando en 128 segundos de adquisición. Además, se añaden 20 segundos para permitir la estabilización del sistema de medición.

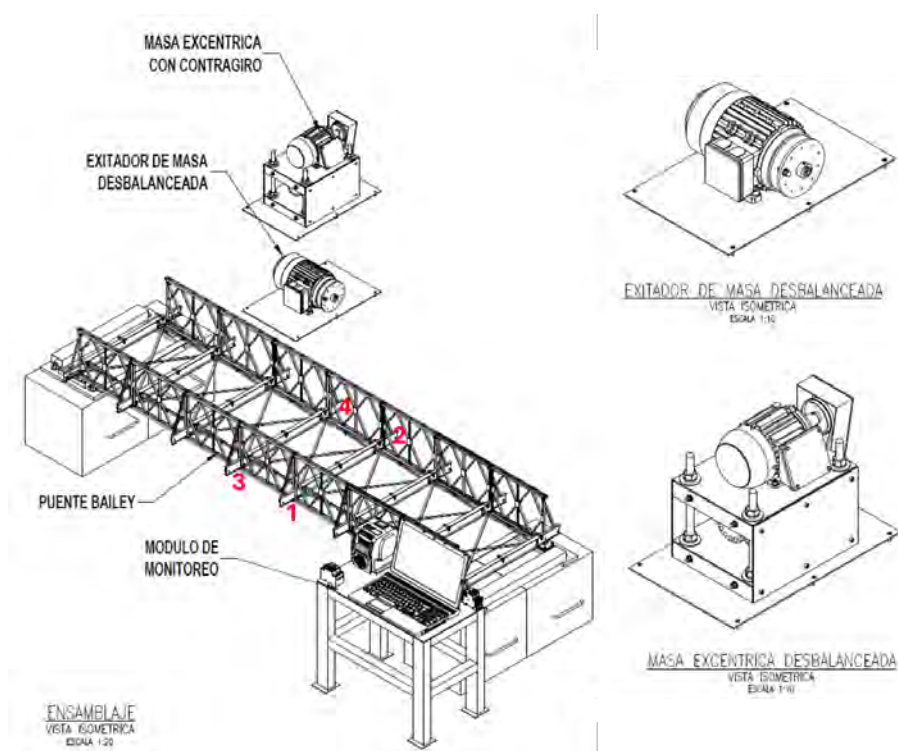
Finalmente, se establece un tiempo total de 180 segundos para los ensayos, siguiendo un criterio conservador.

4.2.3. Registro de Datos

La recolección de datos para los ensayos experimentales se realiza mediante la adquisición de señales en aceleración con sensores triaxiales distribuidos en ocho puntos del modelo a escala.

Figura 4.19

Ubicación de los puntos de medición y sistemas de excitación dinámica empleados en el modelo a escala.



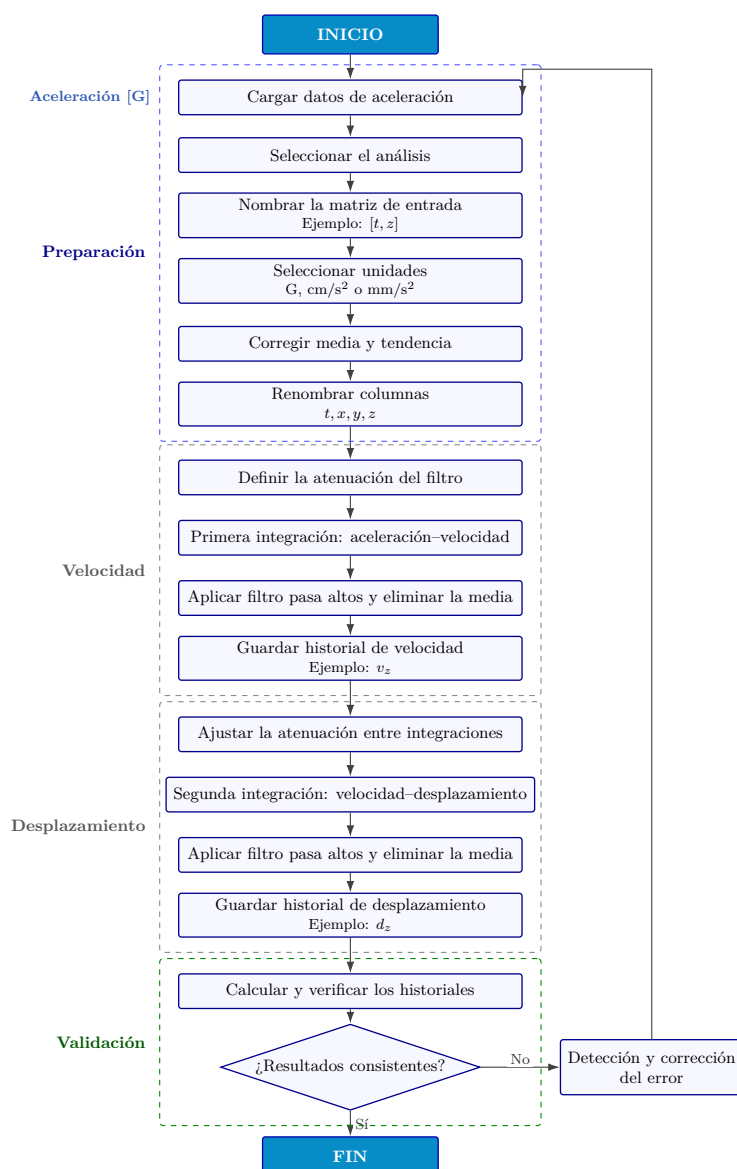
Nota. Los puntos numerados identifican las posiciones de medición sobre las vigas longitudinales. La figura también muestra la ubicación relativa del excitador de masa desbalanceada, del sistema de masa excéntrica con contragiro y del módulo de monitoreo. Elaboración propia.

4.2.4. Procesamiento e Interpretación de Datos

Los registros de aceleración obtenidos en los ocho puntos y tres casos de estudio se procesaron en *VibrationData* para calcular los historiales de velocidad y desplazamiento mediante integración discreta. La secuencia aplicada se resume en la Figura 4.20.

Figura 4.20

Flujograma para obtener velocidad y desplazamiento a partir de las señales de aceleración en VibrationData.



Nota. La primera y segunda integración generan, respectivamente, los historiales de velocidad y desplazamiento. En cada etapa se ajustan la atenuación y el filtro pasaaltos, se elimina la media y se validan los resultados; si son inconsistentes, se corrigen los parámetros y se repite el proceso. Elaboración propia.

4.2.5. Respuesta Dinámica Experimental en Velocidad y Desplazamiento

Se evaluó la respuesta experimental del modelo cerca de sus frecuencias principales de 60, 78 y 120 Hz, empleando masas excéntricas con contragiro y un excitador de masa desbalanceada. La aceleración se registró en cuatro puntos de las vigas longitudinales y se integró para obtener velocidad y desplazamiento, aplicando corrección de media, eliminación de tendencia y filtrado pasaaltos. Los espectros FFT y los valores RMS en las direcciones lateral Y y vertical Z permitieron comparar ambos sistemas e identificar la dirección y el punto de mayor amplificación en cada resonancia.

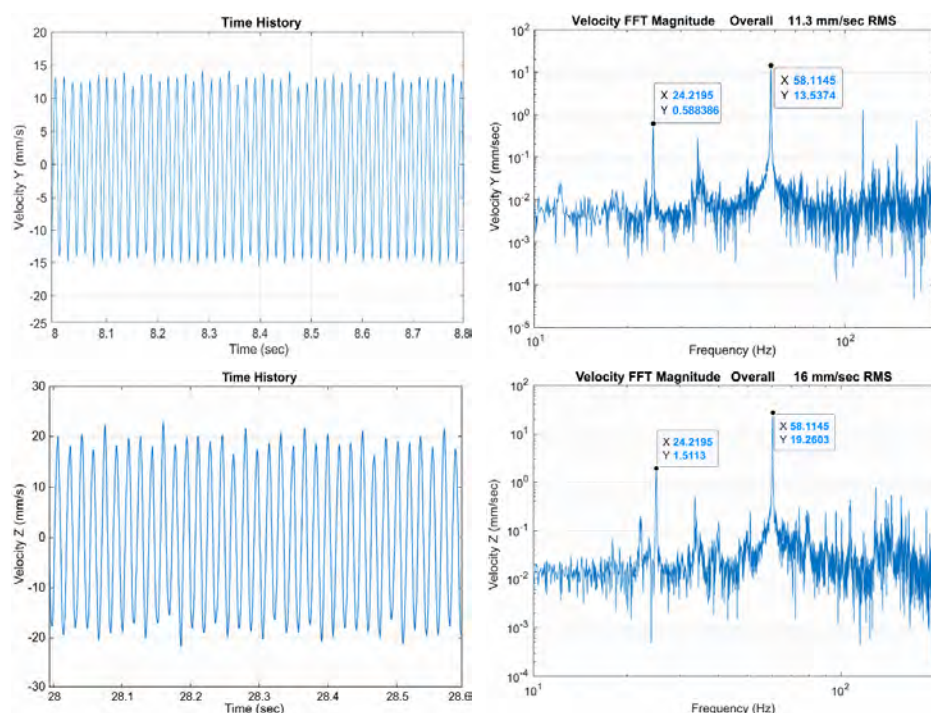
4.2.6. Resultados con el Excitador de Masa Excéntrica con Contragiro

Respuesta Próxima a 60 Hz

Para la condición próxima a 60 Hz, las masas excéntricas se dispusieron con un desfase de 180°, generando el par rotatorio que excita el primer modo global de torsión.

Figura 4.21

Respuesta temporal y espectral de la velocidad durante la condición próxima a 60 Hz



Nota. Izquierda: historiales de velocidad en Y y Z ; derecha: espectros FFT. En el punto 1, próximo a 60 Hz, los valores RMS fueron 11.30 mm/s y 16.00 mm/s, respectivamente. Elaboración propia.

Tabla 4.9

Velocidades pico y RMS registradas en los cuatro puntos de medición durante la condición próxima a 60 Hz

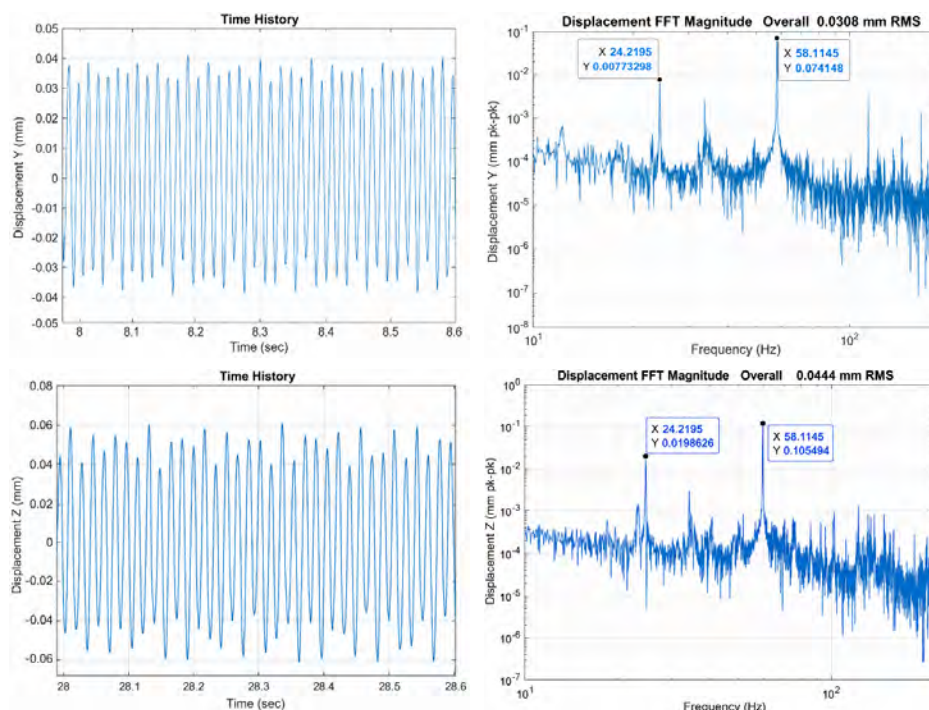
Punto de medición	Velocidad pico		Velocidad RMS	
	$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]
1	15.98	22.63	11.30	16.00
2	15.41	25.46	10.90	18.00
3	18.38	25.88	13.00	18.30
4	16.69	22.49	11.80	15.90

Nota. V_{pk} y V_{RMS} representan, respectivamente, el máximo absoluto y el valor eficaz de la velocidad; Y y Z, sus componentes lateral y vertical. Los valores se obtuvieron integrando las aceleraciones. La Figura 4.21 ilustra el punto 1; los demás registros se presentan en los anexos. Elaboración propia.

La respuesta en velocidad fue predominantemente vertical en los cuatro puntos evaluados. El mayor valor RMS se registró en el punto 3, con 18.30mm/s en la dirección Z, mientras que la máxima velocidad pico alcanzó 25.88mm/s en el mismo punto.

Figura 4.22

Respuesta temporal y espectral del desplazamiento durante la condición próxima a 60 Hz



Nota. Los gráficos de la columna izquierda muestran los historiales temporales de desplazamiento en las direcciones lateral Y y vertical Z, mientras que los gráficos de la columna derecha presentan sus respectivos espectros FFT. La respuesta corresponde al punto de medición 1 durante la condición de excitación próxima a 60Hz . Los valores RMS fueron de 0.031mm en Y y 0.044mm en Z. Elaboración propia.

Tabla 4.10

Desplazamientos pico y RMS registradas en los cuatro puntos de medición durante la condición próxima a 60 Hz

Punto de medición	Desplazamiento pico		Desplazamiento RMS	
	$u_{pk,Y}$ [mm]	$u_{pk,Z}$ [mm]	$u_{RMS,Y}$ [mm]	$u_{RMS,Z}$ [mm]
1	0.04	0.06	0.03	0.04
2	0.04	0.07	0.03	0.05
3	0.05	0.07	0.04	0.05
4	0.05	0.06	0.03	0.04

Nota. u_{pk} y u_{RMS} son el máximo absoluto y el valor eficaz del desplazamiento en Y y Z. La Figura 4.22 muestra el punto 1; los demás registros se incluyen en los anexos. Elaboración propia.

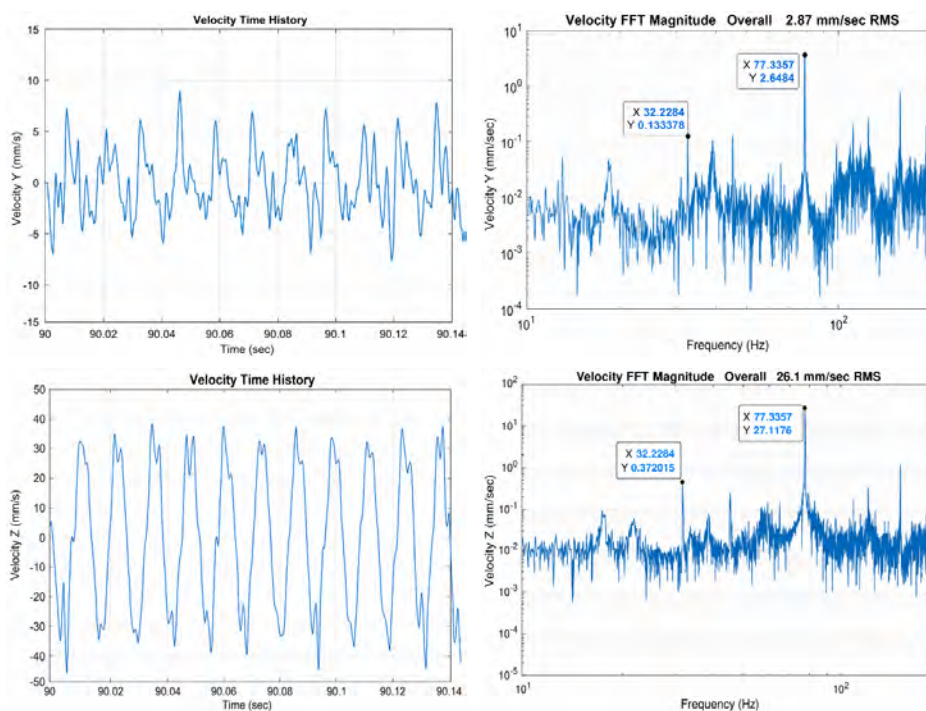
El desplazamiento fue predominantemente vertical: los puntos 2 y 3 alcanzaron $0.05mm$ RMS y el máximo pico fue $0.07mm$.

Respuesta Próxima a 78 Hz

A $78Hz$, las masas excéntricas sincronizadas en contragiro generaron una excitación principalmente unidireccional, favoreciendo el primer modo global de flexión vertical.

Figura 4.23

Respuesta temporal y espectral de la velocidad durante la condición próxima a 78 Hz



Nota. Izquierda: historiales de velocidad en Y y Z; derecha: espectros FFT. En el punto 1, próximo a $78Hz$, los valores RMS fueron $2.87mm/s$ y $26.10mm/s$, respectivamente. Elaboración propia.

Tabla 4.11

Velocidades pico y RMS registradas en los cuatro puntos de medición durante la condición próxima a 78 Hz

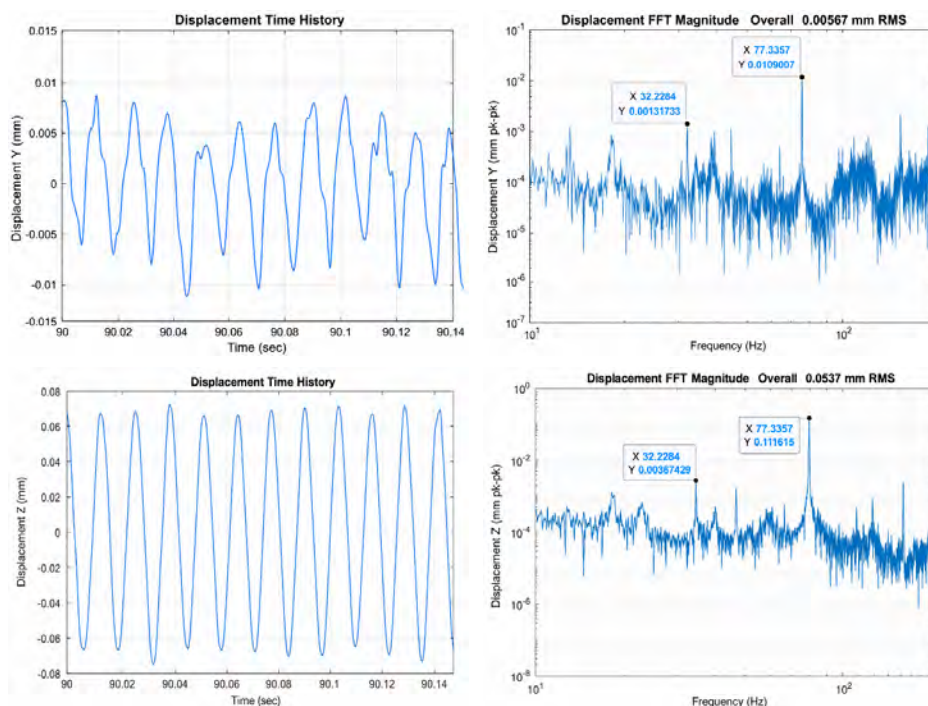
Punto de medición	Velocidad pico		Velocidad RMS	
	$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]
1	4.06	36.91	2.87	26.10
2	4.44	52.47	3.14	37.10
3	3.54	42.00	2.50	29.70
4	3.10	44.12	2.19	31.20

Nota. V_{pk} y V_{RMS} representan, respectivamente, el máximo absoluto y el valor eficaz de la velocidad; Y y Z, sus componentes lateral y vertical. Los valores se obtuvieron integrando las aceleraciones. La Figura 4.23 ilustra el punto 1; los demás registros se presentan en los anexos. Elaboración propia.

La respuesta en velocidad fue predominantemente vertical en los cuatro puntos evaluados. El mayor valor RMS se registró en el punto 2, con 37.10mm/s en la dirección Z, mientras que la máxima velocidad pico alcanzó 52.47mm/s en el mismo punto.

Figura 4.24

Respuesta temporal y espectral del desplazamiento durante la condición próxima a 78 Hz



Nota. Los gráficos de la columna izquierda muestran los historiales temporales de desplazamiento en las direcciones lateral Y y vertical Z, mientras que los gráficos de la columna derecha presentan sus respectivos espectros FFT. La respuesta corresponde al punto de medición 1 durante la condición de excitación próxima a 78Hz . Los valores RMS fueron de 0.006mm en Y y 0.054mm en Z. Elaboración propia.

Tabla 4.12

Desplazamientos pico y RMS registradas en los cuatro puntos de medición durante la condición próxima a 78 Hz

Punto de medición	Desplazamiento pico		Desplazamiento RMS	
	$u_{pk,Y}$ [mm]	$u_{pk,Z}$ [mm]	$u_{RMS,Y}$ [mm]	$u_{RMS,Z}$ [mm]
1	0.01	0.08	0.01	0.05
2	0.01	0.11	0.01	0.08
3	0.01	0.09	0.01	0.06
4	0.01	0.09	0.01	0.06

Nota. u_{pk} y u_{RMS} son el máximo absoluto y el valor eficaz del desplazamiento en Y y Z, obtenidos por doble integración. La Figura 4.24 muestra el punto 1; los demás registros se incluyen en los anexos. Elaboración propia.

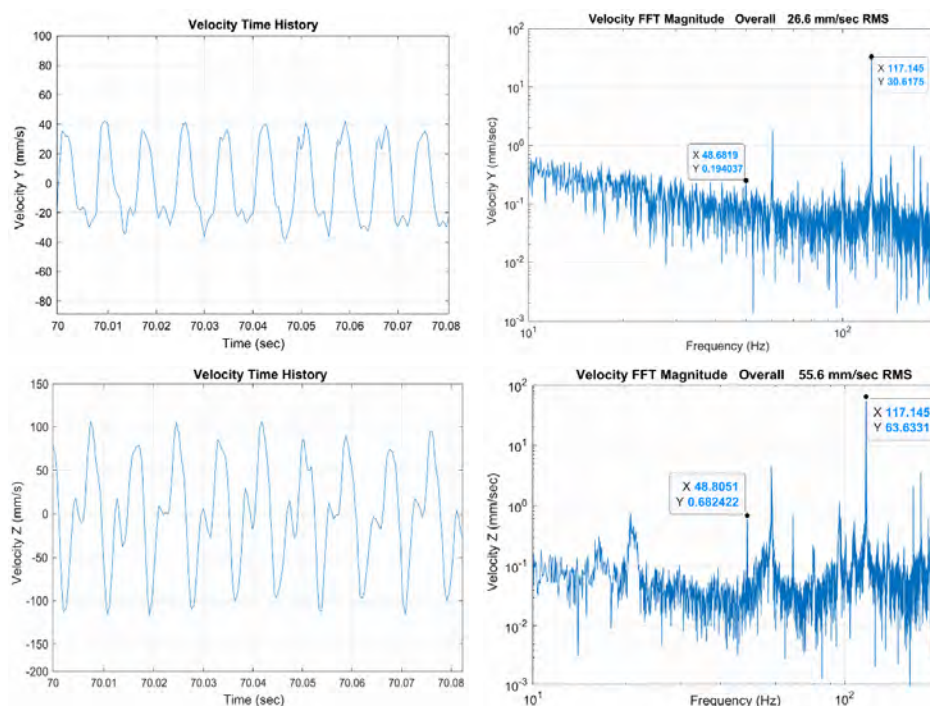
La respuesta fue predominantemente vertical; en el punto 2 se registraron los máximos en Z: $u_{RMS} = 0.08mm$ y $u_{pk} = 0.11mm$.

Respuesta Próxima a 120 Hz

La excitación próxima a $120Hz$ se produjo con dos masas excéntricas desfasadas 180° , cuyo par rotatorio favorece el segundo modo global de torsión.

Figura 4.25

Respuesta temporal y espectral de la velocidad durante la condición próxima a 120 Hz



Nota. Izquierda: historiales de velocidad en Y y Z; derecha: espectros FFT. En el punto 1, próximo a $120Hz$, los valores RMS fueron $26.60mm/s$ y $55.60mm/s$, respectivamente. Elaboración propia.

Tabla 4.13

Velocidades pico y RMS registradas en los cuatro puntos de medición durante la condición próxima a 120 Hz

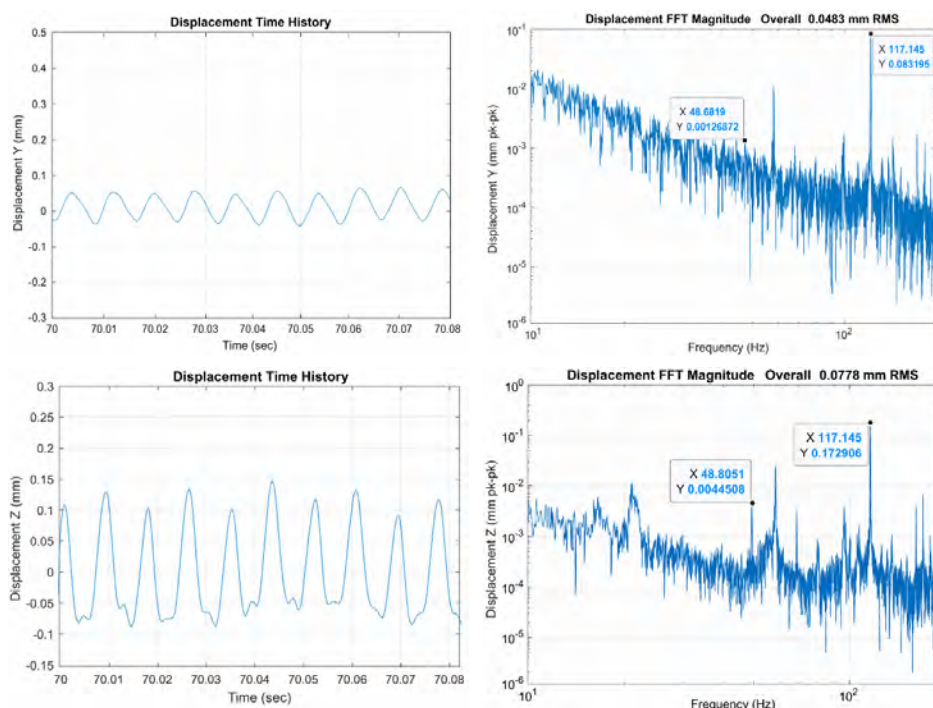
Punto de medición	Velocidad pico		Velocidad RMS	
	$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]
1	37.62	78.63	26.60	55.60
2	50.77	92.91	35.90	65.70
3	47.66	79.76	33.70	56.40
4	35.21	51.34	24.90	36.30

Nota. V_{pk} y V_{RMS} representan, respectivamente, el máximo absoluto y el valor eficaz de la velocidad; Y y Z, sus componentes lateral y vertical. Los valores se obtuvieron integrando las aceleraciones. La Figura 4.25 ilustra el punto 1; los demás registros se presentan en los anexos. Elaboración propia.

La respuesta en velocidad fue predominantemente vertical en los cuatro puntos evaluados. El mayor valor RMS se registró en el punto 2, con 65.70mm/s en la dirección Z, mientras que la máxima velocidad pico alcanzó 92.91mm/s en el mismo punto.

Figura 4.26

Respuesta temporal y espectral del desplazamiento durante la condición próxima a 120 Hz



Nota. Los gráficos de la columna izquierda muestran los historiales temporales de desplazamiento en las direcciones lateral Y y vertical Z, mientras que los gráficos de la columna derecha presentan sus respectivos espectros FFT. La respuesta corresponde al punto de medición 1 durante la condición de excitación próxima a 120Hz . Los valores RMS fueron de 0.048mm en Y y 0.078mm en Z. Elaboración propia.

Tabla 4.14

Desplazamientos pico y RMS registradas en los cuatro puntos de medición durante la condición próxima a 120 Hz

Punto de medición	Desplazamiento pico		Desplazamiento RMS	
	$u_{pk,Y}$ [mm]	$u_{pk,Z}$ [mm]	$u_{RMS,Y}$ [mm]	$u_{RMS,Z}$ [mm]
1	0.07	0.11	0.05	0.08
2	0.07	0.13	0.05	0.09
3	0.07	0.11	0.05	0.08
4	0.05	0.07	0.03	0.05

Nota. u_{pk} y u_{RMS} representan, respectivamente, el máximo absoluto y el valor eficaz del desplazamiento; Y y Z , sus componentes lateral y vertical. Los valores se obtuvieron mediante doble integración. La Figura 4.26 ilustra el punto 1; los demás registros se presentan en los anexos. Elaboración propia.

La respuesta en desplazamiento fue predominantemente vertical en los cuatro puntos evaluados. El mayor valor RMS se registró en el punto 2, con $0.09mm$ en la dirección Z , mientras que la máxima velocidad pico alcanzó $0.13mm$ en el mismo punto.

4.2.7. Resultados con el Excitador de Masa Desbalanceada

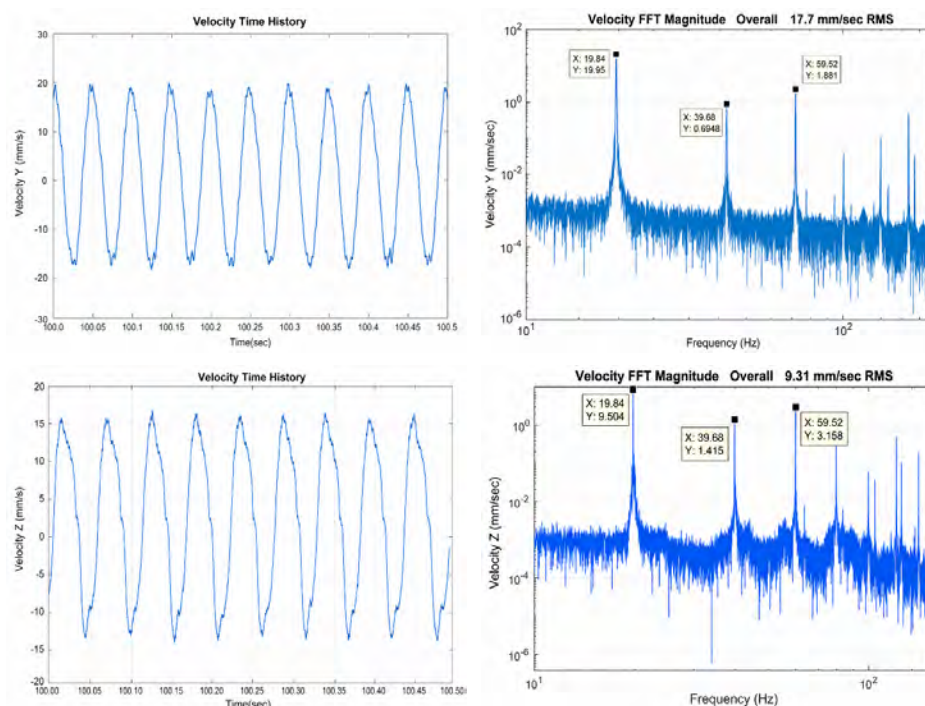
En esta configuración, la vibración se generó mediante la rotación de una masa excéntrica, produciendo una fuerza centrífuga periódica con componentes asociadas a la frecuencia de giro y sus armónicos. Para cada condición se ajustó la velocidad de operación del excitador con el fin de generar una componente próxima a las frecuencias naturales de 60, 78y $120Hz$. A continuación, se presentan las respuestas en velocidad y desplazamiento obtenidas en los cuatro puntos de medición.

Respuesta 3x Próxima a 60 Hz

La velocidad de giro del excitador se ajustó aproximadamente a $20Hz$, de modo que su tercer armónico generó una componente de excitación próxima a $60Hz$, es decir, $3X \approx 60Hz$. Esta coincidencia con la primera frecuencia natural favoreció la respuesta asociada al primer modo global de torsión del modelo.

Figura 4.27

Respuesta temporal y espectral de la velocidad ante la excitación 3X próxima a 60 Hz



Nota. Se presentan los historiales temporales y espectros FFT de velocidad en las direcciones lateral Y y vertical Z para el punto de medición 1. La componente $3X = 59.52\text{Hz}$ se encuentra próxima a la primera frecuencia natural del modelo. Los valores RMS fueron de 17.70mm/s en Y y 9.31mm/s en Z . Elaboración propia.

Tabla 4.15

Velocidades pico y RMS registradas durante la excitación 3X próxima a 60 Hz

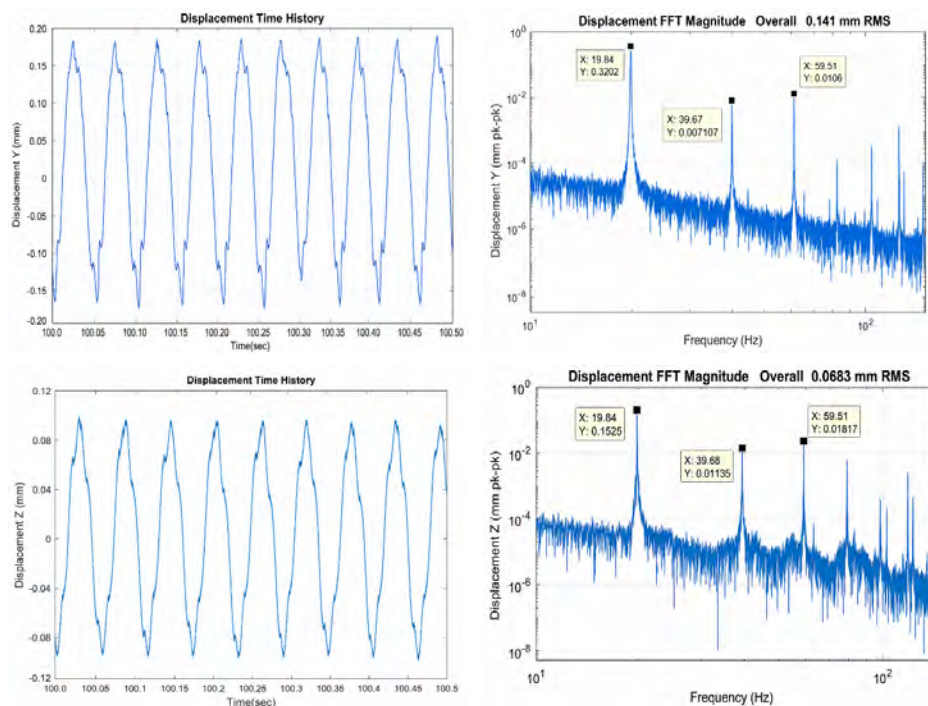
Punto de medición	Velocidad pico		Velocidad RMS	
	$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]
1	25.03	13.17	17.70	9.31
2	24.18	17.82	17.09	12.60
3	27.31	11.71	19.31	8.28
4	26.95	17.50	19.06	12.37

Nota. V_{pk} y V_{RMS} representan, respectivamente, el máximo absoluto y el valor eficaz de la velocidad; Y y Z , sus componentes lateral y vertical. Los valores se obtuvieron integrando las aceleraciones. La Figura 4.27 ilustra el punto 1; los demás registros se presentan en los anexos. Elaboración propia.

La respuesta en velocidad fue predominantemente lateral en los cuatro puntos evaluados. El mayor valor RMS se registró en el punto 3, con 19.31mm/s en la dirección Y , mientras que la máxima velocidad pico alcanzó 27.31mm/s en el mismo punto.

Figura 4.28

Respuesta temporal y espectral del desplazamiento durante la excitación 3X próxima a 60 Hz



Nota. Se presentan los historiales temporales y espectros FFT de desplazamiento en las direcciones lateral Y y vertical Z para el punto de medición 1. La componente 3X = 59.51 Hz se encuentra próxima a la primera frecuencia natural del modelo. Los valores RMS fueron de 0.141 mm en Y y 0.068 mm en Z. Elaboración propia.

Tabla 4.16

Desplazamientos pico y RMS registrados durante la excitación 3X próxima a 60 Hz

Punto de medición	Desplazamiento pico		Desplazamiento RMS	
	$u_{pk,Y}$ [mm]	$u_{pk,Z}$ [mm]	$u_{RMS,Y}$ [mm]	$u_{RMS,Z}$ [mm]
1	0.20	0.10	0.14	0.07
2	0.20	0.13	0.14	0.09
3	0.21	0.08	0.15	0.06
4	0.21	0.13	0.15	0.09

Nota. u_{pk} y u_{RMS} representan, respectivamente, el máximo absoluto y el valor eficaz del desplazamiento; Y y Z, sus componentes lateral y vertical. Los valores se obtuvieron mediante doble integración. La Figura 4.28 ilustra el punto 1; los demás registros se presentan en los anexos. Elaboración propia.

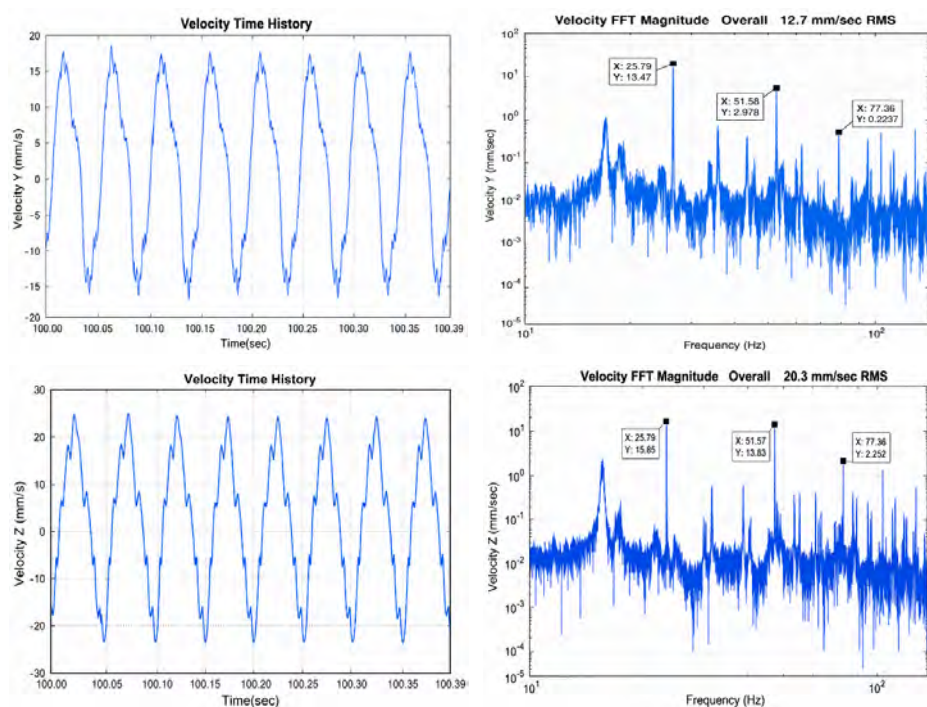
La respuesta en desplazamiento fue predominantemente lateral en los cuatro puntos evaluados. El mayor valor RMS se registró en los puntos 3 y 4, con 0.15 mm en la dirección Y, mientras que el desplazamiento pico máximo alcanzó 0.21 mm en los mismos puntos.

Respuesta Próxima a 78 Hz

La velocidad de operación del excitador se ajustó para generar una componente armónica próxima a 78Hz , favoreciendo la participación del primer modo global de flexión vertical.

Figura 4.29

Respuesta temporal y espectral de la velocidad ante la excitación $3X$ próxima a 78 Hz



Nota. Se presentan los historiales temporales y espectros FFT de velocidad en las direcciones lateral Y y vertical Z para el punto de medición 1. La componente $3X = 77.36\text{Hz}$ se encuentra próxima a la segunda frecuencia natural del modelo. Los valores RMS fueron de 12.70mm/s en Y y 20.30mm/s en Z . Elaboración propia.

Tabla 4.17

Velocidades pico y RMS registradas durante la excitación $3X$ próxima a 78 Hz

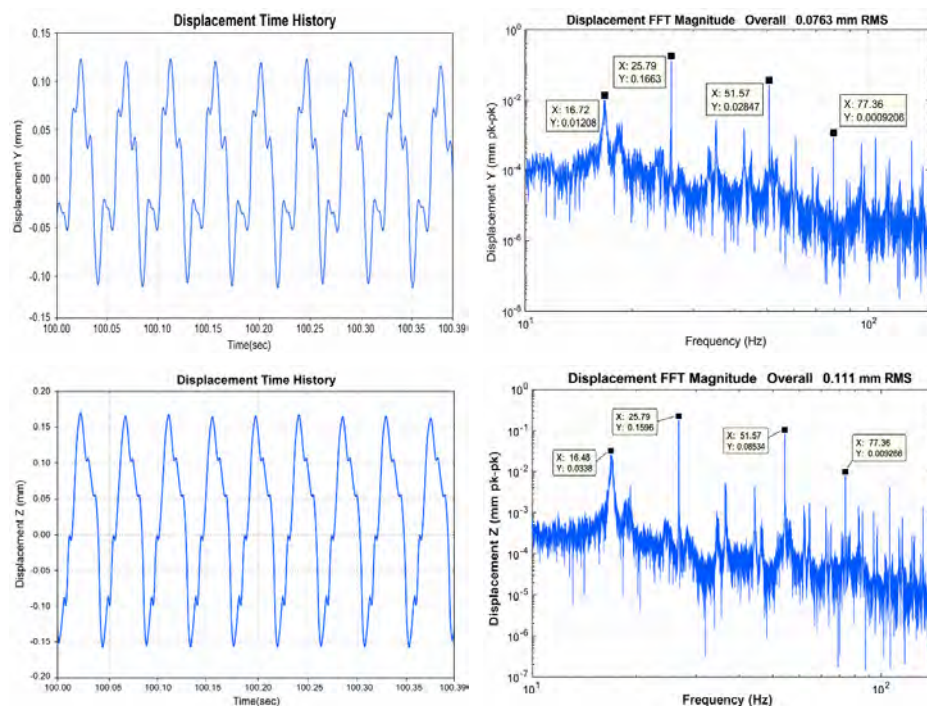
Punto de medición	Velocidad pico		Velocidad RMS	
	$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]
1	17.96	28.71	12.70	20.30
2	16.76	24.42	11.85	17.27
3	19.44	35.65	13.75	25.21
4	18.95	35.13	13.40	24.84

Nota. V_{pk} y V_{RMS} representan, respectivamente, el máximo absoluto y el valor eficaz de la velocidad; Y y Z , sus componentes lateral y vertical. Los valores se obtuvieron integrando las aceleraciones. La Figura 4.29 ilustra el punto 1; los demás registros se presentan en los anexos. Elaboración propia.

La respuesta en velocidad fue predominantemente vertical en los cuatro puntos evaluados. El mayor valor RMS se registró en el punto 3, con 25.21mm/s en la dirección Z , mientras que la máxima velocidad pico alcanzó 35.65mm/s en el mismo punto.

Figura 4.30

Respuesta temporal y espectral del desplazamiento durante la excitación $3X$ próxima a 78 Hz



Nota. Se presentan los historiales temporales y espectros FFT de desplazamiento en las direcciones lateral Y y vertical Z para el punto de medición 1. La componente $3X = 77.36\text{Hz}$ se encuentra próxima a la segunda frecuencia natural del modelo. Los valores RMS fueron de 0.076mm en Y y 0.111mm en Z . Elaboración propia.

Tabla 4.18

Desplazamientos pico y RMS registrados durante la excitación $3X$ próxima a 78 Hz

Punto de medición	Desplazamiento pico		Desplazamiento RMS	
	$u_{pk,Y}$ [mm]	$u_{pk,Z}$ [mm]	$u_{RMS,Y}$ [mm]	$u_{RMS,Z}$ [mm]
1	0.11	0.16	0.08	0.11
2	0.10	0.14	0.07	0.10
3	0.11	0.21	0.08	0.15
4	0.11	0.20	0.08	0.14

Nota. u_{pk} y u_{RMS} representan, respectivamente, el máximo absoluto y el valor eficaz del desplazamiento; Y y Z , sus componentes lateral y vertical. Los valores se obtuvieron mediante doble integración. La Figura 4.30 ilustra el punto 1; los demás registros se presentan en los anexos. Elaboración propia.

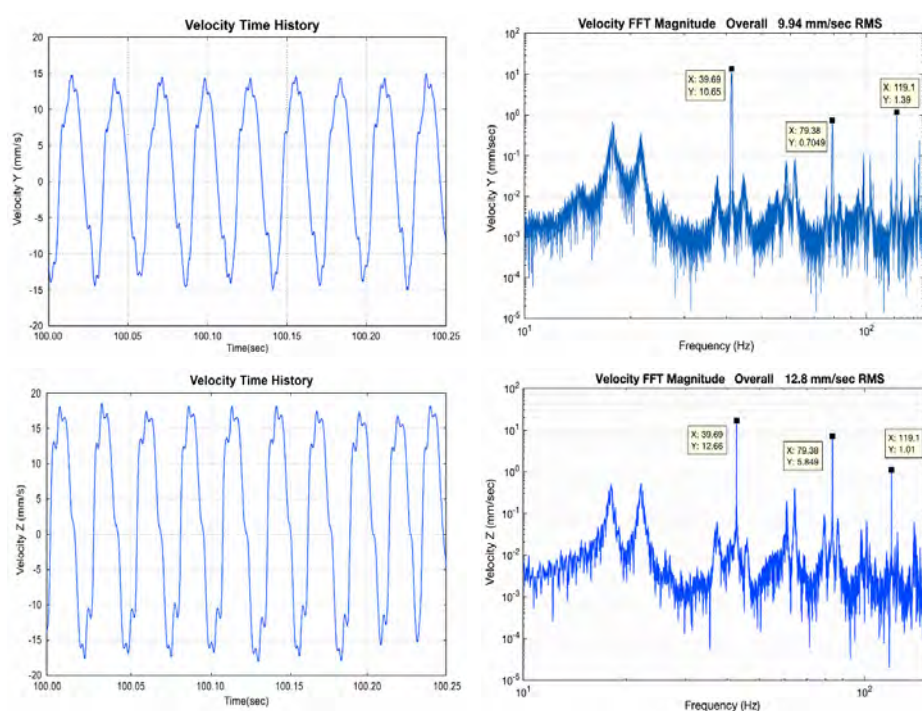
La respuesta en desplazamiento fue predominantemente vertical en los cuatro puntos evaluados. El mayor valor RMS se registró en los puntos 3 y 4, con $0.15mm$ en la dirección Z , mientras que el desplazamiento pico máximo alcanzó $0.21mm$ en los mismos puntos.

Respuesta Próxima a 120 Hz

La velocidad de operación se ajustó para generar una componente armónica próxima a $120Hz$, asociada al segundo modo global de torsión del modelo.

Figura 4.31

Respuesta temporal y espectral de la velocidad ante la excitación $3X$ próxima a 120 Hz



Nota. Se presentan los historiales temporales y espectros FFT de velocidad en las direcciones lateral Y y vertical Z para el punto de medición 1. La componente $3X = 119.1Hz$ se encuentra próxima a la tercera frecuencia natural del modelo. Los valores RMS fueron de $9.94mm/s$ en Y y $12.8mm/s$ en Z . Elaboración propia.

Tabla 4.19

Velocidades pico y RMS registradas durante la excitación 3X próxima a 120 Hz

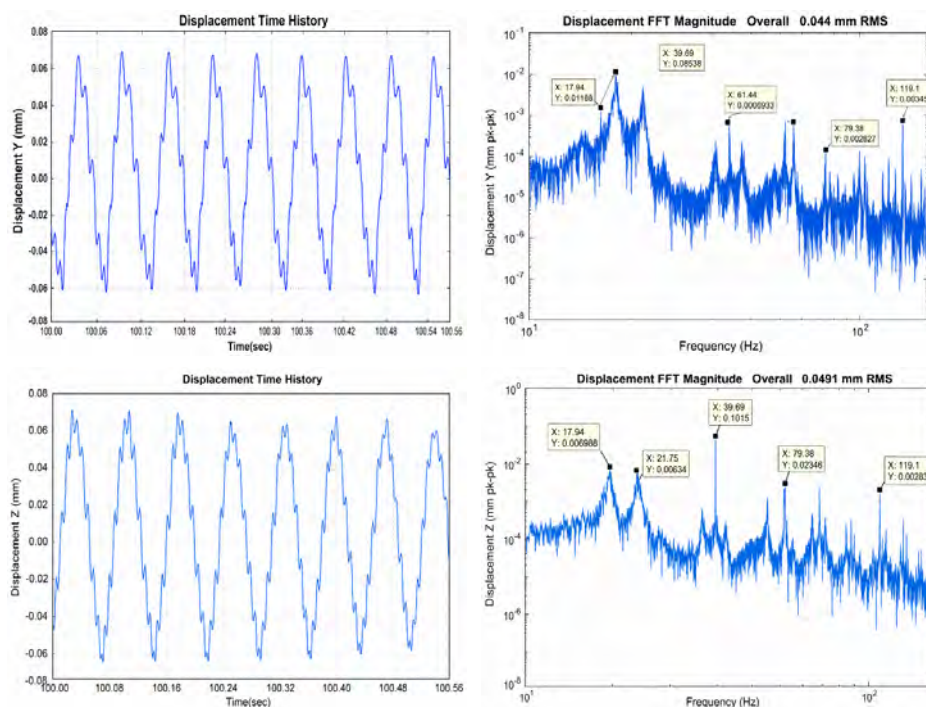
Punto de medición	Velocidad pico		Velocidad RMS	
	$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]
1	14.06	18.11	9.94	12.80
2	13.45	47.30	9.51	33.45
3	21.50	44.90	15.20	31.75
4	22.65	44.11	16.02	31.19

Nota. V_{pk} y V_{RMS} representan, respectivamente, el máximo absoluto y el valor eficaz de la velocidad; Y y Z, sus componentes lateral y vertical. Los valores se obtuvieron integrando las aceleraciones. La Figura 4.31 ilustra el punto 1; los demás registros se presentan en los anexos. Elaboración propia.

La respuesta en velocidad fue predominantemente vertical en los cuatro puntos evaluados. El mayor valor RMS se registró en el punto 2, con 33.45mm/s en la dirección Z, mientras que la máxima velocidad pico alcanzó 47.30mm/s en el mismo punto.

Figura 4.32

Respuesta temporal y espectral del desplazamiento durante la excitación 3X próxima a 120 Hz



Nota. Se presentan los historiales temporales y espectros FFT de desplazamiento en las direcciones lateral Y y vertical Z para el punto de medición 1. La componente $3X = 119.1\text{Hz}$ se encuentra próxima a la tercera frecuencia natural del modelo. Los valores RMS fueron de 0.044mm en Y y 0.049mm en Z. Elaboración propia.

Tabla 4.20

Desplazamientos pico y RMS registrados durante la excitación 3X próxima a 120 Hz

Punto de medición	Desplazamiento pico		Desplazamiento RMS	
	$u_{pk,Y}$ [mm]	$u_{pk,Z}$ [mm]	$u_{RMS,Y}$ [mm]	$u_{RMS,Z}$ [mm]
1	0.06	0.07	0.04	0.05
2	0.06	0.18	0.04	0.13
3	0.10	0.18	0.07	0.13
4	0.10	0.18	0.07	0.13

Nota. u_{pk} y u_{RMS} representan, respectivamente, el máximo absoluto y el valor eficaz del desplazamiento; Y y Z , sus componentes lateral y vertical. Los valores se obtuvieron mediante doble integración. La Figura 4.32 ilustra el punto 1; los demás registros se presentan en los anexos. Elaboración propia.

La respuesta en desplazamiento fue predominantemente vertical en los cuatro puntos evaluados. El mayor valor RMS se registró en los puntos 3 y 4, con $0.13mm$ en la dirección Z , mientras que el desplazamiento pico máximo alcanzó $0.18mm$ en los mismos puntos.

4.2.8. Comparación de la Respuesta entre los Sistemas de Excitación

Con el propósito de comparar la respuesta generada por ambos sistemas, se seleccionaron los valores RMS máximos de velocidad y desplazamiento registrados en las direcciones lateral Y y vertical Z . Esta comparación permite identificar la configuración más exigente, la dirección predominante y el punto de mayor amplificación para cada frecuencia evaluada.

Tabla 4.21

Comparación de las velocidades RMS máximas obtenidas con ambos sistemas de excitación

Frecuencia [Hz]	Masa excéntrica con contragiro		Masa desbalanceada	
	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]
60	13.00 (P3)	18.30 (P3)	19.31 (P3)	12.60 (P2)
78	3.14 (P2)	37.10 (P2)	13.75 (P3)	25.21 (P3)
120	35.90 (P2)	65.70 (P2)	16.02 (P4)	33.45 (P2)

Nota. Se presentan las velocidades RMS máximos obtenidos entre los cuatro puntos de medición para cada sistema y frecuencia. Entre paréntesis se indica el punto donde se registró el máximo. Las direcciones Y y Z corresponden a las componentes lateral y vertical, respectivamente. Elaboración propia.

La respuesta dependió de la configuración del sistema de excitación. A $60Hz$, la masa desbalanceada produjo la mayor velocidad lateral, mientras que el sistema de masas excéntricas con contragiro generó una mayor componente vertical. A $78Hz$, este último

sistema produjo la mayor respuesta vertical, consistente con la participación del primer modo global de flexión vertical. La condición más exigente se presentó a $120Hz$, con un máximo de $65.70mm/s$ en la dirección Z .

Tabla 4.22

Comparación de los desplazamientos RMS máximos obtenidos con ambos sistemas de excitación

Frecuencia [Hz]	Masa excéntrica con contragiro		Masa desbalanceada	
	$u_{RMS,Y}$ [mm]	$u_{RMS,Z}$ [mm]	$u_{RMS,Y}$ [mm]	$u_{RMS,Z}$ [mm]
60	0.04 (P3)	0.05 (P2-P3)	0.15 (P3-P4)	0.09 (P2-P4)
78	0.01 (P1-P4)	0.08 (P2)	0.08 (P1, P3-P4)	0.15 (P3)
120	0.05 (P1-P3)	0.09 (P1-P2)	0.07 (P3-P4)	0.13 (P2-P4)

Nota. Se presentan los desplazamientos RMS máximos obtenidos entre los cuatro puntos de medición para cada sistema y frecuencia. Entre paréntesis se indican los puntos donde se registraron los máximos. Las direcciones Y y Z corresponden a las componentes lateral y vertical, respectivamente. Elaboración propia.

Los mayores desplazamientos RMS correspondieron al excitador de masa desbalanceada en las tres condiciones evaluadas. Los máximos globales fueron de $0.15mm$, registrados en la dirección lateral Y a $60Hz$ y en la dirección vertical Z a $78Hz$.

En conclusión, los resultados evidencian que la respuesta del modelo depende tanto de la frecuencia como de la dirección y configuración de la fuerza aplicada. El sistema de masas excéntricas produjo las mayores velocidades, particularmente en la dirección vertical a 78 y $120Hz$, mientras que el excitador de masa desbalanceada generó los mayores desplazamientos RMS. La máxima velocidad global fue de $65.70mm/s$ a $120Hz$, y el máximo desplazamiento RMS fue de $0.15mm$. Estas diferencias reflejan la distinta proyección de la fuerza excitadora sobre las formas modales del modelo.

4.2.9. Respuesta Dinámica Experimental de Deformaciones y Esfuerzos

En este apartado se evalúa la respuesta dinámica experimental de deformaciones y esfuerzos del modelo a escala del puente Bailey durante condiciones de resonancia próximas a 60 , 78 y $120Hz$. La excitación se generó mediante dos sistemas de masa rotatoria, y las deformaciones se registraron con las rosetas extensométricas SG-01 y SG-02, instaladas en las vigas longitudinales centrales.

Cada roseta está constituida por tres galgas orientadas a 0° , 45° y 90° . A partir de las deformaciones medidas se reconstruyó el estado plano de deformaciones y se calcularon los esfuerzos normales y cortantes, los esfuerzos principales, la orientación de los planos principales, el esfuerzo cortante máximo y el esfuerzo equivalente de von Mises.

Los resultados permitieron identificar las condiciones de excitación y los puntos de medición con mayor demanda dinámica, así como verificar el comportamiento elástico del modelo durante los ensayos.

Análisis Experimental mediante Galgas Extensiométricas

Las galgas extensométricas son sensores resistivos empleados para medir deformaciones superficiales en elementos estructurales. Están constituidas por una rejilla metálica adherida a una base aislante, la cual se fija sobre la superficie del elemento analizado. Cuando el elemento se deforma, la resistencia eléctrica de la rejilla varía proporcionalmente, permitiendo determinar la deformación unitaria.

Para el presente estudio se emplearon rosetas rectangulares planas, constituidas por tres galgas lineales orientadas en direcciones diferentes. Esta configuración permite determinar el estado plano de deformaciones y, mediante las relaciones constitutivas del material, calcular el correspondiente estado plano de esfuerzos.

Figura 4.33

Tipos de galgas extensométricas y sistema de adquisición utilizado en los ensayos.



Nota. Se muestra la roseta extensométrica plana seleccionada para la medición del estado plano de deformaciones y el sistema de adquisición de datos empleado durante los ensayos.

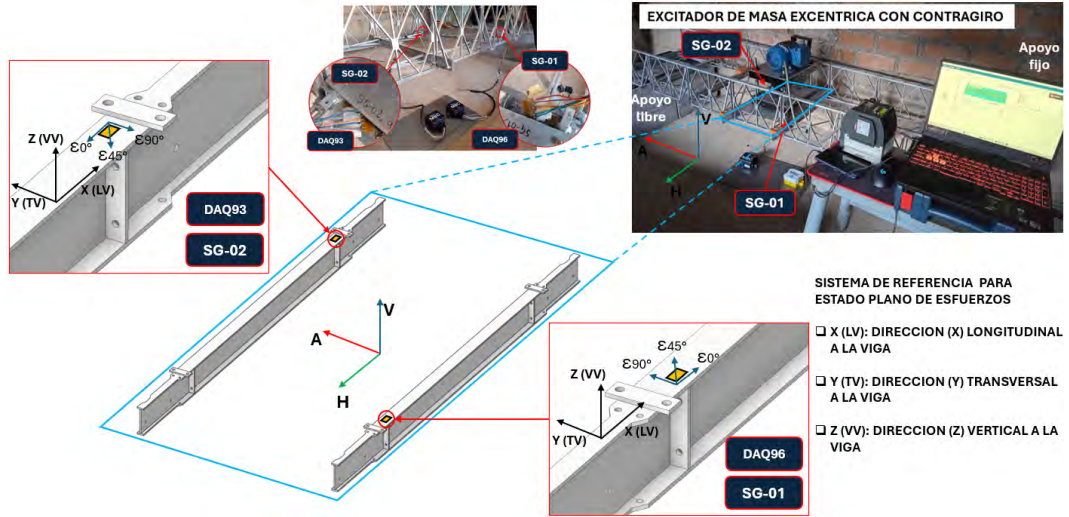
Ubicación y Orientación de las Galgas Extensiométricas

Las rosetas SG-01 y SG-02 se instalaron sobre las alas superiores de las dos vigas longitudinales centrales del modelo. Cada roseta estuvo constituida por tres galgas orientadas a 0° , 45° y 90° , tomando como referencia la dirección longitudinal de la viga.

En la roseta extensiométrica empleada, la galga orientada a 0° mide directamente la deformación normal en la dirección longitudinal de la viga, por lo que $\varepsilon_{0^\circ} = \varepsilon_x$. Asimismo, la galga ubicada a 90° registra la deformación normal transversal, de modo que $\varepsilon_{90^\circ} = \varepsilon_y$. La lectura correspondiente a 45° se utiliza, junto con las mediciones anteriores, para determinar la deformación cortante en el plano γ_{xy} .

Figura 4.34

Ubicación, orientación y sistema de referencia de las rosetas extensométricas SG-01 y SG-02.



Nota. Las rosetas SG-01 y SG-02 se instalaron sobre las alas superiores de las vigas longitudinales central izquierda y derecha, respectivamente. Las orientaciones de 0° , 45° y 90° se definieron respecto de la dirección longitudinal de cada viga.

Condiciones Experimentales Analizadas

Se analizaron seis registros experimentales correspondientes a dos sistemas de excitación:

Excitador de masa excéntrica con contragiro: tres pruebas;

Excitador de masa desbalanceada: tres pruebas.

Para cada sistema se evaluó la respuesta dinámica del modelo en condiciones de resonancia próximas a 60, 78 y 120Hz . Estas frecuencias corresponden aproximadamente a las frecuencias naturales identificadas mediante el análisis modal experimental:

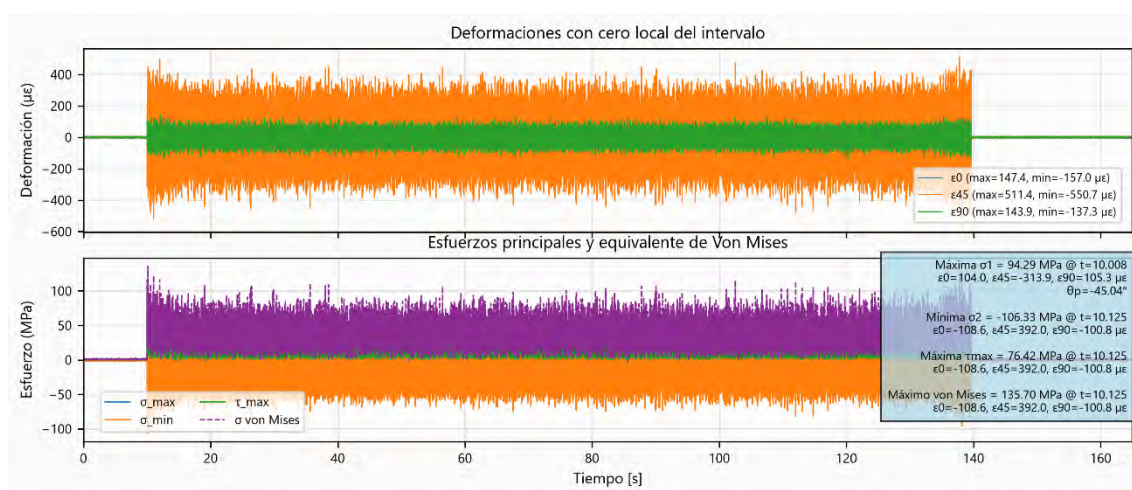
$$f_1 = 60.87\text{Hz}, f_2 = 78.02\text{Hz}, f_3 = 120.35\text{Hz}$$

Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta Sg-01 a 78 Hz

A continuación, se presenta la respuesta dinámica registrada por la roseta SG-01 durante una condición de resonancia próxima a 78Hz . El registro corresponde a una prueba de aproximadamente 60s , realizada mediante excitación armónica generada por un excitador de masa excéntrica con contragiro. A partir de las deformaciones medidas en las direcciones 0° , 45° y 90° , se determinaron los componentes del estado plano de deformaciones y esfuerzos, los esfuerzos principales, el esfuerzo cortante máximo y el esfuerzo equivalente de Von Mises.

Figura 4.35

Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia a 78 Hz.



Nota. La figura presenta la respuesta temporal de las deformaciones registradas por las galgas de la roseta SG-01, orientadas a 0° , 45° y 90° , así como la evolución de los esfuerzos principales, el esfuerzo cortante máximo y el esfuerzo equivalente de Von Mises calculados a partir del estado plano de deformaciones.

La Figura 4.35 muestra que, durante el intervalo de excitación, las deformaciones presentan oscilaciones continuas alrededor de un valor medio cercano a cero, evidenciando un comportamiento dinámico alternante asociado a la condición de resonancia. La mayor amplitud corresponde a la galga orientada a 45° , lo que indica una contribución importante de la deformación cortante en el punto SG-01.

A partir de estas señales se obtuvieron los esfuerzos principales y el esfuerzo equivalente de Von Mises.

El esfuerzo principal máximo alcanzó:

$$\sigma_1 = 94.29\text{ MPa}$$

Mientras que el esfuerzo principal mínimo alcanzó:

$$\sigma_2 = -106.34 MPa$$

El esfuerzo cortante máximo fue:

$$\tau_{max} = 76.42 MPa$$

El esfuerzo equivalente máximo de Von Mises fue:

$$\sigma_{VM,max} = 135.70 MPa$$

Estos valores no ocurren necesariamente en el mismo instante, debido a que cada criterio de máximo o mínimo se determina de manera independiente a partir de toda la señal temporal.

Tabla 4.23

Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia a 78 Hz.

Variable evaluada	Estado de $\sigma_1 max$	Estado de $\sigma_2 min$	Estado de $\tau_{max max}$	Estado de $\sigma_{VM max}$
Índice	1281	1296	1296	1296
Time [s]	10.008	10.125	10.125	10.125
$\varepsilon_{0^\circ} [\mu\varepsilon]$	104.046	-108.569	-108.569	-108.569
$\varepsilon_{45^\circ} [\mu\varepsilon]$	-313.864	392.017	392.017	392.017
$\varepsilon_{90^\circ} [\mu\varepsilon]$	105.268	-100.831	-100.831	-100.831
$\varepsilon_x [\mu\varepsilon]$	104.046	-108.569	-108.569	-108.569
$\varepsilon_y [\mu\varepsilon]$	105.268	-100.831	-100.831	-100.831
$\gamma_{xy} [\mu\varepsilon]$	-837.041	993.433	993.433	993.433
$\sigma_x [MPa]$	29.808	-30.510	-30.510	-30.510
$\sigma_y [MPa]$	29.996	-29.319	-29.319	-29.319
$\tau_{xy} [MPa]$	-64.388	76.418	76.418	76.418
$\sigma_{prom} [MPa]$	29.902	-29.914	-29.914	-29.914
$R [MPa]$	64.388	76.420	76.420	76.420
$\sigma_1 [MPa]$	94.290	46.506	46.506	46.506
$\sigma_2 [MPa]$	-34.486	-106.335	-106.335	-106.335
$\tau_{max} [MPa]$	64.388	76.420	76.420	76.420
$\theta_p [^\circ]$	-45.042	45.223	45.223	45.223
$\sigma_{VM} [MPa]$	115.462	135.702	135.702	135.702

Nota. Cada columna representa el estado completo de deformaciones y esfuerzos en el instante asociado al valor máximo o mínimo del criterio evaluado. Debido a que los criterios se determinan de manera independiente, los valores críticos de σ_1 , σ_2 , τ_{max} y σ_{VM} no necesariamente ocurren simultáneamente. Los resultados fueron obtenidos mediante el procesamiento de las señales registradas por la roseta SG-01 durante la prueba de resonancia a 78 Hz.

La Tabla 4.23 resume los estados críticos identificados durante la prueba. Cada columna corresponde al instante en que se presenta el máximo o mínimo del criterio evaluado. Por este motivo, los valores de deformación y esfuerzo contenidos en cada columna representan el estado completo del elemento en ese instante específico y no deben compararse como si pertenecieran a un único estado simultáneo.

El máximo esfuerzo equivalente de Von Mises, de $135.702 MPa$, se encuentra por debajo del límite de fluencia nominal del acero ASTM A36, considerando un límite de fluencia de $250 MPa$, se obtuvo un factor de seguridad frente a la fluencia de $n_y = 1.84$. Por lo que el elemento permanece dentro del régimen elástico para la condición evaluada. No obstante, debido al carácter oscilatorio de la señal, esta comprobación debe complementarse con un análisis de fatiga.

En la Figura 4.34 se muestra la configuración de la roseta SG-01, es importante conocer la ubicación, forma de instalación, dirección y el ángulo de separación entre los gauges lineales para realizar los cálculos.

Figura 4.36

Posición de la roseta SG-01 en la viga principal del puente a escala.



Usando una roseta con una configuración de 45° , se determinaron las deformaciones máximas en el punto SG-01, mostradas en la Figura 4.35.

$$\varepsilon_1 = 104.046 \mu\varepsilon, \quad \varepsilon_2 = -313.864 \mu\varepsilon, \quad \varepsilon_3 = 105.268 \mu\varepsilon.$$

Orientación angular de las galgas extensiométricas uniaxiales.

$$\theta_1 = 0^\circ, \quad \theta_2 = 45^\circ, \quad \theta_3 = 90^\circ.$$

Al sustituir los valores obtenidos en las ecuaciones, se determinan las deformaciones normales.

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x \cos^2 \theta_1 + \varepsilon_y \sin^2 \theta_1 + \gamma_{xy} \sin \theta_1 \cos \theta_1,$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_x \cos^2 \theta_2 + \varepsilon_y \sin^2 \theta_2 + \gamma_{xy} \sin \theta_2 \cos \theta_2,$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_x \cos^2 \theta_3 + \varepsilon_y \sin^2 \theta_3 + \gamma_{xy} \sin \theta_3 \cos \theta_3.$$

Al sustituir las orientaciones de la roseta, se obtiene el sistema:

$$\begin{aligned} 104.046 \times 10^{-6} &= \varepsilon_x \cos^2(0^\circ) + \varepsilon_y \sin^2(0^\circ) + \gamma_{xy} \sin(0^\circ) \cos(0^\circ), \\ -313.864 \times 10^{-6} &= \varepsilon_x \cos^2(45^\circ) + \varepsilon_y \sin^2(45^\circ) + \gamma_{xy} \sin(45^\circ) \cos(45^\circ), \\ 105.268 \times 10^{-6} &= \varepsilon_x \cos^2(90^\circ) + \varepsilon_y \sin^2(90^\circ) + \gamma_{xy} \sin(90^\circ) \cos(90^\circ). \end{aligned}$$

Al resolver el sistema se determinan las deformaciones normales en los ejes X e Y , así como la deformación angular.

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= 104.046 \mu\varepsilon && \text{(deformación unitaria en el eje } X), \\ \varepsilon_y &= 105.268 \mu\varepsilon && \text{(deformación unitaria en el eje } Y), \\ \gamma_{xy} &= -837.041 \mu\varepsilon && \text{(deformación angular).} \end{aligned}$$

La galga orientada a 45° mide deformación normal en dicha dirección, no deformación cortante directamente.

La elevada amplitud de ε_{45} observada en algunos registros produce valores importantes de γ_{xy} , lo que indica que la respuesta puede contener una contribución relevante de torsión o flexo torsión.

Luego se procede a calcular el estado plano de esfuerzos a partir de las deformaciones calculadas anteriormente.

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2} [\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y]$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \nu^2} [\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x]$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1 + \nu)} \gamma_{xy}$$

Para ASTM A36:

$$E = 200000 MPa$$

$$\nu = 0.30$$

Remplazando en las ecuaciones anteriores se obtiene el estado plano de esfuerzos:

$$\sigma_x = 29.808 MPa$$

$$\sigma_y = 29.996 MPa$$

$$\tau_{xy} = -64.388 MPa$$

A partir de los componentes del estado plano de esfuerzos, σ_x , σ_y y τ_{xy} , se calcula el esfuerzo equivalente de von Mises. Este parámetro permite representar el estado multiaxial mediante un único valor de esfuerzo, el cual se compara con el límite de fluencia del material para verificar si el elemento permanece dentro del régimen elástico.

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2}$$

Reemplazando en la ecuación obtenemos el siguiente valor para ese estado:

$$\sigma_{VM} = 115.462 MPa$$

El factor de seguridad respecto del límite de fluencia es:

$$n_y = \frac{S_y}{\sigma_{VM}}$$

considerando acero ASTM A36 con límite de fluencia $S_y = 250 MPa$.

Se obtiene:

$$n_y = \frac{250}{115.462}$$

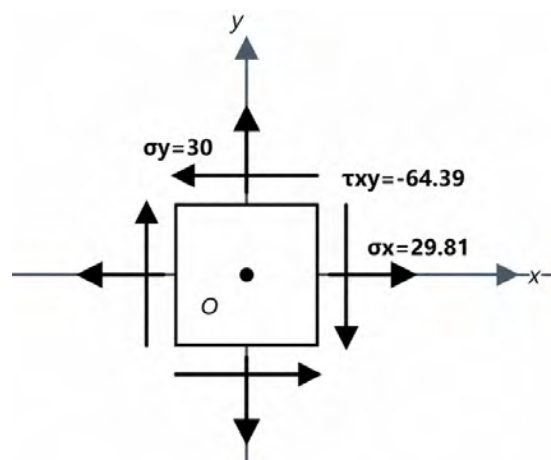
$$n_y = 2.17$$

El factor de seguridad $n_y = 2.17$ indica que el elemento permanece por debajo del límite de fluencia y trabaja dentro del régimen elástico. No obstante, este resultado verifica únicamente la resistencia estática, por lo que debe complementarse con un análisis de fatiga ante cargas cíclicas.

Luego con los mismos valores obtenidos de σ_x , σ_y y τ_{xy} , se continúa con el cálculo de los esfuerzos principales mediante las ecuaciones de transformación de esfuerzos en el plano. Este procedimiento permite determinar las orientaciones en las que el esfuerzo cortante es nulo y actúan únicamente los esfuerzos normales principales, correspondientes a σ_1 y σ_2 . Asimismo, se obtiene el esfuerzo cortante máximo y el ángulo de orientación de los planos principales.

Figura 4.37

Diagrama del estado de esfuerzos plano.



Con los valores calculados se construye el círculo de Mohr, mediante el cual se determinan los esfuerzos principales. Para establecer el centro del círculo, se calcula previamente el esfuerzo normal promedio.

$$\sigma_{prom} = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1}{2} (29.808 + 29.996)$$

$$\sigma_{prom} = 29.902 MPa$$

A partir de los resultados anteriores, se establece que el centro del círculo de Mohr se ubica en $C(29.902, 0)$.

Asimismo, los esfuerzos normales y cortantes calculados permiten definir las coordenadas de los puntos X e Y que pertenecen al círculo de Mohr.

Coordenadas del punto (X):

$$X = (\sigma_x; \tau_{xy}) = (29.808; 64.388) MPa$$

Coordenadas del punto (Y):

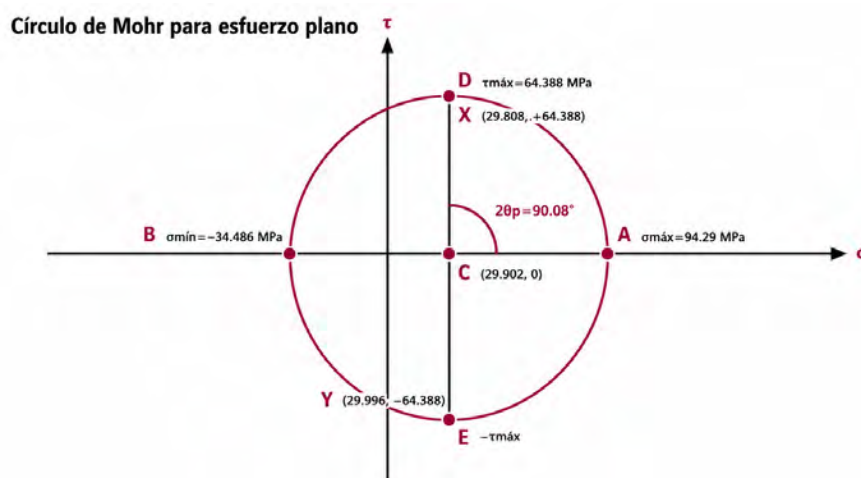
$$Y = (\sigma_y; -\tau_{xy}) = (29.996; -64.388) MPa$$

La Figura 4.38 presenta el círculo de Mohr construido a partir del esfuerzo promedio, que define su centro, y de las coordenadas correspondientes a los puntos X e Y .

La proximidad entre los esfuerzos normales $\sigma_x = 29.808 MPa$ y $\sigma_y = 29.996 MPa$ hace que el término $(\sigma_x - \sigma_y)/2$ sea pequeño frente a $\tau_{xy} = -64.388 MPa$. En consecuencia, el radio del círculo está gobernado principalmente por el esfuerzo cortante y los puntos X e Y quedan ubicados casi sobre un mismo diámetro vertical. Esta geometría anticipa planos principales próximos a 45° respecto de los ejes de referencia y permite comprobar, antes del cálculo analítico, la coherencia entre las componentes transformadas y los esfuerzos principales obtenidos.

Figura 4.38

Círculo de Mohr para el estado de esfuerzos plano.



A continuación, se determina el radio del círculo de Mohr para el estado de esfuerzo plano, ya sea mediante su representación gráfica o aplicando la siguiente ecuación.

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{\left(\frac{29.808 - 29.996}{2}\right)^2 + (-64.388)^2} = 64.388 \text{ MPa}$$

$$\tau_{max} = 64.388 \text{ MPa}$$

Luego se determina el ángulo de rotación principal.

$$\tan(2\theta_p) = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2(-64.388)}{29.808 - 29.996} = 684.979$$

$$2\theta_p = -90.084^\circ \rightarrow \theta_p = -45.042^\circ (-) \text{ horario}$$

Los esfuerzos principales pueden determinarse gráficamente mediante el círculo de Mohr o analíticamente al sustituir los valores obtenidos en las ecuaciones correspondientes.

$$\sigma_{\min} = \sigma_{\text{prom}} - R$$

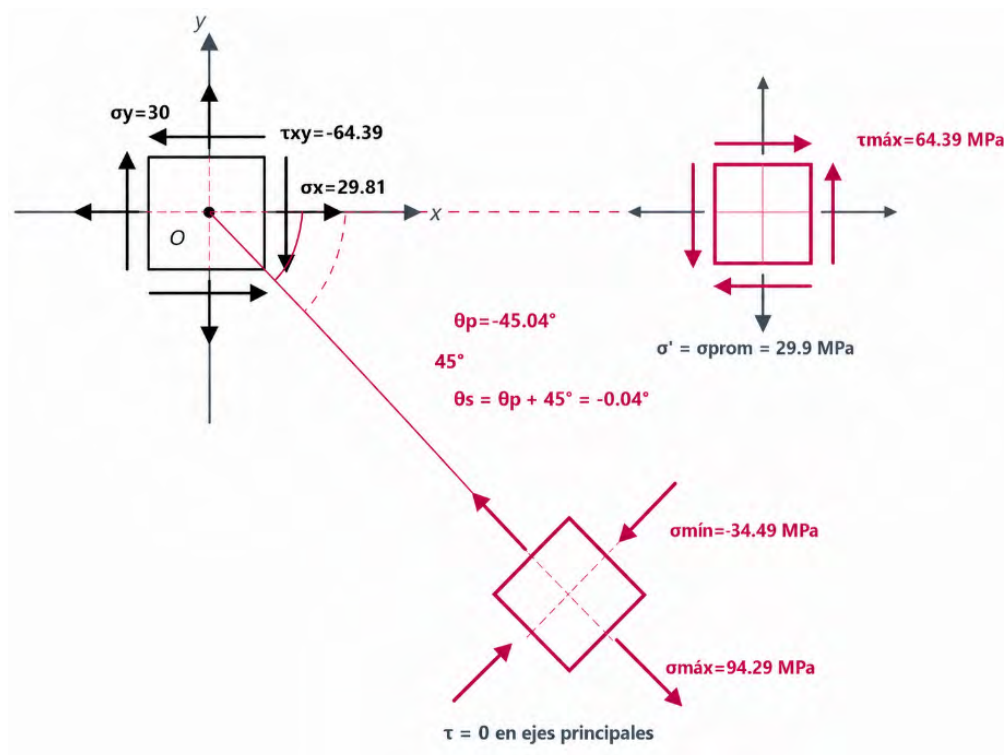
$$\sigma_{\min} = 29.902 - 64.388 = -34.486 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\text{prom}} + R$$

$$\sigma_{\max} = 29.902 + 64.388 = 94.290 \text{ MPa}$$

Figura 4.39

Rotación del elemento diferencial hacia los planos principales y de cortante máximo.



Nota. Transformación del elemento de esfuerzo plano hacia los planos principales y de cortante máximo para el punto SG-01.

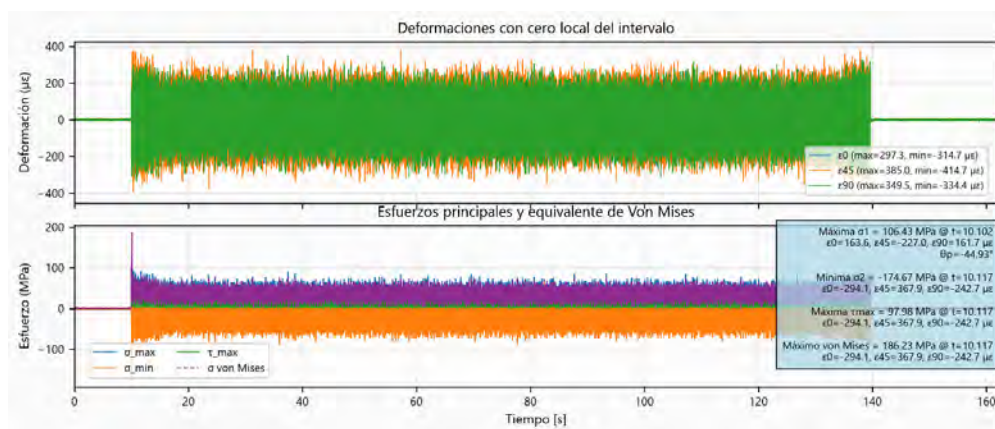
Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta SG-02 a 78 Hz

La Figura 4.40 muestra la respuesta temporal de las deformaciones y esfuerzos registrados en la roseta SG-02, mientras que la Tabla 4.24 resume los valores críticos determinados mediante el procesamiento de la señal.

En esta posición, las historias temporales presentan mayores extremos que los registrados en SG-01 para la misma frecuencia. La transformación de las deformaciones conduce a un esfuerzo principal mínimo de -174.673 MPa , un esfuerzo cortante máximo de 97.980 MPa y un máximo de Von Mises de 186.231 MPa . Este último supera aproximadamente en 37 por ciento al valor obtenido en SG-01 a 78 Hz , por lo que la combinación SG-02-78 Hz constituye la condición directa más exigente. Aun así, el factor de seguridad $n_y = 1.34$ mantiene la respuesta por debajo del límite de fluencia adoptado.

Figura 4.40

Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia a 78 Hz.

**Tabla 4.24**

Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia a 78 Hz.

Variable evaluada	Estado de $\sigma_1 max$	Estado de $\sigma_2 min$	Estado de $\tau_{max} max$	Estado de $\sigma_{VM} max$
Índice	1293	1295	1295	1295
Time [s]	10.102	10.117	10.117	10.117
$\varepsilon_{0^\circ} [\mu\varepsilon]$	163.629	-294.129	-294.129	-294.129
$\varepsilon_{45^\circ} [\mu\varepsilon]$	-226.984	367.921	367.921	367.921
$\varepsilon_{90^\circ} [\mu\varepsilon]$	161.720	-242.727	-242.727	-242.727
$\varepsilon_x [\mu\varepsilon]$	163.629	-294.129	-294.129	-294.129
$\varepsilon_y [\mu\varepsilon]$	161.720	-242.727	-242.727	-242.727
$\gamma_{xy} [\mu\varepsilon]$	-779.317	1272.699	1272.699	1272.699
$\sigma_x [MPa]$	46.625	-80.648	-80.648	-80.648
$\sigma_y [MPa]$	46.332	-72.740	-72.740	-72.740
$\tau_{xy} [MPa]$	-59.947	97.900	97.900	97.900
$\sigma_{prom} [MPa]$	46.478	-76.694	-76.694	-76.694
$R [MPa]$	59.948	97.980	97.980	97.980
$\sigma_1 [MPa]$	106.426	21.286	21.286	21.286
$\sigma_2 [MPa]$	-13.469	-174.673	-174.673	-174.673
$\tau_{max} [MPa]$	59.948	97.980	97.980	97.980
$\theta_p [^\circ]$	-44.930	46.156	46.156	46.156
$\sigma_{VM} [MPa]$	113.760	186.231	186.231	186.231

A partir de las señales de deformación se determinó el estado plano de esfuerzos correspondiente a cada instante de medición. El esfuerzo principal máximo alcanzó $106.426 MPa$, con una orientación principal de -44.930° en sentido horario, mientras que el esfuerzo principal mínimo fue de $-174.673 MPa$. Asimismo, el esfuerzo cortante máximo

alcanzó 97.980MPa y el esfuerzo equivalente máximo de Von Mises fue de 186.231MPa . Considerando un límite de fluencia de 250MPa , se obtuvo un factor de seguridad frente a la fluencia de $n_y = 1.34$; por tanto, el elemento permaneció dentro del régimen elástico durante la condición evaluada, aunque esta condición fue más exigente que otras pruebas debido a su menor margen respecto a la fluencia.

El procedimiento de cálculo aplicado a las demás pruebas es el desarrollado en la sección 4.2.6.4 para determinar las deformaciones, los esfuerzos principales, el esfuerzo cortante máximo y el esfuerzo equivalente de Von Mises.

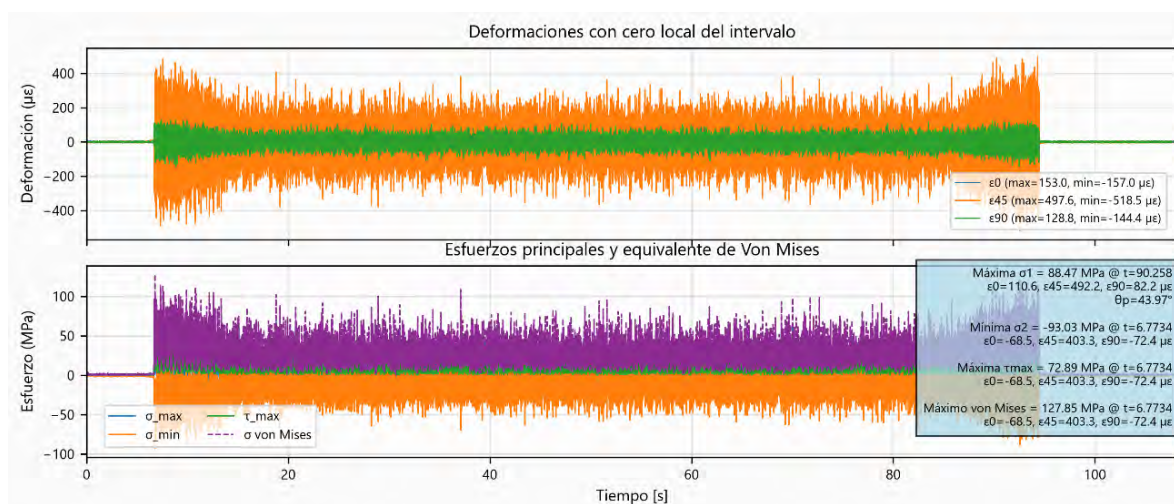
Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta SG-01 a 120 Hz

La Figura 4.41 presenta la respuesta temporal de las deformaciones y esfuerzos obtenidos en la roseta SG-01 durante la prueba de resonancia próxima a 120Hz , realizada mediante excitación armónica generada por un excitador de masa excéntrica con contragiro. Los valores críticos determinados a partir del procesamiento de la señal se resumen en la Tabla 4.25.

Esta condición permite contrastar la respuesta de SG-01 con la registrada a 78Hz sin modificar la disposición del sistema de medición. La interpretación considera de manera conjunta la estabilidad de la envolvente, el predominio relativo de la deformación angular y la coherencia temporal entre los esfuerzos principales y el equivalente de Von Mises. Con ello se distingue una respuesta resonante sostenida de amplificaciones transitorias aisladas y se conserva un criterio uniforme para comparar ambas frecuencias.

Figura 4.41

Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia a 120 Hz.



La historia temporal conserva una envolvente oscilatoria estable durante el intervalo analizado, sin evidencia de deriva progresiva en las deformaciones medidas. La amplitud de la deformación cortante reconstruida es mayor que la de las componentes normales, lo que anticipa una participación importante de la distorsión angular en el estado de esfuerzos. Los valores críticos de la Tabla 4.25 confirman esta lectura: el esfuerzo equivalente máximo de Von Mises alcanzó $127.849 MPa$ y el factor de seguridad frente a la fluencia fue $n_y = 1.96$; por tanto, la respuesta permaneció dentro del régimen elástico.

Tabla 4.25

Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia a 120 Hz.

Variable evaluada	Estado de $\sigma_1 max$	Estado de $\sigma_2 min$	Estado de $\tau_{max} max$	Estado de $\sigma_{VM} max$
Índice	11553	867	867	867
Time [s]	90.258	6.773	6.773	6.773
$\varepsilon_{0^\circ} [\mu\varepsilon]$	110.585	-68.531	-68.531	-68.531
$\varepsilon_{45^\circ} [\mu\varepsilon]$	492.18	403.322	403.322	403.322
$\varepsilon_{90^\circ} [\mu\varepsilon]$	82.227	-72.417	-72.417	-72.417
$\varepsilon_x [\mu\varepsilon]$	110.585	-68.531	-68.531	-68.531
$\varepsilon_y [\mu\varepsilon]$	82.227	-72.417	-72.417	-72.417
$\gamma_{xy} [\mu\varepsilon]$	791.547	947.593	947.593	947.593
$\sigma_x [MPa]$	29.726	-19.836	-19.836	-19.836
$\sigma_y [MPa]$	25.363	-20.434	-20.434	-20.434
$\tau_{xy} [MPa]$	60.888	72.892	72.892	72.892
$\sigma_{prom} [MPa]$	27.545	-20.135	-20.135	-20.135
$R [MPa]$	60.927	72.892	72.892	72.892
$\sigma_1 [MPa]$	88.472	52.757	52.757	52.757
$\sigma_2 [MPa]$	-33.383	-93.028	-93.028	-93.028
$\tau_{max} [MPa]$	60.927	72.892	72.892	72.892
$\theta_p [^\circ]$	43.974	44.883	44.883	44.883
$\sigma_{VM} [MPa]$	109.065	127.849	127.849	127.849

A partir de las señales de deformación se determinó el estado plano de esfuerzos correspondiente a cada instante de medición. El esfuerzo principal máximo alcanzó $88.472 MPa$, con una orientación principal de 43.974° en sentido antihorario, mientras que el esfuerzo principal mínimo fue de $-93.028 MPa$. Asimismo, el esfuerzo cortante máximo alcanzó $72.892 MPa$ y el esfuerzo equivalente máximo de Von Mises fue de $127.849 MPa$. Considerando un límite de fluencia de $250 MPa$, se obtuvo un factor de seguridad frente a la fluencia de $n_y = 1.96$; por tanto, el elemento permaneció dentro del régimen elástico durante la condición evaluada.

Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta Sg-02 a 120hz

La Figura 4.41 muestra la respuesta temporal de las deformaciones y esfuerzos registrados en la roseta SG-02, mientras que la Tabla 4.26 resume los valores críticos determinados mediante el procesamiento de la señal. Esta prueba presentó la mayor demanda de esfuerzo entre las condiciones evaluadas.

Figura 4.42

Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia a 120 Hz.

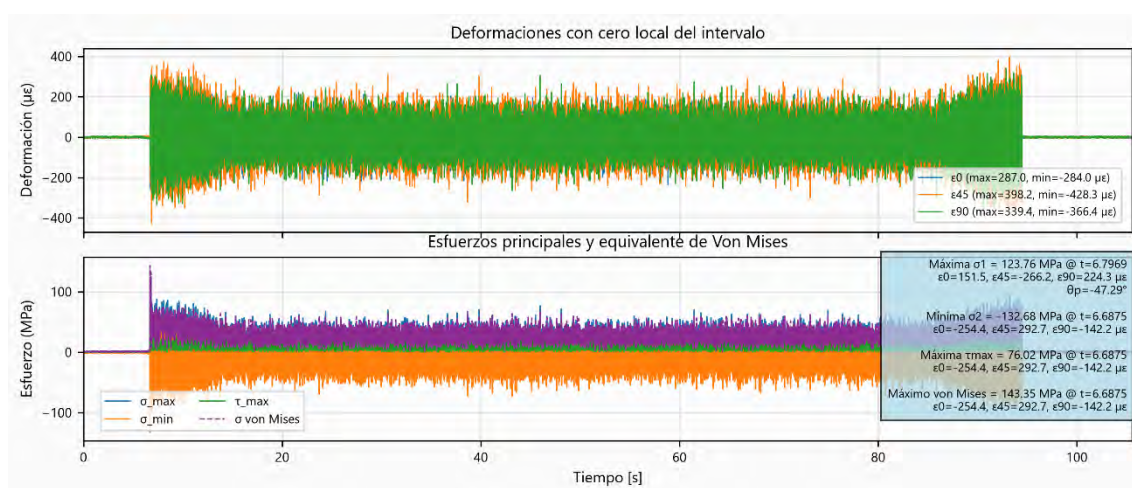


Tabla 4.26

Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia a 120 Hz.

Variable evaluada	Estado de $\sigma_1 max$	Estado de $\sigma_2 min$	Estado de $\tau_{max} max$	Estado de $\sigma_{VM} max$
Índice	870	856	856	856
Time [s]	6.797	6.688	6.688	6.688
$\epsilon_{0^\circ} [\mu\epsilon]$	151.459	-254.403	-254.403	-254.403
$\epsilon_{45^\circ} [\mu\epsilon]$	-266.212	292.669	292.669	292.669
$\epsilon_{90^\circ} [\mu\epsilon]$	224.280	-142.174	-142.174	-142.174
$\epsilon_x [\mu\epsilon]$	151.459	-254.403	-254.403	-254.403
$\epsilon_y [\mu\epsilon]$	224.280	-142.174	-142.174	-142.174
$\gamma_{xy} [\mu\epsilon]$	-908.163	981.915	981.915	981.915
$\sigma_x [MPa]$	48.075	-65.287	-65.287	-65.287
$\sigma_y [MPa]$	59.279	-48.021	-48.021	-48.021
$\tau_{xy} [MPa]$	-69.859	75.532	75.532	75.532
$\sigma_{prom} [MPa]$	53.677	-56.654	-56.654	-56.654
$R [MPa]$	70.083	76.024	76.024	76.024
$\sigma_1 [MPa]$	123.760	19.370	19.370	19.370
$\sigma_2 [MPa]$	-16.406	-132.678	-132.678	-132.678

Variable evaluada	Estado de σ_1max	Estado de σ_2min	Estado de τ_{maxmax}	Estado de σ_{VMmax}
$\tau_{max}[MPa]$	70.083	76.024	76.024	76.024
$\theta_p[^\circ]$	-47.292	48.260	48.260	48.260
$\sigma_{VM}[MPa]$	132.726	143.347	143.347	143.347

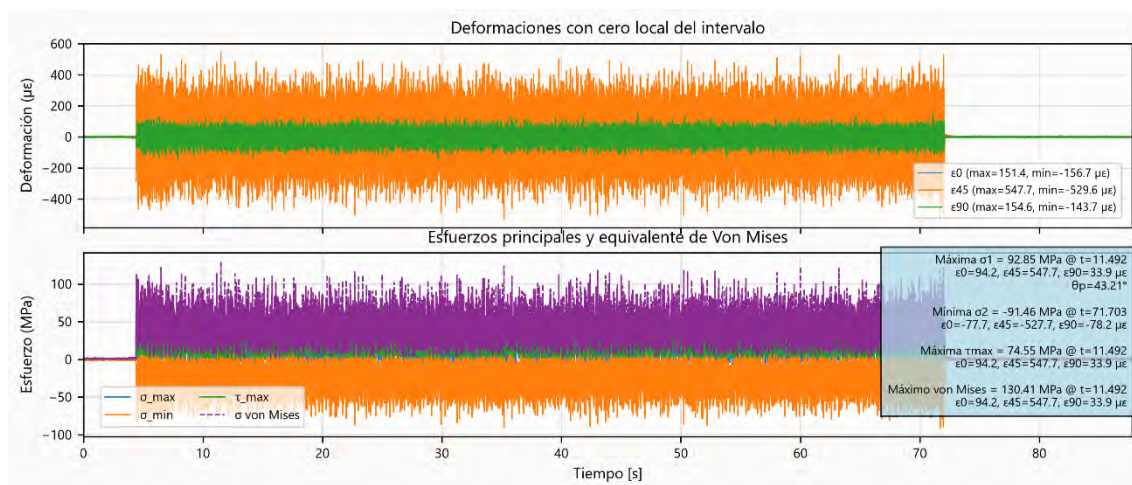
A partir de las señales de deformación se determinó el estado plano de esfuerzos correspondiente a cada instante de medición. El esfuerzo principal máximo alcanzó $123.760 MPa$, con una orientación principal de -47.292° en sentido horario, mientras que el esfuerzo principal mínimo fue de $-132.678 MPa$. Asimismo, el esfuerzo cortante máximo alcanzó $76.024 MPa$ y el esfuerzo equivalente máximo de Von Mises fue de $143.347 MPa$. Considerando un límite de fluencia de $250 MPa$, se obtuvo un factor de seguridad frente a la fluencia de $n_y = 1.74$; por tanto, el elemento permaneció dentro del régimen elástico durante la condición evaluada.

Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta Sg-01 a 60 Hz

La Figura 4.42 presenta la respuesta temporal de las deformaciones y esfuerzos obtenidos en la roseta SG-01 durante la prueba de resonancia próxima a $60 Hz$, realizada mediante excitación armónica generada por un excitador de masa excéntrica con contragiro. Los valores críticos determinados a partir del procesamiento de la señal se resumen en la Tabla 4.27.

Figura 4.43

Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia a 60 Hz.



La estabilidad de la envolvente temporal permite utilizar los extremos de la señal como estados representativos del ensayo. La conversión de las tres deformaciones de la roseta al estado plano de esfuerzos conserva la correspondencia temporal entre componentes; de este modo, los máximos de la Tabla 4.27 describen la demanda combinada y no valores aislados de canales diferentes.

Tabla 4.27

Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia a 60 Hz.

Variable evaluada	Estado de σ_{1max}	Estado de σ_{2min}	Estado de τ_{maxmax}	Estado de σ_{VMmax}
Índice	1471	9178	1471	1471
Time [s]	11.492	71.703	11.492	11.492
$\varepsilon_{0^\circ} [\mu\varepsilon]$	94.238	-77.686	94.238	94.238
$\varepsilon_{45^\circ} [\mu\varepsilon]$	547.676	-527.729	547.676	547.676
$\varepsilon_{90^\circ} [\mu\varepsilon]$	33.865	-78.164	33.865	33.865
$\varepsilon_x [\mu\varepsilon]$	94.238	-77.686	94.238	94.238
$\varepsilon_y [\mu\varepsilon]$	33.865	-78.164	33.865	33.865
$\gamma_{xy} [\mu\varepsilon]$	967.249	-899.607	967.249	967.249
$\sigma_x [MPa]$	22.945	-22.228	22.945	22.945
$\sigma_y [MPa]$	13.656	-22.301	13.656	13.656
$\tau_{xy} [MPa]$	74.404	-69.201	74.404	74.404
$\sigma_{prom} [MPa]$	18.300	-22.264	18.300	18.300
$R [MPa]$	74.549	69.201	74.549	74.549
$\sigma_1 [MPa]$	92.849	46.936	92.849	92.849
$\sigma_2 [MPa]$	-56.248	-91.465	-56.248	-56.248
$\tau_{max} [MPa]$	74.549	69.201	74.549	74.549
$\theta_p [^\circ]$	43.214	-44.985	43.214	43.214
$\sigma_{VM} [MPa]$	130.412	121.909	130.412	130.412

A partir de las señales de deformación se determinó el estado plano de esfuerzos correspondiente a cada instante de medición. El esfuerzo principal máximo alcanzó $92.849 MPa$, con una orientación principal de 43.214° en sentido antihorario, mientras que el esfuerzo principal mínimo fue de $-91.465 MPa$. Asimismo, el esfuerzo cortante máximo alcanzó $74.549 MPa$ y el esfuerzo equivalente máximo de Von Mises fue de $130.412 MPa$. Considerando un límite de fluencia de $250 MPa$, se obtuvo un factor de seguridad frente a la fluencia de $n_y = 1.92$; por tanto, el elemento permaneció dentro del régimen elástico durante la condición evaluada.

Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta Sg-02 a 60 Hz

La Figura 4.43 muestra la respuesta temporal de las deformaciones y esfuerzos registrados en la roseta SG-02, mientras que la Tabla 4.28 resume los valores críticos determinados mediante el procesamiento de la señal.

Figura 4.44

Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia a 60 Hz.

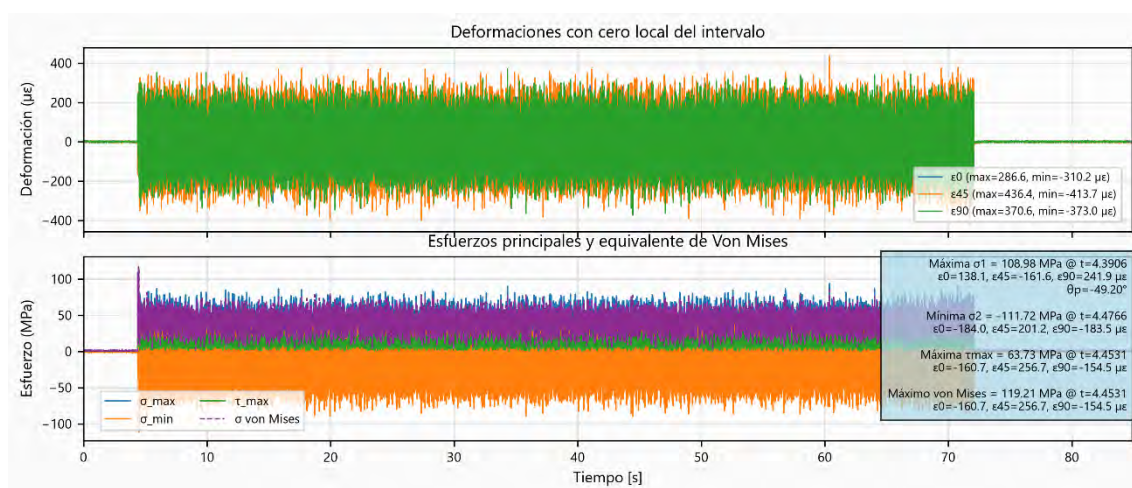


Tabla 4.28

Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia a 60 Hz.

Variable evaluada	Estado de $\sigma_1 max$	Estado de $\sigma_2 min$	Estado de $\tau_{max} max$	Estado de $\sigma_{VM} max$
Índice	562	573	570	570
Time [s]	4.391	4.477	4.453	4.453
$\varepsilon_{0^\circ} [\mu\varepsilon]$	138.143	-184.045	-160.657	-160.657
$\varepsilon_{45^\circ} [\mu\varepsilon]$	-161.602	201.161	256.664	256.664
$\varepsilon_{90^\circ} [\mu\varepsilon]$	241.926	-183.464	-154.494	-154.494
$\varepsilon_x [\mu\varepsilon]$	138.143	-184.045	-160.657	-160.657
$\varepsilon_y [\mu\varepsilon]$	241.926	-183.464	-154.494	-154.494
$\gamma_{xy} [\mu\varepsilon]$	-703.274	769.831	828.479	828.479
$\sigma_x [MPa]$	46.312	-52.546	-45.496	-45.496
$\sigma_y [MPa]$	62.279	-52.457	-44.547	-44.547
$\tau_{xy} [MPa]$	-54.098	59.218	63.729	63.729
$\sigma_{prom} [MPa]$	54.296	-52.501	-45.021	-45.021
$R [MPa]$	54.684	59.218	63.731	63.731
$\sigma_1 [MPa]$	108.980	6.716	18.709	18.709
$\sigma_2 [MPa]$	-0.388	-111.719	-108.752	-108.752

Variable evaluada	Estado de σ_1max	Estado de σ_2min	Estado de τ_{maxmax}	Estado de σ_{VMmax}
$\tau_{max}[MPa]$	54.684	59.218	63.731	63.731
$\theta_p[^\circ]$	-49.197	45.022	45.213	45.213
$\sigma_{VM}[MPa]$	109.174	115.224	119.213	119.213

A partir de las señales de deformación se determinó el estado plano de esfuerzos correspondiente a cada instante de medición. El esfuerzo principal máximo alcanzó $108.980MPa$, con una orientación principal de -49.197° en sentido horario, mientras que el esfuerzo principal mínimo fue de $-111.719MPa$. Asimismo, el esfuerzo cortante máximo alcanzó $63.731MPa$ y el esfuerzo equivalente máximo de Von Mises fue de $119.213MPa$. Considerando un límite de fluencia de $250MPa$, se obtuvo un factor de seguridad frente a la fluencia de $n_y = 2.01$; por tanto, el elemento permaneció dentro del régimen elástico durante la condición evaluada.

Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta Sg-01 ante la Excitación 3x Próxima a 60 Hz

La Figura 4.44 presenta la respuesta temporal registrada por la roseta SG-01 durante la condición de resonancia próxima a $60Hz$. En esta prueba, el excitador de masa desbalanceada operó a una frecuencia de rotación de $20Hz$; por tanto, la excitación de la respuesta resonante se atribuye a su tercer armónico, $3X = 60Hz$, próximo a la primera frecuencia natural del modelo. Los valores críticos obtenidos mediante el procesamiento de la señal se resumen en la Tabla 4.29.

Figura 4.45

Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-01 ante la excitación del tercer armónico 3X próxima a 60 Hz.

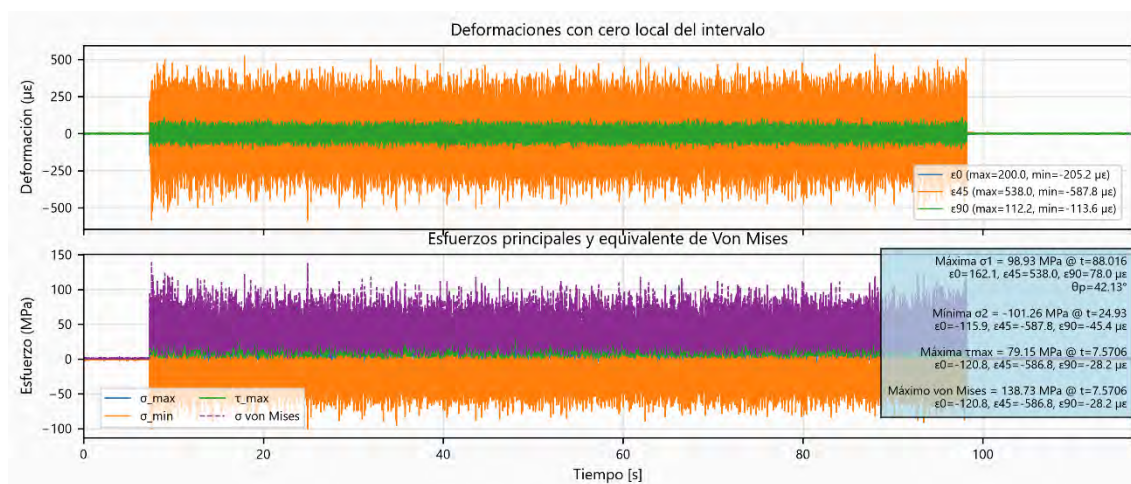


Tabla 4.29

Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia inducida por el tercer armónico 3X a 60 Hz.

