

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA INFORMÁTICA Y DE SISTEMAS



TESIS

**PROTOTIPO DE SISTEMA BASADO EN GESTOS DE
LA MANO PARA EL APRENDIZAJE DE
GEOMETRÍA 3D EN ESTUDIANTES DEL NIVEL
SECUNDARIO**

PRESENTADO POR:
BR. DICK TUPAYACHI TRUJILLO

**PARA OPTAR AL TÍTULO PROFESIO-
NAL DE INGENIERO INFORMÁTICO Y
DE SISTEMAS**

ASESOR:
MG. HARLEY VERA OLIVERA

**CUSCO-PERÚ
2024**

INFORME DE ORIGINALIDAD

(Aprobado por Resolución Nro.CU-303-2020-UNSAAC)

El que suscribe, Asesor del trabajo de investigación/tesis titulada: Prototipo de Sistema Basado en Gestos de la Mano para el Aprendizaje de Geometría 3D en Estudiantes del Nivel Secundario

presentado por: Dick Tupayachi Trujillo con DNI Nro.: 42957563 presentado por: con DNI Nro.: para optar el título profesional/grado académico de Ingeniero informático y de sistemas

informo que el trabajo de investigación ha sido sometido a revisión por 2 veces, mediante el Software Antiplagio, conforme al Art. 6° del **Reglamento para Uso de Sistema Antiplagio de la UNSAAC** y de la evaluación de originalidad se tiene un porcentaje de 6 %.

Evaluación y acciones del reporte de coincidencia para trabajos de investigación conducentes a grado académico o título profesional, tesis

Porcentaje	Evaluación y Acciones	Marque con una (X)
Del 1 al 10%	No se considera plagio.	X
Del 11 al 30 %	Devolver al usuario para las correcciones.	
Mayor a 31%	El responsable de la revisión del documento emite un informe al inmediato jerárquico, quien a su vez eleva el informe a la autoridad académica para que tome las acciones correspondientes. Sin perjuicio de las sanciones administrativas que correspondan de acuerdo a Ley.	

Por tanto, en mi condición de asesor, firmo el presente informe en señal de conformidad y adjunto la primera página del reporte del Sistema Antiplagio.

Cusco, 27 de Diciembre de 2024

Firma

Post firma Harley Vera Olivera

Nro. de DNI 82592815

ORCID del Asesor 0000-0003-2011-8797

Se adjunta:

1. Reporte generado por el Sistema Antiplagio.
2. Enlace del Reporte Generado por el Sistema Antiplagio: oid: 27259:418884183

DICK TUPAYACHI TRUJILLO

PROTOTIPO DE SISTEMA BASADO EN GESTOS DE LA MANO PARA EL APRENDIZAJE DE GEOMETRÍA 3D EN ESTUDIANTES

 Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::27259:418884183

Fecha de entrega

27 dic 2024, 9:20 a.m. GMT-5

Fecha de descarga

27 dic 2024, 9:25 a.m. GMT-5

Nombre de archivo

tesis_27_12_2024.pdf

Tamaño de archivo

12.3 MB

86 Páginas

18,270 Palabras

99,254 Caracteres

6% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Filtrado desde el informe

- ▶ Bibliografía
- ▶ Texto citado
- ▶ Coincidencias menores (menos de 8 palabras)

Exclusiones

- ▶ N.º de coincidencias excluidas

Fuentes principales

- 5%  Fuentes de Internet
- 1%  Publicaciones
- 3%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Marcas de integridad

N.º de alertas de integridad para revisión

No se han detectado manipulaciones de texto sospechosas.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

Acrónimos

API Interfaz de Programación de Aplicaciones (Application Programming Interface)

AR Realidad Aumentada (Augmented Reality)

CSG Geometría Sólida Constructiva (Constructive Solid Geometry)

HCI Interacción Humano Computador (Human Computer Interaction)

HE Historia de estudiante

IOS Sistema Operativo para dispositivos móviles de Apple

MINEDU Ministerio de Educación

NUI Interfaz Natural de Usuario (Natural User Interface)

PC Computadora Personal (Personal Computer)

RAM Memoria de Acceso Aleatorio (Random Acces Memory)

RGB Modelo aditivo de color rojo verde y azul

SDK Kit de Desarrollo de Software (Software Development Kit)

Agradecimientos

A los docentes de la Escuela Profesional de Ingeniería Informática y de Sistemas por todas sus enseñanzas y consejos a lo largo de mis estudios universitarios. A mi asesor de tesis Harley Vera Olivera por su guía en la elaboración del presente trabajo.

Resumen

La enseñanza de geometría 3D es muy importante para el desarrollo de las capacidades espaciales de los estudiantes. Tradicionalmente esta materia se ha enseñado sobre la pizarra, libros y cuadernos teniendo la dificultad de representar los objetos tridimensionales en un entorno bidimensional. Con los avances tecnológicos se ha desarrollado modelos de enseñanza basados en geometría dinámica y actualmente se está utilizando interfaces naturales gestuales favorables para su aprendizaje. La mayoría de instituciones educativas públicas de nuestra región no cuentan con recursos económicos para adquirir dicha tecnología. Por lo cual se plantea desarrollar un prototipo de sistema basado en gestos de la mano para el aprendizaje de geometría 3D en estudiantes de nivel secundario utilizando solo una cámara *RGB*. Para tal fin se han diseñado gestos manuales para la interacción con el prototipo y actividades para el aprendizaje de geometría 3D. El diseño de la arquitectura esta basado en *OpenCV* librería de de visión artificial para procesamiento de imágenes, *MediaPipeHands* para generar gestos de manos y *OpenGL* para la creación de gráficos 3D. Con la utilización del prototipo se ha comprobado que los estudiantes de nivel secundarios mejoraron sus aprendizajes de geometría 3D.

Palabras clave: Software basado en gestos de la mano, Aprendizaje de geometría 3D, Interfaces naturales.

Abstract

The teaching of 3D geometry is very important for the development of students' spatial skills. Traditionally this subject has been taught on the blackboard, books and notebooks having the difficulty of representing three-dimensional objects in a two-dimensional environment. With technological advances, teaching models based on dynamic geometry have been developed and currently natural gestural interfaces are being used for learning. The majority of public educational institutions in our region do not have the economic resources to acquire this technology. Therefore, the proposal is to develop a prototype system based on hand gestures for learning 3D geometry in secondary school students using only an RGB camera. For this purpose, hand gestures for interaction with the prototype and activities for learning 3D geometry have been specified. The architecture design is based on OpenCV machine vision library for image processing, MediaPipeHands for generating hand gestures and OpenGL for creating 3D graphics. The use of the prototype has shown that secondary school students have improved their learning of 3D geometry.

Keywords: Hand gesture software, 3D geometry learning, Natural interfaces.

Índice general

Lista de Tablas	X
Lista de Figuras	XIII
Introducción	XIV
1. Aspectos Generales	1
1.1. Planteamiento del Problema	1
1.1.1. Descripción del Problema	1
1.1.2. Identificación del Problema	2
1.2. Formulación del Problema	2
1.2.1. Problema General	2
1.2.2. Problemas Específicos	2
1.3. Objetivos de la Investigación	2
1.3.1. Objetivo General	2
1.3.2. Objetivos Específicos	2
1.4. Justificación	3
1.4.1. Conveniencia	3
1.4.2. Relevancia	3
1.4.3. Implicancias Prácticas	3
1.4.4. Valor Teórico	3

1.4.5. Utilidad Metodológica	4
1.5. Delimitación del Estudio	4
1.5.1. Delimitación Espacial	4
1.5.2. Delimitación Temporal	4
1.6. Método	4
1.6.1. Tipo y Alcance de la Investigación	4
1.6.2. Diseño	5
1.6.3. Para el Desarrollo de la Parte Informática	5
2. Marco Teórico	6
2.1. Marco Teórico Conceptual	6
2.1.1. Interfaz	6
2.1.2. Interfaz de Usuario	6
2.1.3. Interfaz Natural de Usuario	6
2.1.4. El Gesto	7
2.1.5. El Gesto Manual	7
2.1.6. Clasificación de Gestos de la Mano	8
2.1.7. Interfaz Gestual	8
2.1.8. Interfaces Gestuales en Entornos Educativos	9
2.1.9. Constructivismo y Aprendizaje Virtual	9
2.1.10. Geometría	10
2.1.11. Enseñanza de Geometría	10
2.1.12. Visualización Tridimensional en Geometría	11
2.1.13. Enseñanza de Geometría Apoyada en la Tecnología	11
2.1.14. Enseñanza de Geometría 3D en Nivel Secundario	11
2.1.15. OpenCV	12
2.1.16. MediaPipe Hands	12

2.1.17. OpenGL	13
2.2. Antecedentes	13
3. Desarrollo del Tema de Tesis	21
3.1. Diseño de Actividades Didácticas para el Aprendizaje de Geometría 3D.	21
3.2. Diseño de Gestos Manuales para Manipular los Cuerpos Geométricos .	22
3.3. Diseño de la Arquitectura del Prototipo.	23
3.4. Aplicación de la Metodología de Desarrollo de Software	24
3.4.1. Fase Inicial	24
3.4.2. <i>Sprint</i> 1	28
3.4.3. <i>Sprint</i> 2	29
3.4.4. <i>Sprint</i> 3	30
3.4.5. <i>Sprint</i> 4	31
3.5. Prototipo de Sistema Final	32
3.6. Verificación de los Aprendizajes	39
3.6.1. Ambiente para la Prueba Estadística	39
3.6.2. Ejecución de la Prueba Estadística	40
3.6.3. Resultados de la Prueba Estadística	40
3.6.4. Validación de Resultados de la Prueba Estadística	43
4. Discusión de Resultados	49
Conclusiones	51
Recomendaciones	52
Apéndices	53
A. Primer Examen - Pre Experimental y Segundo Examen - Post Experimental	55

B. Experimentación	65
Bibliografía	69

Índice de cuadros

3.1. Historia de estudiante del Backlog.	28
3.2. Sprint 1 Backlog.	29
3.3. Sprint 2 Backlog.	29
3.4. Sprint 3 Backlog.	30
3.5. Sprint 4 Backlog.	31
3.6. Costos de materiales para el desarrollo del trabajo de investigación . . .	33
3.7. Costo de desarrollo equipo SCRUM por Sprint	33
3.8. Notas grupo de control.	41
3.9. Notas grupo experimental.	41
3.10. Estadísticos grupo control.	43
3.11. Estadísticos grupo experimental.	43

Índice de figuras

2.1. Diagrama de Jakobson adaptado a la comunicación entre hombre y máquina	7
2.2. Gesto índice	8
2.3. Gesto icónico	8
2.4. Gesto simbólico	8
2.5. Controles de salida de los modelos de referencia de la mano	20
3.1. Gesto abrir y cerrar mano	22
3.2. Gesto señalar	22
3.3. Gestos ingreso de valor entero	23
3.4. Gesto avanzar	23
3.5. Gesto retroceder	23
3.6. Arquitectura del prototipo	24
3.7. Puntos característico de la mano Mediapipehands	24
3.8. Menú primer nivel	34
3.9. Menú segundo nivel	34
3.10. Menú tercer nivel	34
3.11. Pintando caras del cubo	35
3.12. Área del cubo	35
3.13. Cubo por extrusión	36
3.14. Volumen del cubo dada su arista	36

3.15. Pintado caras de prisma	37
3.16. Área del prisma	37
3.17. Prisma por extrusión	37
3.18. Volumen del prisma, ingreso de una arista	37
3.19. Pintado área del cilindro	38
3.20. Área del cilindro	38
3.21. Cilindro por extrusión	39
3.22. Volumen cilindro dado el radio	39
3.23. Comparación de notas, grupo control	42
3.24. Comparación de notas	42
3.25. Frecuencia y distribución primer examen grupo experimental	44
3.26. Frecuencia y distribución segundo examen grupo experimental	45
3.27. Facilidad al realizar gestos manuales para manipular los cuerpos geométricos	45
3.28. Frecuencia y distribución segundo examen grupo experimental	46
3.29. Frecuencia y distribución segundo examen grupo experimental	46
3.30. Frecuencia y distribución segundo examen grupo experimental	47
3.31. Frecuencia y distribución segundo examen grupo experimental	48
A.1. Primer examen página 1, grupo control	56
A.2. Primer examen página 2, grupo control	57
A.3. Primer examen página 1, grupo experimental	58
A.4. Primer examen página 2, grupo experimental	59
A.5. Segundo examen, grupo control	60
A.6. Segundo examen página 2, grupo control	61
A.7. Segundo examen página 1, grupo experimental	62
A.8. Segundo examen página 2, grupo experimental	63

A.9. Encuesta de satisfacción	64
B.1. Primer examen	65
B.2. Capacitación	66
B.3. Experimentación	66
B.4. Carta de presentación a Institución Educativa	67

Introducción

La enseñanza de geometría 3D es de suma importancia para la formación de los estudiantes en sus capacidades espaciales, muy necesario para su futuro desempeño en diferentes áreas del conocimiento como la arquitectura, ingeniería, medicina, etcétera. Durante muchas décadas la enseñanza tradicional de esta materia se ha desarrollado básicamente sobre la pizarra, libros y cuadernos. En instituciones educativas públicas que cuentan con escasa implementación tecnológica se continúa con esta manera de enseñanza. La principal dificultad que enfrentan los estudiantes al aprender geometría 3D se da al representar los objetos tridimensionales en un entorno bidimensional. Al respecto [Dickson *et al.* \(1991\)](#) basados en Lappan y Winter afirman: a pesar que nuestro entorno es tridimensional nos valemos de libros y cuadernos para representar objetos tridimensionales por medio de figuras bidimensionales. De esta manera se genera en el estudiante una dificultad adicional en el proceso de aprendizaje. Desde varias décadas atrás se han realizado diferentes estudios sobre la didáctica y desarrollado diferentes modelos sobre enseñanza aprendizaje de geometría. Asimismo, se han incorporado diferentes materiales didácticos manipulativos como la utilización de sólidos geométricos construidos con diferentes tipos de materiales. Con los avances tecnológicos se ha creado software y desarrollado nuevos modelos de enseñanza basados en aplicaciones informáticas cuya característica principal es la implementación de la geometría dinámica. Ejemplo de ello son los conocidos *software* educativos Geogebra y Cabri. La nueva generación de interfaces denominada interfaces naturales de usuario ha traído consigo ventajas y mejoras en la enseñanza de geometría de cuerpos sólidos demostradas en diferentes investigaciones como [Lakshmi *et al.* \(2016\)](#), [Le & Kim \(2017\)](#) y [Cao & Liu \(2019\)](#) que utilizan dispositivos adicionales para reconocer gestos como *Microsoft Kinect* y *Leap Motion*. La mayoría de instituciones educativas públicas de nuestro medio no cuentan con recursos económicos para acceder a esta tecnología, por lo cual se plantea el objetivo de desarrollar un prototipo de sistema basado en gestos de la mano intuitivo y natural para favorecer el aprendizaje de geometría 3D en estudiantes de nivel secundario por medio de solo una cámara *RGB*,

A continuación se realiza una breve descripción de cada uno de los capítulos desarrollados.

Capítulo 1: Formulación del Problema Se presenta la problemática relacionada a los aprendizajes de geometría 3D en estudiantes de nivel secundario. Se realiza la formulación del problema planteándose el problema general y problemas específicos, así mismo se desarrolla los objetivos de la investigación subdivididos en objetivo general

y objetivos específicos.

Capítulo 2: Marco Teórico Conceptual Se presentan conceptos de interfaz, de gestos manuales, de interfaces gestuales, de aprendizaje y enseñanza de geometría, de tecnologías utilizadas en el desarrollo del prototipo como OpenCV, MediapipeHands y openGL. Así mismo se presentan antecedentes que abordaron problemas similares a los planteados en este trabajo y que utilizaron tecnologías similares para resolverlos.

Capítulo 3: Metodología de Investigación Se presenta el tipo de investigación realizado y el diseño metodológico que se siguió para cumplir con los objetivos de la investigación como: El diseño de actividades didácticas, diseño de gestos manuales, diseño de la arquitectura del prototipo y aplicación de una metodología de desarrollo de software.

Capítulo 4: Resultados y Discusión Se presenta el prototipo de sistema desarrollado, se explica la interacción con los diferentes cuerpos geométricos. Se presenta la aplicación de una prueba estadística para verificar los aprendizajes de los estudiantes y una encuesta de satisfacción para verificar la facilidad del uso del prototipo. Finalmente se realiza la discusión de resultados.

Capítulo 1

Aspectos Generales

1.1. Planteamiento del Problema

1.1.1. Descripción del Problema

Una de las principales dificultades en el aprendizaje de geometría 3D se debe a la enseñanza tradicional de esta materia, basada en la representación de figuras tridimensionales por medio de un entorno bidimensional como las pizarras, cuadernos y libros [Dickson *et al.* \(1991\)](#). Estudiantes de nuestras regiones tienen dificultades para identificar los elementos de los cuerpos geométricos así como sus propiedades, dificultades al relacionar la vista geométrica con sus respectivas fórmulas de área y volumen. Así mismo en una enseñanza tradicional los estudiantes adquieren una visión estática de las figuras y cuerpos geométricos [Portugal Ávalos \(2015\)](#). Un aprendizaje deficiente de esta materia ocasiona dificultades en el desarrollo de habilidades espaciales necesarias para diferentes áreas del conocimiento [Battista \(2007\)](#). Con el avance de la tecnología se ha desarrollado software para la enseñanza de geometría con la característica principal de aplicar geometría dinámica. Sin embargo, esta interacción todavía es dificultosa, no es natural ni intuitiva y no resulta ser atractiva para los estudiantes como lo indican los docentes al referir que todavía los estudiantes necesitan tener conocimientos de computación básica para interactuar con la aplicación. Las interfaces naturales, en particular las interfaces basadas en gestos de la mano tienen ventajas para el aprendizaje [Valenzuela *et al.* \(2020\)](#). Las aplicaciones desarrolladas para el aprendizaje de geometría 3D basadas gestos de la mano mejoran los aprendizajes de esta materia como lo demuestran los trabajos de [Lakshmi *et al.* \(2016\)](#), [Le & Kim \(2017\)](#) y [Cao & Liu \(2019\)](#). Pero estas aplicaciones aún requieren de un dispositivo adicional para el reconocimiento de gestos de la mano y las Instituciones Educativas de nuestras regiones no cuentan con recursos económicos para adquirir estos dispositivos.

1.1.2. Identificación del Problema

Muchos estudiantes de nivel secundario de las Instituciones Educativas públicas de nuestras regiones tienen dificultades para el aprendizaje de geometría 3D. Lo que se evidencia en su falta de interés en esta materia, dificultades al representar las figuras tridimensionales y las bajas calificaciones en su rendimiento académico.

1.2. Formulación del Problema

1.2.1. Problema General

¿Cómo superar las dificultades presentadas en la enseñanza de geometría 3D en estudiantes de nivel secundario, aprovechando las ventajas que se tiene al utilizar interfaces basadas en gestos manuales?