Variable evaluada	Estado de σ_1max	Estado de σ_2min	Estado de τ_{maxmax}	Estado de σ_{VMmax}
Índice	11266	3191	969	969
Time [s]	88.016	24.930	7.571	7.571
$\varepsilon_{0^\circ} [\mu\varepsilon]$	162.091	-115.929	-120.764	-120.764
$\varepsilon_{45^\circ} [\mu\varepsilon]$	538.032	-587.783	-586.842	-586.842
$\varepsilon_{90^\circ} [\mu\varepsilon]$	78.005	-45.425	-28.167	-28.167
$\varepsilon_x [\mu\varepsilon]$	162.091	-115.929	-120.764	-120.764
$\varepsilon_y [\mu\varepsilon]$	78.005	-45.425	-28.167	-28.167
$\gamma_{xy} [\mu\varepsilon]$	835.968	-1014.210	-1024.753	-1024.753
$\sigma_x [MPa]$	40.768	-28.474	-28.399	-28.399
$\sigma_y [MPa]$	27.831	-17.627	-14.153	-14.153
$\tau_{xy} [MPa]$	64.305	-78.016	-78.827	-78.827
$\sigma_{prom} [MPa]$	34.299	-23.051	-21.276	-21.276
$R [MPa]$	64.630	78.204	79.148	79.148
$\sigma_1 [MPa]$	98.929	55.154	57.872	57.872
$\sigma_2 [MPa]$	-30.330	-101.255	-100.424	-100.424
$\tau_{max} [MPa]$	64.630	78.204	79.148	79.148
$\theta_p [^\circ]$	42.128	-46.988	-47.582	-47.582
$\sigma_{VM} [MPa]$	117.079	137.401	138.730	138.730

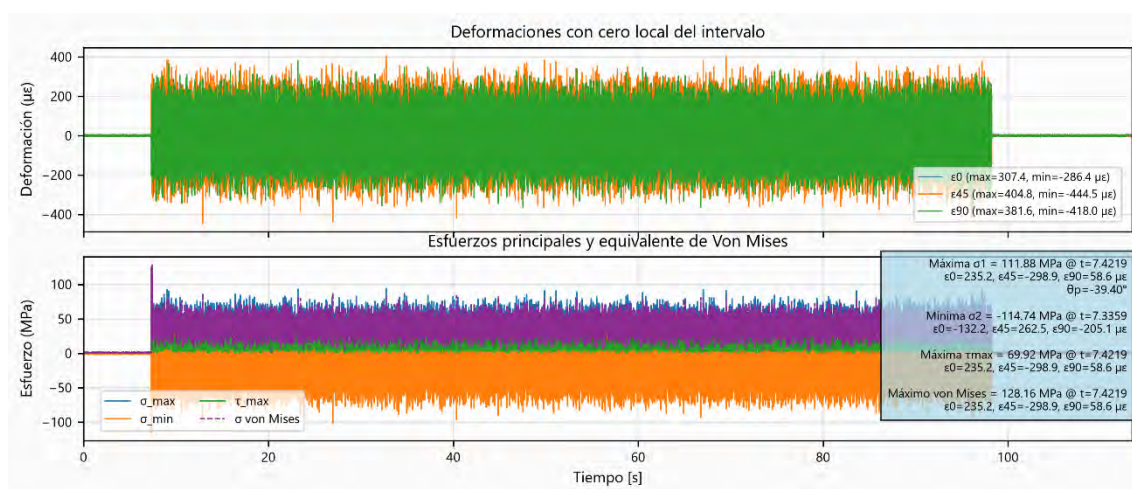
A partir de las señales de deformación se determinó el estado plano de esfuerzos correspondiente a cada instante de medición. El esfuerzo principal máximo alcanzó $98.929MPa$, con una orientación principal de 42.128° en sentido antihorario, mientras que el esfuerzo principal mínimo fue de $-101.255MPa$. Asimismo, el esfuerzo cortante máximo alcanzó $79.148MPa$ y el esfuerzo equivalente máximo de Von Mises fue de $138.730MPa$. Considerando un límite de fluencia de $250MPa$, se obtuvo un factor de seguridad frente a la fluencia de $n_y = 1.80$; por tanto, el elemento permaneció dentro del régimen elástico durante la condición evaluada.

Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta Sg-02 ante la Excitación 3x Próxima a 60 Hz

La Figura 4.45 muestra la respuesta temporal de las deformaciones y esfuerzos registrados en la roseta SG-02, mientras que la Tabla 4.30 resume los valores críticos determinados mediante el procesamiento de la señal.

Figura 4.46

Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-02 ante la excitación del tercer armónico 3X próxima a 60 Hz.

**Tabla 4.30**

Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia inducida por el tercer armónico 3X a 60 Hz.

Variable evaluada	Estado de σ_{1max}	Estado de σ_{2min}	Estado de τ_{maxmax}	Estado de σ_{VMmax}
Índice	950	939	950	950
Time [s]	7.422	7.336	7.422	7.422
$\varepsilon_{0^\circ} [\mu\varepsilon]$	235.253	-132.179	235.253	235.253
$\varepsilon_{45^\circ} [\mu\varepsilon]$	-298.916	262.460	-298.916	-298.916
$\varepsilon_{90^\circ} [\mu\varepsilon]$	58.615	-205.099	58.615	58.615
$\varepsilon_x [\mu\varepsilon]$	235.253	-132.179	235.253	235.253
$\varepsilon_y [\mu\varepsilon]$	58.615	-205.099	58.615	58.615
$\gamma_{xy} [\mu\varepsilon]$	-891.600	862.198	-891.600	-891.600
$\sigma_x [MPa]$	55.547	-42.573	55.547	55.547
$\sigma_y [MPa]$	28.387	-53.792	28.387	28.387
$\tau_{xy} [MPa]$	-68.585	66.323	-68.585	-68.585
$\sigma_{prom} [MPa]$	41.967	-48.183	41.967	41.967
$R [MPa]$	69.916	66.560	69.916	69.916
$\sigma_1 [MPa]$	111.883	18.377	111.883	111.883
$\sigma_2 [MPa]$	-27.949	-114.742	-27.949	-27.949
$\tau_{max} [MPa]$	69.916	66.560	69.916	69.916
$\theta_p [^\circ]$	-39.400	42.583	-39.400	-39.400
$\sigma_{VM} [MPa]$	128.164	124.949	128.164	128.164

A partir de las señales de deformación se determinó el estado plano de esfuerzos correspondiente a cada instante de medición. El esfuerzo principal máximo alcanzó $111.883 MPa$, con una orientación principal de -39.400° en sentido horario, mientras que el

esfuerzo principal mínimo fue de -114.742MPa . Asimismo, el esfuerzo cortante máximo alcanzó 69.916MPa y el esfuerzo equivalente máximo de Von Mises fue de 128.164MPa . Considerando un límite de fluencia de 250MPa , se obtuvo un factor de seguridad frente a la fluencia de $n_y = 1.95$; por tanto, el elemento permaneció dentro del régimen elástico durante la condición evaluada.

Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta Sg-01 ante la Excitación 3x Próxima a 78 Hz

La Figura 4.46 presenta la respuesta temporal registrada por la roseta SG-01 durante la condición de resonancia próxima a 78Hz . En esta prueba, el excitador de masa desbalanceada operó a una frecuencia de rotación de 26Hz ; por tanto, la excitación de la respuesta resonante se atribuye a su tercer armónico, $3X = 78\text{Hz}$, próximo a la segunda frecuencia natural del modelo. Los valores críticos obtenidos mediante el procesamiento de la señal se resumen en la Tabla 4.31.

Figura 4.47

Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-01 ante la excitación del tercer armónico 3X próxima a 78 Hz.

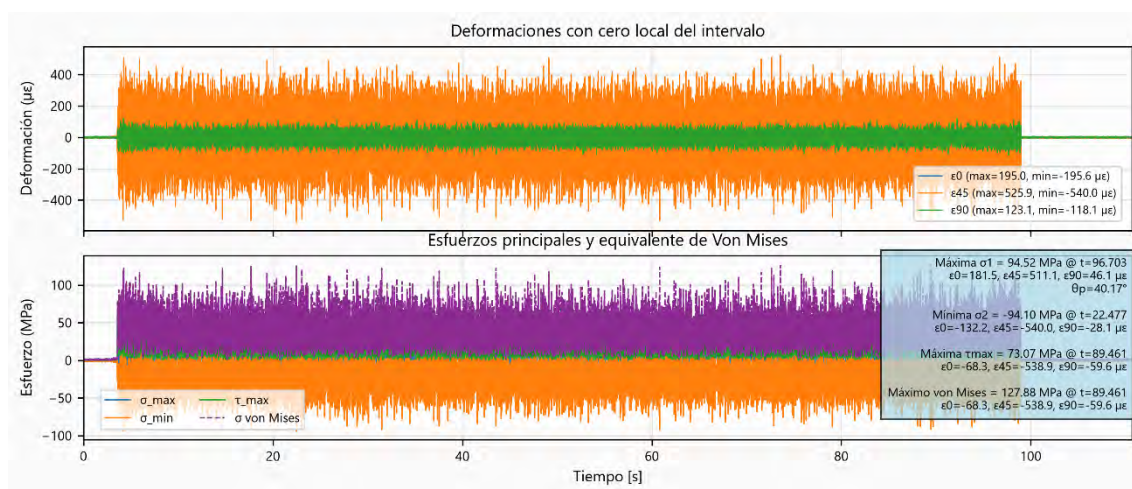


Tabla 4.31

Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia inducida por el tercer armónico 3X a 78 Hz.

Variable evaluada	Estado de $\sigma_1 max$	Estado de $\sigma_2 min$	Estado de $\tau_{max} max$	Estado de $\sigma_{VM} max$
Índice	12378	2877	11451	11451
Time [s]	96.703	22.477	89.461	89.461
$\epsilon_0^\circ [\mu\epsilon]$	181.485	-132.223	-68.289	-68.289
$\epsilon_{45}^\circ [\mu\epsilon]$	511.129	-540.041	-538.884	-538.884
$\epsilon_{90}^\circ [\mu\epsilon]$	46.105	-28.070	-59.566	-59.566

Variable evaluada	Estado de σ_1max	Estado de σ_2min	Estado de τ_{maxmax}	Estado de σ_{VMmax}
$\varepsilon_x[\mu\varepsilon]$	181.485	-132.223	-68.289	-68.289
$\varepsilon_y[\mu\varepsilon]$	46.105	-28.070	-59.566	-59.566
$\gamma_{xy}[\mu\varepsilon]$	794.668	-919.788	-949.914	-949.914
$\sigma_x[MPa]$	42.927	-30.911	-18.936	-18.936
$\sigma_y[MPa]$	22.099	-14.887	-17.594	-17.594
$\tau_{xy}[MPa]$	61.128	-70.753	-73.070	-73.070
$\sigma_{prom}[MPa]$	32.513	-22.899	-18.265	-18.265
$R[MPa]$	62.009	71.205	73.073	73.073
$\sigma_1[MPa]$	94.522	48.306	54.808	54.808
$\sigma_2[MPa]$	-29.496	-94.104	-91.338	-91.338
$\tau_{max}[MPa]$	62.009	71.205	73.073	73.073
$\theta_p[^\circ]$	40.166	-48.230	-45.263	-45.263
$\sigma_{VM}[MPa]$	112.216	125.439	127.878	127.878

A partir de las señales de deformación se determinó el estado plano de esfuerzos correspondiente a cada instante de medición. El esfuerzo principal máximo alcanzó $94.522MPa$, con una orientación principal de 40.166° en sentido antihorario, mientras que el esfuerzo principal mínimo fue de $-94.104MPa$. Asimismo, el esfuerzo cortante máximo alcanzó $73.073MPa$ y el esfuerzo equivalente máximo de Von Mises fue de $127.878MPa$. Considerando un límite de fluencia de $250MPa$, se obtuvo un factor de seguridad frente a la fluencia de $n_y = 1.95$; por tanto, el elemento permaneció dentro del régimen elástico durante la condición evaluada.

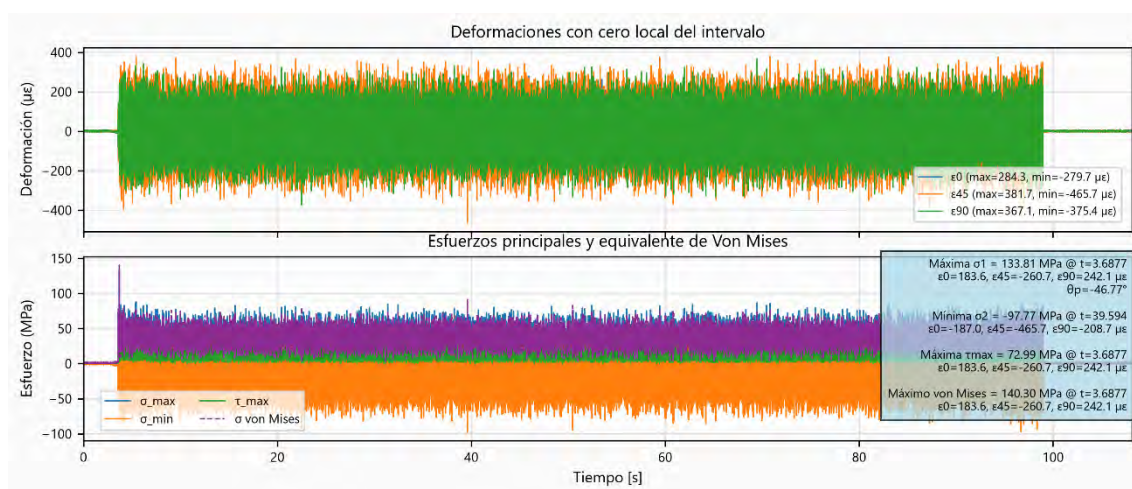
Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta Sg-02 ante la Excitación 3x Próxima a 78 Hz

La Figura 4.47 muestra la respuesta temporal de las deformaciones y esfuerzos registrados en la roseta SG-02, mientras que la Tabla 4.32 resume los valores críticos determinados mediante el procesamiento de la señal. Esta prueba presentó la mayor demanda de esfuerzo entre las condiciones evaluadas (*Condición crítica*).

La lectura conjunta de la historia temporal y de los valores críticos muestra que la roseta SG-02 alcanza $140.296MPa$ de esfuerzo equivalente de Von Mises y mantiene un factor de seguridad de 1.78. Por ello, aunque la respuesta permanece en el régimen elástico, esta medición constituye la referencia más exigente para comparar las condiciones generadas por el tercer armónico del excitador.

Figura 4.48

Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-02 ante la excitación del tercer armónico 3X próxima a 78 Hz.

**Tabla 4.32**

Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia inducida por el tercer armónico 3X a 78 Hz.

Variable evaluada	Estado de $\sigma_1 max$	Estado de $\sigma_2 min$	Estado de $\tau_{max} max$	Estado de $\sigma_{VM} max$
Índice	472	5068	472	472
Time [s]	3.688	39.594	3.688	3.688
$\varepsilon_{0^\circ} [\mu\varepsilon]$	183.616	-186.968	183.616	183.616
$\varepsilon_{45^\circ} [\mu\varepsilon]$	-260.694	-465.742	-260.694	-260.694
$\varepsilon_{90^\circ} [\mu\varepsilon]$	242.109	-208.691	242.109	242.109
$\varepsilon_x [\mu\varepsilon]$	183.616	-186.968	183.616	183.616
$\varepsilon_y [\mu\varepsilon]$	242.109	-208.691	242.109	242.109
$\gamma_{xy} [\mu\varepsilon]$	-947.111	-535.824	-947.111	-947.111
$\sigma_x [MPa]$	56.318	-54.852	56.318	56.318
$\sigma_y [MPa]$	65.317	-58.194	65.317	65.317
$\tau_{xy} [MPa]$	-72.855	-41.217	-72.855	-72.855
$\sigma_{prom} [MPa]$	60.818	-56.523	60.818	60.818
$R [MPa]$	72.994	41.251	72.994	72.994
$\sigma_1 [MPa]$	133.811	-15.272	133.811	133.811
$\sigma_2 [MPa]$	-12.176	-97.774	-12.176	-12.176
$\tau_{max} [MPa]$	72.994	41.251	72.994	72.994
$\theta_p [^\circ]$	-46.767	-43.839	-46.767	-46.767
$\sigma_{VM} [MPa]$	140.296	91.103	140.296	140.296

A partir de las señales de deformación se determinó el estado plano de esfuerzos correspondiente a cada instante de medición. El esfuerzo principal máximo alcanzó $133.811 MPa$, con una orientación principal de -46.767° en sentido horario, mientras que

el esfuerzo principal mínimo fue de -97.774MPa . Asimismo, el esfuerzo cortante máximo alcanzó 72.994MPa y el esfuerzo equivalente máximo de Von Mises fue de 140.296MPa . Considerando un límite de fluencia de 250MPa , se obtuvo un factor de seguridad frente a la fluencia de $n_y = 1.78$; por tanto, el elemento permaneció dentro del régimen elástico durante la condición evaluada.

Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta Sg-01 ante la Excitación 3x Próxima a 120 Hz

La Figura 4.48 presenta la respuesta temporal registrada por la roseta SG-01 durante la condición de resonancia próxima a 120Hz . En esta prueba, el excitador de masa desbalanceada operó a una frecuencia de rotación de 40Hz ; por tanto, la excitación de la respuesta resonante se atribuye a su tercer armónico, $3X = 120\text{Hz}$, próximo a la tercera frecuencia natural del modelo. Los valores críticos obtenidos mediante el procesamiento de la señal se resumen en la Tabla 4.33.

Figura 4.49

Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-01 ante la excitación del tercer armónico 3X próxima a 120 Hz.

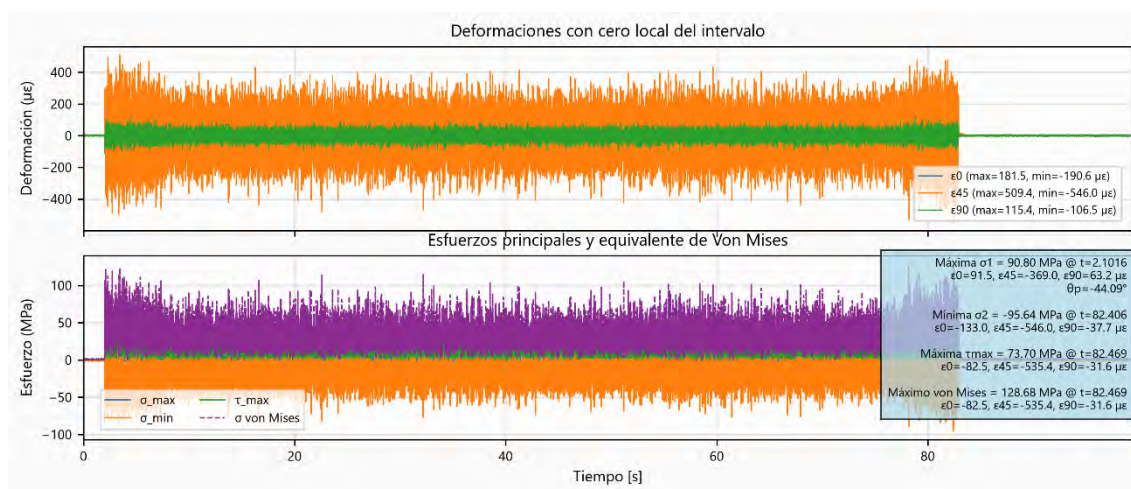


Tabla 4.33

Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-01 durante la condición de resonancia inducida por el tercer armónico 3X a 120 Hz.

Variable evaluada	Estado de $\sigma_1 max$	Estado de $\sigma_2 min$	Estado de $\tau_{max} max$	Estado de $\sigma_{VM} max$
Índice	296	10548	10556	10556
Time [s]	2.102	82.406	82.469	82.469
$\varepsilon_{0^\circ} [\mu\varepsilon]$	91.455	-133.001	-82.504	-82.504
$\varepsilon_{45^\circ} [\mu\varepsilon]$	-369.038	-546.032	-535.388	-535.388
$\varepsilon_{90^\circ} [\mu\varepsilon]$	63.211	-37.690	-31.579	-31.579

Variable evaluada	Estado de σ_1max	Estado de σ_2min	Estado de τ_{maxmax}	Estado de σ_{VMmax}
$\varepsilon_x[\mu\varepsilon]$	91.455	-133.001	-82.504	-82.504
$\varepsilon_y[\mu\varepsilon]$	63.211	-37.690	-31.579	-31.579
$\gamma_{xy}[\mu\varepsilon]$	-892.743	-921.372	-956.693	-956.693
$\sigma_x[MPa]$	24.268	-31.716	-20.215	-20.215
$\sigma_y[MPa]$	19.923	-17.053	-12.380	-12.380
$\tau_{xy}[MPa]$	-68.673	-70.875	-73.592	-73.592
$\sigma_{prom}[MPa]$	22.095	-24.385	-16.298	-16.298
$R[MPa]$	68.707	71.253	73.696	73.696
$\sigma_1[MPa]$	90.802	46.868	57.398	57.398
$\sigma_2[MPa]$	-46.612	-95.638	-89.993	-89.993
$\tau_{max}[MPa]$	68.707	71.253	73.696	73.696
$\theta_p[^\circ]$	-44.094	-47.953	-46.523	-46.523
$\sigma_{VM}[MPa]$	121.038	125.800	128.681	128.681

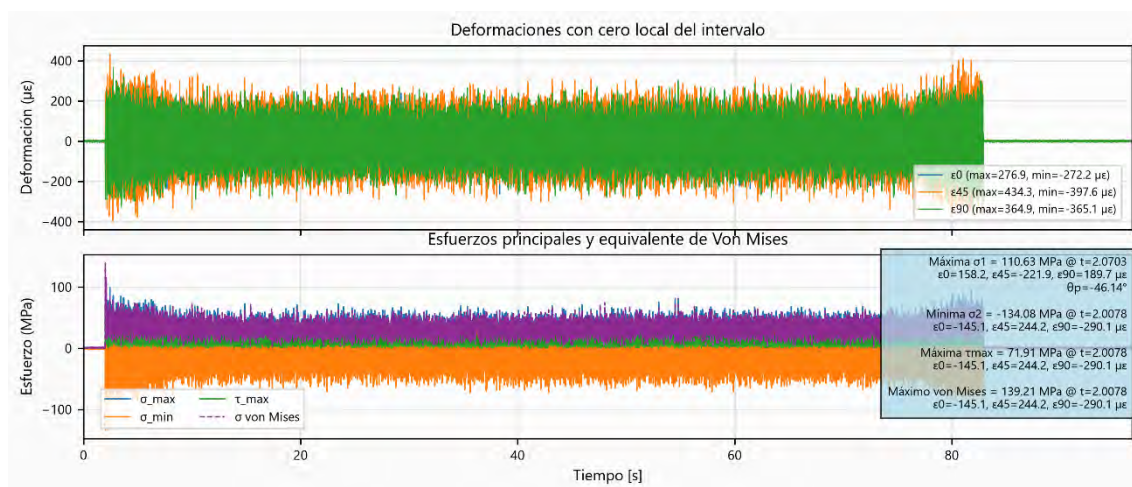
A partir de las señales de deformación se determinó el estado plano de esfuerzos correspondiente a cada instante de medición. El esfuerzo principal máximo alcanzó $90.802MPa$, con una orientación principal de -44.094° en sentido horario, mientras que el esfuerzo principal mínimo fue de $-95.638MPa$. Asimismo, el esfuerzo cortante máximo alcanzó $73.696MPa$ y el esfuerzo equivalente máximo de Von Mises fue de $128.681MPa$. Considerando un límite de fluencia de $250MPa$, se obtuvo un factor de seguridad frente a la fluencia de $n_y = 1.94$; por tanto, el elemento permaneció dentro del régimen elástico durante la condición evaluada.

Respuesta Dinámica de Deformaciones y Esfuerzos en la Roseta Sg-02 ante la Excitación 3x Próxima a 120 Hz

La Figura 4.49 muestra la respuesta temporal de las deformaciones y esfuerzos registrados en la roseta SG-02, mientras que la Tabla 4.34 resume los valores críticos determinados mediante el procesamiento de la señal.

Figura 4.50

Respuesta temporal de deformaciones y esfuerzos en la roseta SG-02 ante la excitación del tercer armónico 3X próxima a 120 Hz.

**Tabla 4.34**

Valores críticos de deformación y esfuerzo obtenidos en la roseta SG-02 durante la condición de resonancia inducida por el tercer armónico 3X a 120 Hz.

Variable evaluada	Estado de $\sigma_1 max$	Estado de $\sigma_2 min$	Estado de $\tau_{max} max$	Estado de $\sigma_{VM} max$
Índice	265	257	257	257
Time [s]	2.070	2.008	2.008	2.008
$\varepsilon_{0^\circ} [\mu\varepsilon]$	158.175	-145.133	-145.133	-145.133
$\varepsilon_{45^\circ} [\mu\varepsilon]$	-221.862	244.156	244.156	244.156
$\varepsilon_{90^\circ} [\mu\varepsilon]$	189.678	-290.087	-290.087	-290.087
$\varepsilon_x [\mu\varepsilon]$	158.175	-145.133	-145.133	-145.133
$\varepsilon_y [\mu\varepsilon]$	189.678	-290.087	-290.087	-290.087
$\gamma_{xy} [\mu\varepsilon]$	-791.577	923.531	923.531	923.531
$\sigma_x [MPa]$	47.270	-51.024	-51.024	-51.024
$\sigma_y [MPa]$	52.117	-73.325	-73.325	-73.325
$\tau_{xy} [MPa]$	-60.891	71.041	71.041	71.041
$\sigma_{prom} [MPa]$	49.693	-62.174	-62.174	-62.174
$R [MPa]$	60.939	71.911	71.911	71.911
$\sigma_1 [MPa]$	110.632	9.736	9.736	9.736
$\sigma_2 [MPa]$	-11.246	-134.085	-134.085	-134.085
$\tau_{max} [MPa]$	60.939	71.911	71.911	71.911
$\theta_p [^\circ]$	-46.140	40.540	40.540	40.540
$\sigma_{VM} [MPa]$	116.662	139.209	139.209	139.209

A partir de las señales de deformación se determinó el estado plano de esfuerzos correspondiente a cada instante de medición. El esfuerzo principal máximo alcanzó $110.632 MPa$, con una orientación principal de -46.140° en sentido horario, mientras que el

esfuerzo principal mínimo fue de -134.085MPa . Asimismo, el esfuerzo cortante máximo alcanzó 71.911MPa y el esfuerzo equivalente máximo de Von Mises fue de 139.209MPa . Considerando un límite de fluencia de 250MPa , se obtuvo un factor de seguridad frente a la fluencia de $n_y = 1.80$; por tanto, el elemento permaneció dentro del régimen elástico durante la condición evaluada.

Síntesis Comparativa de los Resultados Extensométricos

En la excitación $3X$ próxima a 120Hz , la roseta SG-01 registró un esfuerzo equivalente máximo de Von Mises de 128.681MPa y un factor de seguridad de 1.94, mientras que en SG-02 se obtuvieron 139.209MPa y 1.80, respectivamente. La demanda equivalente de SG-02 fue, por tanto, aproximadamente 8.2 por ciento mayor. La diferencia se explica principalmente por el estado de esfuerzos normales: el mínimo principal alcanzó -134.085MPa en SG-02 frente a -95.638MPa en SG-01, aunque los esfuerzos cortantes máximos fueron próximos, 71.911MPa y 73.696MPa .

La comparación global confirma que la respuesta no depende únicamente de la frecuencia de resonancia, sino también de la configuración de la fuerza y de la posición de la roseta. La mayor demanda de todos los ensayos correspondió a la excitación directa a 78Hz en SG-02, con $\sigma_{VM,\text{máx}} = 186.231\text{MPa}$ y $n_y = 1.34$. Para el excitador de masa desbalanceada, el máximo se obtuvo igualmente en SG-02 y alrededor de 78Hz , pero mediante su tercer armónico, con 140.296MPa y $n_y = 1.78$. La diferencia entre ambos máximos es cercana al 32.7 por ciento, lo que evidencia la influencia de la forma de aplicación de la excitación.

Los extremos consignados en las tablas corresponden a instantes críticos independientes para σ_1 , σ_2 , $\tau_{\text{máx}}$ y σ_{VM} ; por ello, no deben combinarse como si ocurrieran simultáneamente. Esta separación conserva la trazabilidad con las historias temporales y evita construir un estado de esfuerzos inexistente. Para la verificación resistente se adopta el máximo de Von Mises de cada condición, por ser el indicador escalar directamente comparable con el límite de fluencia del acero ASTM A36.

En las doce combinaciones de sistema de excitación, frecuencia y punto instrumentado, los valores permanecieron por debajo de $S_y = 250\text{MPa}$. No obstante, la concentración reiterada de las demandas más altas en SG-02 y en la resonancia próxima a 78Hz identifica esa ubicación y esa condición como las más sensibles del modelo. Las Tablas 4.35 y 4.36 integran estos resultados y presentan, respectivamente, los esfuerzos críticos y la verificación del comportamiento elástico.

Resumen General de Esfuerzos Máximos y Verificación de Comportamiento Elástico

Tabla 4.35

Resumen de los esfuerzos críticos obtenidos en las rosetas SG-01 y SG-02 durante los ensayos de resonancia

Frecuencia del excitador [Hz]	Resonancia [Hz]	Punto	$\sigma_{1,\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}}$ [MPa]	$\sigma_{2,\text{m}\acute{\text{i}}\text{n}}$ [MPa]	$\tau_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}}$ [MPa]	$\sigma_{VM,\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}}$ [MPa]
Excitador de masa excéntrica con contragiro						
60	60	SG-01	92.849	-91.465	74.549	130.412
		SG-02	108.980	-111.719	63.731	119.213
78	78	SG-01	94.290	-106.335	76.420	135.702
		SG-02	106.426	-174.673	97.980	186.231
120	120	SG-01	88.472	-93.028	72.892	127.849
		SG-02	123.760	-132.678	76.024	143.347
Excitador de masa desbalanceada						
20	60	SG-01	98.929	-101.255	79.148	138.730
		SG-02	111.883	-114.742	69.916	128.164
26	78	SG-01	94.522	-94.104	73.073	127.878
		SG-02	133.811	-97.774	72.994	140.296
40	120	SG-01	90.802	-95.638	73.696	128.681
		SG-02	110.632	-134.085	71.911	139.209

Nota. Resultados agrupados por sistema de excitación, resonancia y roseta. Elaboración propia.

La mayor demanda se concentró en la roseta SG-02 y en la resonancia próxima a $78Hz$. El esfuerzo principal máximo fue de $133.811MPa$ con la componente $3X$ del excitador, mientras que el máximo de Von Mises, $186.231MPa$, correspondió a la excitación directa; esta última constituye la condición crítica.

Tabla 4.36

Verificación del comportamiento elástico a partir de los esfuerzos máximos obtenidos en las rosetas SG-01 y SG-02.

Frecuencia del excitador [Hz]	Resonancia [Hz]	Punto	σ_x [MPa]	$\sigma_{1,\text{máx}}$ [MPa]	$\sigma_{VM,\text{máx}}$ [MPa]	S_y [MPa]	n_y	Estado
Excitador de masa excéntrica con contragiro								
60	60	SG-01	22.945	92.849	130.412	250	1.92	Elástico
		SG-02	46.312	108.980	119.213	250	2.10	Elástico
78	78	SG-01	29.808	94.290	135.702	250	1.84	Elástico
		SG-02	46.625	106.426	186.231	250	1.34	Elástico
120	120	SG-01	29.726	88.472	127.849	250	1.96	Elástico
		SG-02	48.075	123.760	143.347	250	1.74	Elástico
Excitador de masa desbalanceada								
20	60	SG-01	40.768	98.929	138.730	250	1.80	Elástico
		SG-02	55.547	111.883	128.164	250	1.95	Elástico
26	78	SG-01	42.927	94.522	127.878	250	1.95	Elástico
		SG-02	56.318	133.811	140.296	250	1.78	Elástico
40	120	SG-01	24.268	90.802	128.681	250	1.94	Elástico
		SG-02	47.270	110.632	139.209	250	1.80	Elástico

Nota. La verificación se organiza por sistema de excitación y por frecuencia de resonancia. El factor de seguridad se calculó mediante $n_y = S_y / \sigma_{VM,\text{máx}}$, adoptando $S_y = 250 \text{ MPa}$ para el acero ASTM A36. Elaboración propia.

En todas las condiciones evaluadas, el esfuerzo equivalente máximo de Von Mises permaneció por debajo del límite de fluencia adoptado para el acero ASTM A36, $S_y = 250 \text{ MPa}$, obteniéndose factores de seguridad $n_y > 1$. La condición más exigente se presentó en la roseta **SG-02** durante la excitación directa a **78 Hz**, con $\sigma_{VM,\text{máx}} = 186.231 \text{ MPa}$ y un factor de seguridad de $n_y = 1.34$. Por tanto, el modelo mantuvo un comportamiento elástico durante todos los ensayos, aunque la resonancia próxima a 78 Hz presentó el menor margen respecto a la fluencia.

5 | Cálculo Analítico de Parámetros Modales y Respuesta Dinámica mediante el Análisis Modal Clásico

El desarrollo de este capítulo integra la teoría de dinámica estructural y la formulación matricial de elementos finitos descritas por Chopra (2014), Fernández (2001), Logan (2022) y Moaveni (2015). Las ecuaciones se presentan adaptadas a la notación del modelo de puente Bailey; la discretización, la programación, la verificación y los resultados numéricos corresponden a elaboración propia.

5.1. Cálculo de Parámetros Dinámicos del Modelo a Escala

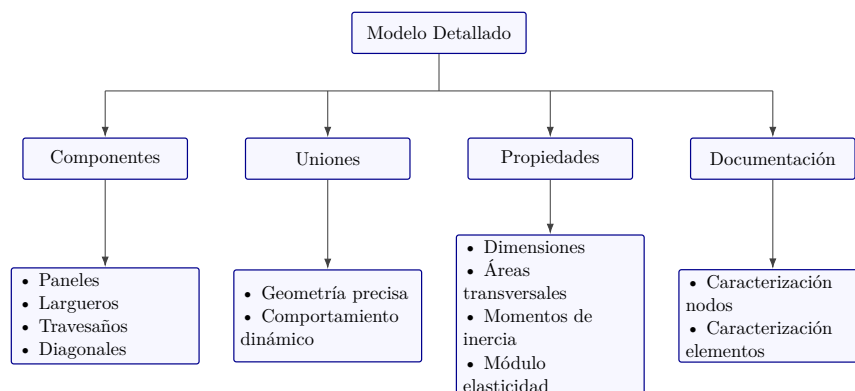
5.1.1. Descripción del Modelo Detallado

El modelo detallado del módulo de puente Bailey se construye considerando cada uno de sus componentes estructurales: paneles, largueros, travesaños, diagonales y elementos de conexión. Esta idealización mediante elementos de barra y viga sigue la formulación matricial del método de los elementos finitos para estructuras reticulares descrita por Fernández (2001), Logan (2022) y Moaveni (2015).

- Se presta especial atención a la representación precisa de las uniones, ya que estas influyen significativamente en el comportamiento dinámico de la estructura.
 - Se definen las propiedades geométricas y materiales de cada componente, incluyendo dimensiones, áreas de sección transversal, momentos de inercia y módulo de elasticidad del acero.
 - Se generan representaciones gráficas detalladas de cada nodo y elemento, resaltando sus características geométricas y de conexión.
-

Figura 5.1

Modelo completo con sus características principales.



Nota. Elaboración propia.

5.2. Metodología para el Desarrollo del Modelo

Se implementó un modelado 3D iterativo para representar el módulo de puente Bailey, utilizando CAD para generar un modelo analítico que caracterice su comportamiento estructural. El proceso comprendió tres etapas de refinamiento progresivo. La estrategia se sustenta en el principio de que la discretización debe conservar las propiedades de masa y rigidez relevantes, con una complejidad compatible con la precisión requerida (Logan, 2022; Moaveni, 2015).

5.2.1. Primera Iteración

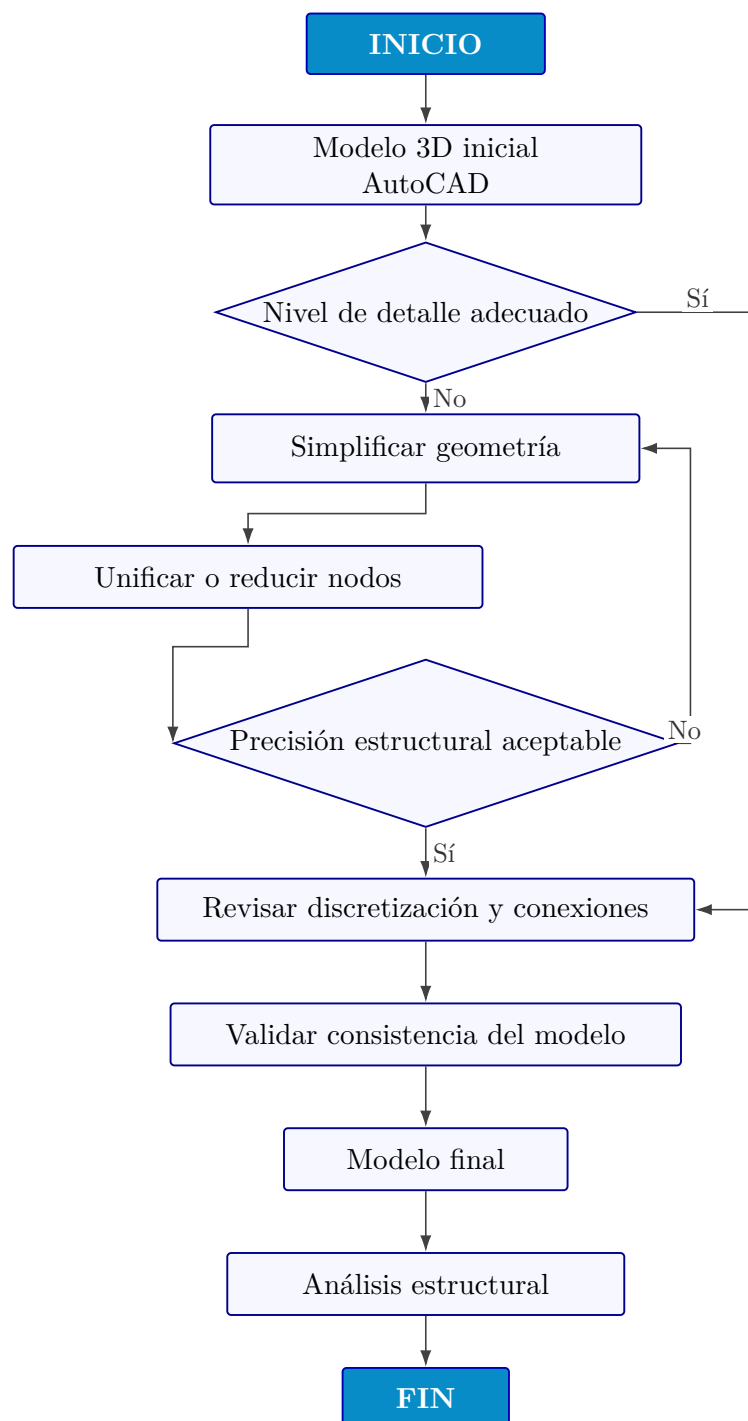
En la primera iteración, se procedió a la creación de un modelo reticular completo de la estructura, buscando capturar todos los detalles geométricos. Sin embargo, la complejidad resultante del elevado número de nodos y la presencia de nodos excéntricos, con una excentricidad relativa baja, en ubicaciones identificadas como de baja sensibilidad al cálculo, generó una ineficiencia computacional. Por lo tanto, se determinó la necesidad de simplificar el modelo en las siguientes iteraciones.

5.2.2. Segunda Iteración

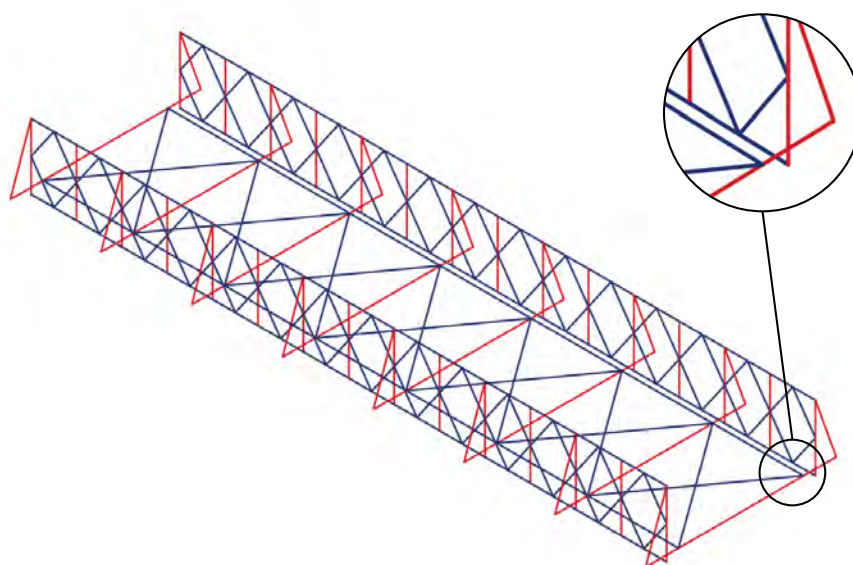
En la segunda iteración, continuando con la estrategia de simplificación iniciada previamente, se llevó a cabo la unificación de nodos adyacentes. Estos nodos, caracterizados por su proximidad relativa, fueron identificados y combinados con el objetivo de reducir la complejidad del modelo. Se realizó un análisis para asegurar que esta simplificación, al agrupar nodos cercanos, no indujera variaciones significativas en el cálculo de la rigidez global de la estructura, manteniendo así la precisión del modelo

Figura 5.2

Flujograma del proceso metodológico para la definición del modelo matemático computacional.



Nota. Elaboración propia.

Figura 5.3*Primera iteración del modelo.*

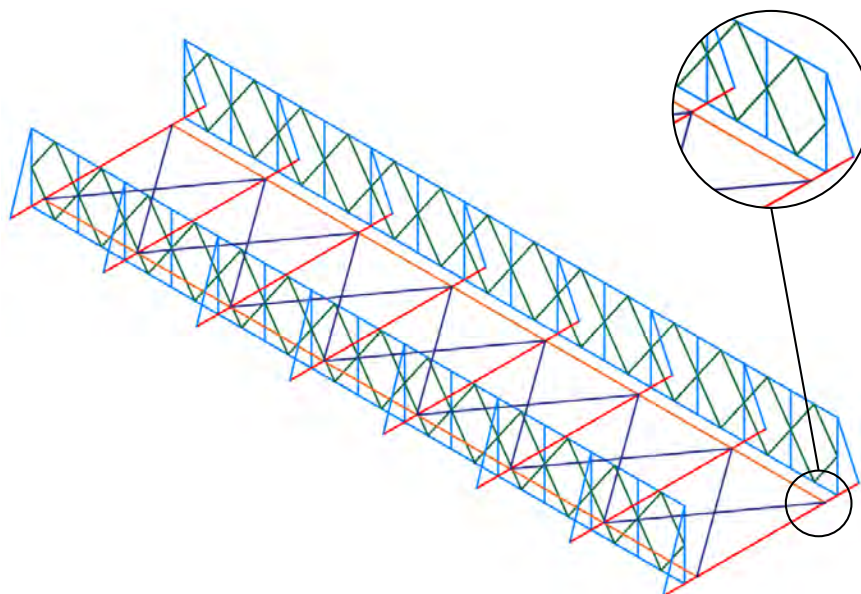
Nota. Elaboración propia.

analítico para los propósitos del análisis estructural. Esta iteración representó un paso intermedio hacia la configuración final del modelo, buscando un equilibrio óptimo entre la precisión de los resultados y la eficiencia computacional.

5.2.3. Tercera Iteración

En la tercera y última iteración, se consolidó el modelo analítico, culminando el proceso de refinamiento iniciado en las etapas previas. Se procedió a la optimización de la malla de elementos finitos, ajustando la densidad y distribución de los elementos para lograr un equilibrio entre la precisión de los resultados y la eficiencia computacional. El modelo resultante, validado mediante la comparación con datos de referencia y la aplicación de criterios de convergencia, proporciona una evaluación robusta del comportamiento estructural del módulo de puente Bailey bajo diversas condiciones de carga. Esta iteración representa la configuración final del modelo, asegurando su idoneidad para el análisis estructural detallado.

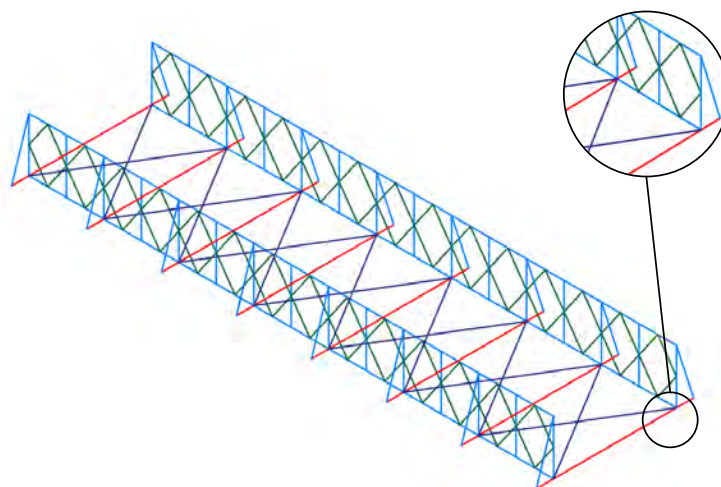
La evolución cualitativa del modelo durante las tres etapas se resume en la Tabla 5.1, destacando el problema identificado, la modificación aplicada y el resultado de cada iteración.

Figura 5.4*Segunda iteración del modelo.**Nota.* Elaboración propia.**Tabla 5.1***Síntesis cualitativa del proceso de refinamiento del modelo analítico*

Iteración	Modificación principal	Resultado del refinamiento
Primera	Construcción del modelo reticular detallado y evaluación de nodos excéntricos.	Se identificó la necesidad de simplificar la discretización.
Segunda	Unificación de nodos adyacentes, conservando la representación de la rigidez global.	Se obtuvo una configuración intermedia de menor complejidad.
Tercera	Ajuste de la discretización y revisión de las conexiones estructurales.	Se definió el modelo final para los análisis modal y armónico.

Nota. Elaboración propia a partir del proceso de construcción y depuración del modelo.

Figura 5.5
Tercera iteración del modelo.

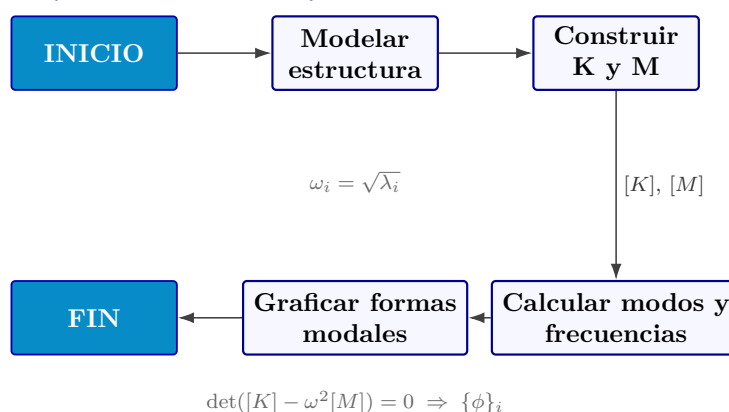


Nota. Elaboración propia.

5.2.4. Flujograma General del Cálculo Analítico con el Método Matricial

Procedimiento sistemático para determinar las frecuencias naturales y formas de vibración de una estructura mediante el método matricial.

Figura 5.6
Secuencia de cálculo de frecuencias naturales y modos de vibración.



Nota. Elaboración propia.

La secuencia parte de la geometría discretizada y de las propiedades de cada elemento para construir y ensamblar las matrices globales de rigidez y masa. Después de imponer las condiciones de borde, se resuelve el problema generalizado de autovalores; finalmente, las frecuencias se ordenan y las formas modales se normalizan y representan gráficamente. Las etapas de caracterización, ensamblaje y solución se desarrollan en las secciones siguientes.

5.3. Caracterización de la Estructura en Nodos y Elementos: Discretización para el Análisis Numérico

Para llevar a cabo el análisis numérico del módulo de puente Bailey, se caracterizó la estructura mediante nodos y elementos. La discretización define la representación del dominio continuo y condiciona la convergencia de la solución; por ello, se establecieron el tipo de elemento, las propiedades del material, la geometría de las secciones, las coordenadas nodales y la conectividad. Este procedimiento corresponde a la formulación convencional del método de los elementos finitos para estructuras de barras y pórticos (Fernández, 2001; Logan, 2022).

5.3.1. Asignación de Nodos para la Estructura por Bloques

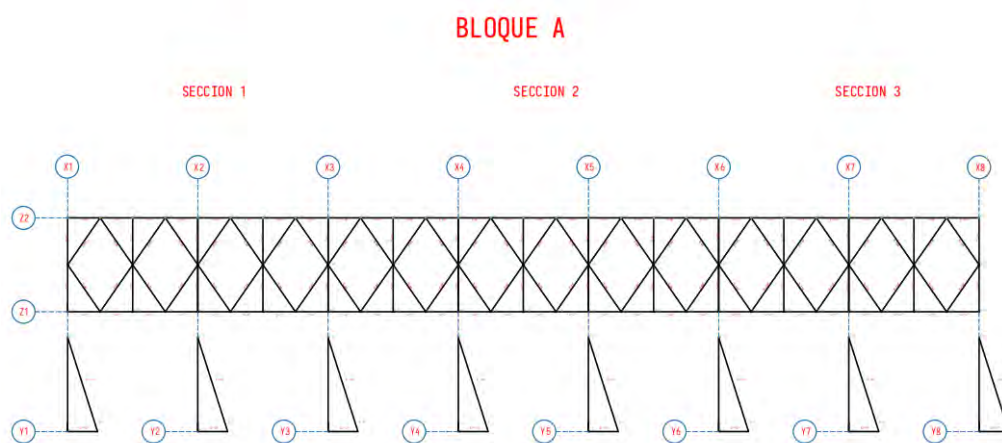
Con el objetivo de optimizar la distribución de nodos y elementos en el modelo analítico, se implementó una estrategia de asignación de nodos por bloques. Esta estrategia consiste en dividir la estructura en regiones o bloques geométricos, asignando una densidad de nodos adecuada a cada bloque en función de su importancia estructural y la complejidad de su geometría. La asignación de nodos por bloques permite concentrar la densidad de nodos en las zonas de mayor interés, como las áreas de alta concentración de esfuerzos o las regiones con geometría compleja, optimizando así el equilibrio entre la precisión de los resultados y la eficiencia computacional. Una vez obtenido el modelo analítico óptimo mediante esta estrategia, se procede a realizar los planos de caracterización, los cuales se presentan en imagen, con mayor detalle en los anexos.

5.3.2. Discretización del Modelo Analítico: Definición de Nodos y Elementos Frame

Para el análisis numérico del módulo de puente Bailey, el modelo se discretizó mediante elementos finitos tipo *frame*, adecuados para representar miembros lineales sometidos a acciones axiales, flexión y torsión. A cada elemento se le asignaron propiedades geométricas y mecánicas, mientras que las tablas de entrada documentan las coordenadas nodales, la conectividad, los materiales y las secciones transversales. La formulación de este tipo de elemento y su ensamblaje matricial pueden consultarse en Logan (2022) y Moaveni (2015); la implementación desarrollada para esta investigación se presenta en el Anexo F.

Figura 5.7

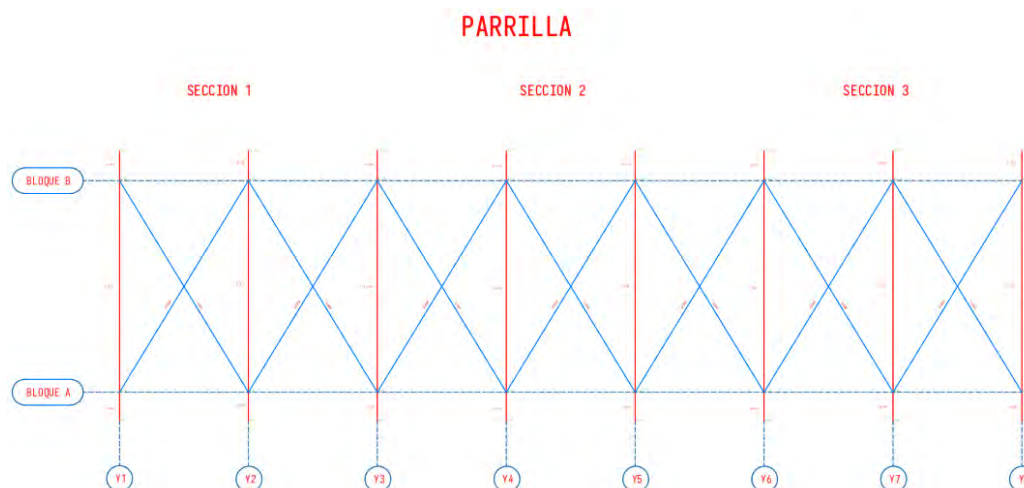
Discretización de modelo en elementos tipo línea – bloque A – bloque B.



Nota. Elaboración propia.

Figura 5.8

Discretización de modelo en elementos tipo línea – parrilla.



Nota. Elaboración propia.

Tabla 5.2
Coordenadas de nodos

Id Nodo	X	Y	Z
1	0	0	0
2	0	0	1100
3	0	0	2200
4	762.5	0	0
5	762.5	0	2200
6	1525	0	0
7	1525	0	1100
8	1525	0	2200
9	2287.5	0	0
10	2287.5	0	2200
11	3050	0	0
12	3050	0	1100
13	3050	0	2200
14	3812.5	0	0
15	3812.5	0	2200
16	4575	0	0
17	4575	0	1100
18	4575	0	2200
19	5337.5	0	0
20	5337.5	0	2200
...	...	...	...
164	1067.5	350.8	80

Nota. Descripción de la cantidad de nodos y sus respectivas coordenadas.

5.3.3. Tabla de Propiedades de Elementos Frame

La rigidez elemental depende de la geometría de la sección y de las propiedades constitutivas del material. En consecuencia, para cada elemento *frame* se definieron el área transversal, las constantes de torsión e inercias de flexión y el módulo de elasticidad. Estas magnitudes intervienen directamente en las matrices elementales de rigidez y masa consistente empleadas en el análisis modal (Fernández, 2001; Logan, 2022). La Tabla 5.3 resume los datos principales; su implementación en el script se documenta en el Anexo F.

Tabla 5.3
Características de elemento

Nro.	Nodo inicial	Nodo final	Perfil [mm]	$I_x = J$ [mm ⁴]	I_y [mm ⁴]	I_z [mm ⁴]	Material
1	1	2	80x40	2.13E+06	4.27E+05	1.71E+06	ASTM-A36
2	2	3	80x40	2.13E+06	4.27E+05	1.71E+06	ASTM-A36
3	1	4	100x40	1.09E+07	6.67E+06	4.27E+06	ASTM-A36
4	2	4	80x40	2.13E+06	4.27E+05	1.71E+06	ASTM-A36
5	2	5	80x40	2.13E+06	4.27E+05	1.71E+06	ASTM-A36
6	3	5	100x40	1.09E+07	6.67E+06	4.27E+06	ASTM-A36
7	4	6	100x40	1.09E+07	6.67E+06	4.27E+06	ASTM-A36
8	4	7	80x40	2.13E+06	4.27E+05	1.71E+06	ASTM-A36
9	5	7	80x40	2.13E+06	4.27E+05	1.71E+06	ASTM-A36
...	...	...	...	...	...	...	...
484	163	164	H420x180	3.99E+04	3.80E+04	1.97E+03	ASTM-A36

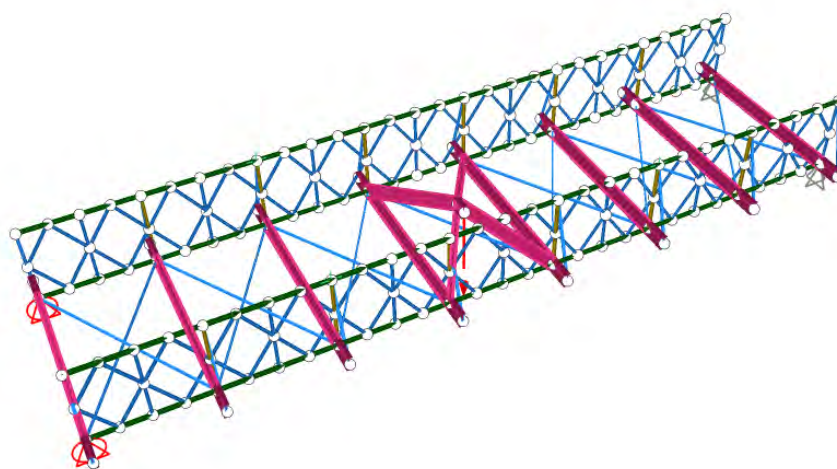
Nota. Se consideran solo nueve elementos del total por practicidad, cantidad suficiente para entender cómo se colocan las características del elemento.

5.3.4. Modelo Caracterizado Dentro de Nuestro Software

Una vez que el modelo analítico ha sido completamente definido y caracterizado, los datos pertinentes se ingresan en un software especializado desarrollado para este propósito, que permite generar una representación gráfica de la configuración geométrica de los elementos tipo barra, como se muestra en la Figura 5.9.

Figura 5.9

Modelo de elementos de línea generado mediante el script de cálculo analítico.



Nota. Elaboración propia a partir de la captura de la interfaz del script realizado.

La caracterización de datos de entrada al script viene definida por una función que retorna un diccionario con la definición completa del modelo (nodos, elementos, materiales, secciones, restricciones y configuración del análisis modal). El código correspondiente se encuentra disponible en el Anexo F.

5.4. Incorporación de Condiciones de Borde al Modelo Computacional

En la configuración típica de un puente Bailey, se emplean apoyos articulados en un extremo y apoyos deslizantes en el otro. La idealización restringe los movimientos de cuerpo rígido sin introducir una restricción longitudinal incompatible con las deformaciones térmicas, criterio habitual en el modelado de puentes simplemente apoyados (AASHTO, 2017; ACROW, 2009).

a) Nodo Articulado

Tabla 5.4

Restricciones del nodo articulado

Restricción	Descripción
Traslaciones en X, Y, Z = 0	Impide el desplazamiento en todas las direcciones
Rotaciones Rx, Ry, Rz = Libres	Permite la rotación alrededor de los tres ejes

Nota. Elaboración propia.

Función. Este tipo de apoyo simula una conexión que puede girar, pero no desplazarse.

b) Nodo Deslizante (Apoyo Simple)

Tabla 5.5

Restricciones del nodo deslizante (Puente Bailey – deslizamiento en X)

Restricción	Descripción
Traslación en Z = 0	Impide el desplazamiento vertical
Traslación en Y = 0	Impide el desplazamiento horizontal en Y
Rotaciones Rx, Ry, Rz = Libres	Permite la rotación alrededor de los tres ejes
Traslación en X = Libre	Permite el desplazamiento horizontal en X

Nota. Elaboración propia.

Función. Este apoyo restringe el movimiento en las direcciones Z e Y, pero permite el desplazamiento en la dirección X, simulando un apoyo que puede deslizarse longitudinalmente.

A partir del análisis de la distribución de nodos y elementos en los planos, así como de la representación gráfica generada por el software desarrollado para el análisis modal con enfoque analítico, se puede determinar que:

- Los nodos 1 y 82 corresponden a **nodos articulados**.
- Los nodos 71 y 152 funcionan como **apoyos deslizantes**.

Tabla 5.6

Resumen de las características de cada restricción

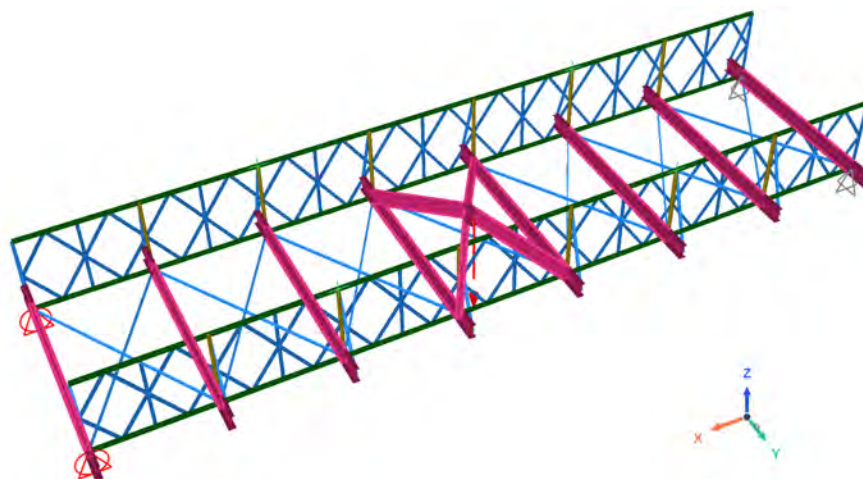
Nodo	Trasl. X	Trasl. Y	Trasl. Z	Rot. X	Rot. Y	Rot. Z
1	Restringido	Restringido	Restringido	Libre	Libre	Libre
82	Restringido	Restringido	Restringido	Libre	Libre	Libre
71	Libre	Restringido	Restringido	Libre	Libre	Libre
152	Libre	Restringido	Restringido	Libre	Libre	Libre

Nota. Estas restricciones resumen de manera matemática las condiciones de borde.

La configuración descrita se muestra sobre el modelo estructural en la Figura 5.10, donde se distinguen los nodos articulados y deslizantes empleados en el análisis.

Figura 5.10

Modelo estructural del puente Bailey con condiciones de apoyo articulado y deslizante.



Nota. Elaboración propia.

En la implementación computacional, las condiciones de borde se almacenan en una estructura de datos que asocia cada nodo de apoyo con los grados de libertad restringidos. De esta manera, el script reproduce directamente la configuración resumida en la Tabla 5.6. La definición de la clase **Structure** y el procedimiento completo para gestionar las restricciones se presentan en el Anexo F.

5.5. Lógica para el Cálculo Analítico de los Modos y Frecuencias Naturales

En esta sección se desarrolla el cálculo de las frecuencias naturales y los modos de vibración a partir de la condición de vibración libre. Para un sistema lineal de múltiples grados de libertad, la separación de la respuesta temporal conduce al problema generalizado de autovalores formado por las matrices globales de rigidez y masa (Chopra, 2014; Allemang y Avitabile, 2022).

$$[K - \omega^2 M]\phi = 0 \quad (94)$$

Para obtener estos valores, se plantea la condición de existencia de soluciones no triviales ($\phi \neq 0$), lo cual conduce a resolver el determinante:

$$\det([K - \omega^2 M]) = 0 \quad (95)$$

De esta ecuación se extraen los **autovalores** ($\lambda = \omega^2$), que permiten calcular directamente las frecuencias naturales mediante:

$$\omega = \sqrt{\lambda} \quad (96)$$

En la implementación, después de aplicar las restricciones y transformar el problema generalizado a su forma estándar, se emplea la función `numpy.linalg.eig` para obtener los autovalores y autovectores. La documentación de NumPy (NumPy Developers, 2026) señala que esta función calcula los autovalores y autovectores derechos de una matriz cuadrada; por ello, la transformación y la reducción de los grados de libertad se realizan previamente en el script.

Finalmente, las frecuencias obtenidas se convierten a Hertz (Hz) mediante la relación:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (97)$$

A modo de ejemplo, se desarrolla el cálculo numérico del elemento 1 (nodo 1 $\rightarrow$ nodo 2, perfil 80x40), con las propiedades exportadas directamente del modelo del software de cálculo: $A = 3.2 \times 10^{-5} \text{ m}^2$, $J = I_x = 2.133 \times 10^{-10} \text{ m}^4$, $I_y = 4.267 \times 10^{-11} \text{ m}^4$, $I_z = 1.707 \times 10^{-10} \text{ m}^4$. Para el acero ASTM A36 se emplearon las propiedades mecánicas adoptadas en el escalamiento del modelo: módulo de elasticidad $E = 200 \text{ GPa}$, densidad $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ y módulo de corte $G = 77 \text{ GPa}$. Con los nodos 1 (0, 0, 0) mm y 2 (0, 0, 110) mm, la longitud del elemento es $L = 0.110 \text{ m}$. Aplicando las expresiones de la Sección de Fundamento Teórico de la Matriz de Rigidez:

$$k_{axial} = \frac{EA}{L} = \frac{(200 \times 10^9)(3.2 \times 10^{-5})}{0.110} = 5.818 \times 10^7 \text{ N/m}$$

$$\frac{12EI_z}{L^3} = \frac{12(200 \times 10^9)(1.707 \times 10^{-10})}{(0.110)^3} = 3.078 \times 10^5 \text{ N/m}, \quad \frac{12EI_y}{L^3} = 7.694 \times 10^4 \text{ N/m}$$

$$k_{torsion} = \frac{GJ}{L} = \frac{(77 \times 10^9)(2.133 \times 10^{-10})}{0.110} = 149.3 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$$

Para la matriz de masa consistente, el factor de escala es $\frac{\rho AL}{420} = 6.579 \times 10^{-5} \text{ kg}$. Los términos diagonales de traslación axial (140) y los de torsión, ya corregidos con el factor $J/A = 6.667 \times 10^{-6} \text{ m}^2$, resultan:

$$140 \left(\frac{\rho AL}{420} \right) = 9.211 \times 10^{-3} \text{ kg}, \quad 140 \frac{J}{A} \left(\frac{\rho AL}{420} \right) = 6.139 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Con estos datos se obtiene, calculado directamente por el software, el bloque de rotación 3×3 que ubica el eje local x del elemento (vertical, paralelo al eje global Z) dentro de la matriz de transformación $[T]$ (bloque-diagonal, repetido 4 veces según la Ecuación de Matriz de Transformación de Coordenadas Locales a Globales):

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La matriz constitutiva $[D]$ de este elemento resulta:

$$[D] = \text{diag}(EA, EI_y, EI_z, GJ) = \text{diag}(6.40 \times 10^6, 8.534, 34.14, 16.42) \text{ N, N} \cdot \text{m}^2$$

y la matriz $[B(x)]$, evaluada con $L = 0.11$ m, conserva la forma funcional ya establecida en el Capítulo II (lineal en el término axial y de torsión, Hermite en los de flexión), sin necesitar sustitución adicional al ser x/L adimensional. El vector de desplazamientos nodales de este elemento es:

$$\{d\} = \{u_x^{(1)}, u_y^{(1)}, u_z^{(1)}, \theta_x^{(1)}, \theta_y^{(1)}, \theta_z^{(1)}, u_x^{(2)}, u_y^{(2)}, u_z^{(2)}, \theta_x^{(2)}, \theta_y^{(2)}, \theta_z^{(2)}\}^T$$

Con estos elementos ya definidos, la matriz de rigidez local completa $[k_{local}]$ (N/m, N·m/rad) es:

$$[k_{local}] = \begin{bmatrix} 5.818 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5.818 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.078 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 & 1.693 \times 10^4 & 0 & -3.078 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 & 1.693 \times 10^4 \\ 0 & 0 & 7.694 \times 10^4 & 0 & -4232 & 0 & 0 & 0 & -7.694 \times 10^4 & 0 & -4232 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 149.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -149.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4232 & 0 & 310.3 & 0 & 0 & 0 & 4232 & 0 & 155.2 & 0 \\ 0 & 1.693 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 1241 & 0 & -1.693 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 620.7 \\ -5.818 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.818 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3.078 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 & -1.693 \times 10^4 & 0 & 3.078 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 & -1.693 \times 10^4 \\ 0 & 0 & -7.694 \times 10^4 & 0 & 4232 & 0 & 0 & 0 & 7.694 \times 10^4 & 0 & 4232 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -149.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 149.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4232 & 0 & 155.2 & 0 & 0 & 0 & 4232 & 0 & 310.3 & 0 \\ 0 & 1.693 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 620.7 & 0 & -1.693 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 1241 \end{bmatrix}$$

y la matriz de masa consistente local $[m_{local}]$ (kg, kg·m²), ya con el factor J/A corregido en los términos torsionales, es:

$$[m_{local}] = \begin{bmatrix} 0.009211 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.004605 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01026 & 0 & 0 & 0 & 1.592 \times 10^{-4} & 0 & 0.003553 & 0 & 0 & 0 & -9.408 \times 10^{-5} \\ 0 & 0 & 0.01026 & 0 & -1.592 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0.003553 & 0 & 9.408 \times 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6.139 \times 10^{-8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.07 \times 10^{-8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.592 \times 10^{-4} & 0 & 3.184 \times 10^{-6} & 0 & 0 & 0 & -9.408 \times 10^{-5} & 0 & -2.388 \times 10^{-6} & 0 \\ 0 & 1.592 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 3.184 \times 10^{-6} & 0 & 9.408 \times 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & -2.388 \times 10^{-6} \\ 0.004605 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.009211 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.003553 & 0 & 0 & 0 & 9.408 \times 10^{-5} & 0 & 0.01026 & 0 & 0 & 0 & -1.592 \times 10^{-4} \\ 0 & 0 & 0.003553 & 0 & -9.408 \times 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & 0.01026 & 0 & 1.592 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.07 \times 10^{-8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.139 \times 10^{-8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9.408 \times 10^{-5} & 0 & -2.388 \times 10^{-6} & 0 & 0 & 0 & 1.592 \times 10^{-4} & 0 & 3.184 \times 10^{-6} & 0 \\ 0 & -9.408 \times 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & -2.388 \times 10^{-6} & 0 & -1.592 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 3.184 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

Este mismo procedimiento, aplicado a los 484 elementos del modelo y ensamblado según la Sección de Proceso de Ensamblaje, es el que produce las matrices globales $[K]$ y $[M]$ utilizadas para resolver el problema de autovalores de la Ecuación (94).

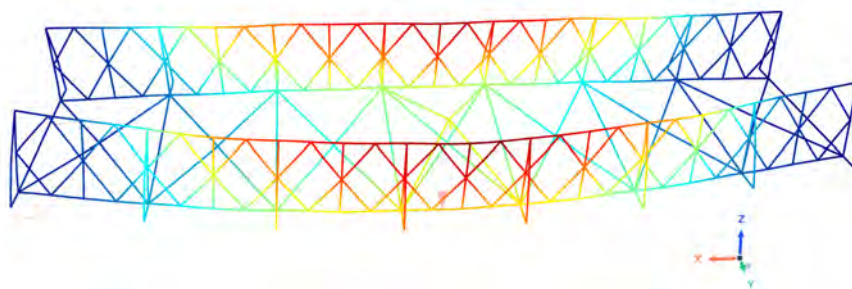
Culminada la etapa de cálculo, se procede a la fase de presentación de resultados. En esta sección se muestran únicamente los resultados correspondientes a las frecuencias naturales analizadas en el estudio.

5.6. Resultados Obtenidos

A continuación, se muestran las frecuencias naturales y los modos de vibración identificados a partir del cálculo de análisis analítico para el modelo a escala de puente Bailey.

Figura 5.11

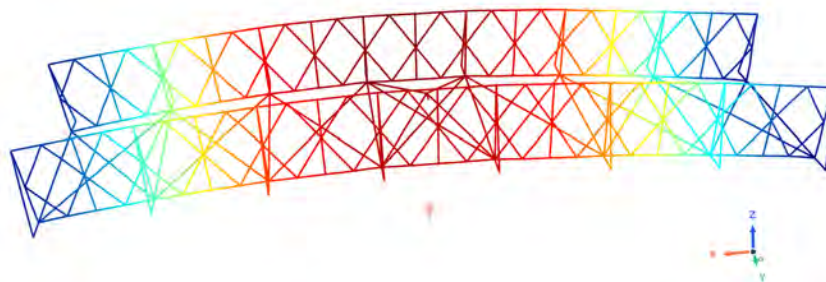
Frecuencia natural de 60.770 Hz, primer modo global de torsión.



Nota. La forma modal corresponde al primer modo global de torsión adoptado para la correlación entre los enfoques analítico, numérico y experimental. Elaboración propia.

Figura 5.12

Frecuencia natural de 73.802 Hz, primer modo global de flexión vertical.

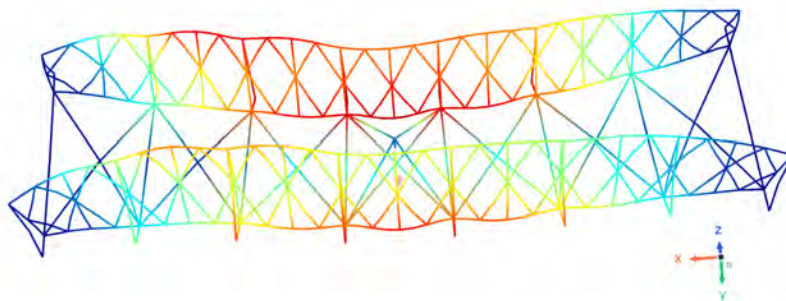


Nota. La forma modal corresponde al primer modo global de flexión vertical adoptado para la correlación entre los enfoques analítico, numérico y experimental. Elaboración propia.

Las frecuencias naturales de interés para el análisis dinámico estructural son 60.770 Hz, 73.802 Hz y 120.226 Hz. Para mantener una nomenclatura modal uniforme en la tesis, estas formas se denominan, respectivamente, *primer modo global de torsión*, *primer modo global de flexión vertical* y *segundo modo global de torsión*. Las frecuencias conservan los valores propios del cálculo analítico; la denominación se establece por correspondencia con las formas modales identificadas mediante CMIF. En el Capítulo VIII se presenta la comparación y validación de estos resultados frente a los obtenidos mediante metodologías analítica y experimental.

Figura 5.13

Frecuencia natural de 120.226 Hz, segundo modo global de torsión.



Nota. La forma modal corresponde al segundo modo global de torsión adoptado para la correlación entre los enfoques analítico, numérico y experimental. Elaboración propia.

5.7. Cálculo Analítico para la Respuesta a la Excitación Armónica

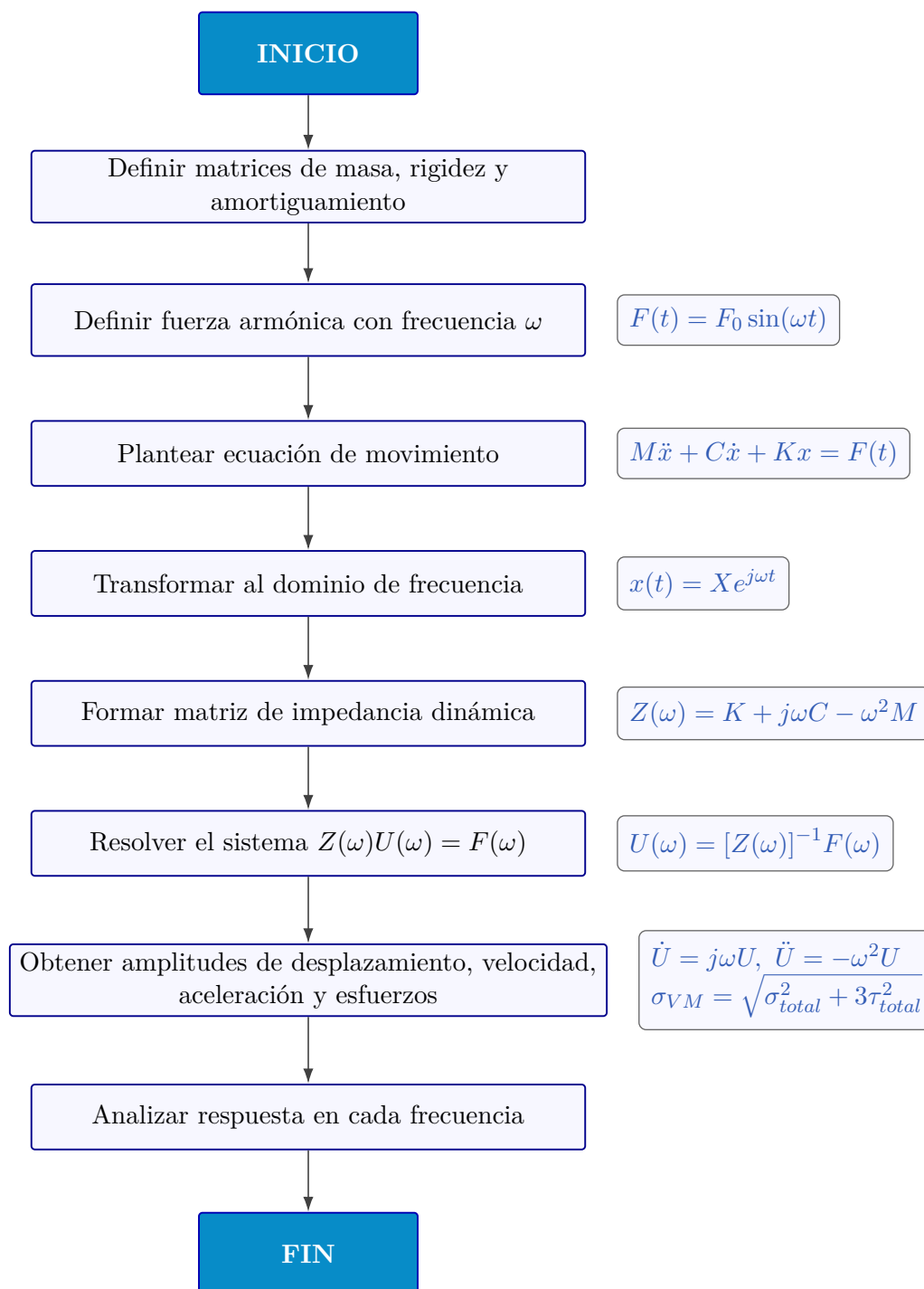
5.7.1. Flujograma del Proceso de Obtención de Amplitudes

Para calcular la respuesta dinámica estacionaria bajo una excitación armónica de frecuencia definida, se utiliza el método directo en el dominio de la frecuencia. Este procedimiento permite obtener, a partir de la matriz de rigidez dinámica, las amplitudes complejas de desplazamiento y derivar de ellas la velocidad, la aceleración y los esfuerzos (Chopra, 2014; Rao, 2010).

Como se resume en la Figura 5.14, las cuatro respuestas dinámicas de interés —desplazamiento, velocidad, aceleración y esfuerzo— se obtienen a partir de una única solución compleja en el dominio de la frecuencia. Las relaciones cinemáticas se determinan mediante la derivación del fasor de desplazamiento, mientras que los esfuerzos se recuperan a partir de las fuerzas internas de cada elemento (Chopra, 2014; Moaveni, 2015). El desarrollo con sustitución numérica se presenta en las secciones *Obtención de Amplitudes de Desplazamiento, Velocidad y Aceleración* y *Resolución del Sistema de Ecuaciones*.

- i. **Desplazamiento** $\{U\}$: se obtiene al resolver directamente el sistema lineal complejo

$$[Z(\omega)]\{U\} = \{F(\omega)\}, \quad [Z(\omega)] = [K] + j\omega[C] - \omega^2[M]$$

Figura 5.14*Flujograma de cálculo a respuesta armónica.**Nota.* Elaboración propia.

para cada frecuencia ω del barrido. El módulo $|\{U\}|$ de cada grado de libertad es la amplitud de desplazamiento (deformación) y su argumento, la fase respecto a la fuerza de excitación.

- ii. **Velocidad** $\{\dot{U}\}$ y **aceleración** $\{\ddot{U}\}$: no requieren resolver un nuevo sistema, ya que bajo excitación armónica toda magnitud responde como $x(t) = Xe^{j\omega t}$, de modo que derivar en el tiempo equivale a multiplicar por $j\omega$ en el dominio de la frecuencia:

$$\{\dot{U}\} = j\omega\{U\}, \quad \{\ddot{U}\} = (j\omega)^2\{U\} = -\omega^2\{U\}$$

- iii. **Esfuerzo**: a partir de $\{U\}$ se recuperan, por elemento, las fuerzas internas complejas N , F_y , F_z , T , M_y y M_z , con las cuales se calculan el esfuerzo normal y el esfuerzo cortante totales:

$$\sigma_{total} = \frac{|N|}{A} + \frac{|M_y|z_{max}}{I_y} + \frac{|M_z|y_{max}}{I_z}, \quad \tau_{total} = \frac{|T|y_{max}}{J} + \kappa \frac{|F_y| + |F_z|}{A}$$

y finalmente el esfuerzo equivalente de Von Mises:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_{total}^2 + 3\tau_{total}^2}$$

La configuración geométrica de los puntos de medición y la ubicación de la masa del motor se muestran en la Figura 5.15.

5.7.2. Definimos las Matrices de Masa [m], Rigidez [K] y Amortiguamiento [C].

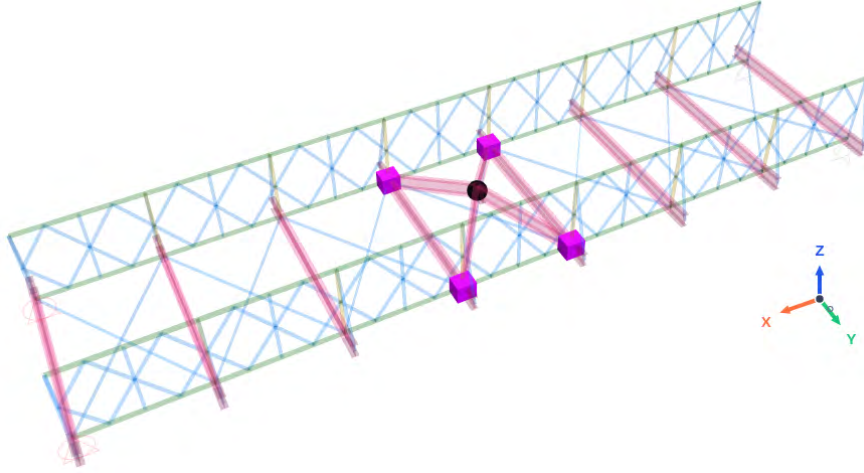
Se definen las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento del modelo estructural, las cuales ya fueron obtenidas previamente durante el análisis modal. Asimismo, se dispone de las frecuencias naturales y modos de vibración derivados del cálculo analítico modal, que servirán como base para el desarrollo del análisis dinámico frente a una excitación armónica.

Para construir la matriz de amortiguamiento $[C]$, se adopta el modelo proporcional de Rayleigh. En este enfoque, el amortiguamiento se representa mediante una combinación lineal de las matrices de masa $[M]$ y rigidez $[K]$, de modo que la razón de amortiguamiento modal queda definida por dos coeficientes ajustados en frecuencias seleccionadas (Chopra, 2014):

$$C = \alpha M + \beta K \quad (98)$$

Figura 5.15

Configuración geométrica de los puntos de medición y la ubicación geométrica de la masa del motor.



Nota. Elaboración propia. Verde: cuerdas superior e inferior del tablero; celeste: diagonales de arriostramiento; caqui: montantes verticales; cubos magenta: puntos de medición instrumentados; esfera negra: masa del motor de excitación; líneas magenta: elementos rígidos (RBE) que vinculan la masa del motor con los puntos de medición cercanos. Triada de ejes: X (naranja), Y (verde), Z (azul).

Donde: α y β son los coeficientes de amortiguamiento proporcionales a la masa y a la rigidez, respectivamente.

Para el cálculo del amortiguamiento de Rayleigh (α y β) es necesario definir la relación de amortiguamiento (ζ) y seleccionar dos frecuencias naturales de la estructura (ω_i y ω_j , en rad/s), de modo que:

$$\zeta = \frac{\alpha}{2\omega} + \frac{\beta\omega}{2} \quad (99)$$

Al evaluar esta ecuación en las dos frecuencias seleccionadas, se obtiene un sistema de ecuaciones lineales que permite determinar los coeficientes:

$$\alpha = 2\zeta \frac{\omega_i\omega_j}{(\omega_i + \omega_j)}; \quad \beta = \frac{2\zeta}{(\omega_i + \omega_j)} \quad (100)$$

Para la selección de las frecuencias se tendrá en cuenta estas consideraciones para una obtención de resultados de mayor calidad:

- La primera frecuencia natural, por su alta participación modal.
- Una frecuencia superior, asociada a un modo de masa significativa o cercana a la frecuencia de excitación externa.

De esta forma, el modelo de Rayleigh combina el amortiguamiento proporcional a la masa (α) y a la rigidez (β), logrando una aproximación adecuada del comportamiento real del sistema dentro del rango de interés.

En la Tabla 5.7 se presentan las consideraciones para la selección de los valores de la relación de amortiguamiento (ζ), de acuerdo con el tipo de estructura y las características de sus uniones.

Tabla 5.7

Valores típicos de la relación de amortiguamiento estructural (ζ) según tipo de estructura o material

Tipo de estructura / material	Rango típico de ζ (aproximado)	Comentarios / aplicaciones
Estructuras metálicas continuas (sin juntas importantes)	0,02 – 0,04 (2 % – 4 %)	Para vigas y pórticos bien soldados (JPE)
Estructuras metálicas con uniones, soldaduras, conexiones	0,03 – 0,07 (3 % – 7 %)	Las juntas y deslizamientos internos aumentan las pérdidas (JPE)

Nota. Los valores de amortiguamiento (ζ) son aproximados y dependen de las condiciones de operación, el tipo de unión y las propiedades del material. Estos rangos fueron adaptados de JPE Innovations (2023), Structural damping properties of mechanical systems. Recuperado de <https://www.jpe-innovations.com/precision-point/structural-damping-properties-mechanical-systems>

Se seleccionó un amortiguamiento del 4 %, considerando que el puente Bailey presenta uniones soldadas y conexiones atornilladas, con este dato se procederá a calcular la matriz de masa.

Para el proceso de cálculo, se empleó el script correspondiente, disponible en el Anexo F.

5.7.3. Definición y Aplicación de la Excitación Armónica en el Modelo Estructural.

Para representar la vibración inducida por el motor con masa desbalanceada, se define una fuerza armónica rotatoria. La amplitud centrífuga es proporcional al producto masa-excentricidad y al cuadrado de la velocidad angular, mientras que sus componentes ortogonales describen la fuerza giratoria en el plano normal al eje del rotor (Rao, 2010). Para el presente caso se adoptan las siguientes consideraciones:

Punto de aplicación: corresponde al centro de masa del motor.

Naturaleza de la dirección: la excitación simula la masa rotatoria, en este caso con eje en dirección del eje X, generando una fuerza centrífuga en el plano Y-Z. Para representarlo en el modelo analítico, se descompondrá en dos componentes ortogonales:

- Una componente en dirección Y.

- Una componente en dirección Z, desfasada 90 grados respecto a la primera.
- Magnitud de la fuerza: la magnitud de la fuerza estará definida por la ecuación:

$$\{F(t)\} = \{F_0\} \sin(\omega t) \quad (101)$$

Rango de frecuencia de barrido: el análisis se realizará en un rango definido por dos frecuencias naturales calculadas anteriormente.

Una vez definidas las condiciones de borde de la estructura, se procedió a ingresar los datos en el script mediante el formato JSON correspondiente, disponible en el Anexo F.

5.7.4. Planteamiento de la Ecuación de Movimiento

La ecuación matricial de movimiento para un sistema estructural lineal amortiguado se expresa como (Chopra, 2014; Rao, 2010):

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F(t)\} \quad (102)$$

donde $[M]$, $[C]$ y $[K]$ son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente; $\{x\}$ representa los desplazamientos nodales y $\{F(t)\}$, la fuerza de excitación armónica dependiente del tiempo.

5.7.5. Transformación al Dominio de la Frecuencia

Para resolver el sistema en régimen estacionario, la ecuación de movimiento se transforma al **dominio de la frecuencia** mediante una representación fasorial compleja (Chopra, 2014):

$$\{u(t)\} = \text{Re} \left\{ \{U\} e^{j\omega t} \right\} \quad (103)$$

Al sustituir esta expresión en la ecuación de movimiento, se obtiene la forma compleja:

$$(-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])\{U\} = \{F\} \quad (104)$$

5.7.6. Formación de la Matriz de Impedancia Dinámica

El término entre paréntesis se conoce como **matriz de impedancia dinámica** o matriz de rigidez dinámica (Chopra, 2014; Rao, 2010):

$$[Z(\omega)] = [K] + j\omega[C] - \omega^2[M] \quad (105)$$

Esta matriz combina los efectos de **inercia**, **amortiguamiento** y **rigidez** para cada frecuencia de análisis.

5.7.7. Resolución del Sistema de Ecuaciones

Para cada frecuencia ω del barrido, se ensambla $[Z(\omega)]$ con las matrices globales $[K]$ y $[M]$ ya obtenidas en el análisis modal y la matriz de amortiguamiento $[C]$ (definida a continuación), y se resuelve el sistema dinámico despejando el vector de desplazamientos complejos:

$$[Z(\omega)]\{U\} = \{F(\omega)\} \quad (106)$$

El resultado $\{U\}$ contiene las **amplitudes y fases** de desplazamiento en todos los grados de libertad, para cada frecuencia del barrido.

5.7.8. Obtención de Amplitudes de Desplazamiento, Velocidad y Aceleración

Bajo excitación armónica, toda magnitud responde como $x(t) = X e^{j\omega t}$, de modo que derivar respecto al tiempo equivale a multiplicar por $j\omega$. Por eso, a partir del mismo $\{U\}$ obtenido en la sección anterior, se obtienen directamente las amplitudes de **velocidad** y **aceleración** para cada nodo, sin necesidad de resolver un nuevo sistema:

$$\{\dot{U}\} = j\omega\{U\} \quad (107)$$

$$\{\ddot{U}\} = (j\omega)^2\{U\} = -\omega^2\{U\} \quad (108)$$

Estos tres resultados —desplazamiento $\{U\}$, velocidad $\{\dot{U}\}$ y aceleración $\{\ddot{U}\}$ — permiten identificar los puntos con **mayor respuesta dinámica** dentro de la estructura.

La matriz $[C]$ se construye mediante amortiguamiento de Rayleigh, definido a partir de la primera frecuencia natural del modelo ($f_1 = 60.770$ Hz, $\omega_1 = 2\pi f_1 = 381.83$ rad/s) para un amortiguamiento objetivo $\zeta = 0.04$:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K], \quad \alpha = 0, \quad \beta = \frac{2\zeta}{\omega_1} = \frac{2(0.04)}{381.83} = 2.095 \times 10^{-4} \text{ s}$$

Para la fuerza de excitación, se define un caso de masa desbalanceada en el nodo 163 ($m = 0.029$ kg, $e = 0.0508$ m) barrido a $f = 60$ Hz ($\Omega = 2\pi f = 376.99$ rad/s), cuya magnitud resulta:

$$F(\Omega) = (m \cdot e)\Omega^2 = (0.029 \times 0.0508)(376.99)^2 = 209.4 \text{ N}$$

Con $[K]$, $[M]$ y $[C]$ ya definidos, la matriz de impedancia dinámica para este barrido es:

$$[Z(\Omega)] = [K] + j(376.99)[C] - (376.99)^2[M]$$

A nivel de elemento, con k_{local} y m_{local} ya calculados, la matriz de amortiguamiento local es $c_{local} = \alpha m_{local} + \beta k_{local} = \beta k_{local}$ (por ser $\alpha = 0$):

$$[c_{local}] = \begin{bmatrix} 1.219 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.219 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 64.48 & 0 & 0 & 0 & 3.547 & 0 & -64.48 & 0 & 0 & 0 & 3.547 \\ 0 & 0 & 16.12 & 0 & -0.8865 & 0 & 0 & 0 & -16.12 & 0 & -0.8865 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.03128 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.03128 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.8865 & 0 & 0.06501 & 0 & 0 & 0 & 0.8865 & 0 & 0.03251 & 0 \\ 0 & 3.547 & 0 & 0 & 0 & 0.2601 & 0 & -3.547 & 0 & 0 & 0 & 0.13 \\ -1.219 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.219 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -64.48 & 0 & 0 & 0 & -3.547 & 0 & 64.48 & 0 & 0 & 0 & -3.547 \\ 0 & 0 & -16.12 & 0 & 0.8865 & 0 & 0 & 0 & 16.12 & 0 & 0.8865 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.03128 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.03128 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.8865 & 0 & 0.03251 & 0 & 0 & 0 & 0.8865 & 0 & 0.06501 & 0 \\ 0 & 3.547 & 0 & 0 & 0 & 0.13 & 0 & -3.547 & 0 & 0 & 0 & 0.2601 \end{bmatrix}$$

Con esta $[c_{local}]$, la matriz de impedancia dinámica local resulta con parte real $\text{Re}[Z_{local}(\Omega)] = k_{local} - \Omega^2 m_{local}$ y parte imaginaria $\text{Im}[Z_{local}(\Omega)] = \Omega c_{local}$:

$$\text{Re}[Z_{local}(\Omega)] = \begin{bmatrix} 5.818 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5.818 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.063 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 & 1.691 \times 10^4 & 0 & -3.083 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 & 1.694 \times 10^4 \\ 0 & 0 & 7.548 \times 10^4 & 0 & -4209 & 0 & 0 & 0 & -7.745 \times 10^4 & 0 & -4245 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 149.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -149.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4209 & 0 & 309.9 & 0 & 0 & 0 & 4245 & 0 & 155.5 & 0 \\ 0 & 1.691 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 1241 & 0 & -1.694 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 621.1 \\ -5.818 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.818 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3.083 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 & -1.694 \times 10^4 & 0 & 3.063 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 & -1.691 \times 10^4 \\ 0 & 0 & -7.745 \times 10^4 & 0 & 4245 & 0 & 0 & 0 & 7.548 \times 10^4 & 0 & 4209 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -149.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 149.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4245 & 0 & 155.5 & 0 & 0 & 0 & 4209 & 0 & 309.9 & 0 \\ 0 & 1.694 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 621.1 & 0 & -1.691 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 1241 \end{bmatrix}$$

$$\text{Im}[Z_{local}(\Omega)] = \begin{bmatrix} 4.595 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4.595 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.431 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 1337 & 0 & -2.431 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 1337 \\ 0 & 0 & 6077 & 0 & -334.2 & 0 & 0 & 0 & -6077 & 0 & -334.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 11.79 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -11.79 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -334.2 & 0 & 24.51 & 0 & 0 & 0 & 334.2 & 0 & 12.25 & 0 \\ 0 & 1337 & 0 & 0 & 0 & 98.05 & 0 & -1337 & 0 & 0 & 0 & 49.02 \\ -4.595 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.595 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2.431 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & -1337 & 0 & 2.431 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & -1337 \\ 0 & 0 & -6077 & 0 & 334.2 & 0 & 0 & 0 & 6077 & 0 & 334.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -11.79 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11.79 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -334.2 & 0 & 12.25 & 0 & 0 & 0 & 334.2 & 0 & 24.51 & 0 \\ 0 & 1337 & 0 & 0 & 0 & 49.02 & 0 & -1337 & 0 & 0 & 0 & 98.05 \end{bmatrix}$$

Resolviendo $[Z(\Omega)]\{U\} = \{F(\Omega)\}$ para los 484 elementos ensamblados se obtienen los desplazamientos y velocidades complejas de cada grado de libertad, presentados a continuación.

Con $\{U\}$ resuelto, cada elemento obtiene sus fuerzas internas complejas N , F_y , F_z , T , M_y , M_z y se evalúa el criterio de Von Mises de la Sección de Cálculo de Esfuerzos. Para el Elemento 1 (perfil 80x40, $A = 3.2 \times 10^{-5} \text{ m}^2$, $y_{max} = 0.004 \text{ m}$, $z_{max} = 0.002 \text{ m}$, $J = 2.133 \times 10^{-10} \text{ m}^4$, $\kappa = 5/6$), la expresión sustituida es:

$$\sigma_{total} = \frac{|N|}{3.2 \times 10^{-5}} + \frac{|M_y|(0.002)}{4.267 \times 10^{-11}} + \frac{|M_z|(0.004)}{1.707 \times 10^{-10}}, \quad \tau_{total} = \frac{|T|(0.004)}{2.133 \times 10^{-10}} + \frac{5}{6} \frac{|F_y| + |F_z|}{3.2 \times 10^{-5}}$$

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_{total}^2 + 3\tau_{total}^2}$$

Los valores de N , F_y , F_z , T , M_y y M_z para el Elemento 1 bajo este barrido específico dependen de la solución completa del sistema ensamblado (484 elementos, $\{U\}$ global) y no se reproducen aquí de forma manual; el Capítulo VII presenta los resultados de esfuerzo ya calculados por el software para el caso de resonancia estudiado.

5.7.9. Resultados

Una vez concluido el proceso de cálculo, se recopilaron los datos de respuesta dinámica en cuadros resumen, correspondientes a los distintos puntos de medición definidos en el modelo estructural. Las mediciones se realizaron en los ejes Y y Z, al ser estos los más influyentes en el comportamiento dinámico del puente Bailey. Los registros obtenidos permiten analizar la respuesta de vibración ante diferentes frecuencias de excitación armónica.

Los datos obtenidos corresponden a valores de desplazamiento en amplitud máxima pico (0-pk) y su equivalente RMS bajo excitación armónica, para las tres frecuencias naturales identificadas por el modelo (60.770 Hz, 73.802 Hz y 120.226 Hz), con una masa excitadora de 29 gramos y excentricidad de 50.8 mm.

Tabla 5.8

Desplazamiento pico y RMS en los puntos de medición a 60.770 Hz

Punto de medición	Nodo local	Desplazamiento pico		Desplazamiento RMS	
		$u_{pk,Y}$ [mm]	$u_{pk,Z}$ [mm]	$u_{RMS,Y}$ [mm]	$u_{RMS,Z}$ [mm]
1	31	0.254	0.122	0.178	0.086
2	112	0.257	0.165	0.180	0.114
3	41	0.240	0.102	0.171	0.077
4	122	0.264	0.167	0.189	0.116

Nota. Los valores RMS corresponden a una respuesta armónica sinusoidal y se obtienen mediante $u_{RMS} = u_{pk}/\sqrt{2}$. Los puntos 1, 2, 3 y 4 corresponden a los nodos 31, 112, 41 y 122, respectivamente. Elaboración propia.

Tabla 5.9*Desplazamiento pico y RMS en los puntos de medición a 73.802 Hz*

Punto de medición	Nodo local	Desplazamiento pico		Desplazamiento RMS	
		$u_{pk,Y}$ [mm]	$u_{pk,Z}$ [mm]	$u_{RMS,Y}$ [mm]	$u_{RMS,Z}$ [mm]
1	31	0.134	0.203	0.096	0.141
2	112	0.119	0.166	0.083	0.118
3	41	0.139	0.268	0.101	0.191
4	122	0.125	0.231	0.091	0.164

Nota. Los valores RMS corresponden a una respuesta armónica sinusoidal y se obtienen mediante $u_{RMS} = u_{pk}/\sqrt{2}$. Los puntos 1, 2, 3 y 4 corresponden a los nodos 31, 112, 41 y 122, respectivamente. Elaboración propia.

Tabla 5.10*Desplazamiento pico y RMS en los puntos de medición a 120.226 Hz*

Punto de medición	Nodo local	Desplazamiento pico		Desplazamiento RMS	
		$u_{pk,Y}$ [mm]	$u_{pk,Z}$ [mm]	$u_{RMS,Y}$ [mm]	$u_{RMS,Z}$ [mm]
1	31	0.076	0.084	0.051	0.060
2	112	0.070	0.228	0.047	0.164
3	41	0.115	0.215	0.081	0.154
4	122	0.128	0.229	0.089	0.165

Nota. Los valores RMS corresponden a una respuesta armónica sinusoidal y se obtienen mediante $u_{RMS} = u_{pk}/\sqrt{2}$. Los puntos 1, 2, 3 y 4 corresponden a los nodos 31, 112, 41 y 122, respectivamente. Elaboración propia.

Adicionalmente, se presentan las velocidades pico y RMS, la aceleración y el esfuerzo equivalente de von Mises en los mismos cuatro puntos de medición. Para conservar una lectura uniforme, las tablas se organizan en orden ascendente de frecuencia: 60.770 Hz, 73.802 Hz y 120.226 Hz.

Tabla 5.11*Velocidad de vibración pico y RMS en los puntos de medición a 60.770 Hz*

Punto de medición	Nodo local	Velocidad pico		Velocidad RMS	
		$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]
1	31	157.46	172.14	111.35	121.74
2	112	158.63	111.81	112.17	79.08
3	41	158.82	174.17	112.31	123.17
4	122	159.38	110.74	112.70	78.32

Nota. Los valores RMS corresponden a una respuesta armónica sinusoidal y se obtienen mediante $V_{RMS} = V_{pk}/\sqrt{2}$. Los puntos 1, 2, 3 y 4 corresponden a los nodos 31, 112, 41 y 122, respectivamente. Elaboración propia.

Tabla 5.12*Velocidad de vibración pico y RMS en los puntos de medición a 73.802 Hz*

Punto de medición	Nodo local	Velocidad pico		Velocidad RMS	
		$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]
1	31	68.49	347.61	48.44	245.78
2	112	75.76	236.58	53.58	167.31
3	41	70.14	360.02	49.60	254.56
4	122	75.46	248.63	53.36	175.81

Nota. Los valores RMS corresponden a una respuesta armónica sinusoidal y se obtienen mediante $V_{RMS} = V_{pk}/\sqrt{2}$. Los puntos 1, 2, 3 y 4 corresponden a los nodos 31, 112, 41 y 122, respectivamente. Elaboración propia.

Tabla 5.13*Velocidad de vibración pico y RMS en los puntos de medición a 120.226 Hz*

Punto de medición	Nodo local	Velocidad pico		Velocidad RMS	
		$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]
1	31	119.11	234.11	84.22	165.54
2	112	117.15	65.51	82.84	46.33
3	41	118.07	238.74	83.49	168.81
4	122	116.33	62.30	82.26	44.05

Nota. Los valores RMS corresponden a una respuesta armónica sinusoidal y se obtienen mediante $V_{RMS} = V_{pk}/\sqrt{2}$. Los puntos 1, 2, 3 y 4 corresponden a los nodos 31, 112, 41 y 122, respectivamente. Elaboración propia.

Tabla 5.14*Aceleración pico en los puntos de medición a 60.770 Hz*

Punto de medición	Nodo local	Aceleración pico			
		$a_{pk,X}$ [mm/s ²]	$a_{pk,Y}$ [mm/s ²]	$a_{pk,Z}$ [mm/s ²]	$ a_{pk} $ [mm/s ²]
1	31	2253.2	60124.4	65727.4	89107.3
2	112	1977.4	60568.6	42691.6	74128.6
3	41	1696.8	60643.1	66502.4	90016.8
4	122	1090.2	60856.0	42285.1	74112.5

Nota. Amplitudes pico expresadas en milímetros por segundo cuadrado; se aplicó $1 \text{ m/s}^2 = 1000 \text{ mm/s}^2$. Elaboración propia.

Tabla 5.15*Aceleración pico en los puntos de medición a 73.802 Hz*

Punto de medición	Nodo local	Aceleración pico			
		$a_{pk,X}$ [mm/s ²]	$a_{pk,Y}$ [mm/s ²]	$a_{pk,Z}$ [mm/s ²]	$ a_{pk} $ [mm/s ²]
1	31	931.2	31760.3	161188.2	164290.1
2	112	1402.9	35133.0	109704.2	115001.1
3	41	4925.6	32522.8	166943.9	170153.7
4	122	3778.2	34992.7	115290.1	120542.8

Nota. Amplitudes pico expresadas en milímetros por segundo cuadrado; se aplicó $1 \text{ m/s}^2 = 1000 \text{ mm/s}^2$.
Elaboración propia.

Tabla 5.16*Aceleración pico en los puntos de medición a 120.226 Hz*

Punto de medición	Nodo local	Aceleración pico			
		$a_{pk,X}$ [mm/s ²]	$a_{pk,Y}$ [mm/s ²]	$a_{pk,Z}$ [mm/s ²]	$ a_{pk} $ [mm/s ²]
1	31	506.9	89974.6	176846.9	198420.1
2	112	906.9	88499.4	49487.1	101399.9
3	41	1569.3	89191.2	180348.7	201204.3
4	122	3532.7	87875.5	47061.2	99746.4

Nota. Amplitudes pico expresadas en milímetros por segundo cuadrado; se aplicó $1 \text{ m/s}^2 = 1000 \text{ mm/s}^2$.
Elaboración propia.

Tabla 5.17*Esfuerzo equivalente de von Mises en los nodos de interés a 60.770 Hz*

Nodo local	σ normal [MPa]	τ cortante [MPa]	σ_1 principal [MPa]	σ_2 principal [MPa]	$\tau_{\text{máx}}$ de Mohr [MPa]	σ_{VM} [MPa]
31	189.8504	15.9147	190.2929	-1.8245	95.3677	172.22
112	153.6219	15.5458	154.1279	-1.8558	77.3170	132.87
41	164.5706	15.3532	165.3329	-1.8611	83.0476	151.32
122	119.5720	14.8302	120.5406	-1.8790	60.7546	104.59

Nota. Los valores de σ_{VM} se tomaron de la visualización numérica del modelo. Elaboración propia.

Tabla 5.18*Esfuerzo equivalente de von Mises en los nodos de interés a 73.802 Hz*

Nodo local	σ normal [MPa]	τ cortante [MPa]	σ_1 principal [MPa]	σ_2 principal [MPa]	$\tau_{\text{máx}}$ de Mohr [MPa]	σ_{VM} [MPa]
31	223.0364	9.1302	223.3644	-0.9207	111.8462	223.5286
112	141.8713	6.6257	142.0541	-0.6332	71.1184	142.1455
41	226.1261	9.4496	226.5203	-0.9084	113.4573	226.7177
122	178.4605	6.1588	178.6728	-0.5728	89.4425	178.7790

Nota. Elaboración propia.**Tabla 5.19***Esfuerzo equivalente de von Mises en los nodos de interés a 120.226 Hz*

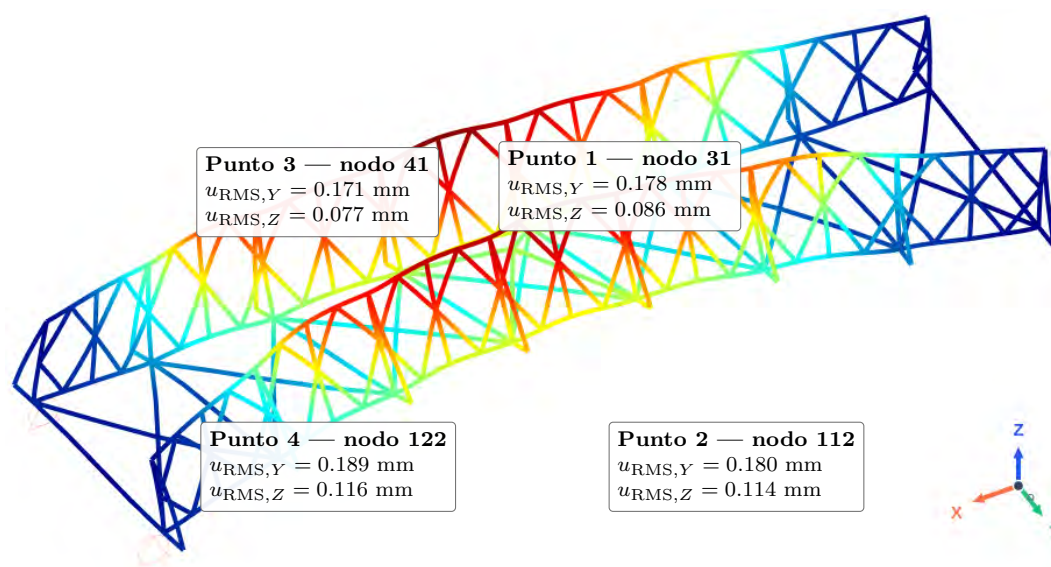
Nodo local	σ normal [MPa]	τ cortante [MPa]	σ_1 principal [MPa]	σ_2 principal [MPa]	$\tau_{\text{máx}}$ de Mohr [MPa]	σ_{VM} [MPa]
31	130.9422	10.5363	131.4968	-1.2429	66.0257	131.7750
112	119.3960	12.4838	119.7214	-1.6533	60.0234	119.8844
41	134.0578	13.5934	134.6110	-3.0203	67.5821	134.8885
122	122.1119	14.4905	122.4433	-2.5446	61.3873	122.6093

Nota. Elaboración propia.