1.2.2. Problemas Específicos

- ¿Qué gestos manuales utilizar para interactuar con los cuerpos geométricos?
- ¿Qué actividades aprendizaje se emplea en la enseñanza de geometría 3D en el nivel secundario?
- ¿Cómo aprovechar los recursos computacionales disponibles en las salas de cómputo de las Instituciones Educativas públicas?
- ¿Cómo comprobar si los estudiantes mejoraron sus aprendizajes con la solución propuesta?

1.3. Objetivos de la Investigación

1.3.1. Objetivo General

Desarrollar un prototipo de sistema basado en gestos de la mano intuitivo y natural para favorecer el aprendizaje de geometría 3D en estudiantes de nivel secundario.

1.3.2. Objetivos Específicos

1. Diseñar gestos manuales para manipular los cuerpos geométricos.

2. Diseñar actividades de aprendizaje a implementar en el prototipo.
3. Diseñar la arquitectura adecuada para el prototipo.
4. Verificar la efectividad del prototipo.

1.4. Justificación

1.4.1. Conveniencia

Es conveniente realizar la presente investigación porque la utilización de gestos manuales es ventajosa para los aprendizajes, superando las dificultades presentadas en una enseñanza tradicional basada en libros y cuadernos [Valenzuela *et al.* \(2020\)](#). Así mismo el software de geometría dinámica disponibles en la actualidad aún resulta incomprensible y no es atractivo para los estudiantes. En el desarrollo del prototipo se aprovechó las últimas tecnologías en reconocimiento de gestos. Estas tecnologías no requieren de dispositivos adicionales y consumen recursos de computación básicos para que puedan ser instalados en las salas de cómputo que actualmente cuentan la mayoría de Instituciones Educativas públicas de nuestras regiones.

1.4.2. Relevancia

Las tecnologías utilizadas para el desarrollo del prototipo promueven y facilitan el desarrollo de la línea de investigación de Interacción Humano – Computador. Las aplicaciones basadas en gestos de la mano facilitan los aprendizajes y pueden ser implementadas en diferentes áreas educativas.

1.4.3. Implicancias Prácticas

El prototipo desarrollado puede mejorar los aprendizajes de geometría 3D en estudiantes de nivel secundario sin la necesidad de tener conocimientos básicos de computación ya que la interacción se da de manera natural e intuitiva. La utilización del prototipo puede acortar los tiempos dedicados a cada actividad de aprendizaje que se realizarían en una enseñanza tradicional.

1.4.4. Valor Teórico

Algunas actividades de aprendizaje que contempló el prototipo tienen ciertas interacciones lúdicas, que es una manera atractiva de aprender para el estudiante y están enfocadas en las actividades de aprendizaje de geometría 3D de las Instituciones

Educativas públicas. El reconocimiento de gestos manuales esta basado en la solución *MediaPipeHands* que solo necesita una cámara web para reconocer gestos a diferencia de otras soluciones que necesitan dispositivos especiales.

1.4.5. Utilidad Metodológica

Se siguió un procedimiento metodológico diseñado para alcanzar el objetivo de la investigación. Para verificar si el prototipo mejoró los aprendizajes de geometría 3D de manera significativa se aplicó una prueba estadística. El procedimiento metodológico empleado puede ser replicado en otras investigaciones similares.

1.5. Delimitación del Estudio

1.5.1. Delimitación Espacial

La verificación de la mejora de los aprendizajes después de utilizar el prototipo se realizó en la Institución Educativa de mujeres Inmaculada del distrito de Curahuasi, provincia de Abancay, departamento de Apurimac. La institución educativa tiene tres secciones para el primer año de secundaria. Se tuvo acceso a la sección *C* de 20 estudiantes. La sala de cómputo cuenta con nueve *laptop* marca *lenovo* de procesador *core i5 6200U*, de *2.3 GHz*, *Memoria de Acceso Aleatorio (Random Acces Memory) (RAM)* de *4.0 GB*.

1.5.2. Delimitación Temporal

Las entrevistas, observaciones y primeras evaluaciones individuales de los estudiantes comenzaron en el mes de diciembre del año 2023. El experimento con la versión final del prototipo se llevó a cabo en el mes de abril del año 2024.

1.6. Método

1.6.1. Tipo y Alcance de la Investigación

De acuerdo a la clasificación de [Muntané \(2010\)](#) por el propósito de la investigación, el presente trabajo corresponde a una investigación aplicada. Por el alcance de la investigación, al realizar la verificación de los aprendizajes de los estudiantes, corresponde a una investigación explicativa. Se busca una causalidad en la mejora de sus aprendizajes y se controla la intervención del estímulo que es el prototipo de sistema.

1.6.2. Diseño

- Diseño de actividades didácticas para el aprendizaje de geometría 3D.
- Diseño de gestos manuales para la interacción con el prototipo.
- Diseño de la arquitectura del prototipo.
- Aplicación de una metodología de desarrollo de software.
- Realización de una prueba estadística para verificar los aprendizajes de geometría 3D.

1.6.3. Para el Desarrollo de la Parte Informática

Se utilizó el marco de trabajo *SCRUM* por que no se tuvo un plan completamente definido, las tecnologías no eran conocidas y el desarrollo del prototipo evolucionaría de acuerdo a la retroalimentación de los estudiantes. Así mismo los gestos de la mano especificadas se adaptarían a la facilidad y comodidad que los estudiantes tengan al interactuar con el prototipo y las actividades de aprendizaje serian refinadas para mejorar los aprendizajes de geometría 3D.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Marco Teórico Conceptual

2.1.1. Interfaz

Existen diferentes acepciones de interfaz empleadas en *hardware*, *software* o en la comunicación con personas, el concepto de interfaz se ha originado en la ingeniería de procesos como lo afirma Maybury, citado en [León González Pacheco \(2019\)](#). La interfaz es parte integrante de un sistema de control que muestra información sustancial del estado de un proceso, el proceso en desarrollo puede ser modificado, aprobado o inferido por la interfaz.

Otra definición la da [Pomboza Junez et al. \(2017\)](#) quien afirma que la interfaz define la manera en que interactúan diferentes entidades como máquinas, sistemas o usuarios. En la Figura 2.1 se compara el diagrama de Jakobson y un diagrama de comunicación entre hombre y máquina.

2.1.2. Interfaz de Usuario

El diseño de interfaces de usuario se ha caracterizado por facilitar la interacción con las computadoras. [Gallego \(2011\)](#), define la interfaz de usuario como el medio a través del cual el hombre interactúa con un ordenador, el medio puede ser *hardware* y/o *software* que con el avance de la tecnología ha evolucionado.

2.1.3. Interfaz Natural de Usuario

Es la última generación de interfaces de usuario a la fecha, existen diferentes tipos de interfaces naturales como las interfaces naturales de voz, táctiles y gestuales. Según

Figura 2.1: Diagrama de Jakobson adaptado a la comunicación entre hombre y máquina



Diagrama de Jakobson



Nota. Interacción humano computador. Tomado de [León González Pacheco \(2019\)](#)

[Pomboza Junez et al. \(2017\)](#), la comunicación con una máquina que no necesite teclado, ratón o algún periférico de entrada, sino que el principal vínculo de interacción es el usuario, se le denomina “Interfaz Natural de Usuario (Natural User Interface) (NUI)” en la cual la interfaz está enfocada principalmente en el usuario.

2.1.4. El Gesto

El gesto fue la primera forma en la que el humano se comunicó y a partir de ella evolucionó el lenguaje, como lo afirma Corballis en [Pomboza Junez et al. \(2017\)](#). Según [Cortés-Rico & Piedrahita-Solórzano \(2019\)](#) el gesto es un modo de comunicación no verbal el cual expresa pensamientos, sentimientos o estados de ánimo para intercambiar eficientemente mensajes entre el emisor y quien interpreta el gesto.

2.1.5. El Gesto Manual

Según [Pomboza Junez et al. \(2017\)](#) el brazo, antebrazo y mano componen el gesto manual al alcanzar una postura específica. El gesto puede estar compuesto por una o las dos manos para componer un solo gesto. El significado del gesto depende de un contexto y objetivo. Por su flexibilidad, puede formar una expresión compleja o un lenguaje.

2.1.6. Clasificación de Gestos de la Mano

En la literatura revisada se encuentra varias clasificaciones del gesto como la dividida por la comunicación en gestos actitudinales y gestos simbólicos, clasificación del gesto por su naturaleza en gestos corporales, gestos faciales y gestos manuales.

Según León González Pacheco (2019) desde el punto de vista semiótico Peirce divide al gesto en 3 tipos: el índice, que hace referencia al objeto con gesto señalador como apuntar con el dedo (Figura 2.2), el icónico que tiene un parecido con el objeto como abrir los brazos para indicar extensión (Figura 2.3) y el simbólico que no hace referencia al objeto ni tiene parecido, pero que es aceptado por una comunidad como, por ejemplo, el gesto de la mano con pulgar arriba que significa está bien (Figura 2.4).

Figura 2.2: Gesto índice



Figura 2.3: Gesto icónico



Figura 2.4: Gesto simbólico



2.1.7. Interfaz Gestual

Según León González Pacheco (2019), la interfaz gestual es la forma en que el usuario controla un programa a través de movimientos y ubicación en el tiempo y el espacio. Los movimientos pueden ser realizados por el cuerpo o parte de él o por un aparato que hace de extensión del cuerpo en forma sensorial y expresiva.

2.1.8. Interfaces Gestuales en Entornos Educativos

Según Erazo & Pico (2014) las interfaces gestuales sin contacto son atractivos en varios escenarios por motivos de seguridad, accesibilidad o higiene, para estudiantes es útil y motivadora. Pese a los esfuerzos realizados para mejorar la calidad de estas aplicaciones en aulas escolares todavía no responde completamente a las exigencias de los estudiantes. Las guías para el diseño de interfaces sin contacto tienen ciertas limitaciones por estar enfocadas en dispositivos en particular o una aplicación específica, en ambientes educativos aún no se tiene una guía. El desarrollo de dispositivos enfocados en reconocimiento de gestos hizo posible el aumento de aplicaciones de interacción sin contacto como por ejemplo el lenguaje de señas. Se han creado aplicaciones para diversas áreas del conocimiento como biología, anatomía, matemática etc., así mismo se han desarrollado aplicaciones sin contacto comerciales y gratuitos. Entre las tecnologías para el reconocimiento de gestos tenemos principalmente guantes, brazaletes y cámaras. Un inicio aconsejable para el diseño de interfaces gestuales es tomar en cuenta los principios de diseño en Interacción Humano Computador (Human Computer Interaction) (HCI). Entre los cuales tenemos *affordance* que nos muestra cómo usar la interfaz, *visibility* que nos muestra las principales funcionalidades, *mapping* que relaciona el control con su efecto, *feedback* información de retorno. Una tarea desafiante al diseñar interfaces de usuario sin contacto es elaborar gestos fáciles de recordar por el usuario y fáciles de reconocer por el dispositivo. La cantidad de gestos debe ser limitada, una cantidad adecuada para la memoria de trabajo de las personas es siete. Otra consideración es el área de interacción, el cual se refiere al alcance que los usuarios tengan al realizar gestos, pudiendo ser similar al que se tiene en una conversación, de acuerdo con una zona de confort o a las necesidades propias de la aplicación. Para un entorno educativo puede considerarse el espacio alcanzado al estar sentado frente al computador. También se toma en cuenta el control *display* que hace referencia al reflejo del movimiento de mano en la pantalla del computador, ello puede influir en una adecuada interacción del usuario y rendimiento de la aplicación. La representación de la mano en la pantalla dependerá del tipo de aplicación que puede ser un avatar, efecto espejo o un cursor. Los diseños consideran gestos que no fatiguen al usuario, tiempos de relajación y gestos que no requieran mucha precisión. La evaluación de las interfaces tiene importancia porque permite anticiparse al éxito o fracaso del software desarrollado, se realiza por medio de sus atributos de usabilidad. Existen métodos de evaluación con o sin participación de usuarios. La evaluación sin participación de usuarios se basa en modelos cualitativos o cuantitativos, son especialmente útiles en etapas previas a la evaluación con usuarios. Los aspectos para evaluarse son el cansancio, exactitud, naturalidad y tiempo para realizar el gesto. La participación de usuarios para evaluar interfaces se realiza principalmente por medio de cuestionarios y entrevistas.

2.1.9. Constructivismo y Aprendizaje Virtual

Según Gros Salvat *et al.* (2002), las propuestas basadas en tecnologías mediadoras entre estudiantes y contenido didáctico, se desarrollaron compartiendo características

como: priorización de actividades sobre la transmisión de conocimientos, importancia del contexto para el aprendizaje, tecnología como mediadora para el aprendizaje en una sociedad cambiante. El enfoque constructivista se enfoca en la experimentación, no en la enseñanza por transmisión de conocimientos, si no en el desarrollo de habilidades para construir conocimiento. Por ello es importante que el alumno este inmerso en ambientes estimulantes. El problema no esta en presentar la información organizada, si no contar con un contexto adecuado. A través de la experimentación el hombre interpreta el conocimiento que es la forma natural constituida en nuestra biología. Según el constructivismo el profesor no transmite conocimiento, solo puede ayudar a aprender al alumno, se puede crear circunstancias adecuadas para que se genere aprendizajes. El conocimiento se adquiere al experimentar, las personas interpretan la información en un contexto dado, se adquiere el conocimiento a través de la significancia de las interacciones. El aprendizaje es la asociación de partes, lo cual depende de un contexto, el conocimiento de un fenómeno o las destrezas intelectuales contienen información del contexto, son más significativas si se adquieren en un contexto adecuado. En la perspectivas de Piaget, el aprendizaje se da por descubrimiento y en la perspectiva de Vygotsy el aprendizaje se da por investigación en un determinado contexto y colaboración. En el constructivismo de Papert, el aprendizaje se realiza haciendo, la persona es quien construye su aprendizaje, el conocimiento se pone en acción. En los entornos de aprendizaje virtual, el ordenador es mediadora en la transmisión de los conocimientos. En el enfoque constructivista no se toman en cuenta las instrucciones, si no el entorno de aprendizaje. En una enseñanza tradicional, se decide qué aprender y qué estrategias utilizar, este enfoque es reemplazado por el constructivismo que propone un enfoque mas flexible. Para el constructivismo los contextos de aprendizaje que se asemejan a la vida real son importantes ya que pueden replicarla, se oponen a la información presentada para memorizar en contextos aislados de la vida real.

2.1.10. Geometría

Según [Fernández-Nieto \(2018\)](#), la Geometría estudia la medida de figuras y cuerpos geométricos así como sus propiedades. Medidas de perímetro y área de figuras geométricas y medidas de área y volumen de cuerpos geométricos.

2.1.11. Enseñanza de Geometría

Según [Escudero & García Peña \(2008\)](#), las personas elaboran intuitivamente relaciones y conceptos geométricos a través de su interacción con su entorno espacial, la enseñanza de geometría debe permitir ese conocimiento del espacio prescindiendo de la experiencia física e imaginar las figuras y relaciones geométricas. Vale decir desarrollar sus capacidades de abstracción. Los alumnos interactuarán en un espacio conceptual y ya no físico, donde las conjeturas realizadas de las formas geométricas ya no las comprobarán empíricamente, sino a través de argumentaciones matemáticas.

2.1.12. Visualización Tridimensional en Geometría

Según Pizarro Canales *et al.* (2021), para visualizar figuras tridimensionales se realizan dos tareas a nivel mental, el reconocimiento de las formas y la identificación de las figuras que la conforman. Al visualizar, se ejecutan habilidades de asociación entre la percepción de la forma y la imagen de esta recreada en la mente del estudiante. Se definen siete habilidades para visualizar formas 3D, como coordinar la motricidad de los ojos, reconocimiento visual, preservación de la percepción, percepción de la ubicación en el espacio, conexiones en el espacio, distinción y memoria visual.

2.1.13. Enseñanza de Geometría Apoyada en la Tecnología

Según Treceño Coteró *et al.* (2019), la enseñanza tradicional en geometría repite los conceptos que se dedujeron y que se aceptan sin necesidad de ser demostrados. Sin embargo, los matemáticos dedujeron estos conceptos, las formas geométricas y relaciones de sus características por medio de su imaginación. En las actividades matemáticas desarrolladas por medio de un sistema geométrico dinámico basadas en la experiencia y la observación, los alumnos pueden medir y arrastrar los objetos geométricos realizando conjeturas y haciendo uso de su imaginación, por lo cual nace la importancia de desarrollar recursos tecnológicos para la enseñanza por medio de un Sistema de Geometría Dinámica.

Portugal Ávalos (2015), afirma que las matemáticas, en especial la geometría, debe estar a la par con los avances tecnológicos. Por años la geometría se ha presentado de manera estática, las figuras presentadas de una manera particular y los conceptos de una manera particular. Esta forma de enseñanza induce al alumno a imaginarse las formas geométricas de un modo estático. Al contrario, si los cuerpos geométricos consiguen visualizarse en movimiento, estamos ante el concepto de la geometría dinámica, en la cual el alumno tiene una visión más general de la figura geométrica y no solo la asocia a una visión particular de sus propiedades.

2.1.14. Enseñanza de Geometría 3D en Nivel Secundario

La enseñanza de geometría 3D en nivel secundario de instituciones educativas públicas del país se imparte dentro de la competencia “*Resuelve problemas de forma movimiento y localización*” del área de matemática del programa curricular nacional secundario del “Ministerio de Educación (MINEDU)” MINEDU (2016). Esta competencia está enfocada en la resolución de problemas. La competencia mencionada desarrolla capacidades como: Modelado de las formas y transformaciones de las figuras geométricas. Comunicación de aprendizajes de la comprensión de las figuras y cuerpos geométricos y sus relaciones. Orientación en el espacio haciendo uso de tácticas y procedimientos. Argumentación de sus aseveraciones sobre relaciones geométricas.

2.1.15. OpenCV

Los autores [Kaehler & Bradski \(2016\)](#) afirman que *OpenCV* está construida en base a una librería de visión por computadora de código abierto escrita en C y C++, que se ejecuta sobre *Windows*, *Linux* y *Mac OS X*. Actualmente tiene desarrollo constante de interfaces para *Python*, *Java*, *MathLab*, y algunos otros lenguajes de programación, incluye librerías portables para *Android* y “*Sistema Operativo para dispositivos móviles de Apple (IOS)*”, ha tenido soporte de *Intel* y *Google* en estos años. *OpenCV* proporciona una infraestructura de visión por computadora para permitir el desarrollo de aplicaciones de visión de manera rápida con más de 500 funciones para diferentes áreas de visión por computadora.

2.1.16. MediaPipe Hands

[Zhang et al. \(2020\)](#) presentan una solución para el seguimiento de las manos en tiempo real que predice el esqueleto de la mano por medio de solo una cámara *RGB*. Esta solución es implementada vía *MediaPipe*. *MediaPipe Hands* utiliza un pipeline de *Machine Learning* compuesto por 2 modelos. El primero que detecta la palma de la mano de toda la imagen capturada y el segundo modelo que toma como punto de partida la palma detectada que está orientada y delimitada. Se infieren 21 puntos de la mano en 2.5D de alta fidelidad. Al tener referenciada la palma de la mano, disminuye gran cantidad de parámetros como rotaciones, traslaciones y escalado. En el fotograma anterior se consideran los puntos de referencia para inferir el cuadro delimitador del fotograma actual, sólo se considera la detección de la palma de la mano en el primer fotograma o cuando el reconocimiento de la palma se ha perdido. Al detectarse la palma de la mano se incluye una variedad de tamaños considerable, ocluidas y ocultas. Para superar los problemas anteriores se utilizan tres estrategias. La primera, el de entrenar un detector de palmas en vez de una mano con articulaciones, la segunda un extractor de características para el contexto de la escena y la tercera minimizar la pérdida focal durante el entrenamiento para soportar la variedad de tamaños de la mano. La inferencia de los 21 puntos de la mano se logra a través de una regresión, el modelo de la referencia de la mano tiene 3 salidas:

- 21 puntos de referencia en x,y, profundidad.
- Una bandera de presencia o ausencia de la mano.
- La clasificación de la mano en izquierda o derecha.

Las coordenadas 2D se aprenden de los datos del mundo real y sintético, la coordenada de profundidad del sintético que tiene su punto de origen en la muñeca. Se tiene otra salida que determina la probabilidad de la presencia de la mano a través de un umbral y se ha desarrollado un clasificador binario para determinar si la mano es izquierda o derecha. Se crearon conjuntos de datos que abordan diferentes aspectos del

problema de seguimiento de manos: como el conjunto de datos conteniendo 6k imágenes de manos del mundo real. El conjunto de gestos de 10 000 imágenes de varios ángulos de la mano con la limitante de ser solo de 30 personas. El conjunto de datos sintéticos, en el cual se renderiza una imagen sintética en 3D de alta calidad, se utiliza un modelo comercial con 5 tonos de piel diferentes y se realizan tomas de secuencia de vídeo con 3 cámaras diferentes. En la Figura 2.5 se muestra 2 subgráficos, uno para la detección de la palma y otro para la inferencia de los puntos de referencia que se detallan a continuación. Primeramente, el video es capturado por la cámara RGB, *HandDetection* detecta la palma de la mano por primera vez o cuando la mano se ha perdido. *ImageCropping*, corta una imagen de la mano detectada, *HandLandmark* identifica los puntos característicos de la mano, si se pierde esta detección se vuelve a detectar la palma de la mano, *display* muestra la imagen *MediaPipe Hands* predice puntos 2.5D sin necesidad de *hardware* especializado, por lo tanto se puede desplegar en dispositivos básicos.

2.1.17. OpenGL

[Kessenich et al. \(2016\)](#) en el libro “*OpenGL Programming Guide: The official guide to learning OpenGL*”. Definen *OpenGL* como una “*Interfaz de Programación de Aplicaciones (Application Programming Interface) (API)*” conformada por una librería para acceder a las características de *hardware* gráfico. Contiene más de 500 funciones para especificar objetos, imágenes y operaciones para crear aplicaciones interactivas en 3D.

OpenGL fue diseñado para simplificar la interacción con múltiples tarjetas gráficas. *OpenGL* construye imágenes en 3D en base a primitivas tales como puntos, líneas y triángulos. La siguiente lista describe los pasos más importantes para realizar el renderizado de una imagen en *OpenGL*.

- Se especifica los datos para construir las formas desde las primitivas geométricas.
- Ejecuta varios *shaders* para calcular en las primitivas de entrada la posición, color y otros atributos de renderizado.
- Convierte las descripciones matemáticas de las primitivas de entrada hacia sus fragmentos asociados una localización en la pantalla. Este proceso es llamado rasterización.
- Finalmente se ejecuta el fragmento *shader* por cada fragmento generado por la rasterización que determina la posición y el color del pixel.

2.2. Antecedentes

[Kim et al. \(2013\)](#), en el artículo “*Real-Time Hand Gesture-Based Interaction*

with Objects in 3D Virtual Environments” publicado en la “*International Journal of Multimedia and Ubiquitous Engineering*”

Abordan el problema de interacciones naturales que imiten el mundo real en un entorno virtual. Proponen una interfaz de usuario basada en el gesto de la mano que permite a los usuarios controlar objetos virtuales en un entorno virtual 3D. La arquitectura del sistema se compone de un dispositivo de reconocimiento de gestos *Kinect*, puede reconocer hasta dos personas en base a tres coordenadas (x,y, profundidad). Contiene un “*Kit de Desarrollo de Software (Software Development Kit) (SDK)*” para computadoras *windows 7* y consolas de juego *Xbox 360*. El sistema se compone de dos procesos, el reconocimiento del gesto y la ejecución del mismo. El reconocimiento de gestos, se divide en dos fases: detección del área de la mano y detección del tipo de gesto. La detección del área de la mano se divide por la posición de la mano del usuario que son tres, área de inactivación, área de activación y área de selección del objeto. Para determinar la posición de la mano, se mide el brazo cuando está más extendido y cuando está menos extendido. Si el valor absoluto de esta diferencia es menor a 0.15 el gesto es ignorado, si es mayor a 0.15 y menor a 0.8 el área está en modo activo y si es mayor a 0.8 está en modo de selección. Se puede controlar el objeto virtual seleccionado en el espacio virtual. Se obtiene 27 gestos manuales para el control de objetos en un espacio virtual, en este trabajo se utilizan ocho de los 27 gestos. Para evaluar la eficacia del sistema propuesto se ha desarrollado varios sistemas basados en gestos.

Conclusiones: Los resultados experimentales del sistema de mantenimiento de vehículos, indican que la interfaz de usuario propuesta basada en el gesto de la mano podría emplearse potencialmente en lugar de un ratón o un teclado. Los cuales proporcionan facilidad de uso y control natural de los objetos en los espacios virtuales.

Comentario: En la investigación mencionada se utiliza el dispositivo especializado *Kinect* para el reconocimiento de gestos, en la actualidad existen soluciones de software que detectan los gestos a través de solo una cámara *RGB* que son más accesibles. Los gestos son lineales y aún falta incorporar gestos más elaborados.

[Purnama et al. \(2014\)](#), en el artículo “*Geometry Learning Tool for Elementary School using Augmented Reality*” publicado en la “*International Conference on Industrial Automation, Information and Communications Technology*”

Abordan el problema de aprendizaje profundo de geometría en la educación primaria. Los autores propusieron un sistema que se ha desarrollado para demostrar que la biblioteca de *OpenCV* puede crear una aplicación de realidad aumentada considerando tres aspectos: combinación de entornos reales y virtuales, interactividad en tiempo real y el registro del objeto en 2D y 3D. Estos tres aspectos se probaron con el uso del kit de herramientas de aprendizaje. El kit de herramientas de aprendizaje para comprender geometría consta del prototipo de dispositivo y la aplicación del kit de herramientas de aprendizaje de geometría de realidad aumentada. El prototipo de dispositivo refleja hacia una mesa desde un proyector por medio de un espejo donde los estudiantes pueden utilizar el transportador para medir el ángulo directamente en la mesa. La aplicación del kit de herramientas de aprendizaje de geometría de realidad

aumentada está construida con la biblioteca *OpenCV* y utiliza el lenguaje de programación *Python* para su implementación. El objetivo del prototipo de aplicación del kit de herramientas de aprendizaje de realidad aumentada es ayudar a los estudiantes a utilizar el transportador para medir ángulos, fomentar el autoaprendizaje y atraer a los estudiantes para aprender matemáticas.

Para la utilización de la aplicación se tiene cuatro tarjetas de colores para representar los marcadores: El rojo que es el punto central del eje de coordenadas, el cual no debe moverse. El azul que es para formar el ángulo derecho, el verde para formar el ángulo izquierdo y el verde claro para mostrar la medida del ángulo. Así mismo se tienen cuatro pasos para que el estudiante utilice el dispositivo: Debe mostrar la tarjeta roja a la cámara web. Mostrar el marcador azul para generar el ángulo desde el eje x positivo o la tarjeta verde para generar el ángulo desde el eje x negativo. Medir el ángulo con el transportador y con la tarjeta verde claro se podrá comprobar si la medida hecha con el transportador fue correcta. Las pruebas del prototipo se realizaron con alumnos del cuarto grado de primaria. Antes de que los estudiantes utilizaran el dispositivo para el proceso de aprendizaje, el 17 % de ellos no estaban interesados en las clases de matemáticas, después de la utilización del dispositivo solo el 8 % no estaba interesado en las matemáticas. Igualmente el 38 % de los estudiantes tenían problemas en la lección de geometría, especialmente en aprender a usar el transportador, después de utilizar el dispositivo ninguno tenía problemas en la lección de geometría.

Conclusiones: El prototipo de aplicación del kit de herramientas de aprendizaje de realidad aumentada ayuda a los estudiantes a utilizar el transportador para medir ángulos, fomentar el autoaprendizaje y atrae a los estudiantes para aprender matemáticas.

Comentario: En la investigación mencionada se utiliza el prototipo de dispositivo que es una estructura hecha a medida que no es accesible en nuestro medio o su construcción es dificultosa. *OpenCV* no soporta gráficos en 3D.

Lakshmi *et al.* (2016) en el trabajo de investigación titulado “*Geometry-via-Gestures: Design of a gesture-based application to teach 3D Geometry*”, publicado en la “*ICCE 2016: The 24th International Conference on Computers in Education*”

Abordaron el problema de comprensión e integración de conceptos como propiedades, formas, fórmulas, manipulación, interpretación de su estructura y otros de los objetos tridimensionales. Identificado este problema se plantearon el objetivo de diseñar una aplicación basada en gestos para que los estudiantes de secundaria aprendan las propiedades de los objetos 3D. Para alcanzar este objetivo realizaron un diseño pedagógico de Geometría vía Gestos y un Diseño de Estudio. El Diseño pedagógico de geometría vía gestos se ha enfocado en el aprendizaje por experiencia, en tal sentido se crearon actividades para tres objetivos de aprendizaje. El alumno debe ser capaz de mover los objetos tridimensionales a través de gestos manuales en varias orientaciones. El alumno debe ser capaz de explicar la formación de objetos 3D a partir de objetos 2D. El alumno debe ser capaz de deducir conceptualmente el volumen de un objeto 3D. En el diseño de estudio se plantearon preguntas antes, durante y después de las

actividades. La pregunta pre - test para identificar conocimientos previos y conceptos erróneos de los estudiantes. Las preguntas intermedias para extraer el proceso de pensamiento y constitución de conocimientos. Las preguntas se desarrollaron en base a los tres objetivos planteados con tres niveles de acierto que son esperado, intermedio y deficiente. Las preguntas posteriores a las actividades para evaluar la transferencia de conocimientos. Posteriormente se realizaron pruebas piloto a dos estudiantes. En la entrevista al primer mostró abandono al no poder interactuar con la aplicación, fue ayudado por un facilitador, lo que sugiere que se debe implementar mensajes de ayuda para realizar los gestos. El estudiante calculaba el volumen basándose en la fórmula matemática, después de la interacción con la aplicación pudo darse cuenta de la construcción del objeto 3D a partir de los objetos 2D y deducir su volumen. El estudiante tenía un concepto erróneo del área y del volumen y a pesar de deducir conceptualmente el volumen después de la interacción no pudo relacionarla con la fórmula lo que sugiere que se necesitan pistas para guiar al estudiante.

Conclusiones: Con los resultados de las pruebas piloto concluyeron que la aplicación de Geometría Vía Gestos en su forma actual tenía algunas limitaciones como no poder ayudar a superar conceptos erróneos. Se necesitan mecanismos para evitar la pérdida de interés debido a la frustración ocasionada por la pérdida del seguimiento del gesto y el modo de auto aprendizaje requiere una serie de ayudas adicionales. Consecuentemente se realizó el rediseño de tareas teniendo en cuenta que los estudiantes tienen un conocimiento vago e inconsistente de cómo se forman los sólidos Geométricos. A partir de la observación de los alumnos y para facilitar el auto aprendizaje se sugiere mostrar tres niveles de soporte para mostrar los gestos. Un agente virtual con preguntas emergentes podría jugar el papel de facilitador y plantear preguntas de reflexión que obliguen al alumno a pensar en la causa y el efecto del gesto en el resultado visualizado en pantalla.

Comentario: En la investigación mencionada se utiliza el dispositivo especializado *Leap Motion* para el reconocimiento de gestos, en la actualidad existen soluciones de software que detectan los gestos a través de solo una cámara *RGB* que son más accesibles en nuestro medio.

Le & Kim (2017), en el artículo “*An Augmented Reality Application with Hand Gestures for Learning 3D Geometry*”, publicado en la “*Conference: 2017 IEEE International Conference on Big Data and Smart Computing (BigComp)*”

Abordan el problema de la dificultad en el aprendizaje de geometría 3D debido a la utilización de materiales tradicionales como pizarras, bolígrafos y metodologías de enseñanza clásica como dibujos y narrativas. Identificado este problema se plantearon el objetivo de desarrollar una aplicación de realidad aumentada basada en gestos manuales para el aprendizaje de geometría 3D. Para alcanzar este objetivo se enfocaron en dos tecnologías: realidad aumentada e interacción a través de gestos manuales. El dispositivo *Leap Motion* reconoce los gestos de las manos y los objetos 2D y 3D se dibujan una vez que la cámara web reconoce los marcadores. La aplicación cuenta con cuatro tipos de funcionalidades. La construcción de formas geométricas 3D a partir de formas geométricas 2D. La Geometría Sólida Constructiva (Constructive Solid Geo-

metry) (CSG) en la cual se pueden construir figuras geométricas 3D a partir de otras figuras geométricas 3D básicas. La transformación de formas geométricas 2D para crear formas geométricas 3D por extrusión y la manipulación e interacción con las figuras geométricas. Así mismo se ha especificado tres métodos de interacción con las transformaciones geométricas: la rotación con el dedo índice y medio, el escalado con las dos manos y movimiento con el dedo índice. Adicionalmente se han diseñado tres escenarios para explicar cómo se puede utilizar el sistema propuesto: el de propiedades y relaciones de formas geométricas, construcción de formas geométricas usando operadores CSG y el de transformación de formas geométricas por extrusión.

Se ha realizado un estudio comparativo de la aplicación de Realidad Aumentada (Augmented Reality) (AR) propuesta con dos aplicaciones para la enseñanza de geometría. Cabri que se ejecuta en un ordenador de escritorio y Geogebra que se ejecuta en un *Ipad*. Se evaluaron a 27 estudiantes entre escolares y universitarios. Los cuestionarios se basaron en intuitividad, facilidad de uso, capacidad de comprensión, modificación dinámica e interacción. Los resultados del estudio comparativo mostraron que el tiempo de finalización del primer escenario fue superior por la falta de familiaridad con la aplicación de AR. Para el escenario dos, demoraron más tiempo lo que indica que es más agradable interactuar con la aplicación de AR. Para el escenario tres demoraron más en poder realizar la extrusión con las manos lo que permitió controlar los objetos de forma natural. Los resultados sobre el requisito de intuitividad mostró que para el 56 % era fácil visualizar las estructuras de las formas 3D. Las reacciones al requisito facilidad de uso mostró que más del 60 % era fácil iniciar el aprendizaje de geometría 3D. El requisito capacidad de comprensión mostró que para el 52 % era fácil entender el concepto de formas geométricas usando la aplicación. Para las reacciones sobre modificación dinámica el 70 % realizó los gestos con las manos e interactuó con las formas 3D.

Conclusiones: Al realizar el análisis comparativo, los autores concluyen que su sistema es más atractivo e intuitivo que los software de geometría dinámica, así mismo la encuesta de satisfacción indica que los estudiantes mejoraron sus aprendizajes de geometría 3D.

Comentario: En el trabajo mencionado se puede ampliar más funcionalidades para el aprendizaje de geometría, se puede extender la aplicación para que pueda usarse desde diferentes dispositivos móviles y también pueda implementarse una aplicación colaborativa. Se podría disminuir los costos de implementación al considerar aplicaciones para el reconocimiento de gestos a través de solo una cámara *Modelo aditivo de color rojo verde y azul (RGB)*, prescindiendo de dispositivos especializados adicionales como *Leap Motion*.

Cao & Liu (2019) en el artículo “*Hand ControlAR: An Augmented Reality Application for Learning 3D Geometry*” publicado en la “*Conference: 2019 IEEE International Symposium on Mixed and Augmented Reality Adjunct (ISMAR-Adjunct)*” abordan el problema de la dificultad en el aprendizaje de geometría 3D. Los autores afirman que esta dificultad se debe a una falta de desarrollo de habilidades de pensamiento e imaginación espacial ocasionadas por una educación tradicional. Para superar este problema

se plantearon el objetivo de desarrollar un sistema interactivo usando gestos manuales y realidad aumentada para mejorar estas habilidades. El sistema propuesto ayuda a comprender conceptos y relaciones entre los cuerpos geométricos esfera y poliedros. Contiene un componentes de realidad aumentada que permite aprender intuitivamente las relaciones entre esfera y poliedros. Un segundo componente de reconocimiento de gestos de la mano que permite interactuar con los cuerpos geométricos profundizando los aprendizajes. El subsistema de RA utiliza la cámara web y el software *vuforia* para reconocer y dar seguimiento a los marcadores sobre los cuales se superponen los cuerpos geométricos virtuales que son renderizados por *Unit3D*. Los estudiantes pueden interactuar con los modelos 3D por medio del dispositivo *leap motion*, este dispositivo realiza un rastreo de la posición de las manos y detecta los gestos manuales para interactuar con los modelos 3D. Según la literatura revisada por los autores, la enseñanza no debe ser pasiva, sino por el contrario constructiva y reflexiva, por lo cual diseñaron tres niveles de enseñanza progresivos. El primer nivel combina esferas y cubos donde el estudiante puede controlar el tamaño y la transparencia de la esfera para inscribirla o circunscribirla al cubo, visualizando sus relaciones y propiedades. El segundo nivel combina esferas y pirámides triangulares, donde el estudiante puede mover y escalar la esfera para circunscribirla a la pirámide triangular, cuando la esfera es posicionada correctamente, se muestra la explicación correspondiente a sus relaciones y propiedades. En el tercer nivel se combina esferas y pirámides triangulares especiales, similar al nivel dos con la diferencia que la esfera circunscrita a una pirámide tiene los vértices coincidentes a los vértices de un cubo o cuboide, este nivel requiere de mayor habilidad espacial.