Con el objetivo de facilitar la interpretación de los resultados, se presentan las siguientes gráficas de respuesta dinámica. En ellas se muestran las deformaciones máximas en amplitud, así como las distribuciones de velocidad, aceleración y esfuerzo equivalente de von Mises en los nodos de interés. Estos nodos corresponden a los puntos donde se ubicaron los sensores durante la fase experimental. De esta manera, es posible realizar una comparación directa entre los resultados numéricos del modelo estructural y los datos obtenidos en las mediciones experimentales.

Figura 5.16

Forma de la respuesta en desplazamiento ante la excitación armónica de 60.770 Hz, con valores RMS en los nodos de interés.

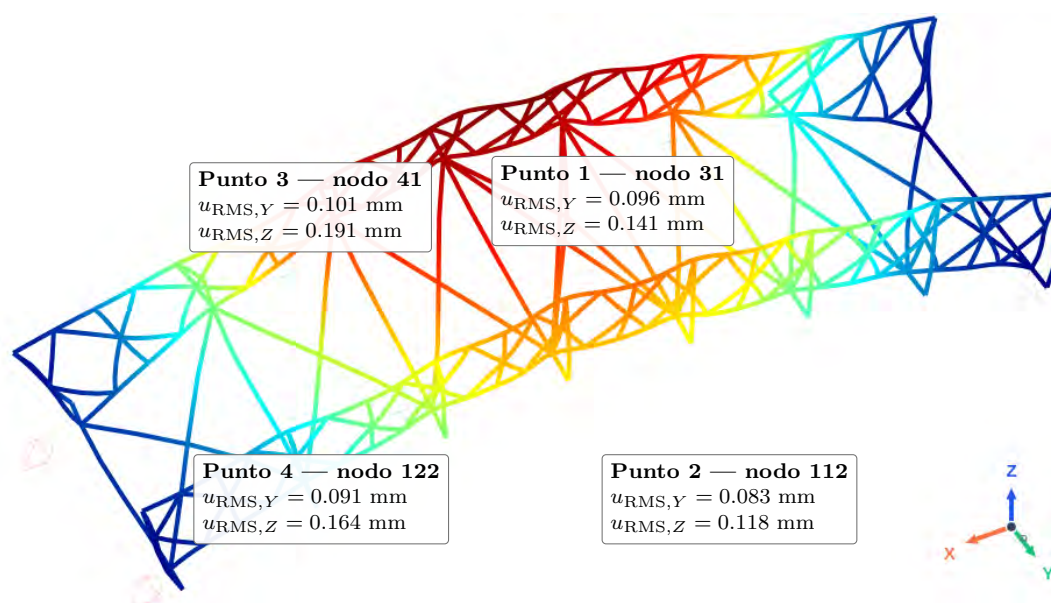


Nota. Los valores rotulados corresponden al desplazamiento RMS de la Tabla 5.8. La deformación se presenta ampliada para facilitar la interpretación. Elaboración propia.

Desde el enfoque matricial, la respuesta mostrada corresponde al vector complejo $\{U\} = [Z(\omega)]^{-1}\{F\}$ evaluado a 60.770 Hz. La proximidad con la primera frecuencia natural reduce la rigidez dinámica efectiva y amplifica los desplazamientos. La componente transversal Y varía entre 0.240 y 0.264 mm y domina sobre Z , cuyos valores se encuentran entre 0.102 y 0.167 mm. El mayor desplazamiento pico corresponde al punto 4 en Y . La geometría representa espacialmente el mismo vector de solución escalado y permite reconocer su distribución modal; no corresponde a una deformación de servicio a escala real.

Figura 5.17

Forma de la respuesta en desplazamiento ante la excitación armónica de 73.802 Hz, con valores RMS en los nodos de interés.

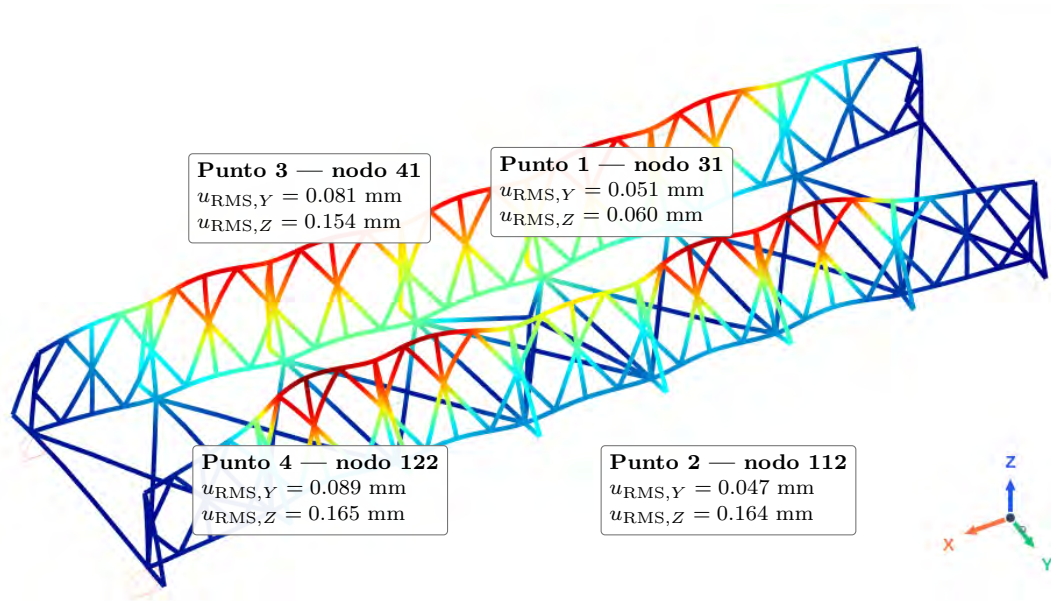


Nota. Los valores rotulados corresponden al desplazamiento RMS de la Tabla 5.9. La deformación se presenta ampliada para facilitar la interpretación. Elaboración propia.

A 73.802 Hz, la inversión de la matriz de impedancia dinámica produce una respuesta dominada por la componente Z . Los desplazamientos pico en esa dirección varían entre 0.166 y 0.268 mm, con el máximo en el punto 3, mientras que en Y permanecen entre 0.119 y 0.139 mm. Esta diferencia indica que, para esta frecuencia, la flexibilidad dinámica contenida en $[Z(\omega)]^{-1}$ favorece los grados de libertad asociados con Z . La geometría muestra la combinación espacial de amplitudes y fases obtenida al resolver simultáneamente el sistema global.

Figura 5.18

Forma de la respuesta en desplazamiento ante la excitación armónica de 120.226 Hz, con valores RMS en los nodos de interés.

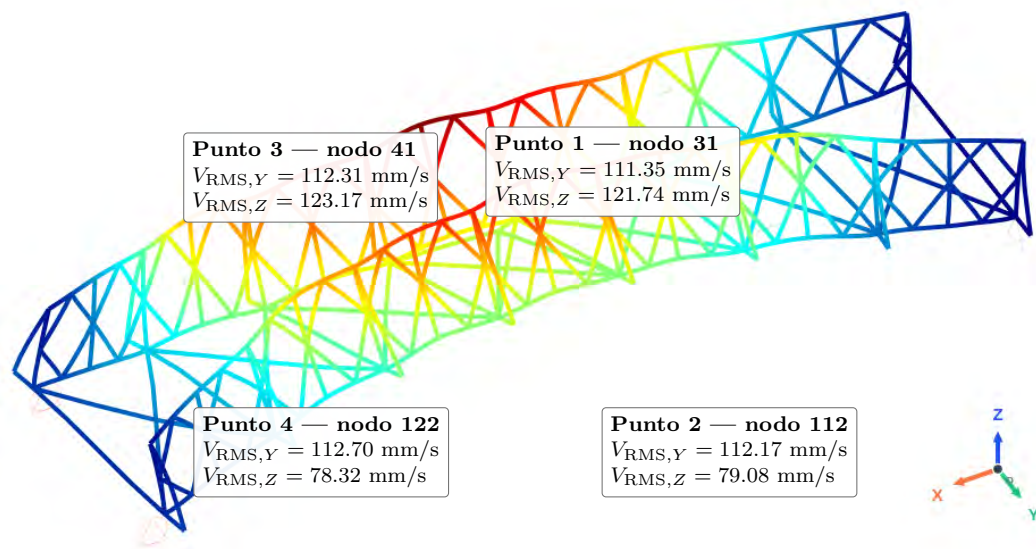


Nota. Los valores rotulados corresponden al desplazamiento RMS de la Tabla 5.10. La deformación se presenta ampliada para facilitar la interpretación. Elaboración propia.

En 120.226 Hz, el término inercial $-\omega^2[M]$ adquiere mayor peso dentro de $[Z(\omega)]$, por lo que la respuesta resulta del equilibrio entre rigidez, inercia y amortiguamiento, y no únicamente del aumento de la frecuencia. Los puntos 2, 3 y 4 concentran la mayor respuesta en Z , con valores entre 0.215 y 0.229 mm, mientras que el punto 1 registra 0.084 mm. En Y , la amplitud aumenta desde 0.070 mm en el punto 2 hasta 0.128 mm en el punto 4. Esta alternancia espacial evidencia la participación de una forma de orden superior en el vector complejo de desplazamientos.

Figura 5.19

Forma de la respuesta en velocidad ante la excitación armónica de 60.770 Hz, con valores RMS en los nodos de interés.

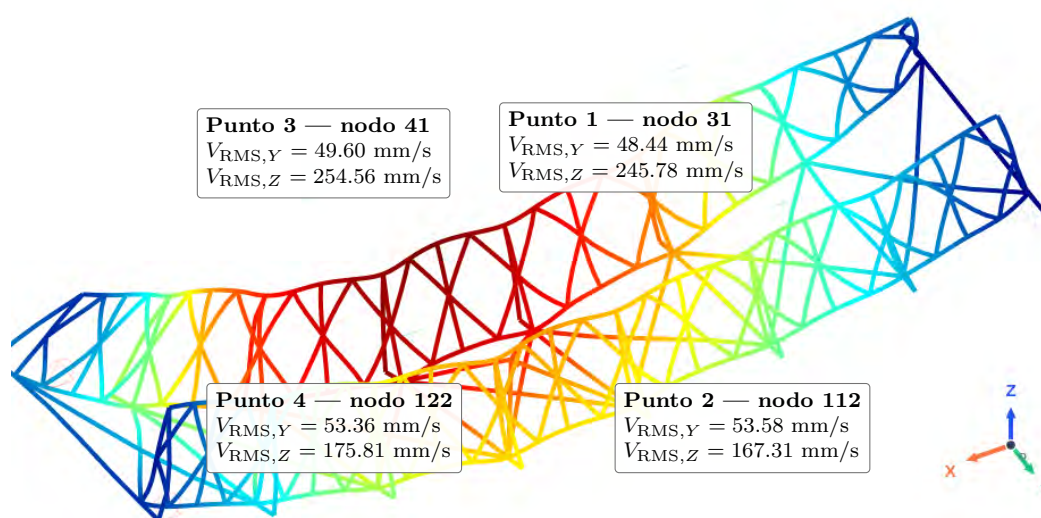


Nota. Los valores rotulados corresponden a la velocidad RMS de la Tabla 5.11. La deformación se presenta amplificada para facilitar la interpretación. Elaboración propia.

La velocidad no requiere resolver un segundo sistema, pues se obtiene directamente mediante $\{\dot{U}\} = j\omega\{U\}$. Por ello conserva la distribución espacial del desplazamiento, incrementa su amplitud en proporción a ω y presenta un adelanto de fase de 90 grados. A 60.770 Hz, $V_{pk,Y}$ varía solo entre 157.46 y 159.38 mm/s, mientras que $V_{pk,Z}$ diferencia los puntos 1 y 3, con 172.14 y 174.17 mm/s, de los puntos 2 y 4. La geometría confirma que el campo de velocidad reproduce la forma contenida en el vector $\{U\}$.

Figura 5.20

Forma de la respuesta en velocidad ante la excitación armónica de 73.802 Hz, con valores RMS en los nodos de interés.

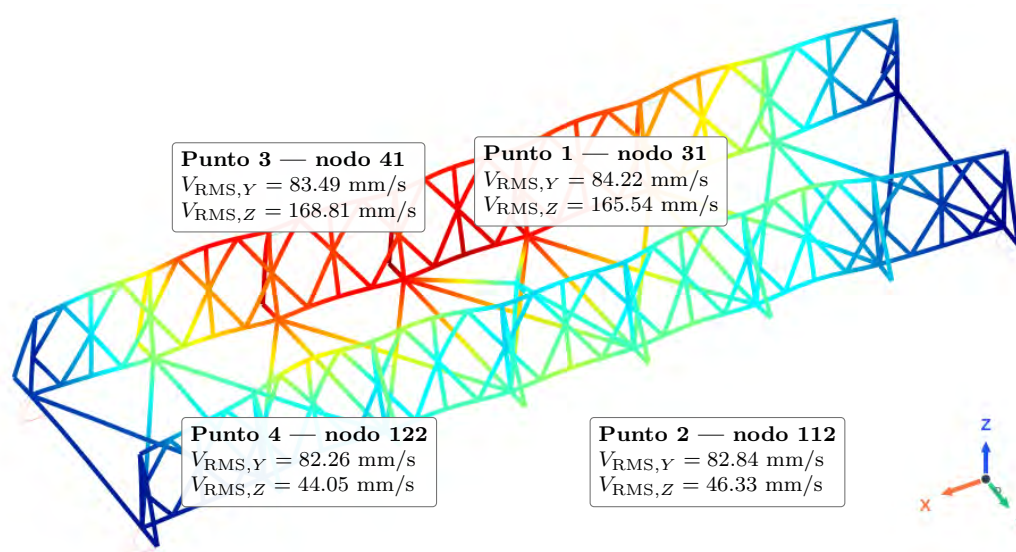


Nota. Los marcadores identifican los nodos locales 31, 112, 41 y 122 en la geometría deformada. Los valores rotulados corresponden a la velocidad RMS de la Tabla 5.12. La deformación se presenta amplificada para facilitar la interpretación de la forma de respuesta. Elaboración propia.

La transformación $\{\dot{U}\} = j\omega\{U\}$ permite interpretar la velocidad de 73.802 Hz como el mismo estado armónico de desplazamiento expresado por unidad de tiempo. La componente Z domina claramente: los puntos 1 y 3 alcanzan velocidades pico de 347.61 y 360.02 mm/s, equivalentes a 245.78 y 254.56 mm/s RMS, frente a valores RMS entre 48.44 y 53.58 mm/s en Y. El máximo del punto 3 coincide con el mayor desplazamiento obtenido para esa coordenada. Esta correspondencia confirma la consistencia entre la solución matricial primaria y las magnitudes derivadas, sin introducir grados de libertad adicionales.

Figura 5.21

Forma de la respuesta en velocidad ante la excitación armónica de 120.226 Hz, con valores RMS en los nodos de interés.

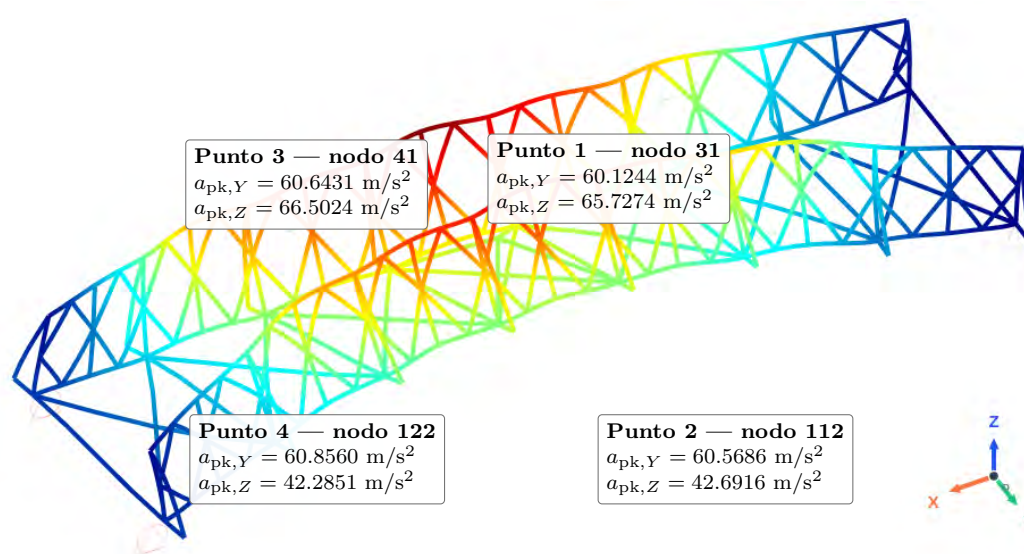


Nota. Los valores rotulados corresponden a la velocidad RMS de la Tabla 5.13. La deformación se presenta amplificada para facilitar la interpretación. Elaboración propia.

A 120.226 Hz, el factor ω transforma desplazamientos moderados en velocidades apreciables. Los puntos 1 y 3 alcanzan 234.11 y 238.74 mm/s en Z , mientras que los puntos 2 y 4 descienden a 65.51 y 62.30 mm/s; en Y , los cuatro valores permanecen próximos a 117 mm/s. La distribución no depende solo de la frecuencia, sino del vector $[Z(\omega)]^{-1}\{F\}$ que precede a la multiplicación por $j\omega$. La geometría conserva, por tanto, la forma y las relaciones de fase de la solución de desplazamiento.

Figura 5.22

Forma de la respuesta en aceleración ante la excitación armónica de 60.770 Hz, con componentes pico en los nodos de interés.

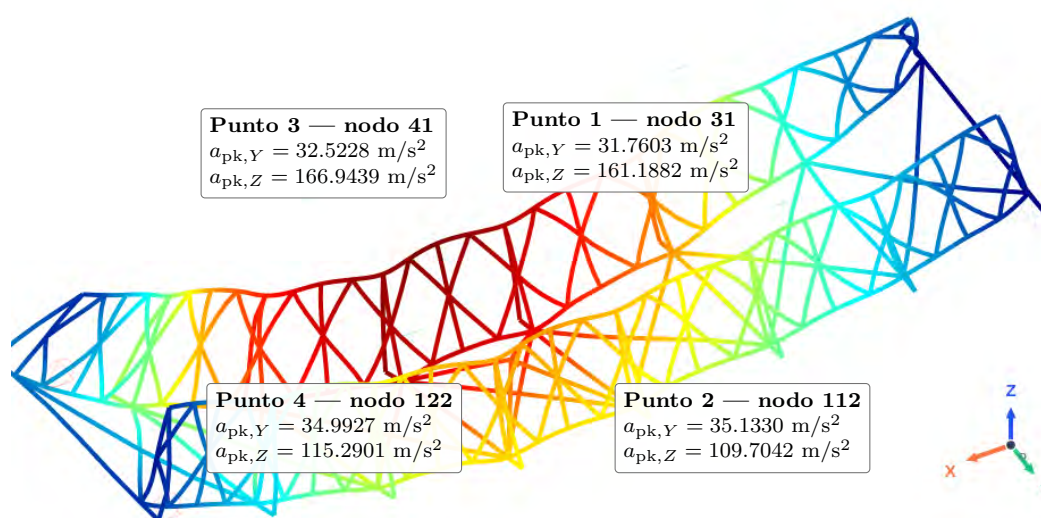


Nota. Las componentes pico Y y Z proceden de la Tabla 5.14 y se expresan en m/s² para facilitar su lectura. La deformación se presenta amplificada. Elaboración propia.

La aceleración se deriva del desplazamiento mediante $\{\ddot{U}\} = -\omega^2\{U\}$; conserva la distribución espacial, invierte su fase en 180° y amplifica la magnitud con el cuadrado de la frecuencia. A 60.770 Hz, los mayores módulos corresponden a los puntos 3 y 1, con 90016.8 y 89107.3 mm/s². La componente Y es casi uniforme, mientras que Z distingue nuevamente los pares 1-3 y 2-4. Esta correspondencia demuestra que el campo representado es una magnitud cinemática derivada del mismo vector matricial $\{U\}$, y no una solución independiente.

Figura 5.23

Forma de la respuesta en aceleración ante la excitación armónica de 73.802 Hz, con componentes pico en los nodos de interés.

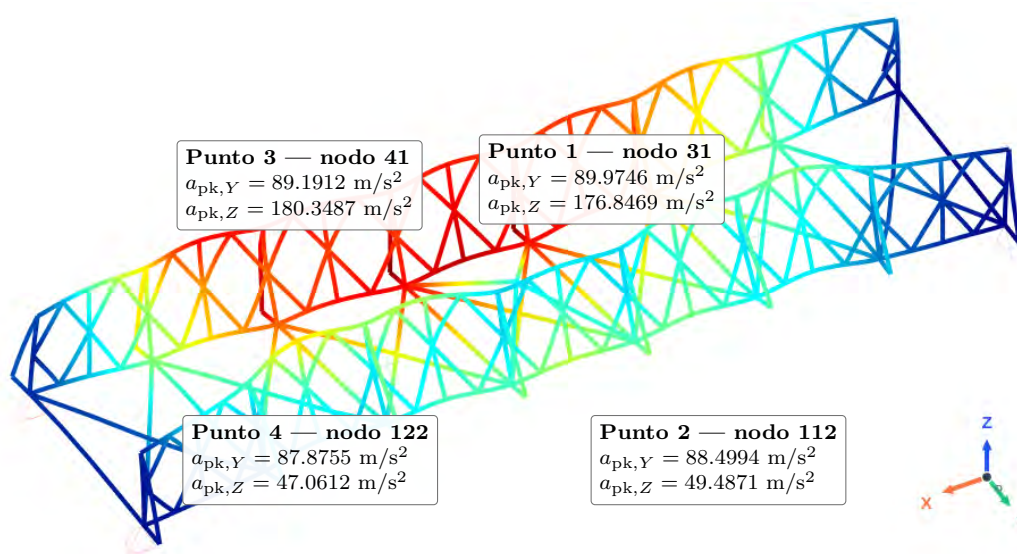


Nota. Las componentes pico Y y Z proceden de la Tabla 5.15 y se expresan en m/s^2 para facilitar su lectura. La deformación se presenta amplificada. Elaboración propia.

En 73.802 Hz, la multiplicación por $-\omega^2$ intensifica la respuesta dominada por Z que ya se observó en desplazamiento y velocidad. El punto 3 presenta el mayor módulo, 170153.7 mm/s^2 , seguido del punto 1 con 164290.1 mm/s^2 ; los puntos 2 y 4 registran valores menores. La coincidencia del orden relativo de los puntos en las tres magnitudes confirma que $\{U\}$, $\{\dot{U}\}$ y $\{\ddot{U}\}$ proceden de una única solución armónica. La geometría permite reconocer la zona donde el término inercial alcanza mayor participación.

Figura 5.24

Forma de la respuesta en aceleración ante la excitación armónica de 120.226 Hz, con componentes pico en los nodos de interés.

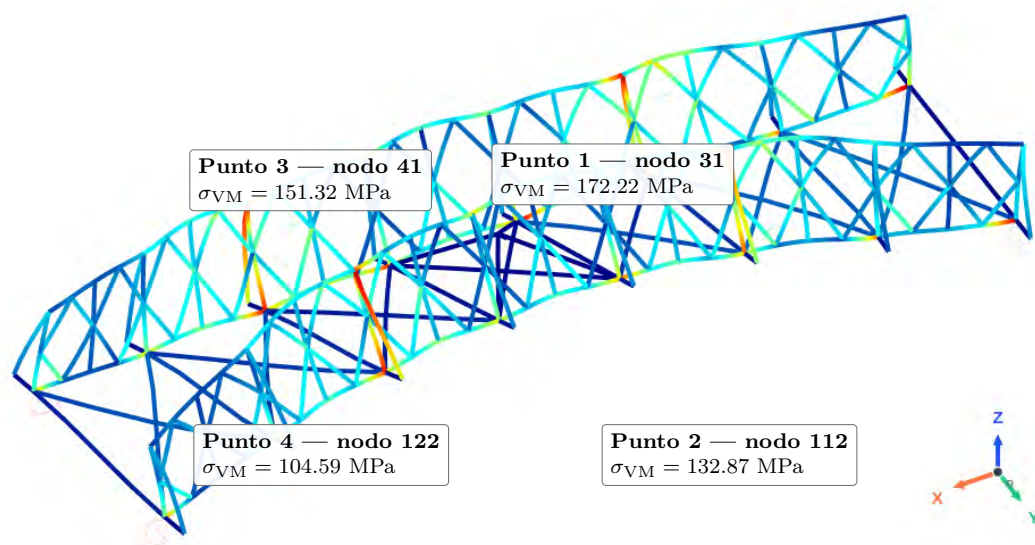


Nota. Las componentes pico Y y Z proceden de la Tabla 5.16 y se expresan en m/s^2 para facilitar su lectura. La deformación se presenta amplificada. Elaboración propia.

La respuesta de 120.226 Hz evidencia el efecto del factor cuadrático de frecuencia: aunque los desplazamientos son menores que en 73.802 Hz, los módulos de aceleración aumentan hasta 201204.3 mm/s^2 en el punto 3 y 198420.1 mm/s^2 en el punto 1. Los puntos 2 y 4 permanecen alrededor de 100000 mm/s^2 , debido a su menor componente Z. Matricialmente, este resultado combina la amplitud obtenida de $[Z(\omega)]^{-1}$ con el factor $-\omega^2$, por lo que una aceleración elevada no implica necesariamente el mayor desplazamiento.

Figura 5.25

Forma de la respuesta estructural ante la excitación armónica de 60.770 Hz, con esfuerzo equivalente de von Mises en los nodos de interés.

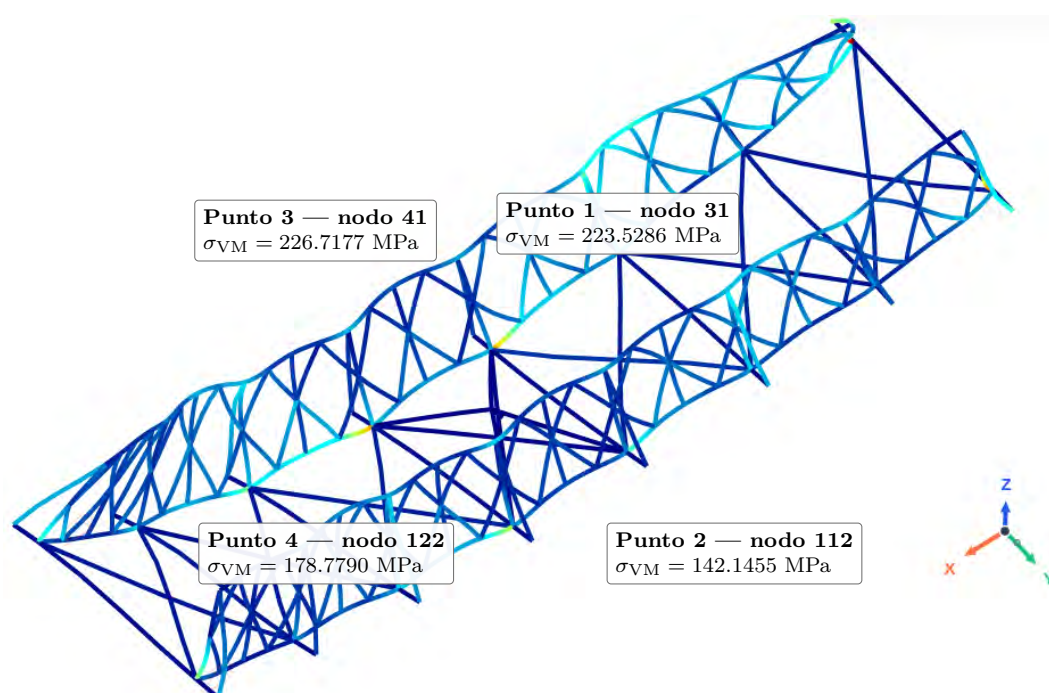


Nota. Los valores rotulados corresponden al esfuerzo equivalente de von Mises de la Tabla 5.17. La deformación se presenta ampliada para facilitar la interpretación. Elaboración propia.

El esfuerzo equivalente se obtiene después de recuperar, para cada elemento, los desplazamientos locales a partir de $\{U\}$ y calcular las fuerzas internas mediante sus matrices de rigidez y transformación. A 60.770 Hz, el mayor valor de von Mises aparece en el nodo 31 con 172.22 MPa, seguido del nodo 41 con 151.32 MPa; los nodos 112 y 122 alcanzan 132.87 y 104.59 MPa. La distribución mostrada indica que la concentración de esfuerzos depende de la combinación de deformación axial, flexión, torsión y cortante, y no únicamente de la magnitud del desplazamiento nodal.

Figura 5.26

Forma de la respuesta estructural ante la excitación armónica de 73.802 Hz, con esfuerzo equivalente de von Mises en los nodos de interés.

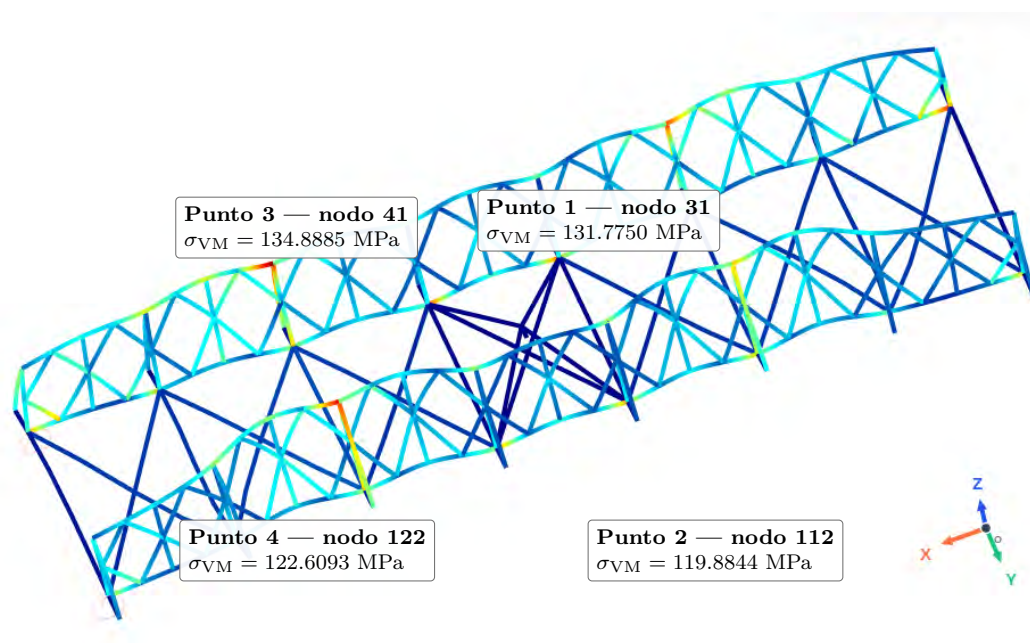


Nota. Los valores rotulados corresponden al esfuerzo equivalente de von Mises de la Tabla 5.18. La deformación se presenta amplificada para facilitar la interpretación. Elaboración propia.

En 73.802 Hz, la solución matricial genera la condición más exigente de las tres frecuencias en términos de esfuerzo equivalente. Los nodos 41 y 31 alcanzan 226.72 y 223.53 MPa, mientras que los nodos 122 y 112 registran 178.78 y 142.15 MPa. La coincidencia con la respuesta dominante en Z indica que la flexibilidad dinámica de esta frecuencia incrementa las fuerzas internas recuperadas a partir de $\{U\}$. El resultado también evidencia que la frecuencia con mayor aceleración no necesariamente produce el mayor esfuerzo, pues este depende de la deformación relativa y de la rigidez de cada elemento.

Figura 5.27

Forma de la respuesta estructural ante la excitación armónica de 120.226 Hz, con esfuerzo equivalente de von Mises en los nodos de interés.



Nota. Los valores rotulados corresponden al esfuerzo equivalente de von Mises de la Tabla 5.19. La deformación se presenta amplificada para facilitar la interpretación. Elaboración propia.

A 120.226 Hz, los esfuerzos equivalentes se distribuyen de manera más uniforme: el máximo corresponde al nodo 41 con 134.89 MPa, seguido por los nodos 31, 122 y 112 con 131.78, 122.61 y 119.88 MPa. Aunque esta frecuencia produce las mayores aceleraciones, la recuperación de fuerzas internas a partir de los desplazamientos locales conduce a esfuerzos menores que los obtenidos en 73.802 Hz. Desde la formulación matricial, ello confirma que el esfuerzo está gobernado por el campo de deformaciones y la rigidez elemental, mientras que la aceleración incorpora directamente el factor ω^2 .

6 | Simulación Numérica Orientada a la Determinación de Parámetros Modales y la Respuesta Dinámica

Este capítulo aborda el análisis mediante el método de los elementos finitos con el propósito de identificar los parámetros dinámicos y evaluar la respuesta dinámica del modelo a escala de puente Bailey. Para ello, se utiliza el software *ANSYS 2019 R1* en los entornos de análisis modal y respuesta armónica.

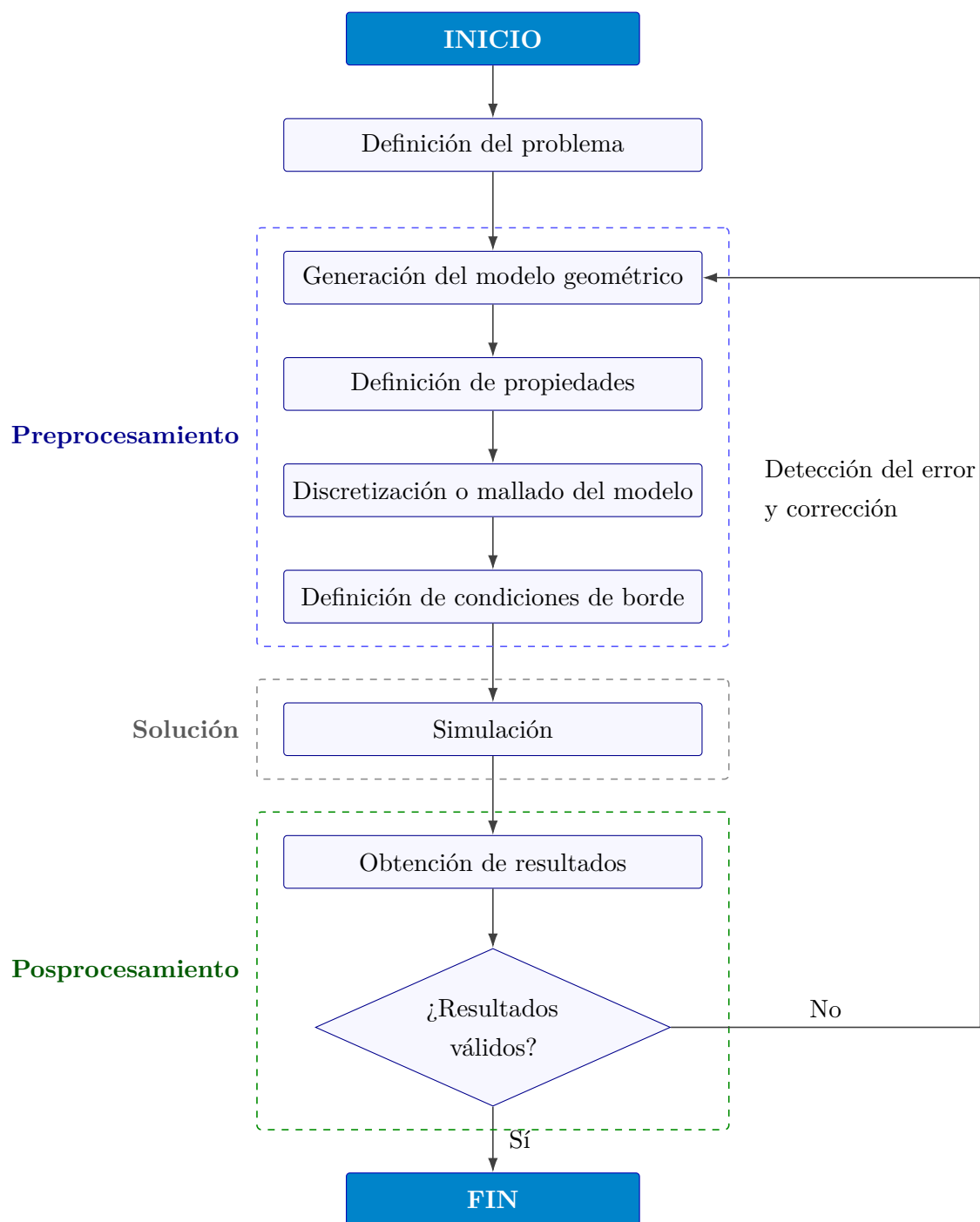
La secuencia metodológica adoptada se resume en la Figura 6.1 y comprende cuatro etapas principales:

Preprocesamiento: comprende la construcción geométrica en SpaceClaim, la discretización del dominio, la asignación de propiedades de los materiales y la definición de las condiciones de contorno.

Solución: el programa resuelve el sistema de ecuaciones obtenido a partir del modelo discretizado y de las condiciones de contorno, empleando algoritmos numéricos para determinar las variables desconocidas.

Posprocesamiento: consiste en organizar y representar los resultados mediante tablas, gráficos y mapas de contorno para facilitar su interpretación cualitativa y cuantitativa.

Validación: los resultados numéricos se contrastan con datos experimentales o analíticos. Si se detectan inconsistencias, se revisan las etapas del preprocesamiento y se corrige el modelo antes de repetir la simulación.

Figura 6.1*Etapas de la simulación computacional.*

Nota. El proceso comprende la preparación del modelo, su solución numérica, el tratamiento de resultados y una etapa de validación con realimentación hacia el preprocesamiento cuando se detectan inconsistencias. Elaboración propia.

6.1. Simulación Modal

La simulación modal considerada para el análisis módulo emplea el método de superposición modal (MSPU), sin precarga en el modelo y parámetros de amortiguamiento.

6.1.1. Definición del Problema

Estimar los parámetros modales asociados a las principales frecuencias propias, forma de vibración y porcentaje de masa participativa del modelo a escala de puente Bailey.

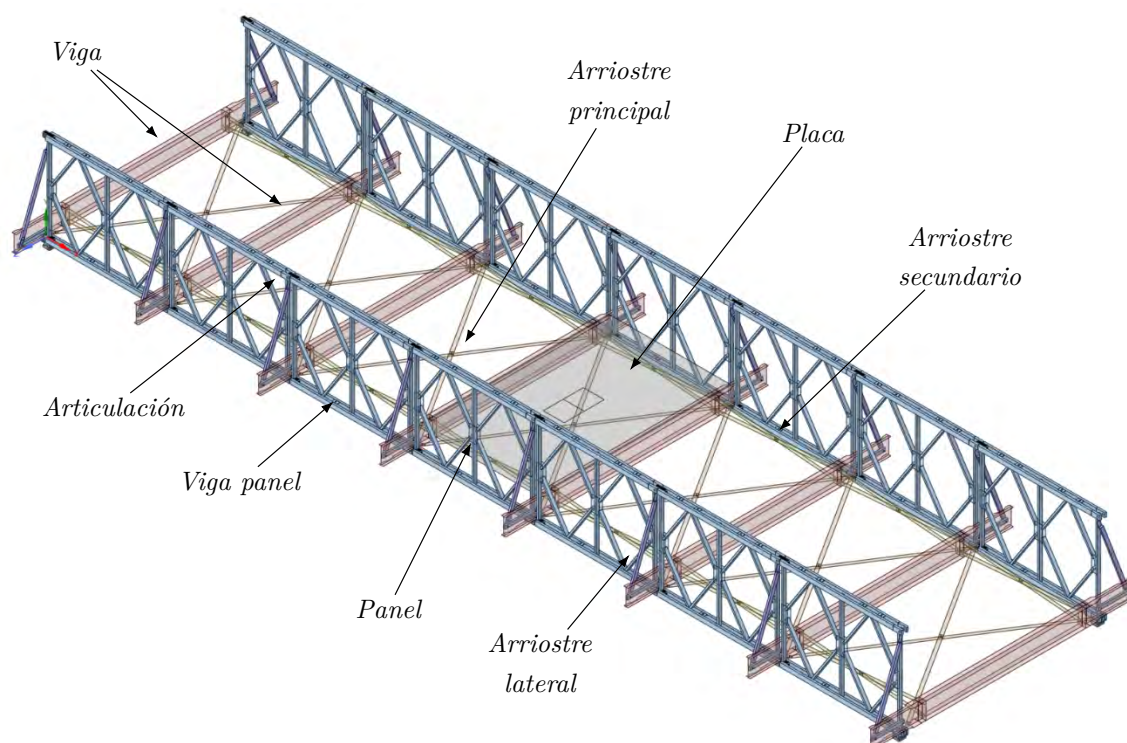
6.1.2. Etapa de Pre-procesamiento

Elaboración del Modelo

La geometría del modelo está conformada por elementos superficiales tipo SHELL18 empleado en las vigas, paneles, placas y arriostres, así también elementos volumétricos tipo SOLID186 empleado en las articulaciones y la viga panel; generados en el modelador *SpaceClaim*.

Figura 6.2

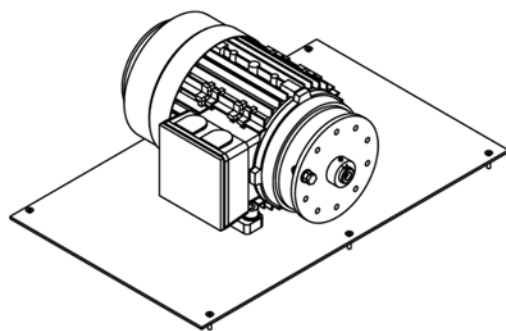
Modelo geométrico del modelo a escala.



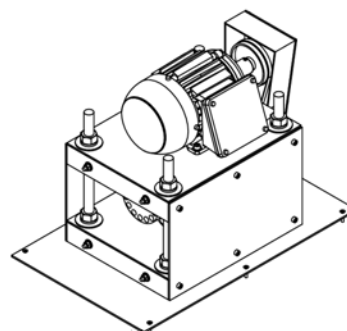
Nota. Los elementos que conforman la estructura del modelo son tipo SHELL18 (viga, panel, placa, arriostres) y SOLID186 (articulaciones, viga panel).

Figura 6.3

Configuraciones equivalentes del sistema de excitación.



(a) Montaje sobre placa base.



(b) Montaje en bastidor de soporte.

Nota. Las configuraciones difieren en su disposición constructiva. Para la idealización mediante el elemento MASS21 se consideran dinámicamente equivalentes, pues se les asignan la misma masa y los mismos momentos de inercia respecto de los mismos ejes locales. La geometría base del motor se tomó de la biblioteca GrabCAD.

Ambas configuraciones del sistema de excitación, compuesto por el motor y la masa excéntrica, se representan en el modelo numérico mediante un elemento de masa puntual MASS21. Al asignarles las mismas propiedades inerciales respecto de un sistema de referencia común, ambas producen una contribución equivalente sobre la respuesta dinámica del modelo. Los valores empleados se presentan en la Tabla 6.1.

Tabla 6.1

Masa y momentos de inercia del sistema de excitación

Propiedad inercial	Sistema de excitación
Masa [kg]	8.67
Momento de inercia en X [kg.mm ²]	24134
Momento de inercia en Y [kg.mm ²]	39106
Momento de inercia en Z [kg.mm ²]	38577

Nota. Los parámetros inerciales se obtuvieron por cálculo computacional respecto de los ejes locales y se asignaron por igual a las dos configuraciones de la Figura 6.3. Para el cálculo se consideraron la carcasa de aluminio, el eje y la masa excéntrica de acero, y los devanados de cobre.

Asignación de Propiedades

La estructura del modelo geométrico a escala está conformada principalmente por acero ASTM A36. Las propiedades mecánicas del material empleado en el análisis se presentan en la Tabla 6.2.

Tabla 6.2
Propiedades mecánicas del acero ASTM A36 en la simulación

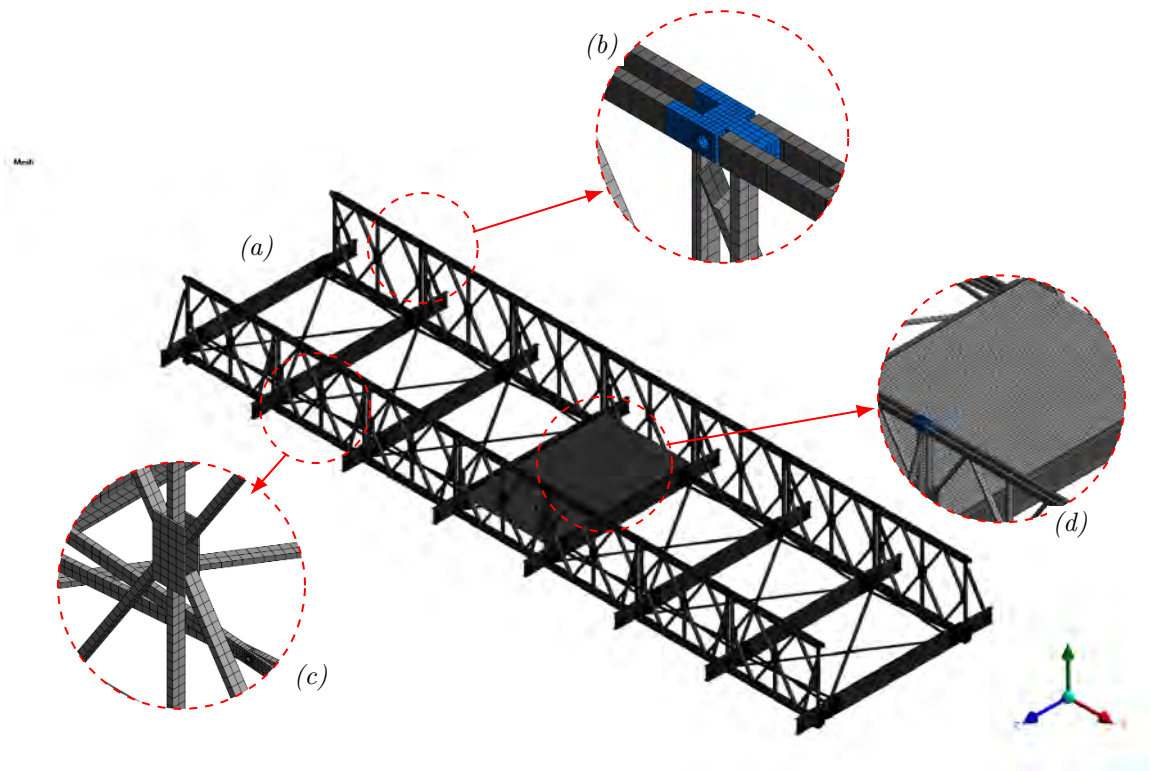
Propiedad mecánica	Acero estructural (ASTM A36)
Densidad [kg/m ³]	7850
Módulo Elástico [GPa]	210
Coefficiente de Poisson [-]	0.3
Límite de Fluencia [MPa]	250
Resistencia última [MPa]	460

Nota. Se adoptó un comportamiento isotrópico y lineal elástico para los elementos de acero del modelo numérico. Elaboración propia.

Discretización

La discretización emplea un tamaño global de elemento de 5.0 mm. En la placa, para afinar la representación de la superficie, se aplica el método *Quadrilateral Dominant* con elementos de 2.5 mm, como se presenta en la Figura 6.4.

Figura 6.4
Generación de la malla del modelo geométrico.

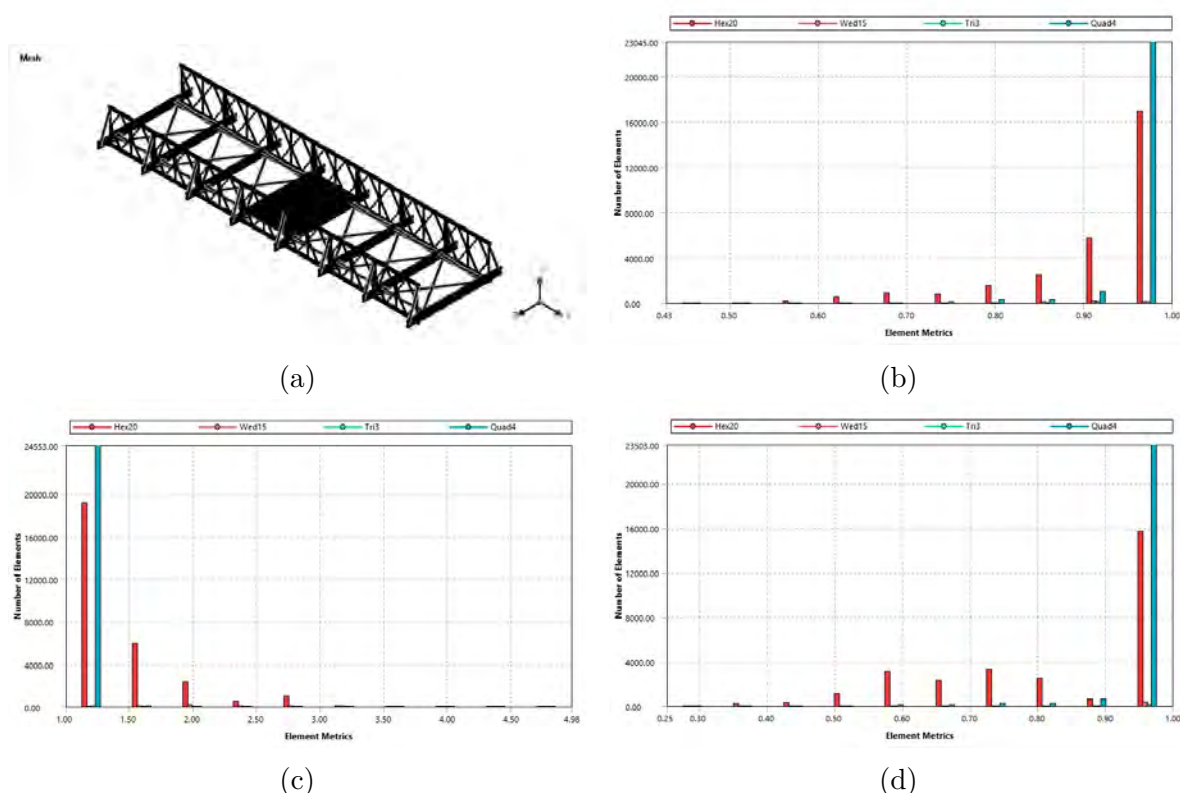


Nota. (a) Vista general de la malla; (b) unión entre la viga longitudinal y el montante; (c) convergencia de elementos en un nudo estructural; (d) refinamiento en la placa. Elaboración propia.

La verificación de la discretización no se limitó al tamaño de elemento. También se evaluaron tres aspectos complementarios: la calidad geométrica global mediante *Element Quality*, el alargamiento mediante *Aspect Ratio* y la distorsión de la transformación geométrica mediante *Jacobian Ratio (Corner Nodes)*. Estas métricas permiten identificar elementos que, aun formando una malla visualmente regular, podrían reducir la precisión de la interpolación numérica. La Figura 6.5 presenta la vista general del modelo y las distribuciones obtenidas para las formulaciones Hex20, Wed15, Tri3 y Quad4.

Figura 6.5

Evaluación de la calidad de la malla mediante métricas de ANSYS Mechanical.



Nota. (a) Vista general de la discretización; (b) distribución de *Element Quality*; (c) distribución de *Aspect Ratio*; y (d) distribución de *Jacobian Ratio (Corner Nodes)*. Las barras identifican las formulaciones Hex20, Wed15, Tri3 y Quad4. Capturas procesadas a partir de *ANSYS Mechanical 2019 R1*. Elaboración propia.

Tabla 6.3*Resumen estadístico y parámetros de la malla del modelo geométrico*

Indicador	Valor global	Mínimo	Máximo	Promedio	Desv. estándar
Nodos	271185	–	–	–	–
Elementos	57749	–	–	–	–
Tamaño global [mm]	5.0	–	–	–	–
Tamaño en la placa [mm]	2.5	–	–	–	–
<i>Element Quality</i> [-]	–	0.42705	1.00000	0.94965	0.072557
<i>Aspect Ratio</i> [-]	–	1.0000	4.9777	1.2821	0.34149
<i>Jacobian Ratio</i> [-]	–	0.25135	1.00000	0.91428	0.14727

Nota. El mínimo, el máximo, el promedio y la desviación estándar se calcularon sobre el conjunto de elementos; esta última expresa la dispersión respecto del promedio. Hex20 y Wed15 corresponden a elementos volumétricos hexaédricos de 20 nodos y prismáticos de 15 nodos, mientras que Tri3 y Quad4 corresponden a elementos superficiales triangulares de 3 nodos y cuadriláteros de 4 nodos. El guion indica que el estadístico no corresponde al tipo de indicador. Datos obtenidos del panel *Mesh Metrics* de *ANSYS Mechanical*. Elaboración propia.

La malla quedó constituida por 271185 nodos y 57749 elementos. El tamaño global de 5.0 mm controla la discretización general, mientras que el refinamiento local de 2.5 mm en la placa mejora la representación de su geometría y de los gradientes de respuesta sin aumentar innecesariamente el costo computacional del resto del modelo.

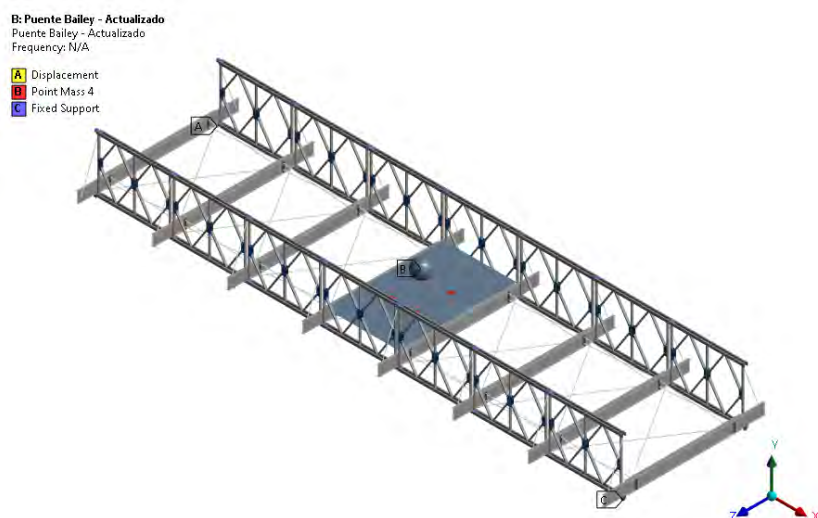
Las métricas confirman una calidad global adecuada: *Element Quality* presentó un promedio de 0.94965 y un mínimo de 0.42705; *Aspect Ratio*, un promedio de 1.2821 y un máximo de 4.9777; y *Jacobian Ratio*, un promedio de 0.91428 y un mínimo positivo de 0.25135. Los valores medios próximos a las condiciones ideales respaldan el uso de la malla en los análisis modal y dinámico. Los extremos corresponden a zonas localizadas, principalmente uniones y cambios de sección, que deben priorizarse en una comprobación posterior de sensibilidad o convergencia.

Condiciones de Contorno

En el análisis modal se consideran las siguientes condiciones de borde, condición de empotramiento en un extremo del puente, mientras que, en el otro una condición de libre desplazamiento en dirección axial (X), tal como se aprecia en la Figura 6.6.

Figura 6.6

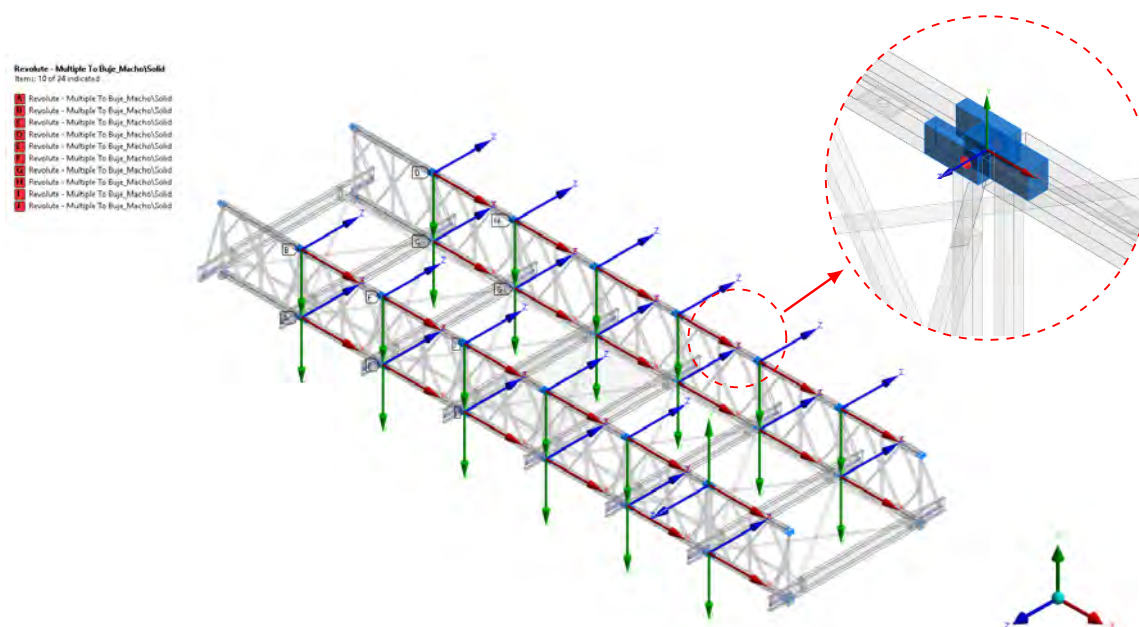
Condiciones de frontera impuestas al modelo analizado.



Nota. Un extremo del modelo se restringe mediante empotramiento, mientras que el extremo opuesto conserva el desplazamiento en la dirección axial, de acuerdo con las condiciones de apoyo adoptadas. Elaboración propia.

Figura 6.7

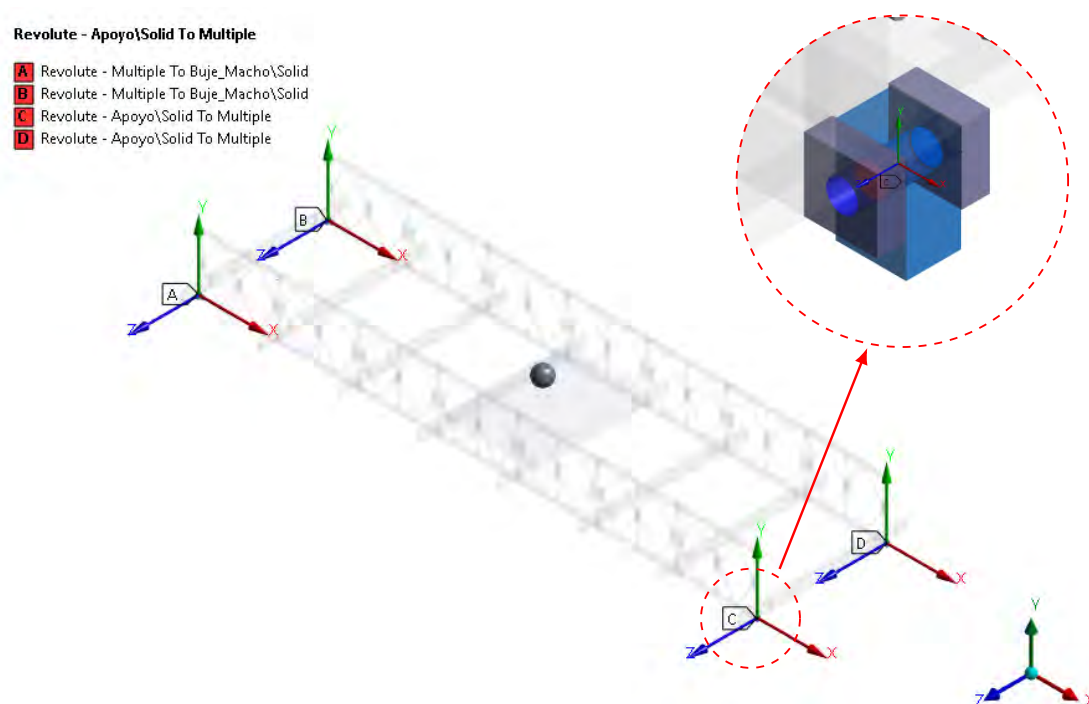
Unión entre paneles.



Nota. Detalle de la articulación entre paneles mediante pasador; el acercamiento muestra la discretización local de la zona de unión. Elaboración propia.

Figura 6.8

Unión entre paneles y apoyos inferiores.



Nota. Las uniones entre paneles y apoyos inferiores se idealizan mediante juntas revolutas para representar el giro permitido por los pasadores. Elaboración propia.

Por otro lado, la unión entre paneles, así como entre estos y los apoyos inferiores, se modela mediante “Joints” de tipo revoluta, lo que permite representar de manera más realista el comportamiento de los pines que articulan dichos componentes, tal como se ilustra en la Figura 6.7 y Figura 6.8.

6.1.3. Fase de Solución

En el siguiente estudio, El software *Ansys* utiliza el método numérico de Bloque de Lanczos para determinar los valores y vectores propios de la Ecuación (5). A partir de estos datos, se obtienen los factores y el porcentaje de masa participativa. El tiempo que tomó la simulación modal fue de 3 minutos y 15 segundos.

6.1.4. Posprocesamiento de Resultados

En la Tabla 6.4 se sintetizan las primeras veinte frecuencias propias del sistema, junto con la razón de masa efectiva respecto de la masa total, expresada como porcentaje para cada modo y dirección. Por tratarse de razones direccionales independientes, los porcentajes de una fila no deben sumar 100 %. Las formas modales se representan en la Figura 6.9 a la Figura 6.16.

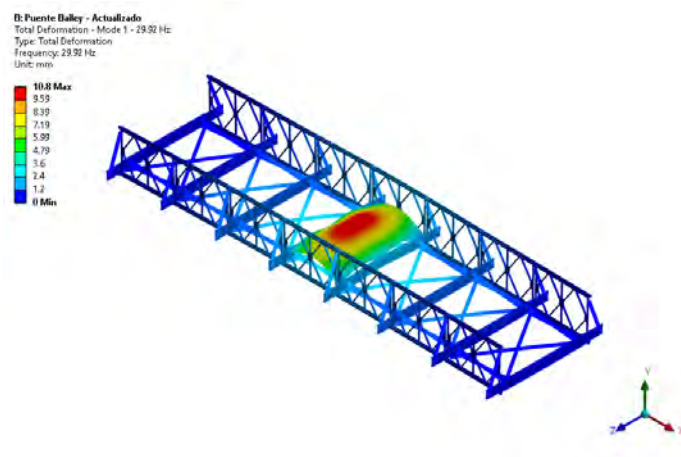
Tabla 6.4*Modos propios y participación modal de la masa por dirección*

Modo	Frecuencia [Hz]	D_X [%]	D_Y [%]	D_Z [%]	R_X [%]	R_Y [%]	R_Z [%]
1	29.92	0	48	0	27	0	38
2	32.66	0	0	43	14	33	0
3	39.92	30	0	0	0	1	1
4	55.52	0	6	0	3	0	5
5	55.85	0	0	0	0	0	0
6	55.93	0	0	0	0	0	0
7	56.07	0	0	0	0	0	0
8	56.26	0	0	0	0	0	0
9	56.43	0	0	0	0	0	0
10	56.52	0	0	0	0	0	1
11	61.26	0	0	34	4	27	0
12	81.69	8	24	0	13	0	19
13	89.24	0	0	10	17	7	0
14	94.68	18	5	0	3	1	4
15	110.65	0	0	0	0	8	0
16	118.59	0	0	1	0	1	0
17	118.77	0	0	0	0	0	0
18	118.93	0	0	0	0	0	0
19	118.94	0	0	0	0	0	0
20	119.09	0	0	0	0	0	0

Nota. Las componentes traslacionales (D_X , D_Y , D_Z) y rotacionales (R_X , R_Y , R_Z) representan el porcentaje de masa efectiva asociada al movimiento lineal y al giro alrededor de los ejes X, Y y Z, respectivamente.

Figura 6.9

Frecuencia natural de 29.92 Hz, modo de flexión vertical de placa.

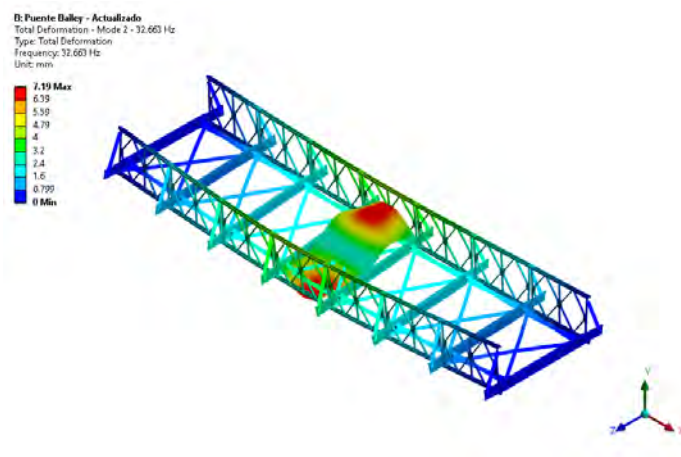


Nota. Elaboración propia.

La Figura 6.9 presenta la flexión vertical local de la placa del sistema de excitación a 29.92 Hz. La Tabla 6.4 registra 48 % en D_Y , 38 % en R_Z y 27 % en R_X , valores coherentes con la traslación y las rotaciones de la placa. Por su carácter localizado, este modo no integra el conjunto global correlacionado experimentalmente.

Figura 6.10

Frecuencia natural de 32.66 Hz, modo de torsión local de la placa.

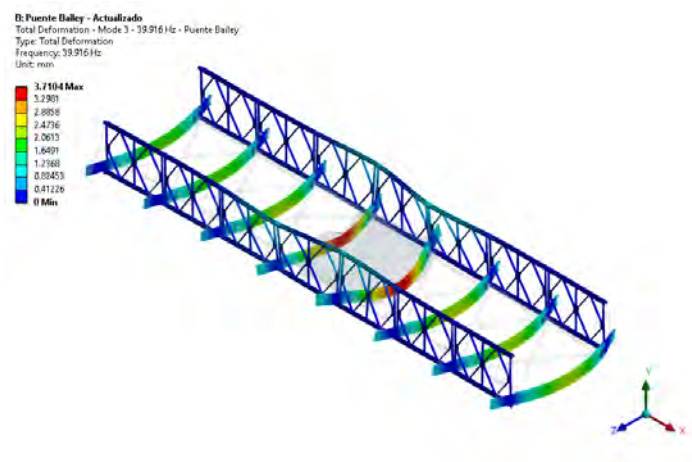


Nota. Elaboración propia.

La Figura 6.10 corresponde a la torsión local de la placa del motor a 32.66 Hz. En la Tabla 6.4 predominan $D_Z = 43\%$, $R_Y = 33\%$ y $R_X = 14\%$. El desplazamiento transversal es local y está inducido por el giro de la placa; por ello, esta respuesta no se interpreta como flexión transversal ni como uno de los modos globales principales.

Figura 6.11

Frecuencia natural de 39.92 Hz, modo de flexión axial de vigas.

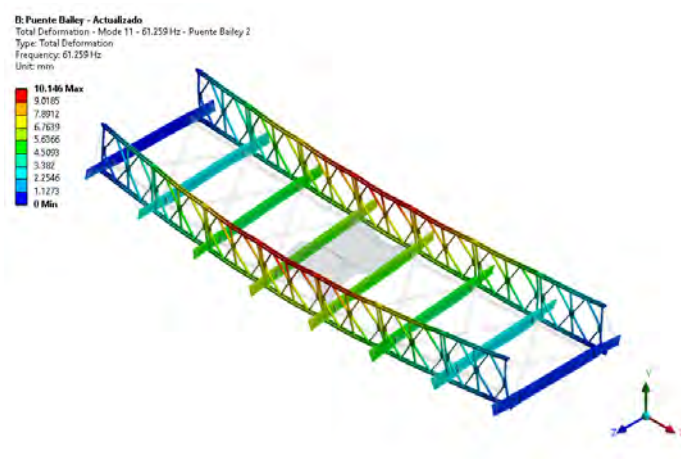


Nota. Elaboración propia.

La Figura 6.11 muestra la flexión axial de las vigas principales a 39.92 Hz. La Tabla 6.4 destaca $D_X = 30\%$, mientras las componentes rotacionales alcanzan cerca de 1 %. El predominio traslacional concuerda con la deformación longitudinal observada; esta forma se conserva como modo numérico intermedio y no integra el conjunto principal correlacionado experimentalmente.

Figura 6.12

Frecuencia natural de 61.26 Hz, primer modo global de torsión.

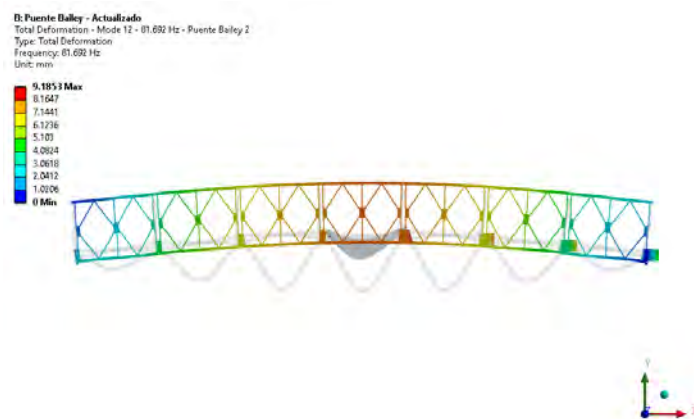


Nota. Elaboración propia.

La Figura 6.12 muestra el primer modo global de torsión a 61.26 Hz. La amplitud modal normalizada varía de 10.146 mm en los cordones superiores intermedios a 0 mm cerca de los apoyos. La Tabla 6.4 registra 34 % en D_Z , 27 % en R_Y y 4 % en R_X . La componente transversal es local e inducida por la torsión global, no una flexión transversal independiente. Estas amplitudes describen la forma relativa del modo y no desplazamientos de servicio.

Figura 6.13

Frecuencia natural de 81.69 Hz, primer modo global de flexión vertical.

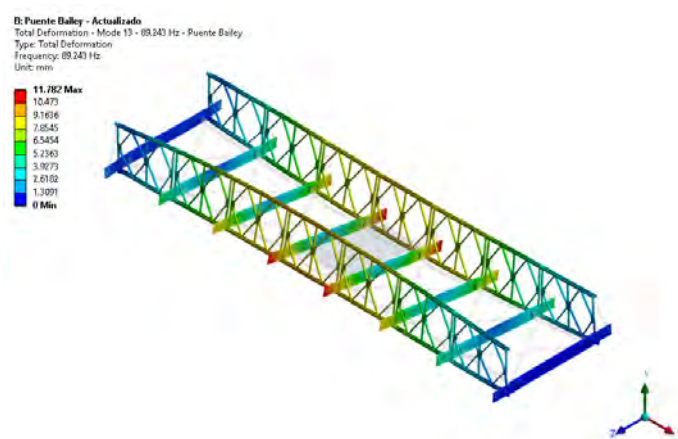


Nota. Elaboración propia.

La Figura 6.13 presenta el primer modo global de flexión vertical a 81.69 Hz. La amplitud modal normalizada alcanza 9.1853 mm en el centro del vano y se aproxima a 0 mm en los apoyos. La Tabla 6.4 registra $D_Y = 24\%$, $R_Z = 19\%$, $R_X = 13\%$ y $D_X = 8\%$. El predominio vertical confirma la flexión conjunta de vigas longitudinales, paneles y arriostres; las amplitudes son relativas y no desplazamientos de servicio.

Figura 6.14

Frecuencia natural de 89.24 Hz, modo torsional adicional del modelo numérico.

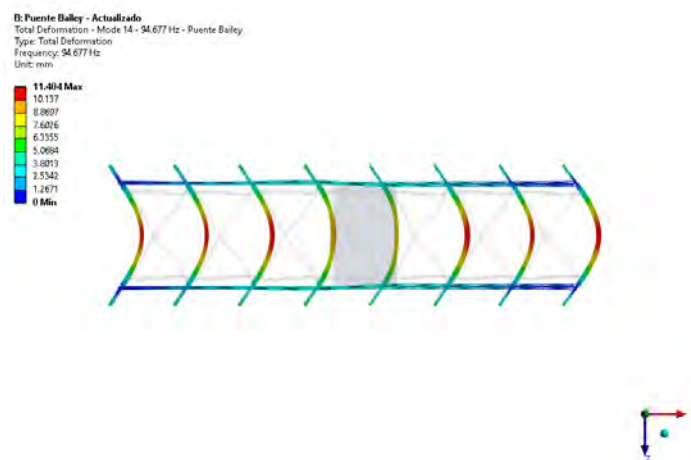


Nota. Elaboración propia.

La Figura 6.14 representa una forma torsional adicional a 89.24 Hz. La Tabla 6.4 registra 17% en R_X , 10% en D_Z y 7% en R_Y , combinación coherente con el giro desfasado de los paneles. Se reporta como modo intermedio del espectro FEM y no pertenece al conjunto global correlacionado mediante CMIF.

Figura 6.15

Frecuencia natural de 94.68 Hz, modo de flexión axial del puente.

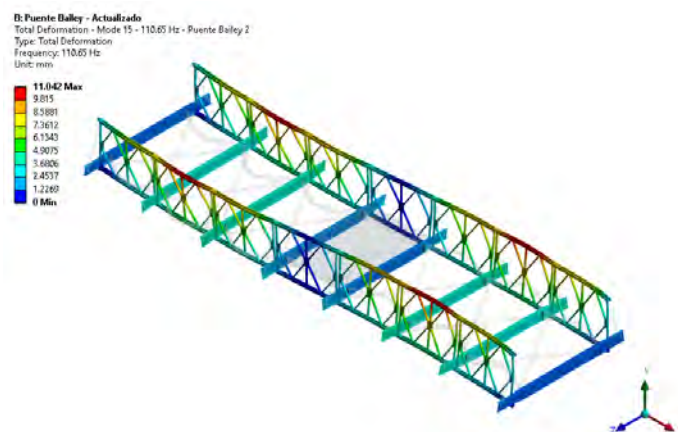


Nota. Elaboración propia.

La Figura 6.15 presenta la flexión axial del puente a 94.68 Hz. Según la Tabla 6.4, predomina $D_X = 18\%$, seguida por $D_Y = 5\%$ y $R_Z = 4\%$. La participación longitudinal concuerda con la deformación simultánea de las vigas; al no corresponder con las tres formas globales identificadas experimentalmente, se mantiene como modo numérico intermedio.

Figura 6.16

Frecuencia natural de 110.65 Hz, segundo modo global de torsión.



Nota. Elaboración propia.

La Figura 6.16 corresponde al segundo modo global de torsión a 110.65 Hz. La amplitud modal normalizada varía de 11.042 mm en los cordones superiores extremos a 0 mm en el nodo central y los apoyos. La Tabla 6.4 registra $R_Y = 8\%$, mientras las demás componentes se redondean a 0%. La menor masa efectiva, el giro en contrafase y el nodo central identifican una forma torsional de orden superior. Las amplitudes no representan desplazamientos de servicio.

Las frecuencias naturales de interés para el análisis dinámico estructural son 61.26 Hz, 81.69 Hz y 110.65 Hz. Para mantener la correspondencia con la identificación experimental mediante CMIF, las formas modales numéricas se denominan, respectivamente, *primer modo global de torsión*, *primer modo global de flexión vertical* y *segundo modo global de torsión*. Esta denominación correlaciona la forma modal, pero no reemplaza los valores de frecuencia propios de la simulación FEM. Los modos numéricos intermedios que no integran este conjunto conservan una descripción independiente. En el Capítulo VIII se presenta la comparación y validación de los resultados analíticos, numéricos y experimentales.

6.2. Simulación de Respuesta Dinámica

La respuesta dinámica del modelo a escala en estado estable, es decir, la vibración continua cuando el puente Bailey está sometido a una fuente de excitación, fue obtenida a partir del análisis de Respuesta Armónica, empleando el método de superposición modal (MSPU), enlazado a la Simulación Modal. Asimismo, en el modelo se incorporó amortiguamiento de Rayleigh, definido por los coeficientes de rigidez y masa.

6.2.1. Formulación del Problema

Determinar la respuesta en frecuencia en régimen permanente frente a una excitación armónica forzada, producida por la fuerza de desbalance de masa rotatoria cuando el sistema opera en condición de resonancia para las tres frecuencias propias consideradas. La respuesta del puente se evalúa en términos de la velocidad RMS, obtenida a partir de la amplitud pico de velocidad en los puntos de control definidos.

6.2.2. Fase de Pre-procesamiento

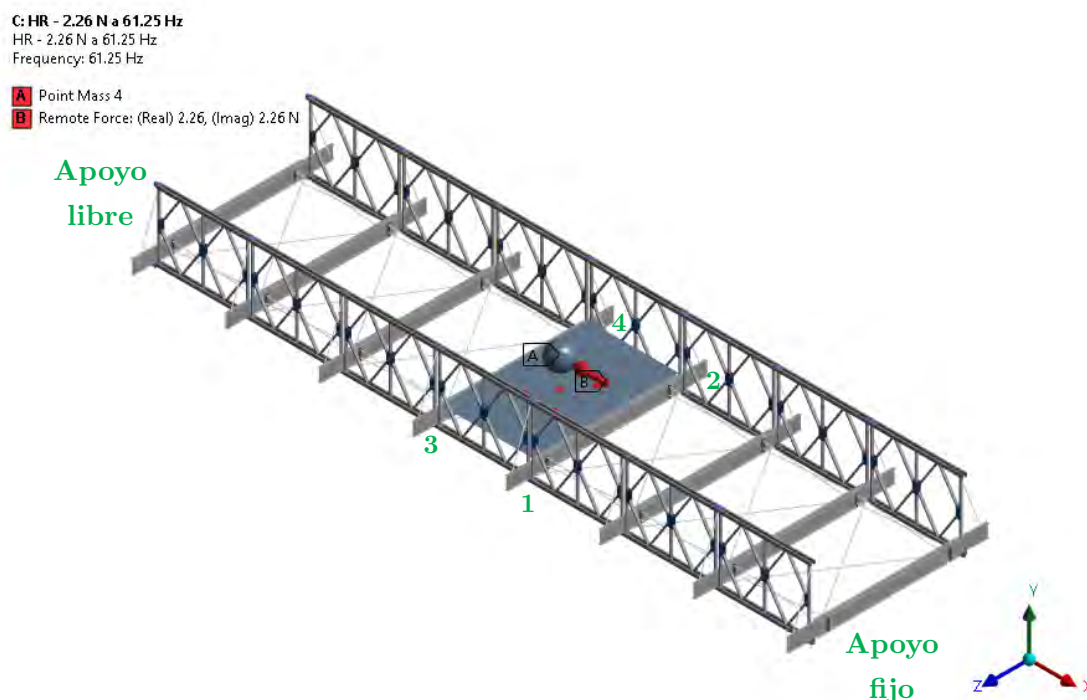
El análisis Respuesta Armónica se acopla al análisis modal, de modo que utiliza las frecuencias propias obtenidas en la simulación modal previa. Ambos análisis comparten el mismo modelo geométrico, las mismas propiedades de ingeniería, el mismo esquema de mallado y las condiciones de contorno definidas anteriormente

Condiciones de Frontera

La configuración de carga asociada al excitador de desbalance se implementa como un campo de fuerzas remotas armónicas cuando la frecuencia de giro del motor es coincidente con las frecuencias naturales, es decir, una relación de frecuencias de ≈ 1 . Las amplitudes se determinan a partir de la fuerza de desbalance rotatorio, se muestran en la Tabla 6.5 y se aplican sobre el soporte del motor, tal como se presenta en la Figura 6.17.

Figura 6.17

Configuración del sistema de desbalance rotatorio y ubicación de los cuatro puntos para la comparación de la respuesta en velocidad.



Nota. Esta configuración corresponde al sistema de desbalance rotatorio, cuya fuerza actúa en el plano Y-Z. Se muestra el caso de 61.25 Hz con un ángulo de fase de 90° en Z; los otros dos casos son análogos. Elaboración propia.

Tabla 6.5

Fuerzas de excitación por desbalance en el análisis de la respuesta dinámica

Frecuencia natural	Relación de frecuencias	Frecuencia de giro		Fuerza de desequilibrio
$\omega_{n11} = 61.26 \text{ Hz}$	≈ 1	61.25 Hz	(384.85 rad/s)	2.26 N
$\omega_{n12} = 81.69 \text{ Hz}$	≈ 1	81.76 Hz	(513.71 rad/s)	39.32 N
$\omega_{n15} = 110.65 \text{ Hz}$	≈ 1	110.72 Hz	(695.67 rad/s)	94.04 N

Nota. Las frecuencias de 61.26 Hz, 81.69 Hz y 110.65 Hz corresponden, respectivamente, al primer modo global de torsión, al primer modo global de flexión vertical y al segundo modo global de torsión. El número del subíndice en f_{n11} , f_{n12} , f_{n15} identifica la posición del autovalor dentro del espectro completo de la Tabla 6.4, no el orden de la denominación global correlacionada.

6.2.3. Fase de Solución Numérica

Dentro del análisis de *Harmonic Response* acoplado al Análisis Modal, el software emplea el método de superposición modal para obtener la respuesta dinámica en régimen permanente. Para los tres casos asociados a las condiciones de resonancia establecidos en la Tabla 6.5, el tiempo de cómputo de la simulación de respuesta dinámica oscila entre 2 minutos con 17 segundos y 3 minutos con 15 segundos.

6.2.4. Posprocesamiento de Resultados

La respuesta dinámica en régimen estacionario, obtenida a través del *Harmonic Response*, se expresa como velocidad en el dominio de la frecuencia. El estudio se organiza en tres casos de análisis, denominados primer, segundo y tercer caso, definidos en función de la frecuencia de rotación de la fuente de excitación activa en el sistema.

Según (Mobius Institute, 2016, p. 1-36), para ondas puramente sinusoidales la velocidad cuadrática media (RMS) es igual a 0.707 veces la velocidad pico, es decir, $V_{RMS} = \frac{V_{peak}}{\sqrt{2}}$. Esta relación se emplea para convertir las amplitudes pico de velocidad en valores RMS, los cuales se reportan en la Tabla 6.6, Tabla 6.7 y Tabla 6.8. Dichos valores se derivan de las respuestas en velocidad, tomando como referencia la amplitud pico registrada en cada caso de estudio durante la simulación de respuesta dinámica del sistema.

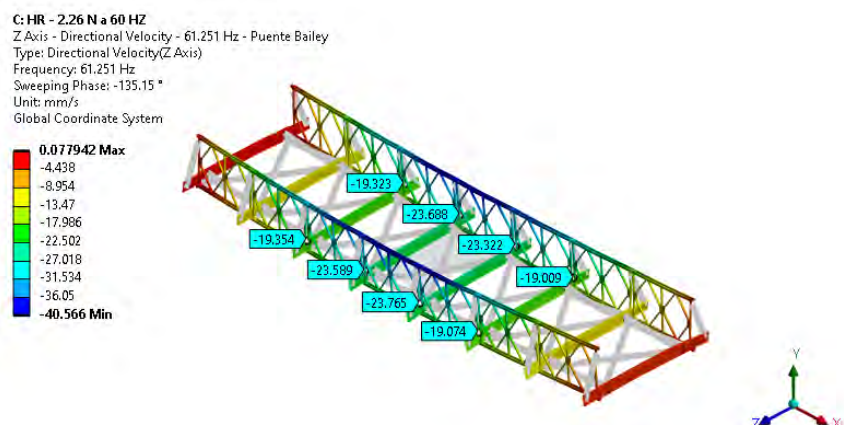
Primer Caso de Análisis

El primer caso corresponde a una excitación armónica de 61.25 Hz, próxima a la frecuencia numérica de 61.26 Hz del primer modo global de torsión. La fuerza aplicada y los resultados principales se presentan en las Tabla 6.5 y Tabla 6.6, respectivamente.

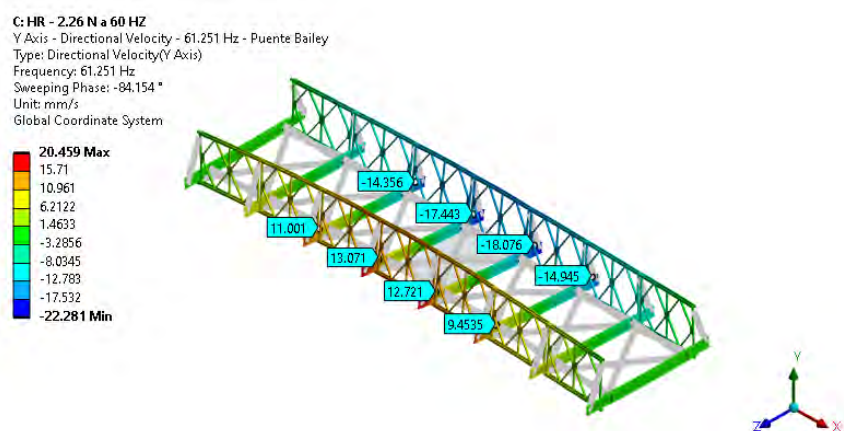
Las Figuras 6.18 y 6.19 muestran los campos de velocidad y el barrido de los ocho puntos de control. En cada caso se extraen las componentes vertical y transversal alrededor de la resonancia, se identifica el máximo estable y se convierte la amplitud pico a RMS. La distribución espacial permite localizar las zonas más sensibles y comprobar el patrón modal; en torsión, la componente transversal procede del giro global del puente. Este criterio uniforme facilita la comparación con los resultados analíticos y experimentales.

Figura 6.18

Respuesta dinámica en resonancia a 61.26 Hz para el primer modo global de torsión.



(a) Dirección vertical (Y).

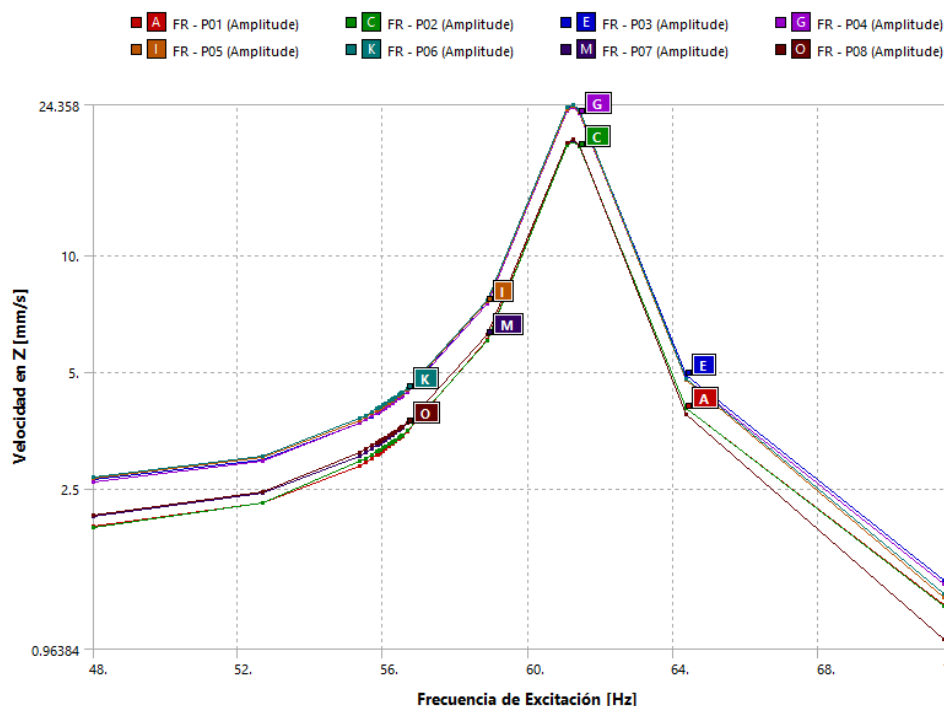


(b) Dirección transversal (Z).

Nota. Campos de velocidad del primer modo global de torsión en los ocho puntos de interés, obtenidos para la condición de resonancia de 61.26 Hz.

Figura 6.19

Respuesta en frecuencia a 61.26 Hz para el primer modo global de torsión.



Nota. Barrido de frecuencias entre 48 Hz y 72 Hz. Las etiquetas A, C, E, G, I, K, M y O corresponden, respectivamente, a los puntos de interés P01 a P08 del modelo a escala del puente Bailey.

Tabla 6.6

Respuesta de los puntos de interés del puente Bailey del estado de resonancia a 61.26 Hz

Punto de medición	Velocidad pico		Velocidad RMS	
	Transversal	Vertical	Transversal	Vertical
	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]
1	-23.77	12.72	16.80	9.00
2	-23.32	-18.08	16.49	12.78
3	-23.59	13.07	16.68	9.24
4	-23.69	-17.44	16.75	12.33

Nota. Se presentan los puntos originales P03 a P06, renumerados del 1 al 4. Los valores se derivan de los registros de la Figura 6.18 y la Figura 6.19.

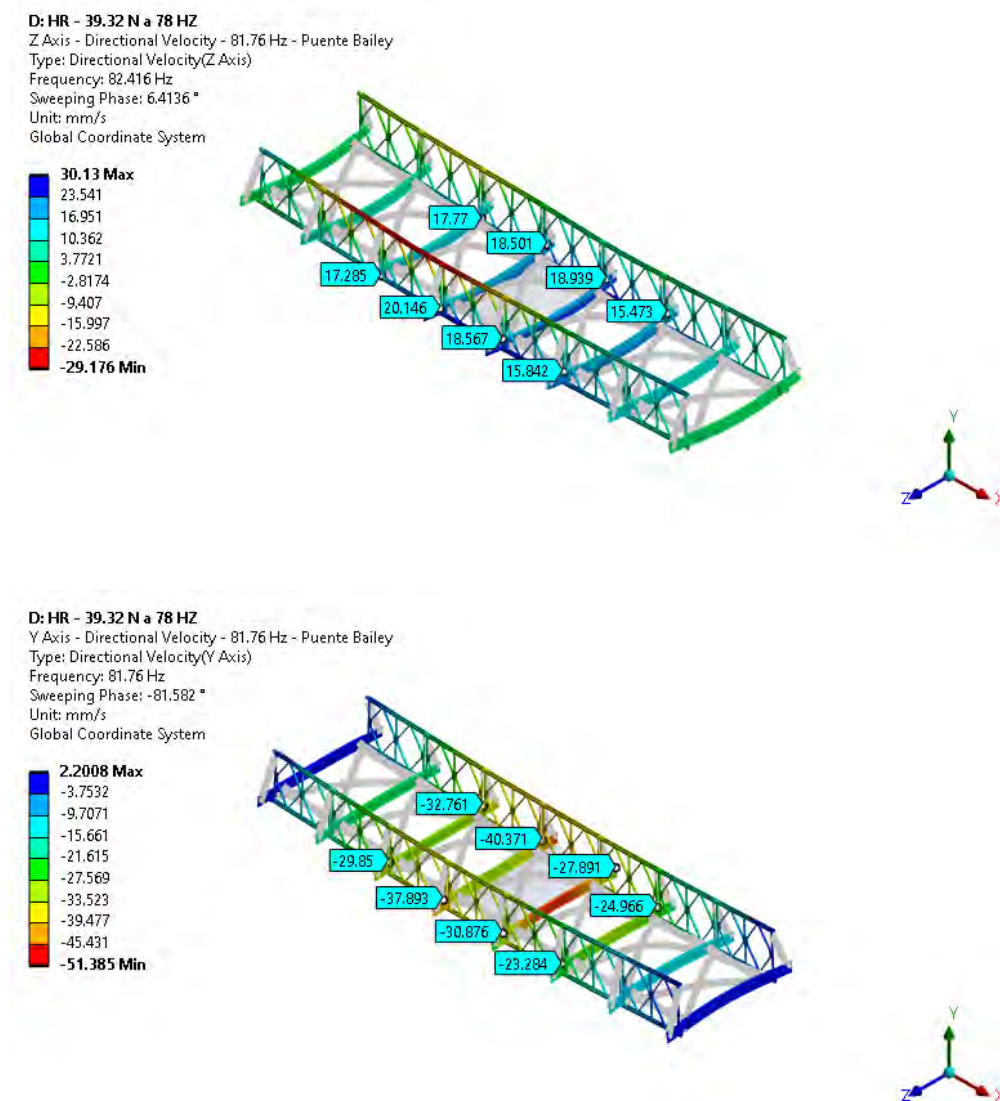
Segundo Caso de Análisis

El segundo caso de análisis considera una excitación armónica generada por la fuerza de desequilibrio correspondiente a una frecuencia de rotación de 81.69 Hz y a la resonancia del primer modo global de flexión vertical. La magnitud de la fuerza se detalla en la Tabla 6.5 y la síntesis de los resultados numéricos se muestra en la Tabla 6.7. La

Figura 6.21 muestra la variación de la amplitud de la respuesta en velocidad en los ocho puntos de control, a lo largo del barrido de frecuencias dentro del ancho de banda analizado en condición de resonancia.

Figura 6.20

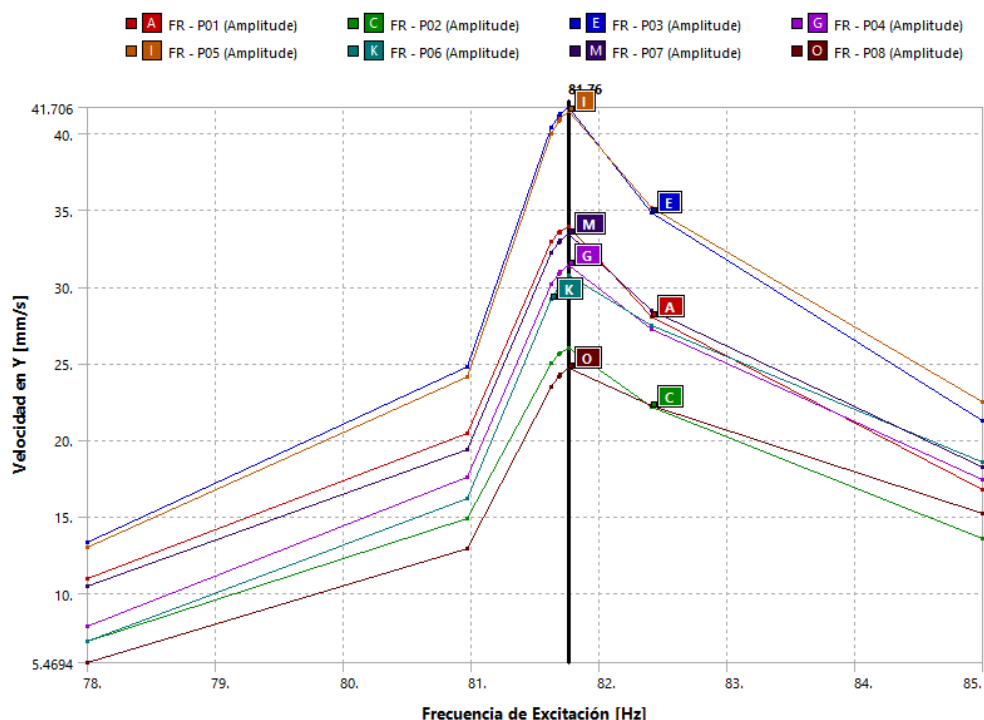
Respuesta dinámica en resonancia a 81.69 Hz para el primer modo global de flexión vertical.



Nota. Respuesta dinámica del primer modo global de flexión vertical, en resonancia a 81.69 Hz, en las direcciones vertical (Y) y transversal (Z) de los ocho puntos de interés.

Figura 6.21

Respuesta en frecuencia a 81.69 Hz para el primer modo global de flexión vertical.



Nota. Respuesta en frecuencia del barrido de frecuencias desde 78 Hz hasta 85 Hz. Las etiquetas A, C, E, G, I, K, M y O en la leyenda corresponden a los ocho puntos de interés P01, P02, P03, P04, P05, P06, P07 y P08 sobre la estructura del modelo a escala de puente Bailey.

Tabla 6.7

Respuesta de los puntos de interés del puente Bailey del estado de resonancia a 81.69 Hz

Punto de medición	Velocidad pico		Velocidad RMS	
	Transversal	Vertical	Transversal	Vertical
	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]
1	18.57	-30.88	13.13	21.83
2	18.94	-27.89	13.39	19.72
3	20.15	-37.89	14.25	26.79
4	18.50	-40.37	13.08	28.55

Nota. Se presentan los puntos originales P03 a P06, renumerados del 1 al 4. Los valores se derivan de los registros de la Figura 6.20 y la Figura 6.21.

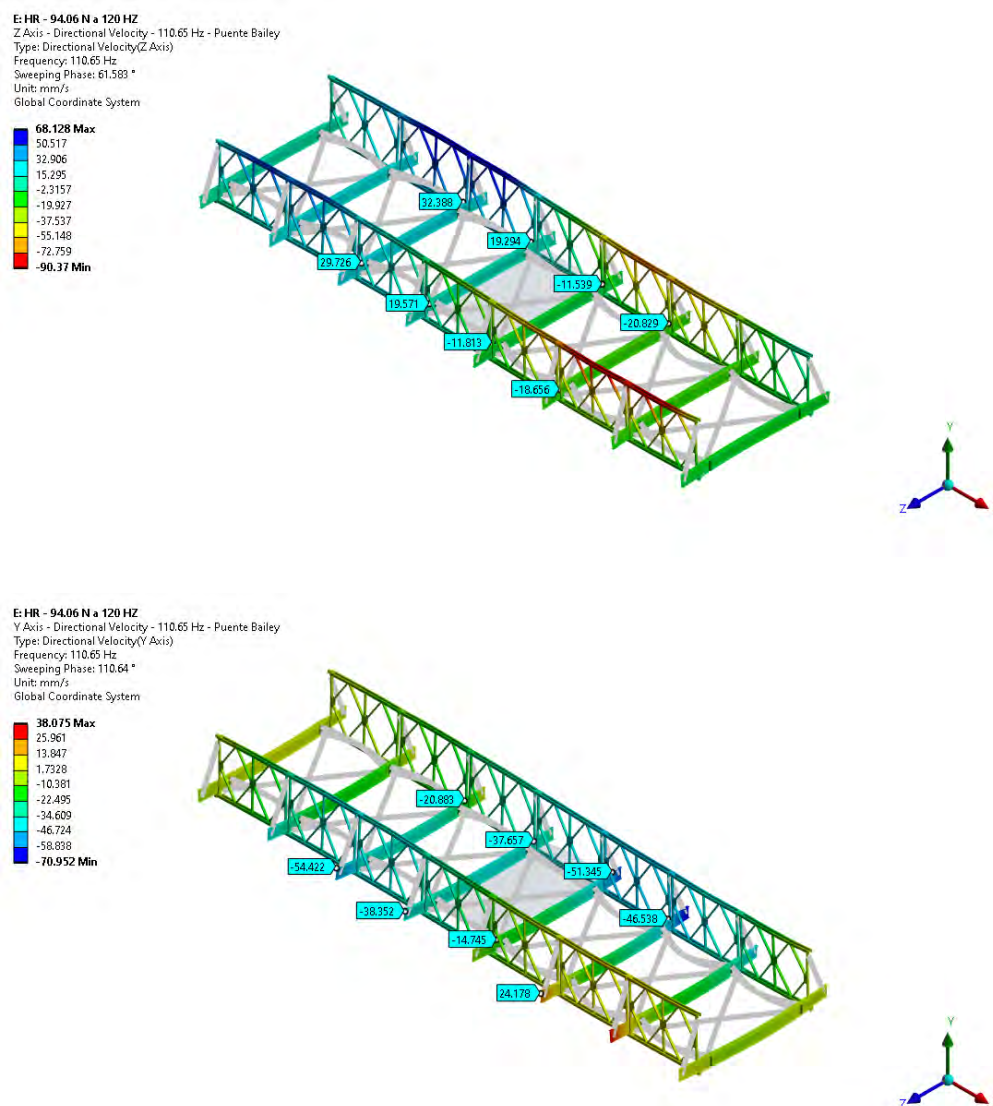
Tercer Caso de Análisis

En este tercer caso se considera una excitación armónica generada por la fuerza de desbalance asociada a una frecuencia de rotación de 110.72 Hz y a la resonancia del segundo modo global de torsión, cuya frecuencia natural numérica es 110.65 Hz. La

magnitud de la fuerza se indica en la Tabla 6.5 y los resultados principales de la simulación se sintetizan en la Tabla 6.8. La Figura 6.23 muestra la evolución de la amplitud de la respuesta en velocidad en los ocho puntos de control, a lo largo del barrido de frecuencias realizado dentro del ancho de banda analizado en condición de resonancia.

Figura 6.22

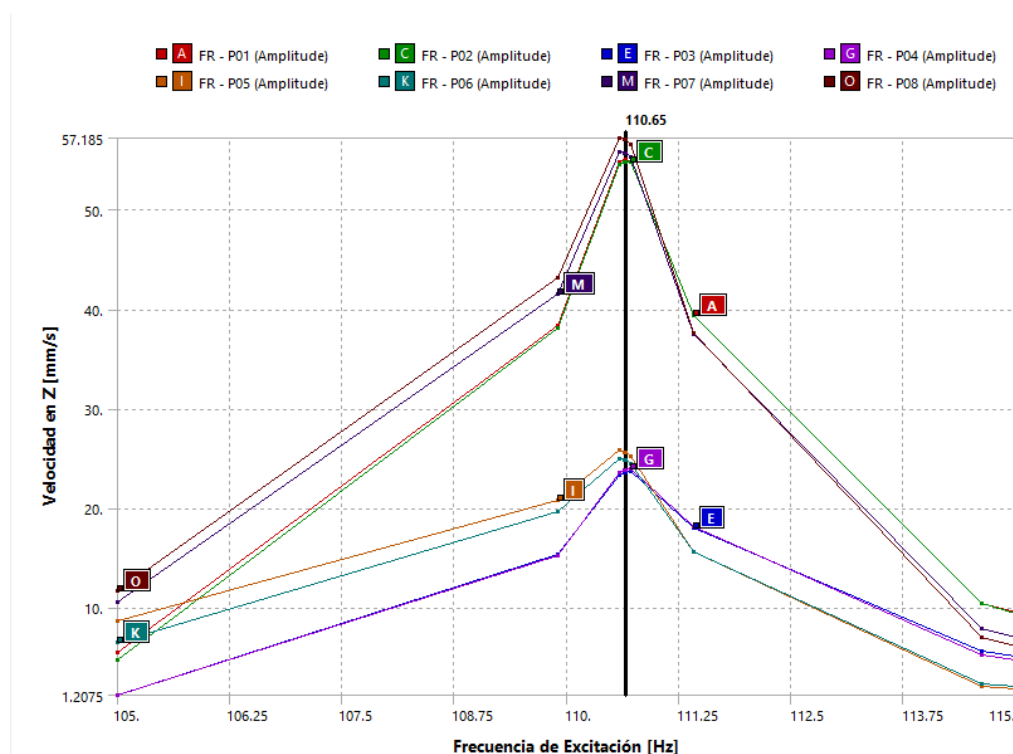
Respuesta dinámica en resonancia a 110.65 Hz para el segundo modo global de torsión.



Nota. Respuesta dinámica del segundo modo global de torsión, en resonancia a 110.65 Hz, en las direcciones vertical (Y) y transversal (Z) de los ocho puntos de interés.

Figura 6.23

Respuesta en frecuencia a 110.65 Hz para el segundo modo global de torsión.



Nota. Respuesta en frecuencia del barrido de frecuencias desde 105 Hz hasta 115 Hz. Las etiquetas A, C, E, G, I, K, M y O en la leyenda corresponden a los ocho puntos de interés P01, P02, P03, P04, P05, P06, P07 y P08 sobre la estructura del modelo a escala de puente Bailey.

Tabla 6.8

Respuesta de los puntos de interés del puente Bailey del estado de resonancia a 110.65 Hz

Punto de medición	Velocidad pico		Velocidad RMS	
	Transversal	Vertical	Transversal	Vertical
	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]
1	-11.96	-14.72	8.45	10.41
2	-11.59	-51.28	8.19	36.26
3	19.53	-38.55	13.81	27.26
4	19.33	-37.56	13.67	26.56

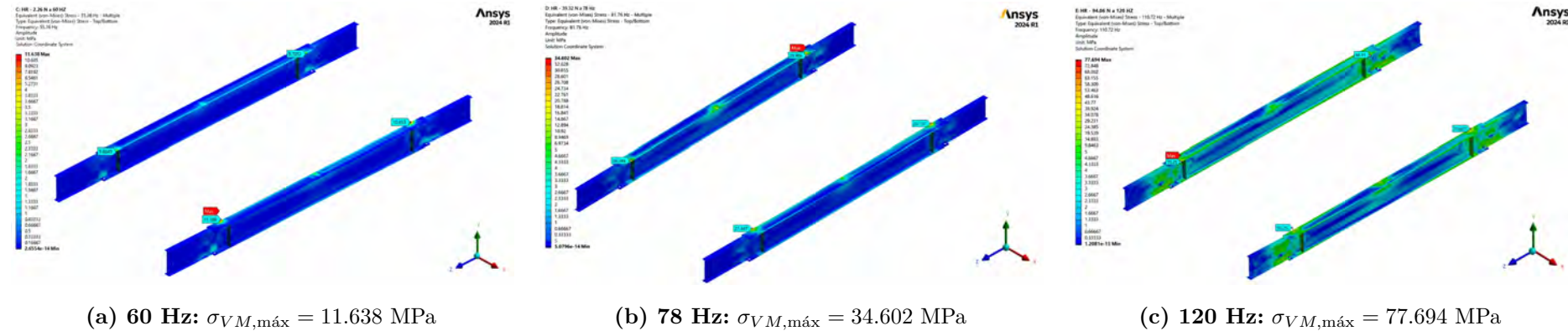
Nota. Se presentan los puntos originales P03 a P06, renumerados del 1 al 4. Los valores se derivan de los registros de la Figura 6.22 y la Figura 6.23.

6.2.5. Respuesta Dinámica en Términos del Esfuerzo Equivalente Máximo de von Mises

La respuesta armónica también se evaluó mediante el esfuerzo equivalente de von Mises en las vigas longitudinales centrales. Para cada condición se consideró el máximo de la distribución obtenida en *ANSYS Mechanical*; las frecuencias mostradas por el solucionador corresponden al punto del barrido numérico próximo a cada resonancia nominal de 60, 78 y 120 Hz.

Figura 6.24

Distribución del esfuerzo equivalente de von Mises en condiciones próximas a las tres resonancias de interés



Condición nominal [Hz]	Frecuencia evaluada [Hz]	$\sigma_{VM,m\acute{a}x}$ [MPa]
60	55.36	11.638
78	81.76	34.602
120	110.72	77.694

Nota. Resultados del análisis de respuesta armónica en *ANSYS Mechanical*. La condición de 120 Hz produjo la mayor demanda, concentrada en las proximidades de cartelas y uniones de las vigas longitudinales. El máximo de 77.694 MPa representa aproximadamente el 31.1 % del límite de fluencia adoptado para el acero ASTM A36 (250 MPa), por lo que las tres condiciones permanecen en el régimen elástico. Elaboración propia.

7 | Evaluación del Daño por Fatiga

7.1. Introducción y Alcance

La fatiga es un proceso de daño progresivo que se produce cuando un material está sometido a cargas cíclicas. Este fenómeno puede originar la formación y propagación de grietas incluso cuando los esfuerzos máximos permanecen por debajo del límite de fluencia del material. Por esta razón, una estructura puede presentar un comportamiento elástico en cada ciclo y, aun así, fallar después de un número elevado de repeticiones.

En este capítulo se evalúa el daño por fatiga producido en el modelo a escala del puente Bailey durante los ensayos dinámicos efectuados a frecuencias de excitación de 60, 78 y 120 Hz. El análisis se basa en los historiales temporales de deformación registrados mediante las rosetas extensométricas SG-01 y SG-02, instaladas en las vigas longitudinales centrales.

A partir de las deformaciones medidas se obtuvo el historial temporal del esfuerzo normal longitudinal $\sigma_x(t)$. Esta señal se utilizó para identificar los ciclos de carga mediante el método Rainflow. Posteriormente, los rangos de esfuerzo obtenidos se relacionaron con la curva $S - N$ correspondiente a la categoría de detalle estructural adoptada y se calculó el daño acumulado mediante la regla lineal de Palmgren–Miner.

La evaluación permite identificar la condición experimental más crítica, cuantificar el daño generado por cada ensayo y estimar el número de bloques de carga equivalentes necesarios para alcanzar la condición $D = 1$.

Los resultados son aplicables únicamente al modelo experimental y a las condiciones evaluadas. Debido a que la geometría de los detalles, las dimensiones de las soldaduras, los espesores, las tensiones residuales y los posibles defectos iniciales no conservan necesariamente una similitud completa, la vida estimada del modelo no debe extrapolarse directamente al puente prototipo.

7.2. Metodología Sugerida para la Evaluación de Fatiga

7.2.1. Selección del Detalle Estructural para Fatiga

Las rosetas SG-01 y SG-02 se instalaron sobre las alas superiores de las vigas longitudinales centrales, próximas a cartelas y uniones soldadas correspondientes a los elementos de arriostramiento. Estas discontinuidades geométricas producen concentraciones locales de esfuerzo y constituyen zonas potenciales para la iniciación de grietas en los pies o terminaciones de las soldaduras.

En consecuencia, las zonas instrumentadas se evaluaron como detalles estructurales soldados y no como metal base liso. Mediante la comparación entre la configuración geométrica de las cartelas, la orientación del esfuerzo nominal y los detalles normalizados para fatiga se adoptó de manera conservadora la **Categoría de detalle E**.

Esta categoría representa un detalle soldado con terminación abrupta y concentración localizada de esfuerzos. La categoría no constituye un factor que multiplique o corrija el esfuerzo medido; su función es definir los parámetros de la curva $S - N$ utilizados para calcular el número de ciclos resistentes correspondiente a cada rango de esfuerzo. Según la AASHTO LRFD Bridge Design Specifications. (NHI, 2016)

Para el presente análisis se adoptan los siguientes parámetros:

Tabla 7.1

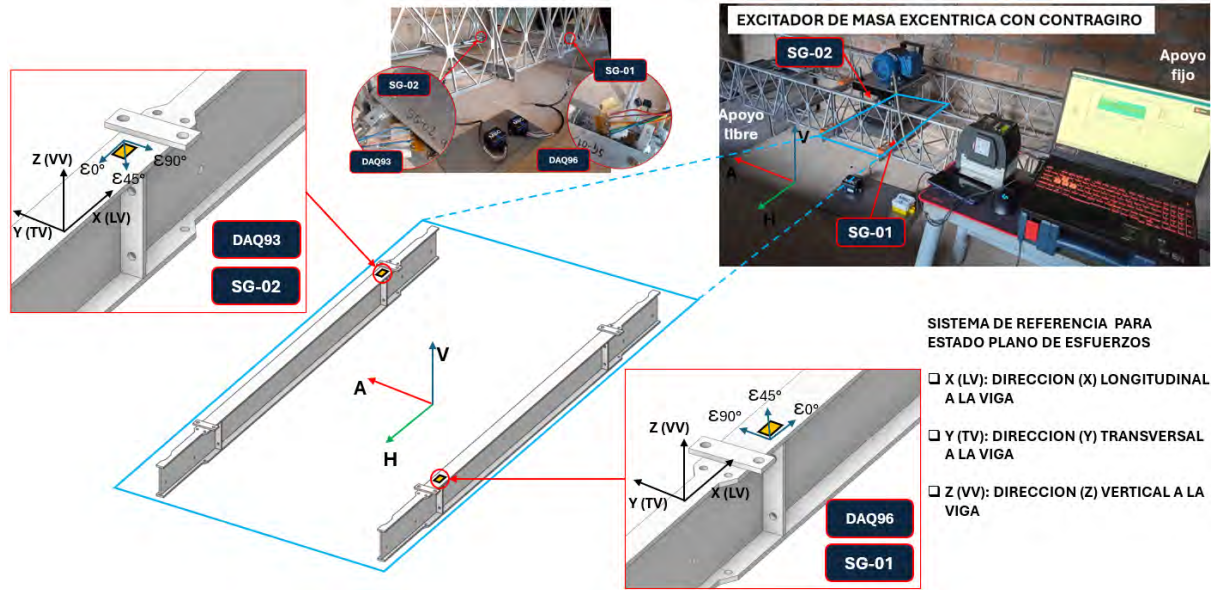
Parámetros de la curva $S - N$ adoptada para la categoría de detalle E

Parámetro	Símbolo	Valor
Pendiente de la curva	m	3
Constante de fatiga	A_E	$11 \times 10^8 ksi^3$
Umbral de fatiga de amplitud constante	$\Delta\sigma_{th}$	$4.5 ksi$
Categoría de detalle	—	E

Nota. La constante A_E debe expresarse en unidades compatibles con el rango de esfuerzo introducido en la ecuación $N = A_E / (\Delta\sigma)^m$. Cuando $\Delta\sigma$ se expresa en MPa, A_E debe introducirse en MPa^3 . (Chapter 12. Design for Fatigue, 2022)

Figura 7.1

Ubicación, Orientación e Instalación de las Rosetas Extensométricas SG-01 y SG-02 en las Vigas Longitudinales Centrales.



Nota. Las rosetas SG-01 y SG-02 se instalaron sobre las alas superiores de las vigas longitudinales centrales izquierda y derecha, respectivamente. Cada roseta estuvo conformada por elementos orientados a 0°, 45° y 90° respecto de la dirección longitudinal de la viga. El eje (X) corresponde a la dirección longitudinal, el eje (Y) a la dirección transversal y el eje (Z) a la dirección vertical del modelo. Elaboración propia.

7.2.2. Selección del Historial de Esfuerzo para Fatiga

Las mediciones realizadas mediante las rosetas extensométricas permitieron reconstruir el estado plano de esfuerzos en cada punto instrumentado:

$$\sigma_x(t), \sigma_y(t), \tau_{xy}(t)$$

Para el análisis de fatiga se seleccionó el historial temporal del esfuerzo normal longitudinal:

$$\sigma_f(t) = \sigma_x(t)$$

Esta componente corresponde a una dirección estructural fija, conserva el signo de la sollicitación y representa el esfuerzo nominal que actúa perpendicularmente a una posible grieta transversal iniciada en el detalle soldado. Por estas razones, $\sigma_x(t)$ resulta apropiado para el conteo uniaxial de ciclos mediante Rainflow.

Bajo la hipótesis de esfuerzo plano, el esfuerzo longitudinal se determinó mediante:

$$\sigma_x(t) = \frac{E}{1 - \nu^2} [\varepsilon_x(t) + \nu \varepsilon_y(t)]$$

Los esfuerzos principales se emplearon para caracterizar el estado tensional de los puntos instrumentados, mientras que el esfuerzo equivalente de Von Mises se utilizó únicamente para verificar la condición de fluencia. Este último no se empleó en el conteo Rainflow debido a que es una magnitud no negativa y no conserva la alternancia entre tracción y compresión de la señal.

7.2.3. Preparación de las Señales para el Análisis

Para cada ensayo se procesó el historial temporal correspondiente al intervalo de excitación seleccionado para el análisis. Antes del conteo de ciclos, se realizó una corrección de cero utilizando el tramo en reposo previo al arranque:

$$\sigma_x^c(t) = \sigma_x(t) - \bar{\sigma}_{x,\text{reposo}}$$

Donde $\bar{\sigma}_{x,\text{reposo}}$ es el valor medio del esfuerzo longitudinal durante el tramo en reposo.

Posteriormente, la señal se filtró para reducir el ruido instrumental sin alterar las componentes dinámicas asociadas con la respuesta estructural. La secuencia de procesamiento fue:

$$\varepsilon_{0^\circ}(t), \varepsilon_{45^\circ}(t), \varepsilon_{90^\circ}(t) \rightarrow \sigma_x(t), \sigma_y(t), \tau_{xy}(t) \rightarrow \sigma_x^c(t) \rightarrow \text{Rainflow} \rightarrow \text{Miner}$$

Como control de consistencia, el número de ciclos identificado se comparó con la estimación:

$$n_{\text{teórico}} \approx f_d T$$

Donde f_d es la frecuencia dominante de la respuesta y T es la duración del intervalo analizado. Esta comparación se utilizó únicamente como verificación global, debido a que la presencia de transitorios, modulación y contenido de amplitud variable puede producir diferencias respecto de una señal armónica ideal.

7.2.4. Conteo de Ciclos mediante Rainflow

El conteo de ciclos de esfuerzo se realizó mediante el algoritmo Rainflow, siguiendo los procedimientos establecidos en la norma ASTM E1049-85(2023). Este método permite transformar un historial irregular de esfuerzos en un conjunto de ciclos caracterizados por su rango, valor medio y número de repeticiones, información posteriormente utilizada para calcular el daño acumulado por fatiga.

El conteo se aplicó al historial temporal corregido del esfuerzo longitudinal:

$$\sigma_x^c(t)$$

Para cada ciclo i , el rango y el esfuerzo medio se determinaron mediante:

$$\Delta\sigma_i = \sigma_{max,i} - \sigma_{min,i}, \quad \sigma_{m,i} = \frac{\sigma_{max,i} + \sigma_{min,i}}{2}$$

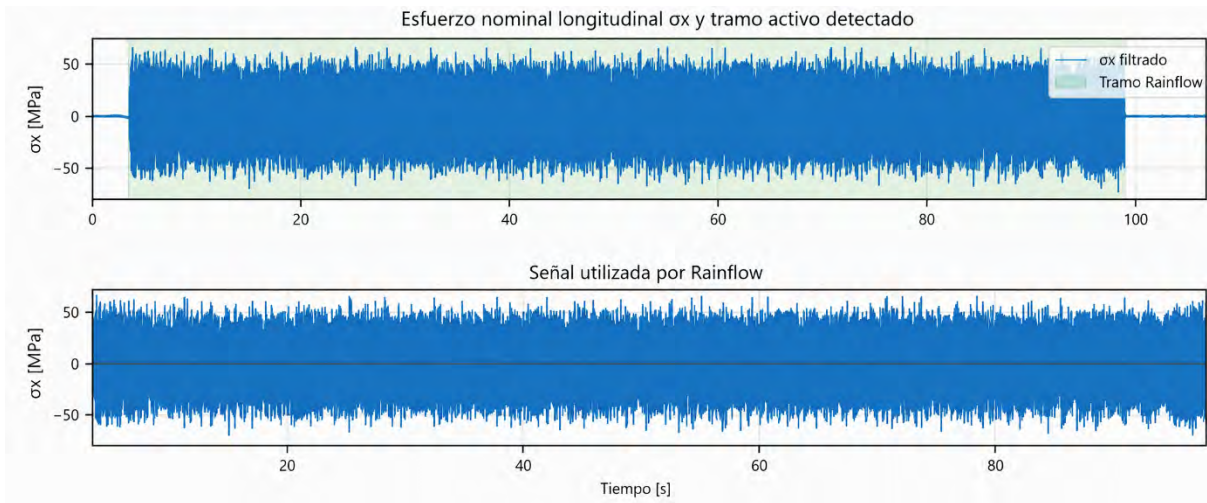
La fracción de ciclo asignada fue:

$$n_i = \begin{cases} 1, & \text{ciclo completo} \\ 0.5, & \text{mediociclo} \end{cases}$$

El cálculo del daño se efectuó utilizando los rangos individuales identificados por el algoritmo Rainflow. La agrupación por clases se empleó únicamente para la representación gráfica y la presentación resumida de los resultados.

Figura 7.2

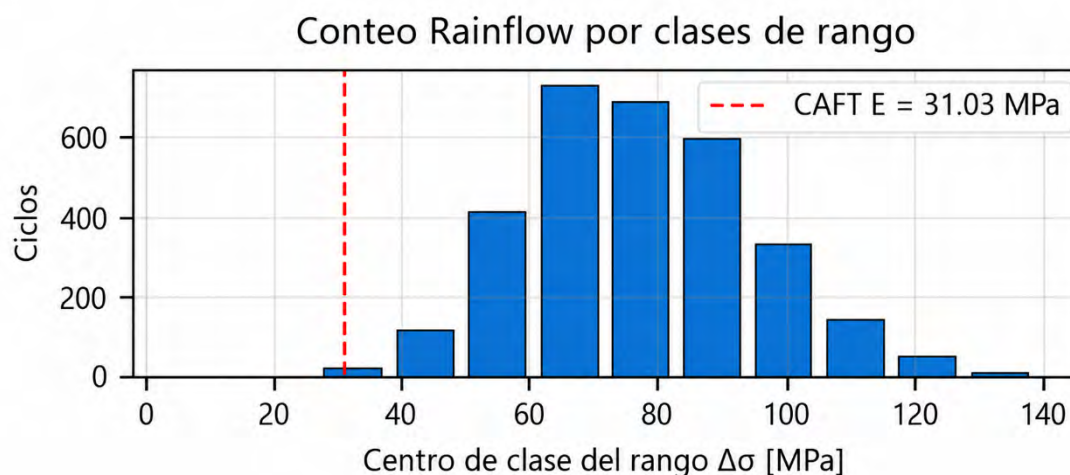
Historial temporal de $\sigma_x(t)$ y señal seleccionada para el conteo Rainflow



Nota. El gráfico superior muestra el historial temporal corregido y filtrado del esfuerzo longitudinal, junto con el intervalo activo seleccionado. El gráfico inferior presenta únicamente la señal introducida en el algoritmo Rainflow. La selección excluye los tramos en reposo que no corresponden a la aplicación de la excitación dinámica.

Figura 7.3

Distribución de Ciclos Rainflow por Clases de Rango de Esfuerzo Longitudinal



Nota. Las barras representan el número de ciclos identificados en cada clase de rango de esfuerzo $\Delta\sigma$. La línea vertical discontinua corresponde al umbral de fatiga de amplitud constante de la categoría de detalle E, $\Delta\sigma_{th} = 31.03 MPa$. Las clases situadas a la derecha del umbral contienen ciclos potencialmente contribuyentes al daño por fatiga, de acuerdo con el criterio de la curva $S - N$ adoptada.

Tabla 7.2

Resumen Estadístico de los Ciclos Rainflow Agrupados por Clases de Rango de Esfuerzo.

Lower Range	Upper Range	Cycles n_i	Ave Amp	Max Amp	Min Mean	Ave Mean	Max Mean	Min Valley	Max Peak
127.68	138.92	10.00	65.91	69.46	-7.44	-0.90	1.54	-72.39	66.53
116.44	127.68	55.50	60.56	63.70	-3.56	0.08	5.87	-64.41	65.58
105.19	116.44	142.00	55.01	58.18	-4.65	-0.20	7.24	-62.05	61.60
93.95	105.19	334.50	49.39	52.59	-8.76	-0.03	8.57	-59.09	59.85
82.70	93.95	602.50	43.97	46.96	-13.50	0.01	10.34	-58.38	56.19
71.46	82.70	693.50	38.44	41.35	-11.15	0.20	12.48	-52.49	49.72
60.22	71.46	739.00	32.99	35.73	-15.08	0.17	12.65	-46.22	46.72
48.97	60.22	415.00	27.56	30.10	-14.50	0.28	15.05	-41.07	43.31
37.73	48.97	120.50	22.50	24.47	-21.20	0.34	11.40	-45.15	35.00
26.49	37.73	25.00	17.29	18.75	-7.25	0.26	9.36	-24.79	27.85
15.24	26.49	0.50	12.98	12.98	-7.77	-7.77	-7.77	-20.75	5.21
4.00	15.24	2.00	2.69	4.74	-2.25	-0.39	0.48	-4.26	5.21

Nota. Los ciclos identificados mediante Rainflow se agruparon por intervalos de rango de esfuerzo $\Delta\sigma$. Para cada intervalo se presenta el número equivalente de ciclos, incluyendo ciclos completos y medios ciclos, así como la amplitud, el esfuerzo medio y los valores extremos de valle y pico. Los intervalos se ordenaron de mayor a menor rango de esfuerzo. La agrupación se empleó únicamente para resumir y visualizar los resultados; el daño por fatiga se calculó con los ciclos individuales.

7.2.5. Curva de la Categoría de Detalle e Adoptada

La curva $S - N$ relaciona el rango de esfuerzo aplicado con el número de ciclos resistentes asociado a una determinada categoría de detalle estructural. Para la categoría de detalle E, la rama principal de la curva se expresa mediante:

$$N_i = \frac{A_E}{(\Delta\sigma_i)^m}$$

donde:

$\Delta\sigma_i$ es el rango de esfuerzo correspondiente al ciclo i , obtenido mediante el conteo Rainflow.

N_i es el número de ciclos resistentes asociado a dicho rango de esfuerzo.

A_E es la constante correspondiente a la categoría de detalle E.

m es la pendiente de la rama principal de la curva $S - N$.

Para la categoría adoptada se emplearon los siguientes parámetros:

$$A_E = 3.605 \times 10^{11} MPa^3 m = 3\Delta\sigma_{th} = 31.03 MPa$$

Por tanto, para los rangos de esfuerzo iguales o superiores al umbral de fatiga:

$$N_i = \frac{3.605 \times 10^{11}}{(\Delta\sigma_i)^3}$$

El número de ciclos correspondiente al umbral se determinó mediante:

$$N_{th} = \frac{3.605 \times 10^{11}}{(31.03)^3} N_{th} \approx 1.21 \times 10^7 \text{ ciclos}$$

En consecuencia, la relación utilizada para el cálculo del daño se definió como:

$$N_i = \begin{cases} \frac{3.605 \times 10^{11}}{(\Delta\sigma_i)^3}, & \Delta\sigma_i \geq 31.03 MPa \\ \infty, & \Delta\sigma_i < 31.03 MPa \end{cases}$$

De este modo, los ciclos cuyos rangos de esfuerzo se encuentran por debajo del umbral adoptado no contribuyen al daño acumulado. Para representar gráficamente la rama inclinada, el rango de esfuerzo se obtuvo despejando la ecuación anterior:

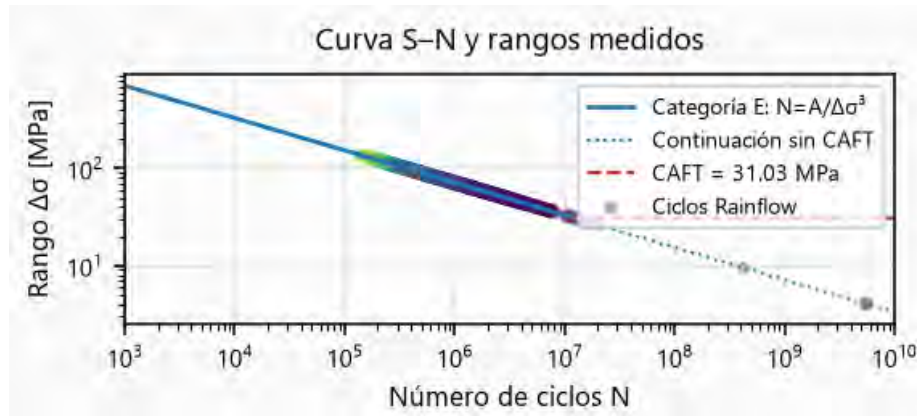
$$\Delta\sigma(N) = \left(\frac{A_E}{N} \right)^{1/3}$$

En forma logarítmica decimal, la ecuación puede escribirse como:

$$\log_{10} N = \log_{10} A_E - 3 \log_{10} (\Delta\sigma)$$

Figura 7.4

Comparación de los Rangos de Esfuerzo Rainflow con la Curva S – N de la Categoría de Detalle E.



Nota 1. Cuando los rangos inferiores al umbral no produzcan daño: Los puntos representan los rangos de esfuerzo y el número de ciclos asociados obtenidos mediante el conteo Rainflow. La línea continua corresponde a la curva $S - N$ de la categoría de detalle E. La línea horizontal discontinua identifica el umbral de fatiga de amplitud constante, $\Delta\sigma_{th} = 31.03 MPa$. Los ciclos con rangos inferiores a este valor no se consideraron contribuyentes al daño acumulado.

Nota 2. Cuando utilices una segunda rama bajo el umbral: Los puntos representan los ciclos obtenidos mediante Rainflow. La línea continua corresponde a la rama principal de la curva $S - N$, mientras que la línea discontinua representa la rama adoptada para rangos inferiores al umbral. Los parámetros de ambas ramas se definen en el apartado correspondiente.

7.2.6. Acumulación de Daño por Fatiga mediante la Regla de Palmgren – Miner

Durante los ensayos dinámicos, el modelo experimental estuvo sometido a ciclos de esfuerzo de amplitud variable. Por ello, el daño por fatiga se evaluó mediante la regla lineal de Palmgren–Miner, la cual establece que el daño total acumulado es igual a la suma de las fracciones de vida consumidas por cada rango de esfuerzo identificado mediante el conteo Rainflow.

Para cada rango de esfuerzo $\Delta\sigma_i$, el daño parcial se obtiene como la relación entre el número de ciclos aplicados n_i y el número de ciclos resistentes N_i , determinado a partir de la curva $S - N$. En consecuencia, el daño acumulado de cada ensayo se calculó mediante:

$$D = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_k}{N_k} = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i}$$

donde:

n_i : número de ciclos aplicados para el rango i , obtenido mediante Rainflow.

N_i : número de ciclos resistentes para el rango i , calculado con la curva $S - N$.

De acuerdo con este criterio, la condición teórica de agotamiento por fatiga se alcanza cuando el valor D es igual a la unidad ($D = 1$).

Por tanto, un valor $D < 1$ indica que el detalle estructural no ha consumido completamente su vida a fatiga durante la condición evaluada, mientras que un valor $D \geq 1$ representa el agotamiento teórico de su resistencia a fatiga.

En el presente análisis, únicamente se consideraron como contribuyentes al daño los ciclos cuyo rango de esfuerzo fue igual o superior al umbral de fatiga adoptado para la categoría de detalle E:

$$\Delta\sigma_i \geq 31.03 MPa$$

Los ciclos con rangos inferiores a dicho umbral se consideraron con daño nulo.

Tabla 7.3

Daño acumulado por fatiga mediante la regla de Palmgren–Miner considerando el umbral de fatiga

Intervalo $\Delta\sigma$	n_i	N_i	$\frac{n_i}{N_i}$	D acum.	$\frac{n_i}{N_i}$ con CAFT	D acum. CAFT	N_i proyectado a $D = 1$
4.00-15.24	2.0	1.382E+09	1.448E-09	1.448E-09	0.000E+00	0.000E+00	4.347E+02
15.24-26.49	0.5	2.061E+07	2.427E-08	2.571E-08	0.000E+00	0.000E+00	1.087E+02
26.49-37.73	25.0	8.523E+06	2.933E-06	2.959E-06	2.576E-06	2.576E-06	5.433E+03
37.73-48.97	120.5	3.909E+06	3.083E-05	3.379E-05	3.083E-05	3.341E-05	2.619E+04
48.97-60.22	415.0	2.132E+06	1.947E-04	2.285E-04	1.947E-04	2.281E-04	9.020E+04
60.22-71.46	739.0	1.246E+06	5.932E-04	8.216E-04	5.932E-04	8.212E-04	1.606E+05
71.46-82.70	693.5	7.894E+05	8.785E-04	1.700E-03	8.785E-04	1.700E-03	1.507E+05
82.70-93.95	602.5	5.281E+05	1.141E-03	2.841E-03	1.141E-03	2.841E-03	1.309E+05
93.95-105.19	334.5	3.729E+05	8.969E-04	3.738E-03	8.969E-04	3.738E-03	7.270E+04
105.19-116.44	142.0	2.700E+05	5.259E-04	4.264E-03	5.259E-04	4.263E-03	3.086E+04
116.44-127.68	55.5	2.025E+05	2.741E-04	4.538E-03	2.741E-04	4.538E-03	1.206E+04
127.68-138.92	10.0	1.573E+05	6.359E-05	4.602E-03	6.359E-05	4.601E-03	2.173E+03

Nota. Para cada intervalo de rango de esfuerzo $\Delta\sigma$ se presenta el número de ciclos aplicado n_i , el número de ciclos resistentes N_i , el daño parcial n_i/N_i y su acumulación progresiva. En las columnas que consideran el umbral de fatiga (CAFT), los ciclos con $\Delta\sigma < 31.03 MPa$ se asignaron con daño nulo. El daño acumulado final del ensayo fue $D = 4.601 \times 10^{-3}$, valor inferior a la condición convencional de agotamiento $D = 1$.

Los resultados muestran que el daño acumulado final del ensayo, considerando el umbral de fatiga de la categoría de detalle E, fue de $D = 4.601 \times 10^{-3}$. Este valor representa un consumo aproximado del 0.4601 % de la vida a fatiga estimada para el detalle estructural analizado. Por tanto, una sola ejecución del ensayo no alcanza la condición convencional de agotamiento establecida por la regla de Palmgren–Miner, $D = 1$.

Las principales contribuciones al daño provienen de los intervalos comprendidos entre 60.22 y 116.44 MPa, debido a que combinan un número elevado de ciclos con una menor cantidad de ciclos resistentes N_i . Aunque los intervalos superiores presentan mayores rangos de esfuerzo, su menor número de repeticiones reduce su participación relativa en el daño total.

Si se supone que el mismo ensayo se repite bajo condiciones idénticas y que cada repetición produce el mismo daño, el número de ensayos equivalentes hasta alcanzar $D = 1$ se estima mediante:

$$B_{falla} = \frac{1}{D} B_{falla} = \frac{1}{4.601 \times 10^{-3}} \approx 217.34$$

En consecuencia, serían necesarias aproximadamente 217 repeticiones equivalentes en total para consumir teóricamente la vida a fatiga. Como ya se efectuó un ensayo, quedarían aproximadamente:

$$B_{adicionales} = \frac{1 - D}{D} = \frac{1 - 4.601 \times 10^{-3}}{4.601 \times 10^{-3}} \approx 216.34$$

Es decir, podrían realizarse aproximadamente 216 ensayos adicionales equivalentes antes de alcanzar teóricamente $D = 1$. No obstante, debido a que solo pueden ejecutarse ensayos completos, la repetición número 218 en total, equivalente a 217 ensayos adicionales, sería la primera que superaría la unidad de daño.

En conclusión, el daño acumulado obtenido es significativamente menor que la unidad, por lo que el ensayo evaluado no produce el agotamiento por fatiga del detalle estructural. Bajo la hipótesis de repetición idéntica y acumulación lineal, se requieren aproximadamente 217 ensayos equivalentes para alcanzar teóricamente $D = 1$. Esta estimación no considera efectos de secuencia, variaciones entre ensayos, crecimiento previo de grietas ni cambios de rigidez del modelo.

8 | Comparación de Resultados Analíticos, Numéricos y Experimentales

Este capítulo integra los resultados de similitud y construcción (Capítulo III), identificación experimental (Capítulo IV), formulación matricial (Capítulo V), simulación FEM (Capítulo VI) y fatiga (Capítulo VII). La comparación comprende las frecuencias naturales, la velocidad RMS, el desplazamiento y el esfuerzo equivalente de von Mises en resonancia; el daño acumulado se interpreta como una verificación complementaria del dominio experimental.

8.1. Comparación de los Parámetros Modales Obtenidos por los Tres Enfoques

En esta sección se comparan las frecuencias naturales identificadas mediante el Análisis Modal Experimental (EMA), con las calculadas a partir de un modelo analítico tipo Frame formado por elementos lineales (barras o vigas) conectados en nodos de 6 GDL y las obtenidas mediante el análisis por elementos finitos (FEM), ejecutado en *Ansys* con la herramienta de *Modal Analysis*.

Las diferencias relativas se calcularon respecto del EMA. Como referencia para interpretarlas, Pálsson (2012) señala que las discrepancias entre frecuencias obtenidas mediante FEM y OMA suelen ser inferiores al 4 %, mientras que valores de hasta 15 % pueden considerarse tolerables al juzgar la confiabilidad de un modelo analítico. En consecuencia, el 15 % se adopta aquí como valor límite referencial para las frecuencias naturales; este valor no se extiende a las amplitudes resonantes, cuya incertidumbre depende además del amortiguamiento y de la fuerza efectiva.

Tabla 8.1*Comparación de las frecuencias naturales por los enfoques empleados*

Forma modal	EMA [Hz]	Analítico [Hz]	FEM [Hz]	Error EMA–Analítico [%]	Error EMA–FEM [%]
Primer modo global de torsión	60.87	60.770	61.26	0.16	0.64
Primer modo global de flexión vertical	78.02	73.802	81.69	5.41	4.70
Segundo modo global de torsión	120.35	120.226	110.65	0.10	8.06

Discusión de la comparación modal. El error medio fue 1.89 % para la formulación analítica y 4.47 % para el FEM, con diferencias individuales entre 0.10 % y 8.06 %. Aunque ambos modelos reproducen la secuencia experimental de torsión–flexión–torsión, la mayor desviación analítica aparece en el modo de flexión de 78.02 Hz y la mayor desviación FEM en el segundo modo de torsión de 120.35 Hz. Esto demuestra que un error medio reducido no garantiza la misma precisión en todos los modos: cada forma modal responde de manera diferente a la rigidez de uniones y apoyos, la distribución de masa y las simplificaciones geométricas.

Como aprendizaje, la calibración futura debe realizarse modo por modo y no únicamente ajustando una rigidez global. Para mejorar la correspondencia conviene actualizar la rigidez de conexiones y apoyos, incorporar las masas y excentricidades reales y utilizar simultáneamente las frecuencias y formas modales del EMA como objetivos de ajuste. El modelo actualizado deberá comprobarse con modos o configuraciones no empleados durante la calibración, a fin de verificar su capacidad predictiva.

8.2. Comparación de las Amplitudes de Vibración Obtenidas por los Tres Enfoques

A continuación, se presenta el análisis comparativo de la respuesta en velocidad RMS bajo condiciones de resonancia, correspondientes a tres frecuencias naturales previamente identificadas.

Las Tablas 8.2, 8.3 y 8.4 muestran, para los cuatro puntos instrumentados y en las direcciones transversal (Y) y vertical (Z), los niveles de velocidad RMS obtenidos experimentalmente y los calculados mediante el modelo analítico y el modelo FEM, junto con los errores porcentuales asociados a cada comparación (experimental frente a analítico y experimental frente a FEM).

Tabla 8.2

Comparación de la respuesta en velocidad RMS para el primer caso de estudio en estado de resonancia a 60 Hz

Punto de medición	Experimental		Analítico		FEM		Error		Error	
	Transversal	Vertical	Transversal	Vertical	Transversal	Vertical	Exp.–Analítico [%]		Exp.–FEM [%]	
	$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]	$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	Transversal	Vertical	Transversal	Vertical
1	17.70	9.31	14.86	10.36	16.80	9.00	16.0	11.3	5.1	3.3
2	17.09	12.60	14.46	11.18	16.49	12.78	15.4	11.3	3.5	1.4
3	19.31	8.28	16.29	9.50	16.68	9.24	15.6	14.7	13.6	11.6
4	19.06	12.37	16.24	13.74	16.75	12.33	14.8	11.1	12.1	0.3

Nota. A 60 Hz, el FEM presentó la mejor concordancia con el análisis experimental: el error absoluto medio fue de 6.36 %, frente a 13.78 % del análisis analítico.

Tabla 8.3

Comparación de la respuesta en velocidad RMS para el segundo caso de estudio en estado de resonancia a 78 Hz

Punto de medición	Experimental		Analítico		FEM		Error		Error	
	Transversal	Vertical	Transversal	Vertical	Transversal	Vertical	Exp.–Analítico [%]		Exp.–FEM [%]	
	$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]	$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	Transversal	Vertical	Transversal	Vertical
1	12.70	20.30	14.42	23.63	13.13	21.83	13.5	16.4	3.4	7.5
2	11.85	17.27	13.66	20.47	13.39	19.72	15.3	18.5	13.0	14.2
3	13.75	25.21	13.91	29.03	14.25	26.79	1.2	15.2	3.6	6.3
4	13.40	24.84	15.43	28.82	13.08	28.55	15.1	16.0	2.4	14.9

Nota. A 78 Hz, el FEM volvió a aproximarse mejor al análisis experimental, con un error absoluto medio de 8.16 %, mientras que el análisis analítico alcanzó 13.90 %.

Tabla 8.4

Comparación de la respuesta en velocidad RMS para el tercer caso de estudio en estado de resonancia a 120 Hz

Punto de medición	Experimental		Analítico		FEM		Error		Error	
	Transversal	Vertical	Transversal	Vertical	Transversal	Vertical	Exp.–Analítico [%]		Exp.–FEM [%]	
	$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	$V_{RMS,Y}$ [mm/s]	$V_{RMS,Z}$ [mm/s]	$V_{pk,Y}$ [mm/s]	$V_{pk,Z}$ [mm/s]	Transversal	Vertical	Transversal	Vertical
1	9.94	12.80	11.14	14.71	8.35	10.43	12.1	14.9	16.0	18.5
2	9.51	33.45	9.18	38.66	8.16	36.31	3.5	15.6	14.2	8.6
3	15.20	31.75	12.87	27.22	13.84	27.12	15.3	14.3	8.9	14.6
4	16.02	31.19	13.62	29.47	13.64	26.63	15.0	5.5	14.9	14.6

Nota. A 120 Hz, el análisis analítico obtuvo la menor diferencia global respecto del análisis experimental, con un error absoluto medio de 12.03 %, frente a 13.79 % del FEM.

Discusión de la comparación de velocidades. En las resonancias próximas a 60 y 78 Hz, el FEM presentó los menores errores medios frente a la referencia experimental, con 6.36 % y 8.16 %, mientras que el modelo analítico alcanzó 13.78 % y 13.90 %. A 120 Hz ocurrió lo contrario: el modelo analítico obtuvo 12.03 % y el FEM 13.79 %. Por tanto, ninguno de los modelos representa mejor todas las condiciones; la precisión cambia con la forma modal y con la dirección evaluada. El principal aprendizaje es que reproducir adecuadamente las frecuencias naturales no asegura reproducir las amplitudes resonantes, porque estas dependen también del amortiguamiento, la fuerza efectiva y la rigidez local de apoyos y conexiones.

Para futuras implementaciones, ambos modelos deben actualizarse con las frecuencias y formas modales del EMA, amortiguamiento identificado para cada modo, apoyos elásticos, uniones semirrígidas y masas reales. Además, la velocidad debe calcularse a las mismas frecuencias utilizadas en los ensayos y la calibración debe considerar conjuntamente los cuatro puntos y las dos direcciones, evitando ajustar una sola resonancia a costa de empeorar las demás.

8.2.1. Comparación de los Desplazamientos Experimentales y Analíticos

Para conservar el formato de presentación del análisis analítico, se comparan el desplazamiento pico y su equivalente RMS en las direcciones Y y Z para los cuatro puntos de medición. La comparación entre el análisis experimental y el análisis analítico considera las frecuencias de 59.51, 77.36 y 119.10 Hz frente a 60.770, 73.802 y 120.226 Hz, respectivamente; por tanto, el contraste corresponde a cada caso modal nominal y no a una coincidencia exacta de frecuencia.

Tabla 8.5

Comparación de los desplazamientos experimentales y analíticos en los cuatro puntos de medición

Condición [Hz]	Punto	Experimental				Analítico				Error RMS Exp.–Analítico [%]	
		Pico (0-pk)		RMS		Pico (0-pk)		RMS		Y	Z
		$u_{pk,Y}$ [mm]	$u_{pk,Z}$ [mm]	$u_{RMS,Y}$ [mm]	$u_{RMS,Z}$ [mm]	$u_{pk,Y}$ [mm]	$u_{pk,Z}$ [mm]	$u_{RMS,Y}$ [mm]	$u_{RMS,Z}$ [mm]		
60	1	0.20	0.10	0.14	0.07	0.254	0.122	0.178	0.086	27.4	22.5
	2	0.20	0.13	0.14	0.09	0.257	0.165	0.180	0.114	28.7	26.9
	3	0.21	0.08	0.15	0.06	0.240	0.102	0.171	0.077	14.2	27.8
	4	0.21	0.13	0.15	0.09	0.264	0.167	0.189	0.116	25.8	29.1
78	1	0.11	0.16	0.08	0.11	0.134	0.203	0.096	0.141	20.0	28.3
	2	0.10	0.14	0.07	0.10	0.119	0.166	0.083	0.118	18.4	18.0
	3	0.11	0.21	0.08	0.15	0.139	0.268	0.101	0.191	26.7	27.5
	4	0.11	0.20	0.08	0.14	0.125	0.231	0.091	0.164	13.5	17.1
120	1	0.06	0.07	0.04	0.05	0.076	0.084	0.051	0.060	28.2	20.0
	2	0.06	0.18	0.04	0.13	0.070	0.228	0.047	0.164	17.5	26.5
	3	0.10	0.18	0.07	0.13	0.115	0.215	0.081	0.154	15.6	18.5
	4	0.10	0.18	0.07	0.13	0.128	0.229	0.089	0.165	27.1	26.8

Nota. Los desplazamientos experimentales proceden de la doble integración de la aceleración; los valores analíticos RMS se obtuvieron mediante $u_{RMS} = u_{pk}/\sqrt{2}$. El error se calculó como $|u_{RMS,ana} - u_{RMS,exp}|/u_{RMS,exp} \times 100$. El error porcentual absoluto medio fue 25.30 %, 21.19 % y 22.53 % para 60, 78 y 120 Hz, respectivamente, y 23.00 % en el conjunto de 24 comparaciones RMS; el máximo, 29.1 %, correspondió al punto 4 en Z a 60 Hz. El límite de 30 % describe el máximo observado en este conjunto y no constituye un criterio universal de aceptación.

Discusión de los errores en la comparación de desplazamientos. El Análisis Modal Experimental y las respuestas de los ensayos se adoptaron como referencia para evaluar el cálculo analítico. Los 24 errores de desplazamiento fueron menores que 30 %, con un promedio global de 23.00 % y un máximo de 29.1 %; estos valores describen el resultado observado y no una tolerancia establecida. La diferencia se atribuye principalmente a una calibración incompleta del modelo: las frecuencias analíticas no coinciden exactamente con las experimentales y, cerca de la resonancia, pequeñas variaciones de frecuencia, rigidez o amortiguamiento producen cambios importantes de amplitud (Chopra, 2014; Rao, 2010).

También influyen las condiciones de borde idealizadas, las uniones consideradas completamente rígidas y la simplificación de placas, cartelas, soldaduras, excentricidades, tablero y masas anexas. Estas aproximaciones modifican conjuntamente la masa, la rigidez y el amortiguamiento del modelo, por lo que la amplitud calculada difiere de la respuesta experimental (Moaveni, 2015). Para reducir el error, el modelo debe actualizarse con las frecuencias y formas modales del EMA, apoyos elásticos, uniones semirrígidas, dimensiones y masas efectivas y los detalles geométricos que influyen en la respuesta. Además, las amplitudes deben calcularse a las mismas frecuencias experimentales y verificarse con resultados distintos de los empleados durante la calibración, evitando un ajuste aislado de cada punto.

8.3. Esfuerzos: Comparación Analítica y Experimental

El análisis matricial del Capítulo V representa el sistema de excitación con masas excéntricas en contragiro; por ello, la comparación se efectúa exclusivamente con los ensayos experimentales realizados con ese mismo sistema. Se emplea el esfuerzo equivalente máximo de von Mises, por ser la magnitud escalar común a la formulación analítica y a las mediciones con rosetas extensométricas. Para cada resonancia nominal, el valor analítico corresponde al máximo de los nodos 31, 112, 41 y 122, mientras que el experimental corresponde al máximo entre SG-01 y SG-02. Este criterio contrasta las envolventes de demanda, pero no constituye una validación punto a punto, porque las rosetas miden el estado superficial en las alas de las vigas centrales y el modelo recupera esfuerzos en secciones nodales idealizadas.

El error porcentual absoluto se calculó respecto del resultado experimental mediante:

$$E_{\sigma} = \frac{|\sigma_{VM,ana} - \sigma_{VM,exp}|}{\sigma_{VM,exp}} \times 100$$

Tabla 8.6

Comparación envolvente del esfuerzo equivalente máximo de von Mises para el sistema con contragiro

Resonancia nominal [Hz]	Analítico		Experimental: contragiro		E_σ [%]
	$\sigma_{VM,m\acute{a}x}$ [MPa]	Nodo	$\sigma_{VM,m\acute{a}x}$ [MPa]	Roseta	
60	172.220	31	130.412	SG-01	32.06
78	226.718	41	186.231	SG-02	21.74
120	134.889	41	143.347	SG-02	5.90
Error porcentual absoluto medio					19.90

Nota. Los valores analíticos proceden de las Tablas 5.17–5.19 y los experimentales con contragiro, de la Tabla 4.35. Las frecuencias 60, 78 y 120 Hz representan cada condición modal nominal; los valores analíticos exactos son 60.770, 73.802 y 120.226 Hz. La comparación utiliza máximos espaciales del mismo sistema de excitación. Elaboración propia.

Discusión de la comparación de esfuerzos. La formulación analítica sobreestimó la referencia experimental a 60 y 78 Hz y la subestimó ligeramente a 120 Hz, con errores de 32.06 %, 21.74 % y 5.90 %, respectivamente. Sin embargo, ambos enfoques identificaron la mayor demanda alrededor de 78 Hz y mantuvieron los esfuerzos por debajo de $S_y = 250$ MPa. El máximo analítico fue 226.718 MPa, con factor de seguridad 1.10, y el experimental fue 186.231 MPa, con factor de seguridad 1.34; por ello, el modelo analítico conserva la condición crítica, pero resulta más conservador en las dos primeras resonancias.

La diferencia muestra que una buena coincidencia modal no garantiza una recuperación exacta de esfuerzos, pues estos dependen de la distribución de la fuerza y de la rigidez local de uniones, cartelas y soldaduras. Como mejora futura, el modelo debe representar las conexiones con rigidez semirrígida, incorporar la geometría local de los detalles y recuperar los esfuerzos en posiciones equivalentes a SG-01 y SG-02, en lugar de comparar únicamente máximos espaciales. Esta actualización permitiría conservar la identificación de la condición crítica y, al mismo tiempo, reducir el sesgo conservador de la formulación analítica.

8.4. Síntesis Cuantitativa y Discusión Integrada

Tabla 8.7

Síntesis del error porcentual absoluto medio en velocidad RMS

Condición	Modelo analítico [%]	Modelo FEM [%]
Resonancia próxima a 60 Hz	13.78	6.36
Resonancia próxima a 78 Hz	13.90	8.16
Resonancia próxima a 120 Hz	12.03	13.79
Error global	13.23	9.44

Nota. Cada condición reúne ocho comparaciones: cuatro puntos por dos direcciones. El indicador corresponde al promedio de los errores porcentuales absolutos consignados en las Tablas 8.2–8.4. Elaboración propia.

En las 24 comparaciones locales de velocidad (tres frecuencias, cuatro puntos y dos direcciones), los errores locales máximos fueron de 18.5 % para el modelo analítico y de 18.5 % para el FEM. Estos límites describen el conjunto ensayado y no constituyen por sí solos un criterio universal de aceptación.

La lectura conjunta muestra que las frecuencias naturales son menos sensibles que las amplitudes resonantes a las idealizaciones de rigidez, masa y amortiguamiento. El FEM presentó el menor error global en velocidad y un sesgo medio de -2.40% , mientras que la formulación analítica alcanzó un sesgo de 2.67% ; por ello, ambos modelos reproducen la jerarquía modal, pero el FEM representa mejor la magnitud de la respuesta en el dominio evaluado.

Papavasileiou et al. (2022) obtuvieron diferencias de $0\text{--}5.9\%$ entre cinco frecuencias medidas y un modelo 3D de elementos *frame* de un puente Bailey de 30.48 m, y destacaron la influencia de la holgura de pernos y pasadores. El presente modelo analítico se encuentra en ese orden, mientras que el tercer modo FEM alcanza 8.06% ; por ello, representar explícitamente las conexiones resulta esencial para reducir el error en modos superiores y amplitudes.

Los siete modelos Bailey a escala 1:6 ensayados por King y Duan (2003) demostraron que los modelos físicos reducidos permiten estudiar la respuesta global y la sensibilidad al deterioro. El presente modelo 1:10 amplía ese enfoque hacia la identificación modal y la resonancia; a su vez, coincide con Mao et al. (2021) en que un modelo físico controlado adquiere mayor valor cuando la calibración FEM se acompaña de análisis de sensibilidad y excitación dinámica controlada.

Aunque todos los ensayos permanecieron en régimen elástico ($\sigma_{VM,\text{máx}} = 186.231\text{ MPa}$ y $n_y = 1.34$ en el caso crítico), Webber (1970) mostró que la soldadura, la fabricación y el daño previo condicionan la fatiga de los paneles Bailey. Por ello, $D = 4.601 \times 10^{-3}$ caracteriza únicamente el bloque ensayado y no la vida del puente prototipo.

Conclusiones

- Para estudiar el comportamiento dinámico global de un puente Bailey se construyó un modelo físico a escala 1:10 mediante el teorema II de Vaschy–Buckingham. El modelo se estudió mediante Análisis Modal Experimental procesado en *ARTEMIS Modal Pro*, ensayos de vibración forzada, una formulación matricial implementada en *Python* y un modelo FEM desarrollado en *ANSYS Workbench*. También se evaluó la fatiga de la viga principal mediante conteo Rainflow, la curva *S-N* y la regla de Palmgren–Miner. Estas herramientas permitieron identificar los modos y las frecuencias naturales, medir la respuesta próxima a la resonancia, comparar los resultados experimentales con los modelos de cálculo y estimar el daño por fatiga.
 - Según Vaschy–Buckingham, se obtuvieron las leyes de escalamiento, definidas por los factores $\lambda_L = 0.1$, $\lambda_m = 0.001$ y $\lambda_f = 10$. Con estas relaciones, el prototipo de 21.28 m y 31 702.75 kg se transformó en un modelo de 2.128 m y aproximadamente 31.70 kg, fabricado principalmente con acero ASTM A36. Debido al uso de perfiles comerciales, tolerancias de fabricación, soldaduras y holguras, la similitud obtenida representa principalmente el comportamiento estructural global.
 - La caracterización experimental de la respuesta dinámica del modelo mostró tres modos globales. Sus frecuencias naturales fueron 60.87, 78.02 y 120.35 Hz, asociadas, respectivamente, al primer modo global de torsión, al primer modo global de flexión vertical y al segundo modo global de torsión; sus factores de amortiguamiento fueron 1.532 %, 1.406 % y 0.319 %. Estos resultados muestran que el modelo tiene bajo amortiguamiento y puede amplificar su respuesta cerca de dichas frecuencias, las cuales definieron las condiciones de los ensayos forzados y la referencia para comparar los modelos analítico y FEM.
 - Se efectuaron ensayos en dos sistemas de excitación armónica y se registraron aceleraciones con cuatro acelerómetros y deformaciones con las rosetas extensométricas SG-01 y SG-02; a partir de estas señales se calcularon velocidades, desplazamientos y esfuerzos. Las mayores velocidades RMS fueron 19.31 mm/s en *Y* a 60 Hz, 37.10 mm/s en *Z* a 78 Hz y 65.70 mm/s en *Z* a 120 Hz, mientras que los desplazamientos RMS máximos correspondientes fueron 0.15, 0.15 y 0.13 mm. La mayor demanda resistente se registró a 78 Hz en SG-02, con un esfuerzo
-

equivalente máximo de von Mises de 186.231 MPa y un factor de seguridad frente a la fluencia de 1.34. La respuesta dependió de la frecuencia, la forma modal, la dirección y el punto de medición. El modelo presentó un comportamiento elástico y 78 Hz fue la condición con menor margen resistente.

- Se desarrolló una formulación matricial basada en elementos finitos, implementada en *Python*, y un modelo numérico en *ANSYS Workbench*. La formulación matricial obtuvo frecuencias naturales de 60.770, 73.802 y 120.226 Hz, y el modelo FEM, de 61.26, 81.69 y 110.65 Hz; respecto del experimento, sus errores medios fueron 1.89 % y 4.47 %, respectivamente, con errores individuales inferiores al 15 %. Los desplazamientos RMS analíticos máximos fueron 0.189, 0.191 y 0.165 mm para 60.770, 73.802 y 120.226 Hz, respectivamente. El máximo esfuerzo analítico fue 226.718 MPa a 78 Hz, mientras que los máximos FEM fueron 11.638, 34.602 y 77.694 MPa a 60, 78 y 120 Hz. Estos esfuerzos son resultados críticos obtenidos bajo condiciones próximas a la resonancia. Ambos métodos reprodujeron la secuencia y la naturaleza de los modos globales y mantuvieron los esfuerzos por debajo de la fluencia; sin embargo, las diferencias de amplitud mostraron la influencia de las conexiones, los arriostres, el tablero, el amortiguamiento y la distribución de la excitación.
 - Se procesaron los historiales de esfuerzo obtenidos con las rosetas extensométricas mediante conteo Rainflow, la curva $S-N$ de la categoría de detalle E y la regla de acumulación lineal de Palmgren–Miner. El bloque experimental produjo un daño acumulado de $D = 4.601 \times 10^{-3}$, equivalente al 0.4601 % de la vida calculada para el detalle instrumentado; bajo la hipótesis de repetición idéntica del historial y daño estrictamente lineal, $D = 1$ se alcanzaría aproximadamente en el bloque 218. Un solo bloque no agota por fatiga el detalle evaluado; sin embargo, la extrapolación solo caracteriza la zona instrumentada, sus soldaduras y el historial ensayado, por lo que no representa la vida a fatiga del puente prototipo.
 - Se tomaron como referencia el EMA y los resultados experimentales para comparar las frecuencias naturales, las velocidades, los desplazamientos y los esfuerzos obtenidos a 60, 78 y 120 Hz. El error medio de velocidad fue 13.23 % para el modelo analítico y 9.44 % para el FEM; en los desplazamientos analíticos, el error medio fue 23.00 % y el máximo alcanzó 29.1 %. La causa principal se encuentra en la representación matemática: el modelo utiliza apoyos ideales, uniones completamente rígidas y una geometría simplificada, mientras que la estructura construida presenta flexibilidad en apoyos, pernos, soldaduras, cartelas y demás conexiones. Estas diferencias cambian la rigidez, la masa efectiva y el amortiguamiento del sistema, por lo que las amplitudes calculadas no coinciden
-

exactamente con las experimentales. En los esfuerzos del sistema con masas en contragiro se obtuvieron errores de 32.06 %, 21.74 % y 5.90 % para 60, 78 y 120 Hz. Los tres métodos identificaron la misma secuencia general de modos; sin embargo, la calibración del modelo analítico se limitó a reducir el error observado en las condiciones ensayadas. Por ello, sus resultados representan el comportamiento medido, pero no permiten considerarlo un modelo predictivo fuera de ese dominio.

Recomendaciones

- i. Para representar con mayor fidelidad el modelo construido, deben medirse y registrarse sus dimensiones, masas, soldaduras y holguras. Estos datos permitirán caracterizar las uniones y establecer qué parámetros pueden trasladarse al prototipo mediante las leyes de escala.
 - ii. La repetición de los ensayos con diferentes niveles de excitación permitirá evaluar su reproducibilidad. Los resultados deberán expresarse mediante promedios y medidas de dispersión para distinguir la variabilidad experimental de las diferencias atribuibles a los modelos de cálculo.
 - iii. Como extensión experimental, conviene someter el modelo a escala a cargas móviles y transitorias. Esto permitirá comparar la respuesta ante acciones representativas del servicio con la obtenida mediante los dos sistemas de excitación armónica controlada estudiados.
 - iv. En el ámbito numérico, resulta pertinente desarrollar estudios paramétricos FEM que incorporen aflojamiento de uniones, pérdida de sección por corrosión y paneles de refuerzo. Las variaciones de las frecuencias naturales podrían emplearse para identificar zonas críticas, priorizar inspecciones y proponer umbrales de intervención en puentes Bailey en servicio.
 - v. La rigidez global del modelo deberá verificarse mediante pruebas estáticas y contrastarse con la predicha numéricamente. También conviene evaluar cómo los paneles adicionales y otras configuraciones modulares modifican las frecuencias naturales y las amplitudes en resonancia.
 - vi. Mediante procedimientos numéricos y experimentales, deberá evaluarse la incorporación de sistemas pasivos y semiactivos de control y aislamiento. Su finalidad será reducir las amplitudes de vibración en las bandas de resonancia de los tres casos analizados.
 - vii. Finalmente, el modelo analítico puede perfeccionarse incorporando la rigidez de la losa y los diafragmas, uniones empernadas semirrígidas con rigidez rotacional y posibles holguras, y amortiguamiento no uniforme calibrado experimentalmente. Estas mejoras reducirán las discrepancias de amplitud respecto del experimento y del modelo FEM.
-

Bibliografía

- American Association of State Highway and Transportation Officials. (2017). *AASHTO LRFD bridge design specifications* (8.^a ed.). AASHTO.
- American Institute of Steel Construction. (2016). *Specification for structural steel buildings* (ANSI/AISC 360-16). <https://www.aisc.org/globalassets/aisc/publications/standards/a360-16-spec-and-commentary.pdf>
- American Welding Society. (2025a). *Specification for carbon steel electrodes for shielded metal arc welding* (AWS A5.1/A5.1M:2025). <https://pubs.aws.org/p/2253/a51a51m2025-specification-for-carbon-steel-electrodes-for-shielded-metal-arc-welding>
- American Welding Society. (2025b). *Structural welding code—steel* (AWS D1.1/D1.1M:2025-AMD1). <https://pubs.aws.org/p/2330/d11d11m2025-amd1-structural-welding-code-steel>
- ACROW. (2009). *Manual técnico 700XS: Puente de panel*. ACROW Corporation of America.
- Adams, V., y Askenazi, A. (1998). *Building better products with finite element analysis*. OnWord Press.
- Allemang, R. J. (2003). The modal assurance criterion—twenty years of use and abuse. *Sound and Vibration*, 37(8), 14–23.
- Allemang, R., y Avitabile, P. (Eds.). (2022). *Handbook of experimental structural dynamics*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4547-0>
- ANSYS, Inc. (2019). *ANSYS Meshing User's Guide* (Release 2019 R1). ANSYS, Inc.
- Department of the Army. (1986). *Bailey bridge* (Field Manual FM 5-277). U.S. Government Printing Office.
- ASTM International. (2023). *Standard practices for cycle counting in fatigue analysis* (ASTM E1049-85R23). <https://doi.org/10.1520/E1049-85R23>
- European Committee for Standardization. (2005). *Eurocode 3: Design of steel structures—Part 1-9: Fatigue* (EN 1993-1-9:2005). CEN.

-
- Bensahal, D. (2011). Modélisation du système à deux bras flexibles par éléments finis (cas bidimensionnel et tridimensionnel) [Tesis de maestría, Université Mohamed Khider de Biskra]. *Repositorio de Tesis de la Université Mohamed Khider de Biskra*. <http://thesis.univ-biskra.dz/2421/4/chapitre3.pdf>
- Brincker, R., y Ventura, C. E. (2015). *Introduction to operational modal analysis*. John Wiley & Sons. <https://doi.org/10.1002/9781118535141>
- Budynas, R. G., y Nisbett, J. K. (2020). *Shigley's mechanical engineering design* (11.^a ed.). McGraw Hill.
- Buckingham, E. (1914). On physically similar systems: Illustrations of the use of dimensional equations. *Physical Review*, 4(4), 345–376.
- Kittirungsri, B. (2008). A scaling methodology for dynamic systems: Quantification of approximate similitude and use in multiobjective design [Tesis doctoral, University of Michigan]. *Deep Blue Documents*. <https://hdl.handle.net/2027.42/58383>
- Carrillo Rojas, W. S. (2019). Prueba piloto de un sistema de pesaje dinámico basado en la deflexión vertical de un puente Bailey [Trabajo final de graduación, Universidad de Costa Rica]. *Repositorio SIBDI*. <https://hdl.handle.net/10669/95610>
- Chopra, A. K. (2014). *Dinámica de estructuras: Teoría y aplicaciones a la ingeniería sísmica* (4.^a ed.). Pearson Educación.
- Cunha, Á., Caetano, E., y Magalhães, F. (2007). Output-only dynamic testing of bridges and special structures. *Structural Concrete*, 8(2), 67–85.
- Cusba Morales, D. S. (2011). Estudio de las causas y soluciones estructurales del colapso total o parcial de los puentes vehiculares de Colombia desde 1986 al 2011 [Tesis de grado, Pontificia Universidad Javeriana].
- enDAQ. (2025). *S3 vibration sensor*. <https://endaq.com/products/s3-vibration-sensor-s3-d40>
- Caballero Russi, D. E. (2020). Caracterización dinámica de estructuras empleando un sistema de monitoreo de salud estructural de bajo costo [Tesis de maestría, Universidad del Norte]. *Repositorio Institucional de la Universidad del Norte*. <http://hdl.handle.net/10584/9424>
- Fernández, M. V. (2001). *El método de los elementos finitos aplicado al análisis estructural*. Noela.
-

-
- Flores Huamán, M. (2022). Evaluación y diseño estructural, rehabilitación del puente Bailey Huaycoloro, autopista Ramiro Prialé, distritos Lurigancho–San Juan de Lurigancho, Lima [Tesis de grado, Universidad César Vallejo]. *Repositorio Institucional UCV*. <https://hdl.handle.net/20.500.12692/103122>
- Harzone Industry. (2019). *Manual técnico de operación y mantenimiento del puente metálico modular Harzone CB200A*. China Harzone Industry Corp.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, M. P. (2014). *Metodología de la investigación* (6.^a ed.). McGraw-Hill Education.
- Huarayo Ortogorin, J. C. (2022). Estudio del comportamiento dinámico de la faja transportadora CV-002B tramo 1–4 mediante el análisis modal operacional en la Sociedad Minera El Brocal [Tesis de grado, Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco]. *Repositorio Institucional UNSAAC*. <https://hdl.handle.net/20.500.12918/6926>
- International Organization for Standardization. (2020). *Technical product documentation—General principles of representation—Part 1: Introduction and fundamental requirements* (ISO 128-1:2020). ISO.
- International Organization for Standardization. (2013). *Mechanical properties of fasteners made of carbon steel and alloy steel—Part 1: Bolts, screws and studs with specified property classes—Coarse thread and fine pitch thread* (ISO 898-1:2013). ISO. <https://www.iso.org/standard/59666.html>
- International Organization for Standardization. (2017). *Geometrical product specifications (GPS)—Geometrical tolerancing—Tolerances of form, orientation, location and run-out* (ISO 1101:2017). ISO.
- JPE Innovations. (2023). *Structural damping properties of mechanical systems*. <https://www.jpe-innovations.com/precision-point/structural-damping-properties-mechanical-systems>
- King, W. S., y Duan, L. (2003). Experimental investigations of Bailey bridges. *Journal of Bridge Engineering*, 8(5), 334–339. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0702\(2003\)8:5\(334\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0702(2003)8:5(334))
-

-
- Lavayen Farfán, D. (2014). Análisis de los componentes estructurales de un aerogenerador de 3 kW mediante simulación numérica [Tesis de grado, Pontificia Universidad Católica del Perú]. *Repositorio Institucional PUCP*. <http://hdl.handle.net/20.500.12404/6008>
- Leon Paro, L. I. (2019). Diseño de un módulo educativo a escala de una zaranda vibratoria [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. *Repositorio Institucional PUCP*. <http://hdl.handle.net/20.500.12404/15412>
- Logan, D. L. (2022). *A first course in the finite element method: Enhanced edition* (6.^a ed.). Cengage Learning.
- Mao, Q., Mazzotti, M., Furkan, M., Hicks, A., Bartoli, I., y Aktan, E. (2021). Characterization of bridge substructures explored by leveraging structural identification of a scaled bridge model. *Engineering Structures*, 246, 112953. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112953>
- Martin, L. (2017). *Hybrid wing body emerges as potential C-130 successor*. Aviation Week. <https://aviationweek.com/aerospace/hybrid-wing-body-emerges-potential-c-130-successor>
- Moaveni, S. (2015). *Finite element analysis: Theory and application with ANSYS* (4.^a ed.). Pearson.
- Mobius Institute. (2016). *Vibration analysis training course book: Category I*. Mobius Institute.
- Mobius Institute. (2019). *Manual de entrenamiento en análisis de vibraciones: Categoría II*. Mobius Institute.
- Muñoz, E. (2011). *Estudio de las causas del colapso de algunos puentes en Colombia* [Informe]. Pontificia Universidad Javeriana.
- Neugebauer, J. (1961). *Circulation tank*. University of Duisburg-Essen. https://www.uni-due.de/IST/ismt_circulation_tank.shtml
- National Highway Institute. (2016). *Design and evaluation of steel bridges for fatigue and fracture* (FHWA-NHI-16-016). Federal Highway Administration. <https://www.fhwa.dot.gov/bridge/steel/pubs/nhi16016.pdf>
- National Instruments. (2021). *NI 9234 and CompactDAQ cDAQ-9178 specifications*. National Instruments.
-

-
- NumPy Developers. (2026). *numpy.linalg.eig*. En *NumPy reference*. <https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.linalg.eig.html>
- Pálsson, B. (2012). *Vibration analysis for civil engineering structures*. John Wiley & Sons.
- Papavasileiou, V. D., Gantes, C. J., Thanopoulos, P., y Lignos, X. A. (2022). Dynamic response identification of a Triple–Single Bailey bridge based on vehicle traffic-induced vibration analysis. *Infrastructures*, 7(10), 139. <https://doi.org/10.3390/infrastructures7100139>
- PCB Piezotronics. (2021). *Model 353B34 ICP accelerometer*. <https://www.pcb.com/products?m=353b34>
- Prensa Regional. (2023, 7 de diciembre). *Restringen paso vehicular por el puente El Chorro 1 al presentar daños en su estructura*. <https://prensaregional.pe/restringen-paso-vehicular-por-el-puente-el-chorro-1-al-presentar-danos-en-su-estructura/>
- Quispe Saire, A., y Ayma Marca, E. (2023). Estudio del comportamiento dinámico del puente ferroviario Sumbay–Arequipa debido a la variación de velocidad y carga minera de la máquina locomotora GT42AC [Tesis de grado, Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco]. *Repositorio Institucional UNSAAC*. <https://hdl.handle.net/20.500.12918/7516>
- Rao, S. S. (2010). *Mechanical vibrations* (5.^a ed.). Prentice Hall.
- Research Council on Structural Connections. (2020). *Specification for structural joints using high-strength bolts*. American Institute of Steel Construction. <https://www.aisc.org/globalassets/aisc/publications/standards/a348-20w.pdf>
- Siemens. (2022). *OMG! What is OMA (Operating Modal Analysis)?*. Siemens Community. <https://community.sw.siemens.com/s/article/OMG-What-is-OMA-Operating-Modal-Analysis>
- Smith, D. (1977). *Investigación sobre las posibles causas del colapso del puente Los Ángeles, sobre el río Páez* [Informe]. Sociedad Colombiana de Ingenieros.
- Swiss Steel Group. (2007). *Material data sheet 1.4034—X46Cr13*. https://swisssteel-group.com/content-media/documents/Data-Sheets/Stainless-Steel/1.4034_en.pdf
- Verein Deutscher Ingenieure. (1998). *Design engineering methodics—Engineering design at optimum cost—Valuation of costs* (VDI 2225 Blatt 3). Beuth Verlag.
-

- Webber, D. (1970). Constant amplitude and cumulative damage fatigue tests on Bailey bridges. En M. S. Rosenfeld (Ed.), *Effects of environment and complex load history on fatigue life* (pp. 15–39). ASTM International. <https://doi.org/10.1520/STP32033S>
- Yupa Villanueva, R. M. (2016). Análisis estructural y modal de la hélice de un aerogenerador de 3 kW de potencia mediante simulación numérica computacional [Tesis de grado, Pontificia Universidad Católica del Perú]. *Repositorio Institucional PUCP*. <http://hdl.handle.net/20.500.12404/7070>
- Zohuri, B. (2013). *Dimensional analysis and self-similarity*. Springer.
- National Steel Bridge Alliance. (2022). Design for fatigue. En *Steel bridge design handbook* (cap. 12). American Institute of Steel Construction. https://www.aisc.org/media/o11jqjwg/b912_sbdh_chapter12.pdf
-

ANEXOS

Documentación técnica, registros experimentales y material complementario

ANEXO A

Fichas técnicas del sistema eléctrico y de control

A.1 Variador de frecuencia (VDF)

SIEMENS

Hoja de medición y de datos SINAMICS V20

Data sheet for SINAMICS V20

Datos de pedido
MLFB-Ordering data

6SL3210-5BB21-5UV1

Figure 1: SINAMICS V20 (1000 V)

Número de pedido del cliente / Client order no.:

Nº. de pedido Siemens / Order no.:

Número de oferta / Offer no.:

Modelo / Model:

IP: (véase Tabla 1) / Input no.:

Número de entrada / Connection no.:

Proyecto / Project:

Datos asignados / Rated data

Entrada / Input

Número de fases Number of phases	1 AC
Tensión de red Line voltage	200 ... 240 V -15 % +10 %
Frecuencia de red Line frequency	47 ... 63 Hz

Salida / Output

Número de fases Number of phases	3 AC
Tensión asignada Rated voltage	230 V
Potencia asignada (HO) Rated current (HO)	1,50 kW / 2,00 hp
Potencia asignada (LO) Rated current (LO)	1,50 kW / 2,00 hp
Intensidad asignada (HO) Rated current (HO)	7,80 A
Intensidad asignada (LO) Rated current (LO)	7,80 A

Frecuencia de pulsación Pulse frequency	8,00 kHz
Frecuencia de salida Output frequency	0 ... 550 Hz

Capacidad de sobrecarga / Overload capability

Low Overload (LO)

110 % de intensidad de salida asignada durante 60 s, tiempo de ciclo 300 s
110 % rated output current for 60 s, cycle time 300 s

High Overload (HO)

150 % de intensidad de salida asignada durante 60 s, tiempo de ciclo 300 s
150 % rated output current for 60 s, cycle time 300 s

Datos técnicos generales / General tech. specifications

Factor de potencia A Power factor A	0,72
Factor de descalaje cos φ Offset factor cos φ	0,95
Rendimiento η Efficiency η	0,98
Clase de filtro (integrado) Filter class (integrated)	Sin filtro Without filter

Condiciones ambientales / Ambient conditions

Refrigeración Cooling	Ventilador externo External fan
Altura de instalación Installation altitude	1000 m (3281 ft)

Temperatura ambiente / Ambient temperature

Funcionamiento Operation	-10 ... 60 °C (14 ... 140 °F)
Almacenaje Storage	-40 ... 70 °C (-40 ... 158 °F)

Humedad relativa / Relative humidity

Funcionamiento máx. Max. operation	95 %
	95 %

Comunicación / Communication

Comunicación Communication	USS, Modbus RTU USS, Modbus RTU
-------------------------------	------------------------------------

Normas / Standards

Conformidad con normas Compliance with standards	CE, cULus, C-Tick (ROM) CE, cULus, C-Tick (ROM)
Marcado CE CE marking	EN 61800-5-1, EN 60204-1 y EN 61800-3 EN 61800-5-1, EN 60204-1 and EN 61800-3

Information is given without liability. Siemens AG, Germany. All rights reserved. 10/2018

Page 2 of 2

A.1 Variador de frecuencia (continuación)

SIEMENS
Hoja de medición y de datos SINAMICS V20
Data sheet for SINAMICS V20

Datos de pedido
 MLFB-Ordering data **6SL3210-5BB21-5UV1**



6SL3210-5BB21-5UV1

Datos mecánicos / Mechanical data		Conexiones / Connections	
Posición de montaje <i>Mounting position</i>	Montaje mural / montaje lado a lado <i>Wall mounting / side-by-side mounting</i>	Longitud de cable a motor, máx. / Max. motor cable length	
Grado de protección <i>Degree of protection</i>	IP20 / UL open type <i>IP20 / UL open type</i>	Apantallado <i>Shielded</i>	25 m (82 ft)
Tamaño <i>Size</i>	FSAC	No apantallado <i>Unshielded</i>	50 m (164 ft)
Peso neto <i>Net weight</i>	1,20 kg (2,65 lb)		
Anchura <i>Width</i>	91,0 mm (3,57 in)		
Altura <i>Height</i>	160,9 mm (6,33 in)		
Profundidad <i>Depth</i>	147,0 mm (5,79 in)		

Entradas / salidas / Inputs / outputs	
Entradas digitales estándar / Standard digital inputs	
Número <i>Number</i>	4
Salidas digitales / Digital outputs	
Número como conmutados de relé <i>Number as relay / bi-directional contact</i>	1
Número como transistor <i>Number as transistor</i>	1
Entradas analógicas / Analog inputs	
Número <i>Number</i>	2 (Puede usarse como entrada digital adicional) <i>2 (Can be used as additional digital input)</i>
Salidas analógicas / Analog outputs	
Número <i>Number</i>	1

Fuente. Automaq Perú, ficha técnica del variador SINAMICS V20.

A.2 Interruptor termomagnético



Interruptor termomagnético BT DIN

Número de parte: FN820YC10



Contenido:

1. Descripción general del producto
2. Características principales
3. Características técnicas
4. Normas Técnicas Peruanas
5. Certificaciones
6. Uso y recomendaciones
7. Garantía de fábrica
8. Otros

1. Descripción general del producto:

- BT DIN - Interruptores termomagnéticos de 1A a 63A - Curvas, C, B y D.
- Admiten la conexión con peines unipolares y peines multipolares.
- Poder de corte: 6000 – IEC 60898-1 - 400V y 10kA – IEC 60947-2 – 400V.
- Un portaetiquetas incorporado.
- Posicionamiento o extracción fácil del producto del riel DIN. Compatible con destornillador plano o estrella.

2. Características principales:

Características	Valores
Marca	Bticino
Modelo	BT DIN
País de fabricación	Italia
Unidad de despacho	5 Unidades
Embalaje	Caja
Material Interruptor	Plástico

3. Características técnicas:

Características	Valores
Tipo de montaje	Riel DIN
Número de polos	2P
Intensidad nominal	10A
Capacidad de corto circuito	10 000A
Tensión de aislamiento	500V
Tensión nominal	220V
Bornes de conexión	Para cables
Tipo de curva	C
Calibre intensidad	1 a 63 A a 30°C
Número de módulos	2
Portaetiquetas	Si
Temperatura mínima	-25°C
Temperatura máxima	70°C
Frecuencia nominal	50/60 Hz

Fuente. Legrand, ficha técnica del interruptor termomagnético.

A.3 Guardamotor termomagnético de 2,5–4 A

Ficha técnica del producto

Especificaciones



Guardamotor Termomagnético
TeSys GV2 AC-3 2.5-4A 100kA
3P3D

GV2ME08

Principal	
Gama	TeSys Deca
Nombre del Producto	TeSys GV2
Tipo de Producto o Componente	Disyuntor de motor
Nombre Corto del Dispositivo	GV2ME
Aplicación del Dispositivo	Protección del motor
tecnología de unidad de disparo	Térmico-magnético

Complementario	
Número de Polos	3P
tipo de red	CA
categoría de utilización	Categoría A acorde a IEC 60947-2 AC-3 acorde a IEC 60947-4-1 AC-3e acorde a IEC 60947-4-1
Frecuencia asignada de empleo	50/60 Hz acorde a IEC 60947-2
potencia del motor en kW	1.1 kW en 400/415 V CA 50/60 Hz 1.5 kW en 400/415 V CA 50/60 Hz 1.5 kW en 500 V CA 50/60 Hz 2.2 kW en 500 V CA 50/60 Hz 3 kW en 690 V CA 50/60 Hz 2.2 kW en 690 V CA 50/60 Hz
poder de corte	100 kA Icu en 230/240 V CA 50/60 Hz acorde a IEC 60947-2 100 kA Icu en 400/415 V CA 50/60 Hz acorde a IEC 60947-2 100 kA Icu en 440 V CA 50/60 Hz acorde a IEC 60947-2 100 kA Icu en 500 V CA 50/60 Hz acorde a IEC 60947-2 3 kA Icu en 690 V CA 50/60 Hz acorde a IEC 60947-2
[Ics] poder de corte de servicio nominal en cortocircuito	100 % en 230/240 V CA 50/60 Hz acorde a IEC 60947-2 100 % en 400/415 V CA 50/60 Hz acorde a IEC 60947-2 100 % en 440 V CA 50/60 Hz acorde a IEC 60947-2 100 % en 500 V CA 50/60 Hz acorde a IEC 60947-2 75 % en 690 V CA 50/60 Hz acorde a IEC 60947-2
Tipo de Control	Pulsador
corriente nominal (In)	4 A
rango de ajustes de protección térmica	2.5...4 A acorde a IEC 60947-2
Intensidad de disparo magnético	74 A
[Ith] corriente térmica convencional	4 A acorde a IEC 60947-2
[Ue] tensión asignada de empleo	690 V CA 50/60 Hz acorde a IEC 60947-2
[Ui] tensión asignada de aislamiento	690 V CA 50/60 Hz acorde a IEC 60947-2
[Uimp] Tensión de impulso asignada (BIL)	6 kV acorde a IEC 60947-2

Diagrama de responsabilidad: Esta documentación no ha sido diseñada como herramienta, sino para utilizar para determinar la idoneidad o la conformidad de estos productos para aplicaciones específicas de usuarios.

Fuente. Schneider Electric, ficha técnica TeSys GV2ME08.

A.4 Motor Marathon de 1,0 HP, modelo E2P15180BITCFIONAC

MOTOR ELECTRICO 1.0HP 3600RPM TRIFASICO E2P75180B1TCF10NAC









IMAGEN REFERENCIAL

DETALLES DEL PRODUCTO:

El motor **E2P75180B1TCF10NAC** ha sido diseñada para ofrecer el mejor rendimiento, eficiencia y confiabilidad del producto en su clase con sus características premium adecuadas para satisfacer necesidades. Estos equipos están predeterminados para que los OEM los ensamblen en bombas, ventiladores, compresores, transportadores y otras aplicaciones. Todos estos motores tienen un diseño y una arquitectura comunes para garantizar la máxima flexibilidad y los costos mínimos asociados cuando se montan o instalan. Se pueden integrar fácilmente accesorios adicionales como calentadores, codificadores, toldos, etc., según los requisitos.

ESPECIFICACIONES TECNICAS

MARCA	MARATHON
Modelo	E2P75180B1TCF10NAC
Potencia	1.0HP
Numero de fases	Trifásico
Frame	80M
Cos(φ)	0.83
Aislamiento	F
Grado de protección	IP55
Frecuencia	60Hz
Velocidad a 60Hz	3445RPM
Voltaje	220/ 380/ 440V
Consumo de corriente a 220V	3.14 AMP
Consumo de corriente a 380V	1.82 AMP
Consumo de corriente a 440V	1.57 AMP
Eficiencia 220V	IE2-75.5%
Eficiencia 380V	IE2-75.5%
Eficiencia 440V	IE2-75.5%
Conexión 220V	Triangulo – Triangulo
Conexión 380V	Estrella – estrella
Conexión 440V	Triangulo
Peso	16 Kg

Nota: Las especificaciones técnicas están sujetas a cambios sin previo aviso.

Juan Chirihuana Apaza
CEL: 985482388
CORREO: jchirihuana@edipesa.com.pe

SOPORTE TECNICO

Eximport Distribuidores del Peru
Av. Argentina 1710-Lima-Lima
RUC: 20100045120

Fuente. Edipesa, ficha comercial del motor Marathon.

A.5 Tacómetro UNI-T UT373

UT373

Mini Tachometer

UNI-T

UT373 is a reliable digital non-contact tachometer used to measure rotation speed of motors and other machines. This device is able to display results in RPM or revolution count. UT373 is able to safely measure rotational objects through a non-intrusive method.



Specifications	Range	Resolution	Accuracy
Certificates	CE, UKCA		
RPM measurement	10~99999RPM	0.1	±(0.04%+2)
Counting measurement	0~99999 counts	1	±1
Refresh rate	1s to 7s (>120rpm for 1s)		
Sensor type	Photodiode and laser tube		
Target distance	50mm~200mm		
Measuring angle	±30° from perpendicular		
Drop proof	1m		

Features	
Auto range	Data hold
Auto power off	MAX/MIN
Low battery indication	Overload indication
Laser-on indication	LCD backlight

Characteristics	
Standard accessories	Batteries, reflective tape, English manual
Power	1.5V battery (R03) x 3
Display	5-digit segment code; 99999 max display
Product size	120 x 53 x 28.5mm
Product net weight	85g (excluding battery)
Standard individual packing	Gift box
Standard quantity per carton	20pcs
Standard carton measurement	272 x 225 x 220mm
Standard carton gross weight	3kg

www.uni-trend.com

124

Fuente. UNI-T, documentación técnica del tacómetro UT373.

ANEXO B

Especificaciones y cotizaciones de materiales

B.1 Plancha de acero ASTM A36 de 8 mm y 3 mm

Laminados en Caliente

BOBINAS Y PLANCHAS LAC

DENOMINACIÓN:
BLAC A36, PLAC A36.

DESCRIPCIÓN:
Bobinas y Planchas de acero laminadas en caliente con bordes de laminación.

USOS:
Se usa en la fabricación de tubos, perfiles plegados, asimismo luego de su corte en planchas, se emplea en la construcción de silos, carrocerías y construcción en general.

NORMAS TÉCNICAS:

DENOMINACIÓN	NORMAS TÉCNICAS
Estructural	ASTM A36 y Dimensiones según AS 63193-2008

COMPOSICIÓN QUÍMICA (%):

LEYENDA	%C	%Mn MÁX.	%P MÁX.	%S MÁX.	%Si MÁX.
A36	0.25 máx.	-	0.040	0.050	0.40

DIMENSIONES NOMINALES:

BOBINAS LAMINADAS EN CALIENTE (BLAC A36)	
1.5 x 1200 mm	
1.8 x 1200 mm	
1.9 x 1200 mm	
2.0 x 1200 mm	
2.2 x 1200 mm	
2.3 x 1200 mm	
2.4 x 1200 mm	
2.5 x 1200 mm	
2.9 x 1200 mm	
4.4 x 1200 mm	
5.5 x 1200 mm	

PLANCHAS LAMINADAS EN CALIENTE (PLAC A36):

ESPEZURAS (mm)	PESOS TEÓRICOS EN kg/m²					ESPEZURAS (mm)	ESPEZURAS (mm)
	1.000 x 5.000	1.000 x 5.200	1.000 x 5.400	1.000 x 5.600	1.000 x 5.800		
1.5"	31.91					63.18	1/16"
1.8"	40.69					79.25	3/16"
1.9"	42.96					85.93	5/16"
2.0"	45.22	113.04				90.39	3/8"
2.2"	49.74	134.34				99.20	7/16"
2.3"	52	139				103.39	1/2"
2.4"	54.26	135.85				107.20	5/8"
2.5"	56.52	141.3				111.21	3/4"
2.9"	65.56	163.91				130.22	1"
3.0"			211.85			135.22	1 1/8"
3.9"	88.17	220.43				175.24	1 1/2"
4.0"			262.6			180.45	1 5/8"
4.4"	99.48	248.89				195.45	1 3/4"
4.9"			317.93			215.45	1 7/8"
4.9"			335.12			225.45	2"
5.0"				345.28		230.50	2 1/8"
5.9"	133.39	333.47				265.50	2 1/4"
6	135.69	336.12	423.9			265.5	1 1/2"
6.35	141.56	355.9				280.5	1 1/4"
6.4			452.16			280.5	1 1/4"
6	180.86	452.16	565.2	804.32		280.5	1 1/2"
9	283.47	823.85	1,017.36	1,201.3		340.5	1 3/4"
9.5		871.19	1,073.88	1,261.3		340.5	1 3/4"
12	271.3	847.8	1,196.48	1,401.3		400.5	1 3/4"
12.5		883.13	1,413.80	1,611.3		400.5	1 3/4"
18	361.73	1,135.40	1,408.64	1,601.3		560.5	1 3/4"
19		1,342.35	2,147.76	2,401.3		560.5	1 3/4"
20	452.36		2,260.80	2,501.3		560.5	1 3/4"
22		1,554.30	2,488.88	2,751.3		560.5	1 3/4"
29	565.2	1,764.29	2,805.00	3,051.3		720.5	1 3/4"
32	723.48	2,260.80	3,027.26	3,271.3		720.5	1 3/4"
38	889.1	2,684.79	4,295.52	4,501.3		880.5	1 3/4"
50	1,136.40	3,532.90	5,852.80	6,101.3		1,120.5	2"
63	1,404.30	4,402.90	7,323.32	7,571.3		1,400.5	2 1/2"
75	1,695.60	5,266.35	8,479.00	8,721.3		1,680.5	3"
100	2,280.80	7,065.00	11,304.00	11,551.3		2,260.5	4"
125		8,811.25	14,130.00	14,371.3		2,840.5	5"
150	3,981.20	10,597.50	18,356.00	18,601.3		3,420.5	6"

(*) Dimensiones bajo norma AS 63193-2008

SEDAE P-2010/001/14 - SEDAE P-2010/001/14

Previsión de se comercializa en otras medidas.



**ACEROS
AREQUIPA**

B.1 Plancha de acero ASTM A36 (continuación)

Laminados en Caliente

BOBINAS Y PLANCHAS LAC

PROPIEDADES MECÁNICAS:

CALIDAD	NORMA	LÍMITE DE FLUENCIA MPa (kg/mm ²)	RESISTENCIA A LA TRACCIÓN MPa (kg/mm ²)	ALARGAMIENTO EN 200 mm (%)	DOBLADO A 180°
Estructural	ASTM A36	250 mín. (25.50 mín.)	400 - 550 (40.80 - 56.10)	20 mín.	Sin fisura (°)
Estructural	ASTM A1011/A1011M SS36 Tipo 2	250 mín. (25.50 mín.)	400 - 550 (40.80 - 56.10)	16 mín.	Sin fisura (°)
Estructural	ASTM A1011/A1011M Grado 36 Tipo 2	250 mín. (25.50 mín.)	400 - 550 (40.80 - 56.10)	18 mín.	Sin fisura (°)

TOLERANCIAS DIMENSIONALES:
 Según JIS G3193-80.
 Según ASTM A6 para espesores mayores o iguales a 6mm.

QCQA01-F202/03/JUN 18 - QCQA01-F201/03/JUN 18



ISO 9001:2015
CERTIFICATE N° 57219



ISO 14001:2015
CERTIFICATE N° 57220



ISO 45001:2018
CERTIFICATE N° 57221

PERÚ
 LIMA: Av. Antonio Miró Quesada N.° 425, piso 17, Magdalena del Mar. Tel. (51-01) 517 1800.
 PISCO: Panamericana Sur, Km. 240, Ica. Tel. (51-056) 58 0830.
 AREQUIPA: Variante de Uchumayo Km 5.5, Cerro Colorado, Arequipa. Tel. (51-01) 517 1800.

BOLIVIA
 LA PAZ:
 - Calle E - Lote 14, manzano A-08, Urbanización Cervecería Boliviana Nacional - Bellavista Viacha.
 - Av. Hilbo N.° 100, Zona El Kenko. Tel. (591) 75555819/77841658. E-mail: contactobolivia@caa.com.bo
 SANTA CRUZ: Urb. Parque Industrial Latinoamericano, Unidad Industrial UI 06, Mz. 1, lote 4 - Warnes.
 Tel. (591) 75555819/77303688. E-mail: contactobolivia@caa.com.bo

Encuétranos en:     | www.acerosarequipa.com



Fuente. Corporación Aceros Arequipa, ficha técnica de planchas y bobinas laminadas en caliente.

B.2 Cotizaciones de referencia de mercado

Se presentan las cotizaciones localizadas para los principales materiales del módulo. Los ítems sin precio público verificable requieren cotización directa con el proveedor. Los valores son referenciales y corresponden a la consulta realizada durante la elaboración de la tesis.

Ítem	Precio referencial	Fuente
Plancha de acero ASTM A36, $e = 2,0$ mm ($1,20 \times 2,40$ m)	S/ 165,00 por plancha	ABA
Plancha de acero ASTM A36, $e = 4,0$ mm ($1,20 \times 2,40$ m)	S/ 305,00 por plancha	ABA
Cemento Portland, bolsa de 42,5 kg	S/ 31,50 por bolsa	Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento
Cemento Portland CEMEX, bolsa de 42,5 kg	S/ 35,00 por bolsa	Ferropolis Perú
Perno Allen de acero inoxidable M3–M8, longitudes de 10–40 mm	S/ 0,50–1,00 por unidad	MTLab Perú

Fuente. ABA, planchas de acero ASTM A36.

Fuente. Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento, precio referencial del cemento.

Fuente. Ferropolis Perú, cemento Portland CEMEX.

Fuente. MTLab Perú, pernos Allen de acero inoxidable.

ANEXO C

Fichas técnicas de recubrimientos y herramientas

C.1 Pintura base de zincromato

		Ver.06	HOJA TÉCNICA	Código: F-39 Fecha: 02/01/2023
---	--	--------	--------------	-----------------------------------

BASE ZINCROMATO MAESTRO

- DESCRIPCIÓN DEL PRODUCTO

PRODUCTO
Producto formulado con resina alquídica, pigmentos anticorrosivos inhibidores de la corrosión, libre de plomo.

TIPO
Alquídico.

USOS Y RECOMENDACIONES
Sobre superficies de metal que se deseen recubrir para protección contra la corrosión.

COLOR
Verde Y Gris

ACABADO
Mate.
- PARÁMETROS DE MEDICIÓN

SÓLIDOS POR PESO %
65 - 70

DENSIDAD (Kg/Gl)
4.65 - 4.90

VISCOSIDAD
120 - 132 KU a 25 °C, al momento de envasado.
- CARACTERÍSTICAS ESPECIALES

GENERAL
Base Zincromato Maestro proporciona buena adherencia, buen poder de relleno para cubrir las imperfecciones y buena acción anticorrosiva para la protección de metales.
- PROCEDIMIENTO DE APLICACIÓN

PREPARACIÓN DE LA SUPERFICIE
La superficie por pintar debe estar seca, libre de polvo, grasa, óxido, pintura mal adherida y todo tipo de contaminantes.

Desaparecer cualquier rastro de óxido mediante el uso de Xs Oxiron Removedor de Óxido y un eficiente lijado.
- DATOS DE APLICACIÓN

CAPA BASE
De acuerdo al tipo de superficie a recubrir:

Superficies Ferrosas: Se recomienda tratarlas con Base Zincromato Maestro previo a la aplicación del esmalte.

Superficies Galvanizadas y Aluminio: Se recomienda utilizar Pintura Wash primer Galvox previo a la aplicación de la Base Zincromato Maestro.

Nota: En cualquier caso, se deberá usar de acuerdo a las instrucciones dadas para cada caso.

Antes de usar el producto tiene que ser homogenizado.

MÉTODO DE APLICACIÓN
Equipo de aplicación: Soplete convencional.

Diluyente: Maestrazo Thinner Acrílico Automotriz Reforzado AC-350

Preparación de mezcla
1 volumen de Base Zincromato Maestro.
1 volumen de Diluyente

Nota: Homogenizar completamente la mezcla del producto y solvente antes de aplicar.

PRECAUCIONES AL APLICAR
No aplique en condiciones de alta humedad o de lluvia inminente en exteriores.
No mezcle este producto con pinturas de otro tipo o marca.

TIEMPO DE SECADO

Tacto (minutos)	10 - 30
Duro (horas)	24 horas

Número de manos 1 - 3

Nota: Dependé de las condiciones ambientales de temperatura y humedad.

Espesor recomendado de película húmeda por capa
3 - 4 mils

Espesor recomendado de película seca por capa
1.5 - 2 mils

RENDIMIENTO TEÓRICO
35 m²/Gl.

Los cálculos de rendimiento no incluyen pérdidas por variación del espesor, mezclas inadecuadas, aplicación inadecuada, irregularidades de la superficie o porosidad.

Fuente. Anypsa, hoja técnica de base zincromato Maestro.

C.2 Pintura de esmalte sintético

ESMALTE SINTÉTICO

PATO CPP

A base de resina alquídica

DESCRIPCIÓN Y VENTAJAS

- Esmalte sintético de acabado brillante.
- Proporciona una adecuada nivelación y buen poder cubriente.
- Fórmula con mejores condiciones para el medio ambiente.
- Fácil de aplicar y repintar.
- Se fabrica en amplia variedad de colores matizables entre sí.

USOS TÍPICOS

- Acero: puertas, ventanas, muebles, maquinarias y equipos.
- Madera: muebles, puertas, ventanas, zócalos, etc.
- Concreto: paredes previamente imprimadas, no aplicar directo al concreto.

DATOS FÍSICOS

- **CATEGORÍA:** Pintura arquitectónica
- **TIPO:** Esmalte
- **ACABADO:** Brillante
- **COLOR:** Según cartilla
- **COMPONENTES:** Uno
- **SÓLIDOS EN VOLUMEN:** 18 ± 3% (colores)
39 ± 1% (aluminio)
- **RENDIMIENTO TEÓRICO:** 21 m²/gal a 2 capas
Color aluminio: 57 m²/gal a 1 mill seco
- **DILUYENTE*:** CPP Thinner Acrílico
- **NÚMERO DE CAPAS:** 2 (*)

*Los colores toner o matizados a partir de la Base Lleno requieren de un fondo de color adecuado y un mayor número de capas.
El rendimiento real depende de las condiciones de aplicación y del estado de la textura de la superficie.*

PREPARACIÓN DE LA SUPERFICIE

Superficies metálicas

- Eliminar restos de grasa, aceite u otro contaminante mediante el lavado químico o agua con detergente biodegradable. Secar la superficie y luego eliminar óxido mediante lijado. Para una mayor protección se recomienda aplicar previamente CPP Anticorrosivo y dejar secar por 12 horas. Finalmente, aplicar 2 capas de CPP Esmalte Pato dejando secar 24 horas entre capas.

Superficies con pintura en mal estado

- Retirar con espátula la pintura mal adherida. Eliminar restos de grasa, aceite u otro contaminante mediante lavado químico o agua con detergente biodegradable. Secar la superficie y luego eliminar el óxido mediante lijado. Para una mayor protección se recomienda aplicar previamente CPP Anticorrosivo y dejar secar por 12 horas. Finalmente, aplicar 2 capas de CPP Esmalte Pato dejando secar 24 horas entre capas.

Superficies de concreto nuevas

- Esperar 30 días después del tarrajeo, antes de pintar. Eliminar los residuos del tarrajeo con lija de agua #80. Aplicar dos manos de CPP Imprimante para Muros, dejar secar 24 horas entre manos. Finalmente, aplicar 2 capas de CPP Esmalte Pato dejando secar 24 horas entre capas.

Superficies de madera

- La madera debe estar totalmente seca, limpia y sin residuos de cepillado. Lijar con lija #180 en sentido de la fibra de la madera. Luego eliminar polvo y residuos de lijado con ayuda de un paño húmedo. Una vez se tenga la superficie limpia y seca, aplicar dos capas de CPP Esmalte Pato dejando secar 24 horas entre cada capa.

MÉTODOS DE APLICACIÓN

Brocha, rodillo o pistola.



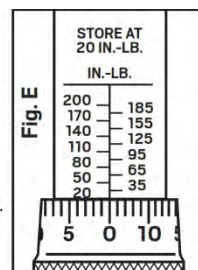
CORPORACIÓN PERUANA DE PRODUCTOS QUÍMICOS S.A.
 Av. César Vallejo 1851 El Agustino, Lima, Perú
 Telf.: 612 - 6000 Fax: 612 - 6001
 e-mail: info@groma.com.pe
 www.groma.com.pe

Fuente. CPP, hoja técnica del esmalte sintético Pato.

C.3 Torquímetro

MAINTENANCE AND STORAGE

1. If wrench has not been used for a long period of time, operate it several times at a low torque setting. This will allow internal lubricant to recoat moving parts.
2. When wrench is not in use, keep adjustment at lowest torque setting, 20 in.-lb. (2.2 Nm) (Fig. E). Do not turn handle below lowest torque setting.
3. This wrench is a precision measuring instrument. Take care to operate wrench correctly. Store in a clean, dry environment.
4. Clean wrench by wiping with a clean, dry, lint-free cloth. Do not immerse in any type of liquid or cleaner. This may damage the internal components of the wrench.



TORQUE UNIT CONVERSION TABLE

INCH POUNDS (in.-lb.)	FOOT POUNDS (ft.-lb.)	NEWTON METERS (Nm)	FOOT POUNDS (ft.-lb.)	INCH POUNDS (in.-lb.)	NEWTON METERS (Nm)	NEWTON METERS (Nm)	INCH POUNDS (in.-lb.)	FOOT POUNDS (ft.-lb.)
20	1.67	2.26	1	12	1.35	2	17.70	1.47
25	2.08	2.82	2	24	2.71	3	25.55	2.21
30	2.50	3.39	3	36	4.06	4	35.40	2.95
35	2.92	3.95	4	48	5.42	5	44.25	3.68
40	3.33	4.52	5	60	6.78	6	53.10	4.42
45	3.75	5.08	6	72	8.13	7	61.95	5.16
50	4.17	5.65	7	84	9.49	8	70.80	5.90
55	4.58	6.21	8	96	10.84	9	79.65	6.63
60	5.00	6.78	9	108	12.20	10	88.50	7.37
65	5.42	7.34	10	120	13.55	11	97.35	8.11
70	5.83	7.91	11	132	14.91	12	106.20	8.85
75	6.25	8.47	12	144	16.27	13	115.06	9.58
80	6.67	9.03	13	156	17.62	14	123.91	10.32
85	7.08	9.60	14	168	18.98	15	132.76	11.06
90	7.50	10.16	15	180	20.33	16	141.61	11.80
95	7.91	10.73	16	192	21.69	17	150.46	12.53
100	8.33	11.29	17	204	23.04	18	159.31	13.27
105	8.75	11.86	18	216	24.40	19	168.16	14.01
110	9.17	12.42	19	228	25.76	20	177.01	14.75
115	9.58	12.99	20	240	27.11	21	185.86	15.49
120	10.00	13.55	21	252	28.47	22	194.71	16.23
125	10.42	14.12	22	264	29.82	23	203.56	16.96
130	10.83	14.68						
135	11.25	15.25						
140	11.67	15.81						
145	12.08	16.38						
150	12.50	16.94						
155	12.91	17.51						
160	13.33	18.07						
165	13.75	18.64						
170	14.17	19.20						
175	14.58	19.77						
180	15.00	20.34						
185	15.42	20.90						
190	15.83	21.46						
195	16.25	22.03						
200	16.67	22.59						

CONVERSIONS		
1 in.-lb. =	1 ft.-lb. =	1 Nm =
0.0833 ft.-lb.	0.138 m.-kg	0.737 ft.-lb.
0.113 Nm	12.0 in.-lb.	8.85 in.-lb.
0.0115 m.-kg	1.35 Nm	0.102 m.-kg
1.15 cm.-kg	13.8 cm.-kg	10.2 cm.-kg

Fuente. TEKTON, especificaciones del torquímetro micrométrico de 1/4 in.

ANEXO D

Instrumentación de adquisición y calibración

D.1 Sensor de impacto y vibración enDAQ S3


WWW.ENDAQ.COM

S3-E100D40

Sensor de impacto y vibración S3

\$2,649.00 2649.00
 In stock
 Acelerómetro piezoeléctrico de policarbonato
 : ± 100 g
 Acelerómetro capacitivo digital: ± 40 g
 Batería: 250 mAh
 Almacenamiento: 8 GB

S3-E100D40

El S3-E100D40 es un registrador de vibraciones e impactos con un acelerómetro piezoeléctrico de alto rendimiento, un acelerómetro capacitivo secundario y otros sensores ambientales. Este modelo es muy popular para pruebas de propósito general debido a su amplio rango de aplicación.

Complemento del producto: [Kit de montaje \(\\$15\)](#)

[¿Por qué enDAQ?](#)
[Demostración con un ingeniero.](#)
[Visita nuestro Centro de ayuda.](#)
[Testimonios de clientes.](#)
[Contacta con nosotros. Éxito del cliente.](#)



Estuche Pelican enDAQ de cortesía incluido con cada pedido [de registradores de datos enDAQ®](#).
 Puede adquirir estuches adicionales aquí: [Accesorios enDAQ](#).
**No incluye sensores S3-D16.*

Áreas de aplicación

¡Desarrolle con facilidad y confianza un **perfil de choque, vibración y entorno** para su aplicación específica! Explore a fondo nuestras páginas [de aplicaciones](#) para obtener recursos específicos.

- [Detección y registro de vibraciones](#)
- [Pruebas de choque e impacto](#)
- [Monitoreo de envíos y transporte](#)
- [Monitoreo inalámbrico con conexión Wi-Fi](#)
- [Pruebas ambientales](#)

Especificaciones del acelerómetro >> [Más información](#)

Tipo de acelerómetro	Rango	Frecuencia de muestreo	Ancho de banda	Ruido	Resolución
Piezoeléctrico	± 100 g	20.000 Hz	5 a 1.000 Hz	< 0,04 gRMS	< 0,005 g
Capacitivo digital	± 40 g	4.000 Hz	0 a 300 Hz	< 0,01 gRMS	0,00008 gramos

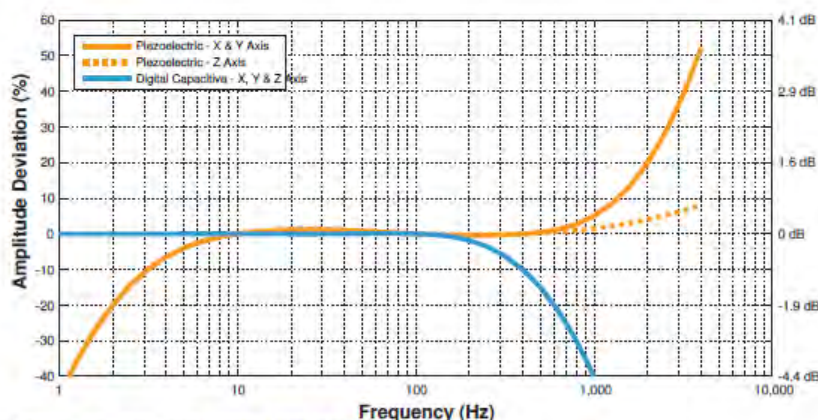
Nota: Los acelerómetros piezoeléctricos son susceptibles a la saturación debido a la exposición a eventos de alta frecuencia, ya que están acoplados a CA. Si su aplicación presenta eventos de alta frecuencia (con anchos de pulso inferiores a 1 ms), le recomendamos consultar nuestros productos [de la serie SR](#).
 Obtenga más información en nuestra entrada del blog [sobre acelerómetros piezoeléctricos](#).

Gráfico de respuesta de frecuencia

D.1 Sensor de impacto y vibración enDAQ S3 (continuación)

enDAQ

WWW.ENDAQ.COM

Especificaciones adicionales del sensor >> [Más información](#)

Sensor	Rango de medición	Resolución	Frecuencia de muestreo
Giroscopio	2000°/s	0,06 °/s	0 (apagado) a 3200 Hz
Magnetómetro ± 1300 μT		0,3 μT	De 0 (apagado) a 10 Hz
Temperatura -40 a 85 °C		0,01 °C	De 0 (apagado) a 10 Hz
Presión De 1 a 200 kPa		1,6 Pa	De 0 (apagado) a 10 Hz
Humedad 0 a 100 % de humedad relativa		0,04 % de humedad relativa	De 0 (apagado) a 10 Hz
Luz 0 a > 20 μV		<100 mlx	0 (apagado) a 4 Hz

Especificaciones ambientales >> [Más información](#)

Parámetro	Rango	Notas
Temperatura de funcionamiento	-10 °C a 55 °C (14 °F a 131 °F)	Temperatura de recarga de 0 °C a 45 °C (32 °F a 113 °F)
Temperatura de almacenamiento recomendada	0 °C a 25 °C (32 °F a 77 °F) - Hasta 1 año	Hasta 1 mes: -10 °C a 45 °C (14 °F a 113 °F). Hasta 3 meses: -10 °C a 40 °C (14 °F a 104 °F).
Humedad	0 a 95 % HR	Sin condensación
Presión	20 kPa a 110 kPa (2,9 psi a 16,0 psi)	Presión absoluta
Límite de choque	>3.000 gramos	Consulte el informe de Impacto (PDF)
Sin susceptibilidad al campo eléctrico	2 MHz a 18 GHz a 200 V/m	Consulte el informe de prueba EMI (PDF)
Sin susceptibilidad al campo magnético	30 Hz a 100 kHz	Consulte el informe de prueba EMI (PDF)

Rendimiento de la batería y el almacenamiento >> [Estimador de duración de la batería](#) >> [Especificaciones de la batería](#)

El rendimiento de la batería depende en gran medida de la configuración del dispositivo (frecuencias de muestreo de los sensores y activadores), su antigüedad (incluidos los ciclos de carga) y la temperatura. La siguiente tabla muestra la duración de la batería y la capacidad de almacenamiento de este dispositivo, considerando que la batería es relativamente nueva y está a temperatura ambiente. Al mostrar el rendimiento, se asume que todos los sensores están activados a la frecuencia de muestreo predeterminada, siendo la frecuencia de muestreo del acelerómetro principal la que controla el rendimiento. Con los activadores, se asume que el dispositivo está en modo de activación el 99 % del tiempo. Aquí hay algunos recursos adicionales: [Configuración de medición](#), [Especificaciones de la batería](#), [¡NUEVO! Herramienta de estimación de duración de la batería](#).

Frecuencia de muestreo	Capacidad de almacenamiento	Grabación continua	Gatillo de aceleración principal	2.ª disparador de aceleración	Disparador periódico/temporal
100 Hz	22 días	13 horas	13 horas	52 horas	52 días
1000 Hz	9 días	12 horas	13 horas	52 horas	49 días

D.1 Sensor de impacto y vibración enDAQ S3 (continuación)


WWW.ENDAQ.COM

5000 Hz	63 horas	9 horas	13 horas	52 horas	38 días
20.000 Hz	17 horas	5 horas	13 horas	49 horas	20 días

Dimensiones >> [Descargar modelo CAD](#)

Especificaciones mecánicas >> [Montaje](#)

Masa	40 gramos
Material de la caja	Polycarbonato
Montaje - Tornillo	4-40 pernos (70 pulgadas-oz)
Montaje - Cinta (Doble Cara)	Cinta 3M 950
Longitud	76,2 mm (3,00")
Ancho	29,8 mm (1,18")
Espesor	15,0 mm (0,59")
Protección contra la entrada de agua y polvo	IP 50 (protegido contra el polvo)

Características del software libre >> [Más información](#)

[Laboratorio enDAQ](#)

Aplicación de software completamente autónoma: no requiere controladores ni instalación.

- Configura sensores enDAQ
- Capacidades básicas de informes
- Ver múltiples canales de sensores simultáneamente
- Instantánea rápida de datos de los sensores enDAQ
- Exportación y conversión de datos por lotes

>> [Empezar](#)

[enDAQ CLOUD](#)

Cargue datos sin procesar directamente a la nube para generar informes personalizados estándar y avanzados.

- Informes estándar preconfigurados
- Métricas de análisis avanzadas
- Acceso a la API
- 100 GB de almacenamiento
- Alertas personalizadas ilimitadas

>> [Empezar](#)

[Bibliotecas de Python de código abierto](#)

Proporciona la funcionalidad para adaptar el análisis y brindarle los datos exactos que necesita para su aplicación específica.

- Cargar y analizar datos directamente desde archivos IDE
- Generar densidades espectrales de potencia (PSD) y espectros de respuesta a choques (SRS)
- Doble integración en datos de velocidad y desplazamiento y remuestreo

>> [Empezar](#)

Fuente. enDAQ, especificaciones del sensor S3-E100D40.