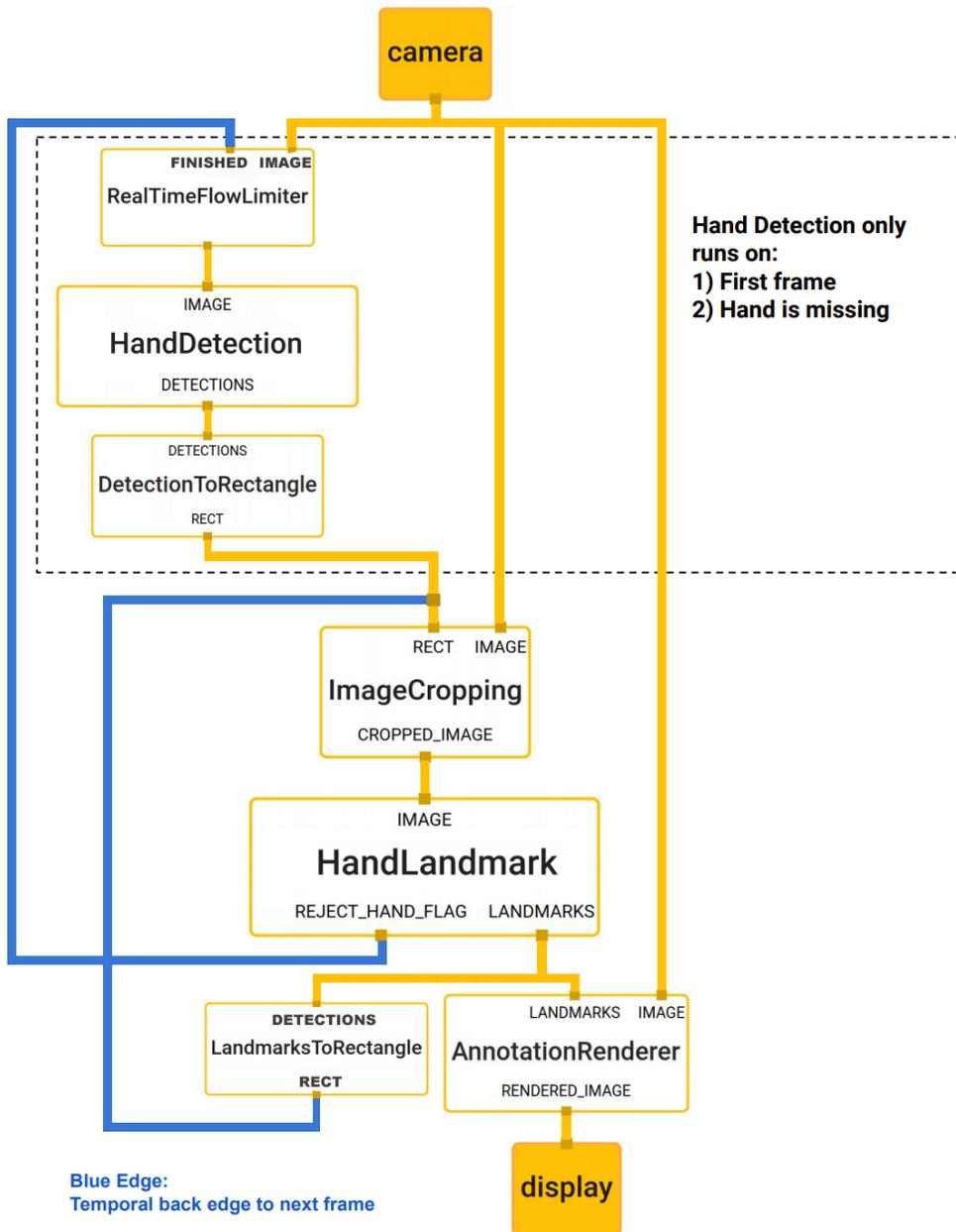
Se realizaron pruebas de rendimiento del sistema, utilizando una *Computadora Personal (Personal Computer) (PC) core i7*, de 16 *Gigabyte* de *RAM*, cámara web, dispositivo *leap motion*, sistema operativo *winodws 10*, *Unit 3D* y *vuforia*. Participaron cinco estudiantes, tres de los cuales eran estudiantes del último año, dos de ellos estudiantes de tercer año, sólo un estudiante conocía los conceptos de esfera inscrita y circunscrita y 3 de ellos utilizaron RA antes. Para realizar la experimentación primeramente un instructor enseñó a los estudiantes conceptos de esferas y poliedros, luego se les tomó una prueba con una puntuación máxima de tres puntos. Posteriormente, los estudiantes utilizaron los tres niveles de enseñanza del sistema y finalmente se les tomó una segunda prueba de rendimiento y una encuesta actitudinal. Las pruebas se centraron en calcular el radio de la esfera tangente y radio de la esfera circunscrita. La puntuación de la pre prueba fue de 1.4 y el de post prueba de 2.8. En las preguntas de la encuesta de satisfacción consideraron el diseño del sistema, contenido didáctico y sugerencias de los estudiantes. Todos los estudiantes estuvieron satisfechos con el diseño del sistema y los contenidos didácticos, ninguno de ellos estaba en desacuerdo.

Conclusiones: Los estudiantes mejoraron sus aprendizajes de conceptos de esferas inscritas y circunscritas en poliedros de manera intuitiva y natural. La utilización de RA y gestos manuales demuestran ayudar en el aprendizaje de geometría 3D al visualizar e interactuar de forma natural con las formas geométricas y sus relaciones.

Comentarios: En el artículo se utiliza el dispositivo *leap motion*, en la actualidad se cuenta con soluciones de reconocimiento de gestos a través de solo una cámara

RGB, se menciona también que la mano puede tapar la visión de la cámara web a los marcadores de RA.

Figura 2.5: Controles de salida de los modelos de referencia de la mano



Nota. Controles de salida de palma y articulaciones de la mano. Tomado de [Zhang et al. \(2020\)](#)

Capítulo 3

Desarrollo del Tema de Tesis

3.1. Diseño de Actividades Didácticas para el Aprendizaje de Geometría 3D.

Las actividades de aprendizaje desarrolladas en el prototipo están basadas en el “*programa curricular nacional secundario del Ministerio de Educación del Perú*” [MINEDU \(2016\)](#). Se implementaron actividades de aprendizaje de los cuerpos geométricos cubo, prisma recto y cilindro de la competencia “*Resuelve problemas de forma movimiento y localización*” para el primer año de secundaria.

Actividades de aprendizaje para los cuerpos geométricos:

- (a) Transformación de la vista superficial a vista volumétrica y viceversa de los cuerpos geométricos: al mostrarse la vista superficial, el estudiante podrá transformarla a una vista volumétrica y al mostrarse la vista volumétrica, el estudiante podrá transformarla a la vista superficial.
- (b) Construcción progresiva de los cuerpos geométricos y relacionarla con la fórmula del área: la construcción del cuerpo geométrico se dará progresiva e interactivamente, mostrando sus elementos en una, dos y tres dimensiones, visualizando el cuerpo geométrico vacío para relacionarla con la fórmula de su área.
- (c) Construcción progresiva de los cuerpos geométricos y relacionarla con la fórmula del volumen: la construcción del cuerpo geométrico se dará progresiva e interactivamente, mostrando sus elementos en dos y tres dimensiones, visualizando el cuerpo geométrico sólido para relacionarla con el cálculo de su volumen.

Figura 3.1: Gestos abrir y cerrar mano

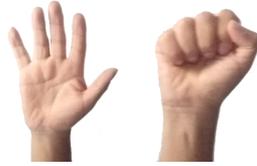


Figura 3.2: Gesto señalar



3.2. Diseño de Gestos Manuales para Manipular los Cuerpos Geométricos

Se diseñaron gestos de la mano que sean intuitivos y fáciles de recordar, así como la menor cantidad de gestos necesarios para la manipulación de los cuerpos geométricos. Preferentemente el estudiante debe estar a 60 cm frente a la pantalla de la computadora. Entre los gestos diseñados tenemos:

- (a) Gesto abrir mano y cerrar mano: para implementar estos gestos se calcula la distancia en la coordenada vertical de la yema y base del dedo medio, puntos característicos 12 y 9 (Figura 3.7). Si esta distancia es mayor a una distancia umbral se genera un evento con el gesto abrir mano, si esta distancia es menor a esta distancia umbral se genera un evento con el gesto cerrar mano (Figura 3.1).
- (b) Gesto señalar: para que este gesto genere un evento, las coordenadas horizontal y vertical de la yema del dedo índice, punto característico 8 (Figura 3.7), debe coincidir con las coordenadas horizontal y vertical de un determinado área de la ventana de interacción del prototipo (Figura 3.2).
- (c) Gesto ingreso de valor entero: para un valor entero de uno, la distancia entre la base y la yema de solo un dedo debe ser mayor a un umbral, para un valor entero de dos la distancia entre la base y la yema de dos dedos cualquiera debe ser mayor a este umbral, de igual manera para tres y cuatro dedos. Se ingresan valores enteros de los dedos meñique, índice, medio y anular (Figura 3.3).
- (d) Gesto avanzar y retroceder: se diseñaron para avanzar o retroceder presentaciones de los cuerpos geométricos. Primeramente se determina si la mano utilizada es izquierda o derecha, posteriormente se calcula la distancia entre los puntos de la yema del dedo pulgar y la yema del dedo índice de la misma mano, puntos

Figura 3.3: Gestos ingreso de valor entero



Figura 3.4: Gesto avanzar, con la mano derecha



característicos 4 y 8 (Figura 3.7), si esta distancia inicialmente es menor a un umbral (yemas de los dedos índice y pulgar unidos) y posteriormente mayor a otro umbral (yema de los dedos índice y pulgar separados) se genera el evento avanzar, mano derecha (Figura 3.4) o el evento retroceder (Figura 3.5) mano izquierda.

3.3. Diseño de la Arquitectura del Prototipo.

Los estudiantes pueden interactuar con el prototipo mediante gestos manuales para ello se integraron las tecnologías de visión artificial *OpenCV*, seguimiento de manos *MediaPipeHands* y generación gráficos *OpenGL* como se puede observar en la Figura 3.6.

Los gestos de la mano del estudiante son capturados por la cámara *RGB* del *PC*, los cuales son procesadas por la librería de visión artificial *OpenCV*, luego estos *frames* son transferidos a la solución *MediaPipeHands* que proporciona 21 puntos característicos de la mano (Figura 3.7). Utilizando los puntos característicos de la mano se implementan funciones para reconocer gestos manuales para la interacción con el prototipo. Con la *API* de *OpenGL* se construyen los escenarios de aprendizaje para los tres cuerpos geométricos cubo, prisma y cilindro. Posteriormente con las funciones de reconocimiento de gestos manuales y los escenarios de aprendizaje se construye la

Figura 3.5: Gesto retroceder, con la mano izquierda



Figura 3.6: Arquitectura del prototipo

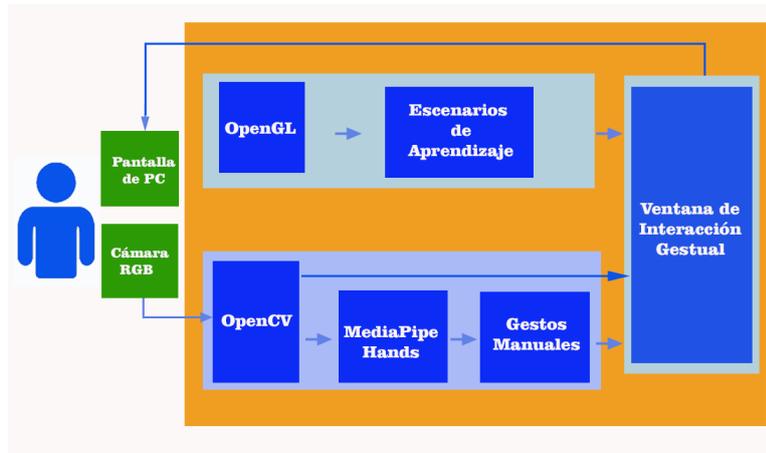
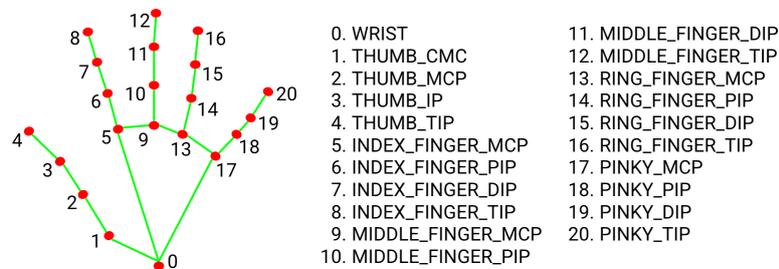


Figura 3.7: Puntos característico de la mano Mediapipehands



Nota. 21 puntos característico de las articulaciones de la mano. Tomado de [med \(2023\)](#)

ventana de interacción gestual.

3.4. Aplicación de la Metodología de Desarrollo de Software

3.4.1. Fase Inicial

- Visión del producto.

Desarrollar un prototipo de sistema basado en gestos de la mano para el aprendizaje de geometría 3D en estudiantes de nivel secundario. El prototipo debe mejorar las capacidades espaciales de los estudiantes al utilizar gestos favorables para los aprendizajes.

- Selección de tecnologías

Se utilizaron las tecnologías *OpenCV*, *MediaPipeHands* y *OpenGL* descritas en el

diseño de la arquitectura del prototipo de sistema.

- Roles

Rol *Product Owner* responsable de recoger los requisitos de los usuarios y gestionar el *Product Backlog*, rol *Scrum Master* responsable del cumplimiento de los eventos y el rol de *Developers* quienes incrementan el valor del producto. Estos tres roles fueron realizados por el tesista. Para el rol de *Product Owner* se entrevistó, realizó pruebas escritas y se observó a los estudiantes para especificar los requisitos y retroalimentación para el prototipo, así mismo se definió el *Product Backlog*. Para el rol de *Scrum Master* se cumplió los eventos del marco de trabajo *SCRUM* como las planificaciones y revisiones de los *Sprint*. Para el rol de *Developer* se realizó tareas definidas en los *Sprint Planning* y se completaron los entregables en cada *Sprint*.

- Épicas

Como estudiante puedo transformar la vista superficial a vista volumétrica y viceversa de los cuerpos geométricos cubo, prisma y cilindro, mediante gestos manuales para visualizar la formación de los cuerpos geométricos.

Como estudiante puedo visualizar la fórmula algebraica en las vistas geométricas de los cuerpos cubo, prisma y cilindro.

Como estudiante puedo visualizar la secuencia de formación de los cuerpos geométricos cubo, prisma y cilindro.

Como estudiante puedo seleccionar las diferentes opciones del menú mediante gestos manuales para interactuar dinámicamente con los cuerpos geométricos.

- Historias de usuario - Historia de estudiante (HE)

HE-1: Transformación de vista del cuerpo geométrico cubo.

Como estudiante puedo transformar la vista superficial a vista volumétrica y viceversa del cuerpo geométrico cubo, mediante gestos manuales para visualizar la formación del cuerpo geométrico.

Criterios de aceptación: Dado que puedo transformar la vista del cuerpo geométrico cubo, al realizar un gesto manual se realizará el cambio de la vista geométrica superficial a volumétrica y viceversa.

Detalles: Primeramente, se mostrará la vista superficial del cuerpo geométrico cubo, al realizar un gesto de la mano, los elementos del cuerpo geométrico cambiarán de posición para mostrar su forma en 3D. Una vez mostrada la vista en 3D, con un gesto de la mano los elementos del cuerpo geométrico retornarán a la posición superficial.

HE-2: Transformación de vista del cuerpo geométrico prisma.

Como estudiante puedo transformar la vista superficial a vista volumétrica y viceversa del cuerpo geométrico prisma, mediante gestos manuales para visualizar la formación del cuerpo geométrico.

Criterios de aceptación: Dado que puedo transformar la vista del cuerpo geométrico prisma, al realizar un gesto manual se realizará el cambio de la vista geométrica superficial a volumétrica y viceversa.

Detalles: Primeramente, se mostrará la vista superficial del cuerpo geométrico prisma, al realizar un gesto de la mano, los elementos del cuerpo geométrico cambiarán de posición para mostrar su forma en 3D. Una vez mostrada la vista en 3D, con un gesto de la mano los elementos del cuerpo geométrico retornarán a la posición superficial.

HE-3: Transformación de vista del cuerpo geométrico cilindro.

Como estudiante puedo transformar la vista superficial a vista volumétrica y viceversa del cuerpo geométrico cilindro, mediante gestos manuales para visualizar la formación del cuerpo geométrico.

Criterios de aceptación: Dado que puedo transformar la vista del cuerpo geométrico cilindro, al realizar un gesto manual se realizará el cambio de la vista geométrica superficial a volumétrica y viceversa.

Detalles: Primeramente, se mostrará la vista superficial del cuerpo geométrico cilindro, al realizar un gesto de la mano, los elementos del cuerpo geométrico cambiarán de posición para mostrar su forma en 3D. Una vez mostrada la vista en 3D, con un gesto de la mano los elementos del cuerpo geométrico retornarán a la posición superficial.

HE-4: Vista algebraica del cuerpo geométrico cubo.

Como estudiante puedo visualizar la fórmula algebraica en la vista geométrica del cuerpo geométrico cubo.

Criterios de aceptación: Dado que puedo visualizar la fórmula algebraica en la vista geométrica del cuerpo cubo, al tener la vista geométrica se visualizará la fórmula algebraica dinámicamente.

Detalles: Se mostrará la fórmula del cuerpo geométrico cubo, al realizar un cambio en la dimensión del cuerpo geométrico se mostrará un cambio en las dimensiones de las variables de la fórmula algebraica.

HE-5: Vista algebraica del cuerpo geométrico prisma.

Como estudiante puedo visualizar la fórmula algebraica en la vista geométrica del cuerpo geométrico prisma.

Criterios de aceptación: Dado que puedo visualizar la fórmula algebraica en la vista geométrica del cuerpo prisma, al tener la vista geométrica se visualizará la fórmula algebraica dinámicamente.

Detalles: Se mostrará la fórmula del cuerpo geométrico prisma, al realizar un cambio en la dimensión del cuerpo geométrico se mostrará un cambio en las dimensiones de las variables de la fórmula algebraica.

HE-6: Vista algebraica del cuerpo geométrico cilindro.

Como estudiante puedo visualizar la fórmula algebraica en la vista geométrica del cuerpo geométrico cilindro.

Criterios de aceptación: Dado que puedo visualizar la fórmula algebraica en la vista geométrica del cuerpo cilindro, al tener la vista geométrica se visualizará la fórmula algebraica dinámicamente.

Detalles: Se mostrará la fórmula del cuerpo geométrico cilindro, al realizar un cambio en la dimensión del cuerpo geométrico se mostrará un cambio en las dimensiones de las variables de la fórmula algebraica.

HE-7: Secuencia de formación del cuerpo geométrico cubo.

Como estudiante puedo visualizar la secuencia de formación del cuerpo geométrico cubo.

Criterios de aceptación: Dado que puedo visualizar la secuencia de formación del cuerpo geométrico cubo, al realizar determinados gestos manuales se visualizará la construcción progresiva del cuerpo geométrico.

Detalles: Primeramente, se visualizará sus elementos en una dimensión, luego en dos dimensiones y finalmente el cuerpo geométrico completo en tres dimensiones.

HE-8: Secuencia de formación del cuerpo geométrico prisma.

Como estudiante puedo visualizar la secuencia de formación del cuerpo geométrico prisma.

Criterios de aceptación: Dado que puedo visualizar la secuencia de formación del cuerpo geométrico prisma, al realizar determinados gestos manuales se visualizará la construcción progresiva del cuerpo geométrico.

Detalles: Primeramente, se visualizará sus elementos en una dimensión, luego en dos dimensiones y finalmente el cuerpo completo en tres dimensiones.

HE-9 : Secuencia de formación del cuerpo geométrico cilindro.

Como estudiante puedo visualizar la secuencia de formación del cuerpo geométrico cilindro.

Criterios de aceptación: Dado que puedo visualizar la secuencia de formación del cuerpo geométrico cilindro, al realizar determinados gestos manuales se visualizará la construcción progresiva del cuerpo geométrico.

Detalles: Primeramente, se visualizará sus elementos en una dimensión, luego en dos dimensiones y finalmente el cuerpo geométrico completo en tres dimensiones.

HE-10: Creación de menú

Como estudiante puedo seleccionar las diferentes opciones del menú mediante gestos manuales para interactuar dinámicamente con los cuerpos geométricos.

Criterios de aceptación: Dado que puedo seleccionar las diferentes opciones del menú, al realizar gestos manuales, se podrá acceder a diferentes opciones del menú.

Detalles: En todo momento se podrá regresar al menú principal y regresar a la opción anterior. Se podrá seleccionar ente área y volumen de los tres cuerpos geométricos cubo, prisma y cilindro.

- Generación del *Product Backlog*

La lista del *Product Backlog* se muestran en el Cuadro 3.1. se priorizaron las historias de estudiantes, secuencia de formación de los cuerpos geométricos. Estas historias de estudiante son las mas importantes para entender como se forman los cuerpos geométricos. Las historias de estudiante transformación de vista de los cuerpos geométricos ayudan a comprender mejor las propiedades de los cuerpos geométricos. Las historias de usuario vista algebraica de los cuerpos geométricos complementan los aprendizajes por experiencia de los estudiantes al relacionar la fórmula algebraica con la vista geométrica.

Historia del estudiante	Prioridad
Secuencia de formación del cuerpo geométrico cubo.	4
Secuencia de formación del cuerpo geométrico prisma	4
Secuencia de formación del cuerpo geométrico cilindro	4
transformación de vista del cuerpo geométrico cubo	3
transformación de vista del cuerpo geométrico prisma	3
transformación de vista del cuerpo geométrico cilindro	3
Creación de menú	2
Vista algebraica del cuerpo geométrico cubo	2
Vista algebraica del cuerpo geométrico prisma	2
Vista algebraica del cuerpo geométrico cilindro	2

Cuadro 3.1: Historia de estudiante del Backlog.

3.4.2. *Sprint 1*

- *Sprint Planning*

El objetivo del primer *Sprint* fue completar las actividades de aprendizaje para la comprensión del cálculo del área del cuerpo geométrico cubo, este *Sprint* duro tres semanas. Se seleccionaron tres *items* del *Product Backlog*, como se muestra en el Cuadro 3.2.

Tareas del *Sprint 1*:

Crear funciones para graficar los elementos geométricos recta, cuadrado y cubo en *opengl*. Crear funciones para avanzar y retroceder presentaciones por medio de gestos de mano utilizando *mediapipehands*. Crear función de presentación de

Historia de estudiante
Secuencia de formación del cuerpo geométrico cubo.
Secuencia de formación del cuerpo geométrico prisma.
Transformación de vista del cuerpo geométrico cubo.

Cuadro 3.2: Sprint 1 Backlog.

gráficos: recta, cuadrado, cubo vista superficial y cubo vista volumétrica utilizando las funciones para avanzar y retroceder presentaciones. Crear funciones para graficar el cuerpo geométrico prisma en *opengl*. Crear función de presentación de gráficos: recta, rectángulo, prisma vista superficial y prisma vista volumétrica utilizando las funciones para avanzar y retroceder presentaciones. Crear función para simular la transformación de la vista superficial a vista volumétrica en *opengl* del cuerpo geométrico cubo. Crear función para simular la transformación de la vista volumétrica a vista superficial en *opengl* del cuerpo geométrico cubo. Crear función para cambiar de vista mediante gestos abrir mano y cerrar mano del cuerpo geométrico cubo.

- *Sprint Review.*

Se realizaron pruebas de aceptación del prototipo con estudiantes. Se pudo observar que la funcionalidad de cambiar la vista superficial a volumétrica o viceversa, era mas atractiva para el estudiante, si a medida que abría o cerraba la mano el cubo también se abría o cerraba.

3.4.3. *Sprint 2*

- *Sprint Planning*

El objetivo del segundo *Sprint* fue implementar las historias de usuario actualizadas en el primer *Sprint*, tuvo una duración de tres semanas.

Actualización del *Product Backlog*.

Historias de estudiante
Visualizar la secuencia de formación del cuerpo geométrico cilindro
Transformar la vista superficial a vista volumétrica y viceversa del cuerpo geométrico cubo a medida que se cierra o abre la mano.
Transformar la vista superficial a vista volumétrica y viceversa del cuerpo geométrico prisma a medida que se cierra o abre la mano.
Transformar la vista superficial a vista volumétrica y viceversa del cuerpo geométrico cilindro a medida que se cierra o abre la mano.

Cuadro 3.3: Sprint 2 Backlog.

Tareas del *Sprint 2*:

Crear funciones para graficar perímetro de círculo y rectángulo en opengl. Crear funciones para graficar área de círculo y rectángulo en opengl. Crear función de presentación de gráficos: perímetros de círculo y rectángulo, área círculo, rectángulo, cilindro vista superficial, cilindro vista volumétrica, utilizando las funciones para avanzar y retroceder presentaciones. Crear función para cambiar la vista superficial a volumétrica a medida que se cierra la mano y cambiar la vista volumétrica a superficial a medida que se abre la mano, del cuerpo geométrico cubo. Crear función para cambiar la vista superficial a volumétrica a medida que se cierra la mano y cambiar la vista volumétrica a superficial a medida que se abre la mano del cuerpo geométrico prisma. Crear función para cambiar la vista superficial a volumétrica a medida que se cierra la mano y cambiar la vista volumétrica a superficial a medida que se abre la mano del cuerpo geométrico cilindro.

- *Sprint Review*

Al finalizar el segundo sprint se realizó pruebas de aceptación con estudiantes, se pudo observar que era mas práctico integrar la secuencia de formación del cuerpo geométrico y el cambio de vista.

3.4.4. *Sprint 3*

- *Sprint Planning*

El objetivo del tercer *Sprint* fue implementar las historias de usuario actualizadas en el segundo *Sprint*, tuvo una duración de tres semanas.

Actualización del *Product Backlog*.

Historia de estudiante
Interactuar con el cuerpo geométrico cubo vacío y visualizar el cálculo del área intuitivamente.
Interactuar con el cuerpo geométrico cubo sólido y visualizar el cálculo del volumen intuitivamente.
Interactuar con el cuerpo geométrico prisma vacío y visualizar el cálculo del área intuitivamente.
Interactuar con el cuerpo geométrico prisma sólido y visualizar el cálculo del volumen intuitivamente.
Interactuar con el cuerpo geométrico cilindro vacío y visualizar el cálculo del área intuitivamente.
Interactuar con el cuerpo geométrico cilindro sólido y visualizar el cálculo del volumen intuitivamente.

Cuadro 3.4: Sprint 3 Backlog.

Tareas del *Sprint 3*.

Crear función pintar cuadrados de cubo con gesto de la mano señalar. Incorporar a las presentaciones la función pintar cuadrados y función transformación de vistas en tiempo real. Crear función construir cubo por extrusion, utilizando gestos

abrir y cerrar mano. Crear función simular construcción de cubo por sumatoria de cubos de una unidad cúbica, dada la longitud de su lado por medio de gestos de mano ingreso de valor entero. Crear función pintar rectángulos de prisma con gesto de la mano señalar. Incorporar a las presentaciones la función pintar rectángulos y función transformación de vistas en tiempo real. Incorporar a las presentaciones de área de cilindro, la función transformación de vista en tiempo real. Crear función construir cilindro por extrusion, utilizando gestos abrir y cerrar mano. Crear función para visualizar un cilindro en función de su radio.

3.4.5. *Sprint 4*

- *Sprint Planning*

El objetivo del cuarto *Sprint* fue implementar la vista algebraica a las secuencias de formación implementadas en el tercer *Sprint*. El Sprint tuvo una duración de 3 semanas.

Actualización del *Product Backlog*.

Historia de estudiante
Creación de menú.
Visualizar la fórmula algebraica del volumen del cuerpo geométrico cubo.
Visualizar las fórmulas algebraicas del área del rectángulo y área del prisma en la formación del cuerpo geométrico prisma.
Visualizar la fórmula algebraica del volumen del cuerpo geométrico prisma.
Visualizar la fórmula algebraica del área del cuerpo geométrico cilindro.
Visualizar la fórmula algebraica del volumen del cuerpo geométrico cilindro.

Cuadro 3.5: Sprint 4 Backlog.

Tareas del *Sprint 4*.

Realizar la distribución de los iconos de navegación del menú nivel uno, en la pantalla del prototipo. Realizar el diseño gráfico del menú nivel uno. Calcular las coordenadas de los iconos de navegación para el menú nivel uno, a ser utilizados por el gesto de la mano señalar. Realizar la distribución de los iconos de navegación del menú nivel dos en la pantalla del prototipo. Realizar el diseño gráfico del menú nivel dos. Calcular las coordenadas de los iconos de navegación para el menú nivel dos, a ser utilizados por el gesto de la mano señalar. Realizar el diseño gráfico del menú nivel tres. Seleccionar gestos de mano para avanzar o retroceder en la visualización del área o volumen del cuerpo geométrico. Incorporar a las presentaciones las fórmulas del área del cuadrado y cubo. Incorporar a las presentaciones las fórmulas del volumen del cubo. Incorporar a las presentaciones las fórmulas del área del rectángulo y prisma. Incorporar a las presentaciones las fórmulas del volumen del prisma. Incorporar a las presentaciones las fórmulas del área del círculo, rectángulo y cilindro. Incorporar a las presentaciones las fórmulas del volumen del cilindro.

- *Sprint Review*

Al finalizar el cuarto *Sprint* se pudo observar que al realizar el gesto señalar para avanzar y retroceder en la presentación constantemente se perdía la mano por estar a los costados de la interfaz del prototipo de sistema, por lo que se cambio de gesto de mano a los gestos retroceder y avanzar.

Al realizar las pruebas de aceptación en los diferentes Sprint se evaluaron los siguientes aspectos de usabilidad:

- Se evaluó el cansancio como el generado al visualizar el cuerpo geométrico mientras se mantenía la mano levantada, se modificó el escenario de interacción para que el cuerpo geométrico se visualice sin tener la mano levantada y visualizar el cuerpo geométrico generado por el último gesto realizado.
- Se evaluó la exactitud para interactuar con el gesto señalar, como apuntar a una región de la ventana de interacción lo suficientemente amplia para generar un evento con mayor facilidad que una región pequeña y que este a los costados de la ventana de interacción donde se pierde la visión de la mano.
- Se evaluó la naturalidad para manipular los cuerpos geométricos, en la primera prueba de aceptación con estudiantes, al realizar el gesto abrir mano, el cuerpo geométrico se abría después de que la mano se abriera y se cerraba después de que el estudiante cerraba la mano, se modificó el escenario de interacción para manipular los cuerpos geométricos en tiempo real.

Para realizar el proyecto se tiene el siguiente presupuesto:

- Recursos de materiales: Costos asociados a diferentes recursos que se utilizaron en el proyecto, se detalla en el Cuadro 3.6.
- Recursos Humanos: Los costos asociados al trabajo de cada rol del equipo SCRUM por cada Sprint de tres semanas, se detalla en el Cuadro 3.7. El costo total por los cuatro Sprint asciende a la suma de Treinta Mil Doscientos soles (S/. 30,200.00)

Para realizar el despliegue de la primera versión del prototipo se utilizó el módulo *pyinstaller* de *pytón* que generó el empaquetado de las dependencias y ejecutable para el sistema operativo *Windows 10*, se distribuyeron en las *lapaptop* de la sala de cómputo para la prueba con estudiantes de la Institución Educativa Inmaculada.

3.5. Prototipo de Sistema Final

Las actividades de aprendizaje se implementaron para que el alumno relacione la vista geométrica con la fórmula algebraica de área y volumen de los cuerpos geométricos.

Tipo de Recurso	Nombre	Descripción	Costo(S/.)
Hardware	Computadora Portátil	Procesador Corei 5,10th Gen, 8GB RAM,500 GB HD	3400
Administrativos	Impresiones y pagos	impresión de documentos, impresión de tesis, copias de proyecto de tesis, pago por inscripción de tesis, pagos por tramites administrativos	800
Administrativos	Servicio de Internet	Búsqueda de información, reuniones virtuales	640.00
Movilidad	Pasajes	gasto estimado en transporte	300.00
Otros	Gastos no previstos		300.00
Total			5,440.00

Cuadro 3.6: Costos de materiales para el desarrollo del trabajo de investigación

Rol	Costo/Hora(S/.)	Horas/Sprint	Costo/Sprint(S/.)
Product Owner	80	25	2000.00
Scrum Master	60	30	1800.00
Developer	50	75	3750.00
Total			7,550.00

Cuadro 3.7: Costo de desarrollo equipo SCRUM por Sprint

1. Para visualizar el área se construye el cuerpo geométrico vacío.
2. Para visualizar el volumen se construye en cuerpo geométrico sólido.

La interacción con el menú y los diferentes cuerpos geométricos se describen a continuación:

(a) Menús de interacción

Los menús para la interacción con gestos de la mano se diseñaron considerando los espacios adecuados entre las opciones para utilizar el gesto de mano señalar. Todas las pantallas tienen la opción retroceder al nivel anterior y regresar al menú principal. El primer nivel del menú muestra las opciones de los cuerpos geométricos cubo, prisma y cilindro (Figura 3.8). El segundo nivel del menú, muestra las opciones de área y volumen de cada cuerpo geométrico seleccionado en el menú del primer nivel (Figura 3.9). En el tercer nivel del menú se tiene las presentaciones del área y volumen del cuerpo geométrico seleccionado. Se utiliza el gesto avanzar y retroceder en las presentaciones (Figura 3.10).

Figura 3.8: Menú primer nivel

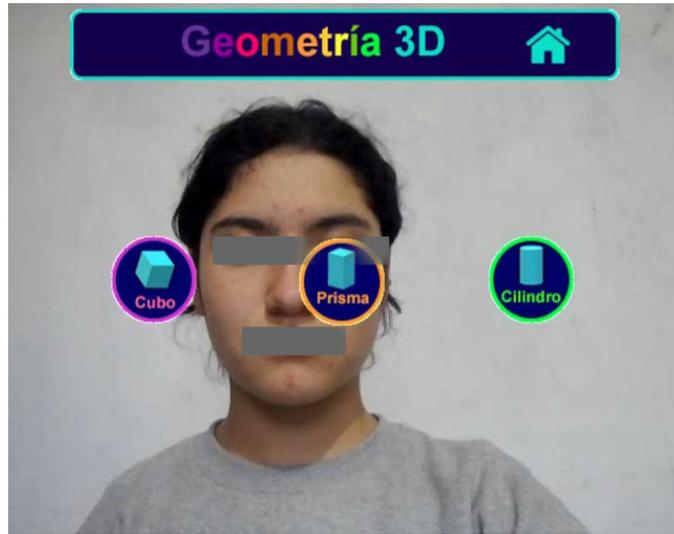


Figura 3.9: Menú segundo nivel



Figura 3.10: Menú tercer nivel



Figura 3.11: Pintando caras del cubo

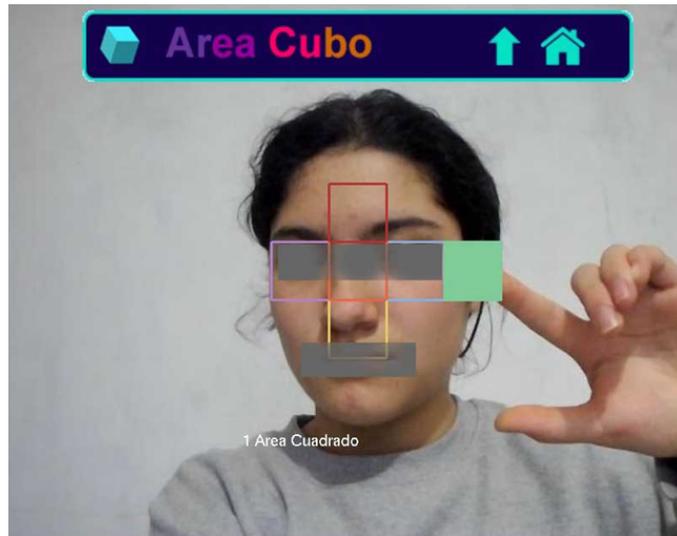


Figura 3.12: Área del cubo



(b) Cubo

Al seleccionar la opción área del menú de segundo nivel del cuerpo geométrico cubo, se construye el cubo vacío en modo presentación, en una de las vistas se muestra el perímetro de las seis caras que forman el cubo. El estudiante pinta las caras del cubo con el gesto señalar y al mismo tiempo el prototipo muestra el número de caras pintadas (Figura 3.11).

Al pintarse todas las caras del cubo se visualiza el cubo en su forma superficial. El prototipo muestra el área del cubo igual al área de los seis cuadrados pintados. A medida que el estudiante abre o cierra la mano, el cubo se abre o cierra al mismo tiempo (Figura 3.12). Al cerrar completamente la mano, el cubo se cierra y el alumno puede relacionar la vista geométrica con la fórmula del área del cubo.

Al seleccionar la opción volumen del cubo, se construye el cuerpo geométrico cubo sólido. En una de las presentaciones a partir de la cara base del cubo se puede simular la construcción del cubo por extrusión mediante el gesto abrir mano y cerrar mano (Figura 3.13). En una de las presentaciones de la opción volumen del cuerpo geométrico cubo, se puede visualizar la simulación de la construcción del cubo. El cubo se visualiza como la suma de cubos de una unidad cúbica, dado el ingreso de la longitud de la arista mediante el gesto de mano ingreso de

Figura 3.13: Cubo por extrusión

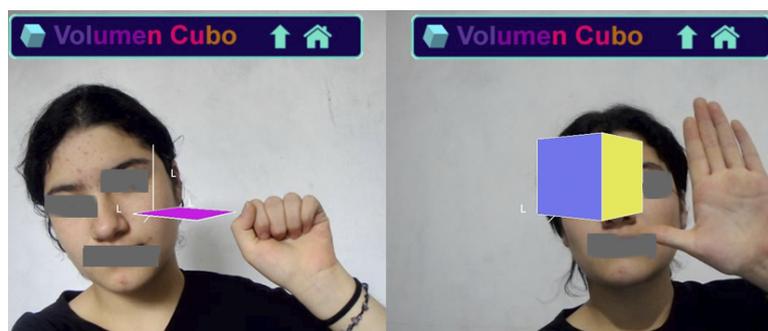


Figura 3.14: Volumen del cubo dada su arista



valor entero. El estudiante puede relacionar la vista geométrica con la fórmula del volumen del cubo (Figura 3.14).

(c) Prisma

Al seleccionar la opción área del menú del cuerpo geométrico prisma, se construye el prisma vacío en modo presentación, en una de las vistas de la presentación se muestra el perímetro de los seis rectángulos que forman el prisma. El estudiante pinta las caras del prisma con el gesto señalar y al mismo tiempo el prototipo muestra el número de caras pintadas (Figura 3.15). Al pintarse todas las caras del prisma se visualiza el prisma en su forma superficial. El prototipo muestra el área del prisma igual al área de los seis rectángulos pintados. A medida que el estudiante abre o cierra la mano, el prisma se abre o cierra al mismo tiempo (Figura 3.16). Al cerrar completamente la mano, el prisma se cierra y el alumno puede relacionar la vista geométrica con la fórmula del área del prisma.