D.2 Certificado de calibración



Midé Technology Corporation
475 Wildwood Avenue
Woburn, MA 01801
United States

Certificate of Calibration

Document Number: DAQ-0001

Procedure Number: 7.5.2 Rev B

Certificate Number: C19779

Product Information

Part Number: S3-D40

Manufacturer: Midé Technology

Serial Number: S0017420

Date of Manufacture: 2025-04-24

Date of Calibration: 2025-06-09

Reference Accelerometer

Ref Manufacturer: Brüel & Kjaer

Ref Model Number: Type 4534-B-001

Ref Serial Number: 36094

Calibration Parameters

X-Axis Y-Axis Z-Axis

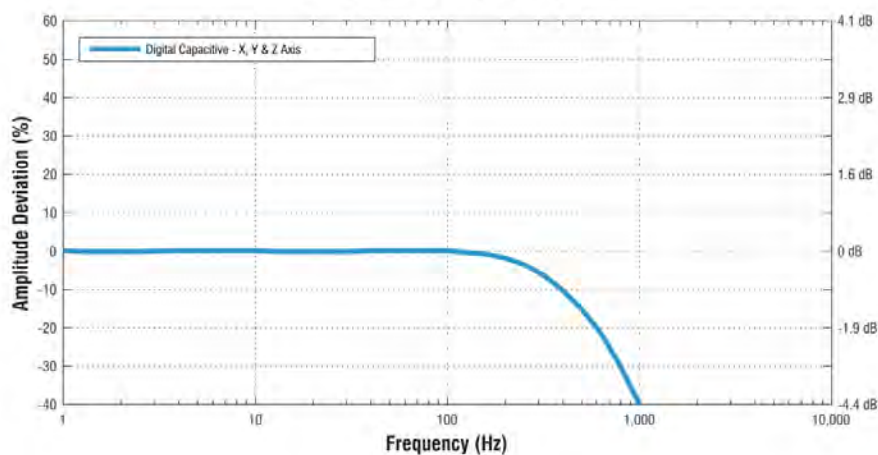
Gain: -1.0021 -0.9873 1.0226

Offset: -0.0231 0.0338 0.0431

Temperature (°C): 20.54

Humidity (%RH): 31.02

enDAQ S3-D40 Series Frequency Response



Midé Technology Corporation: 475 Wildwood Avenue, Woburn MA 01801, U.S.A

www.endaq.com

D.3 Sistema DAQ de adquisición de datos

Modular Data Acquisition for Sensors and Electrical Signals

16-bit multi-channel module
 12-bit multi-channel module
 12-bit single-channel module

CompactDAQ

CompactDAQ is rugged modular hardware that connects sensors and electrical signals to a PC (or a microcontroller). This available measurement modules, configurable, and software supports basic CompactDAQ and dual "universal data acquisition" for users requiring all-in-one data acquisition (DAQ) for vibration analysis, motor and bearing tests, thermal tests, power quality measurements, building automation data logging, process control tests, and more industrial applications.

Key Features:

- High-speed sensor measurement
- Portable or benchtop vibration systems
- Configurable sensors and electrical measurement

Key Features:

- Flexible Measurement
Choose from more than 70 modules with built-in sensor or signal-specific conditioning. Mix and match to build a custom-fit system that meets your measurement needs.
- Scalability
Expand your system with Compact-compatible CompactDAQ chassis to take your measurement measurement system multiple channels.
- Compact, Rugged Design
Pack up and take it with you between jobs, for field use, or to eliminate data transfer or wire loop path and time requirement.

576

Amplicon.com

IT and Instrumentation for Industry

Sales: +44 (0) 1273 570 220 Website: www.amplicon.com Email: sales@amplicon.com

Amplicon

Steps for Building a cDAQ System

1. Module:

- Use the Measurement & Control Modules
- Choose Modules and sensors that suit your needs. [Page 20](#)

2. Chassis:

- Use the following Chassis Selection Table to select your Chassis.

Chassis Selection Table

Model	CompactDAQ 10 VC	CompactDAQ 10 VC	CompactDAQ 10 VC	CompactDAQ 10 VC	CompactDAQ 10 VC	CompactDAQ 10 VC
16-bit multi-channel	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
12-bit multi-channel	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
12-bit single-channel	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
16-bit multi-channel	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
12-bit multi-channel	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
12-bit single-channel	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
16-bit multi-channel	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
12-bit multi-channel	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
12-bit single-channel	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes

Amplicon.com

IT and Instrumentation for Industry

Sales: +44 (0) 1273 570 220 Website: www.amplicon.com Email: sales@amplicon.com

Amplicon

29

ANEXO E

Registro fotográfico del ensayo modal y experimental

Las imágenes documentan la instalación de la instrumentación, la ejecución de los ensayos y la configuración del modelo físico. La codificación E.1–XX permite identificar cada evidencia de forma inequívoca.



Registro E.1-01



Registro E.1-02



Registro E.1-03



Registro E.1-04



Registro E.1-05



Registro E.1-06

Registro fotográfico E.1 (continuación)



Registro E.1-07



Registro E.1-08



Registro E.1-09



Registro E.1-10



Registro E.1-11



Registro E.1-12



Registro E.1-13



Registro E.1-14

Registro fotográfico E.1 (continuación)



Registro E.1-15



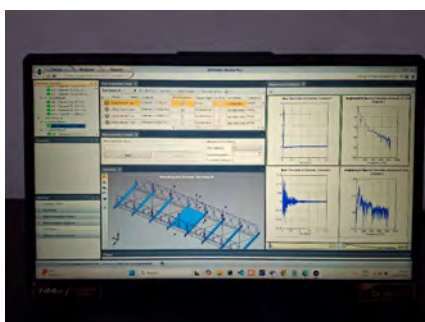
Registro E.1-16



Registro E.1-17



Registro E.1-18



Registro E.1-19



Registro E.1-20

ANEXO F

Código fuente del modelo analítico

Se presenta el código documentado utilizado para definir la estructura, ensamblar las matrices y resolver los análisis modal y armónico. La transcripción conserva la secuencia funcional del programa.

F.1 Definición e implementación del modelo computacional

I. Clase Nodo

Representa un nodo dentro de un modelo estructural tridimensional (3D) utilizado en análisis por el Método de los Elementos Finitos (FEM).

Cada nodo define una posición espacial mediante sus coordenadas cartesianas y puede tener asociados grados de libertad (DOF), masas puntuales o condiciones de frontera. El identificador y los DOF son gestionados automáticamente por la clase principal Structure.

```
1  class Node:
2      """Representa un nodo en una estructura 3D.
3      Cada nodo tiene un ID único, coordenadas (x, y, z) y grados de libertad (DOFs).
4      La masa puntual también se puede asignar a un nodo.
5      """
6      def __init__(self, x, y, z):
7          """Inicializa un nuevo nodo.
8          Args:
9          x (float): Coordenada X del nodo.
10         y (float): Coordenada Y del nodo.
11         z (float): Coordenada Z del nodo.
12         """
13         self.x = x
14         self.y = y
15         self.z = z
16         self.coords = (x, y, z)
17         self.id = -1 # ID será asignado por la clase Structure
18         self.dofs = [] # DOFs serán asignados por la clase Structure
19         self.mass = 0.0 # Masa puntual inicializada en 0
20         def __repr__(self):
21             return f"Node {self.id} ({self.coords})"
```

II. Clase Element

Representa un elemento estructural tridimensional del tipo viga espacial (beam element) utilizado en el Método de los Elementos Finitos (FEM).

El elemento se define por dos nodos extremos y las propiedades de su sección transversal y material.

Calcula automáticamente las matrices locales y globales de rigidez y masa, así como la matriz de transformación entre los sistemas de coordenadas locales y globales.

También permite evaluar esfuerzos axiales a partir de desplazamientos globales.

```

1  class Element:
2  """Representa un elemento estructural en 3D (viga).
3  Calcula las matrices de rigidez y masa locales y globales para el elemento.
4  """
5  def __init__(self, node1, node2, section, material):
6  """Inicializa un nuevo elemento.
7  Args:
8  node1 (Node): El primer nodo del elemento.
9  node2 (Node): El segundo nodo del elemento.
10 section (dict): Un diccionario con las propiedades de la sección transversal
11 (e.g., 'area', 'Iy', 'Iz', 'Ix').
12 material (dict): Un diccionario con las propiedades del material
13 (e.g., 'E', 'G', 'rho').
14 """
15 self.nodes = (node1, node2)
16 self.section = section
17 self.material = material
18 self._compute_length()
19 self._compute_local_stiffness()
20 self._compute_transformation_matrix()
21 self._compute_global_stiffness()
22 self._compute_local_mass()
23 self._compute_global_mass()
24 def _compute_length(self):
25 """Calcula la longitud del elemento y la almacena en self.L."""
26 p1 = np.array(self.nodes[0].coords)
27 p2 = np.array(self.nodes[1].coords)
28 self.L = np.linalg.norm(p2 - p1)
29 def _compute_local_stiffness(self):
30 E = self.material["E"]
31 G = self.material["G"]
32 A = self.section["area"]
33 Iy = self.section["Iy"]
34 Iz = self.section["Iz"]
35 J = self.section["Ix"]
36 L = self.L
37 # Parámetros para la escritura de la matriz
38 axial = E * A / L
39 torsion = G * J / L
40 # Terminos de flexion en el plano XY (flexion alrededor de Z)
41 flex_xy_1 = 12 * E * Iz / L**3
42 flex_xy_2 = 6 * E * Iz / L**2
43 flex_xy_3 = 4 * E * Iz / L
44 flex_xy_4 = 2 * E * Iz / L
45 # Terminos de flexion en el plano XZ (flexion alrededor de Y)
46 flex_xz_1 = 12 * E * Iy / L**3

```

```

47 flex_xz_2 = 6 * E * Iy / L**2
48 flex_xz_3 = 4 * E * Iy / L
49 flex_xz_4 = 2 * E * Iy / L
50 # Llenando la matriz de rigidez local
51 # Matriz de rigidez para una viga 3D, segun manual de SAP2000
52 self.k_local = np.array([
53 [axial, 0, 0, 0, 0, 0, -axial, 0, 0, 0, 0, 0],
54 [0, flex_xy_1, 0, 0, 0, flex_xy_2, 0, -flex_xy_1, 0, 0, 0, flex_xy_2],
55 [0, 0, flex_xz_1, 0, -flex_xz_2, 0, 0, 0, -flex_xz_1, 0, -flex_xz_2, 0],
56 [0, 0, 0, torsion, 0, 0, 0, 0, 0, -torsion, 0, 0],
57 [0, 0, -flex_xz_2, 0, flex_xz_3, 0, 0, 0, flex_xz_2, 0, flex_xz_4, 0],
58 [0, flex_xy_2, 0, 0, 0, flex_xy_3, 0, -flex_xy_2, 0, 0, 0, flex_xy_4],
59 [-axial, 0, 0, 0, 0, 0, axial, 0, 0, 0, 0, 0],
60 [0, -flex_xy_1, 0, 0, 0, -flex_xy_2, 0, flex_xy_1, 0, 0, 0, -flex_xy_2],
61 [0, 0, -flex_xz_1, 0, flex_xz_2, 0, 0, 0, flex_xz_1, 0, flex_xz_2, 0],
62 [0, 0, 0, -torsion, 0, 0, 0, 0, 0, torsion, 0, 0],
63 [0, 0, -flex_xz_2, 0, flex_xz_4, 0, 0, 0, flex_xz_2, 0, flex_xz_3, 0],
64 [0, flex_xy_2, 0, 0, 0, flex_xy_4, 0, -flex_xy_2, 0, 0, 0, flex_xy_3]
65 ])
66 def _compute_transformation_matrix(self):
67     """Calcula la matriz de transformación del elemento y la almacena en self.T."""
68     p1 = np.array(self.nodes[0].coords)
69     p2 = np.array(self.nodes[1].coords)
70     dx = p2 - p1
71     L = np.linalg.norm(dx)
72     if L < 1e-9:
73         raise ValueError("La longitud del elemento no puede ser cero.")
74     l, m, n = dx / L
75     if np.isclose(l, 0) and np.isclose(m, 0):
76         R_row1 = np.array([0, 0, 1 if n > 0 else -1])
77         R_row2 = np.array([0, 1, 0])
78         R_row3 = np.array([-1 if n > 0 else 1, 0, 0])
79     else:
80         R_row1 = np.array([l, m, n])
81         D = np.sqrt(l**2 + m**2)
82         R_row2 = np.array([-m/D, l/D, 0])
83         R_row3 = np.cross(R_row1, R_row2)
84         R = np.vstack([R_row1, R_row2, R_row3])
85         self.T = np.zeros((12, 12))
86         for i in range(4):
87             self.T[i*3:(i+1)*3, i*3:(i+1)*3] = R
88     def _compute_global_stiffness(self):
89         """Calcula la matriz de rigidez global del elemento y la almacena en self.k_global."""
90         self.k_global = self.T.T @ self.k_local @ self.T
91     def _compute_local_mass(self):
92         """Calcula la matriz de masa local 'lumped' (diagonal).
93         Este método es numéricamente muy estable.
94         """
95         rho = self.material["rho"]
96         A = self.section["area"]
97         L = self.L
98         total_mass = rho * A * L
99         node_mass = total_mass / 2.0
100        self.m_local = np.zeros((12, 12))
101        # Asignar la mitad de la masa a las traslaciones de cada nodo
102        np.fill_diagonal(self.m_local, [node_mass] * 3 + [0] * 3 + [node_mass] * 3 + [0] * 3)
103        # Añadir una pequeña inercia rotacional para estabilidad numérica
104        # Esto evita que las rotaciones tengan masa cero, lo que causa problemas.
105        placeholder_inertia = 1e-5 * total_mass

```

```

106 self.m_local[3, 3] = self.m_local[4, 4] = self.m_local[5, 5] = placeholder_inertia
107 self.m_local[9, 9] = self.m_local[10, 10] = self.m_local[11, 11] = placeholder_inertia
108 def _compute_global_mass(self):
109     """Transforma la matriz de masa local a coordenadas globales."""
110     self.m_global = self.T.T @ self.m_local @ self.T
111     def get_axial_force(self, global_displacements):
112         """
113         Calcula la fuerza axial en el elemento a partir de los desplazamientos globales.
114         """
115         # Obtener los grados de libertad globales de los nodos del elemento
116         dofs_node1 = self.nodes[0].dofs
117         dofs_node2 = self.nodes[1].dofs
118         # Extraer los desplazamientos globales de los nodos del elemento
119         element_global_displacements = np.zeros(12)
120         for i in range(6):
121             element_global_displacements[i] = global_displacements[dofs_node1[i]]
122             element_global_displacements[i+6] = global_displacements[dofs_node2[i]]
123         # Transformar los desplazamientos globales a locales
124         element_local_displacements = self.T @ element_global_displacements
125         # Calcular las fuerzas locales (f = k_local * u_local)
126         local_forces = self.k_local @ element_local_displacements
127         # La fuerza axial es la primera componente del vector de fuerzas locales
128         # (fuerza en dirección X local del elemento)
129         axial_force = local_forces[0]
130         return axial_force)"""

```

III. Clase Structure

Representa un modelo estructural tridimensional compuesto por nodos y elementos.

Se encarga de gestionar la topología del modelo FEM: definición de nodos, elementos y condiciones de frontera.

También asocia automáticamente los grados de libertad (DOFs) de cada nodo y permite establecer restricciones de desplazamiento o rotación para simular apoyos o empotramientos.

```

1 class Structure:
2     """Representa una estructura compuesta por nodos y elementos.
3     Permite añadir nodos, elementos y definir restricciones de grados de libertad.
4     """
5     def __init__(self):
6         """Inicializa una nueva estructura vacía."""
7         self.nodes = []
8         self.elements = []
9         self.num_dofs = 0
10        self.constraints = {} # Dictionary to store node constraints
11        # Map DOF names to indices
12        self.dof_map = {
13            "ux": 0,
14            "uy": 1,
15            "uz": 2, # translations
16            "rx": 3,
17            "ry": 4,
18            "rz": 5, # rotations
19        }
20        def add_node(self, x, y, z):
21            """Añade un nuevo nodo a la estructura.

```

```

22  Args:
23  x (float): Coordenada X del nodo.
24  y (float): Coordenada Y del nodo.
25  z (float): Coordenada Z del nodo.
26  Returns:
27  Node: El objeto Node recién creado.
28  """
29  node = Node(x, y, z)
30  node.id = len(self.nodes) # Asignar ID de nodo
31  node.dofs = [node.id * 6 + i for i in range(6)] # Asignar DOFs
32  self.nodes.append(node)
33  self.num_dofs += 6 # 3 traslaciones + 3 rotaciones
34  return node
35  def add_element(self, node1, node2, section, material):
36  """Añade un nuevo elemento a la estructura.
37  Args:
38  node1 (Node): El primer nodo del elemento.
39  node2 (Node): El segundo nodo del elemento.
40  section (dict): Un diccionario con las propiedades de la sección transversal.
41  material (dict): Un diccionario con las propiedades del material.
42  Returns:
43  Element: El objeto Element recién creado.
44  """
45  element = Element(node1, node2, section, material)
46  self.elements.append(element)
47  return element
48  def add_constraint(self, node: Node, constrained_dofs: list[str]):
49  if node not in self.nodes:
50  raise ValueError("Node is not part of the structure")
51  # Validate DOF names
52  for dof in constrained_dofs:
53  if dof not in self.dof_map:
54  raise ValueError(f"Invalid DOF name: {dof}")
55  # Store constraint indices for this node
56  node_index = self.nodes.index(node)
57  constrained_indices = [self.dof_map[dof] for dof in constrained_dofs]
58  self.constraints[node_index] = constrained_indices
59  def get_global_dof_index(self, node_index: int, local_dof: int) -> int:
60  """Convierte un índice de nodo y un índice de DOF local a un índice de DOF global.
61  Args:
62  node_index (int): El índice del nodo.
63  local_dof (int): El índice del grado de libertad local (0-5).
64  Returns:
65  int: El índice del grado de libertad global.
66  """
67  return node_index * 6 + local_dof
68  def get_constrained_dofs(self) -> list[int]:
69  """Obtiene una lista de todos los índices de grados de libertad globales restringidos.
70  Returns:
71  list[int]: Una lista ordenada de los índices de grados de libertad restringidos.
72  """
73  constrained_dofs = []
74  for node_index, local_dofs in self.constraints.items():
75  for local_dof in local_dofs:
76  global_dof = self.get_global_dof_index(node_index, local_dof)
77  constrained_dofs.append(global_dof)
78  return sorted(list(set(constrained_dofs)))

```

IV. Lógica

Para describir la lógica de los flujos de trabajo, tanto en el análisis estático, modal como en la respuesta armónica, se presentarán únicamente las secciones más relevantes del código.

V. Función static_analysis

Realiza el análisis estático de la estructura resolviendo el sistema matricial $[K]\{u\} = \{F\}$, Esta función constituye la base del análisis estructural en régimen estático lineal. Permite obtener los desplazamientos de los nodos del modelo FEM considerando las condiciones de frontera previamente impuestas.

En caso de que la matriz de rigidez sea singular, se advierte la posible inestabilidad estructural o **una definición incompleta de restricciones**.

```

1  def static_analysis(K, F):
2      """
3      Resuelve el problema estático  $[K]\{u\} = \{F\}$  para encontrar los desplazamientos  $\{u\}$ .
4      Args:
5      K (np.ndarray): Matriz de rigidez global ensamblada.
6      F (np.ndarray): Vector de fuerzas nodales globales.
7      Returns:
8      np.ndarray: Vector de desplazamientos nodales globales.
9      """
10     print("Iniciando análisis estático...")
11     try:
12         # Soluciona el sistema de ecuaciones lineales
13         u = np.linalg.solve(K, F)
14         print("Análisis estático completado exitosamente.")
15         return u
16     except np.linalg.LinAlgError:
17         print("Error: La matriz de rigidez es singular. La estructura puede ser inestable.")
18         # Considera usar np.linalg.pinv (pseudo-inversa) para casos inestables si es apropiado
19         # u = np.linalg.pinv(K) @ F
20         # print("Se utilizó la pseudo-inversa para encontrar una solución.")
21         # return u
22     return None

```

VI. Función modal_analysis

Esta función permite determinar las frecuencias naturales, las formas modales normalizadas y los factores de participación de masa en las direcciones principales (X, Y, Z).

$$[K]\{\phi\} = \omega^2[M]\{\phi\}$$

Para ello, se reducen los grados de libertad eliminando las restricciones impuestas por las condiciones de frontera, y posteriormente se resuelve el problema eigen usando las matrices reducidas.

La normalización modal se realiza de modo que la masa modal efectiva sea igual a la unidad ($M_{modal} = I$), garantizando la ortogonalidad respecto a la masa. Finalmente, se calcula la participación de masa modal en cada dirección para evaluar la contribución dinámica de cada modo al comportamiento global de la estructura.

```

1  def modal_analysis(
2      K: np.ndarray,
3      M: np.ndarray,
4      structure: "Structure",
5      num_modes=6,
6  ):
7      """Realiza un análisis modal y calcula los factores de participación de masa.
8      Args:
9      K (np.ndarray): Matriz de rigidez global.
10     M (np.ndarray): Matriz de masa global.
11     structure (Structure): El objeto Structure para obtener las restricciones.
12     num_modes (int): Número de modos a calcular.
13     Returns:
14     tuple[np.ndarray, np.ndarray, np.ndarray]: Frecuencias (Hz),
15     formas modales y
16     factores de participación de masa (%).
17     """
18     num_dofs = K.shape[0]
19     constrained_dofs = structure.get_constrained_dofs()
20     free_dofs = np.setdiff1d(np.arange(num_dofs), constrained_dofs)
21     try:
22         K_red_dense = K[free_dofs, :][:, free_dofs].toarray()
23         M_red_dense = M[free_dofs, :][:, free_dofs].toarray()
24     except AttributeError:
25         K_red_dense = K[free_dofs, :][:, free_dofs]
26         M_red_dense = M[free_dofs, :][:, free_dofs]
27         M_red_dense += np.eye(M_red_dense.shape[0]) * 1e-6
28         eigvals, eigvecs_red = eigh(K_red_dense, M_red_dense)
29         eigvals = eigvals[:num_modes]
30         eigvecs_red = eigvecs_red[:, :num_modes]
31         mode_shapes = np.zeros((num_dofs, num_modes))
32         mode_shapes[free_dofs, :] = eigvecs_red
33         # Normalización de masa modal a 1 (M_modal = I)
34         for i in range(num_modes):
35             phi_i = mode_shapes[:, i]
36             m_modal = phi_i.T @ M @ phi_i
37             if m_modal > 1e-9:
38                 mode_shapes[:, i] /= np.sqrt(m_modal)
39             frecuencias = np.sqrt(np.maximum(eigvals, 0)) / (2 * np.pi)
40             # --- Cálculo de Participación de Masa ---
41             mass_participation = np.zeros((num_modes, 3)) # X, Y, Z
42             # 1. Vector de influencia (R)
43             R = np.zeros((num_dofs, 3))
44             R[0::6, 0] = 1 # Dirección X
45             R[1::6, 1] = 1 # Dirección Y
46             R[2::6, 2] = 1 # Dirección Z
47             # 2. Masa total en cada dirección
48             M_diag = M.diagonal()
49             total_mass_X = np.sum(M_diag[0::6])
50             total_mass_Y = np.sum(M_diag[1::6])
51             total_mass_Z = np.sum(M_diag[2::6])
52             total_mass_vector = np.array([total_mass_X, total_mass_Y, total_mass_Z])

```

```

53 # 3. Factor de participación modal (L)
54 L = mode_shapes.T @ M @ R # Shape: (num_modes, 3)
55 # 4. Masa modal efectiva (M_eff = L^2, ya que M_modal es 1)
56 effective_modal_mass = L**2
57 # 5. Porcentaje de participación
58 for i in range(3):
59     if total_mass_vector[i] > 1e-9:
60         mass_participation[:, i] = (effective_modal_mass[:, i] / total_mass_vector[i]) * 100
61         print(f"DEBUG: mass_participation shape: {mass_participation.shape}")
62         print(f"DEBUG: mass_participation (first 5 modes):\\n{mass_participation[:5]}")
63     return frequencies, mode_shapes, mass_participation

```

VII. Función `direct_frequency_response`

Realiza el análisis de respuesta en frecuencia de la estructura utilizando el método directo para resolver la ecuación dinámica en el dominio armónico:

$$([K] - \omega^2[M] + i\omega[C])\{U(\omega)\} = \{F(\omega)\}$$

Este análisis puede incluir tanto fuerzas armónicas constantes, como aquellas que provienen de masas desbalanceadas, en cuyo caso la fuerza aumenta con el cuadrado de la frecuencia ($F = (m \cdot e)\omega^2$).

Durante el recorrido por las distintas frecuencias, la función construye la matriz de impedancia dinámica para cada una, resuelve el sistema correspondiente y almacena los resultados. Si en alguna frecuencia se presenta una resonancia o un problema numérico, el programa muestra una advertencia indicando que la respuesta podría ser muy alta o incluso infinita.

```

1  def direct_frequency_response(
2      K: np.ndarray,
3      M: np.ndarray,
4      C: np.ndarray,
5      force_vector_amplitude: np.ndarray,
6      frequency_range_hz: np.ndarray,
7      is_unbalanced_force: bool = False,
8      unbalanced_mass_product: float = 0.0
9  ) -> np.ndarray:
10     """
11     Calcula la respuesta en estado estacionario (amplitudes y fases) de una estructura a lo largo de un rango de frecuencias.
12     Resuelve la ecuación: (K - omega^2*M + i*omega*C) * U(omega) = F(omega)
13     Args:
14     K (np.ndarray): Matriz de rigidez global.
15     M (np.ndarray): Matriz de masa global.
16     C (np.ndarray): Matriz de amortiguamiento global.
17     force_vector_amplitude (np.ndarray): Vector de amplitud de la fuerza (F0).
18     Si is_unbalanced_force es True, este vector indica la DIRECCIÓN de la fuerza, y su magnitud se ignora.
19     frequency_range_hz (np.ndarray): Vector de frecuencias a analizar (en Hz).
20     is_unbalanced_force (bool): Si es True, la magnitud de la fuerza será proporcional al cuadrado de la frecuencia (F = (m * e) * omega^2).
21     unbalanced_mass_product (float): El producto de la masa desbalanceada por la excentricidad (m*e). Requerido si is_unbalanced_force es True.
22     Returns:
23     np.ndarray: Matriz de respuestas complejas U(omega). Cada fila corresponde a una frecuencia, cada columna a un grado de libertad.
24     """
25     num_dofs = K.shape[0]

```

```

26 num_freqs = len(frequency_range_hz)
27 # Normalizar el vector de dirección de la fuerza si es necesario
28 if is_unbalanced_force:
29     norm = np.linalg.norm(force_vector_amplitude)
30     if norm > 1e-9:
31         force_direction = force_vector_amplitude / norm
32     else:
33         # Si el vector de fuerza es cero, no hay nada que hacer
34         return np.zeros((num_freqs, num_dofs), dtype=np.complex128)
35 # Array para almacenar los resultados complejos de desplazamiento U(omega)
36 complex_displacements = np.zeros((num_freqs, num_dofs), dtype=np.complex128)
37 print("Iniciando barrido de frecuencias...")
38 for i, freq_hz in enumerate(tqdm(frequency_range_hz, desc="Frequency Sweep")):
39     omega = 2 * np.pi * freq_hz
40     # Construir la matriz de impedancia dinámica Z(omega)
41     Z = (K - omega**2 * M) + 1j * (omega * C)
42     # Definir el vector de fuerza F(omega)
43     if is_unbalanced_force:
44         # Fuerza de desbalance: F = (m*e) * omega^2
45         force_magnitude = unbalanced_mass_product * omega**2
46         F = force_direction * force_magnitude
47     else:
48         # Fuerza de amplitud constante
49         F = force_vector_amplitude
50     # Resolver el sistema de ecuaciones lineales Z * U = F
51     try:
52         U = np.linalg.solve(Z, F)
53         complex_displacements[i, :] = U
54     except np.linalg.LinAlgError:
55         print(f"Advertencia: Matriz singular para la frecuencia {freq_hz:.2f} Hz. La respuesta puede ser infinita (resonancia p")
56         # Asignar un valor grande o NaN para indicar la resonancia
57         complex_displacements[i, :] = np.nan
58     print("Barrido de frecuencias completado.")
59     return complex_displacements

```

ANEXO G

Configuración del variador de frecuencia y medición con tacómetro

Registro de la parametrización del sistema de accionamiento y de la verificación de velocidad durante los ensayos.



Registro G-01



Registro G-02



Registro G-03



Registro G-04



Registro G-05



Registro G-06

ANEXO H. RESULTADOS COMPLEMENTARIOS DE LOS ENSAYOS DE RESONANCIA

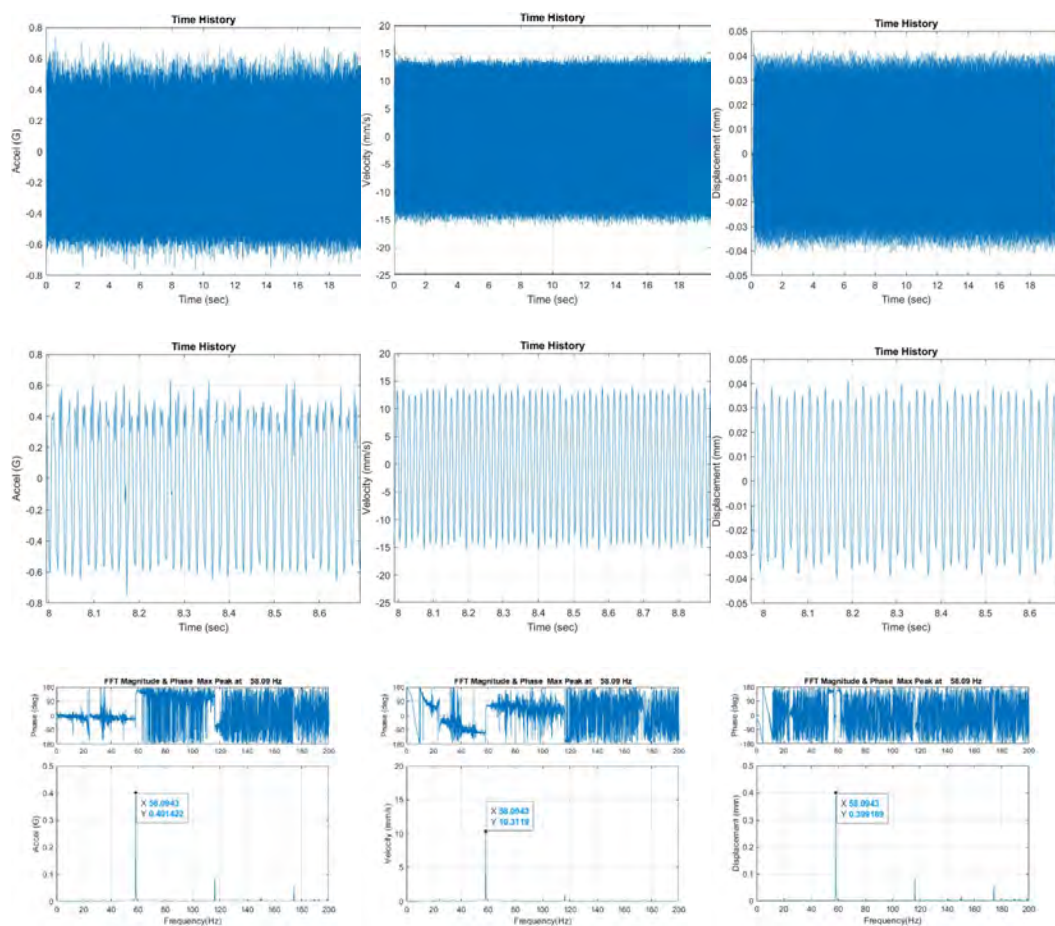
En este anexo se presentan las historias temporales de aceleración, velocidad y desplazamiento, así como los diagramas de Bode, los espectros FFT y los espectros de vibración RMS obtenidos en los puntos de medición evaluados durante los ensayos de resonancia a 60, 78 y 120 Hz.

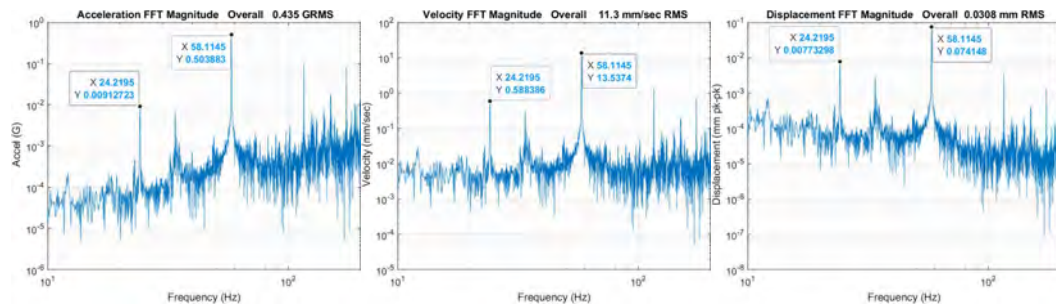
Anexo H.1. Ensayos con excitador de masas excéntricas con contragiro

ANEXO H.1.1. Primer caso de resonancia: 60 Hz

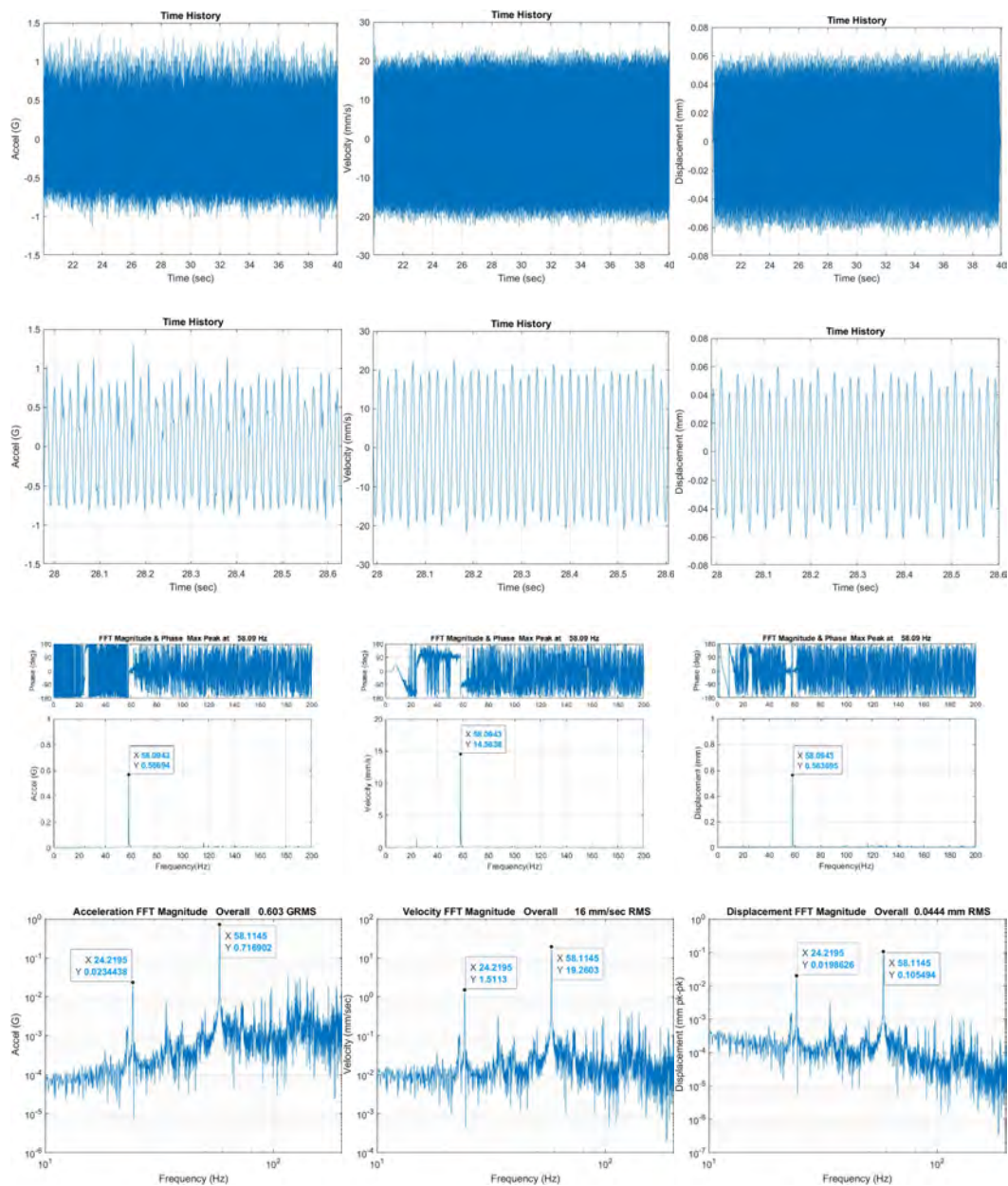
Respuesta dinámica del punto 1

Eje Lateral (Y)



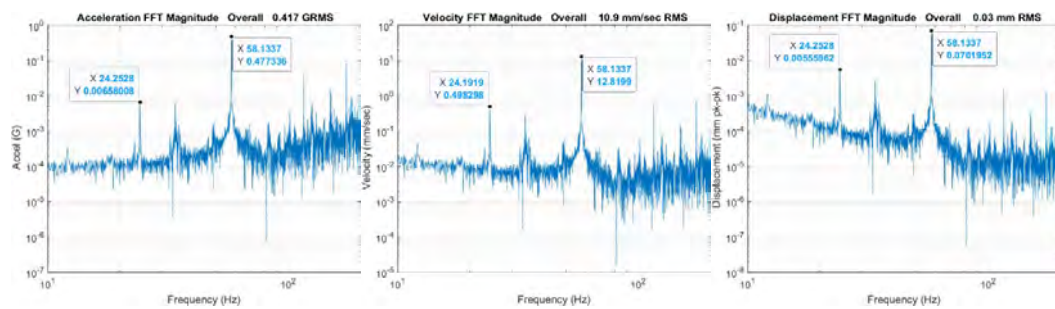


Eje vertical (Z)

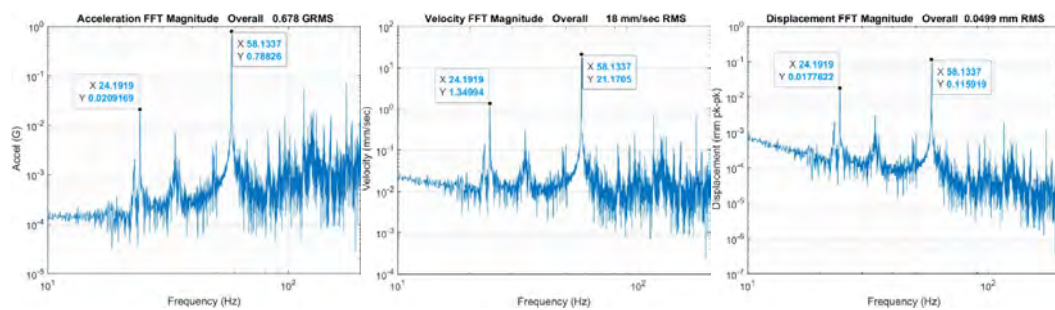


Respuesta dinámica del punto 2

Eje lateral (Y)

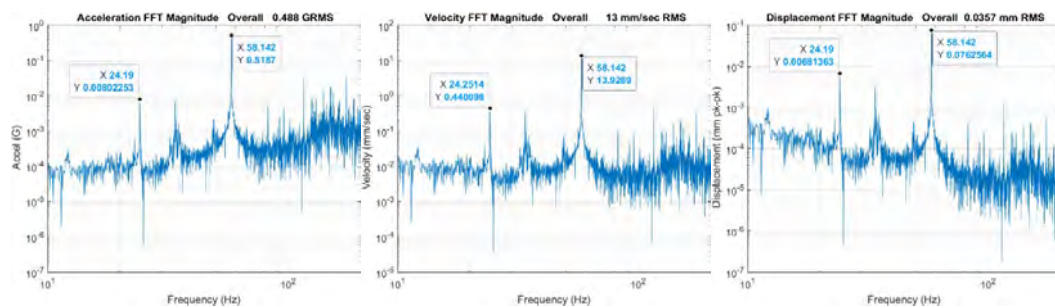


Eje vertical (Z)

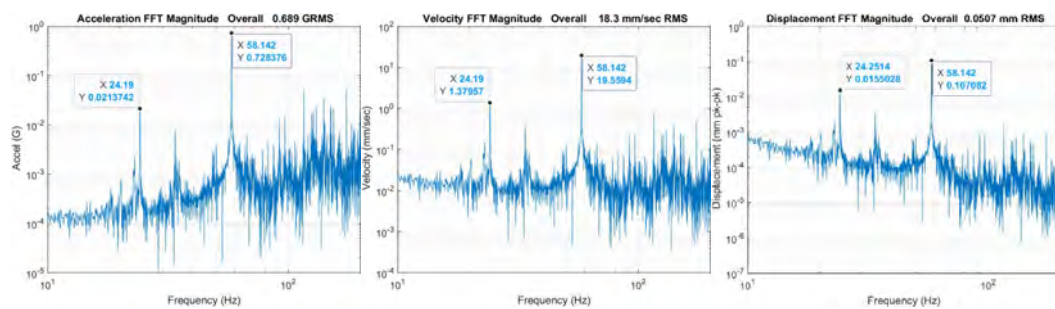


Respuesta dinámica del punto 3

Eje lateral (Y)

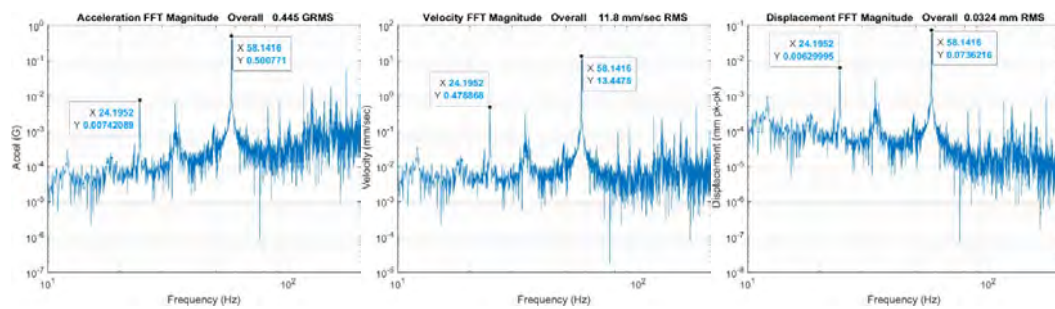


Eje vertical (Z)

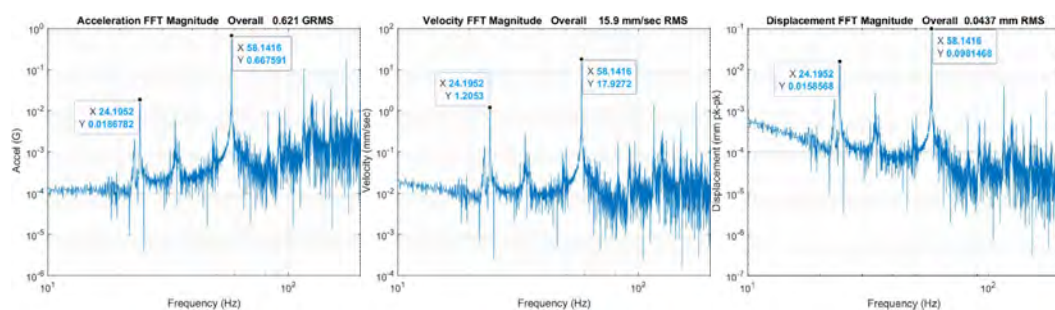


Respuesta dinámica del punto 4

Eje lateral (Y)



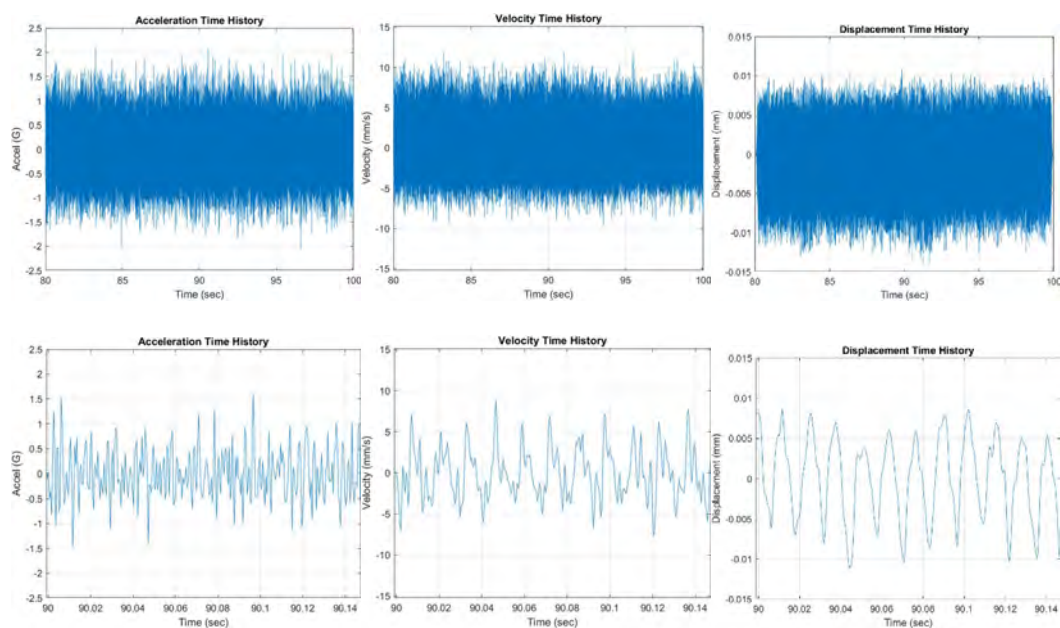
Eje vertical (Z)

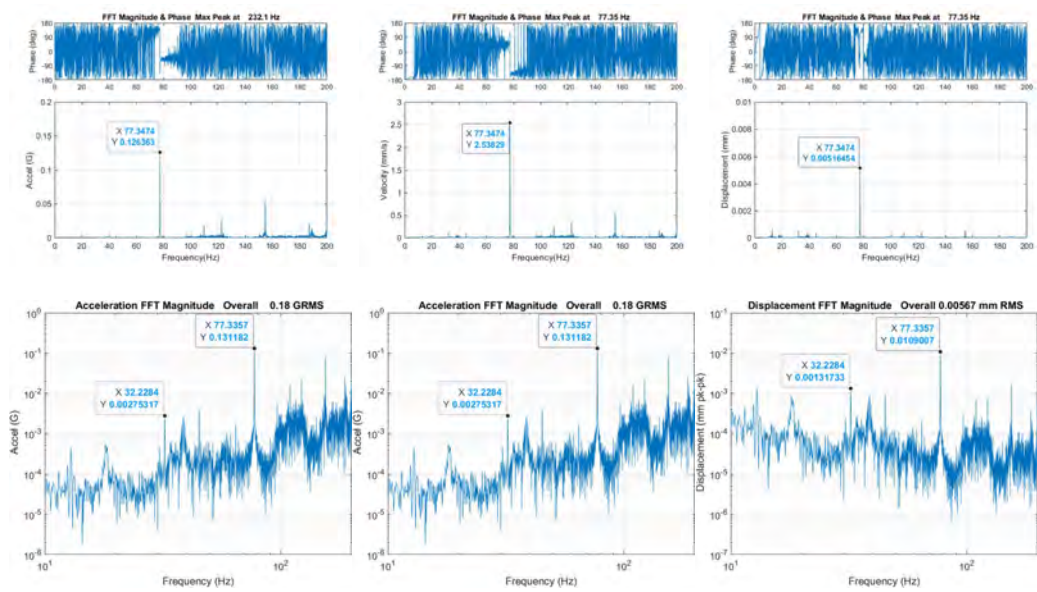


ANEXO H.1.2. Primer caso de resonancia: 78 Hz

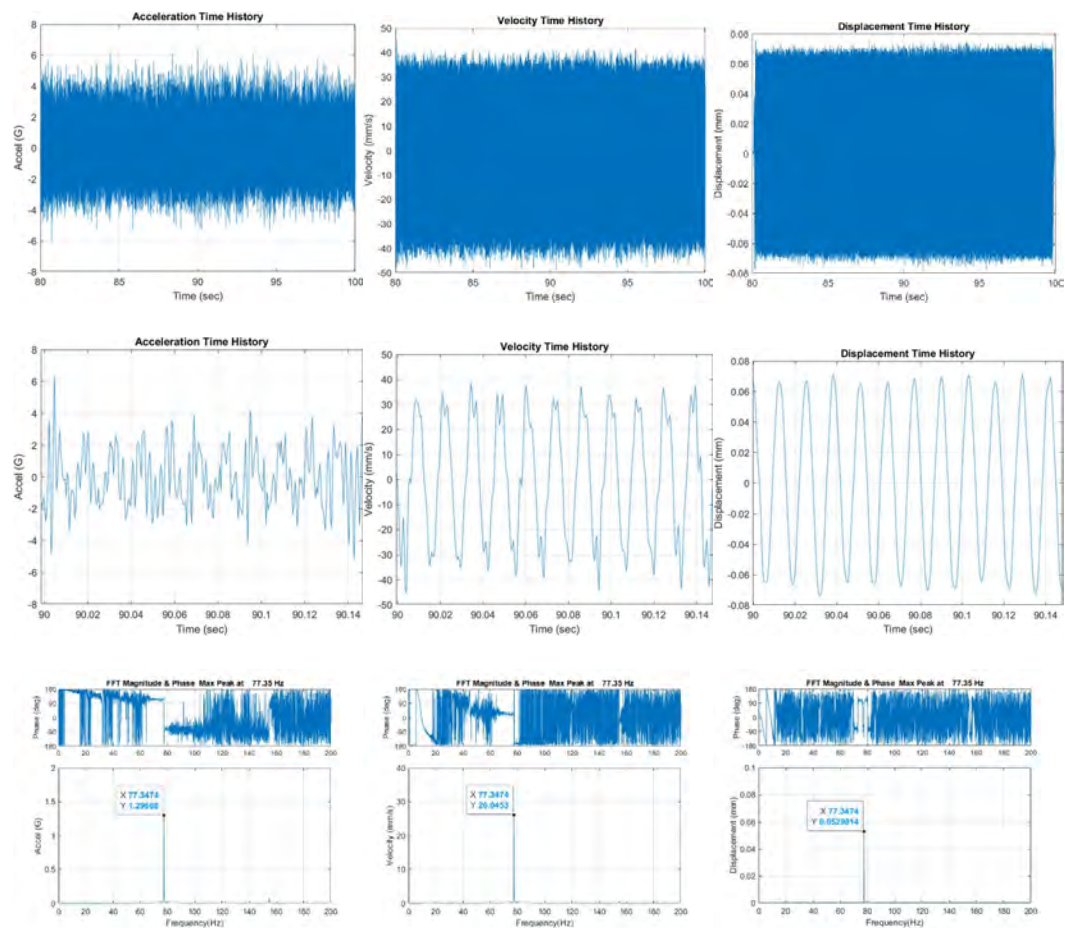
Respuesta dinámica del punto 1

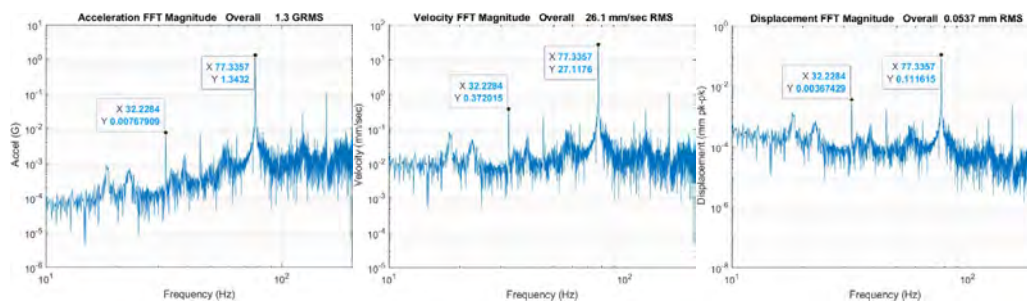
Eje lateral (Y)





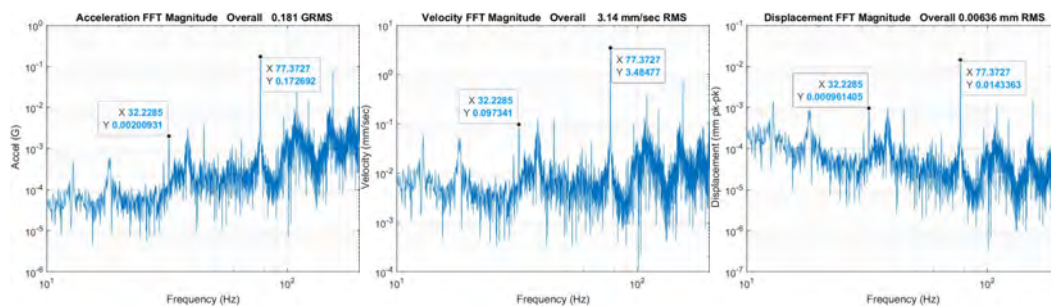
Eje vertical (Z)



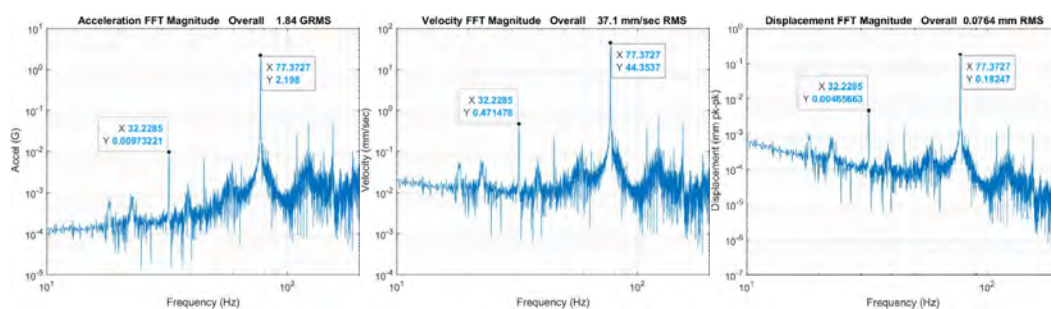


Respuesta dinámica del punto 2

Eje lateral (Y)

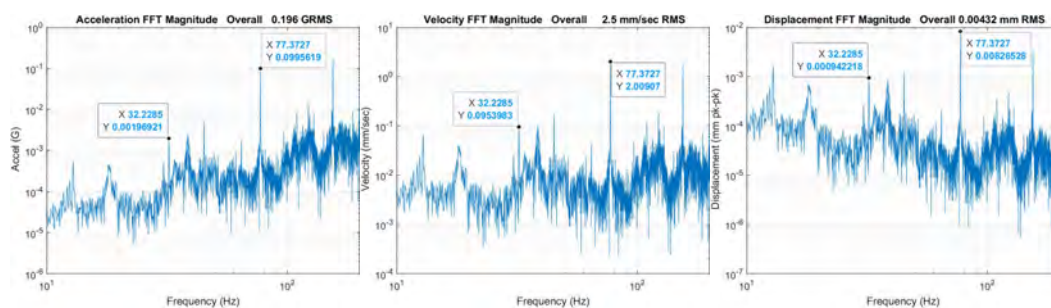


Eje vertical (Z)

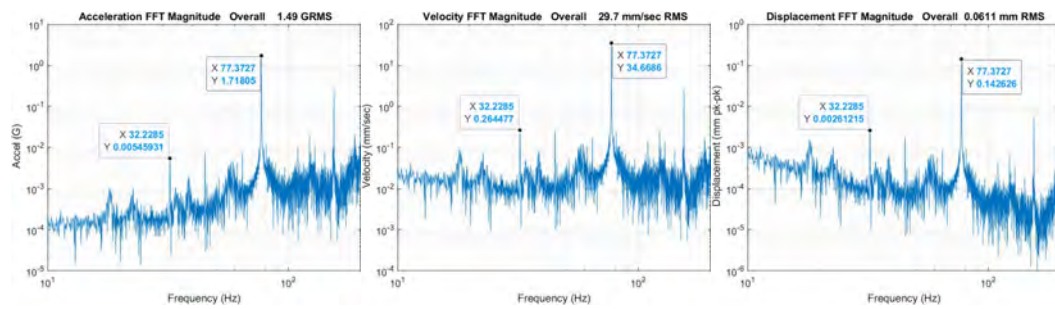


Respuesta dinámica del punto 3

Eje lateral (Y)

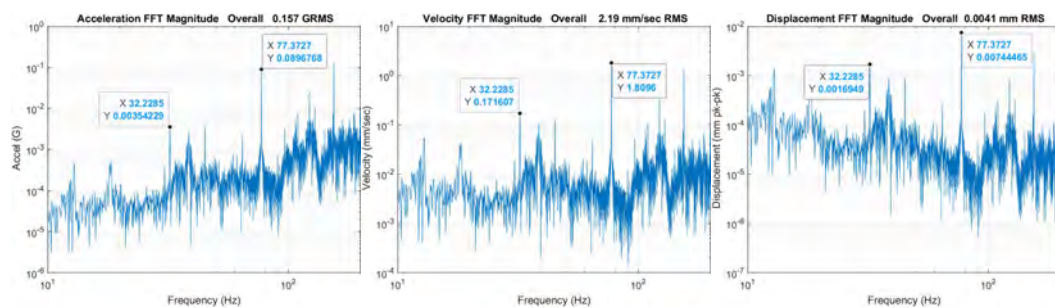


Eje vertical (Z)

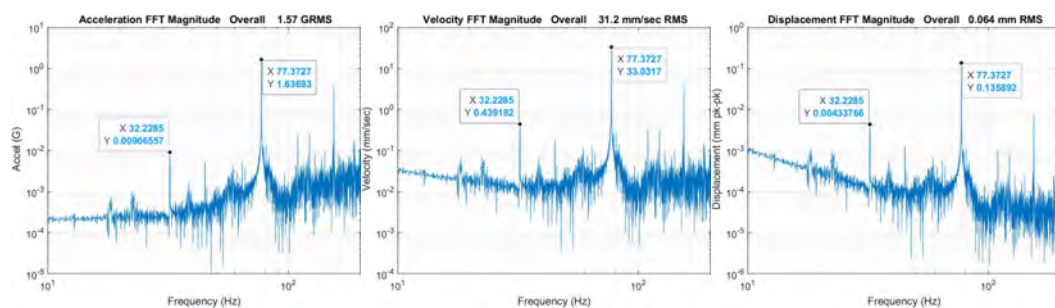


Respuesta dinámica del punto 4

Eje lateral (Y)



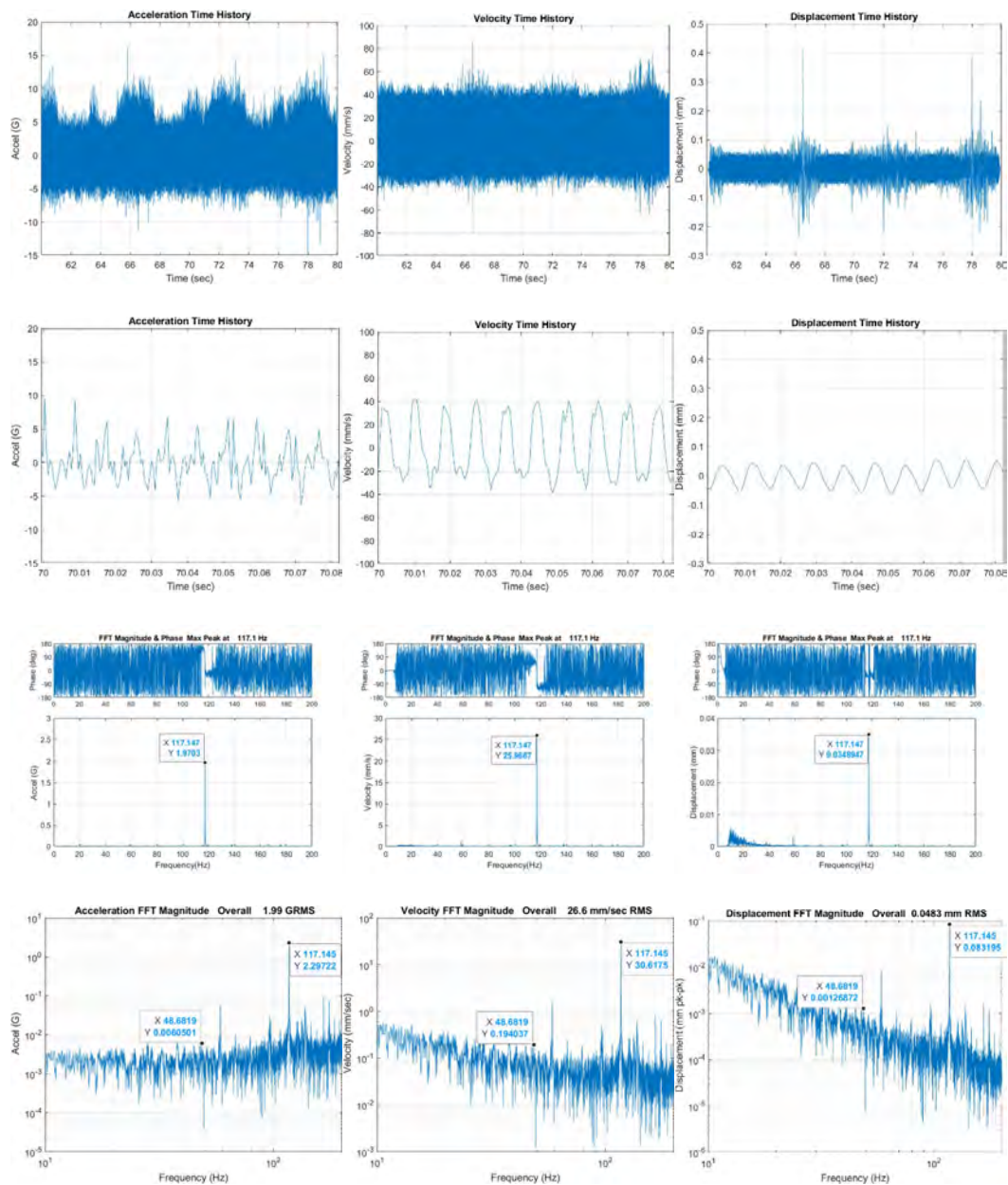
Eje vertical (Z)



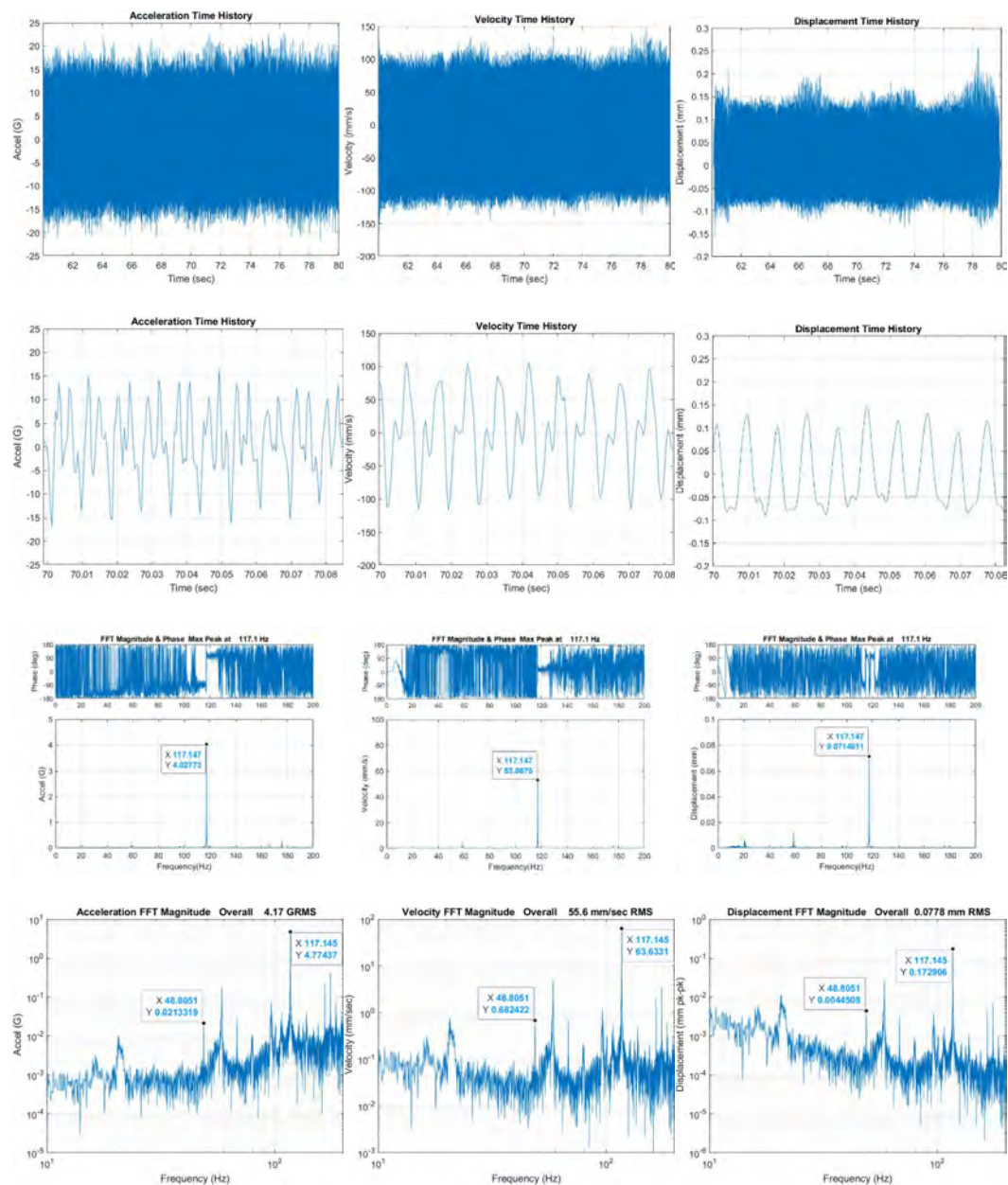
ANEXO H.1.3. Primer caso de resonancia: 120 Hz

Respuesta dinámica del punto 1

Eje lateral (Y)

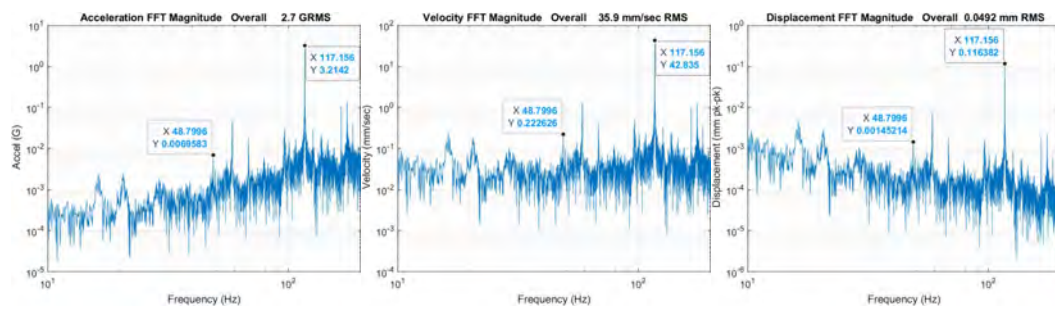


Eje vertical (Z)

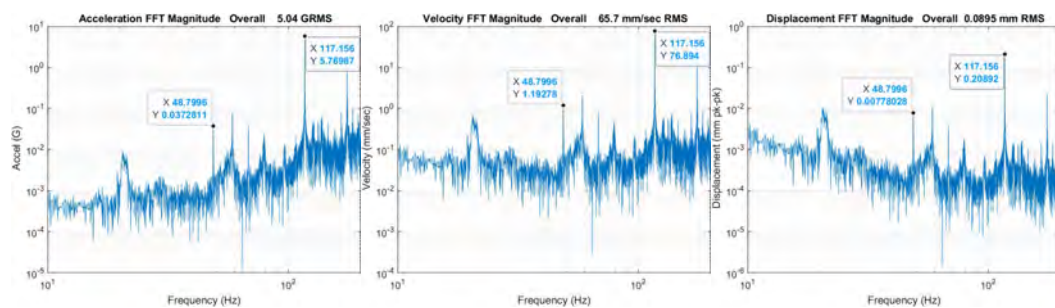


Respuesta dinámica del punto 2

Eje lateral (Y)

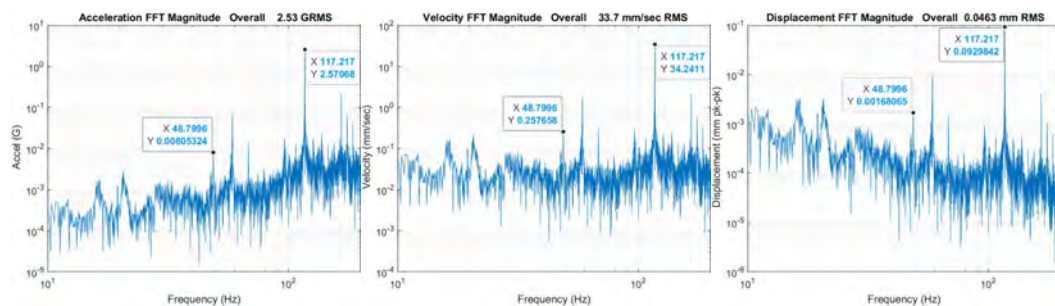


Eje vertical (Z)

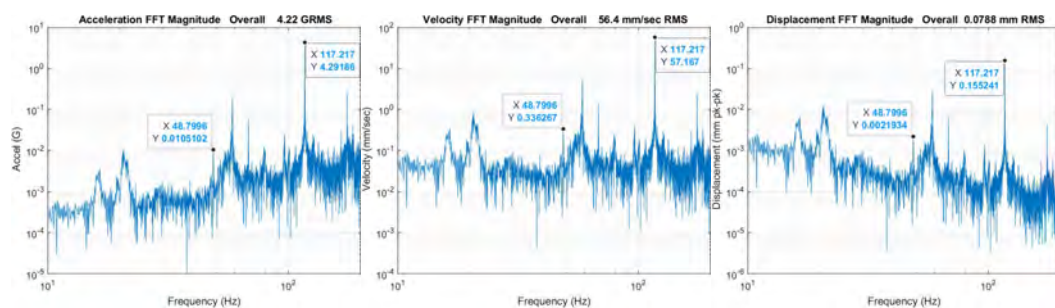


Respuesta dinámica del punto 3

Eje lateral (Y)

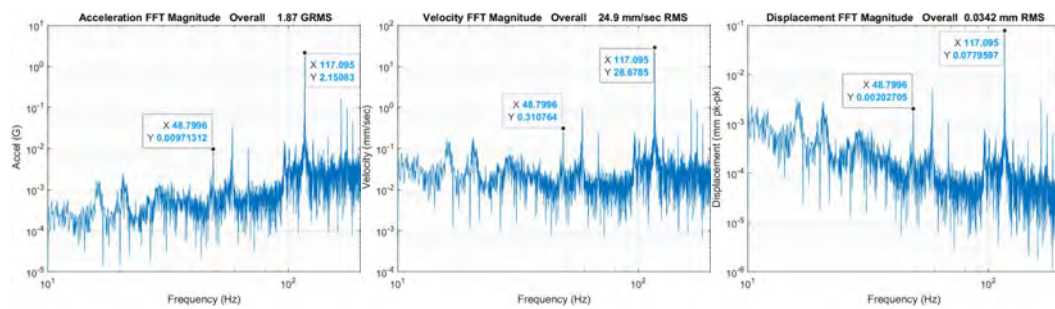


Eje vertical (Z)

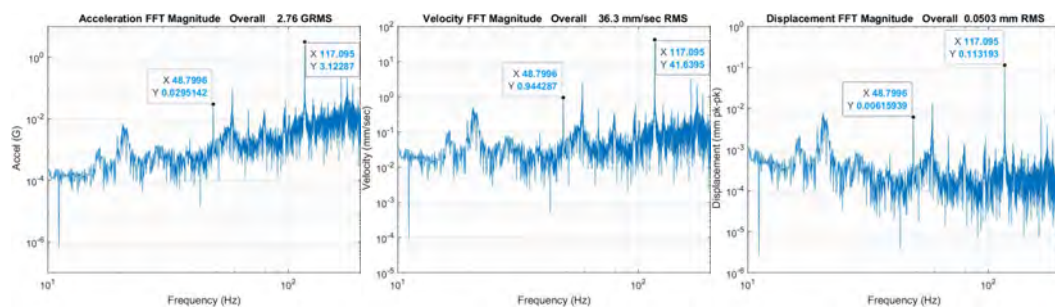


Respuesta dinámica del punto 4

Eje lateral (Y)



Eje vertical (Z)

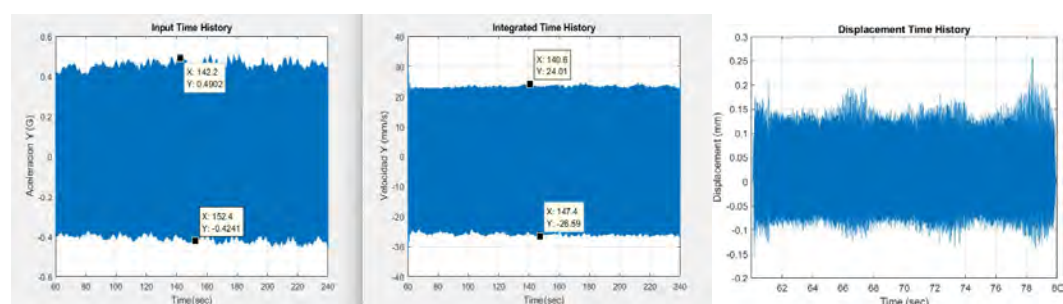


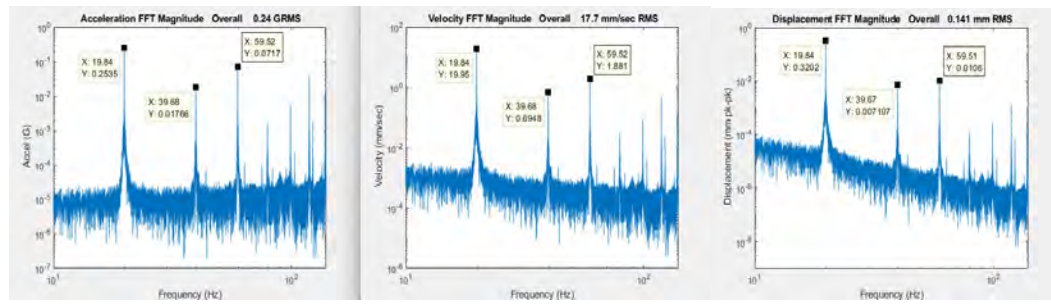
Anexo H.2. Ensayos con excitador de masa desbalanceada

ANEXO H.2.1. Primer caso de resonancia: 60 Hz

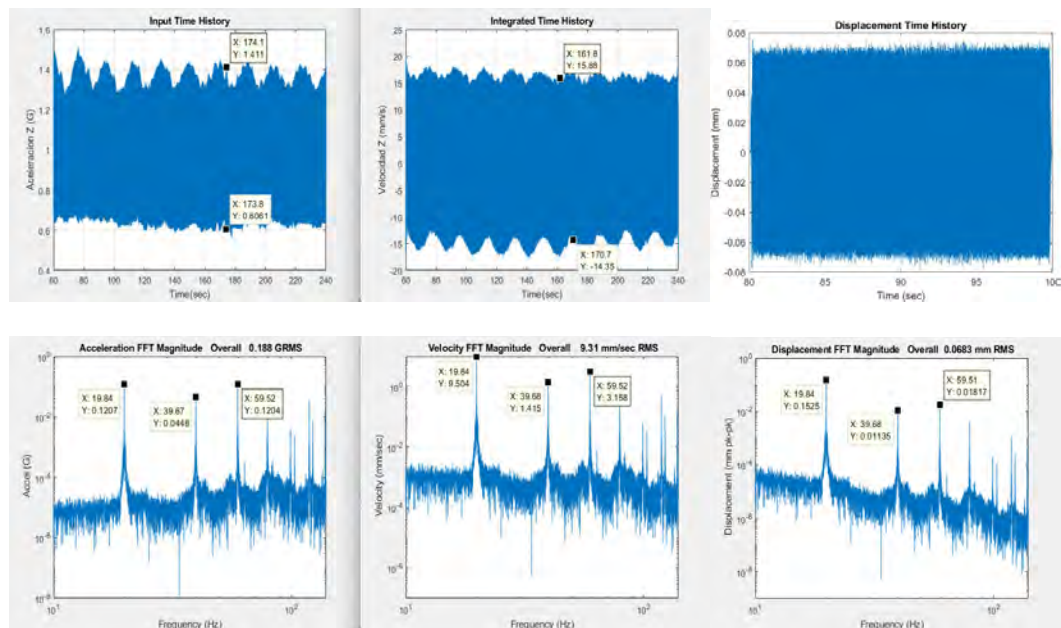
Respuesta dinámica del punto 1

Eje lateral (Y)



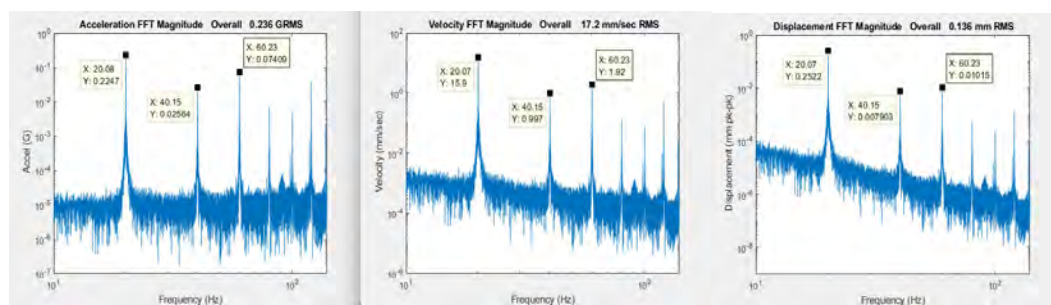


Eje vertical (Z)

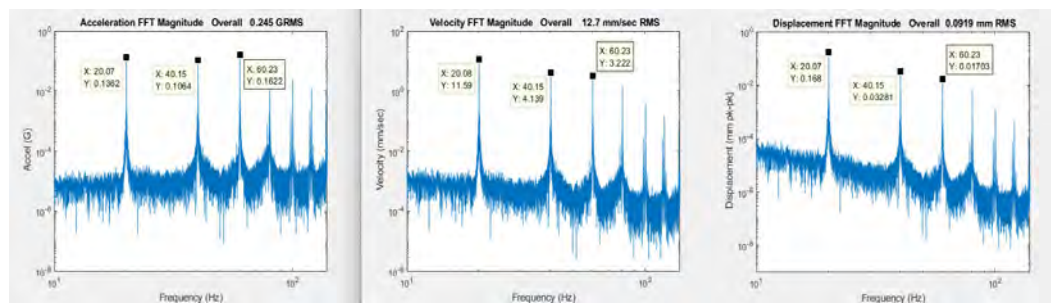


Respuesta dinámica del punto 2

Eje lateral (Y)

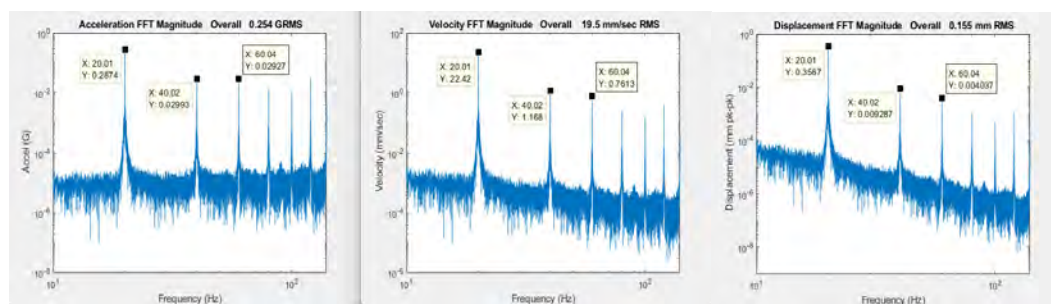


Eje vertical (Z)

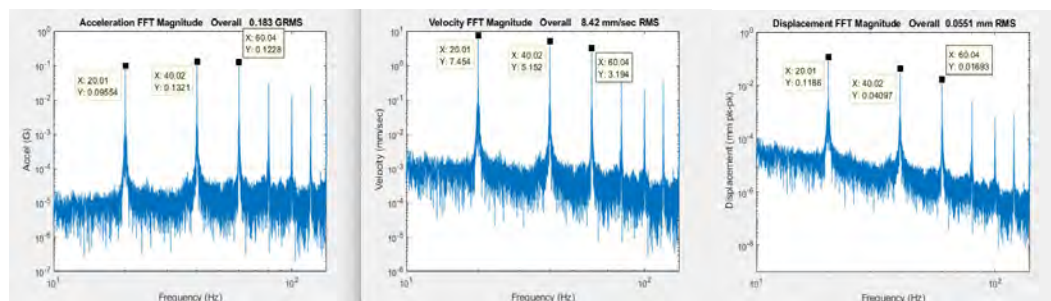


Respuesta dinámica del punto 3

Eje lateral (Y)

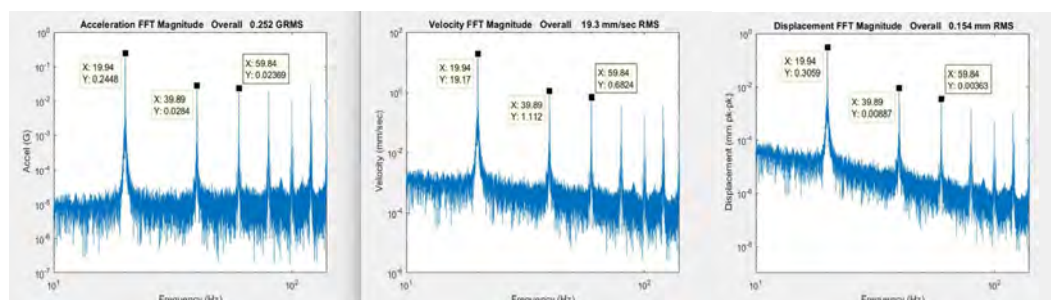


Eje vertical (Z)

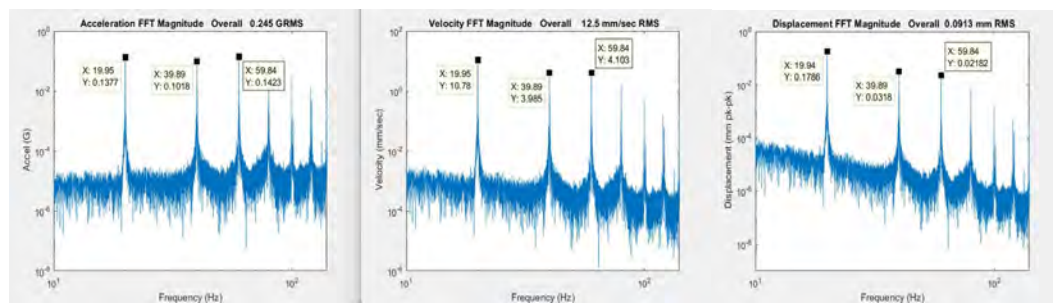


Respuesta dinámica del punto 4

Eje lateral (Y)



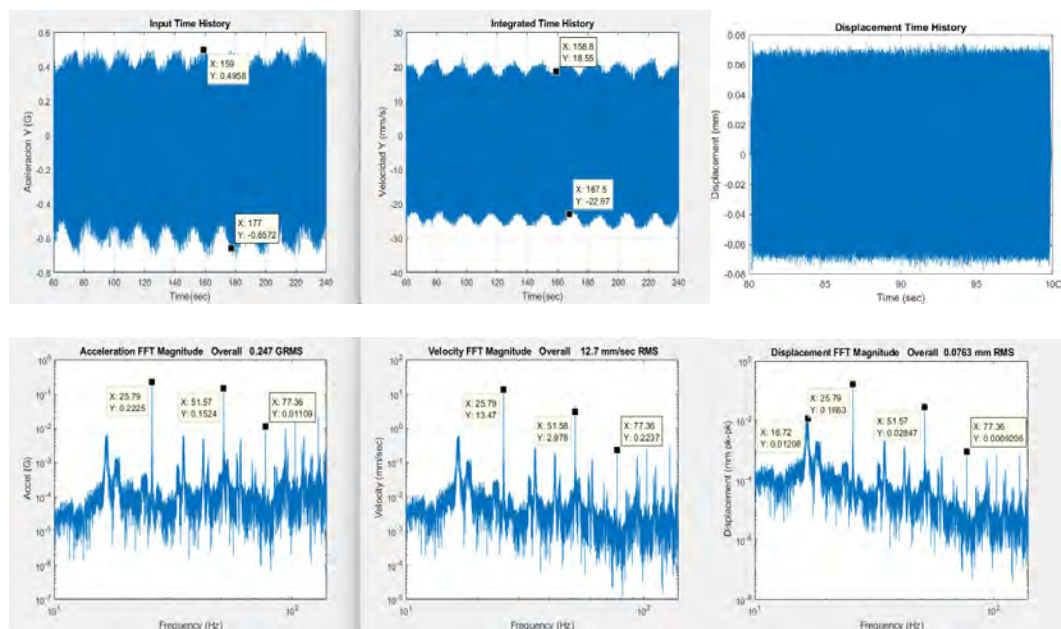
Eje vertical (Z)



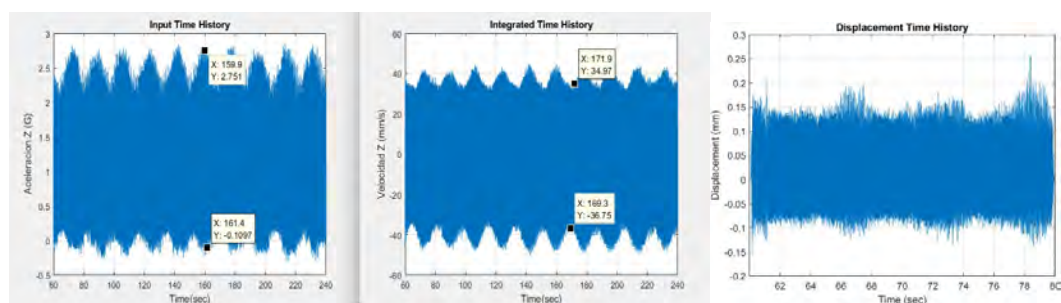
ANEXO H.2.2. Primer caso de resonancia: 78 Hz

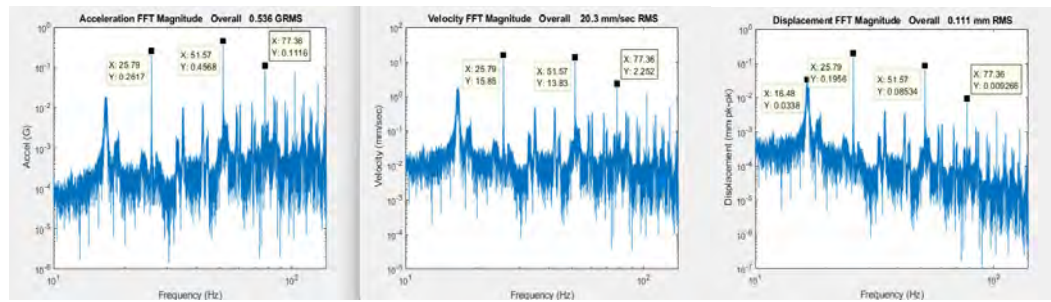
Respuesta dinámica del punto 1

Eje lateral (Y)



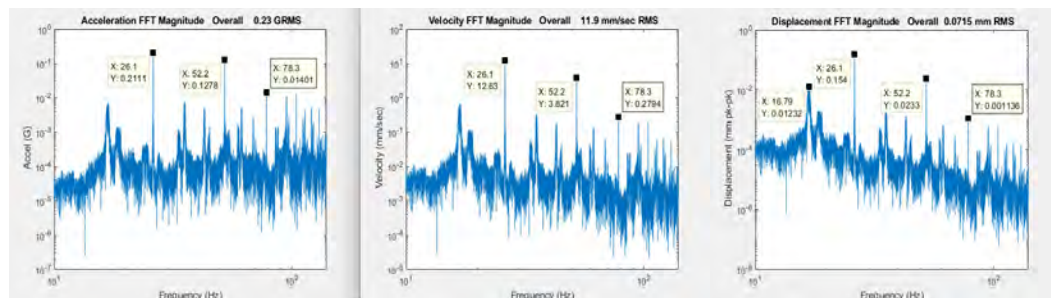
Eje vertical (Z)



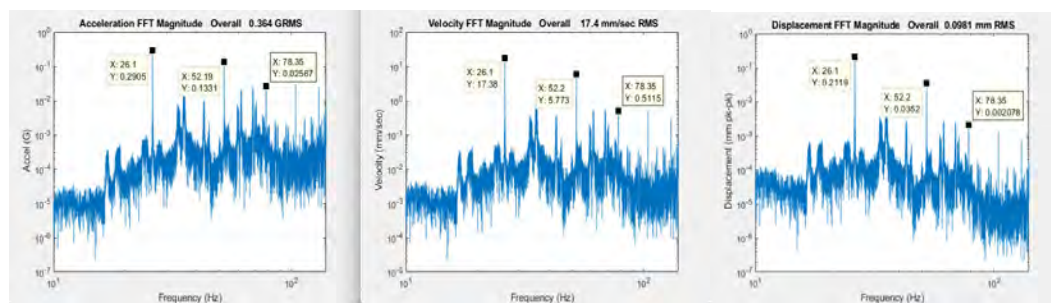


Respuesta dinámica del punto 2

Eje lateral (Y)

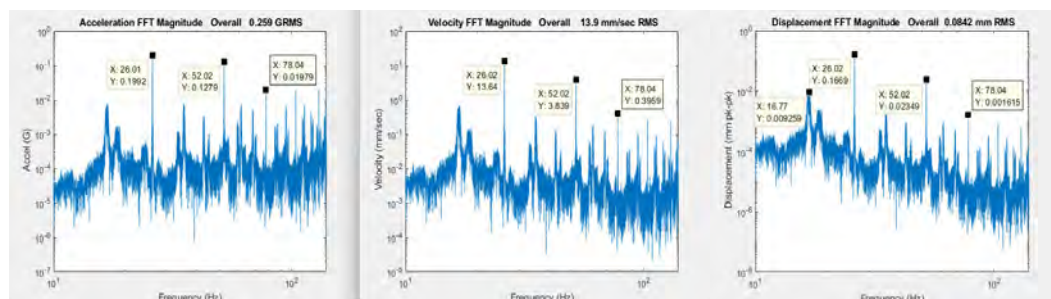


Eje vertical (Z)

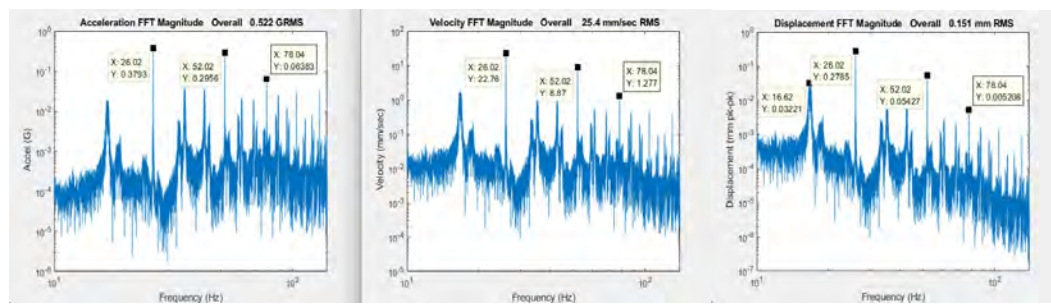


Respuesta dinámica del punto 3

Eje lateral (Y)

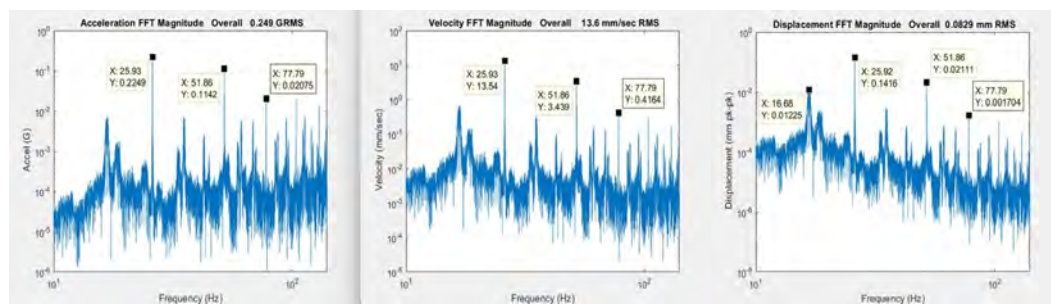


Eje vertical (Z)

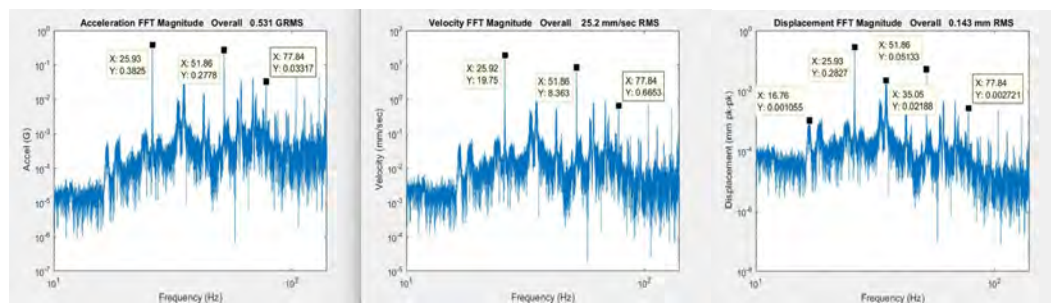


Respuesta dinámica del punto 4

Eje lateral (Y)



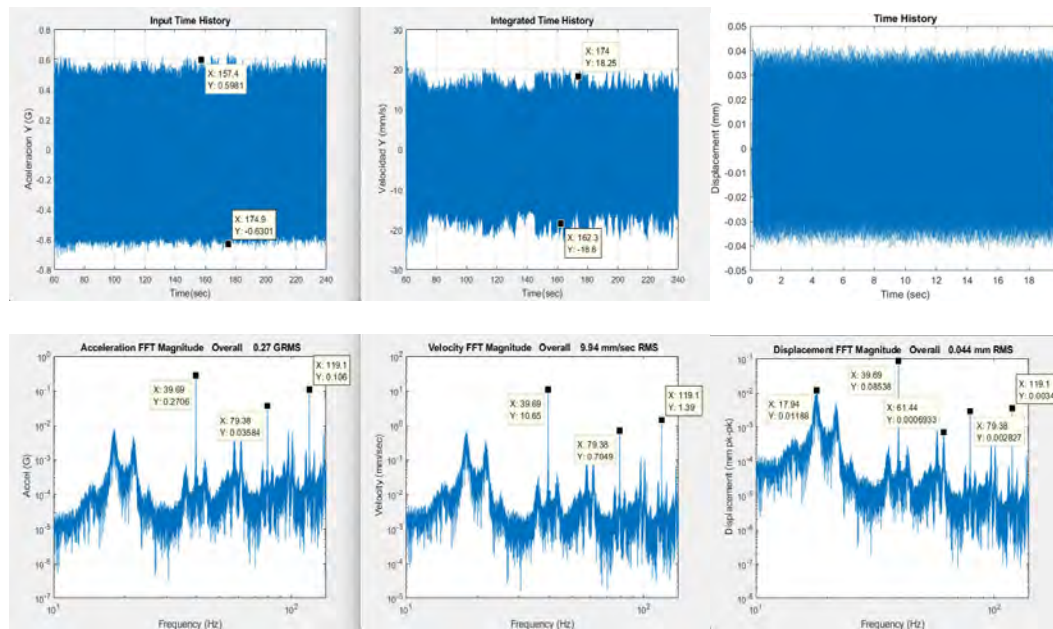
Eje vertical (Z)



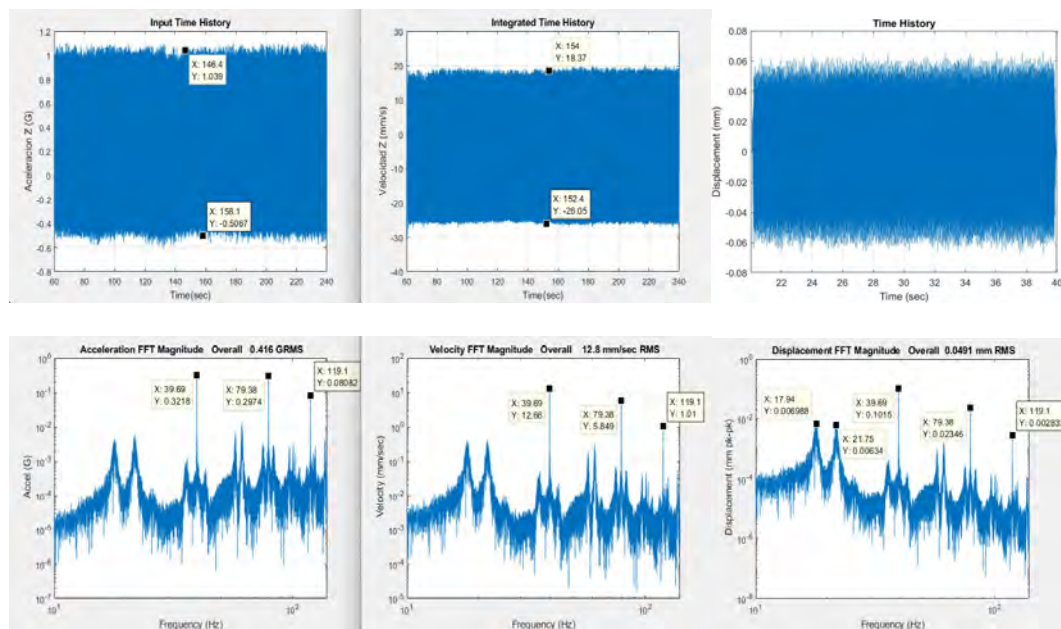
ANEXO H.2.3. Primer caso de resonancia: 120 Hz

Respuesta dinámica del punto 1

Eje lateral (Y)

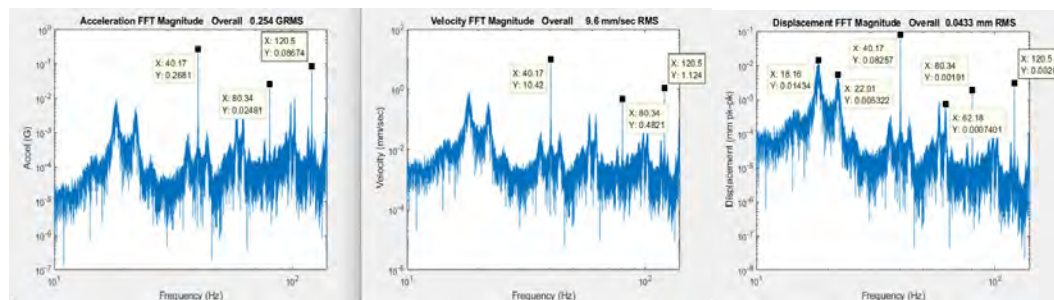


Eje vertical (Z)

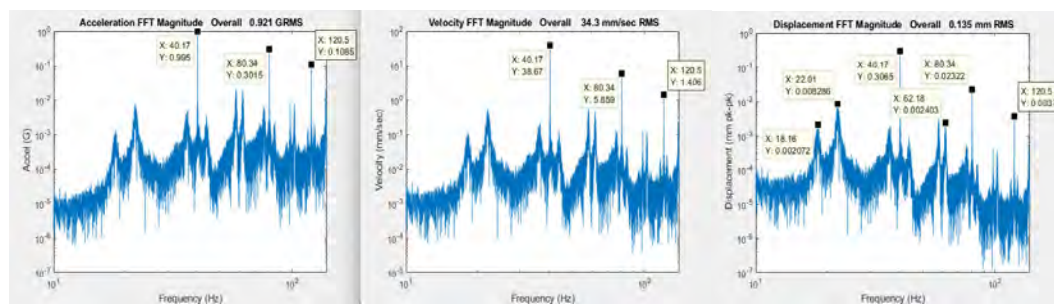


Respuesta dinámica del punto 2

Eje lateral (Y)

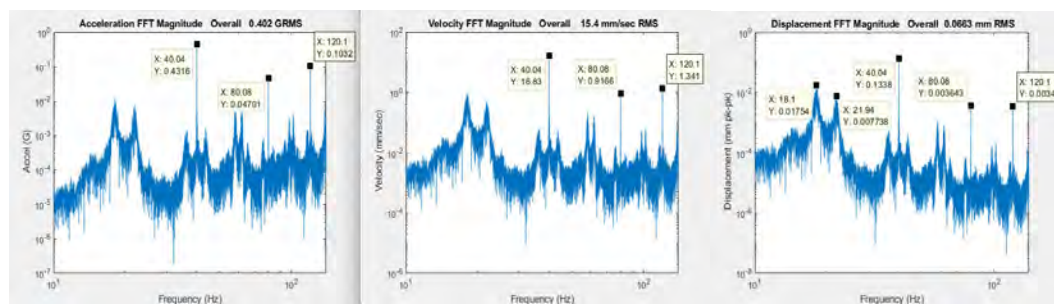


Eje vertical (Z)

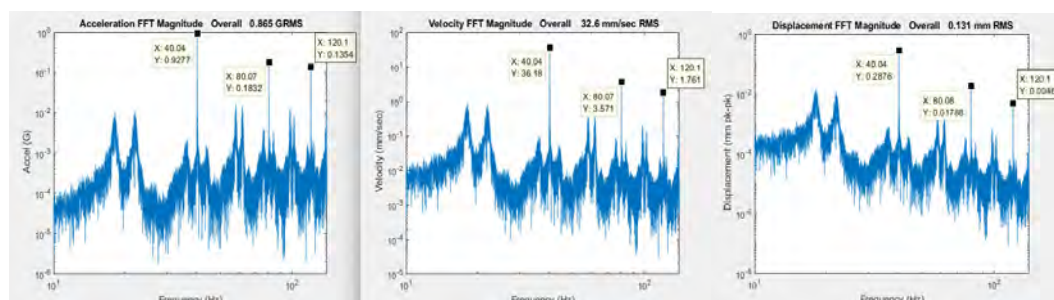


Respuesta dinámica del punto 3

Eje lateral (Y)

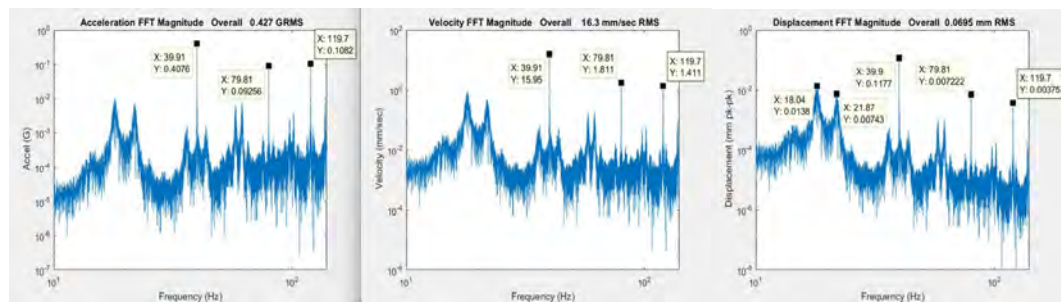


Eje vertical (Z)

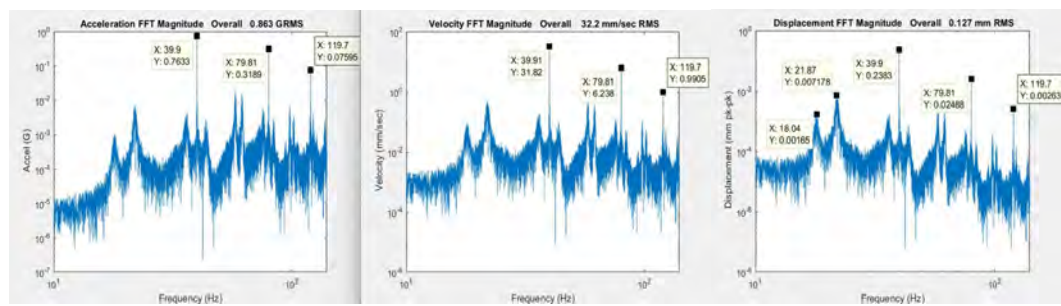


Respuesta dinámica del punto 4

Eje lateral (Y)



Eje vertical (Z)



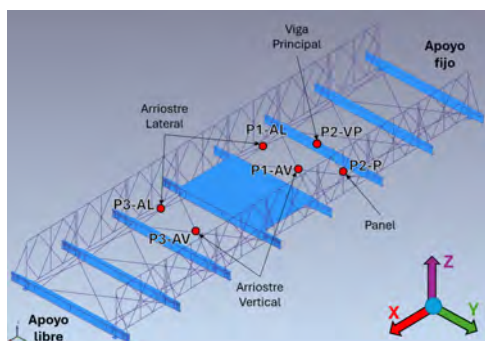
ANEXO I

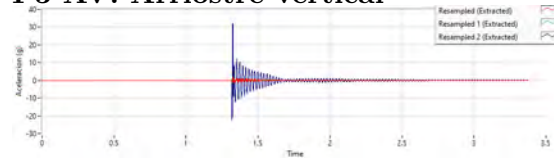
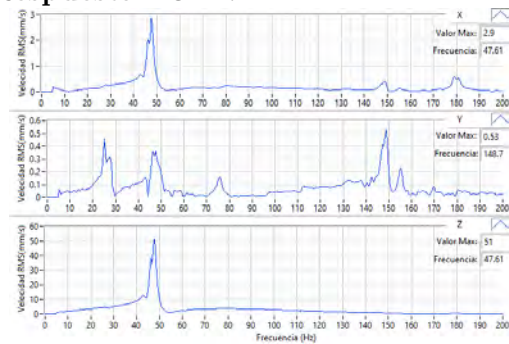
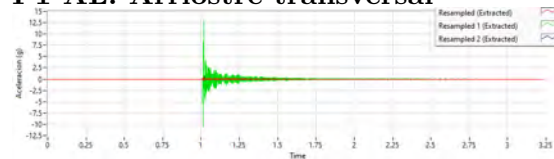
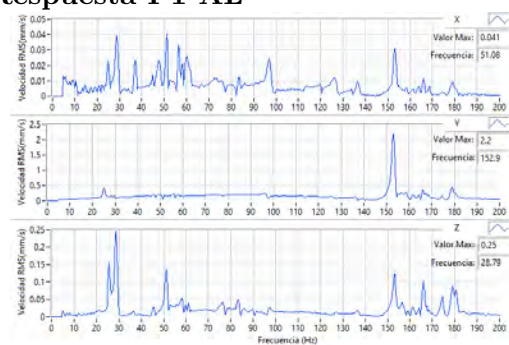
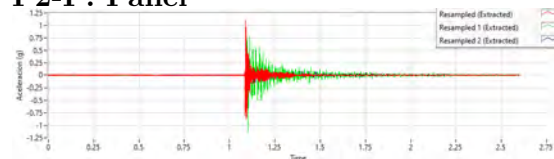
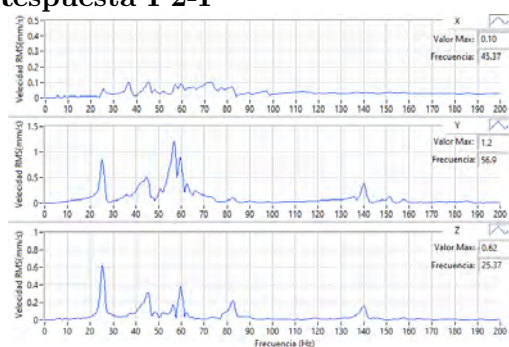
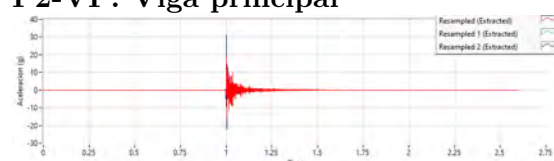
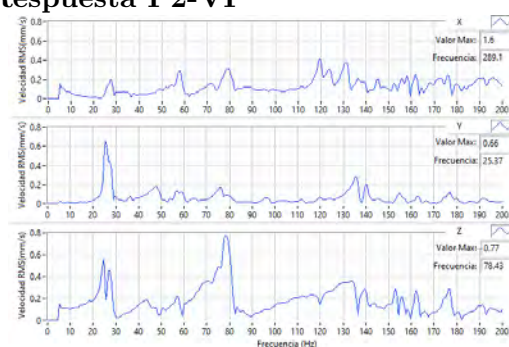
Cálculos complementarios del módulo experimental

El módulo experimental se diseñó para investigar la resonancia del puente Bailey al ser excitado cerca de sus frecuencias naturales ($\pm 15\%$). La caracterización dinámica complementaria se realizará mediante un Bump Test en los componentes principales (travesaños, paneles y arriostres), a fin de estimar sus parámetros modales y definir las frecuencias de ensayo.