Al seleccionar la opción volumen del prisma, se construye el cuerpo geométrico prisma sólido. En una de las presentaciones a partir de la cara base del prisma se puede simular la construcción del prisma por extrusión mediante el gesto abrir mano y volver a la vista de la base del prisma mediante el gesto cerrar mano (Figura 3.17). En una de las presentaciones de la opción volumen del cuerpo geométrico prisma, se puede visualizar la simulación de la construcción del prisma como la suma de cubos de una unidad cúbica, dado el ingreso de una de sus aristas (Figura 3.18). El estudiante puede relacionar la vista geométrica con la fórmula del volumen del prisma.

Figura 3.15: Pintado caras de prisma

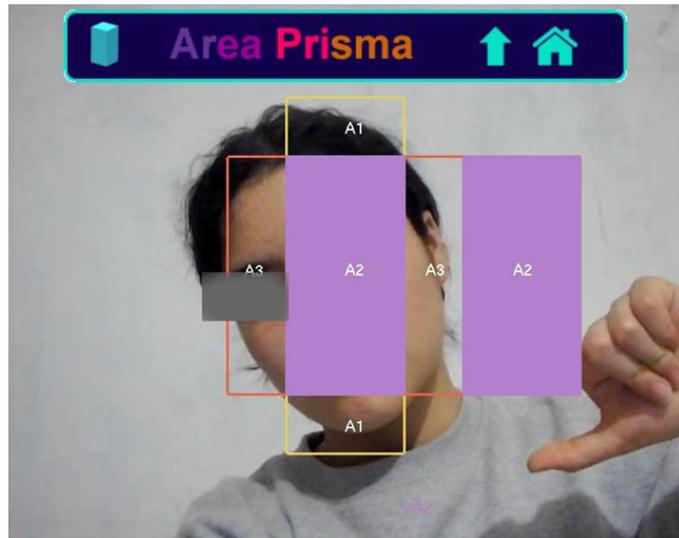


Figura 3.16: Área del prisma



Figura 3.17: Prisma por extrusión

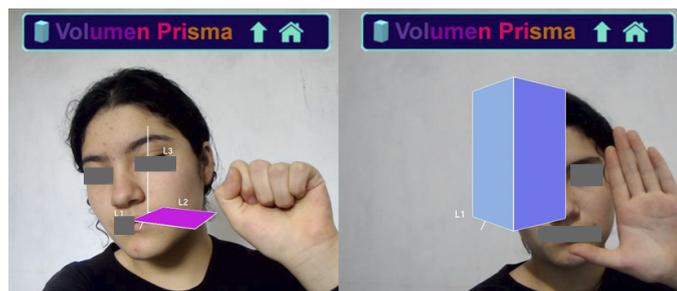


Figura 3.18: Volumen del prisma, ingreso de una arista

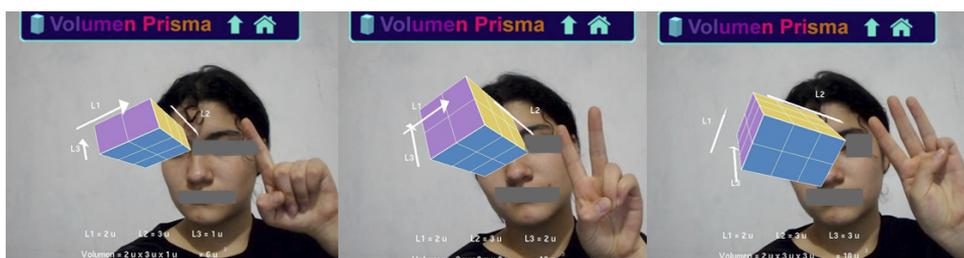


Figura 3.19: Pintando área del cilindro



Figura 3.20: Área del cilindro



(d) Cilindro

Al seleccionar la opción cilindro del primer menú, el prototipo muestra el menú de segundo nivel para seleccionar las opciones de área y volumen del cuerpo geométrico. Al seleccionar la opción área del menú del cuerpo geométrico cilindro, se construye el cilindro vacío en modo presentación, en una de las vistas de la presentación se muestra el perímetro de los dos círculos y un rectángulo que forman la superficie del cilindro. El estudiante pinta el área de los círculos y el rectángulo con el gesto señalar y al mismo tiempo el prototipo muestra la fórmula del área de la figura geométrica correspondiente (Figura 3.19). Al pintarse las áreas de los círculos y del rectángulo que forman el cilindro, el prototipo muestra la fórmula del área del cilindro como la suma de las áreas de los círculos y el rectángulo. A medida que el estudiante abre o cierra la mano, el cilindro se abre o cierra al mismo tiempo (Figura 3.20). Al cerrar completamente la mano, el cilindro se cierra y el alumno puede relacionar la vista geométrica con la fórmula del área del cilindro.

Al seleccionar la opción volumen del cilindro, se construye el cuerpo geométrico cilindro sólido. En una de las presentaciones de la opción volumen del cuerpo geométrico cilindro, se puede construir el cilindro por extrusión a partir de la

Figura 3.21: Cilindro por extrusión

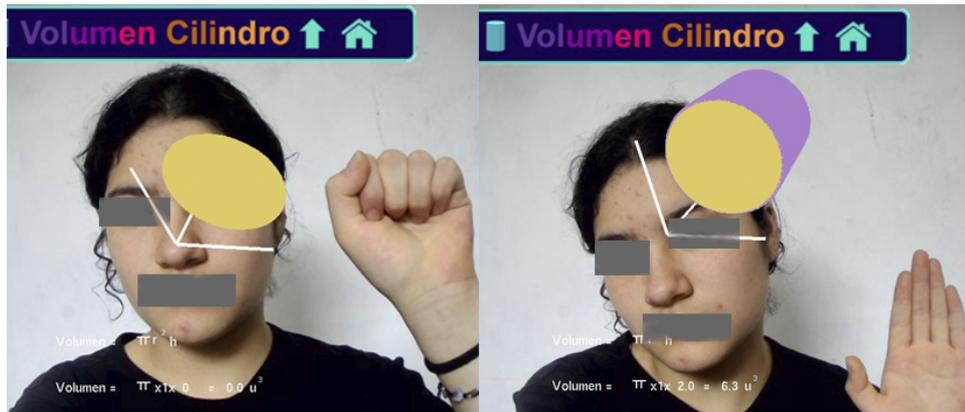


Figura 3.22: Volumen cilindro dado el radio



superficie circular de su base, mediante el gesto abrir mano y cerrar mano. Al mismo tiempo el prototipo mostrará la fórmula del volumen del cilindro (Figura 3.21). En una de las presentaciones de la opción volumen del cuerpo geométrico cilindro, al ingresar la longitud del radio por medio del gesto ingreso de valor entero, se puede visualizar el volumen del cilindro en su vista geométrica y su fórmula algebraica correspondiente. Se puede visualizar que el volumen del cilindro varía al variar su respectivo radio (Figura 3.22).

3.6. Verificación de los Aprendizajes

Para verificar si hubo una diferencia significativa en los exámenes antes y después de utilizar el prototipo se realizó la prueba estadística *t - student*.

3.6.1. Ambiente para la Prueba Estadística

El experimento se realizó en la Institución Educativa de mujeres Inmaculada, ubicada en el distrito de Curahuasi, provincia de Abancay, departamento de Apurimac. La institución educativa tiene tres secciones para el primer año de secundaria. La sala

de cómputo cuenta con nueve *laptop* marca *lenovo* de procesador *core i5* 6200U, de 2.3 GHz, RAM de 4.0 GB.

3.6.2. Ejecución de la Prueba Estadística

Participaron estudiantes de la sección *C* del primer año de secundaria, con una edad promedio de trece años. La sección cuenta con 20 estudiantes, 10 de las cuales formaron el grupo experimental y 10 el grupo de control, ambos grupos se seleccionaron aleatoriamente.

A todas las estudiantes se les tomó un primer examen pre experimental de geometría 3D con una duración de 20 minutos. Las estudiantes del grupo experimental pasaron a la sala de cómputo luego del primer examen donde se realizó una capacitación para la interacción con el prototipo durante 15 minutos, posteriormente utilizaron el prototipo durante 40 minutos. Finalmente, a ambos grupos se les tomó un segundo examen post experimental de geometría 3D durante 20 minutos y al grupo experimental una encuesta de satisfacción de 10 minutos.

El primer y segundo examen se elaboraron considerando los ejercicios de los textos de matemática del primer año de secundaria, rutas de aprendizaje y orientaciones para las evaluaciones de las competencias matemáticas del Ministerio de Educación del Perú. Así mismo fueron verificadas por un docente especialista en el área. Los exámenes tuvieron nueve preguntas, con una calificación máxima de 20 puntos, se consideró preguntas sobre área y volumen de los cuerpos geométricos cubo, prisma y cilindro.

3.6.3. Resultados de la Prueba Estadística

Las notas del primer y segundo examen del grupo de control se muestran en el Cuadro 3.8. Tres estudiantes mejoraron sus notas, tres obtuvieron la misma nota en ambos exámenes, tres disminuyeron sus notas y una estudiante no obtuvo puntaje en ningún examen.

La Figura 3.23 muestra las notas presentadas en el Cuadro 3.9. Se utilizó el gráfico de barras para comparar las notas obtenidas en el primer y segundo examen. Se puede observar que las notas del primer y segundo examen de cada estudiante no varía significativamente en la mayoría de ellas.

Las notas obtenidas en el primer y segundo examen para el grupo experimental se muestran en el Cuadro 3.9. Siete estudiantes mejoraron su nota, una estudiante obtuvo la misma nota, una estudiante disminuyó su nota y una estudiante no obtuvo puntaje en ningún examen.

La Figura 3.24 muestra las notas obtenidas en el Cuadro 3.9. Se utilizó el gráfico de barras para comparar las notas obtenidas en el primer y segundo examen. Se puede

Alumnos	Primer examen	Segundo examen
1	6	9
2	5	5
3	6	6
4	8	9
5	3	4
6	5	5
7	4	0
8	5	3
9	0	0
10	9	8

Cuadro 3.8: Notas grupo de control.

Alumnos	Primer examen	Segundo examen
1	9	7
2	3	11
3	7	9
4	5	8
5	5	7
6	11	15
7	5	6
8	0	0
9	0	6
10	7	7

Cuadro 3.9: Notas grupo experimental.

observar que las notas del segundo examen tienden a aumentar respecto al primero.

Los resultados de los estadísticos para el primer y segundo examen del grupo de control se muestran en el Cuadro 3.10. Se puede observar que el promedio de notas del segundo examen disminuye en 0.2 puntos respecto al promedio de notas del primer examen. Tres alumnas obtuvieron la nota de cinco, siendo esta nota la de mayor frecuencia en ambos exámenes. Existe una mayor dispersión de notas respecto al promedio en el segundo examen. La nota más alta fue de nueve y la menor de cero para ambos exámenes.

Los resultados de los estadísticos para el primer y segundo examen del grupo experimental se muestran en el Cuadro 3.11. Se puede observar que el promedio de notas del segundo examen aumentó en 2.4 puntos respecto al promedio de notas del primer examen. Tres alumnas obtuvieron cinco, siendo esta nota la de mayor frecuencia en el primer examen. Tres alumnas obtuvieron siete, siendo esta nota la de mayor frecuencia en el segundo examen. Existe una mayor dispersión de notas respecto al

Figura 3.23: Comparación de notas grupo control

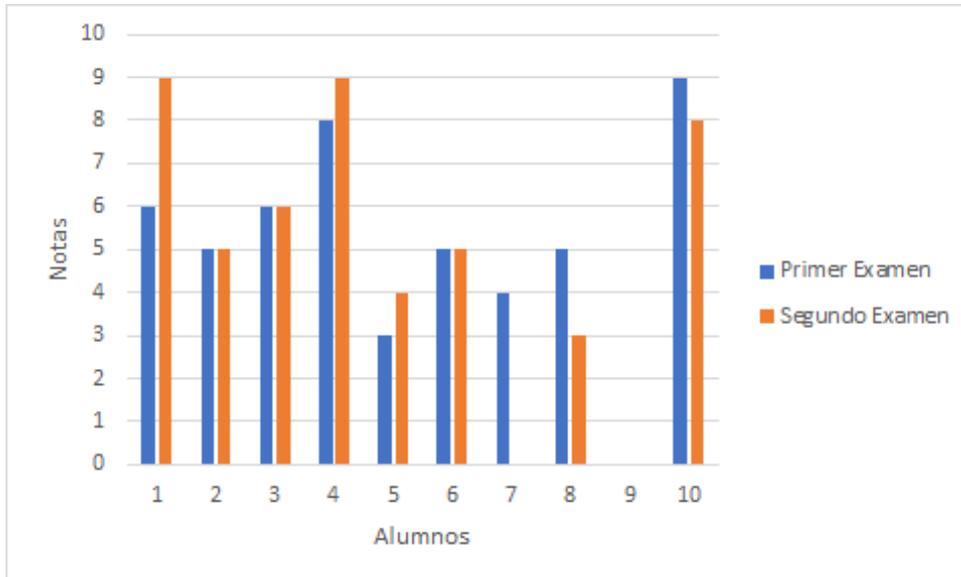
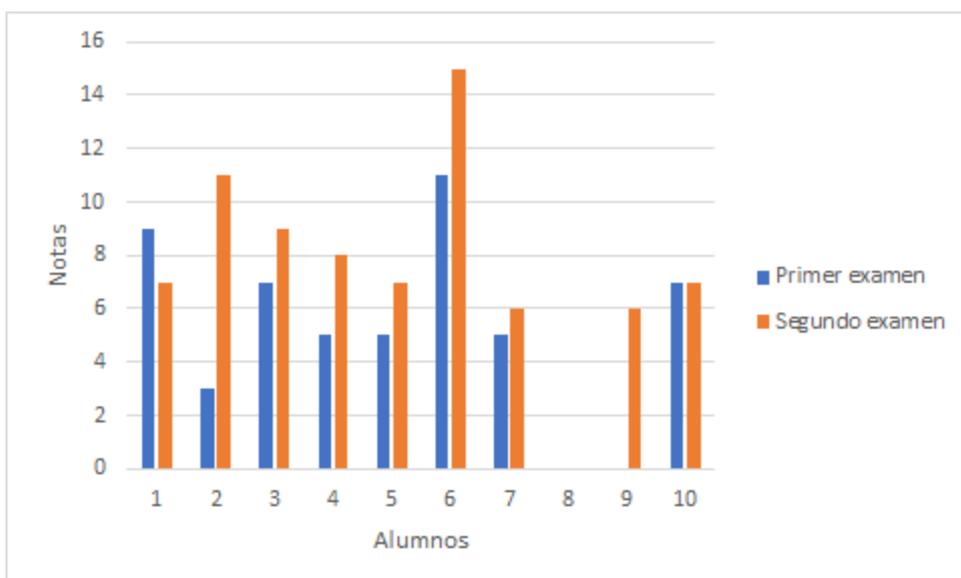


Figura 3.24: Comparación de notas grupo experimental



Estadístico	Primer examen	Segundo examen
media	5.1	4.9
mediana	5.0	5.0
moda	5	5
varianza	6.32	10.8
desv. standar	2.51	3.28
máximo	9	9
mínimo	0	0

Cuadro 3.10: Estadísticos grupo control.

promedio en el segundo examen. La nota más alta fue 11 en el primer examen, 15 en el segundo examen y la menor nota fue cero para ambos exámenes.

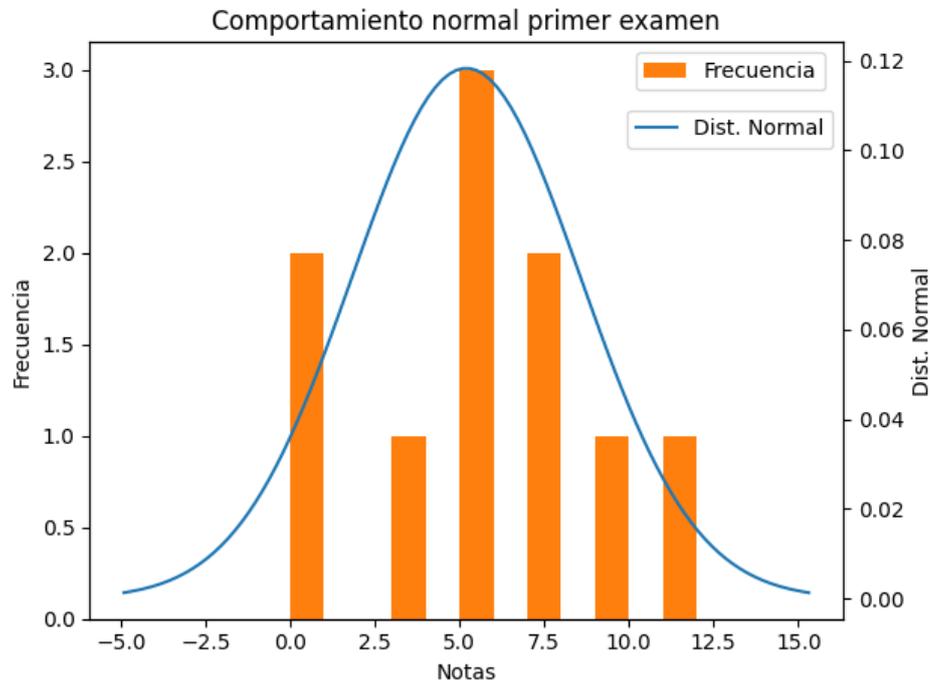
Estadístico	Primer examen	Segundo examen
media	5.2	7.6
mediana	5.0	7.0
moda	5	7
varianza	12.6	14.7
desv. standar	3.55	3.84
máximo	11	15
mínimo	0	0

Cuadro 3.11: Estadísticos grupo experimental.

3.6.4. Validación de Resultados de la Prueba Estadística

Para verificar si el incremento en el promedio de las notas del segundo examen respecto del primero fue significativo se realizó la prueba estadística *t - student* para muestras pareadas, en el grupo experimental. Se seleccionó esta prueba estadística para muestras pareadas ya que el mismo grupo de estudiantes fue evaluado en dos tiempos diferentes y las notas de los estudiantes corresponden a variables numéricas. Primeramente se verificó que las notas del primer y segundo examen se ajustaran a una distribución normal para ello se aplicó la prueba de normalidad *Shapiro Wilks* utilizada para muestras menores a 50 elementos. Luego de verificar la normalidad de los datos (Figura 3.25) y (Figura 3.26) se planteó la hipótesis nula y alternativa para la prueba *t - student*. Hipótesis nula: el promedio de las notas del primer examen es mayor o igual al promedio de las notas del segundo examen (no existe una mejora significativa en los aprendizajes después de utilizar el prototipo). Hipótesis alternativa: el promedio de las notas del primer examen es menor al promedio de las notas del segundo examen (si existe mejora significativa en los aprendizajes después de utilizar el prototipo). La probabilidad para esta prueba es 0.0159, menor a la probabilidad de significancia de 0.05 por lo que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa. El promedio

Figura 3.25: Frecuencia y distribución primer examen grupo experimental



de las notas del segundo examen es significativamente mayor al promedio de las notas del primer examen.

Las Figuras 3.25 y 3.26 muestran la frecuencia y distribución de notas para el primer y segundo examen del grupo experimental. Se utilizó el gráfico de doble eje de histogramas y distribución para visualizar la naturaleza de la distribución de datos. Se puede observar que la frecuencia de las notas se ajusta a una distribución normal.

A las estudiantes del grupo experimental se les realizó una encuesta de satisfacción sobre el uso del prototipo, como se detalla a continuación:

- Pregunta sobre la facilidad de realizar gestos manuales para manipular los cuerpos geométricos, seis estudiantes manifestaron tener facilidad, tres estudiantes manifestaron tener regular facilidad y para una estudiante no era fácil (Figura 3.27).
- Pregunta sobre la facilidad para interactuar con el prototipo, cuatro estudiantes manifestaron tener facilidad, cuatro estudiantes manifestaron tener regular facilidad, una estudiante manifestó no tener facilidad y una estudiante no contestó (Figura 3.28).
- Pregunta sobre el entendimiento de los conceptos de área y volumen de los cuerpos geométricos, seis estudiantes manifestaron entender, tres estudiantes manifestaron entender regularmente y una estudiante manifestó no entender (Figura 3.29).

Figura 3.26: Frecuencia y distribución segundo examen grupo experimental

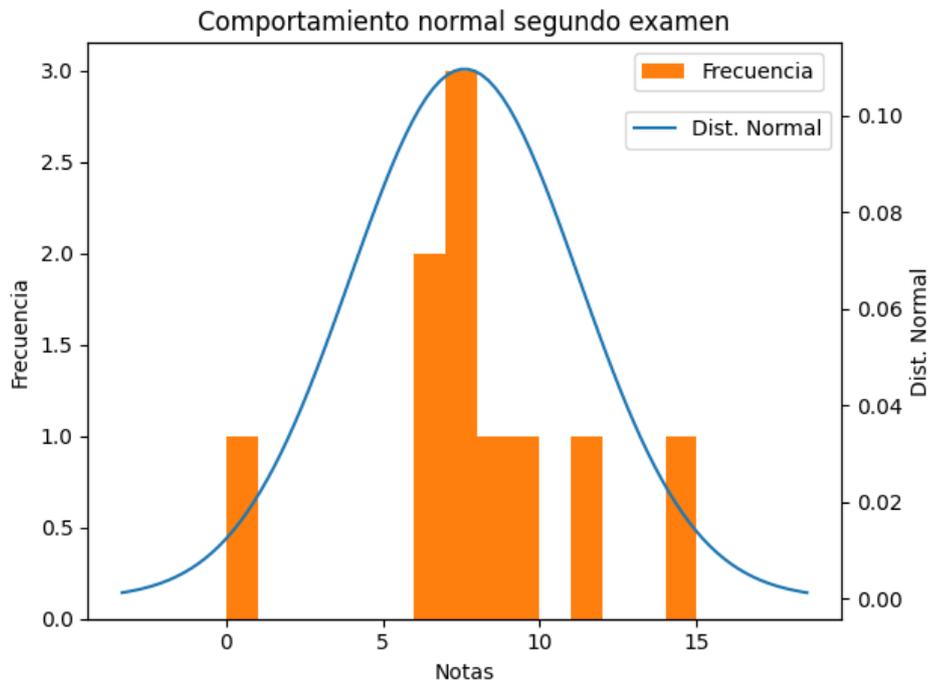


Figura 3.27: Facilidad al realizar gestos manuales para manipular los cuerpos geométricos

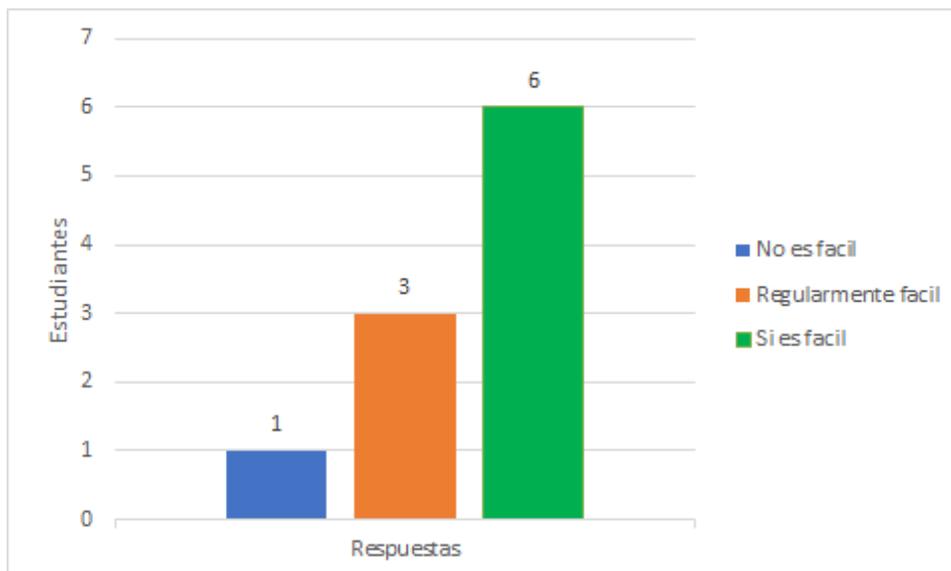


Figura 3.28: Facilidad para interactuar con el prototipo

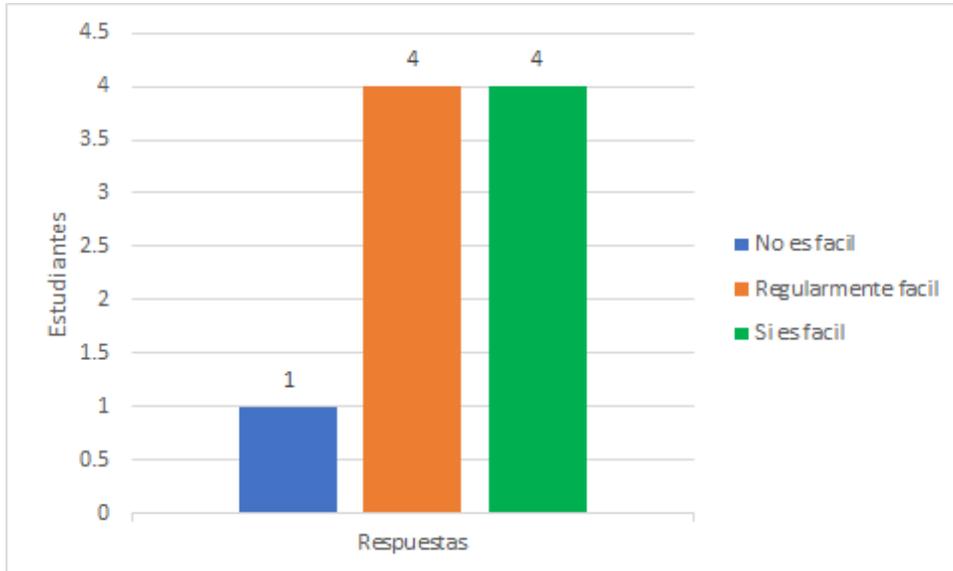


Figura 3.29: Entendimiento de los conceptos de área y volumen de los cuerpos geométricos

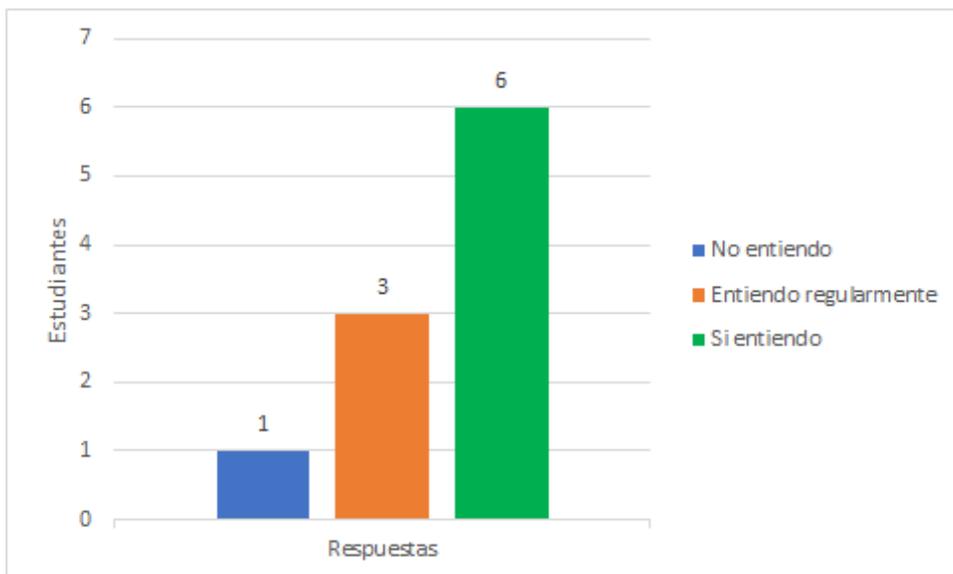
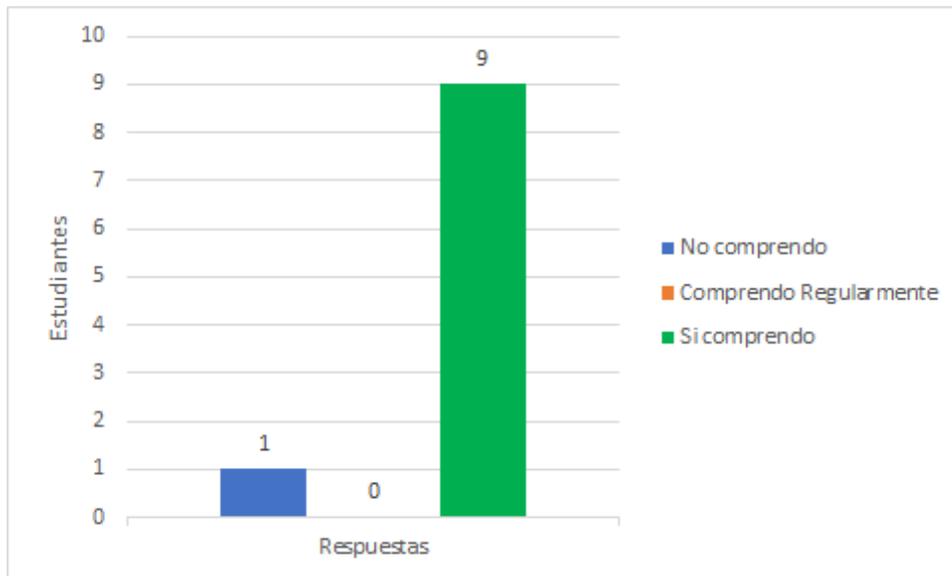
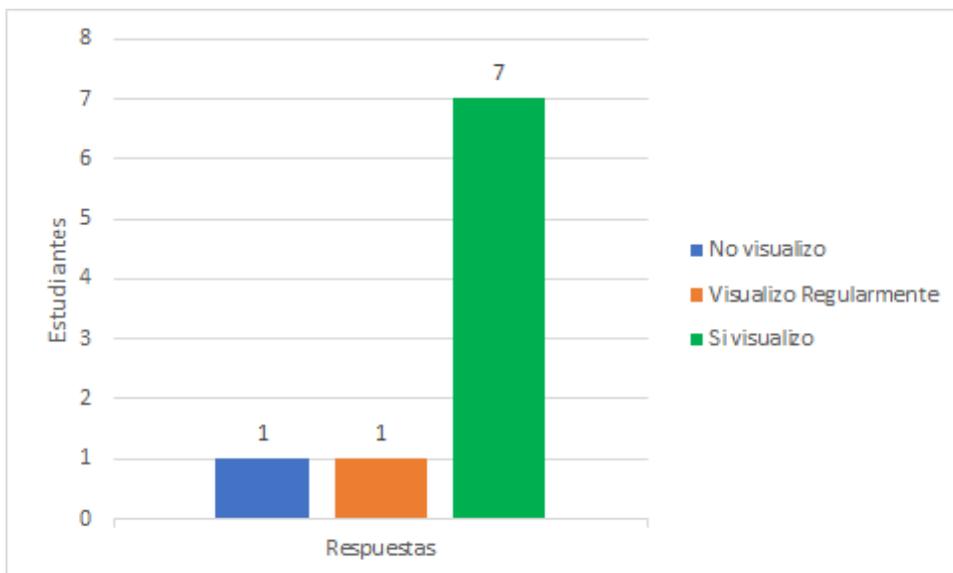


Figura 3.30: Comprensión de fórmulas algebraicas



- Pregunta sobre la comprensión de fórmulas algebraicas, nueve estudiantes manifestaron comprender y una estudiante manifestó no comprender (Figura 3.30).
- Pregunta sobre la visualización de transformaciones de 2D a 3D, siete estudiantes manifestaron visualizar las transformaciones, una estudiante manifestó visualizar regularmente, una estudiante no visualizó las transformaciones y una estudiante no contestó (Figura 3.31).

Figura 3.31: Visualización de transformaciones de 2D a 3D



Capítulo 4

Discusión de Resultados

Para el objetivo específico, diseñar gestos manuales para manipular los cuerpos geométricos se tiene como resultado gestos abrir y cerrar mano, gesto señalar, gesto ingreso de valor entero. Estos gestos se diseñaron para no generar cansancio y sean fáciles de utilizar, algunos de ellos fueron validados por los estudiantes. Los gestos utilizados son similares a los utilizados en los trabajos de ([Kim et al. \(2013\)](#); [Lakshmi et al. \(2016\)](#); [Le & Kim \(2017\)](#)). Se consideraron las recomendaciones de diseño de gestos en entornos educativos del estudio de [Erazo & Pico \(2014\)](#) quienes señalan utilizar una cantidad próxima a siete que soporta la memoria de trabajo de una persona, diseñar gestos que no generen fatiga y probarlas con usuarios.

Para el objetivo específico, diseñar actividades didácticas para el aprendizaje de geometría 3D, se tiene como resultado actividades didácticas de: transformación de la vista superficial a volumétrica y viceversa, construcción progresiva de los cuerpos geométricos y relacionarlos con la fórmula del área y volumen para los cuerpos geométricos cubo, prisma y cilindro. Las actividades didácticas mencionadas están basadas en el diseño curricular nacional del Ministerio de Educación del Perú, para el primer año de secundaria. Coinciden con el trabajo de [Le & Kim \(2017\)](#) que considera en sus actividades de aprendizaje la transformación y construcción de las formas geométricas y el trabajo de [Lakshmi et al. \(2016\)](#) en el cual se rediseñaron las actividades para la construcción de figuras 3D a partir de figuras 2D y 3D básicas. Las actividades de aprendizaje fueron diseñados para un aprendizaje por experiencia y manipulación de los cuerpos geométricos en tiempo real. Estos resultados son respaldados por los estudios de [Gros Salvat et al. \(2002\)](#) quienes afirman que el conocimiento se adquiere al experimentar y se adquiere a través de la significancia de las interacciones. [Treceño Cordero et al. \(2019\)](#) afirma que las actividades matemáticas desarrolladas por medio de un sistema geométrico dinámico basados en la experiencia y la observación facilitan a los alumnos medir y manipular los objetos geométricos realizando conjeturas y haciendo uso de su imaginación. Para [Portugal Ávalos \(2015\)](#) cuando la geometría se muestra de una manera dinámica el estudiante tiene una visión mas general y no solo una visión particular del cuerpo geométrico.

Para el objetivo específico diseñar la arquitectura del prototipo, se tiene como

resultado una arquitectura enfocada en la interacción a través de gestos de la mano utilizando sólo una cámara RGB a diferencia de los trabajos de ([Kim et al. \(2013\)](#); [Lakshmi et al. \(2016\)](#); [Le & Kim \(2017\)](#)) que utilizan un dispositivo adicional para el reconocimiento de gestos como los dispositivos Microsoft Kinect y Leap Motion. La arquitectura del prototipo se compone de tecnologías de visión artificial OpenCV, generador de gráficos OpenGL y reconocimiento de gestos MediapipeHands.

Para el objetivo específico verificar los aprendizajes de geometría 3D, se realizó una evaluación de los aprendizajes y una encuesta de satisfacción sobre el uso del prototipo y comprensión de las actividades didácticas. Los resultados de la evaluación mostraron que la mayoría de estudiantes mejoraron sus aprendizajes y la encuesta de satisfacción mostró que los estudiantes tuvieron facilidad al interactuar con el prototipo y comprendieron los conceptos de geometría 3D. Estos resultados coinciden con el trabajo de [Cao & Liu \(2019\)](#), en el cual se realizó una evaluación antes y después de utilizar la aplicación, las notas de la segunda evaluación mejoraron, así mismo se indica que los estudiantes estuvieron de acuerdo con el diseño del sistema y mejoraron sus aprendizajes de manera intuitiva y natural. Adicionalmente se aplicó la prueba estadística t student para muestras pareadas en la cual se demuestra que los estudiantes tuvieron un aprendizaje significativo.

Para el objetivo general desarrollar un prototipo de sistema basado en gestos de la mano intuitivo y natural para favorecer el aprendizaje de geometría 3D en estudiantes de nivel secundario. Según la encuesta de satisfacción realizada el prototipo es fácil de utilizar y se observó que es motivadora coincidente con el trabajo de [Le & Kim \(2017\)](#). Ellos realizaron un análisis comparativo de su sistema con los *softwares* de geometría dinámica Geogebra y Cabri, teniendo como resultando ser más intuitivo y fácil de utilizar. En concordancia con los estudios de [Erazo & Pico \(2014\)](#) quienes afirman que las interfaces gestuales son útiles y motivadoras, así mismo la utilización de gestos de la mano tiene ventajas para el aprendizaje como lo afirma [Valenzuela et al. \(2020\)](#)

Conclusiones

1. Se ha desarrollado un prototipo de sistema basado en gestos de la mano intuitivo y natural para el aprendizaje de geometría 3D en estudiantes de nivel secundario. La utilización del prototipo tiene ventajas para el aprendizaje, la interacción es atractiva y motivadora superando las dificultades que se tienen en una enseñanza tradicional basadas en pizarras, libros y cuadernos. No se requieren tener conocimientos de computación básica para la interacción.
2. Se ha diseñado gestos de la mano para la interacción con el prototipo que tienen ventajas para el aprendizaje. Intuitivos y naturales, que no generen cansancio en los estudiantes y que en cantidad de gestos son 9 adecuadas para que los estudiantes puedan recordarlos.
3. Se ha logrado implementar actividades de aprendizaje diseñadas para un aprendizaje por experiencia enfocado en geometría dinámica y basadas en el diseño curricular nacional del Ministerio de Educación del Perú.
4. Se ha integrado tecnologías de visión artificial, seguimiento de manos y generación de gráficos por computadora para implementar la arquitectura del prototipo. Estas tecnologías consumen recursos computacionales básicos y requiere solo de una cámara *RGB* para reconocer los gestos manuales, lo cual facilita que se implemente en Instituciones Educativas públicas de nuestras regiones.
5. Se ha verificado que el prototipo ha mejorado los aprendizajes de geometría 3D en estudiantes de nivel secundario. Lo que se demostró en evaluaciones que los estudiantes rindieron después de utilizar el prototipo, donde se evidencia una mejora significativa en sus aprendizajes. Así mismo los estudiantes afirmaron tener una mejor comprensión de los conceptos, propiedades y fórmulas algebraicas de los cuerpos geométricos.