El sistema de prueba está constituido por la estructura modular del puente Bailey a escala, anclada a una cimentación. En la zona media se instala una placa soporte para el excitador rotativo, integrado por un motor con variador de frecuencia y un disco de desbalance con masas intercambiables. Esta configuración permite aplicar una excitación armónica controlada y barrer la velocidad hasta sintonizar con las frecuencias naturales de interés, logrando fuerzas mayores que las generadas por el motor por sí solo. Así, se evaluarán tres casos en resonancia, ajustando rpm y desbalance para comparar la respuesta vibratoria del puente en cada frecuencia seleccionada.

I.1 Ensayo de impacto para identificar las frecuencias naturales de los componentes del puente a escala



P3-AV: Arriostre vertical**Respuesta P3-AV****P1-AL: Arriostre transversal****Respuesta P1-AL****P2-P: Panel****Respuesta P2-P****P2-VP: Viga principal****Respuesta P2-VP**

En el Bump Test aplicado a los componentes a escala (P3-AV arriostre vertical, P1-AL arriostre lateral, P2-P panel y P2-VP viga principal) se observa en el dominio del tiempo una respuesta impulsiva con decaimiento libre, típica de un sistema ligeramente amortiguado. En el dominio de la frecuencia, los espectros muestran picos bien definidos que corresponden a las frecuencias naturales dominantes de cada componente.

De forma global, se identifican coincidencias relevantes: un pico principal alrededor de 47–51 Hz (presente con mayor energía en el arriostre vertical y también visible en otros elementos), una familia de picos de baja frecuencia en torno a 23–27 Hz, y un modo de mayor orden alrededor de 146–148 Hz (notorio en el arriostre vertical/lateral). En el panel aparece además una componente marcada cercana a 56–57 Hz, mientras que la viga principal presenta un contenido modal más distribuido, extendiéndose hacia frecuencias altas (≈ 200 Hz), indicando participación de modos locales.

I.2 Cálculo de los apoyos de cimentación (bloques de reacción)

Para garantizar la fiabilidad de los ensayos dinámicos y evitar el acoplamiento vibratorio entre el modelo a escala y el suelo, se diseñaron bloques de apoyo rígidos. El dimensionamiento se rige por el criterio de relación de masa inercial establecido en la normativa **ACI 351.3R-18 (Report on Foundations for Dynamic Equipment)**.

Criterios de Diseño

El objetivo es asegurar que la frecuencia natural del conjunto cimentación-suelo esté lo suficientemente alejada del rango de frecuencias operativas del modelo y minimizar la transmisión de vibraciones.

Normativa:

ACI 351.3R / DIN 4024.

"Según las recomendaciones del comité ACI 351.3R 'Foundations for Dynamic Equipment', se sugiere una relación de masa mínima de 3 a 1 entre la cimentación y el equipo rotativo para el pre-dimensionamiento, con el fin de garantizar la estabilidad inercial y minimizar la amplitud de vibración."

Normativa Nacional (RNE).

"Norma E.020 (Cargas): Menciona en su artículo sobre "Cargas debidas a maquinaria y otras cargas vivas móviles" que se debe considerar un incremento por impacto (a veces 20 % o más), pero **deriva los detalles de diseño dinámico a normas internacionales como el ACI.**"

Regla de Diseño: Relación de masa $\mu \geq 3$. La masa del bloque de cimentación debe ser al menos tres veces la masa dinámica soportada.

Material: Concreto simple estándar ($\rho_{\text{concreto}} \approx 2400 \text{ kg/m}^3$).

Datos de Entrada

Considerando el modelo a escala del puente Bailey completamente instrumentado y con el sistema de excitación (motor) instalado:

Masa Total del Modelo (M_{modelo}): 45 kg

Número de Apoyos (N): 4 (Configuración de viga simplemente apoyada).

Distribución de Carga: Se asume una distribución simétrica de la carga estática sobre los estribos.

$$M_{apoyo} = \frac{M_{modelo}}{N} = \frac{45kg}{4} = 11.25kg$$

Cálculo del Bloque de Concreto

Aplicando el factor de seguridad dinámico de 3 recomendado por el ACI:

1. Masa Mínima Requerida por Bloque ($M_{bloque_{min}}$):

$$M_{bloque_{min}} \geq 3 \times M_{apoyo}$$

$$M_{bloque_{min}} \geq 3 \times 11.25kg = 33.75kg$$

2. Volumen Mínimo de Concreto (V_{min}):

$$V_{min} = \frac{M_{bloque_{min}}}{\rho_{concreto}}$$

$$V_{min} = \frac{33.75Kg}{2400kg/m^3} \approx 0.01406m^3$$

3. Dimensionamiento Geométrico Propuesto:

Se proponen bloques prismáticos que faciliten el anclaje de las placas base del puente y superen la masa mínima requerida para mayor estabilidad. Se seleccionan dimensiones comerciales de $0.30m \times 0.35m$ de base y una altura de $0.40m$.

Verificación:

$$V_{real} = 0.30m \times 0.35m \times 0.40m = 0.042m^3$$

$$M_{real} = V_{real} \times 2400 \frac{kg}{m^3} = 100.8kg$$

Resumen de Resultados

La verificación demuestra el cumplimiento del criterio de diseño ($M_{real} > M_{req}$):

$$100.8kg > 33.75kg(OK)$$

La relación final de masa obtenida es de **8.96**, superior al mínimo de 3.0, lo que garantiza un comportamiento de "suelo rígido" adecuado para la validación experimental.

Tabla resumen de dimensiones y características de bloques de cimentación.

Parámetro	Valor de Diseño
Dimensiones del Bloque (L x A x H)	35cmx35cmx40cm
Volumen de Concreto (por apoyo)	0.042m ³ (aprox.40litros)
Peso Estimado por Bloque	100.8kg
Relación de Masa (Ratio)	8.96: 1 (Cumple ACI 351.3R)

I.3 Selección del motor (excitador rotativo)

“Se seleccionó un motor trifásico de inducción de 1 HP (0.75 kW), 2 polos y 3445 rpm nominales, operado mediante variador de frecuencia, debido a que proporciona un margen amplio de torque y estabilidad de velocidad para la excitación con masa desbalanceada. El torque nominal estimado del motor es ~2.08 N·m, muy superior al torque requerido para acelerar el conjunto disco–masa dentro de la rampa de 10 s, garantizando operación estable durante los barridos y en condición de resonancia. En pruebas preliminares con motores DC no se logró mantener velocidad constante y, al reducir el desbalance, la excitación resultó insuficiente para evidenciar la respuesta resonante; por ello, la selección del motor de 1 HP cumplió con los requerimientos del ensayo.”

Características del motor seleccionado.

Marca: Marathon		
Eficiencia: IE2		Norma: IEC 60034-1
N.º motor: WX4513592-22026J		Fecha: 2019.08
Tipo / Código: HJAP751AZ211003	Montaje: IM B3	IP: 55
Potencia: 0.75 kW / 1 HP	n: 3445 rpm	Régimen: S1
Altitud: 1000 m	FS: 1.15	Ins. cl: F
cosφ: 0.83	Eficiencia nom.: 75.5 %	N.º fases: 3
Voltaje / Conexión: 230 V (ΔΔ) – 380 V (YY) – 440 V (Δ)		
Corriente: 3.00 A (230 V) – 1.82 A (380 V) – 1.57 A (440 V)		
Masa: 8.5 kg		N.º parte: E2P75180B1TCE10NAC
Rodamiento DE: 6204-2Z		Rodamiento NDE: 6204-2Z

Selección del motor por inercia y rampa

Datos del excitador: Masa del disco $M_d = 0.743\text{kg}$, radio del disco $R_d = 0.065\text{m}$, masa desbalanceada $m = 0.029\text{kg}$, radio del desbalance $r = 0.0508\text{m}$, velocidad objetivo $n = 3445\text{rpm}$ y rampa del VFD $t_{acc} = 10\text{s}$.

Procedimiento de cálculo

Ítem	Ecuación	Sustitución	Resultado
Velocidad angular	$\omega = \frac{2\pi n}{60}$	$2\pi(3445)/60$	360.76 rad/s
Inercia disco (aprox. sólido)	$J_d = \frac{1}{2}M_d R_d^2$	$0.5(0.743)(0.065^2)$	$1.57 \times 10^{-3}\text{ kg}\cdot\text{m}^2$
Inercia masa desbalanceada	$J_m = mr^2$	$(0.029)(0.0508^2)$	$7.48 \times 10^{-5}\text{ kg}\cdot\text{m}^2$
Inercia total	$J_{tot} = J_d + J_m$	$1.57 \times 10^{-3} + 7.48 \times 10^{-5}$	$1.64 \times 10^{-3}\text{ kg}\cdot\text{m}^2$
Aceleración (rampa lineal)	$\alpha = \frac{\omega}{t_{acc}}$	$360.76/10$	36.08 rad/s^2
Torque mínimo de aceleración	$T_{acc} = J_{tot}\alpha$	$(1.64 \times 10^{-3})(36.08)$	$0.06\text{ N}\cdot\text{m}$
Potencia máx. asociada a rampa	$P_{acc,max} = T_{acc}\omega$	$0.06(360.76)$	$\approx 21\text{ W}$
Torque nominal motor seleccionado	$T_n = \frac{9550P(kW)}{n(rpm)}$	$9550(0.75)/3445$	$2.08\text{ N}\cdot\text{m}$
Criterio de verificación	$T_n \gg T_{acc}$	$2.08 \gg 0.06$	Cumple con margen amplio

Dado que $T_n \gg T_{acc}$ ($2.08\text{ N}\cdot\text{m}$ vs $0.06\text{ N}\cdot\text{m}$), el motor cuenta con amplio margen para acelerar y mantener régimen durante los ensayos, permitiendo ejecutar barridos de velocidad y tres casos de resonancia con excitación controlada mediante masas desbalanceadas.

I.4 Diseño del disco y cálculo de la fuerza de desbalance

El disco de desbalance se diseñó para generar una fuerza armónica controlada capaz de excitar las frecuencias naturales del puente Bailey a escala. El componente principal es un disco macizo de aluminio de $\varnothing 130\text{ mm}$ y espesor 6 mm , con un cubo central de $\varnothing 32\text{ mm}$ y altura aproximada de 20 mm , que se acopla al eje del motor mediante chaveta y tornillo prisionero, evitando deslizamientos durante el ensayo.

Sobre el perímetro del disco se distribuyen diez agujeros de 6.35mm equiespaciadas cada 36° a un radio de 50.8 mm , donde se fijan las masas de ensayo. Este arreglo permite variar el nivel de desbalance modificando la masa instalada, manteniendo constante el

radio de aplicación. El material del disco es aluminio, con una masa aproximada de 0.743 kg, de modo que se limita la carga adicional sobre los rodamientos del motor sin comprometer la rigidez del conjunto.



Cálculo de la fuerza de desbalance para las velocidades de interés.

La fuerza centrífuga generada por la masa desbalanceada se calcula mediante:

$$F_0 = mr\omega^2, \omega = \frac{2\pi RPM}{60}$$

con:

$$m = 29g = 0.029kg$$

$$r = 50.8mm = 0.0508m$$

Para las velocidades asociadas a las tres frecuencias de ensayo y a la velocidad máxima del motor se obtienen las fuerzas que se presentan a continuación.

Fuerza de desbalance para las velocidades de interés.

Caso	RPM	ω [rad/s]	$F_0 = mr\omega^2$ [N]	F_0 [kgf]
Primer modo	1200	125.66	23.26	2.37
Segundo modo	1560	163.36	39.32	4.01
Tercer modo	2400	251.33	93.06	9.49
Máxima (nominal motor)	3445	360.76	191.73	19.55

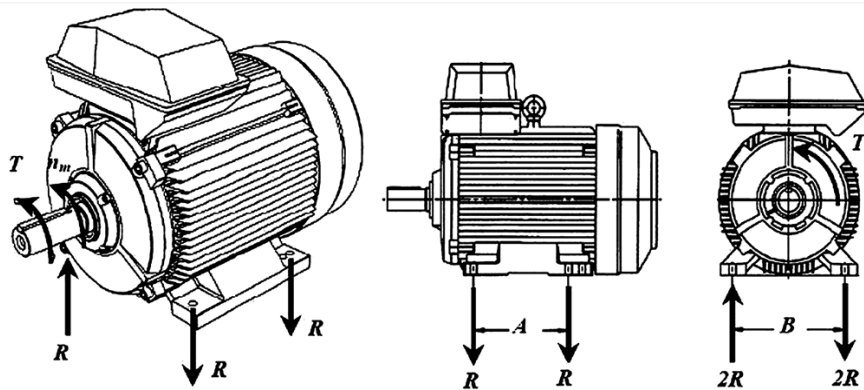
I.5 Dimensionamiento de los pernos de fijación del motor

El motor del excitador se fija a la placa soporte mediante 4 pernos. El dimensionamiento considera: (i) la reacción estática debida exclusivamente al peso total del equipo de excitación y (ii) la carga dinámica alternante generada por el desbalance del

disco. Dado que el sistema opera bajo vibración, se adopta como criterio principal una unión pretensada (clamped joint), donde la carga transversal alternante se transmite preferentemente por fricción entre superficies de contacto, evitando que los pernos trabajen en corte alternante, condición desfavorable para fatiga y para estabilidad del montaje.

Cálculo de las reacciones en el motor

Las reacciones en los apoyos del motor eléctrico generadas por las cargas transmitidas durante la entrega de potencia en condiciones de operación nominal se calculan a continuación.



Datos:

Masa total del equipo de excitación: $m_{eq} = 20kg$

Velocidad: $n = 3445rpm \Rightarrow \omega = \frac{2\pi n}{60} = 360.76rad/s$

Desbalance: $m = 0.029kg$, $r = 0.0508m$

1. Carga estática debida exclusivamente al peso

Peso total: $\sum F = 0$

$$W_{eq} = m_{eq}g = 20(9.81) = 196.2N$$

Reacción promedio por perno: “sea R la reacción por perno; se descompone como $R = R_1 \pm R_2$ ”

$$R_W = W_{eq}/4 = 196.2/4 = 49.05N$$

Conclusión estática: Bajo el peso propio del equipo, cada uno de los cuatro pernos recibe una reacción estática de $49.05N$. El torque de operación y la fuerza de desbalance no se incorporan como cargas estáticas; sus efectos se tratan por separado dentro de la comprobación dinámica y de no deslizamiento.

2. Carga dinámica alternante

La fuerza de excitación por desbalance se modela como fuerza radial armónica:

$$F_0 = mr\omega^2, \omega = \frac{2\pi n}{60}$$

Con $m = 0.029kg$, $r = 0.0508m$ y $n = 3445rpm \Rightarrow \omega = 360.76rad/s$:

$$F_0 = 0.029(0.0508)(360.76)^2 = 191.73N$$

Para diseño se incorpora un factor dinámico γ (incertidumbre, tolerancias, transitorios). Se adopta conservador:

$$F_d = \gamma F_0, \gamma = 2 \Rightarrow F_d = 383.5N$$

3. Criterio principal: “no deslizamiento” (unión pretensada por fricción)

En una unión pretensada, la capacidad de resistir cortante transversal sin deslizamiento es:

$$F_{slip} = \mu \sum F_i = \mu n_b F_i$$

donde μ es el coeficiente de fricción entre superficies, n_b el número de pernos y F_i la pretensión por perno. Se exige:

$$F_{slip} \geq SF F_d$$

Adoptando $\mu = 0.15$ (acero–acero conservador) y $SF = 1.5$:

$$F_{i,min} = \frac{SF F_d}{\mu n_b} = \frac{1.5(383.5)}{0.15(4)} = 958.8N \text{ por perno}$$

4. Pretensión disponible del perno seleccionado y verificación

Perno seleccionado: 5/16”-18 SAE Grado 2, con área de tracción $A_t = 0.0524in^2$ (33.8 mm²) y resistencia a prueba $S_p = 55ksi$.

La carga de prueba por perno es:

$$F_{proof} = S_p A_t = 55000(0.0524) = 2882lbf = 12.82kN$$

La pretensión recomendada para una unión desmontable se aproxima como:

$$F_i \approx 0.75 F_{proof} = 0.75(12.82) = 9.61kN$$

Comparación (no deslizamiento):

$$F_{slip} = \mu n_b F_i = 0.15(4)(9.61) = 5.77kN \quad SF F_d = 1.5(0.3835) = 0.575kN$$

$$F_{slip} = 5.77kN \gg 0.575kN$$

Por lo tanto, la unión **cumple con margen amplio** y se espera que la carga alternante se transmita por fricción, sin deslizamiento.

Conclusión: Con la verificación combinada (estático y dinámico) y diseñando la unión como pretensada por fricción, los **4 pernos 5/16"-18 SAE Grado 2** presentan una capacidad de no deslizamiento ampliamente superior a la carga dinámica de diseño del excitador. En consecuencia, la selección es adecuada para mantener el motor firmemente sujeto durante los barridos y condiciones cercanas a resonancia, siempre que se garantice un apriete adecuado (pretensión) y superficies de contacto limpias y estables (arandela plana + arandela de presión).

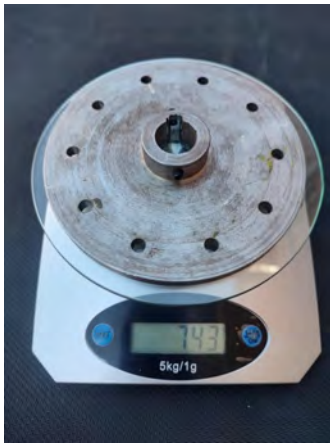
I.6 Selección del variador de frecuencia (VDF)

Para ejecutar los ensayos en resonancia se requiere controlar con precisión la velocidad del excitador rotativo mediante barridos de frecuencia y mantener un régimen estable cerca de las frecuencias naturales. Por ello, el VFD se selecciona con margen respecto al motor, priorizando la corriente nominal y la capacidad térmica. En este estudio se empleó un **Siemens SINAMICS V20** (hasta 2 HP $\approx$ 1.5 kW, salida 7.8 A), el cual excede los requerimientos del motor de 1 HP (0.75 kW) y su corriente nominal ($\sim$ 3.0 A a 230 V). Este margen reduce el riesgo de disparos por sobrecorriente durante rampas y barridos, compensa pérdidas reales del montaje y mejora la regulación de velocidad durante las pruebas. En consecuencia, el variador seleccionado resulta adecuado y robusto para accionar el excitador y ejecutar los ensayos previstos.

Características del variador de frecuencia

Parámetro	Valor
Marca / Serie	Siemens – SINAMICS V20
Código / Modelo	6SL3210-5BB21-5UV0
Alimentación (INPUT)	1 Φ AC 200–240 V $\pm$ 10 %, 50/60 Hz, 19.7 A
Salida (OUTPUT)	0–V _{in} , 0–550 Hz, 7.8 A
Motor admisible (MOTOR)	2 HP ($\approx$ 1.5 kW)
Grado de protección	IP20
Factor de servicio	FS: 0.9

I.7 Registro fotográfico de componentes



Disco de masas del excitador rotativo



Masa de desbalance empleada en los ensayos



Pernos de fijación del motor



Placa del variador de frecuencia



Placa de características del motor



Bloques de cimentación del modelo



Variador Siemens SINAMICS V20



Motor eléctrico del excitador



Montaje del puente sobre los apoyos

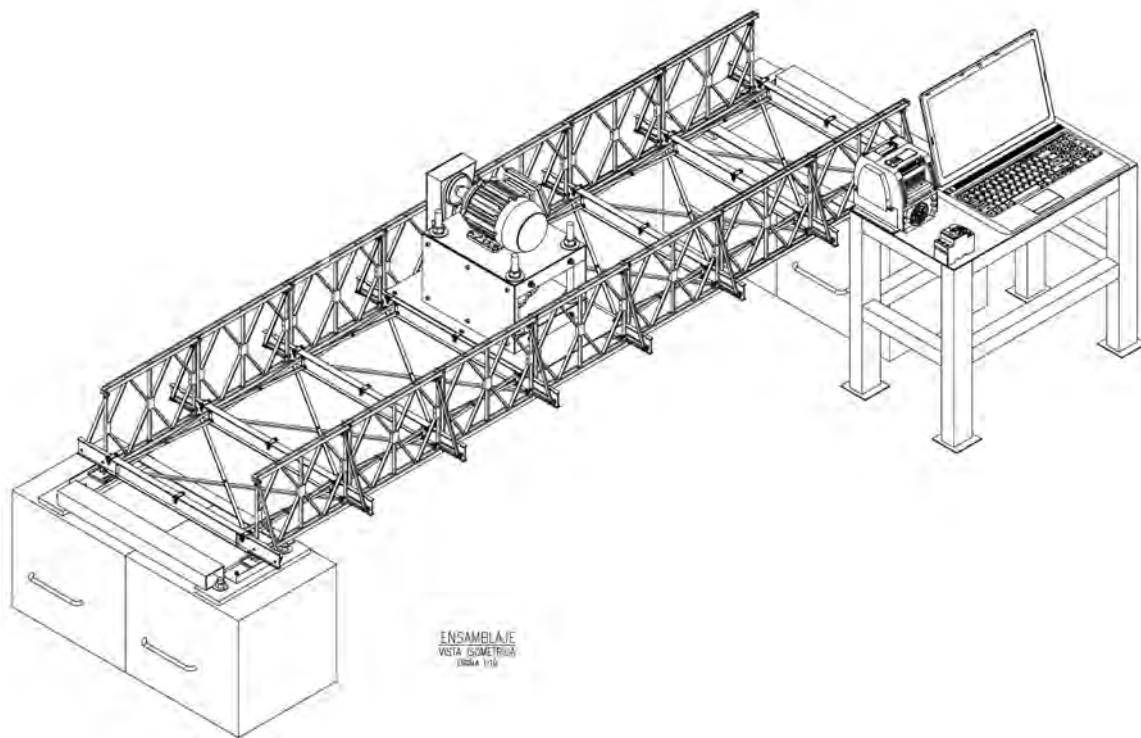
I.7 Registro fotográfico de componentes (continuación)



Nota. Detalles de fabricación y montaje del excitador con contragiro, componentes impresos, vistas del modelo CAD y configuración del sistema durante los ensayos dinámicos. Elaboración propia.

ANEXO J

Manual de uso del módulo experimental



“Módulo experimental a escala de un puente Bailey, diseñado para analizar el comportamiento dinámico de la estructura bajo excitaciones armónicas, enfocándose en la respuesta en condiciones de resonancia para tres frecuencias naturales de interés.”

J.1 Herramientas y accesorios

Parte	Cantidad	Ítem	Imagen Referencial
A	93	Perno Socket M3X15	
B	40	Perno Socket M3X20	
C	28	Perno Socket M3X25	
D	42	Perno Avellanado de Cabeza Plana M4X20	
E	8	Perno Socket M5X20	
F	180	Arandela M3	
G	42	Arandela M4	
H	2	Prisionero M5X10	
I	4	Perno Hexagonal y Tuerca SAE Grado 2 5/16"x1 1/2"	
J	4	Perno Hexagonal y Tuerca de 1/4"x1"	
K	30	Pasador Ranurado M4X20	

L	4	Arandela 5/8"
M	4	Arandela 1/4"
N	1	Juego de Llaves Allen
O	1	Destornillador Estrella
P	1	Torquímetro 2-20 N.m
Q	1	Juego de Dados Punta Allen
R	1	Llave Francesa de 6"
S	1	Nivelador de Burbuja



J.2 Procedimiento de ensamble del modelo experimental

Preparación de apoyos y cimentación (bloques de concreto)

- Ubicar los bloques de concreto en el área de ensayo según la luz requerida, asegurando una base estable y sin asentamientos.
- Verificar nivelación y alineamiento entre apoyos (altura y paralelismo) para evitar torsión inicial del puente.
- Instalar las placas/base de apoyo del puente sobre los bloques de cemento y fijarlas con los pernos de anclaje.

Ensamble de la estructura modular del puente Bailey a escala

- Ensamblar los paneles laterales por tramo y unirlos continuamente según la configuración del modelo (7 paneles por lado).
- Instalar los travesaños y vigas longitudinales, asegurando el correcto acople en los puntos de unión.
- Montar los arriostres (laterales/verticales/diagonales) para garantizar rigidez global y estabilidad.
- Instalar las placas de piso del puente (planchas/placas o elementos que conforman la superficie de apoyo).
- Realizar un apriete final de uniones empernadas siguiendo un orden cruzado para homogeneizar el ajuste.

Configuración de condiciones de frontera (apoyo fijo – apoyo libre)

- Definir e instalar el apoyo fijo (restricción principal de desplazamiento) en un extremo del puente.
- Instalar el apoyo libre en el otro extremo (permitiendo deslizamiento), evitando que el puente quede hiper-restringido.

Verificar que el puente quede “asentado” correctamente: sin levantamientos locales ni contacto no deseado con el suelo.

Montaje del excitador rotativo (motor y disco de desbalance) en la zona media

- Instalar la placa soporte del motor en la zona media del puente, verificando que no genere excentricidades no deseadas.
-

- Fijar el motor a la placa con 4 pernos de sujeción, usando arandela plana + arandela de presión.
- Montar el disco de desbalance en el eje del motor (chaveta/prisionero) y comprobar que no exista juego.
- Instalar la masa desbalanceada en el radio definido y asegurarla mecánicamente (doble verificación de apriete).

Conexión eléctrica (termomagnético + guardamotor + VFD + motor)

- Conectar la alimentación de red a un interruptor termomagnético (protección de cortocircuito y sobre-corriente).
- Desde el termomagnético, alimentar el guardamotor (protección/manual de maniobra según tu tablero).
- Alimentar el VFD (variador de frecuencia) desde el guardamotor y conectar la salida del VFD al motor.
- Verificar puesta a tierra del motor, VFD y estructura metálica del módulo.

Nota práctica para tesis (sin entrar a norma): el VFD es quien regula velocidad; las protecciones se seleccionan para evitar disparos y proteger el conjunto durante rampas y barridos.

J.3 Funcionamiento del módulo para ensayos dinámicos

Verificaciones previas

- Verificar que todas las uniones del puente se encuentren correctamente ajustadas y que no aprecien holguras o juegos mecánicos.
- Confirmar apriete de los 4 pernos del motor y bloqueo del disco/masa desbalanceada.
- Verificar que la configuración de apoyo sea la definida (fijo—libre).

Verificar protecciones: termomagnético ON, guardamotor habilitado, VFD sin alarmas.

Parametrización y puesta en marcha del VFD

- Configurar datos de placa del motor (tensión, corriente nominal, frecuencia base).
- Configurar rampa de aceleración (p. ej. 10 s) y límites de frecuencia/velocidad según el ensayo.
- Ejecutar arranque a baja velocidad y observar comportamiento (ruido, vibración, estabilidad del conjunto).
- Realizar incrementos controlados hasta el régimen requerido.

Ejecución de ensayos en resonancia (3 casos)

- Realizar el barrido de velocidad hasta aproximarse a cada frecuencia natural objetivo ($\pm 15\%$).
- En cada caso, ajustar la velocidad hasta obtener la condición de resonancia y mantener régimen estable durante el tiempo de medición.

Registrar: $n(\text{rpm})$ del tacómetro/VFD y la respuesta vibratoria en velocidad en puntos definidos del puente.

- Repetir para los tres casos de resonancia (modo 1, modo 2, modo 3).

Detención del sistema

Detención normal: comando STOP del VFD y esperar paro completo.

Emergencia: Desconexión inmediata según el esquema (guardamotor/termomagnético), verificando ausencia de giro.

J.4 Hoja de laboratorio para la toma de datos

HOJA DE REGISTRO Y COMPARACIÓN EXPERIMENTAL

Puente Bailey a escala — ensayos con dos sistemas de excitación armónica

1. DATOS GENERALES

Fecha		Hora inicial		Hora final	
Responsables					
Caso de ensayo	60 Hz / 78 Hz / 120 Hz / Otro:		Frecuencia [Hz]	objetivo	
Configuración					

2. PARÁMETROS DE LOS SISTEMAS DE EXCITACIÓN

Sistema	Fuente de excitación	f_{op} [Hz]	n [rpm]	m_e [kg]	r/e [m]	F_0 [N]	Observaciones
A	Masas excéntricas con contragiro						
B	Motor con masa desbalanceada						

3. COMPARACIÓN DE FRECUENCIAS NATURALES

Método	Valor [Hz]	Error [%]	Observaciones
Experimental (EMA), referencia		—	
Analítico matricial			
Simulación FEM			

4. RESPUESTA CINEMÁTICA POR SISTEMA DE EXCITACIÓN

Sistema A — masas excéntricas con contragiro

Punto	a_Y [g]	a_Z [g]	v_Y [mm/s]	v_Z [mm/s]	d_Y [mm]	d_Z [mm]
1						
2						
3						
4						

Sistema B — motor con masa desbalanceada

Punto	a_Y [g]	a_Z [g]	v_Y [mm/s]	v_Z [mm/s]	d_Y [mm]	d_Z [mm]
1						
2						
3						
4						

5. ESFUERZOS Y FATIGA

Sistema	Roseta	f [Hz]	$\sigma_{VM,máx}$ [MPa]	n_y	Ciclos	Daño D	Observaciones
A	SG-01						
A	SG-02						
B	SG-01						
B	SG-02						

6. OBSERVACIONES GENERALES

Responsable: _____ Firma: _____
 Revisado por: _____ Fecha: _____

ANEXO K

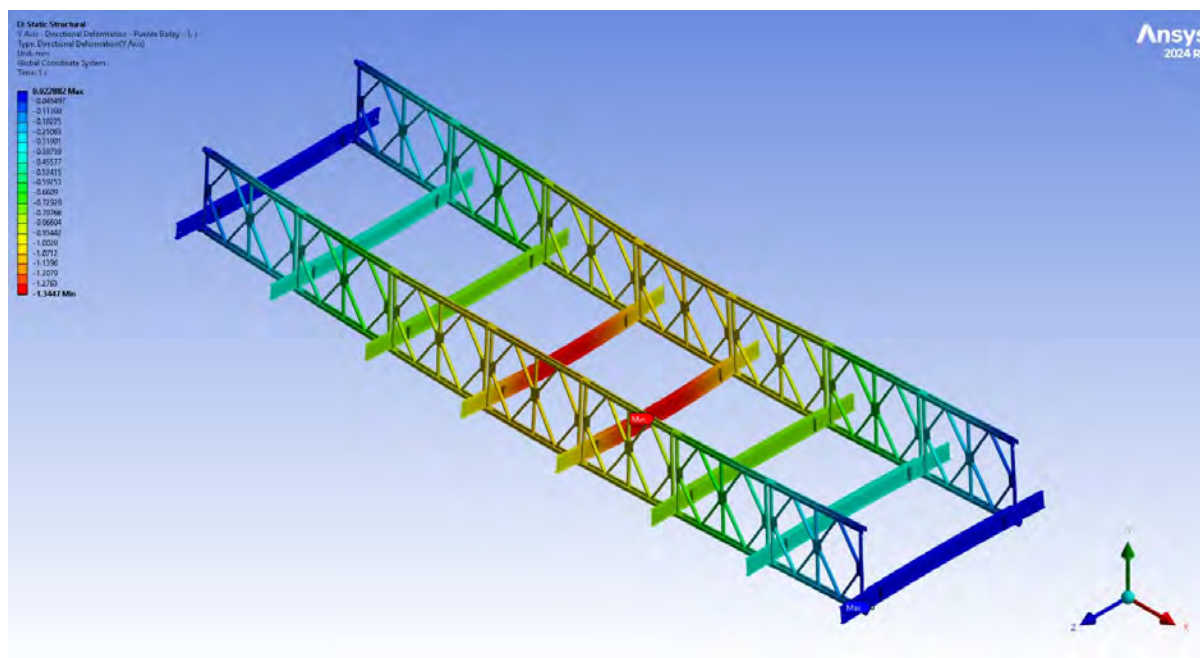
Resultados complementarios del análisis estático por elementos finitos

Este anexo presenta los registros gráficos del análisis estructural estático efectuado en *ANSYS 2024 R1* para la configuración identificada en el modelo numérico como puente Bailey a escala 1:10. Las vistas documentan la deformación direccional en el eje *Y* y el esfuerzo equivalente de von Mises; por tanto, constituyen resultados numéricos complementarios y no mediciones experimentales. Para esta comprobación se considera la condición de carga máxima aplicada al modelo, de aproximadamente 270 N. Se adopta comportamiento lineal elástico, por lo que las magnitudes de respuesta son proporcionales a la carga aplicada.

K.1 Deformación direccional en el eje Y

Figura K.1

Distribución de la deformación direccional en el eje Y debida a la carga máxima aplicada.



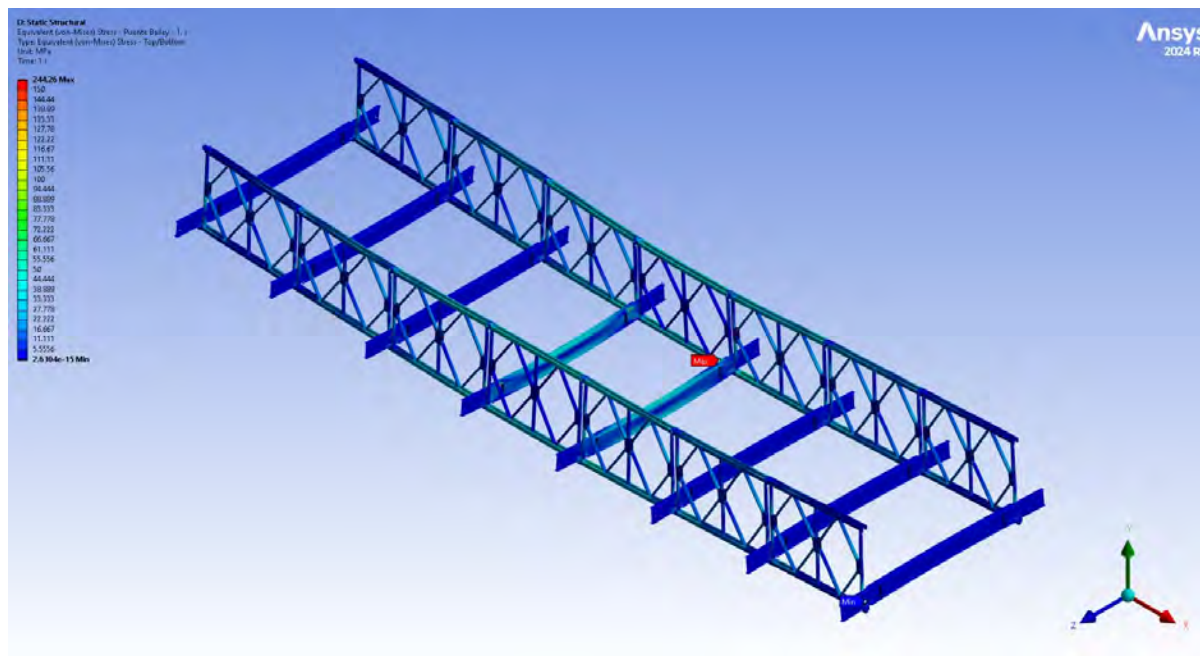
Nota. Datos de simulación: Static Structural, tipo Directional Deformation (eje Y), unidad mm, $t = 1$ s, sistema de coordenadas global. La distribución cromática conserva la forma espacial de la solución lineal; los valores se expresan para la carga máxima aplicada (≈ 270 N). Elaboración propia.

Para la carga máxima aplicada, la escala lineal proporciona un valor máximo de 0.022882 mm y un mínimo de -1.3447 mm; en consecuencia, la magnitud direccional controlante es 1.3447 mm. Frente a la referencia de servicio $L/360 = 1.30$ mm, el desplazamiento representa aproximadamente el 103.4 % del límite, es decir, lo excede. Esta comparación corresponde a la condición de carga máxima y a las condiciones de frontera representadas en el modelo.

K.2 Esfuerzo equivalente de von Mises

Figura K.2

Distribución del esfuerzo equivalente de von Mises debida a la carga máxima aplicada.



Nota. Datos de simulación: Static Structural, tipo Equivalent (von-Mises) Stress – Top/Bottom, unidad MPa, $t = 1$ s. La distribución cromática conserva la forma espacial de la solución lineal; los valores se expresan para la carga máxima aplicada (≈ 270 N). Elaboración propia.

El esfuerzo equivalente máximo bajo la carga máxima aplicada alcanza 244.26 MPa. Al compararlo con el límite de fluencia nominal de 250 MPa adoptado para el acero ASTM A36, la relación demanda/capacidad es 0.9770 y el factor de seguridad frente a fluencia es aproximadamente $n_y = 1.02$. Por tanto, la respuesta estática bajo la carga máxima se encuentra próxima al límite elástico del material. La zona señalada como máxima debe conservarse como referencia para el refinamiento local de malla y la revisión de contactos y restricciones.

ANEXO L

Cálculo y esquemas técnicos del sistema de excitación con contragiro

L.1 Selección preliminar del motor de accionamiento

El sistema de masas excéntricas con contragiro aún no dispone de un motor definitivo. Por ello, la selección se realiza a partir de la velocidad objetivo, la inercia rotacional estimada, el tiempo de aceleración y una reserva explícita para las pérdidas mecánicas. La fuerza centrífuga no se convierte directamente en potencia continua del motor: en régimen estacionario, el motor suministra principalmente las pérdidas de rodamientos, engranajes y transmisión; durante la rampa debe aportar además el torque necesario para acelerar las masas.

Se adopta una velocidad máxima de 7200 rpm , cuatro contrapesos de 13 g a 18 mm de excentricidad, dos engranajes de 19 g y radio 20 mm , y dos ejes macizos de 10 mm de diámetro y 150 mm de longitud. Para estimar la inercia de los ejes se emplea $\rho = 7700\text{ kg/m}^3$. El cálculo constituye un predimensionamiento; la selección final debe actualizarse con la potencia real en vacío del mecanismo ensamblado.

Tabla L.1*Estimación de la inercia rotacional del sistema con contragiro*

Componente	Expresión	Inercia [kg m ²]
Cuatro contrapesos	$J_c = 4me^2$	1.685×10^{-5}
Dos engranajes (disco equivalente)	$J_g = 2(0.5m_g r_g^2)$	7.600×10^{-6}
Dos ejes	$J_e = 2(0.5m_e r_e^2)$	2.268×10^{-6}
Total estimado	$J_{tot} = J_c + J_g + J_e$	2.672×10^{-5}

La velocidad angular máxima es:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi(7200)}{60} = 753.98 \text{ rad/s.}$$

Para una rampa de aceleración de $t_{acc} = 10 \text{ s}$:

$$\alpha = \frac{\omega}{t_{acc}} = 75.40 \text{ rad/s}^2, \quad T_{acc} = J_{tot}\alpha = 0.0020 \text{ N m.}$$

El torque gravitacional máximo se evalúa conservadoramente suponiendo que los cuatro contrapesos se encuentran en la fase de mayor brazo:

$$T_g = 4mge = 4(0.013)(9.81)(0.018) = 0.0092 \text{ N m.}$$

Como aún no se cuenta con mediciones de pérdidas, se adopta para el predimensionamiento una reserva de $P_{perd} = 50 \text{ W}$, equivalente a $T_{perd} = P_{perd}/\omega = 0.0663 \text{ N m}$. Con un factor de aplicación $K_a = 1.5$ y una eficiencia global preliminar $\eta = 0.85$, la potencia mínima del motor resulta:

$$T_d = K_a(T_{acc} + T_g + T_{perd}) = 0.116 \text{ N m,}$$

$$P_{motor,min} = \frac{T_d \omega}{\eta} = 103 \text{ W.}$$

Tabla L.2*Criterios de selección preliminar del motor*

Criterio	Selección o requisito
Potencia mínima calculada	103 W
Potencia comercial mínima	0.25 HP $\approx$ 186 W
Potencia recomendada	0.5 HP $\approx$ 0.37 kW
Régimen	Continuo, S1, con control de velocidad
Velocidad mecánica del sistema	7200 rpm
Alternativa de accionamiento directo	Motor BLDC o equivalente, velocidad nominal $\geq$ 7200 rpm
Alternativa con motor de dos polos	Motor de 3445 rpm y transmisión multiplicadora $i = 7200/3445 = 2.09$
Control	Variador o controlador compatible, con rampa de al menos 10 s
Comprobaciones de catálogo	Velocidad máxima, corriente, ventilación, rodamientos y servicio con transmisión multiplicadora

Se recomienda, por disponibilidad y margen operativo, un motor de 0.5 HP (0.37 kW). Si se utiliza un motor de dos polos con velocidad nominal próxima a 3445 rpm, la relación de poleas debe ser aproximadamente 2.09:1, con la polea motriz de mayor diámetro que la conducida. La velocidad de 7200 rpm no debe obtenerse simplemente elevando la frecuencia de un motor convencional sin verificar previamente su límite mecánico y su capacidad de refrigeración.

Para mantener consistencia entre la selección del accionamiento y la verificación mecánica, el cálculo resistente de los ejes se realiza con la potencia nominal del motor recomendado, 0.5 HP. Adoptando 1 HP = 746 W, la potencia de diseño es $P = 373$ W. Esta potencia se considera disponible en el Eje 01 y transmitida al Eje 02 mediante los engranajes de relación 1:1; por tanto, todos los torques, fuerzas, reacciones y esfuerzos siguientes se calculan con la misma base de 0.5 HP.

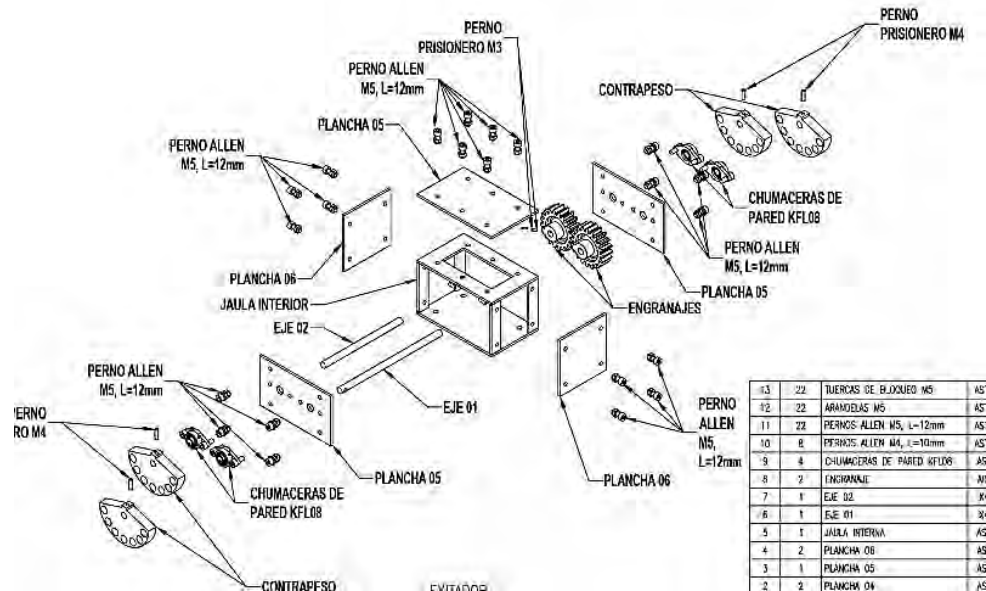
L.2 Verificación preliminar de los ejes y de las chumaceras del excitador con contragiro

El conjunto se idealiza mediante dos ejes paralelos, Eje 01 (motriz) y Eje 02 (conducido), acoplados por engranajes de relación 1:1. Cada eje porta un contrapeso de 13 g en ambos extremos, por fuera de las chumaceras. La verificación siguiente corresponde

a la fase radial crítica, en la que las dos fuerzas centrífugas y la fuerza tangencial del engranaje se proyectan en el mismo plano. Esta condición constituye una envolvente conservadora para obtener las reacciones, el cortante y el momento flector.

Figura L.1

Referencia geométrica de los ejes, engranajes, chumaceras y contrapesos del excitador con contragiro



Nota. Recorte del plano de conjunto utilizado únicamente como referencia de la disposición relativa del Eje 01, Eje 02, engranajes, chumaceras de pared KFL08 y contrapesos. Las dimensiones empleadas en el modelo de cálculo se indican explícitamente en la tabla siguiente. Elaboración propia.

Tabla L.3

Datos adoptados para la verificación comparativa de los dos ejes

Parámetro	Eje 01 (motriz)	Eje 02 (conducido)
Potencia de diseño	$0.5 \text{ HP} = 373 \text{ W}$	$0.5 \text{ HP} = 373 \text{ W}$ (potencia transmitida)
Velocidad de giro	7200 rpm	7200 rpm , sentido opuesto
Masa excéntrica por extremo	$m = 0.013 \text{ kg}$	$m = 0.013 \text{ kg}$
Radio de excentricidad	$e = 0.018 \text{ m}$	$e = 0.018 \text{ m}$
Radio primitivo adoptado del engranaje	$r_p = 0.020 \text{ m}$	$r_p = 0.020 \text{ m}$
Posición de cargas	$x = 0,75, 150 \text{ mm}$	$x = 0,75, 150 \text{ mm}$
Posición de chumaceras	$x = 25, 125 \text{ mm}$	$x = 25, 125 \text{ mm}$
Material indicado en el plano	X46Cr13	X46Cr13
Diámetro nominal informado	10 mm	10 mm

Debido a la relación 1:1, ambos ejes se verifican con la misma envolvente de fuerza y momento. En el Eje 02 el torque transmitido tiene sentido contrario, pero su magnitud produce el mismo esfuerzo equivalente. La velocidad angular y el torque de diseño son:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = 753.98 \text{ rad/s}, \quad T = \frac{P}{\omega} = \frac{373}{753.98} = 0.495 \text{ N m}.$$

La fuerza centrífuga de cada contrapeso y la fuerza tangencial del engranaje resultan:

$$F_c = m\omega^2 = 133.03 \text{ N}, \quad F_t = \frac{T}{r_p} = 24.74 \text{ N}.$$

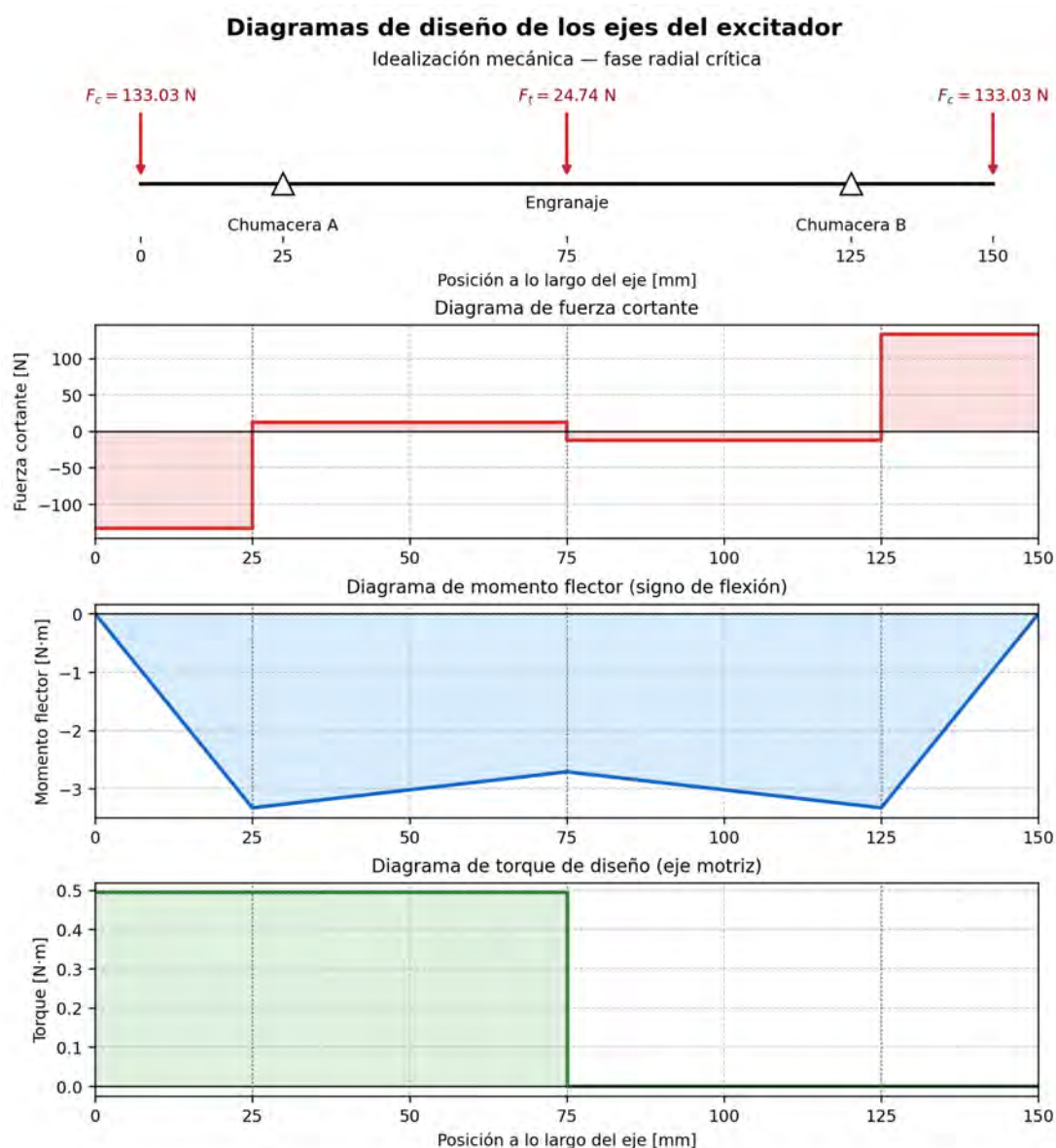
Por simetría, las reacciones radiales máximas de las chumaceras son:

$$R_A = R_B = \frac{2F_c + F_t}{2} = 145.39 \text{ N}.$$

Con la convención de signo empleada en los diagramas, los valores críticos son $M_A = M_B = -F_c(0.025) = -3.326 \text{ N m}$ y $M_{75} = -2.707 \text{ N m}$. El máximo absoluto se localiza junto a las chumaceras, no en el engranaje.

Figura L.2

Idealización de cargas y diagramas de cortante, momento flector y torque de los ejes del excitador



Nota. El momento se representa con signo negativo por la flexión producida por las cargas en voladizo. Para el Eje 02 se conserva la misma envolvente de cortante y momento; únicamente se invierte el sentido del torque. Elaboración propia.

L.3 Verificación resistente de los ejes

Para una verificación preliminar frente a fluencia se adopta conservadoramente un límite elástico $S_y = 450 \text{ MPa}$ para el acero X46Cr13 y un factor de diseño $n_d = 2.5$. En un eje circular macizo sometido a flexión y torsión, el diámetro mínimo según el esfuerzo equivalente de von Mises se obtiene de:

$$d_{min} = \left[\frac{16n_d}{\pi S_y} \sqrt{4M_{max}^2 + 3T^2} \right]^{1/3} = 5.75 \text{ mm.}$$

La verificación directa de las secciones nominales y de una posible sección reducida en el asiento de rodamiento se resume a continuación.

Tabla L.4

Esfuerzos combinados y margen frente a fluencia

Diámetro	σ_b	τ	σ_{VM}	n_y
10 mm	33.87 MPa	2.52 MPa	34.15 MPa	13.18
8 mm	66.16 MPa	4.92 MPa	66.71 MPa	6.75

Ambos diámetros superan el mínimo teórico frente a fluencia. No obstante, esta comprobación no sustituye una evaluación de fatiga con los factores reales de acabado superficial, tamaño, confiabilidad y concentración de esfuerzos en los planos o huellas de los tornillos prisioneros.

L.4 Verificación completa a fatiga de los ejes

La verificación a fatiga se realiza para el Eje 01 y el Eje 02 con la misma envolvente de momento y torque obtenida en la sección L.2. Debido al giro a 7200 rpm, se adopta conservadoramente flexión completamente alternante y torsión media constante:

$$M_a = M_{max} = 3.326 \text{ N m}, \quad M_m = 0,$$

$$T_m = 0.495 \text{ N m}, \quad T_a = 0.$$

El equipo funciona una hora por ocasión y solamente dos veces al año; por tanto, su utilización anual es $t_a = 2 \text{ h/año}$. El número de ciclos acumulados por año y para una vida de Y años es:

$$N_a = 7200 \frac{\text{rev}}{\text{min}} (60)(2) = 8.64 \times 10^5 \text{ ciclos/año},$$

$$N(Y) = 8.64 \times 10^5 Y.$$

Como referencia, en 20 años se acumularían $N(20) = 1.728 \times 10^7$ ciclos. Debido al uso ocasional, a la accesibilidad del equipo para inspección y a que su parada no compromete una instalación de servicio continuo, se adopta para fatiga un factor objetivo

$n_{d,f} = 2.0$. Este valor se aplica únicamente a la verificación a fatiga; el factor $n_d = 2.5$ de la comprobación estática se mantiene porque las horas de uso no reducen la demanda máxima instantánea.

Esta idealización supone que un punto material de la superficie experimenta el rango completo de flexión en cada revolución. Aunque parte de la fuerza de desbalance gira solidariamente con el eje, la hipótesis de inversión completa se conserva como envolvente frente a las cargas del engranaje, desalineamiento y posibles componentes fijas respecto del bastidor.

El procedimiento de esfuerzo-vida, los factores de Marin y el criterio de Goodman modificado se aplican conforme a Budynas y Nisbett (2020). Para X46Cr13 se adopta el límite inferior $S_{ut} = 700 \text{ MPa}$ del intervalo de resistencia a la tracción del material recocido reportado por Swiss Steel Group (2007). Se conserva $S_y = 450 \text{ MPa}$ para la comprobación complementaria de Soderberg.

El límite de resistencia a la fatiga de la probeta rotatoria es:

$$S'_e = 0.5S_{ut} = 0.5(700) = 350 \text{ MPa}.$$

Para superficie mecanizada, temperatura ambiente y confiabilidad del 99%, se adoptan:

$$k_a = 4.51S_{ut}^{-0.265} = 0.795, \quad k_c = k_d = k_{misc} = 1, \quad k_e = 0.814.$$

El factor de tamaño en flexión se obtiene mediante $k_b = (d/7.62)^{-0.107}$, con d expresado en milímetros. Los límites de fatiga corregidos son:

$$\begin{aligned} k_{b,10} &= 0.971, \quad S_{e,10} = S'_e k_a k_{b,10} k_c k_d k_e = 219.93 \text{ MPa}, \\ k_{b,8} &= 0.995, \quad S_{e,8} = S'_e k_a k_{b,8} k_c k_d k_e = 225.25 \text{ MPa}. \end{aligned}$$

En ausencia de radios, profundidad de huellas y dimensiones exactas de los planos para tornillos prisioneros, se adoptan preliminarmente factores de concentración a fatiga $K_f = 1.60$ en flexión y $K_{fs} = 1.30$ en torsión. Estos valores son conservadores de diseño y deben reemplazarse por factores obtenidos de la geometría fabricada cuando esta sea medida.

Los esfuerzos nominales de la sección L.3 se separan en componentes alternante y media. Para el criterio de energía de distorsión:

$$\begin{aligned} \sigma'_a &= \sqrt{(K_f \sigma_{b,a})^2 + 3(K_{fs} \tau_a)^2} = K_f \sigma_b, \\ \sigma'_m &= \sqrt{(K_f \sigma_{b,m})^2 + 3(K_{fs} \tau_m)^2} = \sqrt{3} K_{fs} \tau. \end{aligned}$$

El factor de seguridad mediante Goodman modificado resulta:

$$n_G = \left(\frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}} \right)^{-1}.$$

Como comprobación más conservadora respecto de la fluencia se utiliza también Soderberg:

$$n_S = \left(\frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_y} \right)^{-1}.$$

Tabla L.5

Verificación a fatiga de las secciones de los ejes

Sección	S_e [MPa]	σ'_a [MPa]	σ'_m [MPa]	n_G	n_S	Resultado para $n_{d,f} = 2.0$
$d = 10\text{ mm}$	219.93	54.19	5.67	3.93	3.86	Cumple
$d = 8\text{ mm}$	225.25	105.86	11.08	2.06	2.02	Cumple ajustadamente

Para periodos de servicio mayores que aproximadamente 1.2 años, el número de ciclos supera 10^6 y se encuentra en el dominio de alta duración; por ello se utiliza el límite de fatiga corregido. Las dos secciones presentan $n_G > 1$ y superan el factor objetivo $n_{d,f} = 2.0$. La sección reducida de 8 mm cumple de manera ajustada, con $n_G = 2.06$ y $n_S = 2.02$, mientras que la sección nominal de 10 mm conserva un margen mayor.

Despejando el diámetro mediante Goodman modificado e iterando el factor de tamaño se obtiene, para $n_{d,f} = 2.0$:

$$d_{min,f} = 7.83\text{ mm}.$$

En consecuencia, la sección de 8 mm satisface preliminarmente la fatiga para el régimen de dos horas anuales y $n_{d,f} = 2.0$, aunque su margen es pequeño. Se recomienda conservar 10 mm donde la geometría lo permita. En el asiento de la chumacera KFL08, la transición a 8 mm debe alejarse del máximo momento, incorporar un radio medido y verificarse nuevamente con sus factores K_t , K_{ts} , sensibilidad a la entalla, acabado y ajuste reales. Esta conclusión aplica por igual al Eje 01 y al Eje 02 porque ambos comparten la misma envolvente de momento y torque.

L.5 Reacciones y requisito mínimo de las chumaceras

Para carga predominantemente radial y carga axial despreciable, la carga dinámica equivalente por chumacera se aproxima como $P_{eq} = F_r = 145.39 \text{ N}$. Si se adopta una vida básica objetivo $L_{10h} = 10\,000 \text{ h}$ a 7200 rpm , el requisito nominal para un rodamiento de bolas es:

$$C_{req} = P_{eq} \left(\frac{60nL_{10h}}{10^6} \right)^{1/3} = 2.37 \text{ kN}.$$

Al incorporar un factor de aplicación $K_a = 1.5$ por vibración y transitorios, la selección de catálogo debe satisfacer como mínimo $C \geq 3.55 \text{ kN}$, además de una velocidad límite superior a 7200 rpm . La designación KFL08 y el diámetro interior efectivo deben cotejarse con la ficha del proveedor: si el inserto disponible posee un diámetro de 8 mm , el eje de 10 mm requiere un asiento escalonado de 8 mm o una chumacera compatible con 10 mm . Por tanto, la resistencia de los ejes queda verificada de forma preliminar, pero la aceptación definitiva de las chumaceras depende de confirmar su capacidad dinámica, velocidad límite, ajuste, lubricación y diámetro real.

ANEXO M

Verificación preliminar de las soldaduras de las vigas principales y los paneles

M.1 Alcance, criterio resistente y carga de diseño

La verificación comprende las soldaduras de la viga típica y del marco arriostrado, fabricados en ASTM A36 con electrodo E6011 y filete de 3/32 in. La resistencia del electrodo se toma de AWS A5.1/A5.1M (2025) y el corte se comprueba mediante el método ASD de ANSI/AISC 360-16 (AISC, 2016). El cálculo no sustituye la calificación e inspección exigidas por AWS D1.1/D1.1M (2025) ni una evaluación de fatiga.

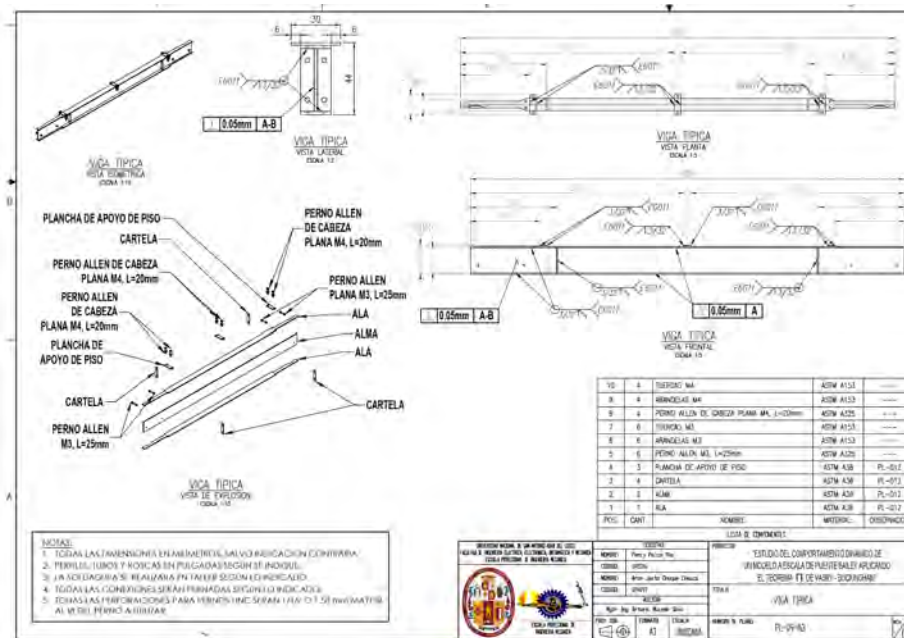
La acción estática es únicamente el peso del equipo de 20 kg: $F_d = W_{eq} = 196.2 \text{ N}$. Conservadoramente, cada grupo de soldadura transfiere por sí solo toda la carga. Para E6011 se adopta $F_{EXX} = 414 \text{ MPa}$; según AISC J2.5, $R_{adm} = 0.30F_{EXX}A_{we}$, con garganta efectiva $a = 0.707w$. Los parámetros resultan:

$$\begin{aligned}
 F_d &= W_{eq} = 196.2 \text{ N}, \\
 \tau_{adm} &= 0.30F_{EXX} = 0.30(414) = 124.20 \text{ MPa}, \\
 w &= \frac{3}{32}(25.4) = 2.381 \text{ mm}, & a &= 0.707w = 1.684 \text{ mm}, \\
 q_{adm} &= \tau_{adm}a = 124.20(1.684) = 209.10 \text{ N/mm}, \\
 L_{req} &= \frac{F_d}{q_{adm}} = \frac{196.2}{209.10} = 0.94 \text{ mm}.
 \end{aligned}$$

M.2 Soldaduras de la viga típica principal

Figura M.1

Plano de fabricación y disposición de soldaduras de la viga típica principal



Nota. El plano especifica acero ASTM A36, electrodo E6011 y soldaduras de filete de 3/32 in en las cartelas y uniones del alma con el ala. Dimensiones en milímetros. Plano suministrado por los testistas.

En la conexión local crítica se consideran conservadoramente solo dos líneas de filete de (18 mm), evaluadas mediante el criterio ASD de AISC J2.5. Con la garganta y la resistencia lineal obtenidas en M.1:

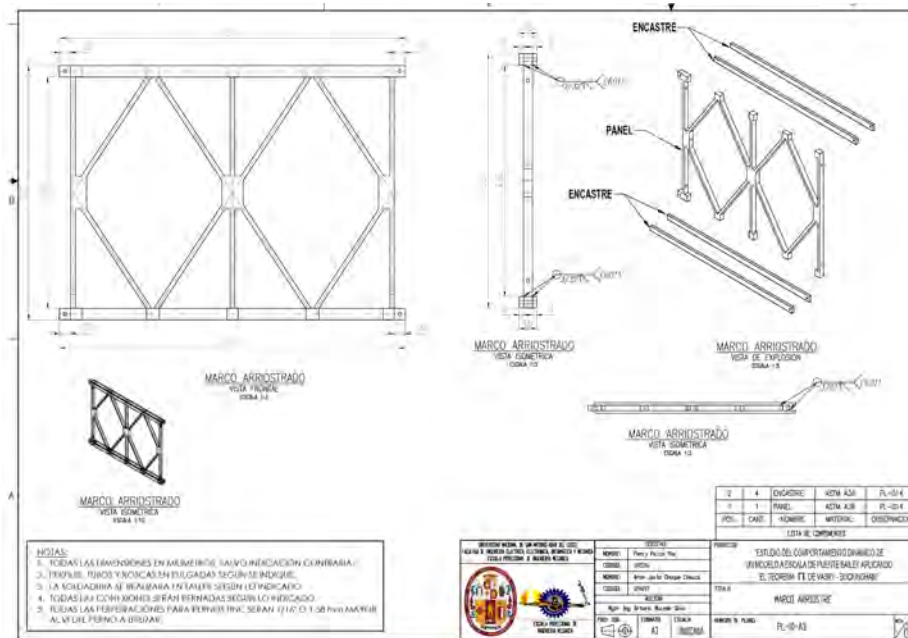
$$\begin{aligned}
 L_{ef,v} &= 2(18) = 36 \text{ mm}, & A_{w,v} &= 1.684(36) = 60.61 \text{ mm}^2, \\
 \tau_v &= \frac{196.2}{60.61} = 3.24 \text{ MPa}, & R_{adm,v} &= 209.10(36) = 7.53 \text{ kN}, \\
 n_v &= \frac{7.53}{0.1962} = 38.38.
 \end{aligned}$$

El grupo satisface la comprobación estática: $R_{adm,v} > F_d$ y $L_{ef,v} = 36 \text{ mm} > L_{req} = 0.94 \text{ mm}$. El resultado supone continuidad, garganta efectiva y fusión adecuadas del metal de soldadura.

M.3 Soldaduras de los paneles o marcos arriostrados

Figura M.2

Plano de fabricación y disposición de soldaduras del panel o marco arriostrado



Nota. El plano especifica cuatro encastres de acero ASTM A36 unidos al panel mediante soldaduras de filete de 3/32 in con electrodo E6011. Dimensiones en milímetros. Plano suministrado por los tesistas.

La vista lateral indica un ancho de conexión de 16 mm. Se verifica un solo encastre, sometido conservadoramente a la fuerza total F_d , con dos líneas de filete de 16 mm:

$$L_{ef,p} = 2(16) = 32 \text{ mm}, \quad A_{w,p} = aL_{ef,p} = 1.684(32) = 53.87 \text{ mm}^2.$$

De manera análoga, la resistencia del encastre se obtiene mediante el criterio ASD de la Tabla J2.5 de ANSI/AISC 360-16 (AISC, 2016).

La tensión cortante demandada y la resistencia admisible son:

$$\tau_p = \frac{F_d}{A_{w,p}} = \frac{196.2}{53.87} = 3.64 \text{ MPa},$$

$$R_{adm,p} = q_{adm}L_{ef,p} = 209.10(32) = 6.69 \text{ kN}.$$

El factor de seguridad del grupo local del panel es:

$$n_p = \frac{R_{adm,p}}{F_d} = \frac{6.69}{0.1962} = 34.10.$$

Por tanto, la soldadura del encastre satisface la comprobación estática, ya que $R_{adm,p} > F_d$ y $L_{ef,p} = 32 \text{ mm} > L_{req} = 0.94 \text{ mm}$. La presencia de cuatro encastres aporta redundancia, pero dicha contribución no se contabiliza en la resistencia anterior.

M.4 Resumen y condiciones de aceptación

Tabla M.1

Resumen de la verificación preliminar de las soldaduras

Grupo verificado	L_{ef} [mm]	τ_d [MPa]	R_{adm} [kN]	Factor de seguridad
Viga típica principal	36	3.24	7.53	38.38
Encastre del panel	32	3.64	6.69	34.10

Los dos grupos presentan capacidad estática ampliamente superior al peso total del equipo de excitación, $W_{eq} = 196.2 N$. La aceptación definitiva debe comprobar en el elemento construido: cateto y garganta reales, continuidad del cordón, ausencia de socavación, porosidad y falta de fusión, compatibilidad del procedimiento con los espesores de plancha y calidad del ajuste. Dado que la excitación es cíclica, también debe inspeccionarse periódicamente el pie y la terminación de los cordones; los factores anteriores no constituyen una verificación de vida a fatiga.

La comparación anterior es exclusivamente resistente. La sección J2.2b de ANSI/AISC 360-16 (AISC, 2016) exige que cada segmento de una soldadura de filete intermitente tenga una longitud no menor que cuatro veces el tamaño nominal del filete y, además, no menor que $38 mm$. Por ello, los tramos construidos de 16 a $18 mm$ no cumplen el requisito geométrico mínimo para ser considerados segmentos estructurales intermitentes, aunque la comparación idealizada de área efectiva produzca $R_{adm} > F_d$. La unión real debe redetallarse o justificarse específicamente antes de declararla conforme.

ANEXO N

Verificación resistente y a fatiga de los tornillos M3

N.1 Alcance, material y cargas de comprobación

La vista explosionada identifica 150 tornillos M3 de longitudes entre 10 y 25 mm empleados en arriostres, apoyos y fijaciones del tablero. El plano especifica tornillos M3 de rosca gruesa, clase 8.8, conforme a ISO 898-1:2013.

Para un M3 clase 8.8 se consideran el área resistente de la rosca $A_t = 5.03 \text{ mm}^2$, la resistencia última $f_{ub} = 800 \text{ MPa}$, el límite de fluencia $f_{yb} = 640 \text{ MPa}$ y la tensión de prueba $S_p = 580 \text{ MPa}$. Se utilizan dos acciones distintas:

- el peso del equipo de excitación, cuya masa total es $m_{eq} = 20 \text{ kg}$; por tanto, $W_{eq} = m_{eq}g = 20(9.81) = 196.2 \text{ N}$. Si se distribuye entre cuatro fijaciones, corresponde a una reacción estática de 49.05 N por fijación;
- la fuerza armónica máxima de diseño del excitador del Anexo I, $F_a = 2(191.73) = 383.5 \text{ N}$, empleada para la revisión de deslizamiento y fatiga.

Para la comprobación conservadora del apriete se considera que la componente vertical de la fuerza excéntrica actúa en el mismo sentido que el peso. La carga combinada máxima resulta:

$$F_c = W_{eq} + F_a = 196.2 + 383.5 = 579.7 \text{ N}.$$

El peso de 196.2 N constituye la única acción estática, mientras que la fuerza excéntrica de 383.5 N representa la acción alternante repetida durante los ensayos. En las verificaciones de grupo se supone reparto uniforme entre los tornillos efectivos y se incluye la rosca en el plano de corte mediante el uso de A_t , condición conservadora para los tornillos cortos instalados.

N.2 Resistencia estática al corte

La resistencia de fluencia por corte de un tornillo se aproxima mediante el criterio de von Mises:

$$\tau_y = \frac{f_{yb}}{\sqrt{3}} = \frac{640}{\sqrt{3}} = 369.50 \text{ MPa.}$$

Para un grupo de n_b tornillos, la tensión y el factor de seguridad son:

$$\tau_s = \frac{W_{eq}}{n_b A_t}, \quad n_y = \frac{\tau_y}{\tau_s}.$$

Tabla N.1

Resistencia estática de los grupos de tornillos M3 clase 8.8

Tornillos efectivos	Carga por tornillo [N]	τ_s [MPa]	n_y	Resultado para $n_y \geq 2$
1	196.20	39.01	9.47	Cumple
2	98.10	19.50	18.95	Cumple
3	65.40	13.00	28.42	Cumple
4	49.05	9.75	37.89	Cumple

Por consiguiente, incluso un tornillo M3 clase 8.8 satisface la comprobación estática conservadora si se le asigna la totalidad del peso del equipo. En el montaje real, las cuatro fijaciones reducen la reacción estática a 49.05 N por tornillo. Esta comprobación corresponde únicamente al cuerpo roscado. La resistencia completa de la unión todavía debe incluir aplastamiento y desgarramiento de las planchas, sección neta, distancias al borde, diámetro real de los agujeros y posibles acciones excéntricas; tales verificaciones requieren las dimensiones locales de cada detalle.

N.3 Pretensión y prevención del deslizamiento

La carga de prueba y una pretensión de montaje igual al 70 % de ella resultan:

$$F_{proof} = S_p A_t = 580(5.03) = 2917 \text{ N}, \quad F_p = 0.70 F_{proof} = 2042 \text{ N}.$$

Adoptando conservadoramente $\mu = 0.15$ para las superficies de acero, la capacidad de fricción de un grupo de tres tornillos es:

$$F_{slip} = \mu n_b F_p = 0.15(3)(2042) = 918.9 \text{ N}, \quad n_{slip} = \frac{918.9}{579.7} = 1.59.$$

Así, tres tornillos correctamente pretensados proporcionan un margen de 1.59 contra el deslizamiento ante la suma conservadora del peso y la fuerza excéntrica máxima. Con solo dos tornillos, el margen sería 1.06 y se considera insuficiente para una unión sometida a vibración. Como referencia de montaje, con el modelo $T = KF_p d$, $K = 0.20$ y $d = 3$ mm, se obtiene $T \approx 1.23$ N m. Este valor debe confirmarse con el fabricante, el acabado y la lubricación reales; no debe aplicarse sin control porque el coeficiente de torque varía significativamente. Se requiere, además, arandela y un sistema de bloqueo que evite la pérdida de pretensión por vibración.

N.4 Comprobación preliminar de fatiga

La condición de diseño es una unión sin deslizamiento: mientras se conserve la pretensión, la carga transversal alternante se transmite principalmente por fricción y el tornillo no experimenta el rango completo de corte. Para mostrar la consecuencia de una pérdida de apriete, se evalúa adicionalmente el caso desfavorable en el que tres tornillos reciben directamente la carga armónica reversible. El rango de tensión cortante sería:

$$\Delta\tau = 2 \frac{F_a}{n_b A_t} = 2 \frac{383.5}{3(5.03)} = 50.83 \text{ MPa.}$$

Como referencia de cribado se emplea la categoría FAT 100 en corte, con $N_C = 2 \times 10^6$ ciclos y pendiente $m = 5$, de EN 1993-1-9:2005:

$$N_R = N_C \left(\frac{100}{\Delta\tau} \right)^5 = 2 \times 10^6 \left(\frac{100}{50.83} \right)^5 = 5.90 \times 10^7 \text{ ciclos.}$$

Suponiendo conservadoramente un registro de 180 s en cada condición de 60, 78 y 120 Hz, el bloque contiene:

$$n_{bloque} = 180(60 + 78 + 120) = 46\,440 \text{ ciclos,} \quad D_{bloque} = \frac{46\,440}{5.90 \times 10^7} = 7.88 \times 10^{-4}.$$

El cociente anterior equivaldría a cerca de 1269 bloques idénticos para $D = 1$. No obstante, **este valor no constituye una certificación de vida**: la categoría FAT 100 exige que la rosca quede fuera del plano de corte y, para tornillos normales con holgura, no admite inversión de carga. Los M3 cortos del modelo pueden tener la rosca en dicho plano y la excitación sí es reversible. El cálculo demuestra que permitir el deslizamiento conduce a una condición de fatiga no respaldada por la categoría normativa.

N.5 Resultado y medidas de implementación

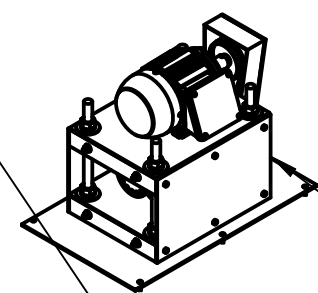
La verificación permite establecer las siguientes condiciones mínimas: (i) usar tornillos M3 clase 8.8 certificados; (ii) considerar para la comprobación estática únicamente el peso del equipo, $W_{eq} = 196.2\text{ N}$; (iii) mantener, como mínimo, tres tornillos pretensados en los grupos sometidos a la carga combinada de 579.7 N ; y (iv) controlar el apriete antes y después de cada ensayo. Para una validación definitiva de fatiga se deben medir las fuerzas o deformaciones locales de los tornillos, comprobar que no exista deslizamiento y aplicar Rainflow al historial real de la unión.

ANEXO O

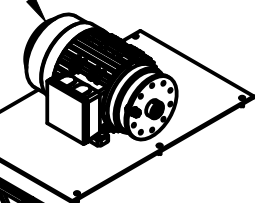
Planos de conjunto y ensamblaje del modelo Bailey

El presente anexo corresponde a las láminas generales que documentan la configuración, el montaje, el despiece y la secuencia modular del modelo físico. Los planos se incorporarán manualmente después de esta hoja, en orientación horizontal, para conservar la legibilidad de las vistas, cotas, llamadas y listas de componentes.

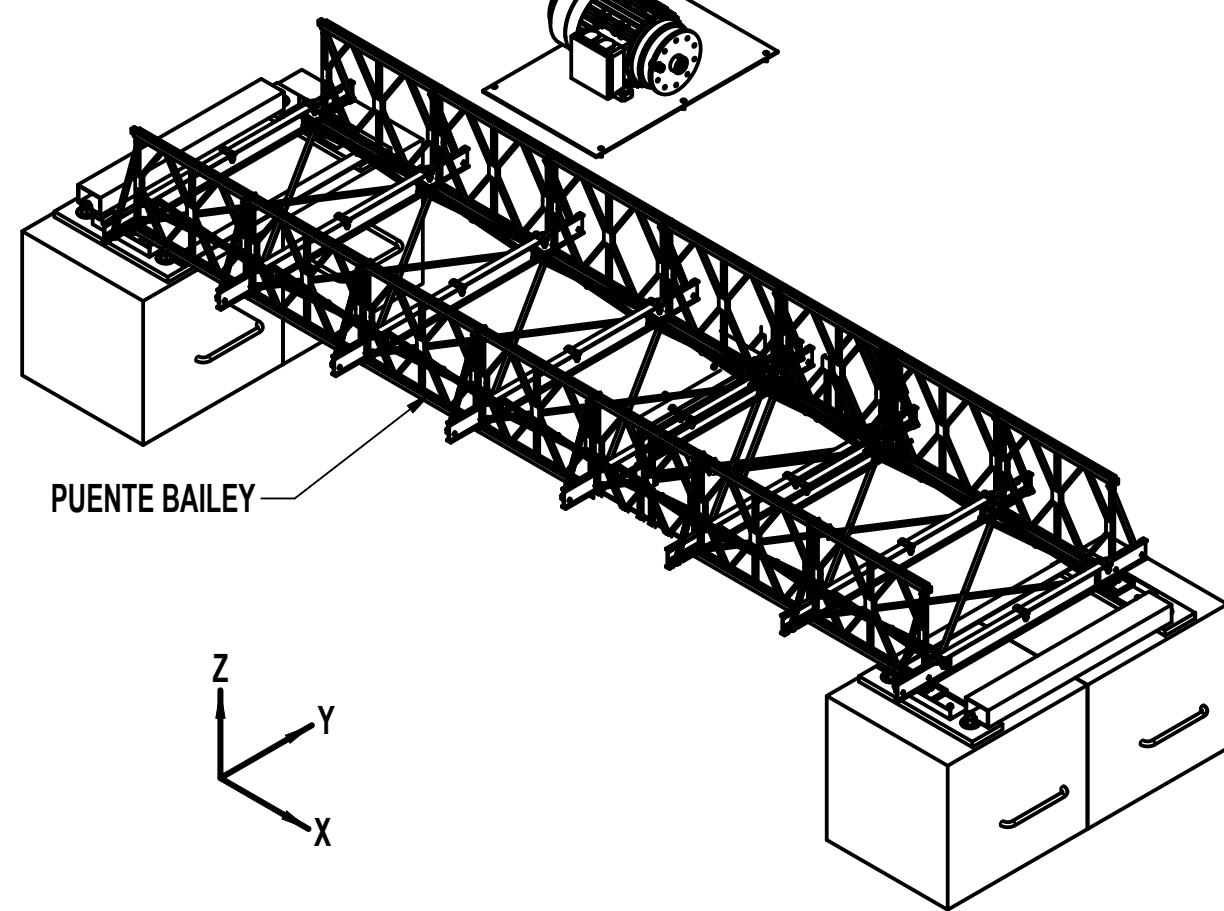
EXITADOR DE MASA
DESBALANCEADA



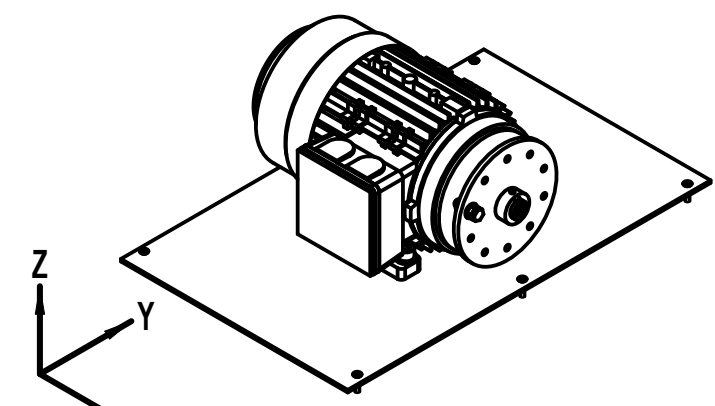
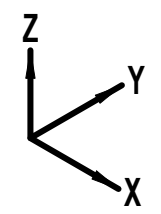
MASA EXCENTRICA
CON CONTRAGIRO



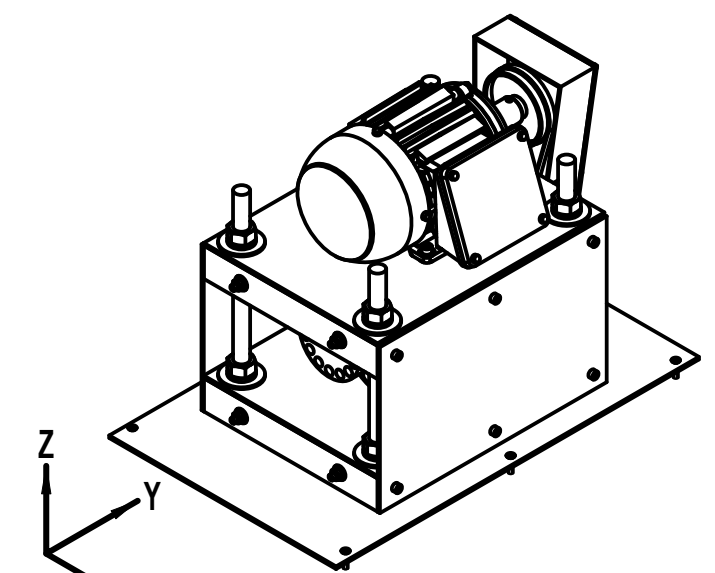
PUENTE BAILEY



ENSAMBLAJE
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:20



EXITADOR DE MASA DESBALANCEADA
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:10



MASA EXCENTRICA DESBALANCEADA
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:10

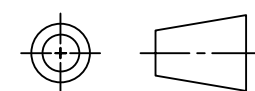
NOTAS:

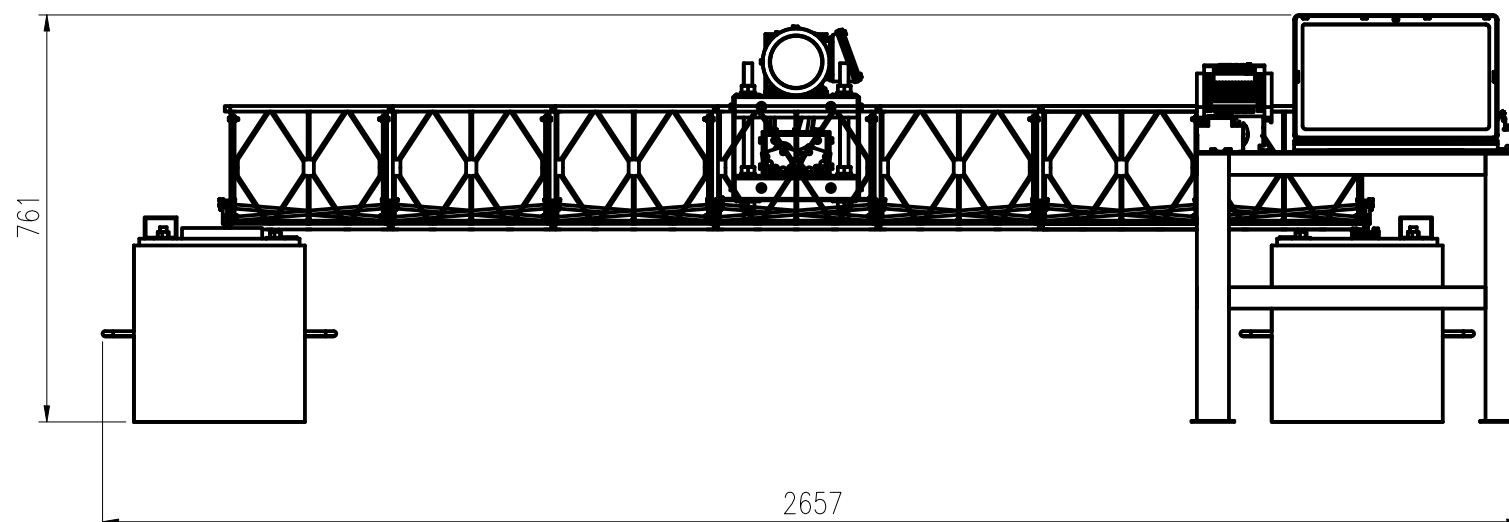
1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILÍMETROS, SALVO INDICACIÓN CONTRARIA.
2. PERFILES, TUBOS Y ROSCAS EN PULGADAS SEGÚN SE INDIQUE.
3. LA SOLDADURA SE REALIZARA EN TALLER SEGÚN LO INDICADO.
4. TODAS LAS CONEXIONES SERÁN PERNADAS SEGÚN LO INDICADO.
5. TODAS LAS PERFORACIONES PARA PERNOS UNC SERAN 1/16" O 1.58 mm MAYOR AL Ø DEL PERNO A UTILIZAR.

3	1	MASA EXCENTRICA DESBALANCEADA	---	PL-020
2	1	EXITADOR DE MASA DESBALANCEADA	---	PL-017
1	1	SUB ENSAMBLE - PUENTE BAILEY	---	PL-003
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION

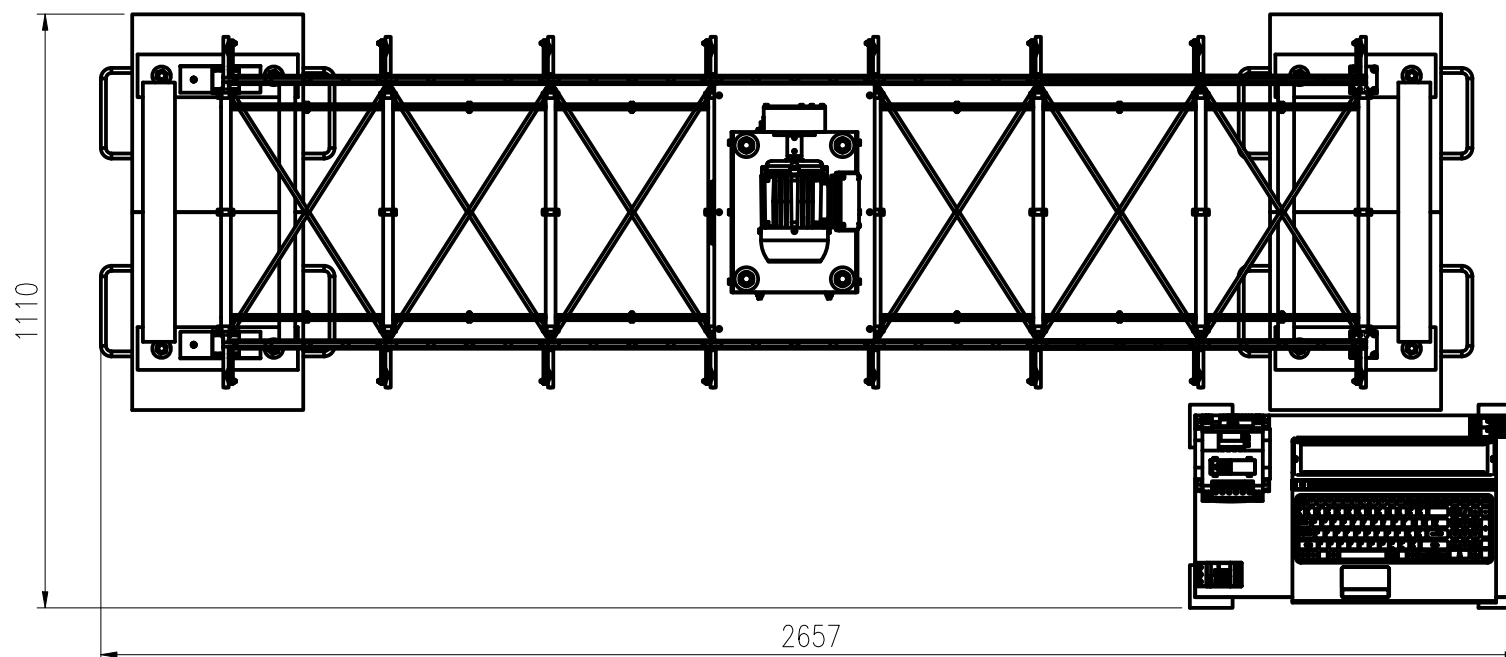
LISTA DE COMPONENTES

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA

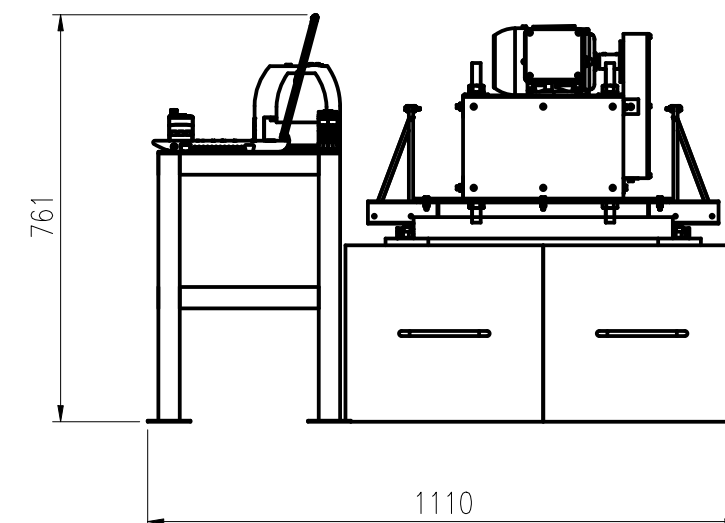
MÉTODO DE PROYECCIÓN:	TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"	ESCALA:
	PLANO: ISOMETRIA DE MODULOS	INDICADA
RESPONSABLES:	Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla	FECHA: 03/09/26
ASESOR:	Mgr. Ing. Arturo, Macedo Silva	FORMATO: A3
		HOJA: 01



ENSAMBLAJE
VISTA FRONTAL
ESCALA 1:20



ENSAMBLAJE
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:20



ENSAMBLAJE
VISTA LATERAL
ESCALA 1:20

NOTAS:

1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILÍMETROS, SALVO INDICACIÓN CONTRARIA.
2. PERFILES, TUBOS Y ROSCAS EN PULGADAS SEGÚN SE INDIQUE.
3. LA SOLDADURA SE REALIZARA EN TALLER SEGÚN LO INDICADO.
4. TODAS LAS CONEXIONES SERÁN PERNADAS SEGÚN LO INDICADO.
5. TODAS LAS PERFORACIONES PARA PERNOS UNC SERAN 1/16" O 1.58 mm MAYOR AL Ø DEL PERNO A UTILIZAR.

1	1	PUENTE BAILEY	---	---
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION
LISTA DE COMPONENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:		TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		ESCALA:
		PLANO: VISTAS PRINCIPALES		INDICADA
RESPONSABLES:		Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla		FECHA: 03/09/26
ASESOR:		Mgr. Ing. Arturo, Macedo Silva		FORMATO: A3
				HOJA: 02

APOYO DESLIZANTE

TABLERO DE
PUENTE BAILEY

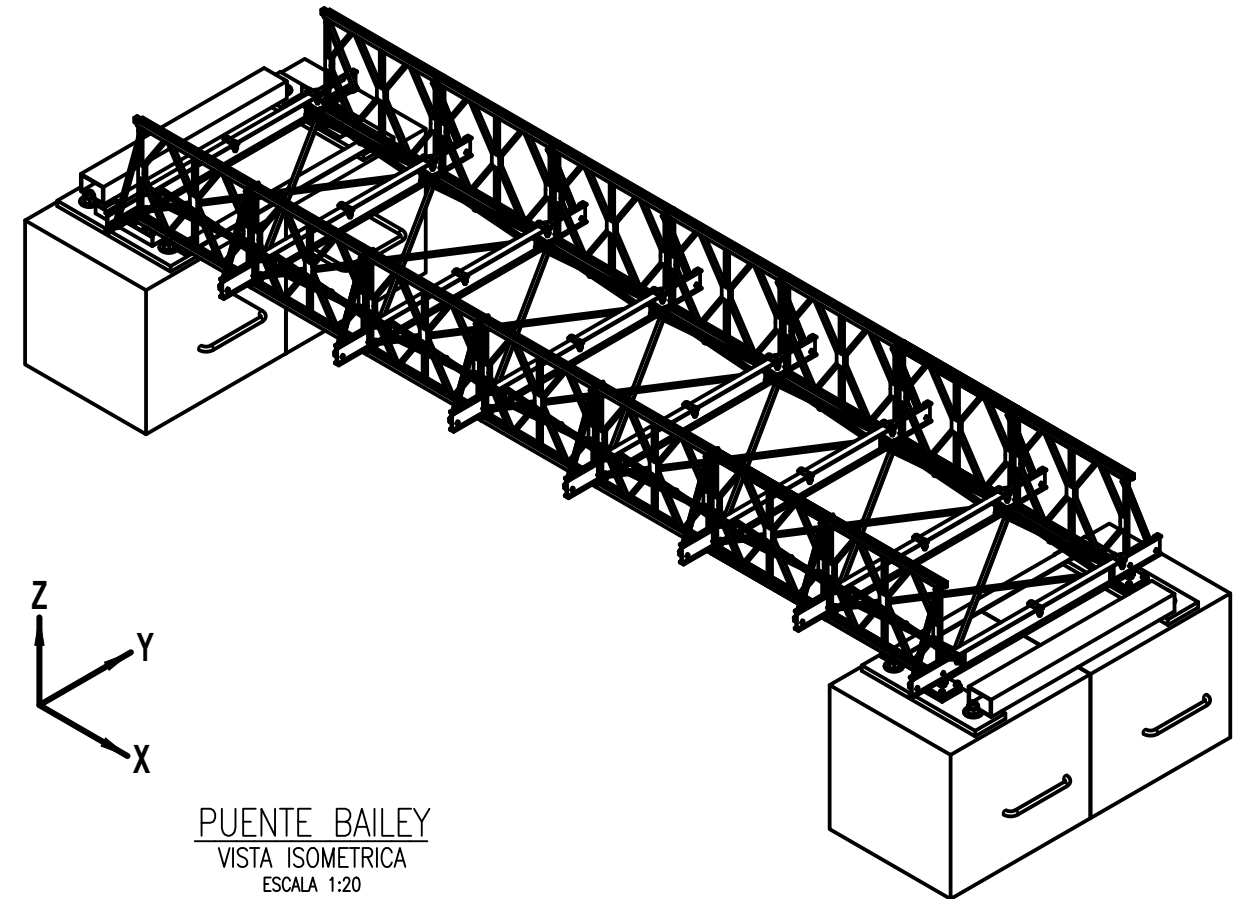
SOPORTE 01

APOYO FIJO

SOPORTE 02

DADO DE
CIMENTACION

PUENTE BAILEY
VISTA DE EXPLOSION
ESCALA 1:20



PUENTE BAILEY
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:20

NOTAS:

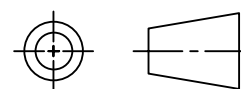
1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILÍMETROS, SALVO INDICACIÓN CONTRARIA.
2. PERFILES, TUBOS Y ROSCAS EN PULGADAS SEGÚN SE INDIQUE.
3. LA SOLDADURA SE REALIZARA EN TALLER SEGÚN LO INDICADO.
4. TODAS LAS CONEXIONES SERÁN PERNADAS SEGÚN LO INDICADO.
5. TODAS LAS PERFORACIONES PARA PERNOS UNC SERAN 1/16" O 1.58 mm MAYOR AL Ø DEL PERNO A UTILIZAR.

6	4	DADOS DE CIMENTACION	---	PL-010
5	1	SOPORTE 02	---	PL-014
4	1	SOPORTE 01	---	PL-014
3	1	APOYO FIJO	---	PL-007
2	2	APOYO DESLIZANTE	---	PL-003
1	1	TABLERO PUENTE BAILEY	---	PL-004
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION

LISTA DE COMPONENTES

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA

MÉTODO DE PROYECCIÓN:



TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY
APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"

PLANO:

TRAMOS DEL TABLERO PUENTE BAILEY

ESCALA:

INDICADA

FECHA:

03/09/26

RESPONSABLES:

Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla

FORMATO:

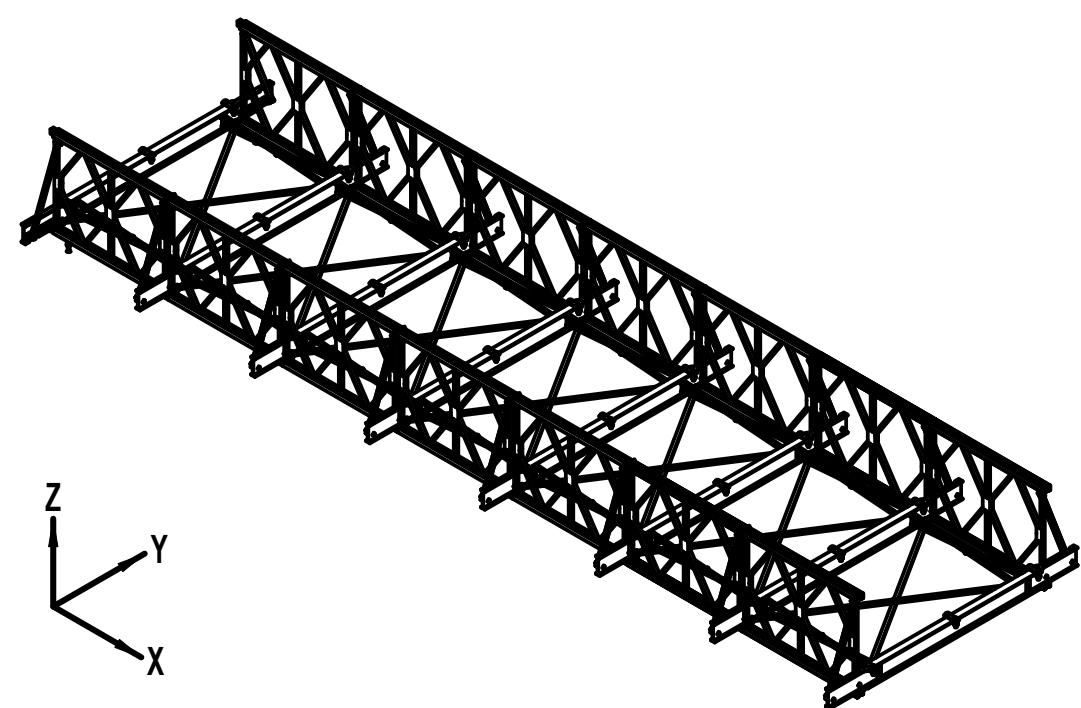
A3

ASESOR:

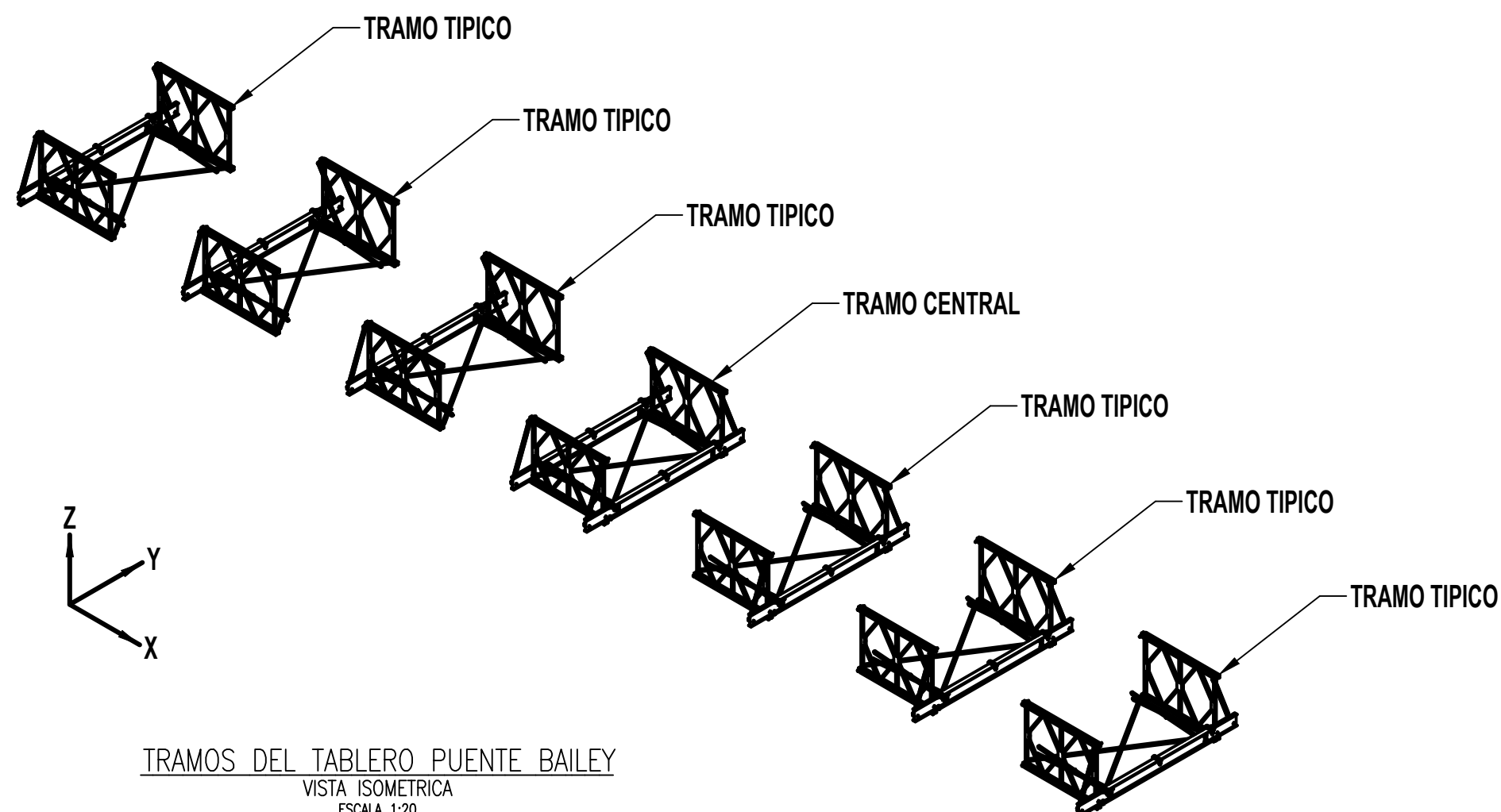
Mgtr. Ing. Arturo, Macedo Silva

HOJA:

03



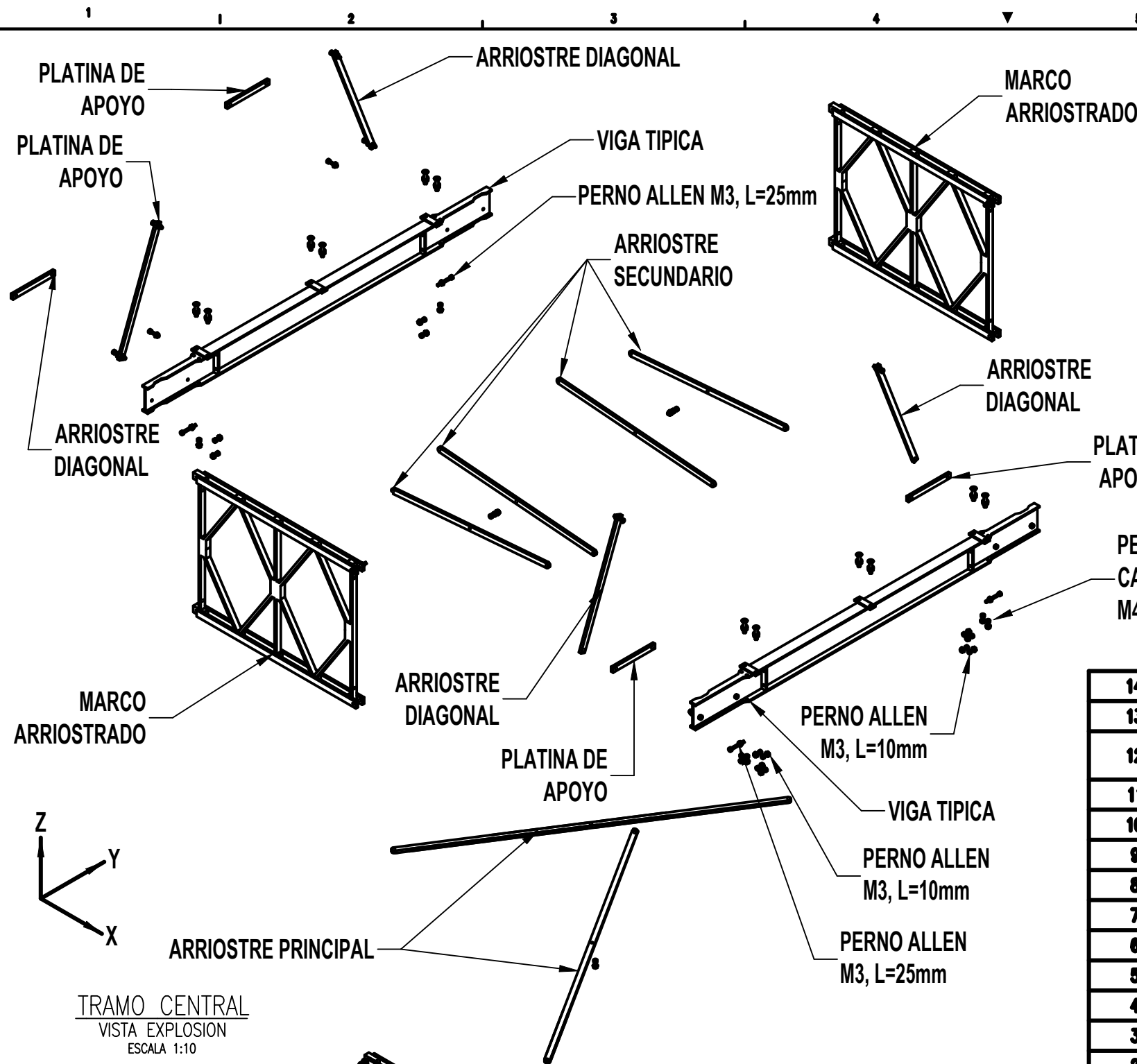
TABLERO PUENTE BAILEY
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:20



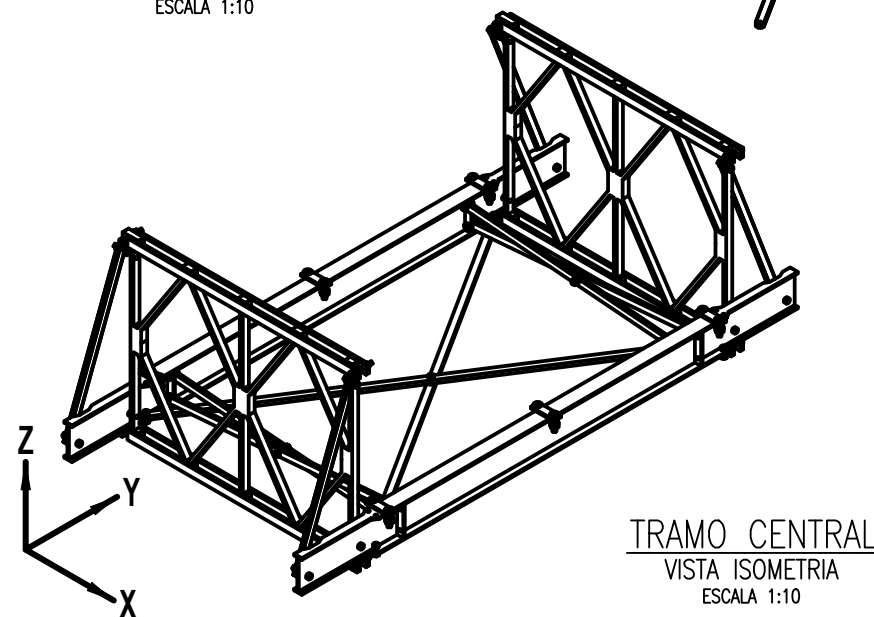
TRAMOS DEL TABLERO PUENTE BAILEY
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:20

- NOTAS:
1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILÍMETROS, SALVO INDICACIÓN CONTRARIA.
 2. PERFILES, TUBOS Y ROSCAS EN PULGADAS SEGÚN SE INDIQUE.
 3. LA SOLDADURA SE REALIZARA EN TALLER SEGÚN LO INDICADO.
 4. TODAS LAS CONEXIONES SERÁN PERNADAS SEGÚN LO INDICADO.
 5. TODAS LAS PERFORACIONES PARA PERNOS UNC SERAN 1/16" O 1.58 mm MAYOR AL Ø DEL PERNO A UTILIZAR.

2	6	TRAMO TIPICO	---	PL-007
1	1	TRAMO CENTRAL	---	PL-006
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION
LISTA DE COMPONENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:		TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		ESCALA:
		PLANO:		INDICADA
		TRAMOS DEL TABLERO PUENTE BAILEY		FECHA:
RESPONSABLES:		Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla		03/09/26
ASESOR:		Mgtr. Ing. Arturo, Macedo Silva		FORMATO:
				A3
				HOJA:
				05



TRAMO CENTRAL
VISTA EXPLOSION
ESCALA 1:10



TRAMO CENTRAL
VISTA ISOMETRIA
ESCALA 1:10

NOTAS:

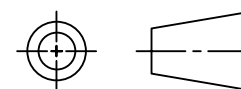
1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILÍMETROS, SALVO INDICACIÓN CONTRARIA.
2. PERFILES, TUBOS Y ROSCAS EN PULGADAS SEGÚN SE INDIQUE.
3. LA SOLDADURA SE REALIZARA EN TALLER SEGÚN LO INDICADO.
4. TODAS LAS CONEXIONES SERÁN PERNADAS SEGÚN LO INDICADO.
5. TODAS LAS PERFORACIONES PARA PERNOS UNC SERAN 1/16" O 1.58 mm MAYOR AL Ø DEL PERNO A UTILIZAR.

14	12	TUERCAS M4	ASTM A153	---
13	12	ARandelas M4	ASTM A153	---
12	12	PERNOS ALLEN DE CABEZA PLANA M4, L=20mm	ASTM A325	---
11	28	TUERCAS M3	ASTM A153	---
10	28	ARandelas DE PRESION M3	ASTM A153	---
9	56	ARandelas M3	ASTM A153	---
8	24	PERNOS ALLEN M3, L=10mm	ASTM A325	---
7	4	PERNOS ALLEN M3, L=25mm	ASTM A325	---
6	4	PLATINA DE APOYO	ASTM A36	PL-012
5	4	ARRIOSTRE DIAGONAL	ASTM A36	PL-012
4	4	ARRIOSTRE SECUNDARIO	ASTM A36	PL-012
3	2	ARRIOSTRE PRINCIPAL	ASTM A36	PL-012
2	2	VIGA TIPICA	ASTM A36	PL-008
1	2	MARCO ARRIOSTRADO	ASTM A36	---
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION

LISTA DE COMPONENTES

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA

MÉTODO DE PROYECCIÓN:



TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"

PLANO:

TRAMO CENTRAL

ESCALA:

INDICADA

FECHA:

03/09/26

FORMATO:

A3

HOJA:

05

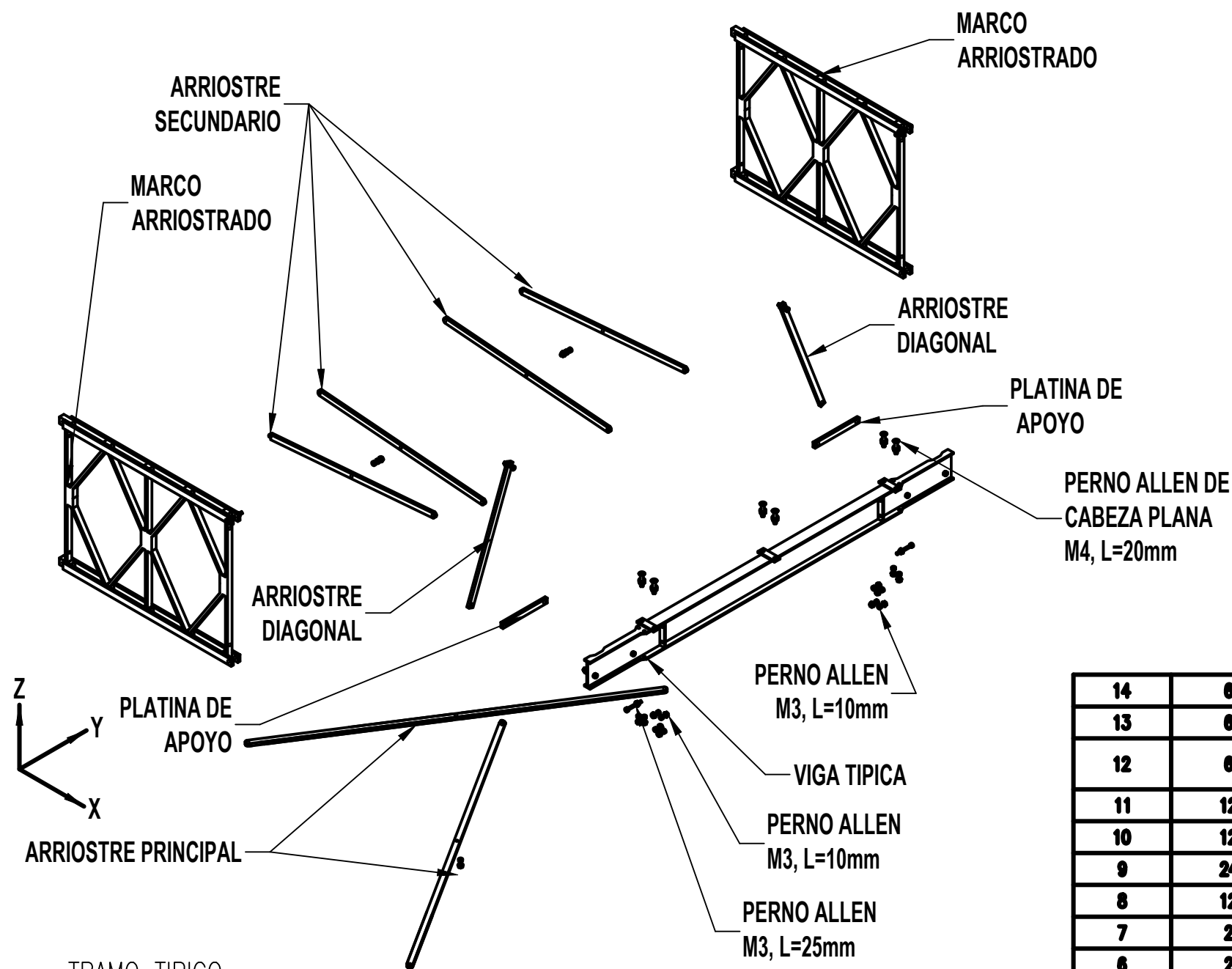
RESPONSABLES:

Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla

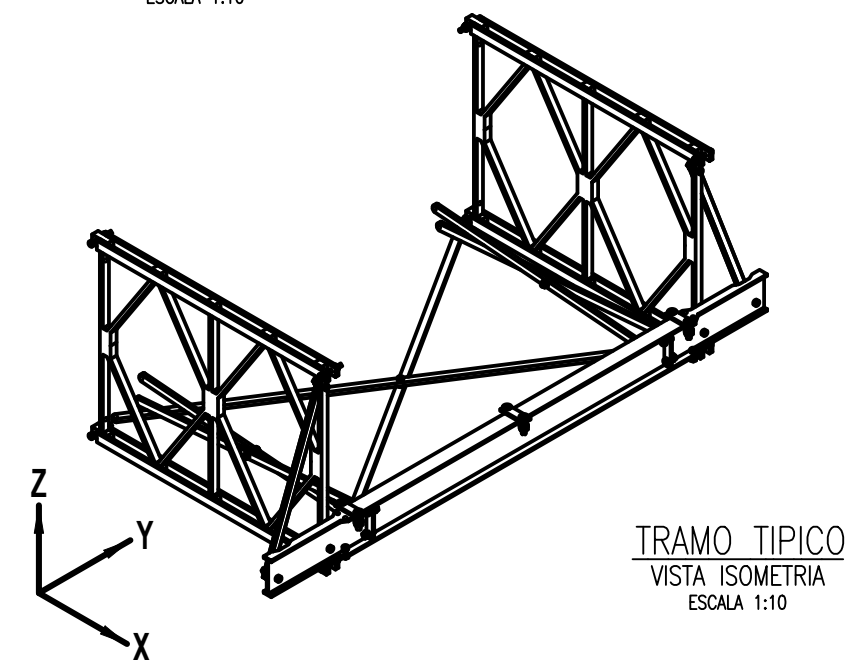
ASESOR:

Mgtr. Ing. Arturo, Macedo Silva

1 1 2 3 4 5 6 7 8



TRAMO TIPICO
VISTA EXPLOSION
ESCALA 1:10



TRAMO TIPICO
VISTA ISOMETRIA
ESCALA 1:10

NOTAS:

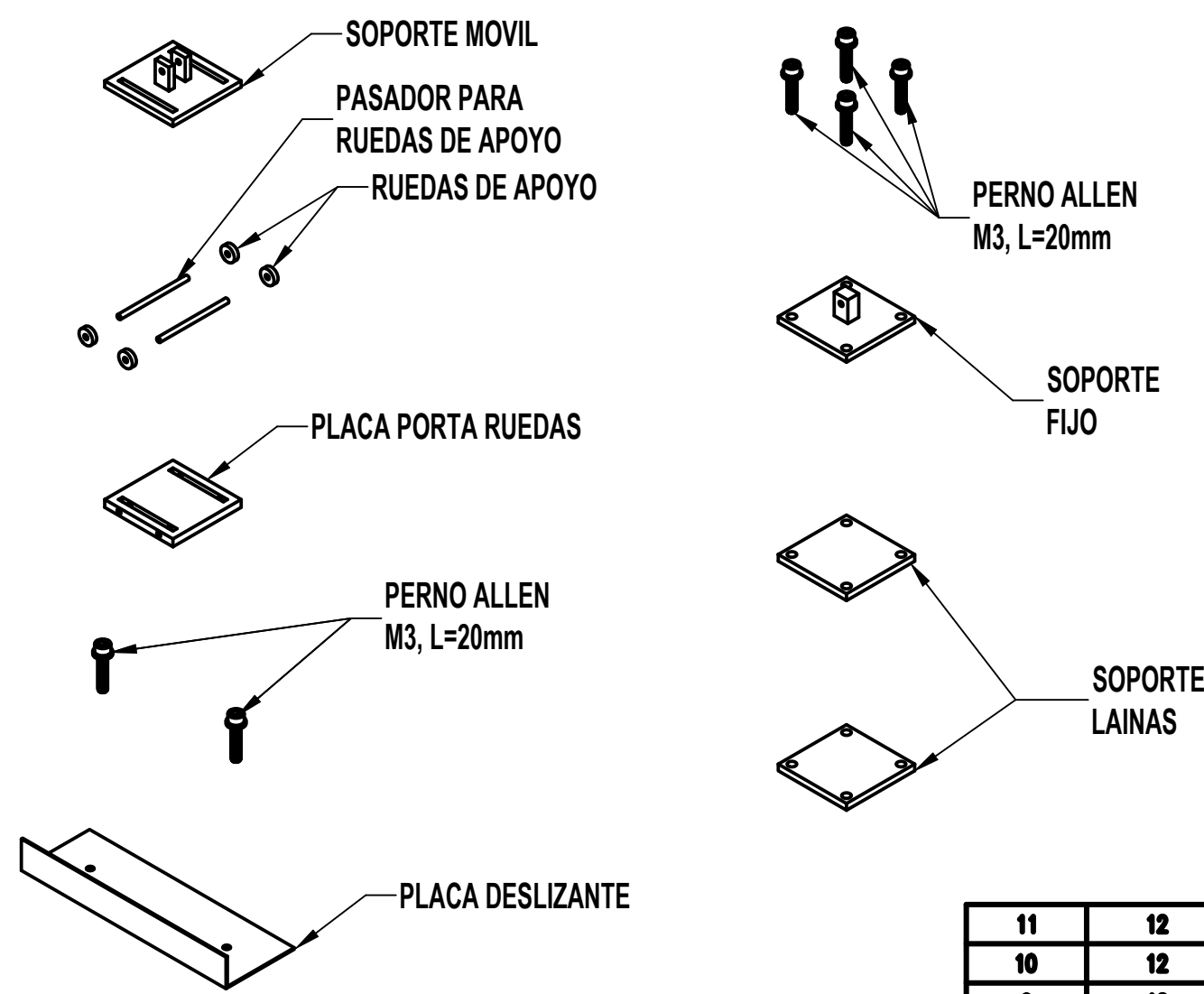
1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILÍMETROS, SALVO INDICACIÓN CONTRARIA.
2. PERFILES, TUBOS Y ROSCAS EN PULGADAS SEGÚN SE INDIQUE.
3. LA SOLDADURA SE REALIZARA EN TALLER SEGÚN LO INDICADO.
4. TODAS LAS CONEXIONES SERÁN PERNADAS SEGÚN LO INDICADO.
5. TODAS LAS PERFORACIONES PARA PERNOS UNC SERAN 1/16" O 1.58 mm MAYOR AL Ø DEL PERNO A UTILIZAR.

14	6	TUERCAS M4	ASTM A153	---
13	6	ARandelas M4	ASTM A153	---
12	6	PERNOS ALLEN DE CABEZA PLANA M4, L=20mm	ASTM A325	---
11	12	TUERCAS M3	ASTM A153	---
10	12	ARandelas DE PRESION M3	ASTM A153	---
9	24	ARandelas M3	ASTM A153	---
8	12	PERNOS ALLEN M3, L=10mm	ASTM A325	---
7	2	PERNOS ALLEN M3, L=25mm	ASTM A325	---
6	2	PLATINA DE APOYO	ASTM A36	PL-012
5	2	ARRIOSTRE DIAGONAL	ASTM A36	PL-012
4	4	ARRIOSTRE SECUNDARIO	ASTM A36	PL-012
3	2	ARRIOSTRE PRINCIPAL	ASTM A36	PL-012
2	1	VIGA TIPICA	ASTM A36	PL-008
1	2	MARCO ARRIOSTRADO	ASTM A36	---
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION

LISTA DE COMPONENTES

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA

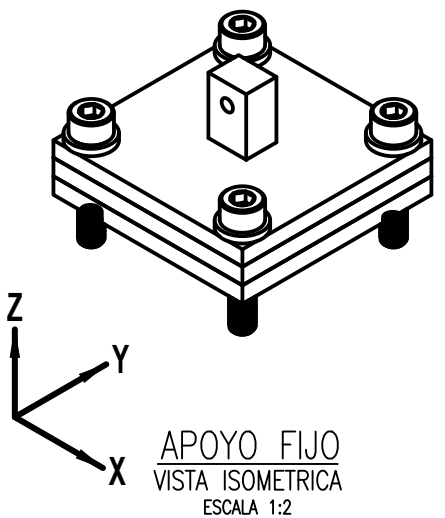
MÉTODO DE PROYECCIÓN:	TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"	ESCALA: INDICADA
	PLANO: TRAMO TIPICO	FECHA: 03/09/26
RESPONSABLES:	Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla	FORMATO: A3
ASESOR:	Mgr. Ing. Arturo, Macedo Silva	HOJA: 06



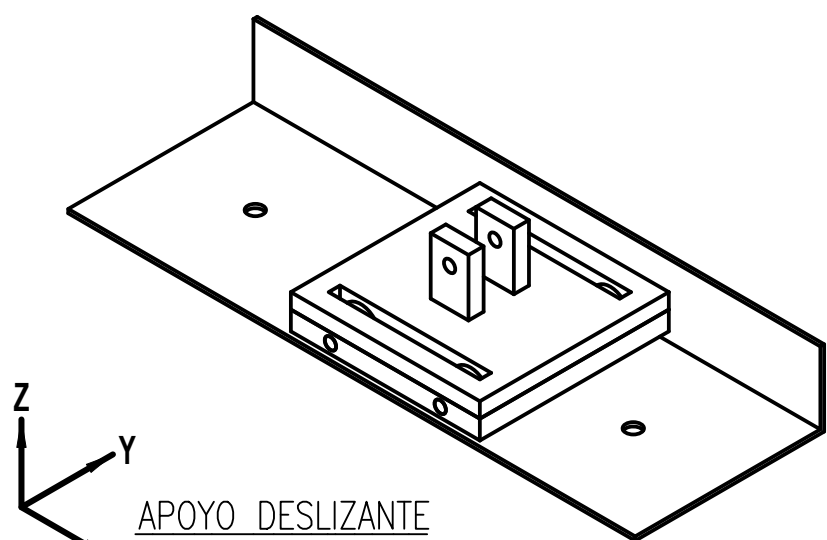
- NOTAS:**
- 1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILÍMETROS, SALVO INDICACIÓN CONTRARIA.
 - 2. PERFILES, TUBOS Y ROSCAS EN PULGADAS SEGÚN SE INDIQUE.
 - 3. LA SOLDADURA SE REALIZARA EN TALLER SEGÚN LO INDICADO.
 - 4. TODAS LAS CONEXIONES SERÁN PERNADAS SEGÚN LO INDICADO.
 - 5. TODAS LAS PERFORACIONES PARA PERNOS UNC SERAN 1/16" O 1.58 mm MAYOR AL Ø DEL PERNO A UTILIZAR.

APOYO DESLIZANTE
VISTA DE EXPLOSION
ESCALA 1:5

APOYO FIJO
VISTA DE EXPLOSION
ESCALA 1:5



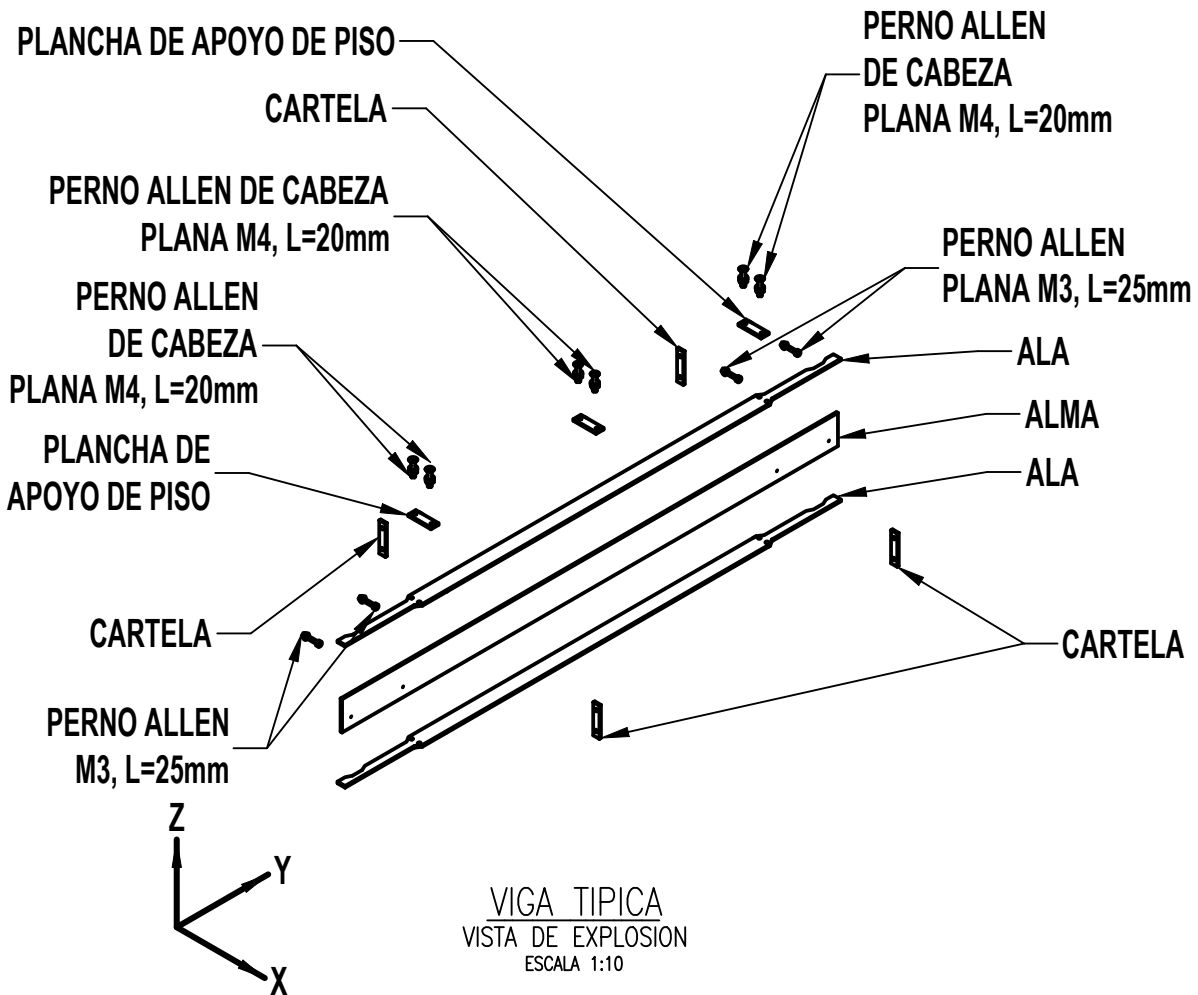
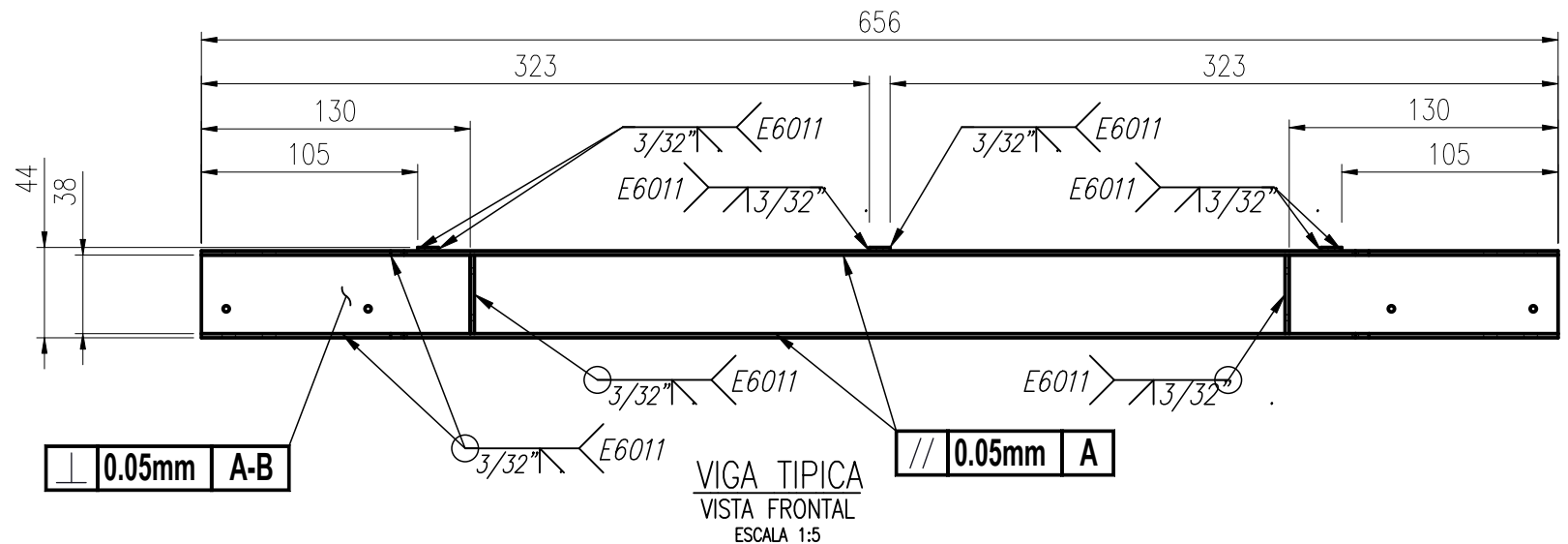
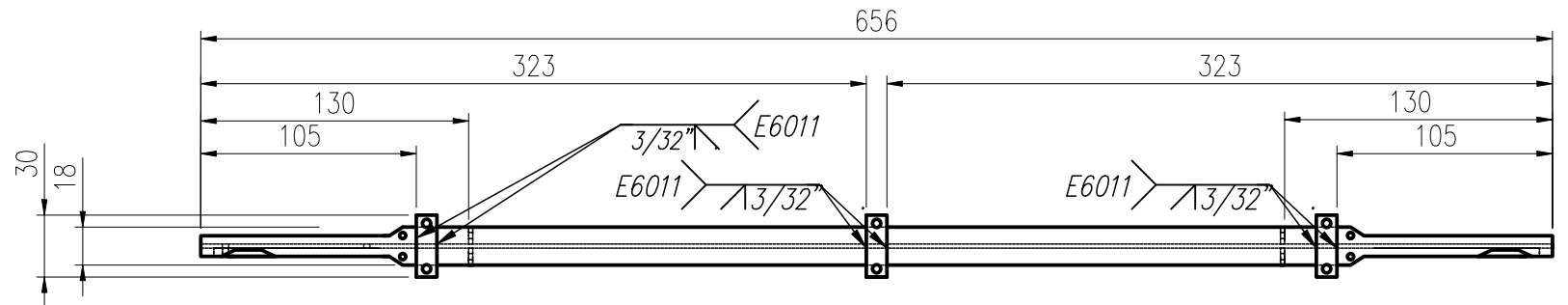
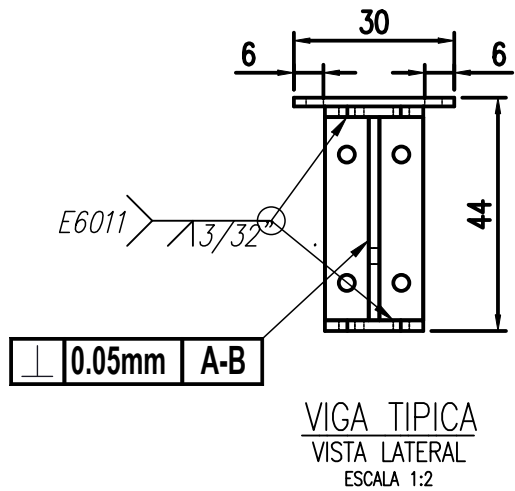
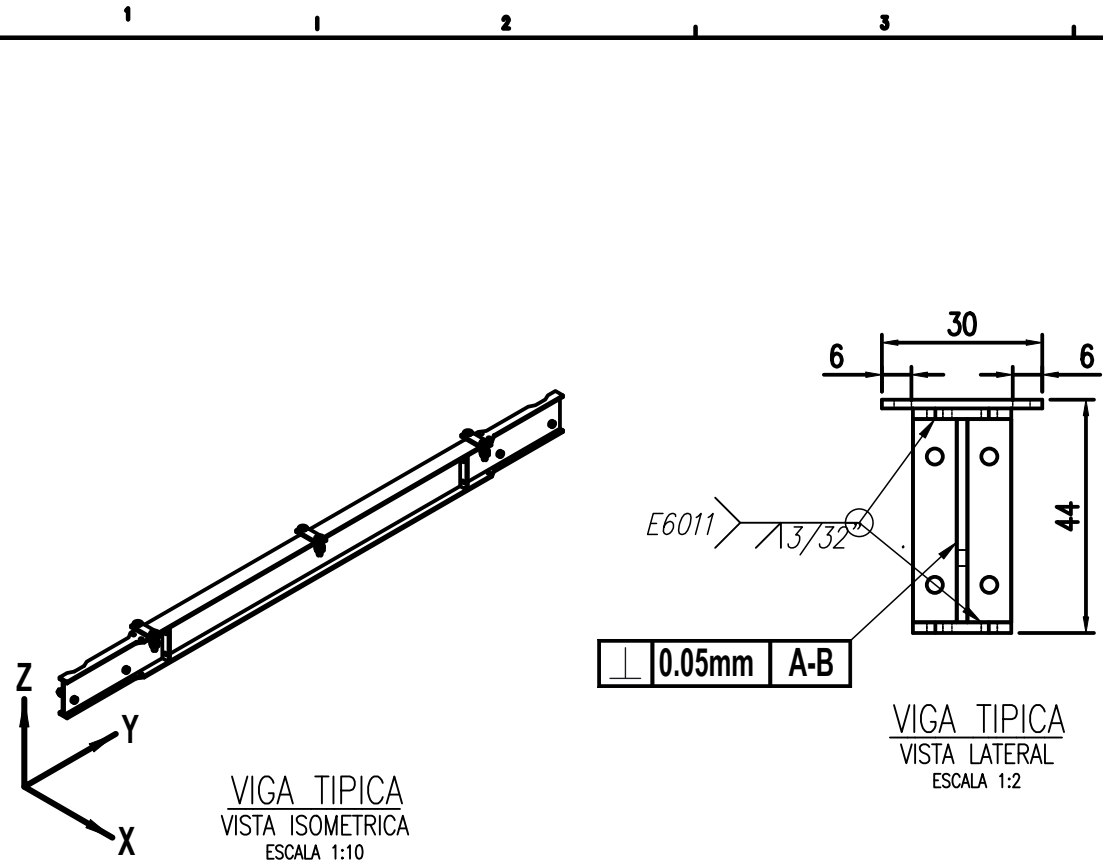
APOYO FIJO
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:2



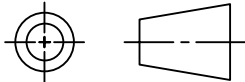
APOYO DESLIZANTE
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:2

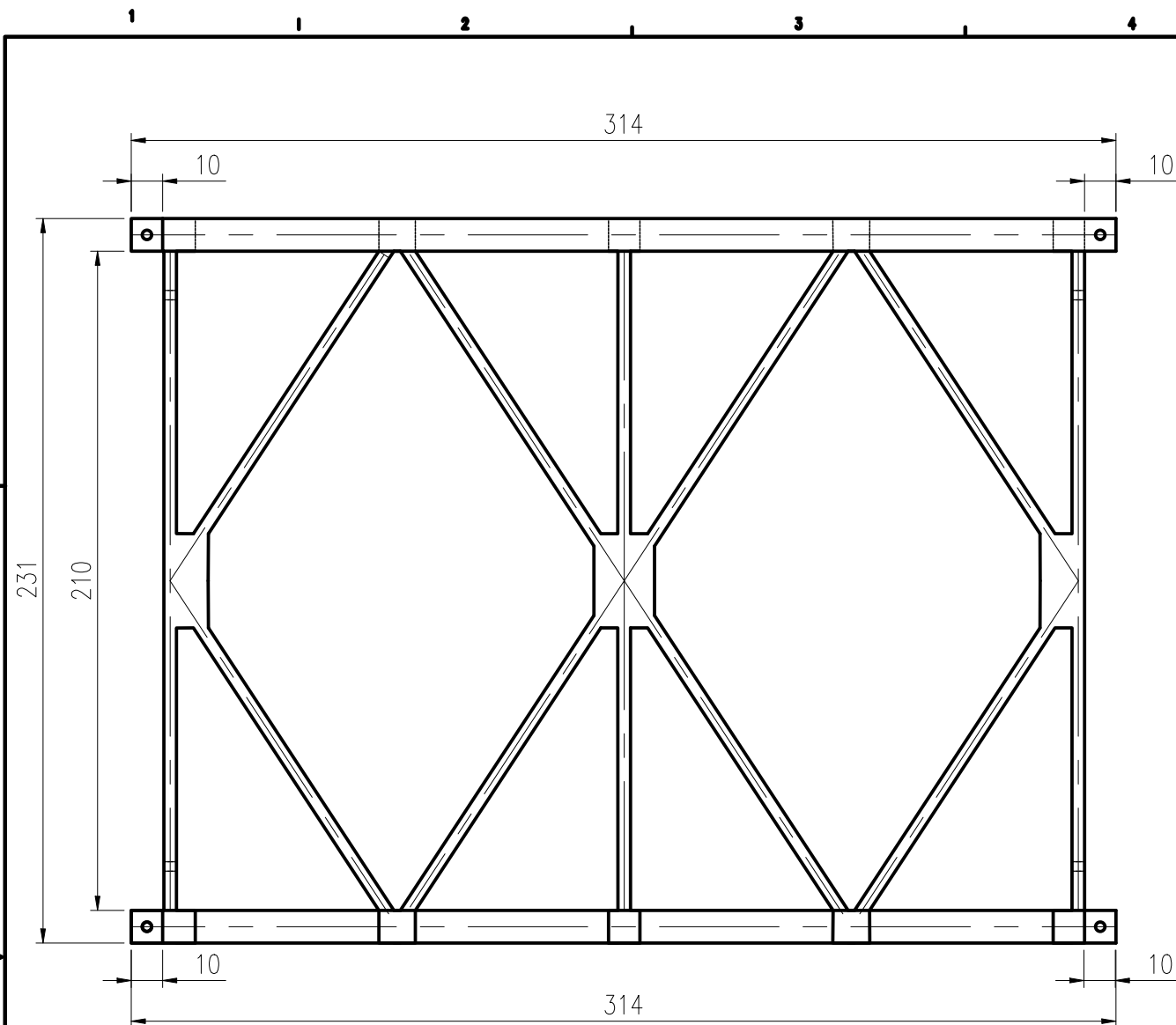
11	12	ARANDELAS DE PRESION M3	ASTM A153	---
10	12	ARANDELAS M3	ASTM A153	---
9	12	PERNOS ALLEN M3, L=20mm	ASTM A325	---
8	4	LAINAS	ASTM A36	PL-016
7	2	SOPORTE FIJO	ASTM A36	PL-016
6	2	SOPORTE 02	ASTM 304	PL-016
5	2	PLACA PORTA RUEDAS	ASTM A36	PL-016
4	4	RUEDAS DE APOYO	ASTM A36	PL-016
3	2	PLACA DE DESLIZAMIENTO	ASTM A36	PL-016
2	2	SOPORTE MOVIL 01	ASTM A36	PL-016
1	2	SOPORTE 01	ASTM A36	PL-015
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION

LISTA DE COMPONENTES		
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA		
MÉTODO DE PROYECCIÓN: 	TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"	ESCALA: INDICADA
PLANO: APOYO DESLIZANTE Y APOYO FIJO		FECHA: 03/09/26
RESPONSABLES: Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla		FORMATO: A3
ASESOR: Mgr. Ing. Arturo, Macedo Silva		HOJA: 07

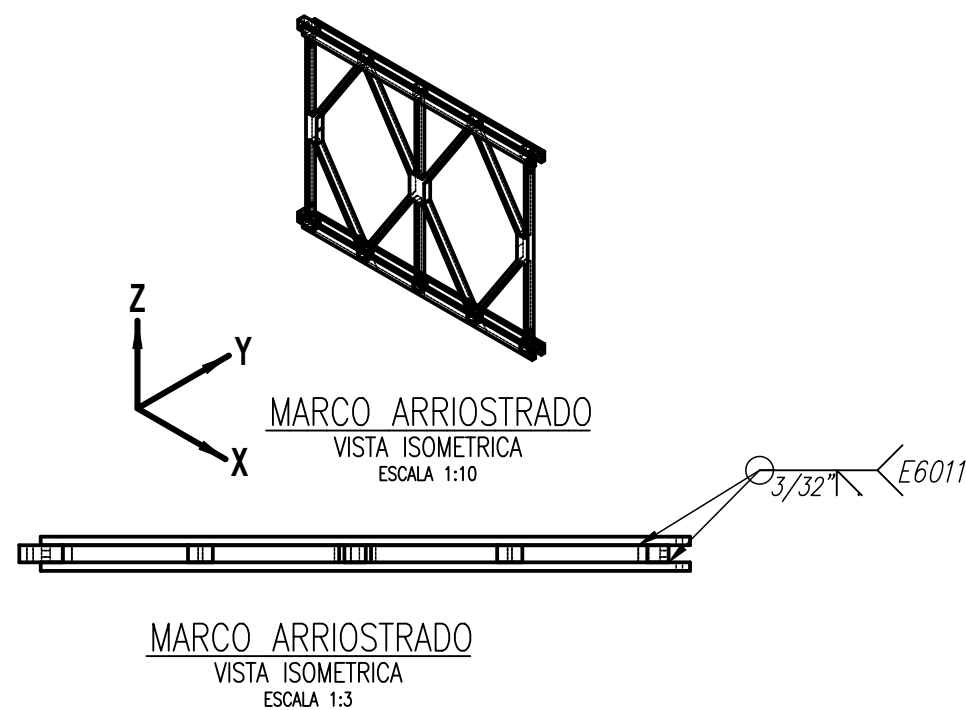


10	4	TUERCAS M4	ASTM A153	---
9	4	ARandelas M4	ASTM A153	---
8	4	PERNO ALLEN DE CABEZA PLANA M4, L=20mm	ASTM A325	---
7	6	TUERCAS M3	ASTM A153	---
6	6	ARandelas M3	ASTM A153	---
5	6	PERNO ALLEN M3, L=25mm	ASTM A325	---
4	3	PLANCHA DE APOYO DE PISO	ASTM A36	PL-012
3	4	CARTELA	ASTM A36	PL-012
2	2	ALMA	ASTM A36	PL-012
1	1	ALA	ASTM A36	PL-012
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION

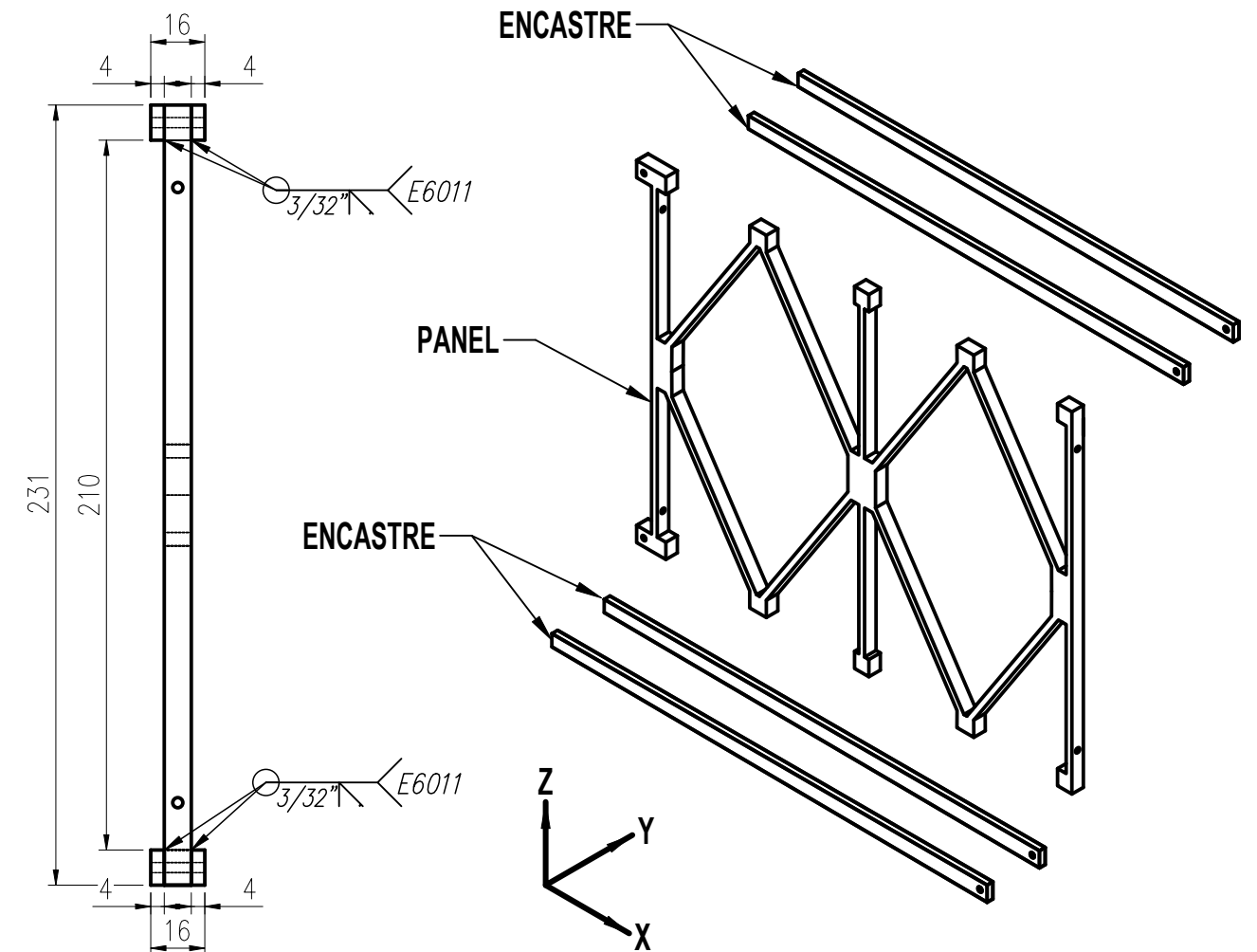
LISTA DE COMPONENTES			
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, IMFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA			
MÉTODO DE PROYECCIÓN:	TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		ESCALA:
	PLANO:		INDICADA
			FECHA: 03/09/26
	RESPONSABLES: Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla		FORMATO: A3
ASESOR:	Mgr. Ing. Arturo, Macedo Silva		HOJA: 08



MARCO ARRIOSTRADO
VISTA FRONTAL
ESCALA 1:3



MARCO ARRIOSTRADO
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:3

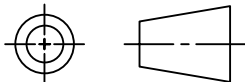


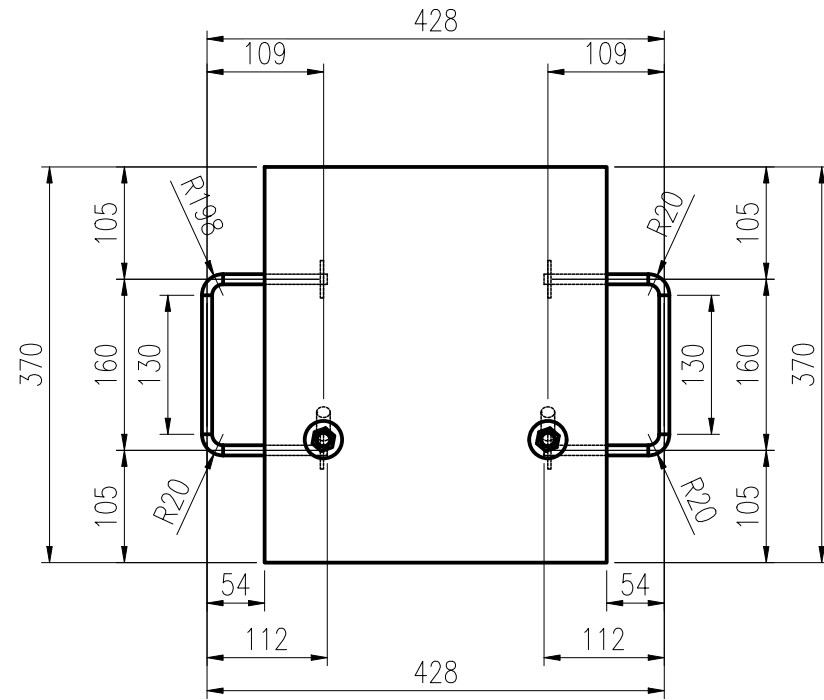
MARCO ARRIOSTRADO
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:3

MARCO ARRIOSTRADO
VISTA DE EXPLOSION
ESCALA 1:5

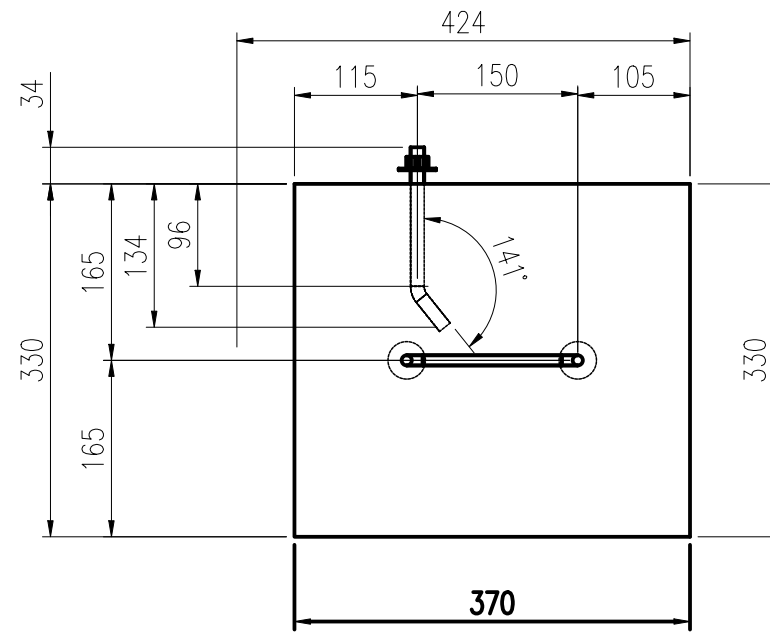
NOTAS:

1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILÍMETROS, SALVO INDICACIÓN CONTRARIA.
2. PERFILES, TUBOS Y ROSCAS EN PULGADAS SEGÚN SE INDIQUE.
3. LA SOLDADURA SE REALIZARA EN TALLER SEGÚN LO INDICADO.
4. TODAS LAS CONEXIONES SERÁN PERNADAS SEGÚN LO INDICADO.
5. TODAS LAS PERFORACIONES PARA PERNOS UNC SERAN 1/16" O 1.58 mm MAYOR AL Ø DEL PERNO A UTILIZAR.

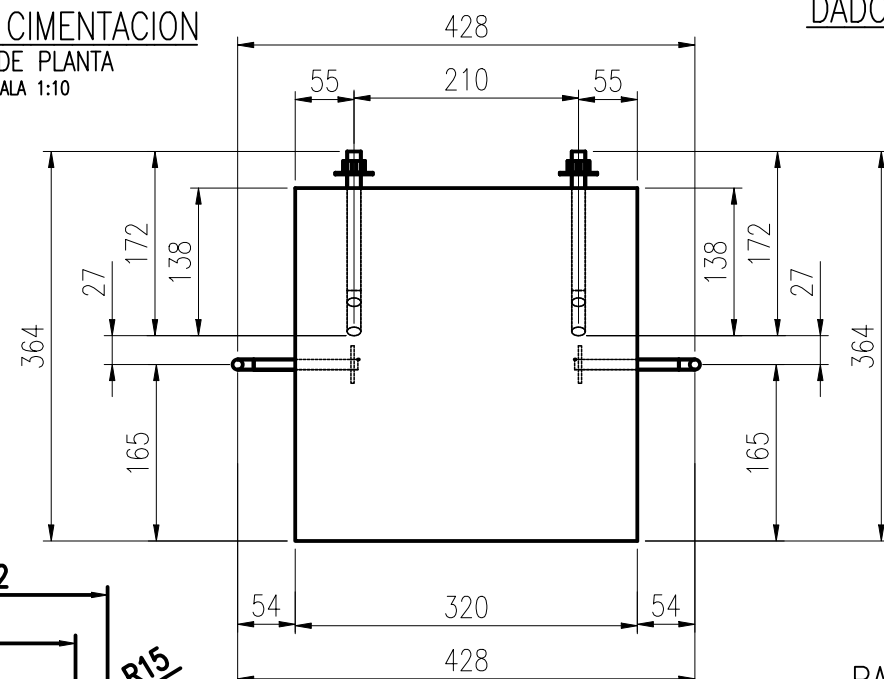
2	4	ENCASTRE	ASTM A36	PL-013
1	1	PANEL	ASTM A36	PL-013
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION
LISTA DE COMPONENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, IMFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:		TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		ESCALA:
		PLANO: MARCO ARRIOSTRE		INDICADA
				FECHA: 03/09/26
RESPONSABLES: Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla				FORMATO: A3
ASESOR: Mgtr. Ing. Arturo, Macedo Silva				HOJA: 09



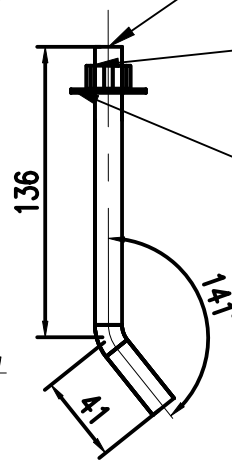
DADO DE CIMENTACION
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:10



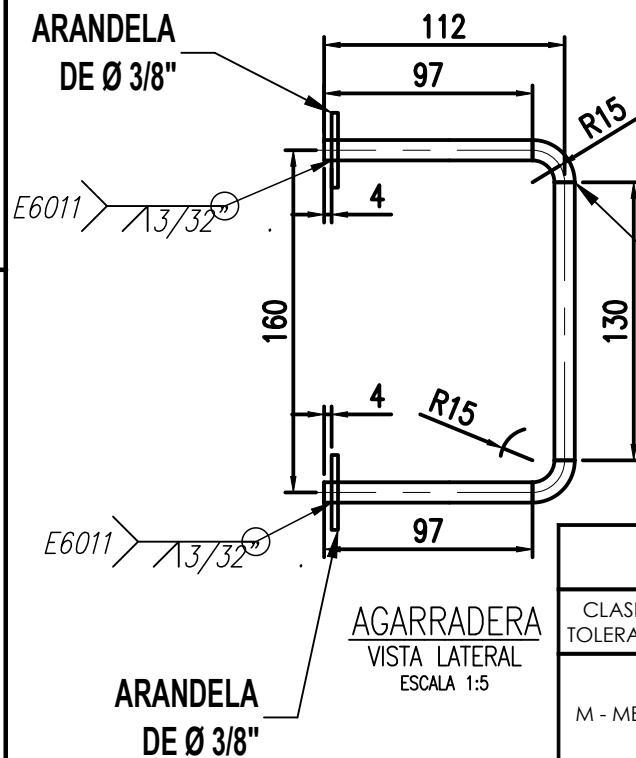
DADO DE CIMENTACION
VISTA FRONTAL
ESCALA 1:10



DADO DE CIMENTACION
VISTA LATERAL
ESCALA 1:10

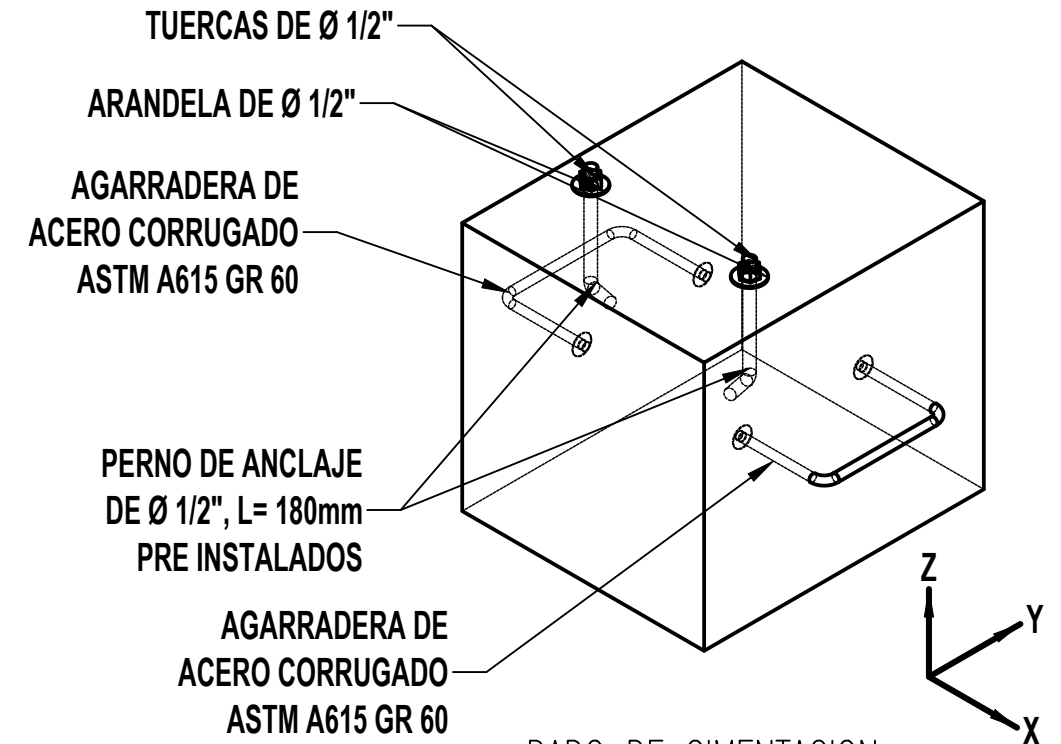


BARRA ROSCADA
VISTA LATERAL
ESCALA 1:5



AGARRADERA
VISTA LATERAL
ESCALA 1:5

TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A <= 3.00	>3.00 A <= 6.00	>6.00 A <= 30	>30 A <= 120	>120 A <= 400	>400 A <= 1000	>1000 A <= 2000	>2000 A <= 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0



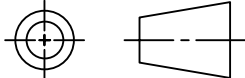
DADO DE CIMENTACION
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:10

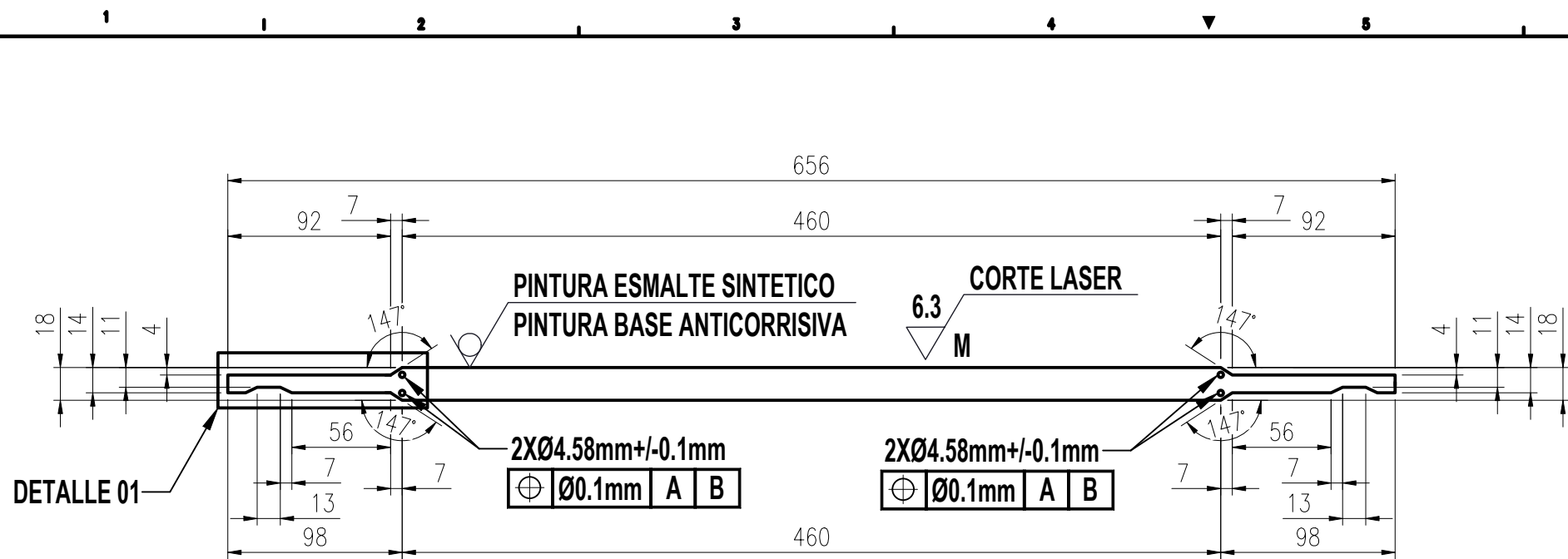
NOTAS:

1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILÍMETROS, SALVO INDICACIÓN CONTRARIA.
2. PERFILES, TUBOS Y ROSCAS EN PULGADAS SEGÚN SE INDIQUE.
3. LA SOLDADURA SE REALIZARA EN TALLER SEGÚN LO INDICADO.
4. TODAS LAS CONEXIONES SERÁN PERNADAS SEGÚN LO INDICADO.
5. TODAS LAS PERFORACIONES PARA PERNOS UNC SERAN 1/16" O 1.58 mm MAYOR AL Ø DEL PERNO A UTILIZAR.

6	8	TUERCAS Ø 1/2"	ASTM A153	---
5	8	ARANDELAS Ø 1/2"	ASTM A153	---
4	8	BARRA ROSCADA Ø 1/2"	ASTM A325	PL-011
3	8	ARANDELAS 3/8"	ASTM A153	---
2	8	AGARRADERA 3/8"	ASTM A615	PL-011
1	4	DADOS DE CIMENTACION	CONCRETO SIMPLE F'C=210 Kg/cm2	PL-011
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION

LISTA DE COMPONENTES

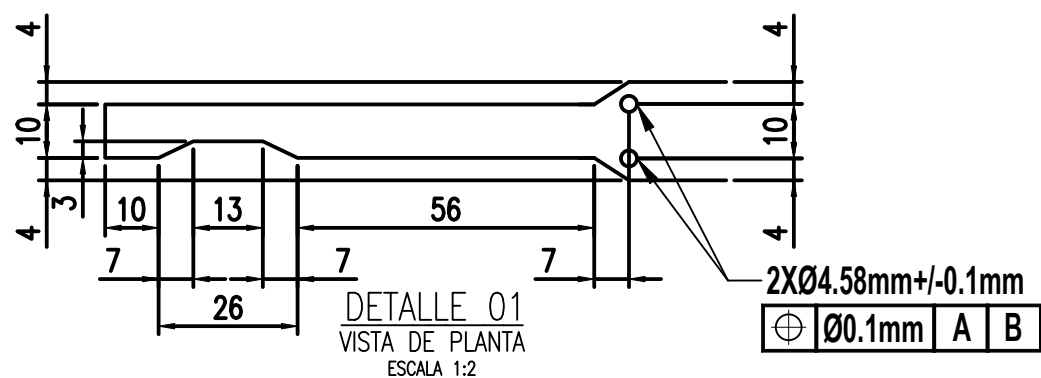
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, IMFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA			
MÉTODO DE PROYECCIÓN:		TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"	ESCALA:
		PLANO: DADO DE CIMENTACION	INDICADA
			FECHA: 03/09/26
RESPONSABLES:	Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla		FORMATO: A3
ASESOR:	Mgtr. Ing. Arturo, Macedo Silva		HOJA: 10



VIGA TIPICA
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:5

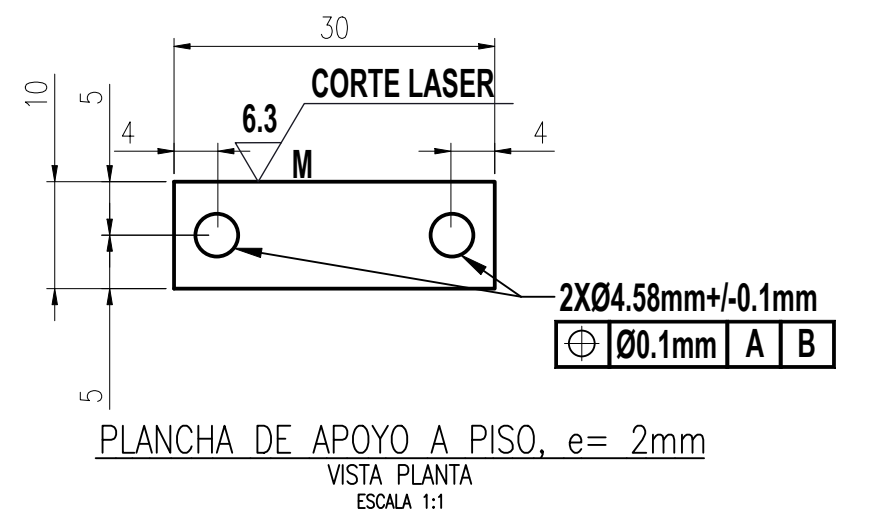
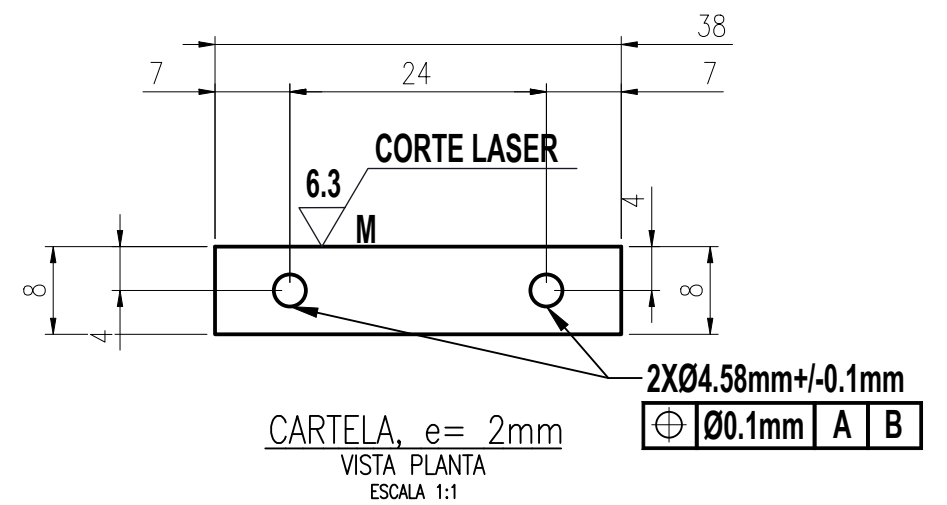


DADO DE CIMENTACION
VISTA LATERAL
ESCALA 1:5



DETALLE 01
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:2

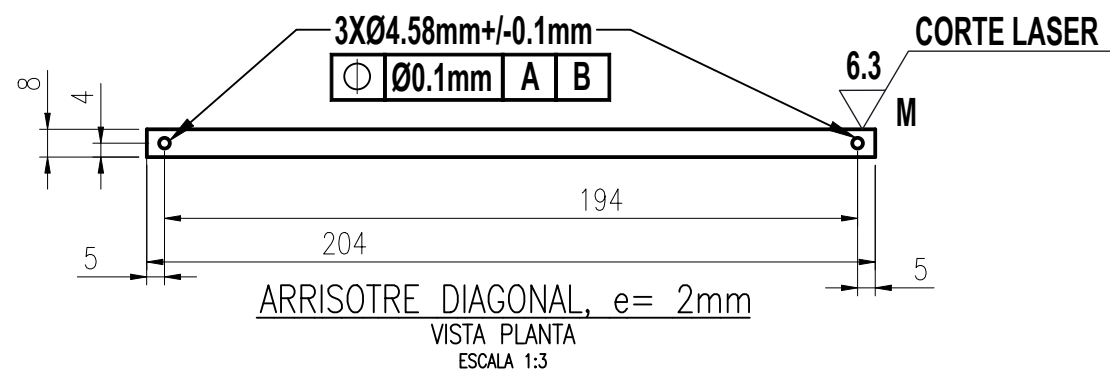
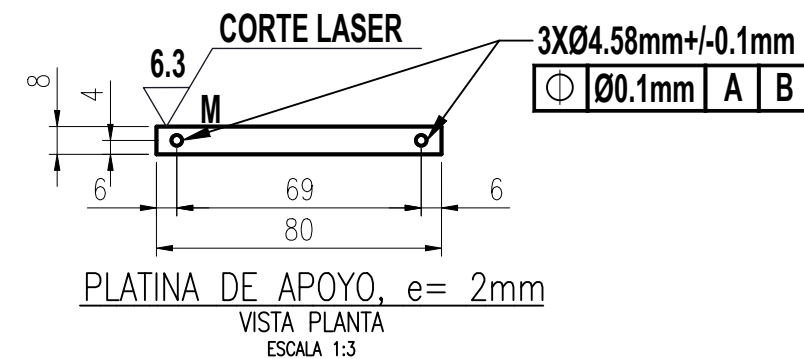
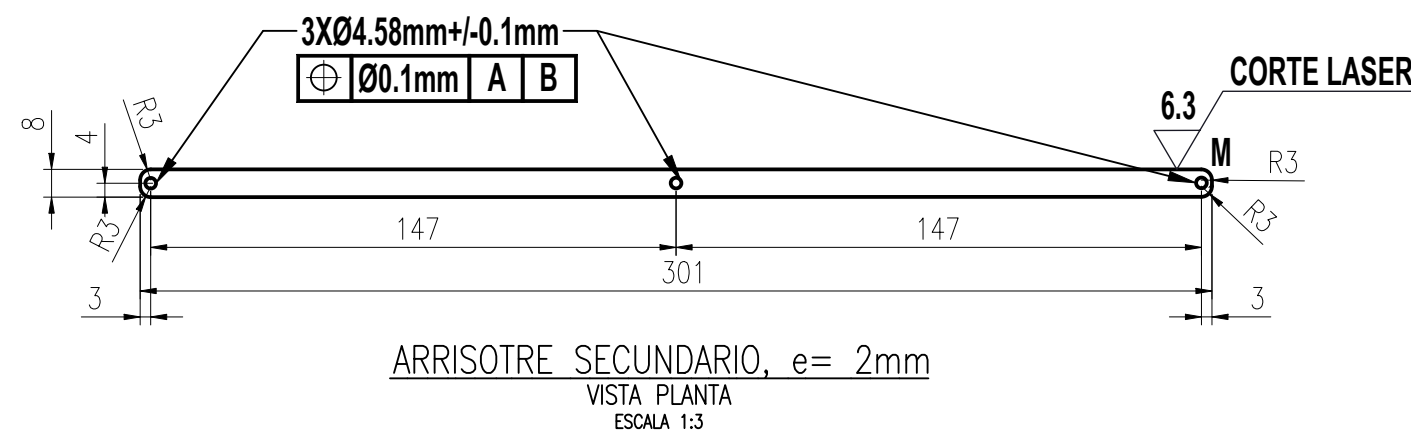
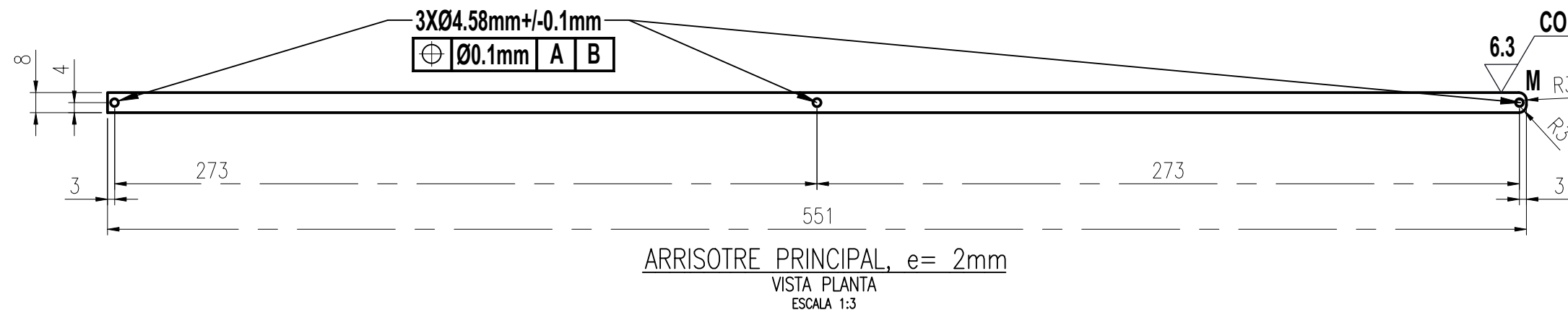
TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A ≤ 3.00	>3.00 A ≤ 6.00	>6.00 A ≤ 30	>30 A ≤ 120	>120 A ≤ 400	>400 A ≤ 1000	>1000 A ≤ 2000	>2000 A ≤ 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0



NOTAS:

1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILÍMETROS, SALVO INDICACIÓN CONTRARIA.
2. PERFILES, TUBOS Y ROSCAS EN PULGADAS SEGÚN SE INDIQUE.
3. LA SOLDADURA SE REALIZARA EN TALLER SEGÚN LO INDICADO.
4. TODAS LAS CONEXIONES SERÁN PERNADAS SEGÚN LO INDICADO.
5. TODAS LAS PERFORACIONES PARA PERNOS UNC SERAN 1/16" O 1.58 mm MAYOR AL Ø DEL PERNO A UTILIZAR.

4	3	PLANCHA DE APOYO DE PISO	ASTM A36	PL-009
3	4	CARTELA	ASTM A36	PL-009
2	2	ALMA	ASTM A36	PL-009
1	1	ALA	ASTM A36	PL-009
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION
LISTA DE COMPONENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:		TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		ESCALA:
		PLANO:		INDICADA
		ALA Y ALMA DE VIGA TIPICA		FECHA:
		RESPONSABLES: Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla		03/09/26
		ASESOR: Mgr. Ing. Arturo, Macedo Silva		FORMATO:
				A3
				HOJA:
				11



NOTAS:

1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILÍMETROS, SALVO INDICACIÓN CONTRARIA.
2. PERFILES, TUBOS Y ROSCAS EN PULGADAS SEGÚN SE INDIQUE.
3. LA SOLDADURA SE REALIZARA EN TALLER SEGÚN LO INDICADO.
4. TODAS LAS CONEXIONES SERÁN PERNADAS SEGÚN LO INDICADO.
5. TODAS LAS PERFORACIONES PARA PERNOS UNC SERAN 1/16" O 1.58 mm MAYOR AL Ø DEL PERNO A UTILIZAR.

4	30	PLATINA DE APOYO	ASTM A36	PL-013
3	16	ARRISOTRE DIAGONAL	ASTM A36	PL-013
2	28	ARRISOTRE SECUNDARIO	ASTM A36	PL-013
1	12	ARRISOTRE PRINCIPAL	ASTM A36	PL-013
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION

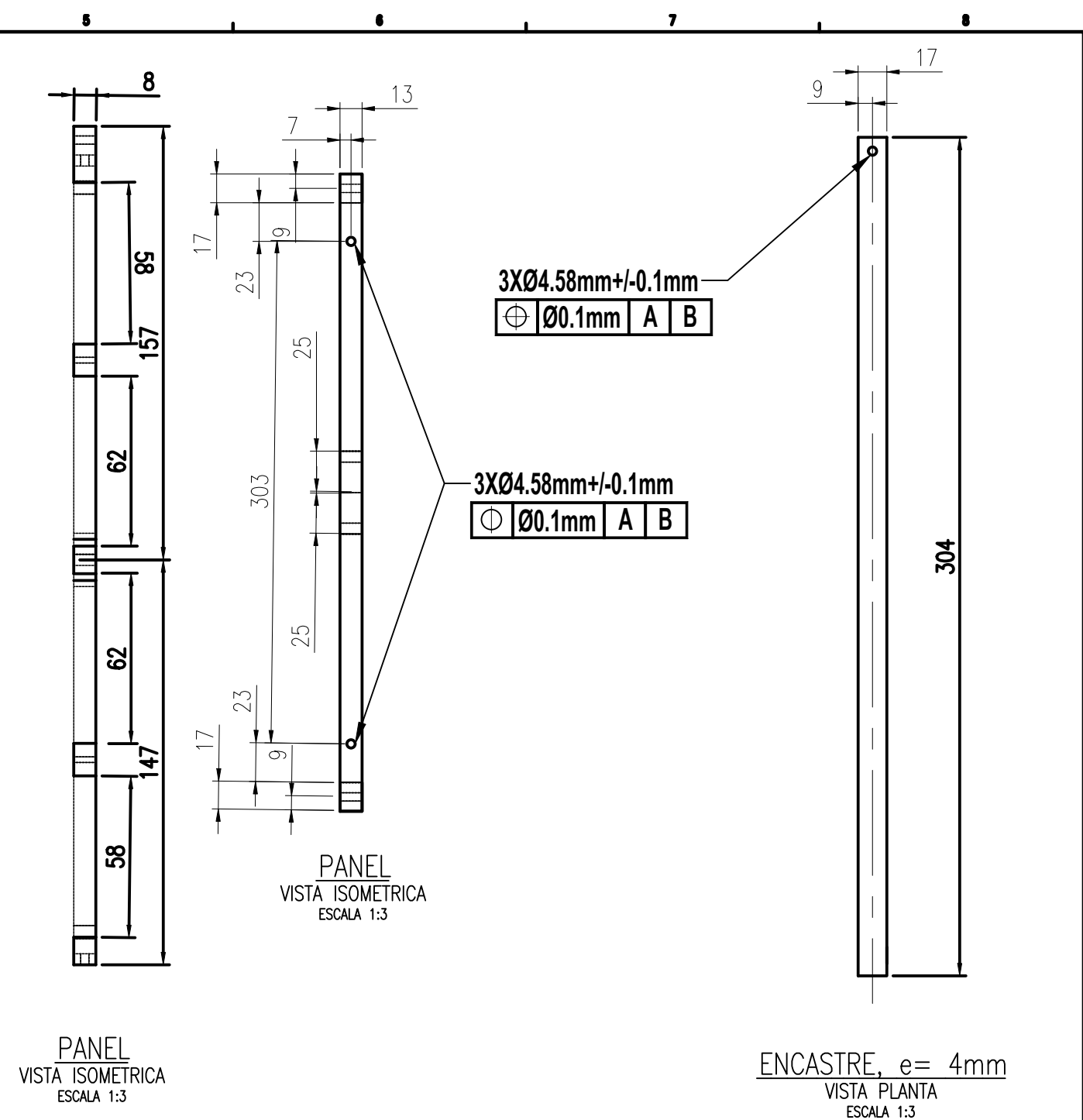
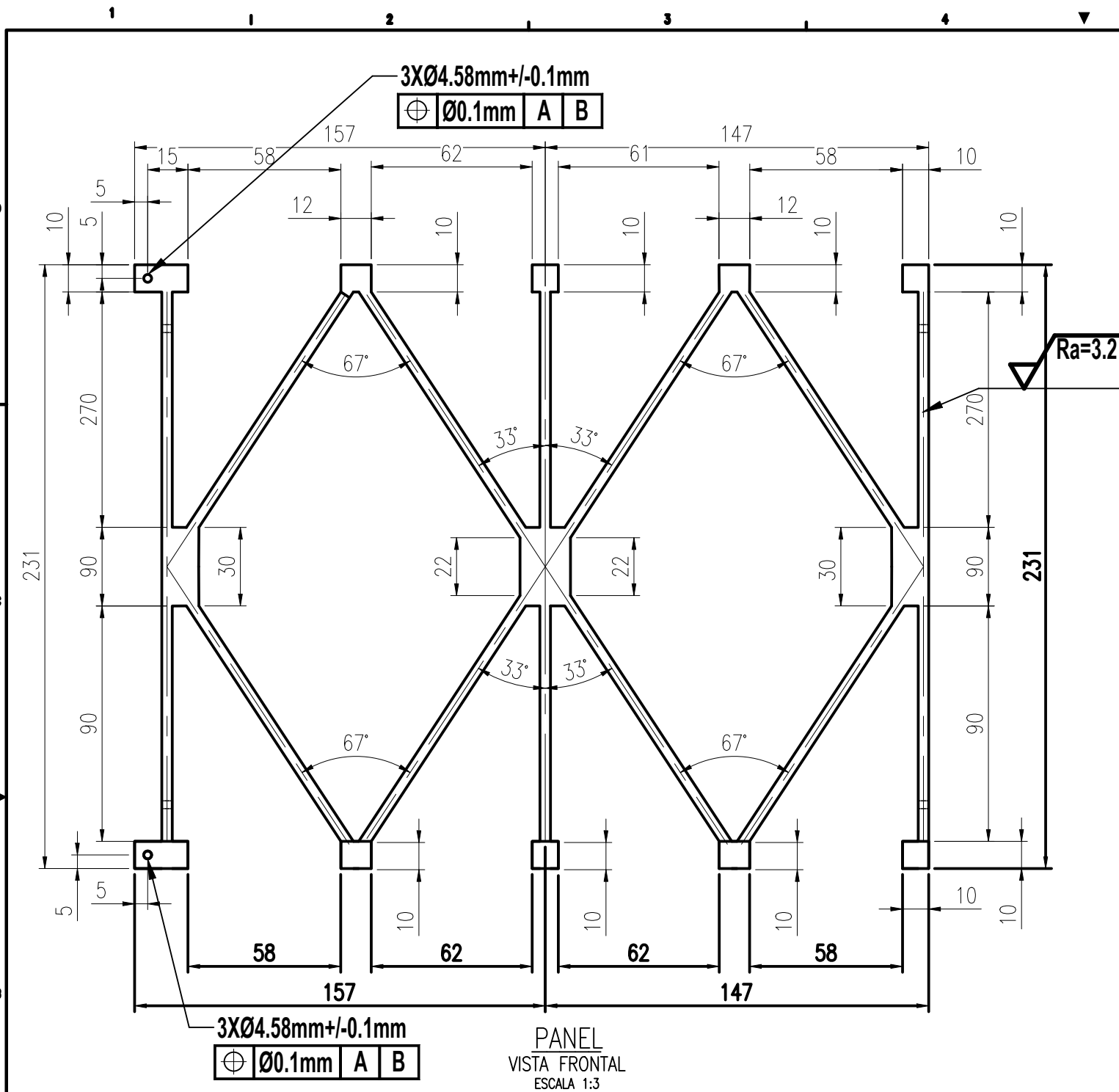
LISTA DE COMPONENTES

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
 FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA
 ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA

MÉTODO DE PROYECCIÓN:	TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"	ESCALA:
PLANO:	PLATINAS Y ARRISOTRES	INDICADA
RESPONSABLES:	Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla	FECHA:
ASESOR:	Mgtr. Ing. Arturo, Macedo Silva	03/09/26
		FORMATO:
		A3
		HOJA:
		12

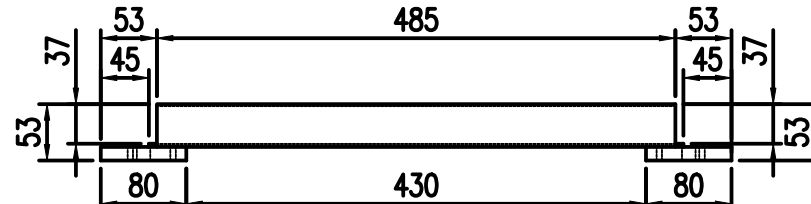
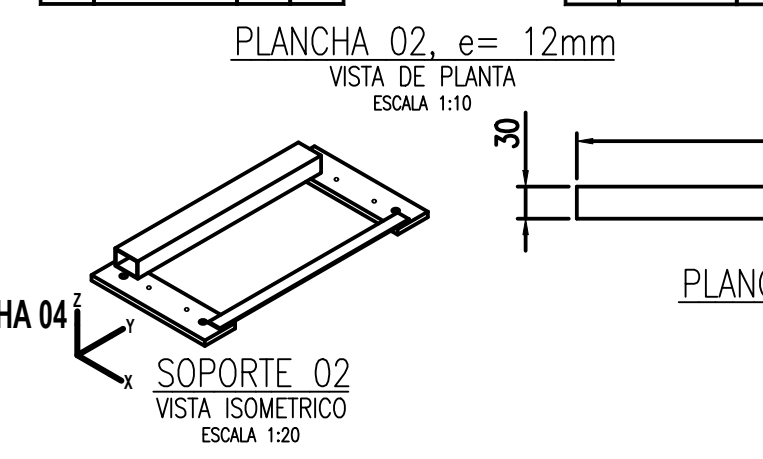
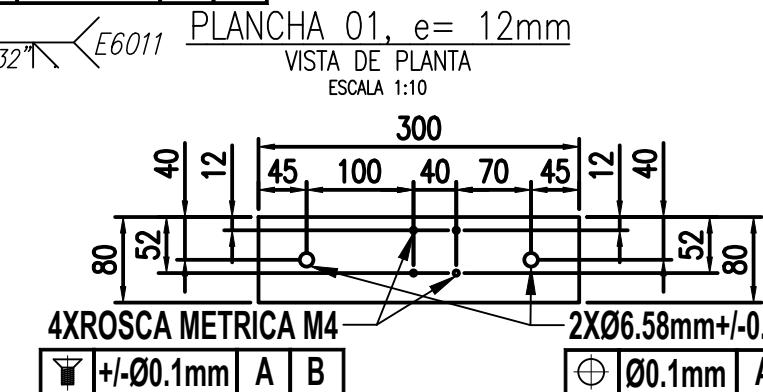
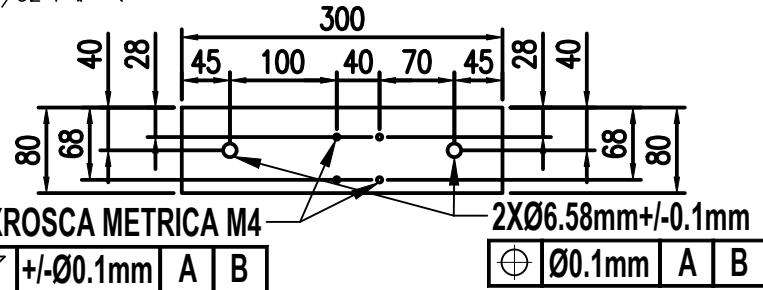
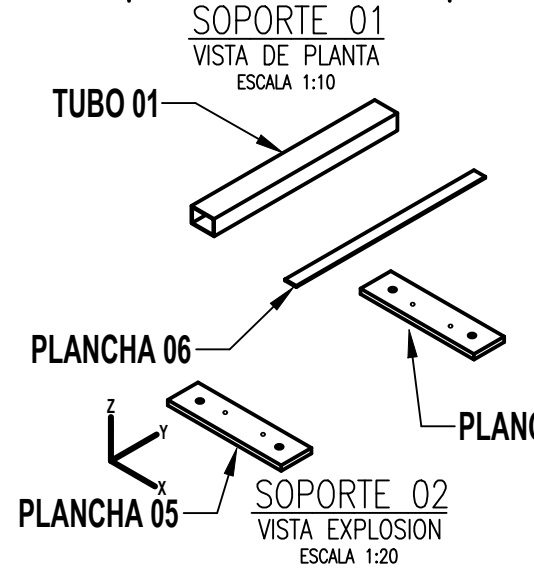
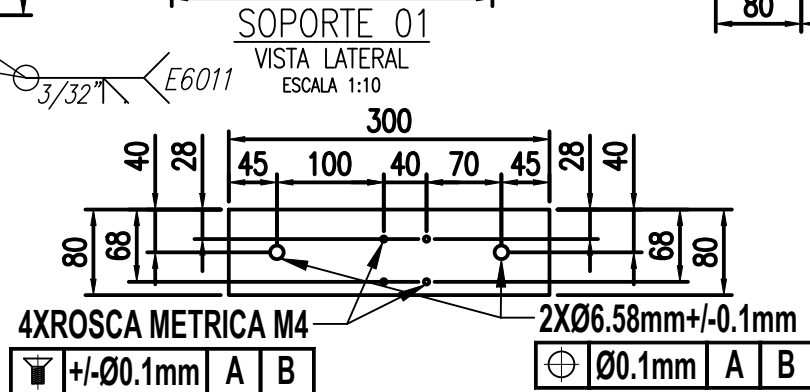
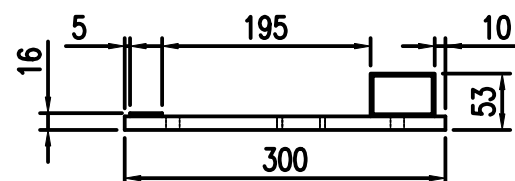
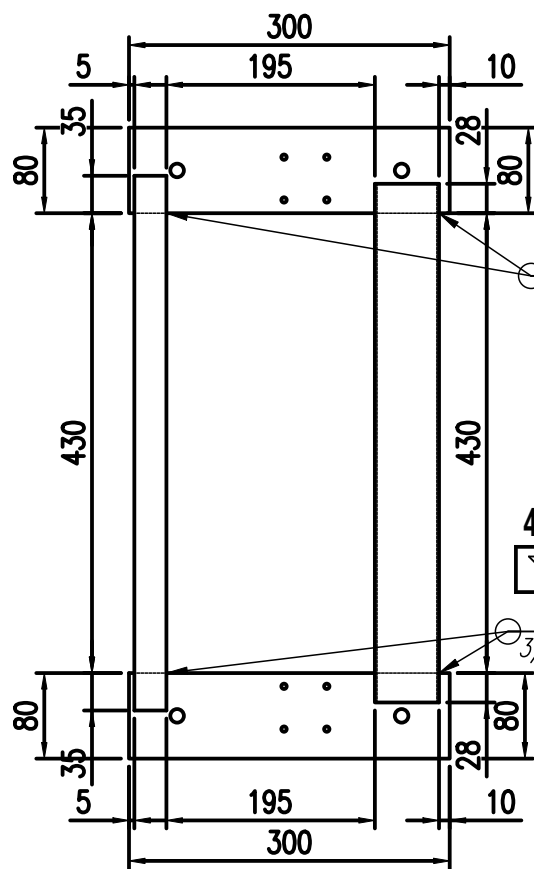
PRECESO DE FABRICACION
 CORTE CON PLASMA O LASER, Y
 SOLDADURA POST CORTE Y
 LIMPIEXA DE ESCORIA

TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A <= 3.00	>3.00 A <= 6.00	>6.00 A <= 30	>30 A <= 120	>120 A <= 400	>400 A <= 1000	>1000 A <= 2000	>2000 A <= 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0

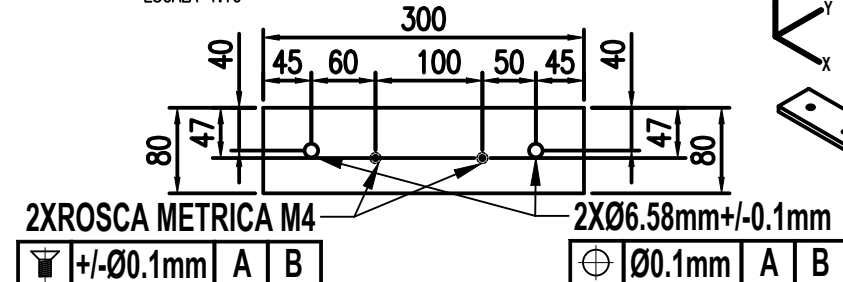


TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A <= 3.00	>3.00 A <= 6.00	>6.00 A <= 30	>30 A <= 120	>120 A <= 400	>400 A <= 1000	>1000 A <= 2000	>2000 A <= 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0

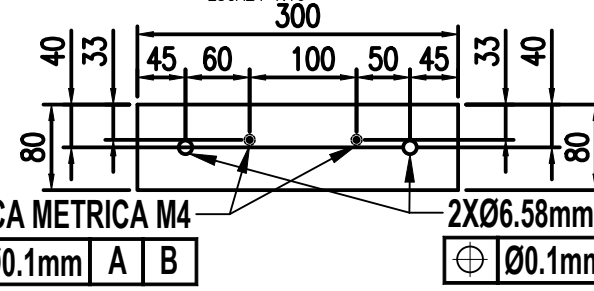
2	4	ENCASTRE	ASTM A36	PL-014
1	1	PANEL	ASTM A36	PL-014
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL	OBSERVACION
LISTA DE COMPONENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:	TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"			ESCALA:
	PLANO:			INDICADA
	MARCO ARRIOLSTRE			FECHA:
RESPONSABLES:			03/09/26	
ASESOR:			A3	
Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla			HOJA:	
Mgtr. Ing. Arturo, Macedo Silva			13	



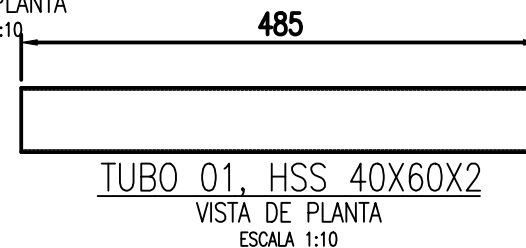
SOPOORTE 01
VISTA FRONTAL
ESCALA 1:10



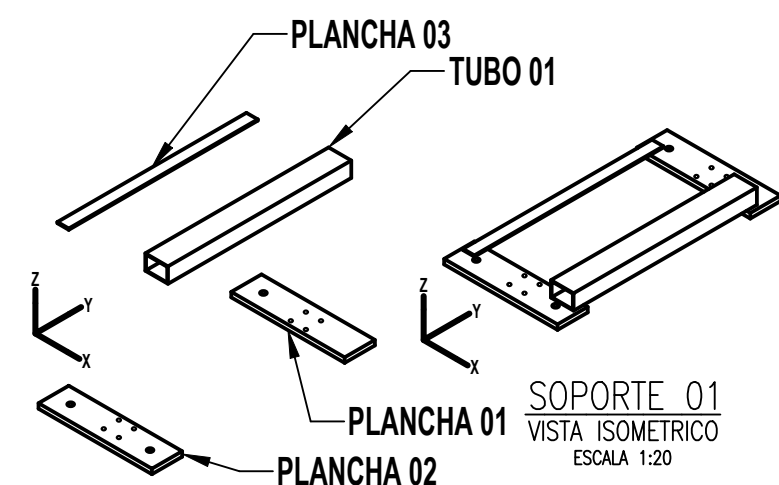
SOPOORTE 01
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:10



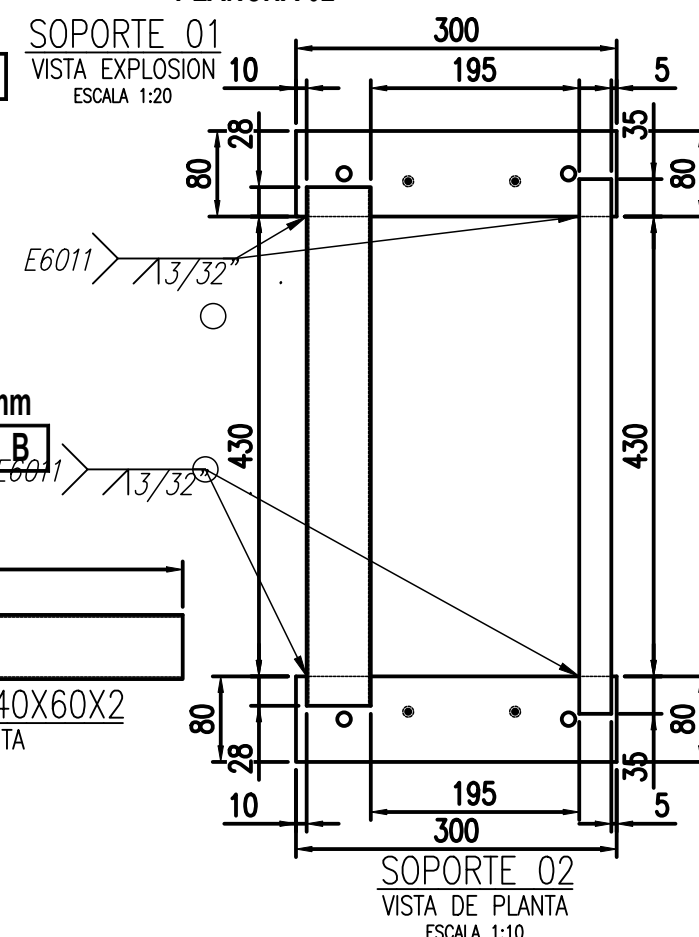
SOPOORTE 01
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:10



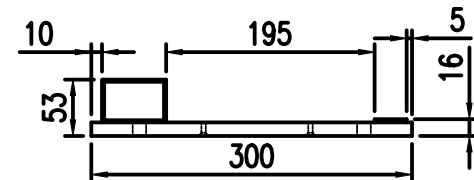
SOPOORTE 01
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:10



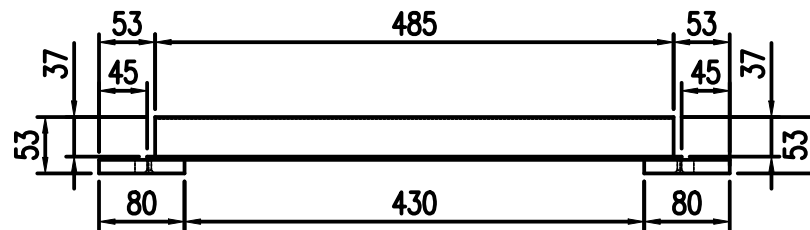
SOPOORTE 01
VISTA ISOMETRICO
ESCALA 1:20



SOPOORTE 01
VISTA EXPLOSION
ESCALA 1:20

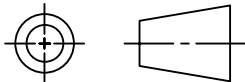


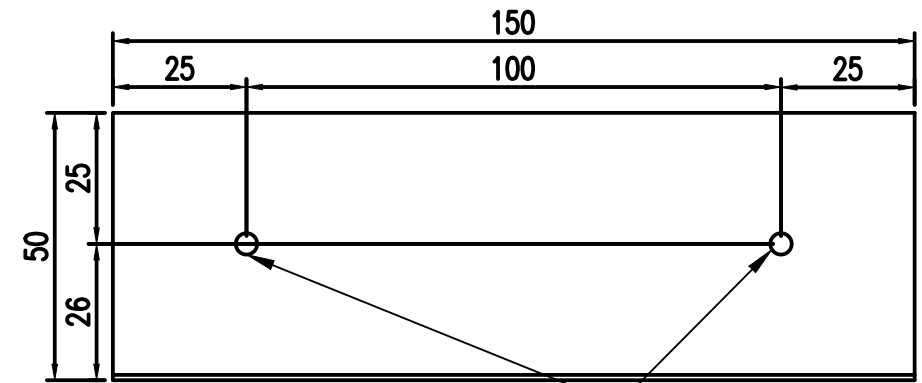
SOPOORTE 02
VISTA LATERAL
ESCALA 1:10



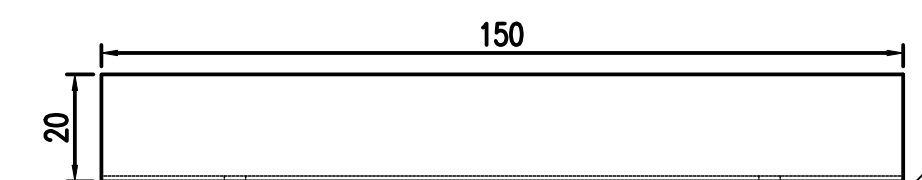
SOPOORTE 02
VISTA FRONTAL
ESCALA 1:10

TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A <= 3.00	>3.00 A <= 6.00	>6.00 A <= 30	>30 A <= 120	>120 A <= 400	>400 A <= 1000	>1000 A <= 2000	>2000 A <= 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0

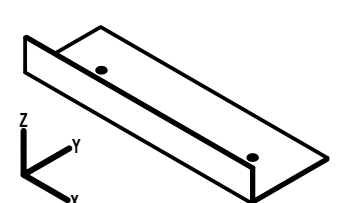
2	1	SOPOORTE 02	ASTM A36	PL-015
1	1	SOPOORTE 01	ASTM A36	PL-015
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION
LISTA DE COMPONENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:		TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		ESCALA:
		PLANO:		INDICADA
		SOPORTES 01 - 02		FECHA: 03/09/26
RESPONSABLES:		Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla		FORMATO: A3
ASESOR:		Mgtr. Ing. Arturo, Macedo Silva		HOJA: 14



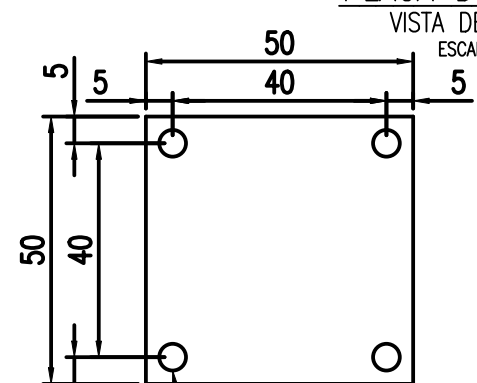
PLACA DESLIZANTE
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:2



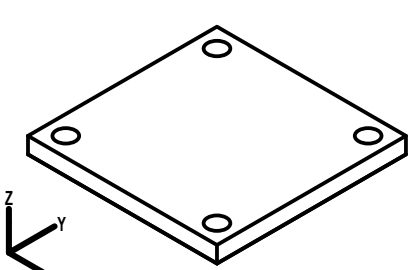
PLACA DESLIZANTE
VISTA LATERAL
ESCALA 1:2



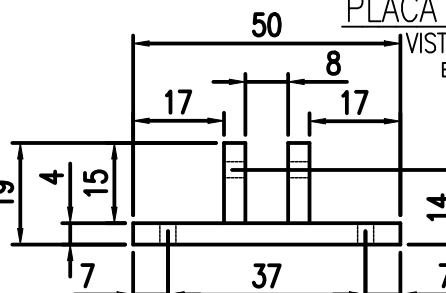
PLACA DESLIZANTE
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:5



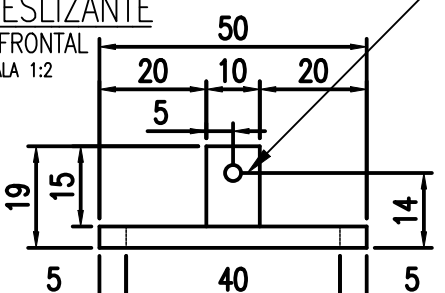
LAINA, e=4mm
VISTA PLANTA
ESCALA 1:2



LAINA, e=4mm
VISTA ISOMETRICO
ESCALA 1:2

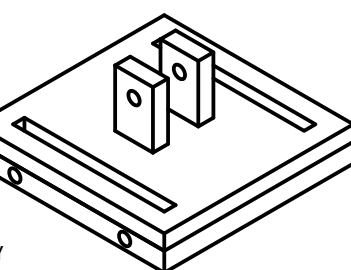
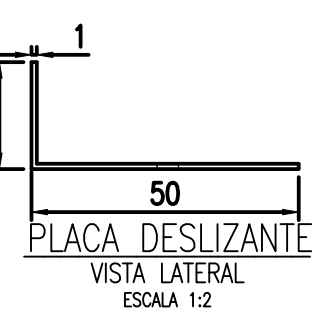


SOPORTE MOVIL 1, e=4mm
VISTA FRONTAL
ESCALA 1:10

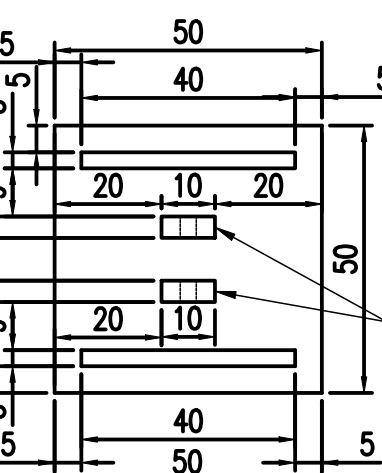


SOPORTE MOVIL 1, e=4mm
VISTA LATERAL
ESCALA 1:10

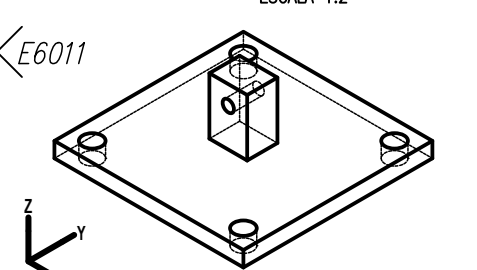
2XØ4.58mm+/-0.1mm
⊕ Ø0.1mm A B



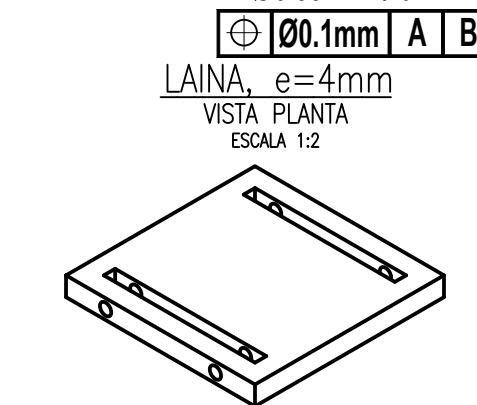
SOPORTE MOVIL
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:2



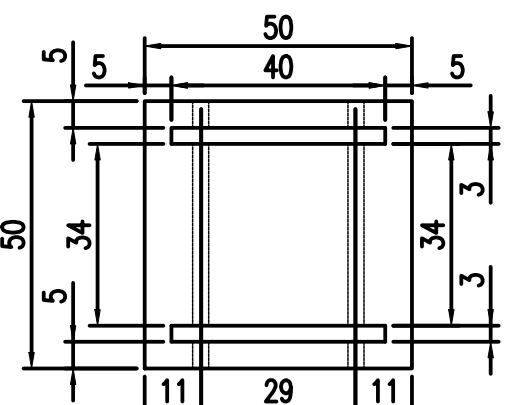
SOPORTE MOVIL
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:2



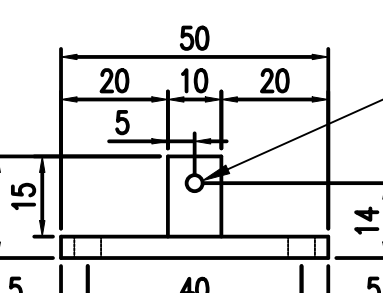
SOPORTE FIJO
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:10



PLACA PORTA RUEDAS, e=4mm
VISTA PLANTA
ESCALA 1:2



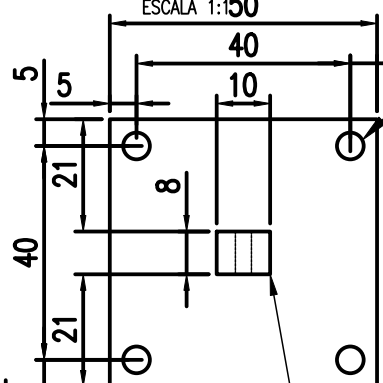
PLACA PORTA RUEDAS, e=4mm
VISTA PLANTA
ESCALA 1:2



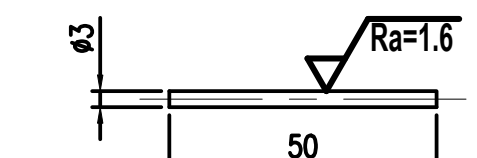
SOPORTE MOVIL 1, e=4mm
VISTA LATERAL
ESCALA 1:10

2XØ4.58mm+/-0.1mm
⊕ Ø0.1mm A B

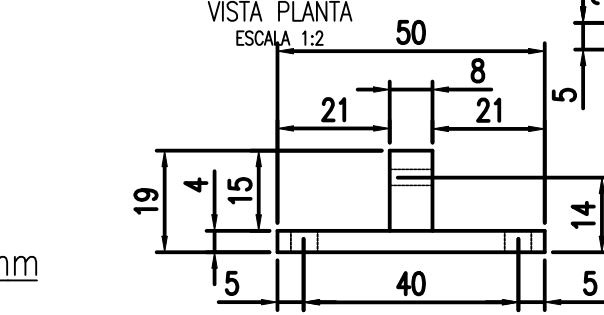
4XØ6.58mm+/-0.1mm
⊕ Ø0.1mm A B



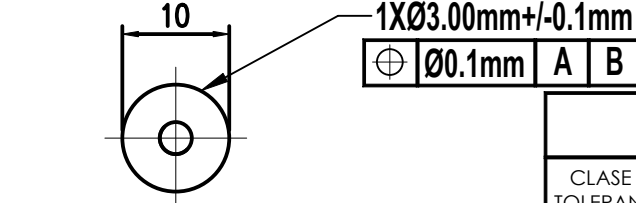
SOPORTE FIJO
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:2



PASADOR PARA RUEDAS, e=3mm
VISTA PLANTA
ESCALA 1:2



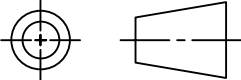
SOPORTE MOVIL 1, e=4mm
VISTA FRONTAL
ESCALA 1:2

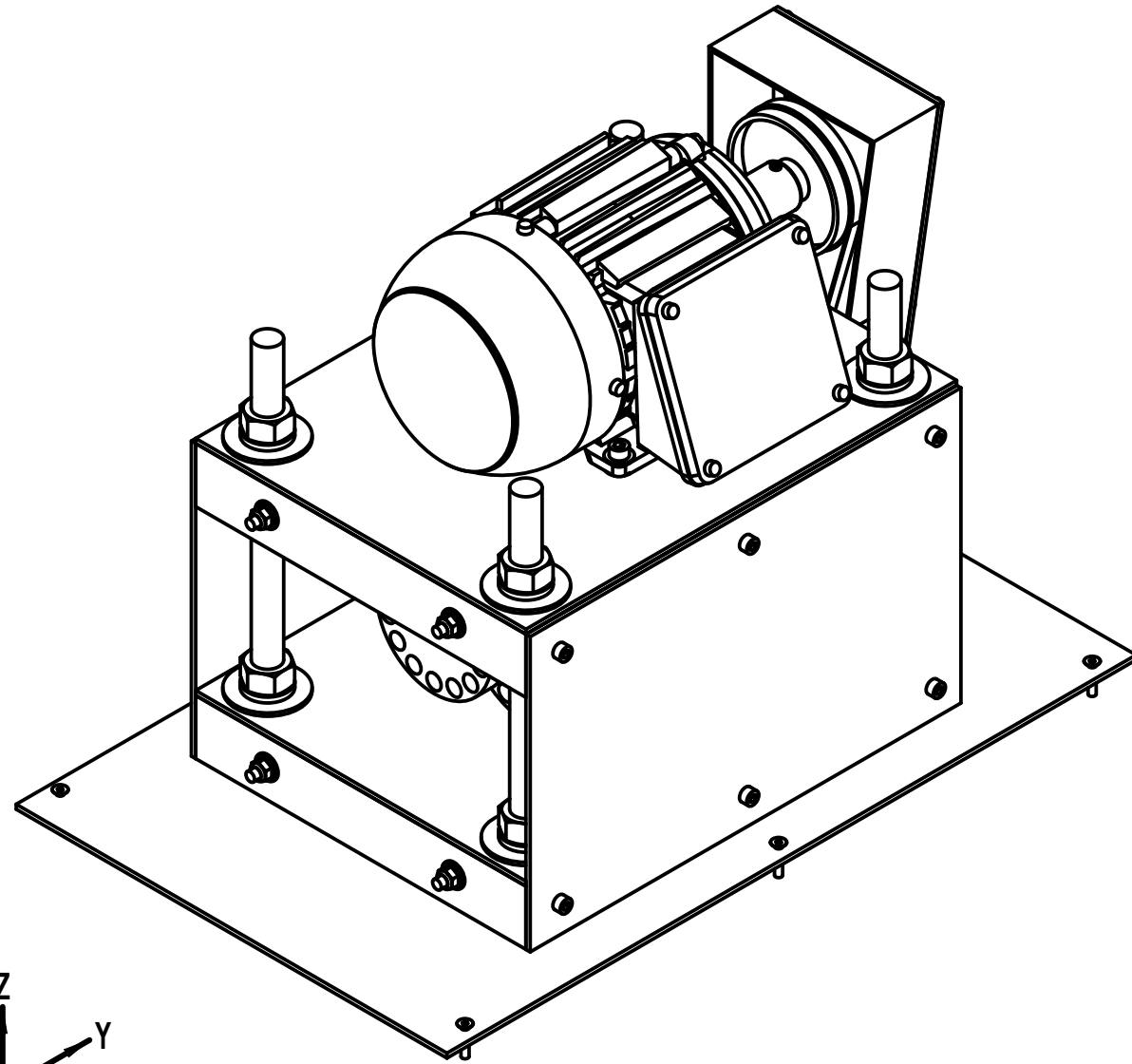


RUEDAS DE APOYO, e=3mm
VISTA PLANTA
ESCALA 1:2

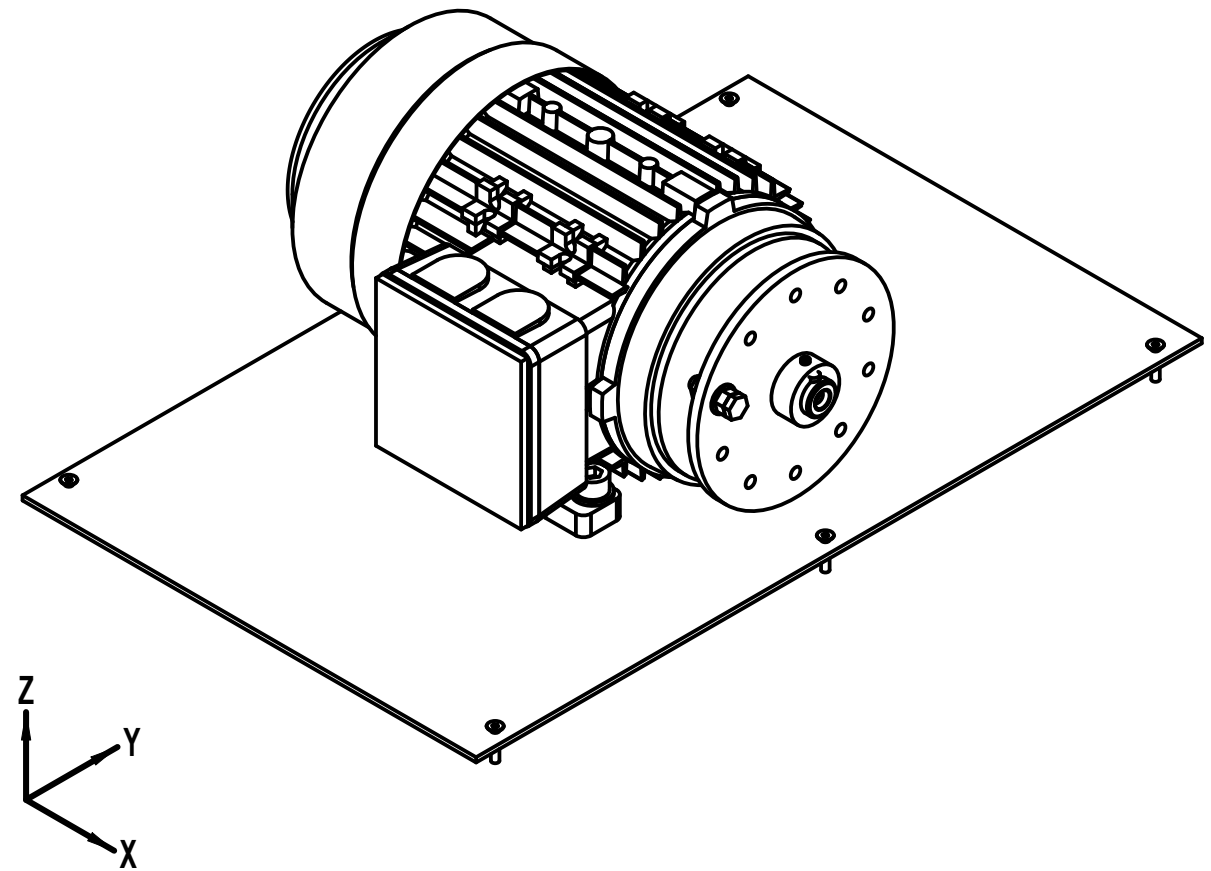
TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A ≤ 3.00	>3.00 A ≤ 6.00	>6.00 A ≤ 30	>30 A ≤ 120	>120 A ≤ 400	>400 A ≤ 1000	>1000 A ≤ 2000	>2000 A ≤ 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0

POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL	OBSERVACION
9	4	LAINAS	ASTM A36	PL-016
8	2	SOPORTE FIJO	ASTM A36	PL-016
7	2	SOPORTE 02	ASTM 304	PL-016
6	2	PLACA PORTA RUEDAS	ASTM A36	PL-016
5	4	PASADOR PARA RUEDAS	ASTM A36	PL-016
4	8	RUEDAS DE APOYO	ASTM A36	PL-016
3	2	PLACA DE DESLIZAMIENTO	ASTM A36	PL-016
2	2	SOPORTE MOVIL 01	ASTM A36	PL-016
1	2	SOPORTE 01	ASTM A36	PL-015
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL	OBSERVACION

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA			
MÉTODO DE PROYECCIÓN:	TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		ESCALA:
	PLANO:		INDICADA
SOPORTES 01 - 02			FECHA:
RESPONSABLES:			03/09/26
Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla			FORMATO:
ASESOR:			A3
Mgtr. Ing. Arturo, Macedo Silva			HOJA:
			15



MASA EXCENTRICA DESBALANCEADA
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:5



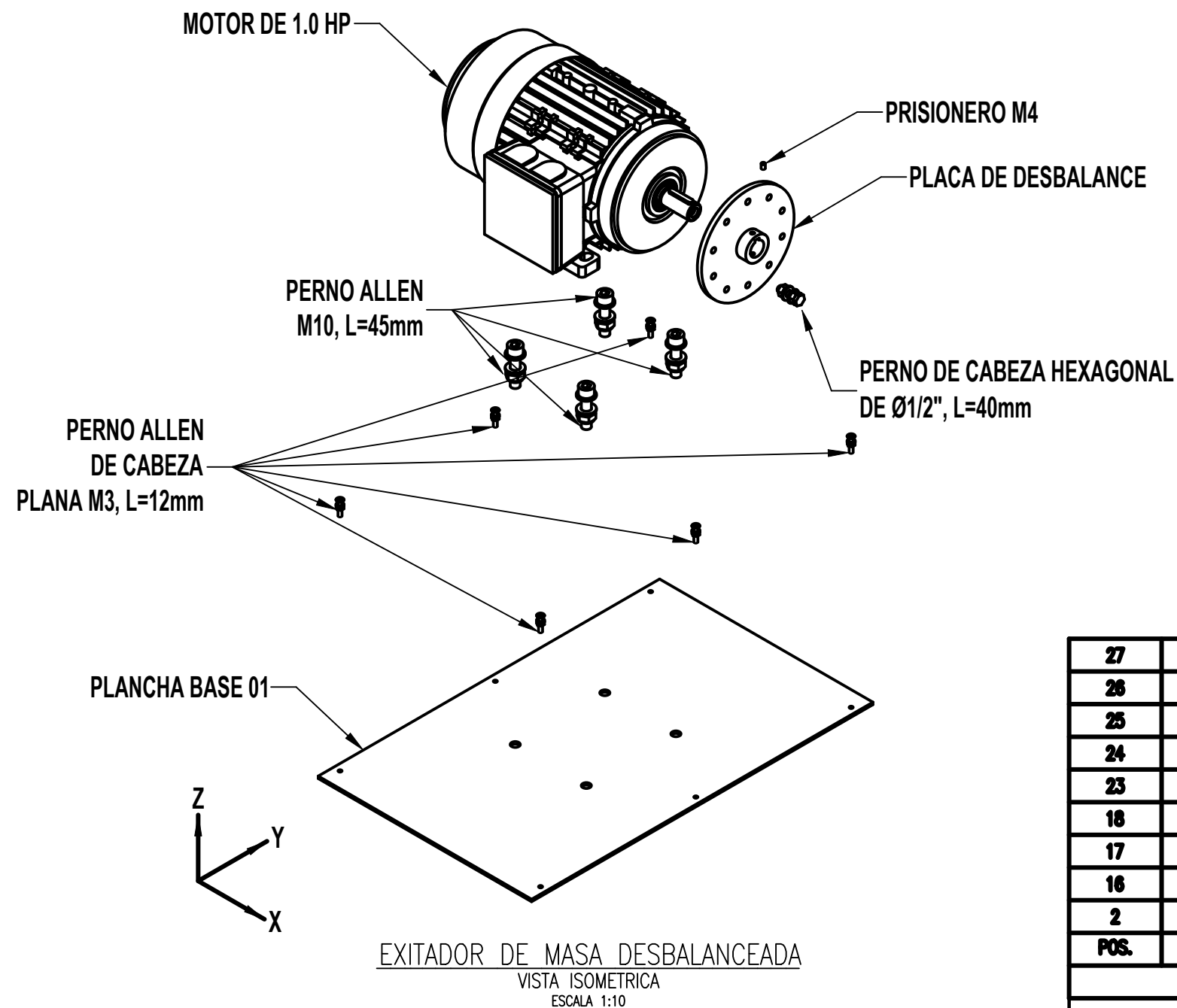
EXITADOR DE MASA DESBALANCEADA
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:5

NOTAS:

1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILÍMETROS, SALVO INDICACIÓN CONTRARIA.
2. PERFILES, TUBOS Y ROSCAS EN PULGADAS SEGÚN SE INDIQUE.
3. LA SOLDADURA SE REALIZARA EN TALLER SEGÚN LO INDICADO.
4. TODAS LAS CONEXIONES SERÁN PERNADAS SEGÚN LO INDICADO.
5. TODAS LAS PERFORACIONES PARA PERNOS UNC SERAN 1/16" O 1.58 mm MAYOR AL Ø DEL PERNO A UTILIZAR.

TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A <= 3.00	>3.00 A <= 6.00	>6.00 A <= 30	>30 A <= 120	>120 A <= 400	>400 A <= 1000	>1000 A <= 2000	>2000 A <= 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0

2	1	MASA EXCENTRICA DESBALANCEADA	ASTM A36	PL-021
1	1	EXITADOR DE MASA DESBALANCEADA	ASTM A36	PL-018
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION:
LISTA DE COMPONENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:		TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		
PLANO:		EXITADORES		
RESPONSABLES:				ESCALA:
Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla				INDICADA
ASESOR:				FECHA:
Mgr. Ing. Arturo, Macedo Silva				03/09/26
				FORMATO:
				A3
				HOJA:
				16



NOTAS:

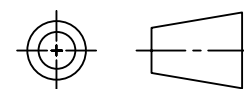
1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILÍMETROS, SALVO INDICACIÓN CONTRARIA.
2. PERFILES, TUBOS Y ROSCAS EN PULGADAS SEGÚN SE INDICADO.
3. LA SOLDADURA SE REALIZARA EN TALLER SEGÚN LO INDICADO.
4. TODAS LAS CONEXIONES SERÁN PERNADAS SEGÚN LO INDICADO.
5. TODAS LAS PERFORACIONES PARA PERNOS UNC SERAN 1/16" O 1.58 mm MAYOR AL Ø DEL PERNO A UTILIZAR.

27	4	TUERCAS M4	ASTM A153	---
26	8	ARANDELAS M4	ASTM A153	---
25	4	PERNOS ALLEN DE CABEZA PLANA M4, L=20mm	ASTM A325	---
24	150	TUERCAS M3	ASTM A153	---
23	150	ARANDELAS DE PRESION M3	ASTM A153	---
18	6	PERNOS ALLEN DE CABEZA PLANA M3, L=12mm	ASTM A325	---
17	1	PLACA DE DESBALANCE	ASTM A36	PL-020
16	1	PLANCHA BASE 01	ASTM A36	PL-019
2	1	MOTOR DE 1.0 HP	---	---
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION

LISTA DE COMPONENTES

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA

MÉTODO DE PROYECCIÓN:



TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY
APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"

PLANO:

EXITADOR DE MASA DESBALANCEADA

ESCALA:

INDICADA

FECHA:

03/09/26

RESPONSABLES:

Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla

FORMATO:

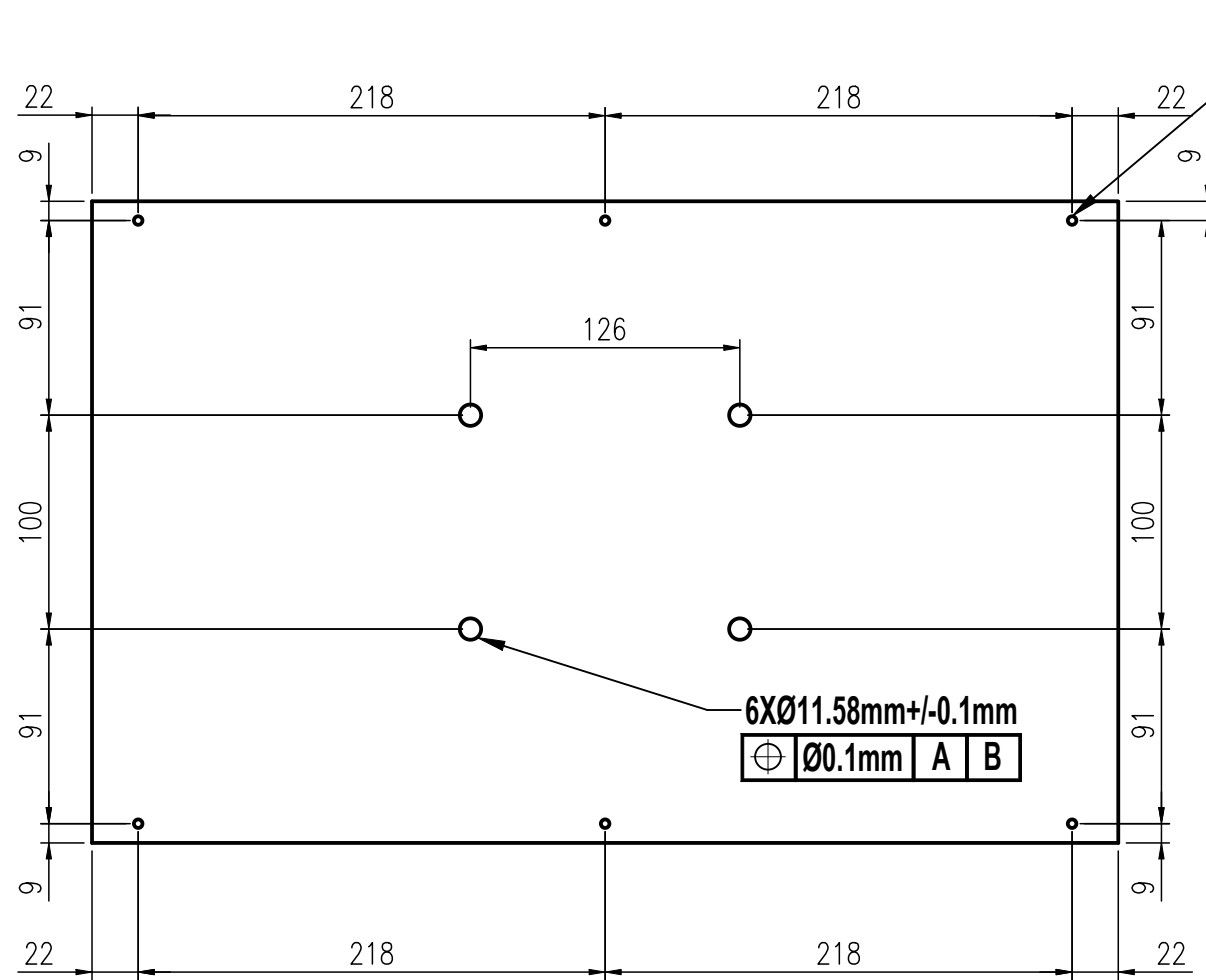
A3

ASESOR:

Mgtr. Ing. Arturo, Macedo Silva

HOJA:

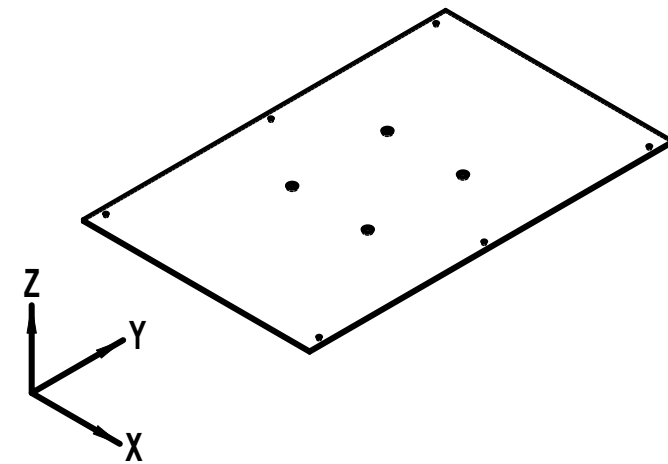
17



PLANCHA BASE 01, e= 3mm
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:5

6XØ5.58mm+/-0.1mm
Ø0.1mm A B

6XØ11.58mm+/-0.1mm
Ø0.1mm A B



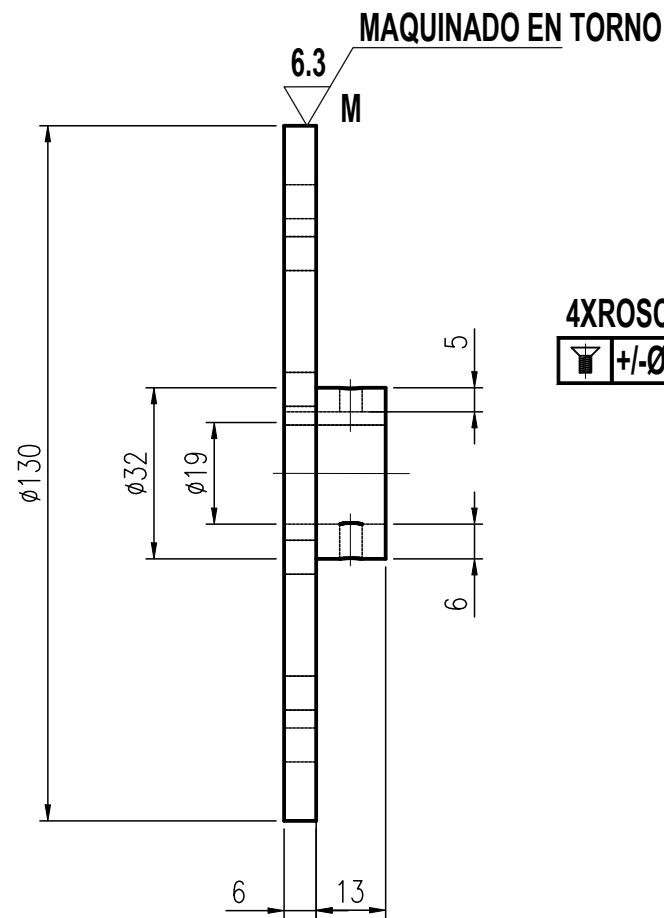
PLANCHA BASE 01, e= 3mm
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:10

NOTAS:

1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILÍMETROS, SALVO INDICACIÓN CONTRARIA.
2. PERFILES, TUBOS Y ROSCAS EN PULGADAS SEGÚN SE INDIQUE.
3. LA SOLDADURA SE REALIZARA EN TALLER SEGÚN LO INDICADO.
4. TODAS LAS CONEXIONES SERÁN PERNADAS SEGÚN LO INDICADO.
5. TODAS LAS PERFORACIONES PARA PERNOS UNC SERAN 1/16" O 1.58 mm MAYOR AL Ø DEL PERNO A UTILIZAR.

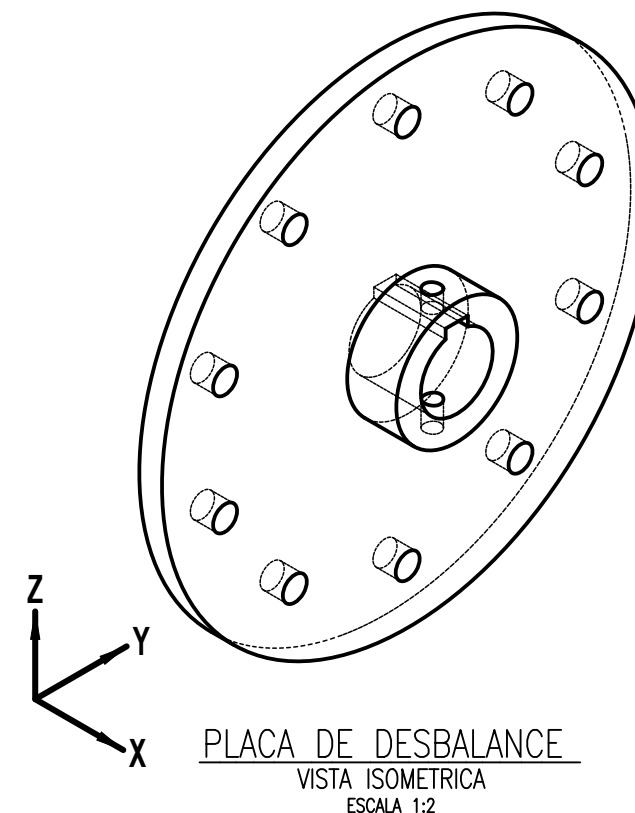
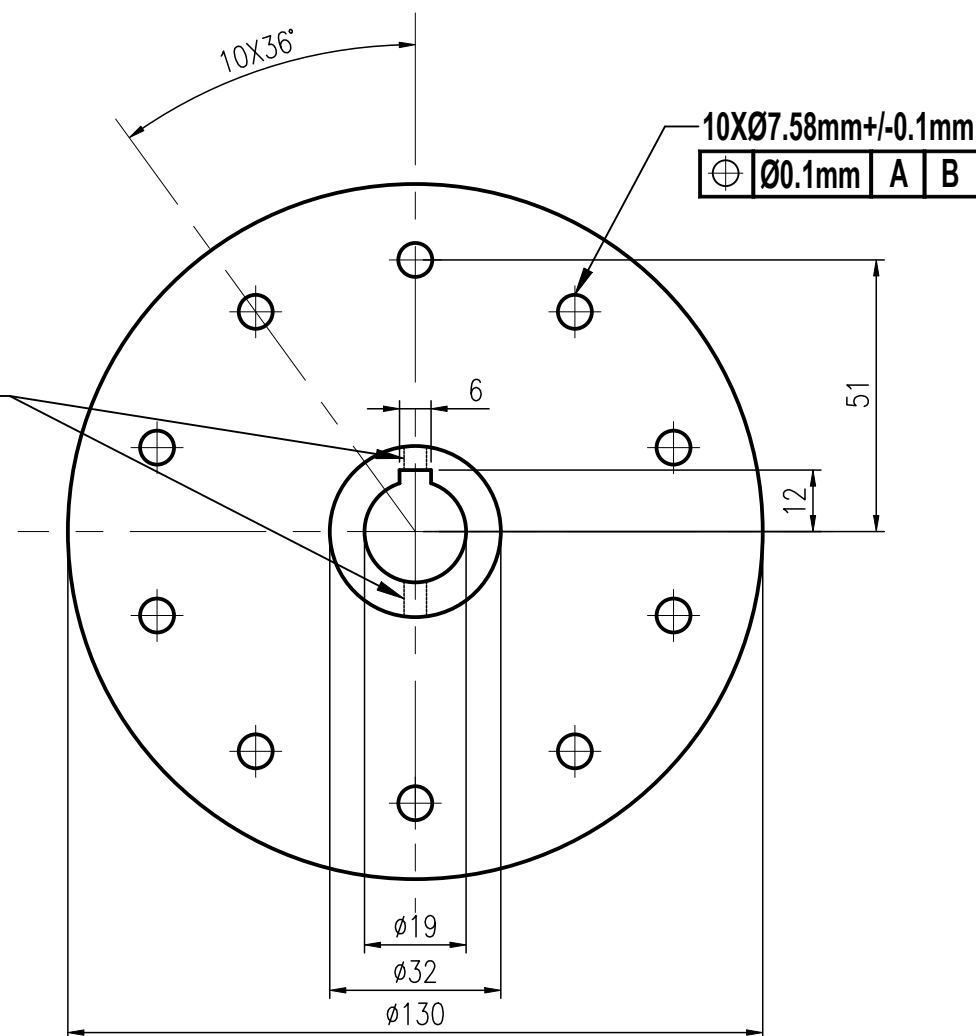
TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A <= 3.00	>3.00 A <= 6.00	>6.00 A <= 30	>30 A <= 120	>120 A <= 400	>400 A <= 1000	>1000 A <= 2000	>2000 A <= 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0

1	1	PLANCHA BASE 01	ASTM A36	PL-019
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION
LISTA DE COMPONENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:		TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		
PLANO:		PLANCHA BASE 01		
RESPONSABLES:				ESCALA:
Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla				INDICADA
ASESOR:				FECHA:
Mgr. Ing. Arturo, Macedo Silva				03/09/26
				FORMATO:
				A3
				HOJA:
				18



4XROSCA METRICA M4

$\pm 0.1\text{mm}$ A B

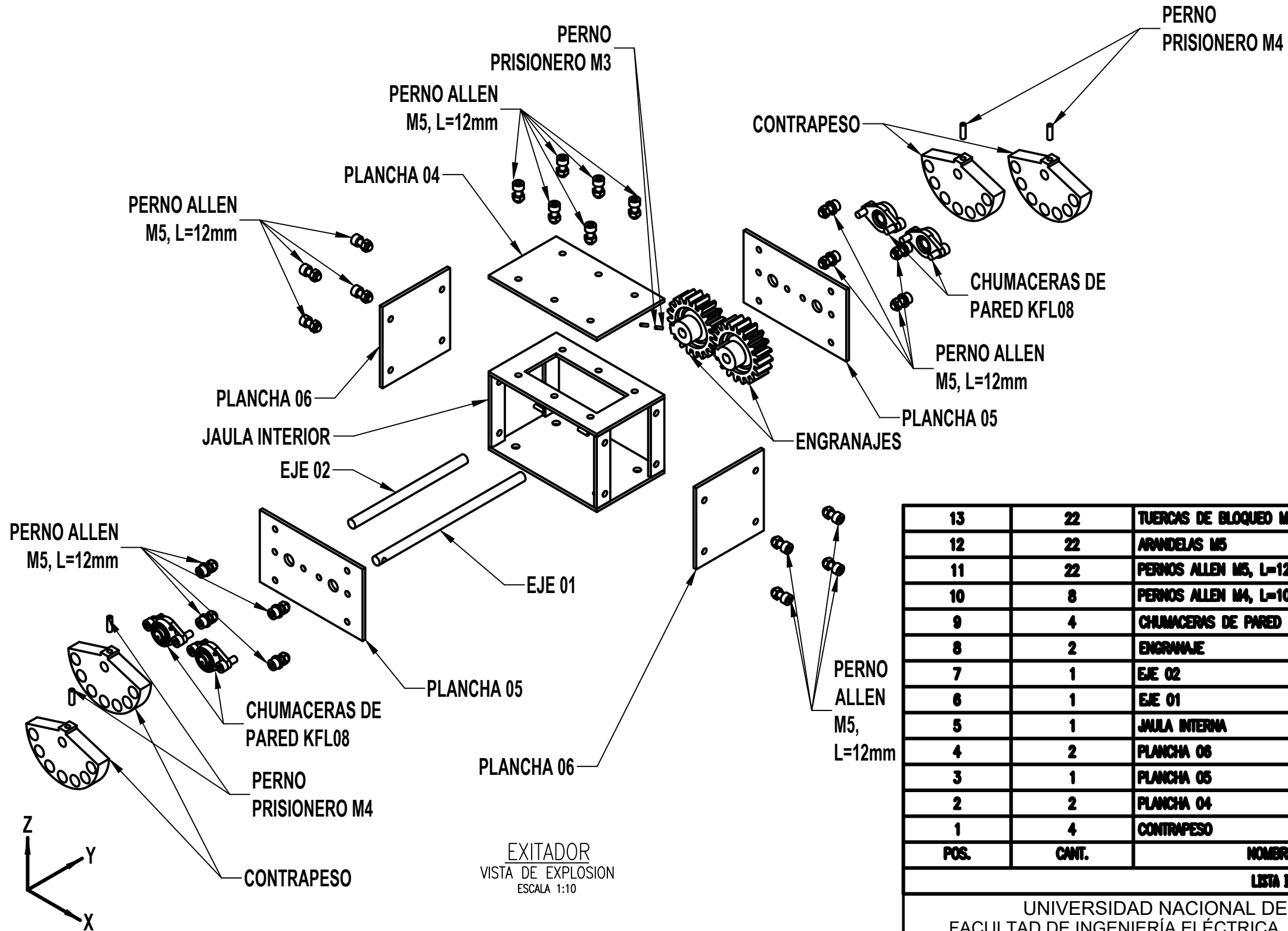


NOTAS:

1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILÍMETROS, SALVO INDICACIÓN CONTRARIA.
2. PERFILES, TUBOS Y ROSCAS EN PULGADAS SEGÚN SE INDIQUE.
3. LA SOLDADURA SE REALIZARA EN TALLER SEGÚN LO INDICADO.
4. TODAS LAS CONEXIONES SERÁN PERNADAS SEGÚN LO INDICADO.
5. TODAS LAS PERFORACIONES PARA PERNOS UNC SERAN 1/16" O 1.58 mm MAYOR AL Ø DEL PERNO A UTILIZAR.

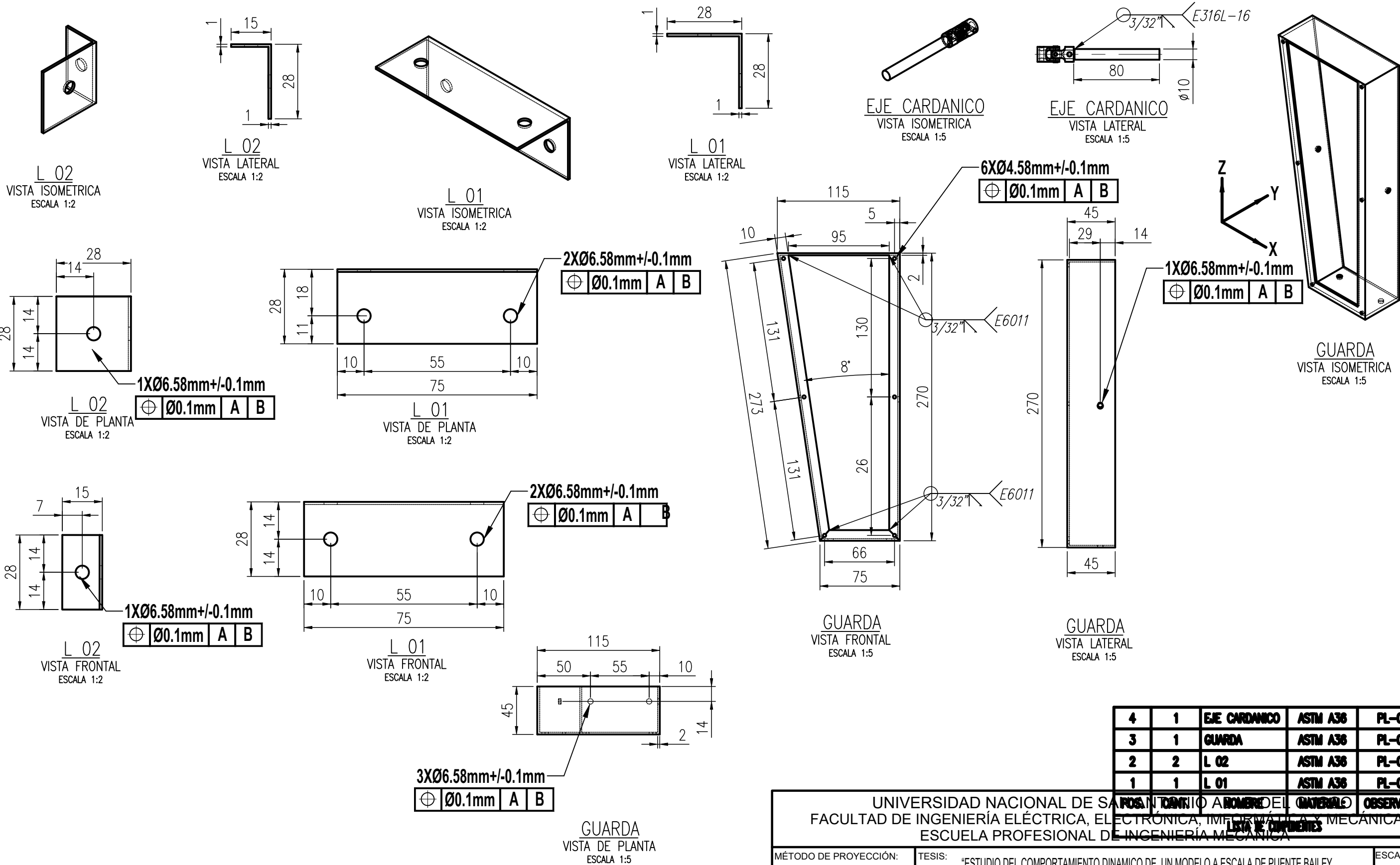
TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A <= 3.00	>3.00 A <= 6.00	>6.00 A <= 30	>30 A <= 120	>120 A <= 400	>400 A <= 1000	>1000 A <= 2000	>2000 A <= 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0

1	1	PLACA DE DESBALANCE	ASTM A36	PL-020
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION
LISTA DE COMPONENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:		TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		
PLANO:		PLACA DE DESBALANCE		
RESPONSABLES:				ESCALA:
Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla				INDICADA
ASESOR:				FECHA:
Mgr. Ing. Arturo, Macedo Silva				03/09/26
				FORMATO:
				A3
				HOJA:
				19



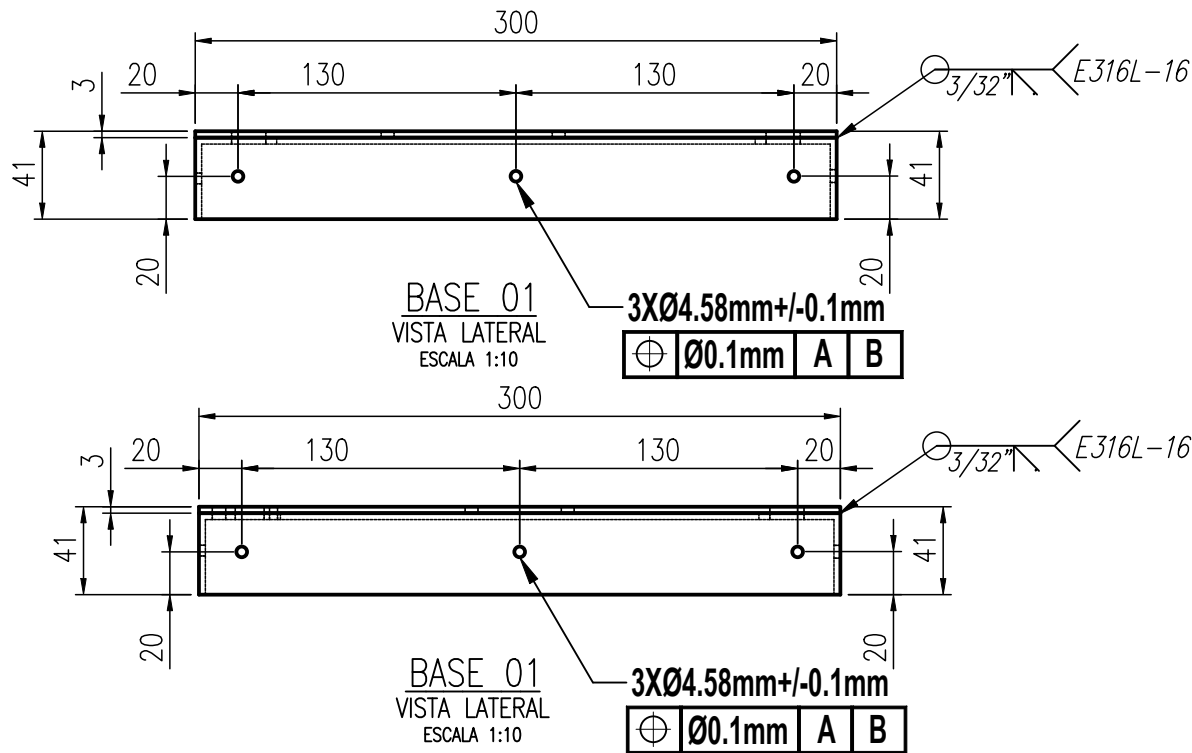
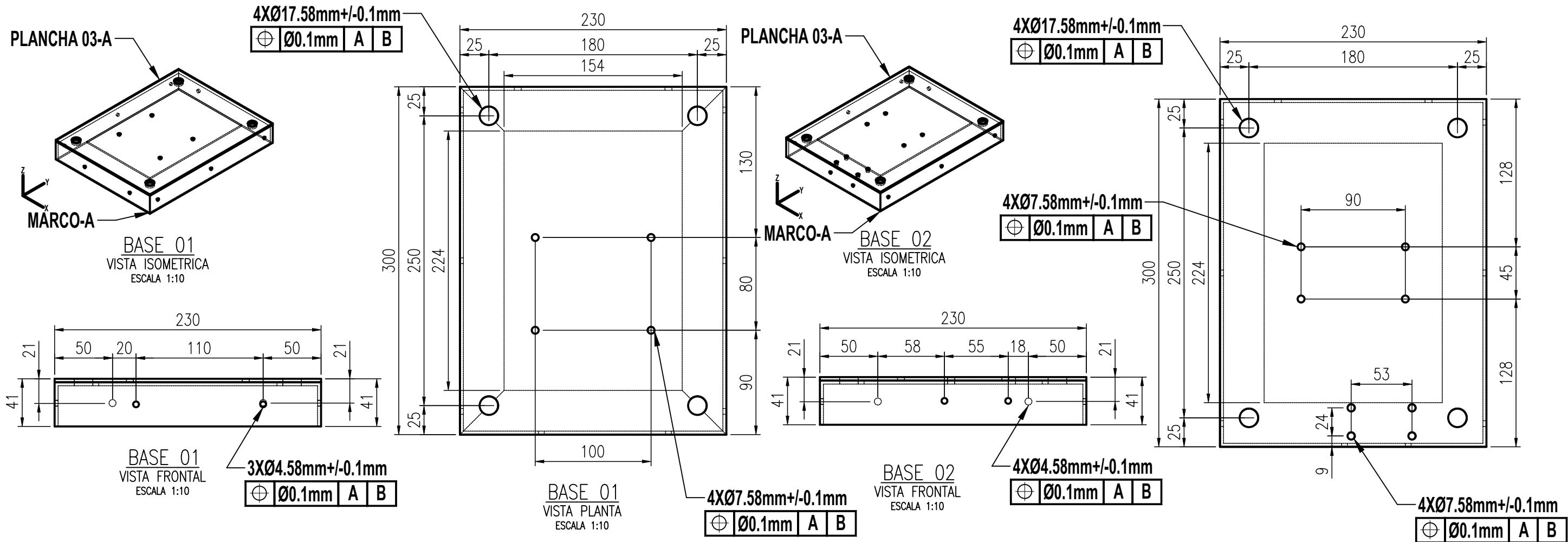
13	22	TUERCAS DE BLOQUEO M5	ASTM A153	---
12	22	ARANDELAS M5	ASTM A153	---
11	22	PERNOS ALLEN M5, L=12mm	ASTM A325	---
10	8	PERNOS ALLEN M4, L=10mm	ASTM A325	---
9	4	CHUMACERAS DE PARED KFL08	ASTM A36	---
8	2	ENGRANAJE	ASI 1045	PL-031
7	1	EJE 02	X40CR13	PL-030
6	1	EJE 01	X40CR13	PL-030
5	1	JAULA INTERNA	ASTM 304	PL-029
4	2	PLANCHA 06	ACRILICO	PL-028
3	1	PLANCHA 05	ACRILICO	PL-028
2	2	PLANCHA 04	ASTM A36	PL-028
1	4	CONTRAPESO	ASTM A36	PL-027
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION

LISTA DE COMPONENTES			
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA			
MÉTODO DE PROYECCIÓN:	TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		ESCALA:
	PLANO: EXITADOR		INDICADA
RESPONSABLES: Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla			FECHA: 03/09/26
ASESOR: Mgtr. Ing. Arturo, Macedo Silva			FORMATO: A3
			HOJA: 21



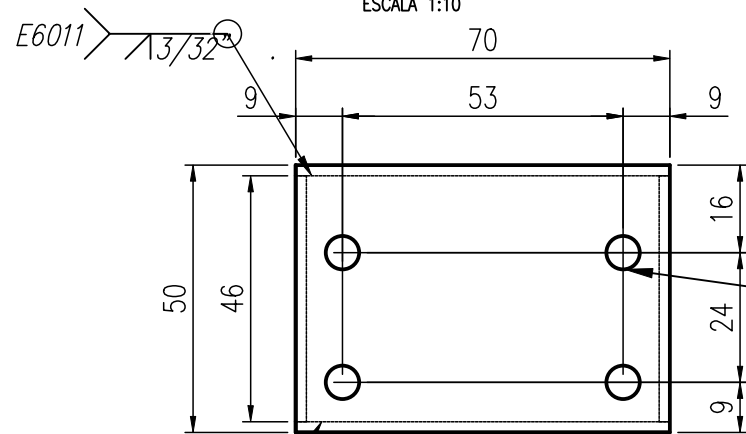
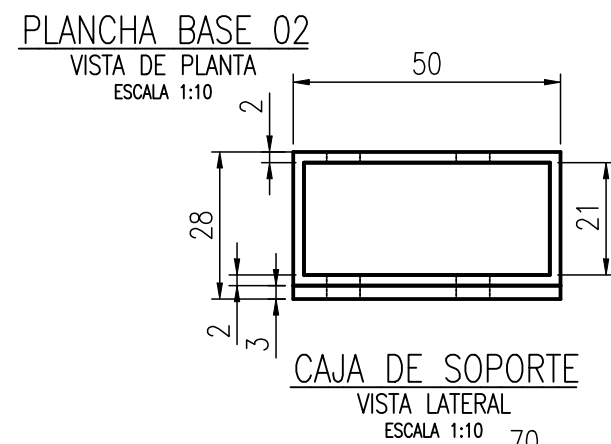
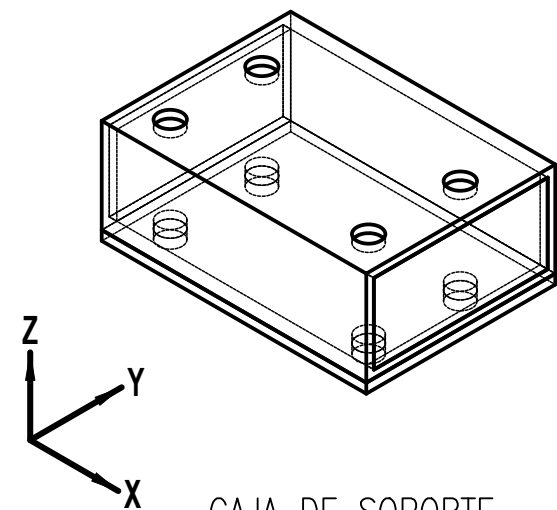
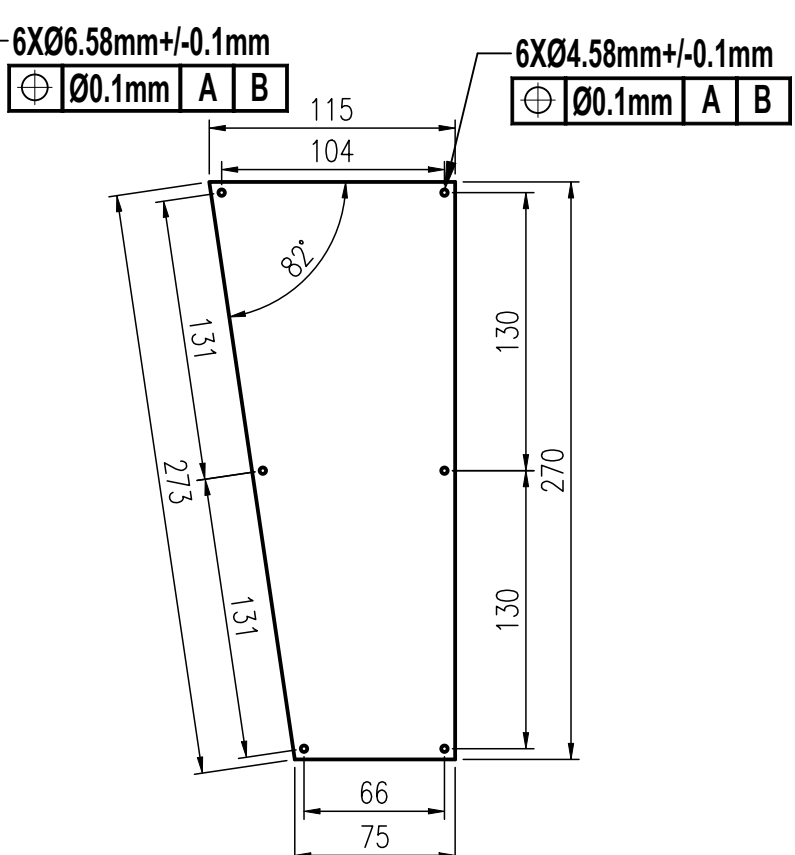
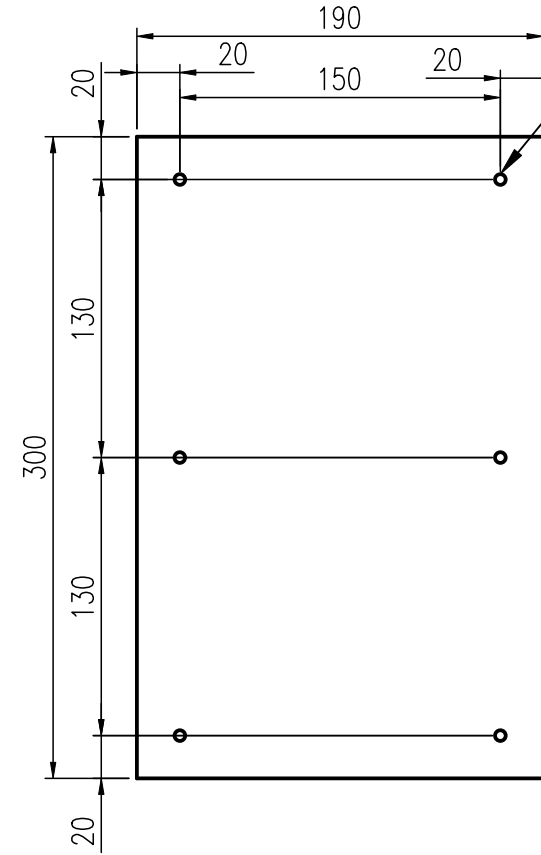
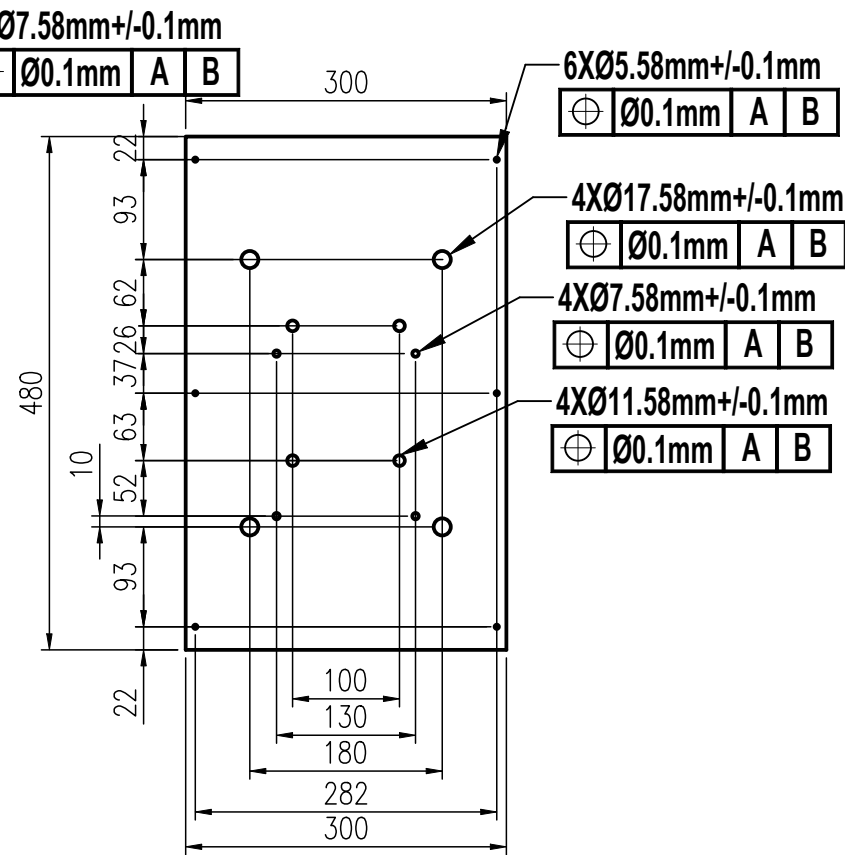
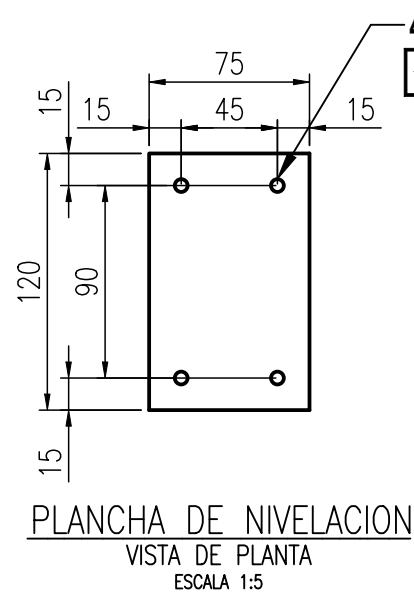
TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A ≤ 3.00	>3.00 A ≤ 6.00	>6.00 A ≤ 30	>30 A ≤ 120	>120 A ≤ 400	>400 A ≤ 1000	>1000 A ≤ 2000	>2000 A ≤ 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:	TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"			ESCALA: INDICADA
PLANO:	GUARDAS Y EJE CARDANICO			FECHA: 03/09/26
RESPONSABLES:	Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla			FORMATO: A3
ASESOR:	Mgtr. Ing. Arturo, Macedo Silva			HOJA: 22

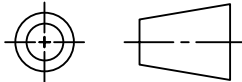


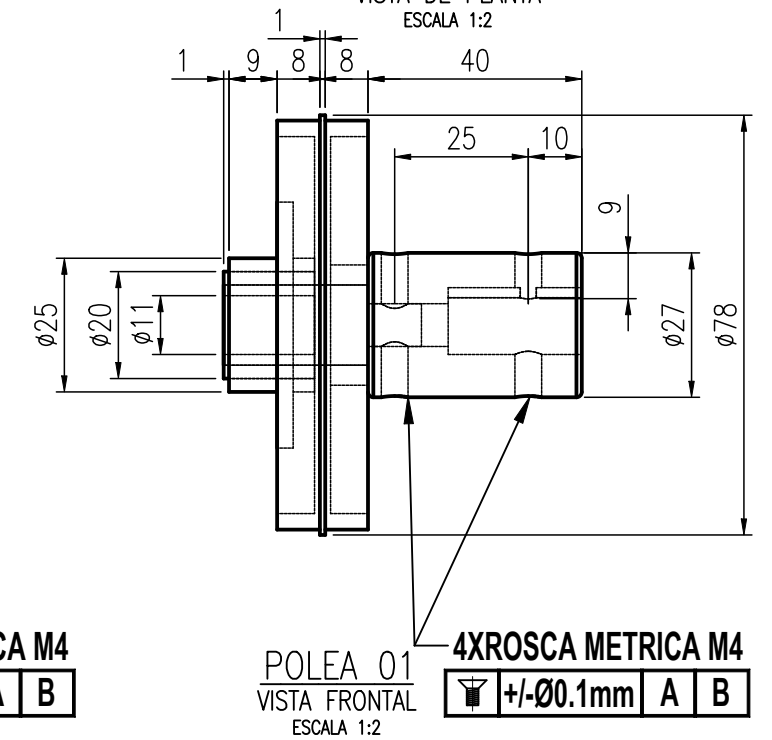
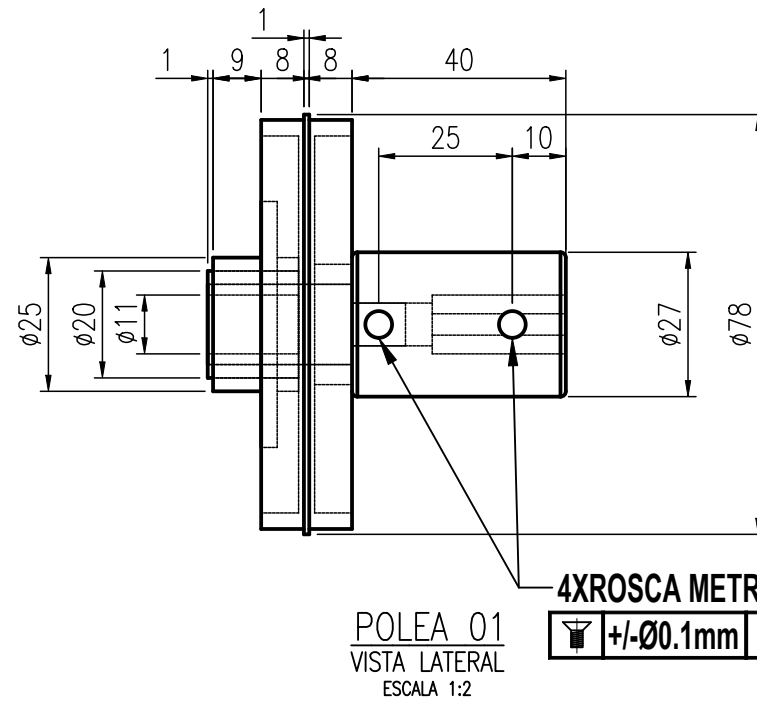
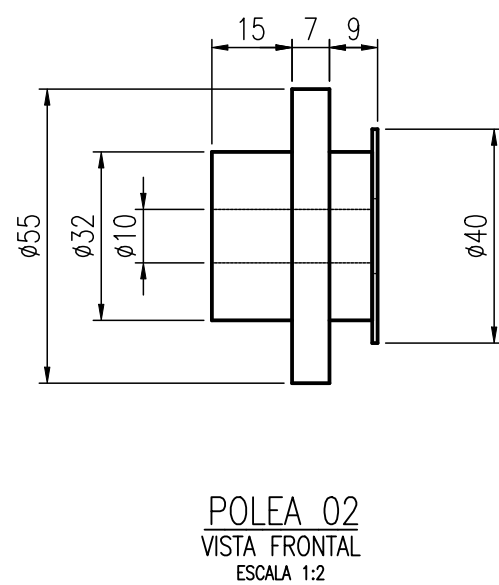
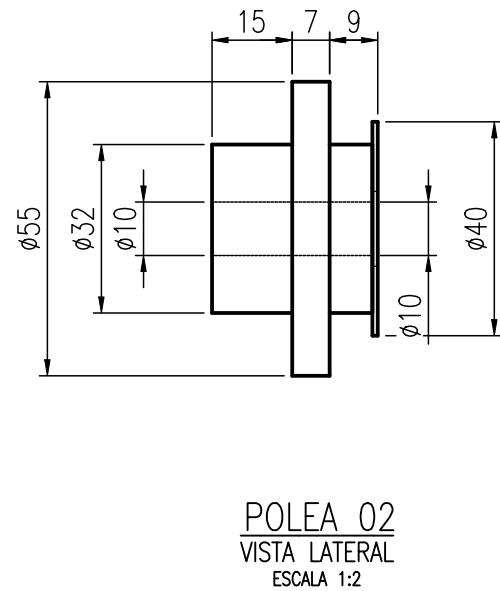
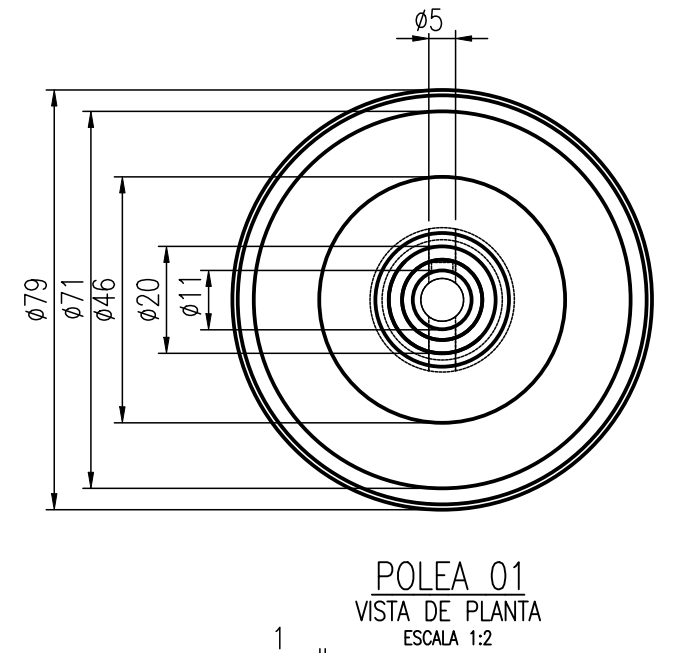
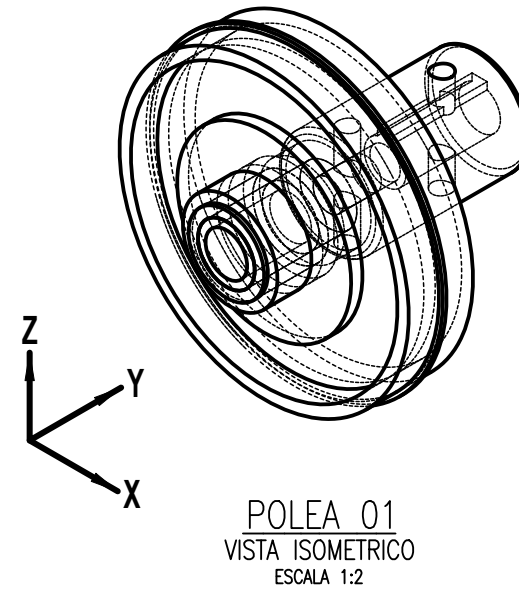
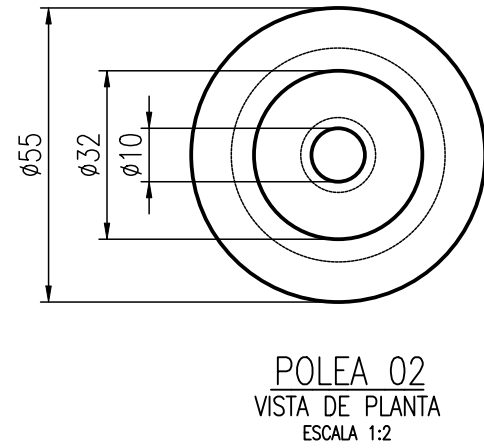
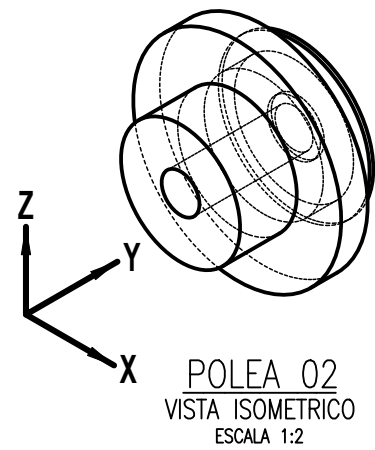
TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A <= 3.00	>3.00 A <= 6.00	>6.00 A <= 30	>30 A <= 120	>120 A <= 400	>400 A <= 1000	>1000 A <= 2000	>2000 A <= 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0

2	1	BASE 02	ASTM A36	PL-024
1	1	BASE 01	ASTM A36	PL-024
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION
LISTA DE COMPONENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:		TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		
PLANO:		BASES		
RESPONSABLES:				ESCALA:
Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla				INDICADA
ASESOR:				FECHA:
Mgr. Ing. Arturo, Macedo Silva				03/09/26
				FORMATO:
				A3
				HOJA:
				23



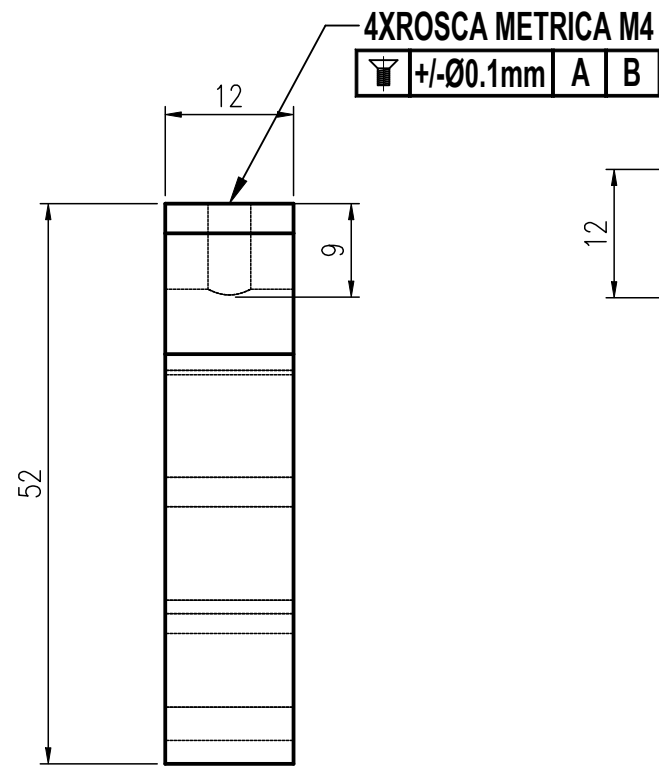
TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A <= 3.00	>3.00 A <= 6.00	>6.00 A <= 30	>30 A <= 120	>120 A <= 400	>400 A <= 1000	>1000 A <= 2000	>2000 A <= 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0

5	1	CAJA DE SOPORTE	ASTM 304	PL-025
4	2	PLANCHA DE NIVELACION	ASTM A36	PL-025
3	2	PLANCHA 02	ACRILICO	PL-025
2	1	PLANCHA 01	ACRILICO	PL-025
1	1	PLANCHA BASE 02	ASTM A36	PL-025
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION
LISTA DE COMPONENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, IMFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:		TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		ESCALA:
		PLANO:		INDICADA
		PLANCHAS Y CAJA DE SOPORTE		FECHA:
				03/09/26
RESPONSABLES:		Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla		FORMATO:
				A3
ASESOR:		Mgr. Ing. Arturo, Macedo Silva		HOJA:
				24

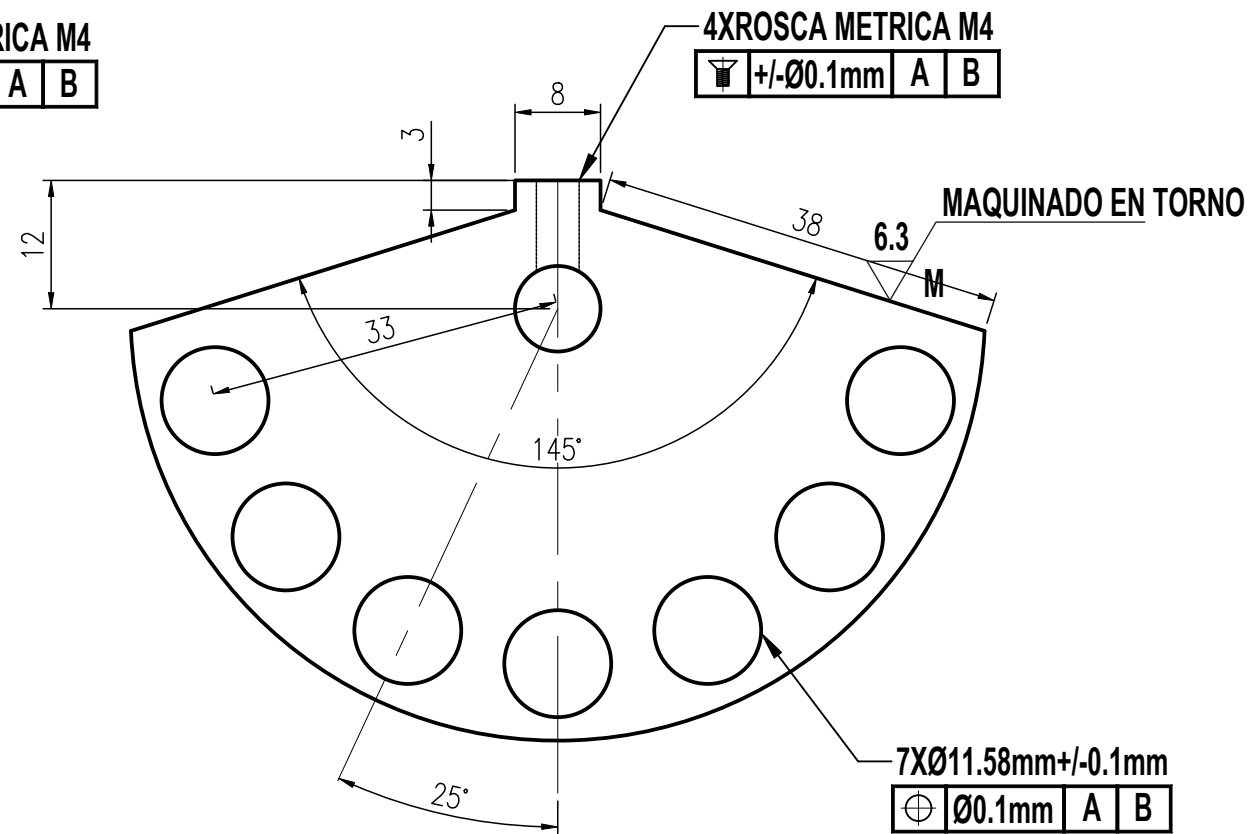


TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A <= 3.00	>3.00 A <= 6.00	>6.00 A <= 30	>30 A <= 120	>120 A <= 400	>400 A <= 1000	>1000 A <= 2000	>2000 A <= 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0

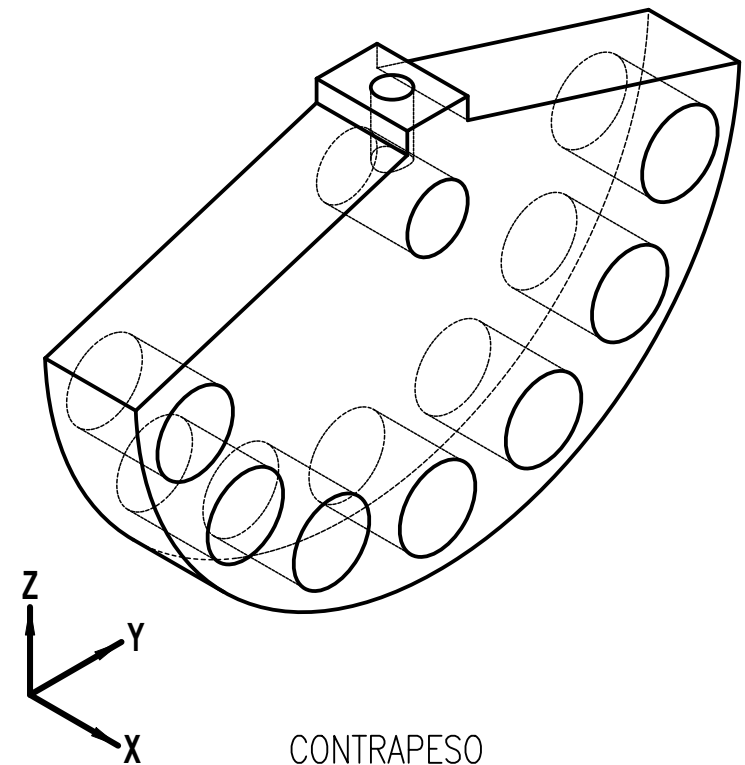
2	1	POLEA 02	ASTM A36	PL-026
1	1	POLEA 01	ASTM A36	PL-026
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION
LISTA DE COMPONENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:		TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		
PLANO:		POLEAS		
RESPONSABLES:				ESCALA:
Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla				INDICADA
ASESOR:				FECHA:
Mgr. Ing. Arturo, Macedo Silva				03/09/26
				FORMATO:
				A3
				HOJA:
				25



CONTRAPESO
VISTA DE LATERAL
ESCALA 1:1



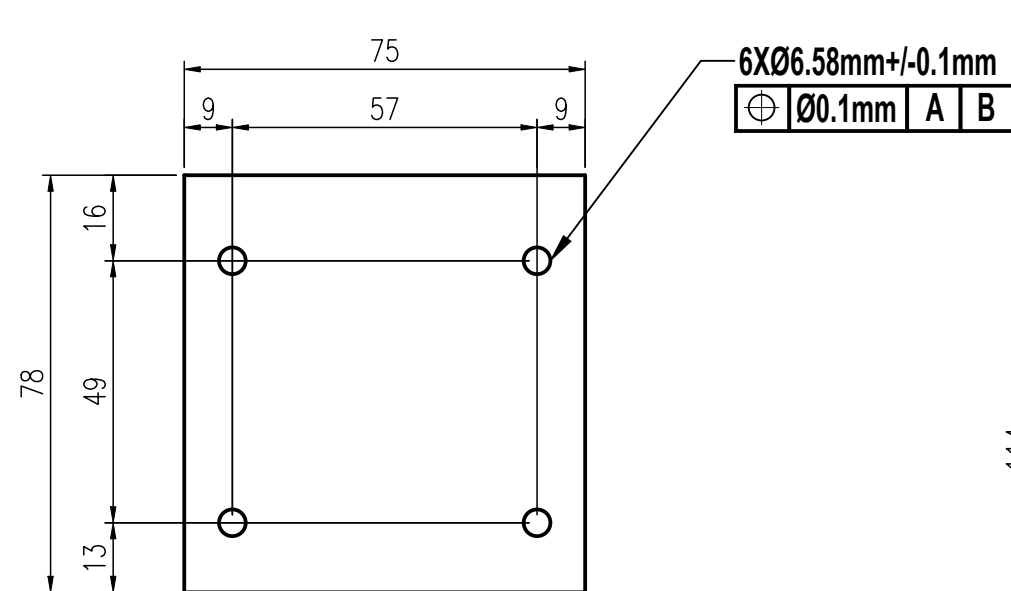
CONTRAPESO
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:1



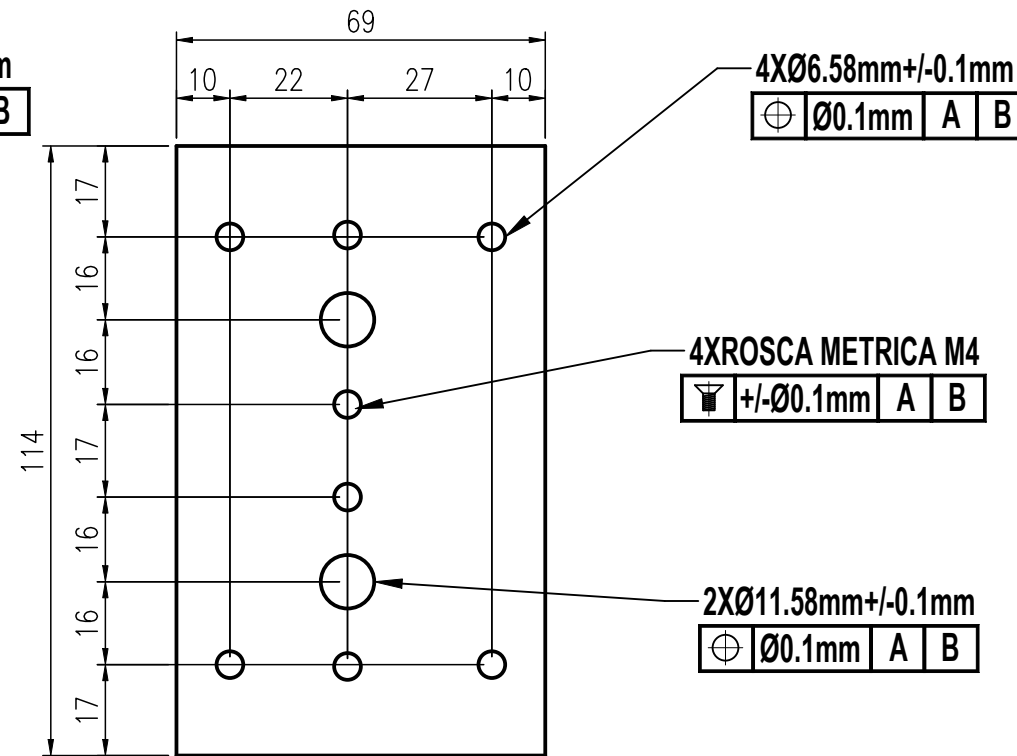
CONTRAPESO
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:1

TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A <= 3.00	>3.00 A <= 6.00	>6.00 A <= 30	>30 A <= 120	>120 A <= 400	>400 A <= 1000	>1000 A <= 2000	>2000 A <= 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0

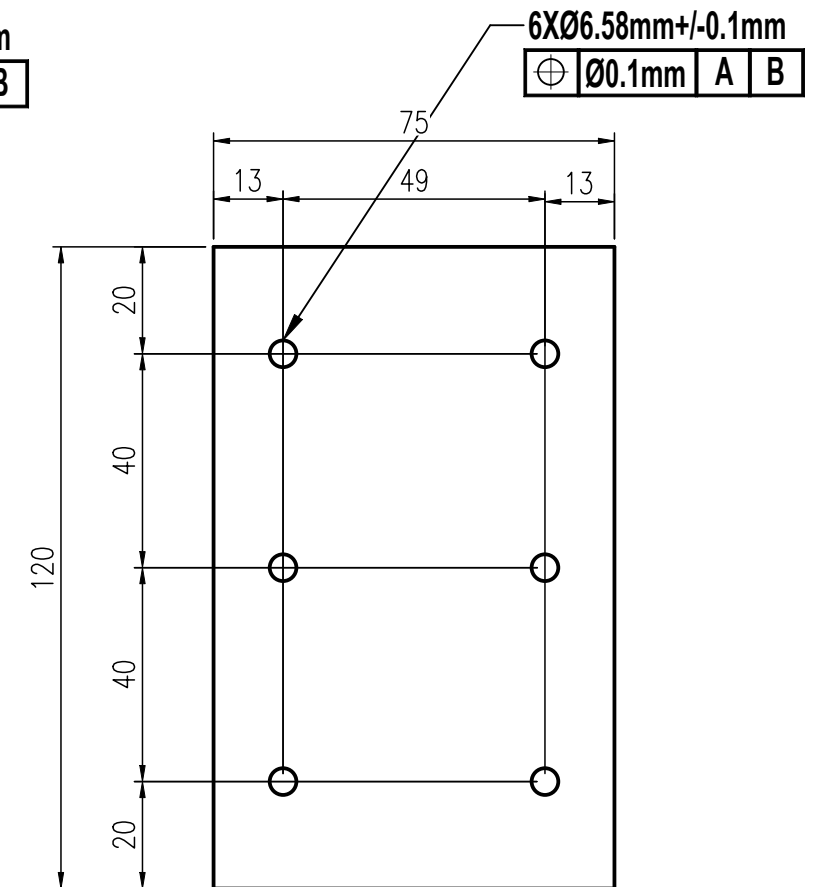
1	4	CONTRAPESO	ASTM A36	PL-027
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION
LISTA DE COMPONENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:		TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		
PLANO:		CONTRAPESO		
RESPONSABLES:				ESCALA:
Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla				INDICADA
ASESOR:				FECHA:
Mgr. Ing. Arturo, Macedo Silva				03/09/26
				FORMATO:
				A3
				HOJA:
				26



PLANCHA 06
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:1



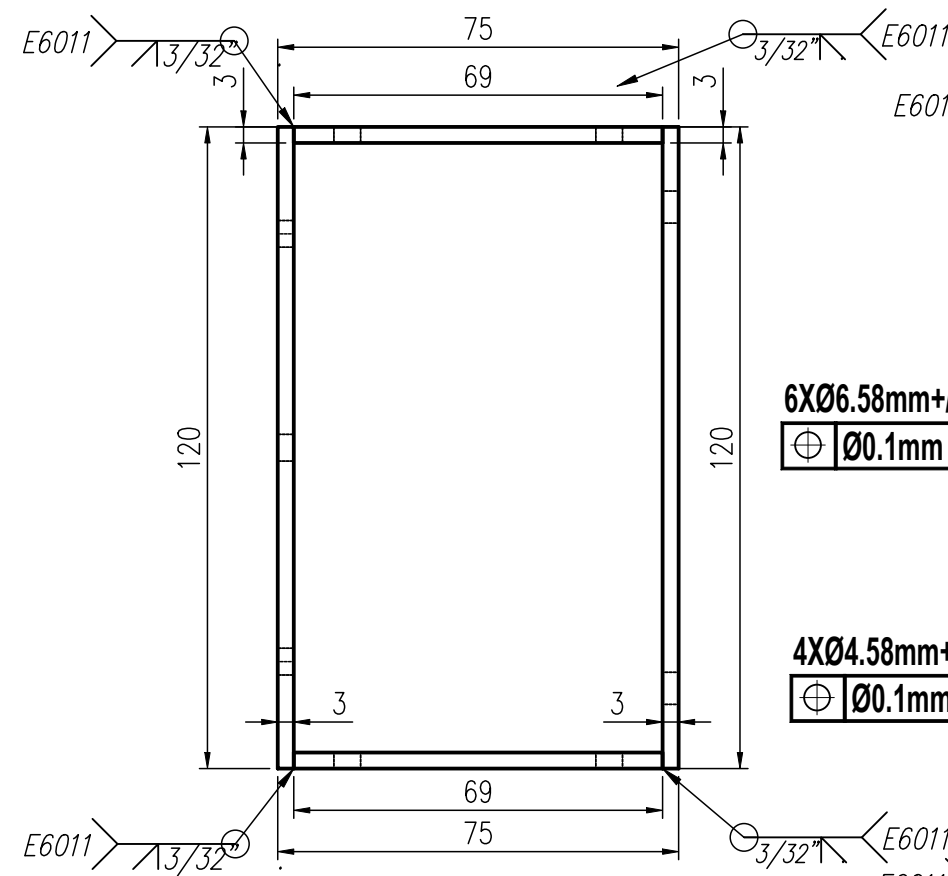
PLANCHA 05
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:1



PLANCHA 04
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:1

TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A <= 3.00	>3.00 A <= 6.00	>6.00 A <= 30	>30 A <= 120	>120 A <= 400	>400 A <= 1000	>1000 A <= 2000	>2000 A <= 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0

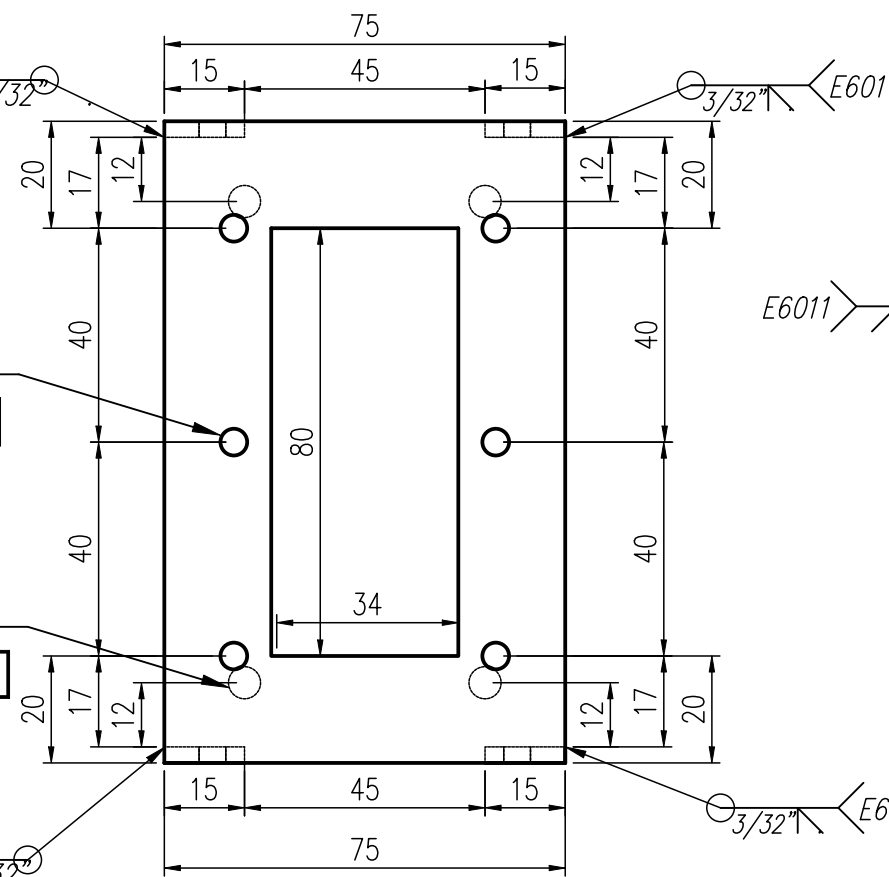
3	2	PLANCHA 06	ACRILICO	PL-028
2	1	PLANCHA 05	ACRILICO	PL-028
1	2	PLANCHA 04	ASTM A36	PL-028
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION
LISTA DE COMPONENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:		TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		
PLANO:		PLANCHAS		
RESPONSABLES:				ESCALA:
Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla				INDICADA
ASESOR:				FECHA:
Mgtr. Ing. Arturo, Macedo Silva				03/09/26
				FORMATO:
				A3
				HOJA:
				27



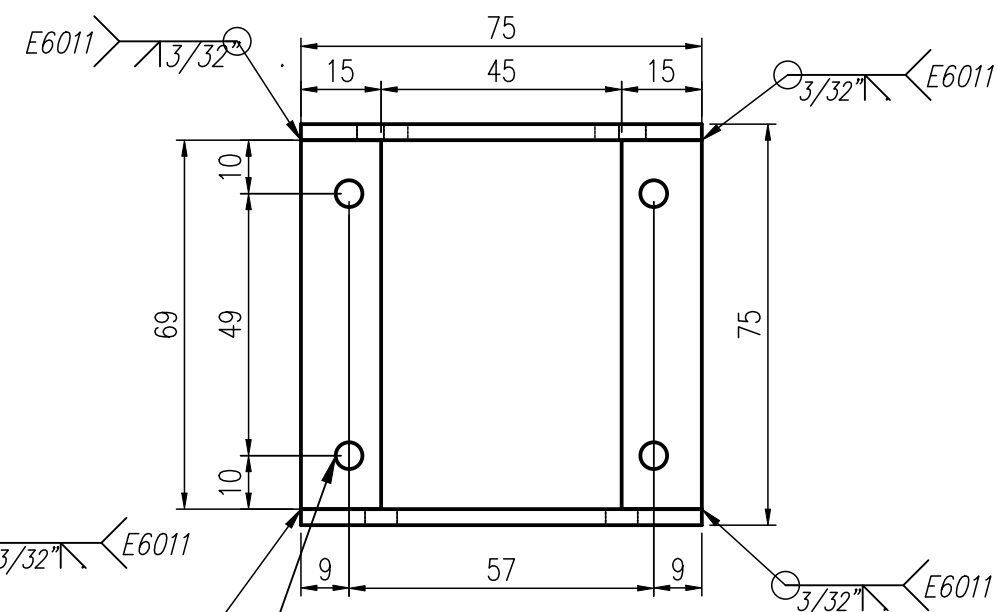
JAULA INTERNA
VISTA FRONTAL
ESCALA 1:2

6XØ6.58mm+/-0.1mm
⊕ Ø0.1mm A B

4XØ4.58mm+/-0.1mm
⊕ Ø0.1mm A B

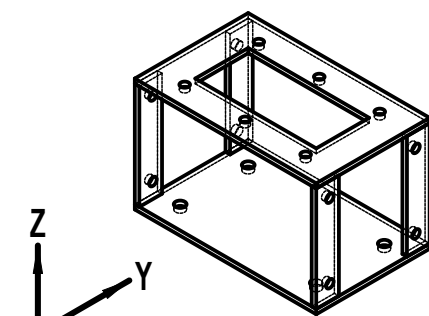


JAULA INTERNA
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:2



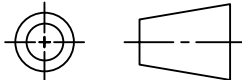
JAULA INTERNA
VISTA LATERAL
ESCALA 1:2

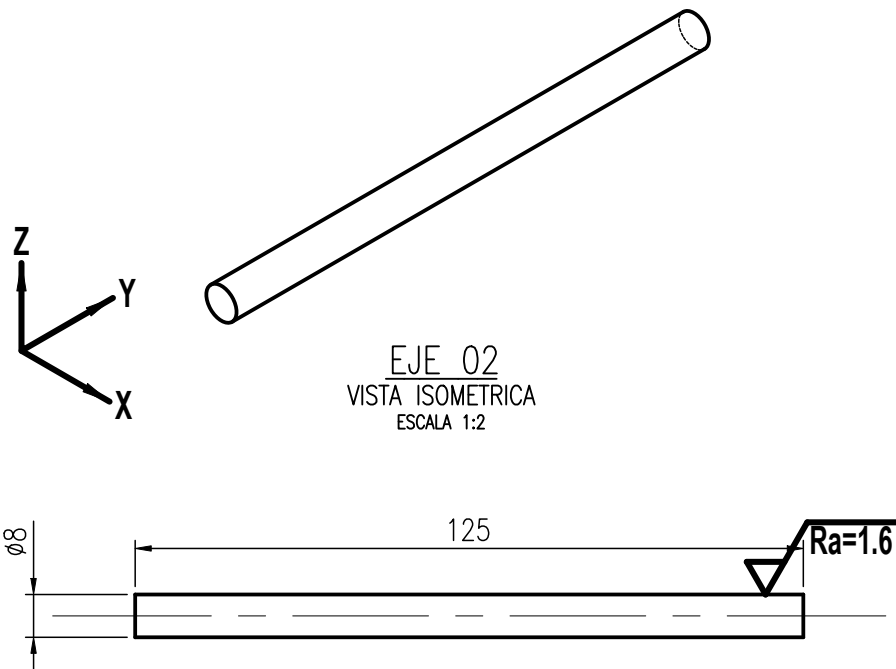
4XØ6.58mm+/-0.1mm
⊕ Ø0.1mm A B



JAULA INTERNA
VISTA ISOMETRIA
ESCALA 1:5

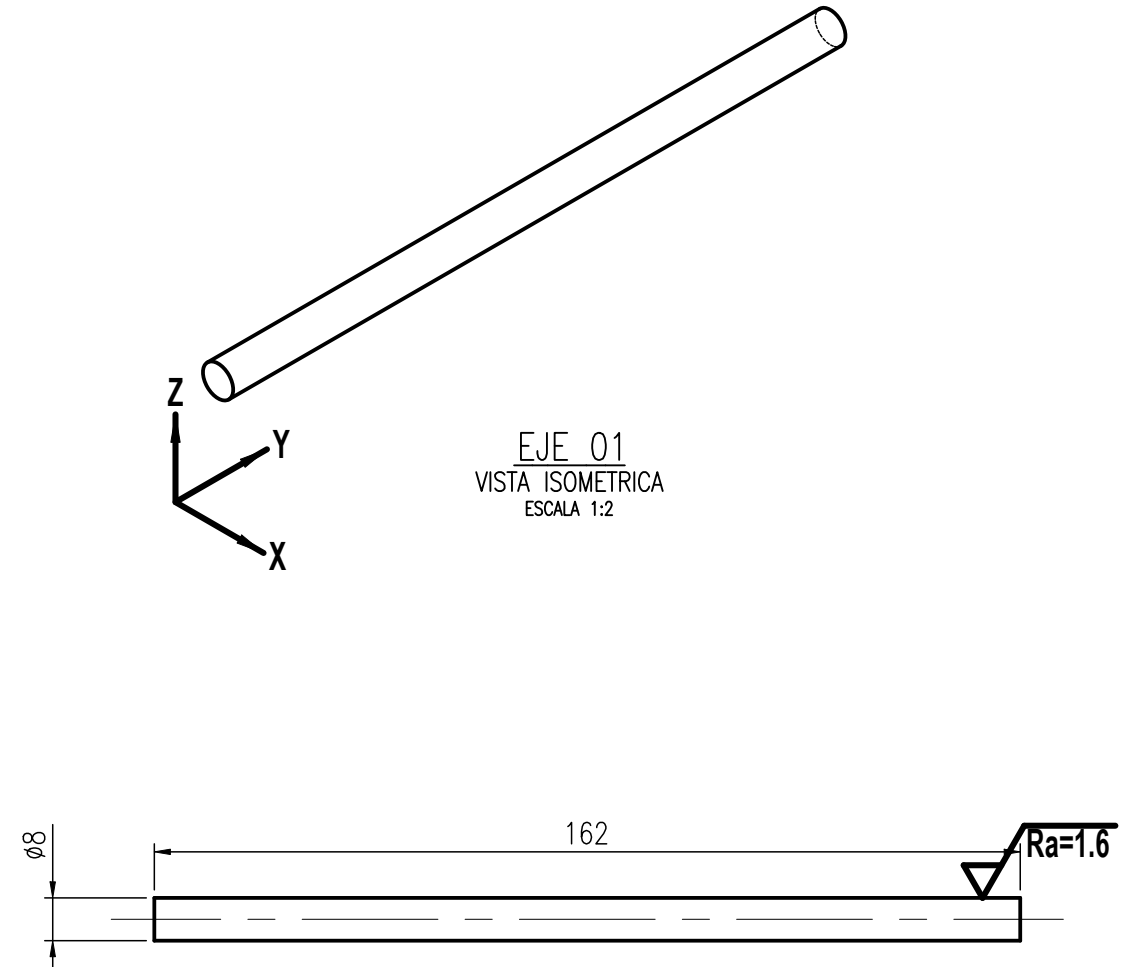
TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A <= 3.00	>3.00 A <= 6.00	>6.00 A <= 30	>30 A <= 120	>120 A <= 400	>400 A <= 1000	>1000 A <= 2000	>2000 A <= 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0

1	1	JAULA INTERNA	ASTM 304	PL-029
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION
LISTA DE COMPONENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, IMFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:	TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"			ESCALA:
	PLANO:			INDICADA
	JAULA INTERNA			FECHA:
RESPONSABLES:				03/09/26
Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla				FORMATO:
ASESOR:				A3
Mgtr. Ing. Arturo, Macedo Silva				HOJA:
				28



EJE 02
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:2

EJE 01
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:2

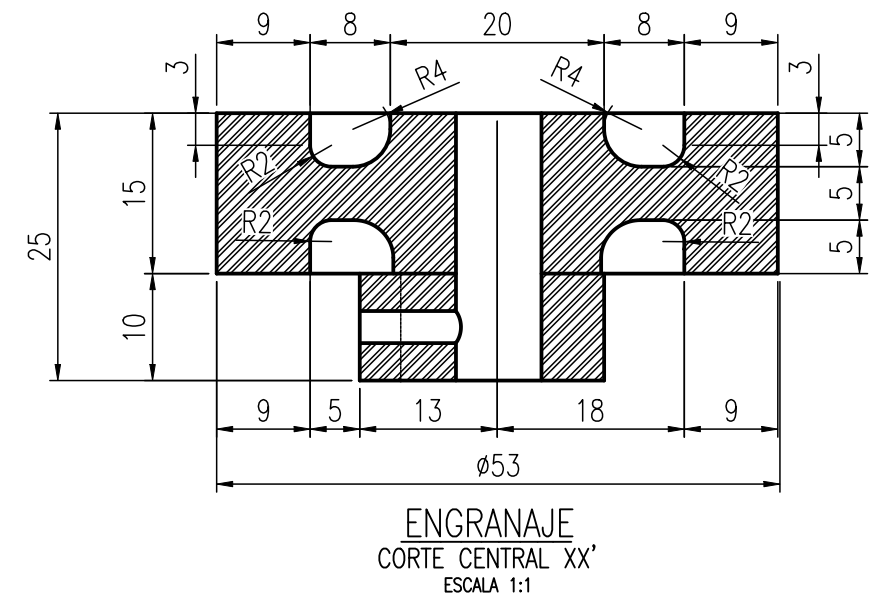
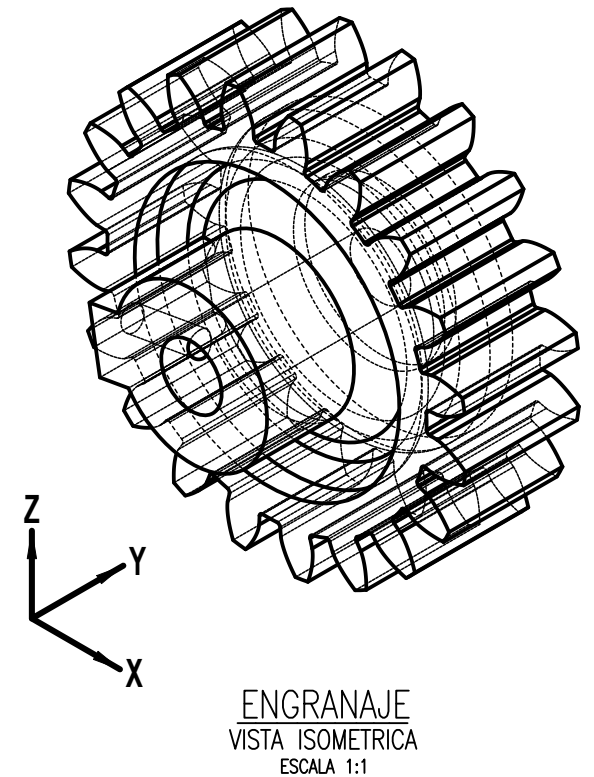
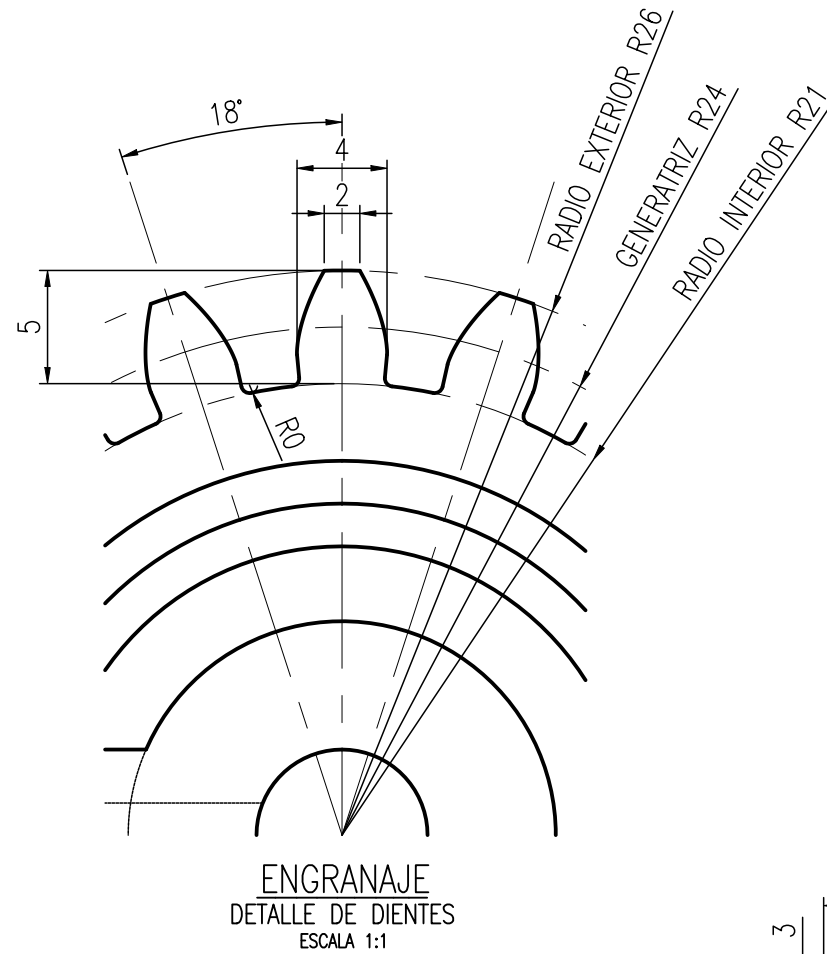
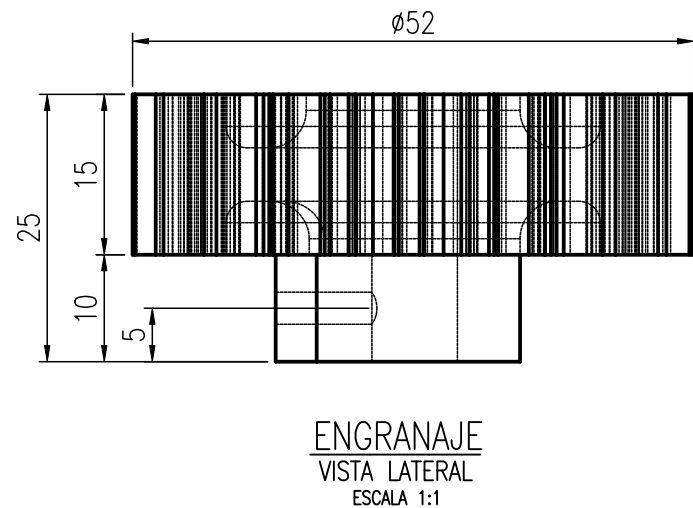
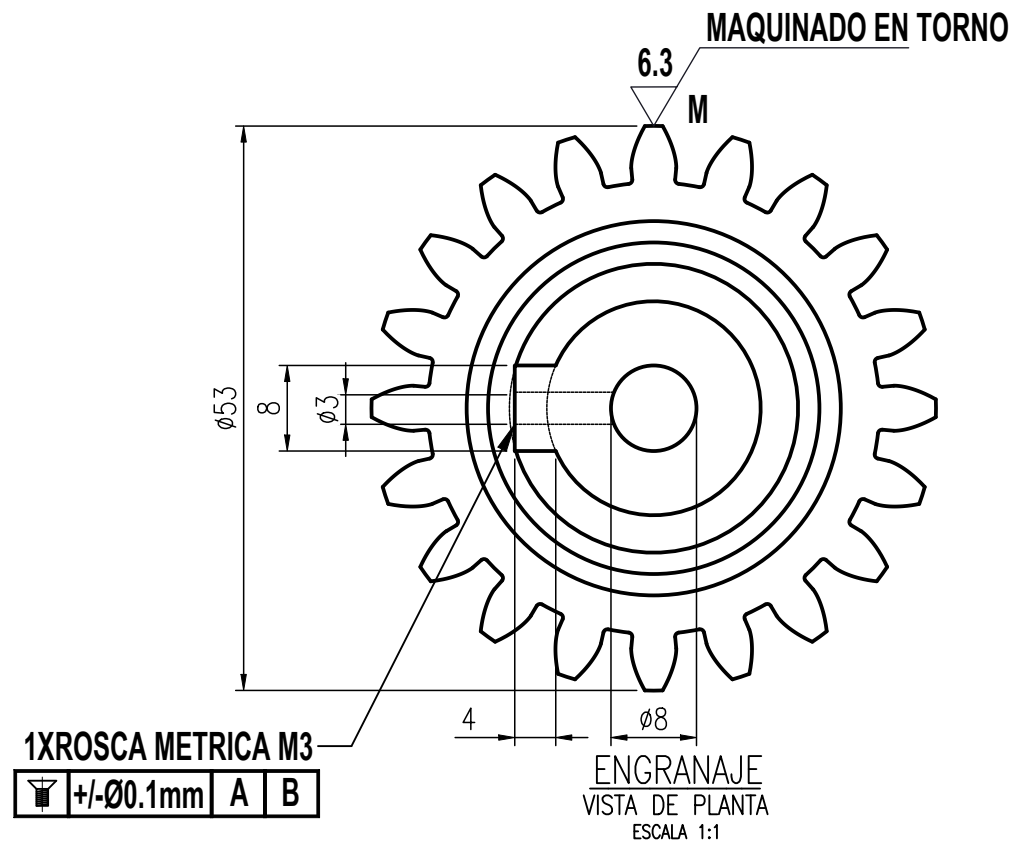


EJE 01
VISTA ISOMETRICA
ESCALA 1:2

EJE 01
VISTA DE PLANTA
ESCALA 1:2

TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A <= 3.00	>3.00 A <= 6.00	>6.00 A <= 30	>30 A <= 120	>120 A <= 400	>400 A <= 1000	>1000 A <= 2000	>2000 A <= 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0

2	1	EJE 02	X40CR13	PL-030
1	1	EJE 01	X40CR13	PL-030
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION
LISTA DE COMPONENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:		TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		
PLANO:		EJES		
RESPONSABLES:				ESCALA:
Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla				INDICADA
ASESOR:				FECHA:
Mgr. Ing. Arturo, Macedo Silva				03/09/26
				FORMATO:
				A3
				HOJA:
				29



TOLERANCIAS DIMENSIONALES GENERALES (ISO 2768)								
CLASE DE TOLERANCIA	DESVIACIONES PERMISIBLES (mm)							
M - MEDIO	>0.50 A <= 3.00	>3.00 A <= 6.00	>6.00 A <= 30	>30 A <= 120	>120 A <= 400	>400 A <= 1000	>1000 A <= 2000	>2000 A <= 4000
	+/-0.1	+/-0.1	+/-0.2	+/-0.3	+/-0.5	+/-0.8	+/-1.2	+/-2.0

1	2	ENGRANAJE, Ø52, ANCHO 25mm, 20 DIENTES, NORMA GOST 0033-51	ASI 1045	PL-030
POS.	CANT.	NOMBRE	MATERIAL:	OBSERVACION
LISTA DE CONFIDENTES				
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA				
MÉTODO DE PROYECCIÓN:		TESIS: "ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE UN MODELO A ESCALA DE PUENTE BAILEY APLICANDO EL TEOREMA Π DE VASKY - BUCKINGHAM"		ESCALA:
		PLANO:		INDICADA
		RESPONSABLES: Bach. Choque Chauca Aron Justo, Bach.Percy Pacco Ylla		FECHA: 03/09/26
		ASESOR: Mgtr. Ing. Arturo, Macedo Silva		FORMATO: A3
				HOJA: 30