Recomendaciones

1. Diseñar actividades de aprendizaje orientadas a gamificación para ser más atractivas y motivadoras para los estudiantes.
2. Realizar pruebas de usabilidad mas profundas para perfeccionar la interacción con el prototipo.
3. Desarrollar el sistema en plataforma web para ser mas accesible a los estudiantes.
4. Diseñar las sesiones de aprendizaje con participación de docentes especialistas en el área para que las implementaciones de aprendizaje sean más significativas.
5. Validar los instrumentos de aplicación con expertos para las evaluaciones de conocimientos de geometría 3D y encuestas de satisfacción sobre el uso del prototipo.
6. Incluir actividades de aprendizaje de otros cuerpos geométricos como pirámides, conos y esferas, así como actividades de aprendizaje sobre sus propiedades y elementos.

Apéndices

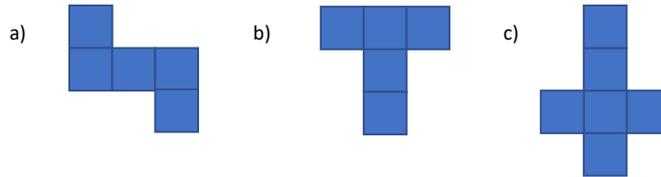
Apéndice A

**Primer Examen - Pre Experimental y
Segundo Examen - Post Experimental**

Figura A.1: Primer examen página 1, grupo control

Test 1C

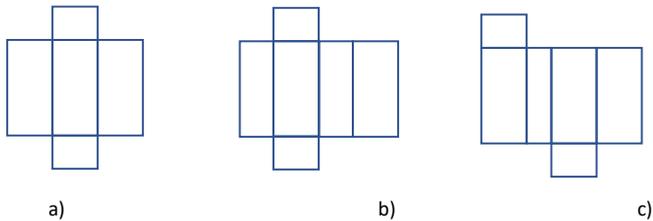
1 ¿Con cuál de las siguientes figuras se puede formar un cubo?



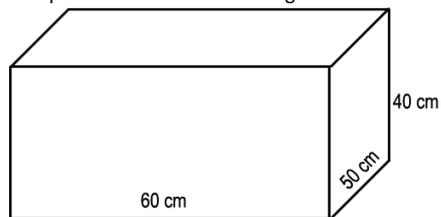
2 Una vidriería fabrica peceras de vidrio de forma cúbica, si se tiene 12 láminas de vidrio cuadradas ¿cuántas peceras podrá armar con las láminas?

3 Juanito tiene varios cubos de plástico de 1cm^3 , si con ellos arma un cubo de 2cm de lado. ¿Cuántos cubos necesitará?

4 Con que figura se forma un prisma rectangular:



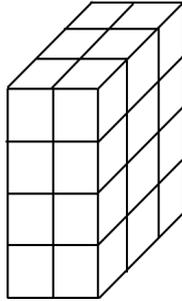
5 Una pecera de vidrio tiene las siguientes medidas



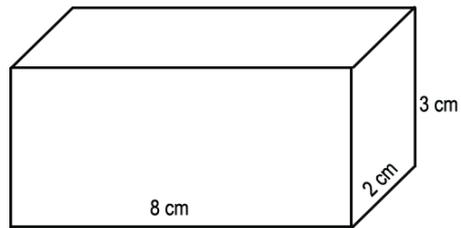
¿Cuántos cm de largo y ancho debe tener la tapa de la pecera?

Figura A.2: Primer examen página 2, grupo control

- 6 ¿Cuántos cubos tiene la siguiente figura?



- 7 Anita desea preparar bocaditos de queso para el cumpleaños de su hermana, los cuales debe ser de 1cm^3 , si el queso tiene las medidas que se muestran en la figura ¿Cuántos bocaditos podra preparar?

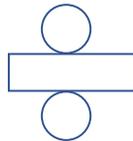


- 8 ¿Con qué figura se forma un cilindro?

a)



b)



c)



- 9 En una planta procesadora de gaseosa se desea construir envases cilíndricos para distribuir la gaseosa. Si la longitud de la circunferencia es $2\pi r$ cm ¿cuánto de largo tendrá la etiqueta de la lata? $r=3$

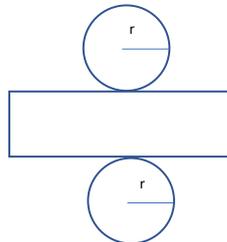
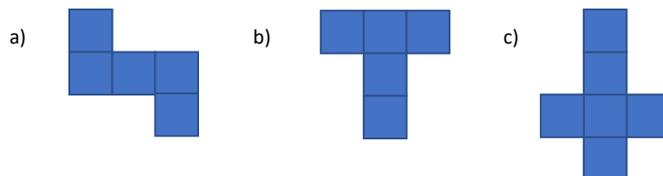


Figura A.3: Primer examen página 1, grupo experimental

Test 1E

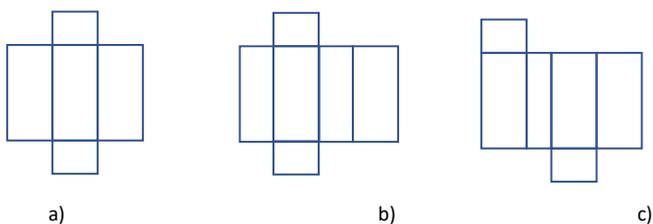
1 ¿Con cuál de las siguientes figuras se puede formar un cubo?



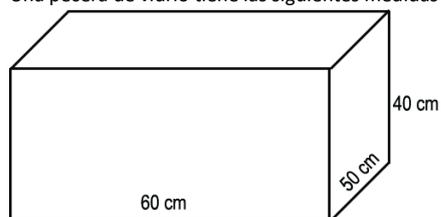
2 Una vidriería fabrica peceras de vidrio de forma cúbica, si se tiene 12 láminas de vidrio cuadradas ¿cuántas peceras podrá armar con las láminas?

3 Juanito tiene varios cubos de plástico de 1cm^3 , si con ellos arma un cubo de 2cm de lado. ¿Cuántos cubos necesitará?

4 Con que figura se forma un prisma rectangular:



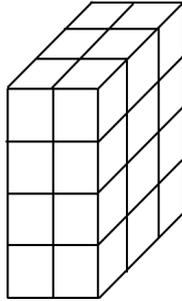
5 Una pecera de vidrio tiene las siguientes medidas



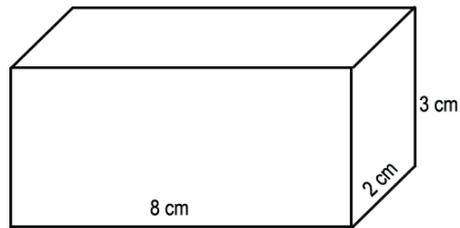
¿Cuántos cm de largo y ancho debe tener la tapa de la pecera?

Figura A.4: Primer examen página 2, grupo experimental

- 6 ¿Cuántos cubos tiene la siguiente figura?



- 7 Anita desea preparar bocaditos de queso para el cumpleaños de su hermana, los cuales debe ser de 1cm^3 , si el queso tiene las medidas que se muestran en la figura ¿Cuántos bocaditos podra preparar?

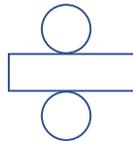


- 8 ¿Con qué figura se forma un cilindro?

a)



b)



c)



- 9 En una planta procesadora de gaseosa se desea construir envases cilíndricos para distribuir la gaseosa. Si la longitud de la circunferencia es $2\pi r$ cm ¿cuánto de largo tendrá la etiqueta de la lata? $r=3$

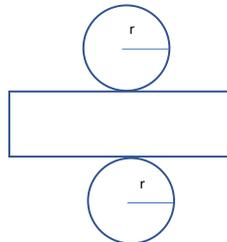
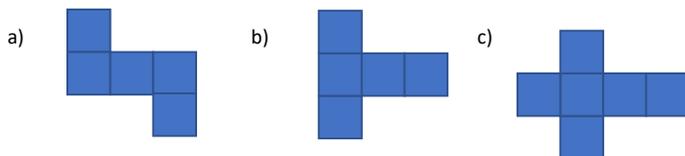


Figura A.5: Segundo examen página 1, grupo control

Test 2C

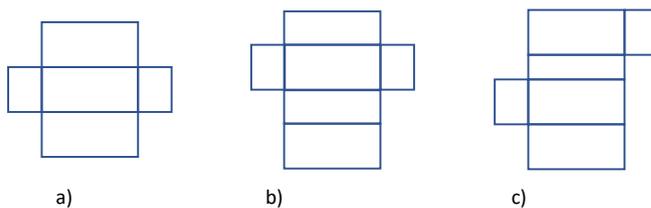
1 ¿Con cuál de las siguientes figuras se puede formar un cubo?



2 A un carpintero le solicitan armar cajas de madera de forma cúbica, si tiene 18 láminas cuadradas. ¿Cuántos cajas de madera podrá armar con las láminas que tiene?

3 En una tienda distribuidora de cubos mágicos, se empacan los cubos mágicos de 1 cm^3 en cajas de 3cm de lado para su distribución y venta. ¿Cuántos cubos mágicos puede haber en cada caja?

4 Con que figura se forma un prisma rectangular:



5 Un contenedor tiene las dimensiones que se muestran en la figura siguiente. ¿Cuántos metros cuadrados tendrá la base?

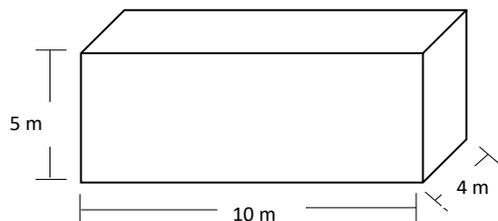
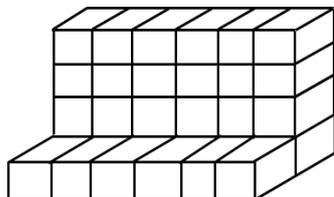
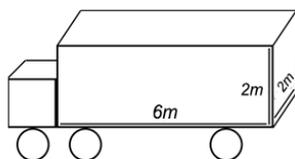


Figura A.6: Segundo examen página 2, grupo control

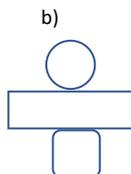
- 6 ¿Cuántos cubos tiene la siguiente figura?



- 7 Un camión de mudanzas como se muestran en la figura, transporta cajas de 1m^3 . ¿Cuál es la mayor cantidad de cajas que podrá transportar?



- 8 ¿Con qué figura se forma un cilindro?



- 9 Una planta procesadora de leche envasa la leche en latas de forma cilíndrica, si la longitud de la circunferencia de la lata mide 6π . ¿Cuánto medirá el largo de la etiqueta de la lata?

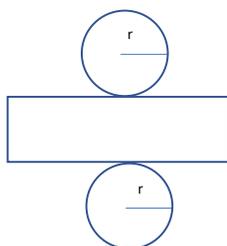
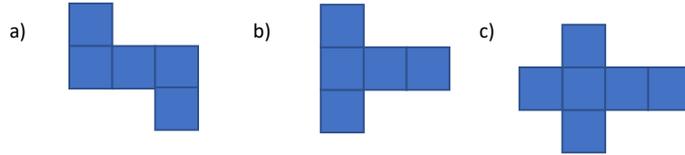


Figura A.7: Segundo examen página 1 , grupo experimental

Test 2E

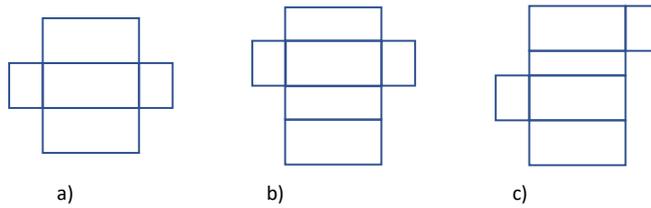
1 ¿Con cuál de las siguientes figuras se puede formar un cubo?



2 A un carpintero le solicitan armar cajas de madera de forma cúbica, si tiene 18 láminas cuadradas. ¿Cuántos cajas de madera podrá armar con las láminas que tiene?

3 En una tienda distribuidora de cubos mágicos, se empacan los cubos mágicos de 1 cm^3 en cajas de 3cm de lado para su distribución y venta. ¿Cuántos cubos mágicos puede haber en cada caja?

4 Con que figura se forma un prisma rectangular:



5 Un contenedor tiene las dimensiones que se muestran en la figura siguiente. ¿Cuántos metros cuadrados tendrá la base?

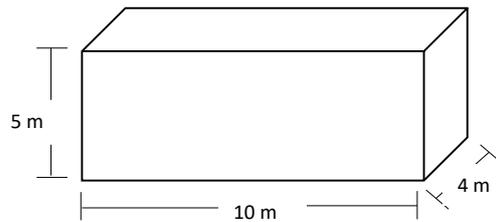
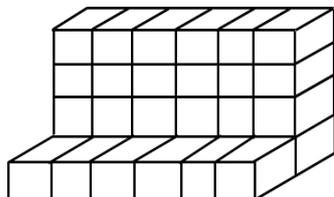
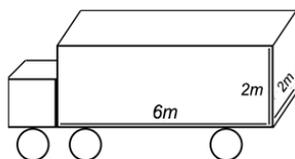


Figura A.8: Segundo examen página 2, grupo experimental

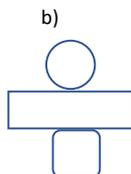
- 6 ¿Cuántos cubos tiene la siguiente figura?



- 7 Un camión de mudanzas como se muestran en la figura, transporta cajas de 1m^3 . ¿Cuál es la mayor cantidad de cajas que podrá transportar?



- 8 ¿Con qué figura se forma un cilindro?



- 9 Una planta procesadora de leche envasa la leche en latas de forma cilíndrica, si la longitud de la circunferencia de la lata mide 6π . ¿Cuánto medirá el largo de la etiqueta de la lata?

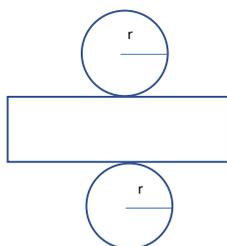


Figura A.9: Encuesta de satisfacción

Preguntas de experiencia del estudiante al utilizar el prototipo de sistema basado en gestos de la mano para el aprendizaje de geometría 3D en estudiantes de nivel secundario.

¿Es fácil realizar los gestos manuales para manipular los cuerpos geométricos?

¿Es fácil interactuar con la aplicación?

¿Le ha ayudado a entender los conceptos de área y volumen de los cuerpos geométricos?

¿Le ayuda a comprender las fórmulas algebraicas?

¿Puede visualizar las transformaciones de 2 Dimensiones a 3 Dimensiones?

Apéndice B

Experimentación

Figura B.1: Primer examen



Figura B.2: Capacitación



Figura B.3: Experimentación



Figura B.4: Carta de presentación a Institución Educativa

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

<ul style="list-style-type: none">• APARTADO POSTAL N° 921 - Cusco - Perú• FAX: 238156-238173-222512• RECTORADO Calle Tigre N° 127 Teléfonos: 222271 - 224881 - 25398	<ul style="list-style-type: none">• CIUDAD UNIVERSITARIA Av. De la Cultura N° 733 - Teléfonos: 228661 - 222512 - 232370 - 232375 - 252210• CENTRAL TELEFONICA: 232398 - 252210 - 243835 - 243836 - 243837 - 243838• LOCAL CENTRAL Plaza de Armas s/n Teléfonos: 222271 - 224881 - 25398	<ul style="list-style-type: none">• MUSEO INKA Cuesta del Almirante N° 103 - Teléfono: 237380• CENTRO AGRONÓMICO DE K'AYRA San Jerónimo s/n Cusco- Teléfonos: 277145-277246• COLEGIO "FORTUNATO L. HERRERA" Av. De la Cultura N° 721 "Estadio Universitario" - Teléfono: 227192
---	---	---

CARTA DE PRESENTACIÓN PARA REALIZAR EXPERIMENTACIÓN DE SOFTWARE CON ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Cusco, 02 de abril del 2024

SEÑOR(A):

MARCO IVAN NINAJA CHALLCO

DIRECTOR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA INMACULADA.

PRESENTE. -

Previo un atento saludo, por intermedio de la presente yo **MGT. HARLEY VERA OLIVERA**, docente de la **ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA INFORMÁTICA Y DE SISTEMAS** de la **UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO** y **ASESOR DE LA TESIS** titulada: **"PROTOTIPO DE SISTEMA BASADO EN GESTOS DE LA MANO PARA EL APRENDIZAJE DE GEOMETRÍA 3D EN ESTUDIANTES DE NIVEL SECUNDARIO"** me permito presentar al bachiller **DICK TUPAYACHI TRUJILLO**, con código universitario 990660 de la **ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA INFORMÁTICA Y DE SISTEMAS**, quien desea realizar la experimentación del software en mención con estudiantes del primer año de educación secundaria en la institución Educativa que Ud. representa.

Agradeciendo la atención que brinde a la presente, y reiterándole mis cordiales saludos quedo de Ud.

Atentamente.

Mgt. Harley Vera Olivera

Docente de la E.P. de Ingeniería Informática y de Sistemas

Bibliografía

- 2023 (march). *Guía de detección de puntos de referencia en la mano*. Accedido: 2024-07-18.
- Battista, MT. 2007. The development of geometric and spatial thinking. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning/National Council of Teachers of Mathematics*.
- Cao, Rui, & Liu, Yue. 2019. Hand ControlAR: An Augmented Reality Application for Learning 3D Geometry. *Pages 144–149 of: 2019 IEEE International Symposium on Mixed and Augmented Reality Adjunct (ISMAR-Adjunct)*.
- Cortés-Rico, Laura, & Piedrahita-Solórzano, Giovanni. 2019. Interacciones basadas en gestos: revisión crítica. *TecnoLógicas*, **22**(SPE), 117–130.
- Dickson, Linda, Brown, Margaret, & Gibson, Olwen. 1991. *El aprendizaje de las matemáticas*. Labor Madrid, MEC.
- Erazo, Orlando, & Pico, Roberto. 2014. Interfaces de usuario basadas en gestos manuales sin contacto para la sala de clases: una revisión bibliográfica. *Enfoque UTE*, **5**(4), 34–53.
- Escudero, SG, & García Peña, S. 2008. La enseñanza de la Geometría. *Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación*, **1**, 177.
- Fernández-Nieto, Ever Lafaid. 2018. La geometría para la vida y su enseñanza. *Aibi revista de investigación, administración e ingeniería*, **6**(1), 33–61.
- Gallego, Marta Martín. 2011. Interacción Hombre Máquina, usando gestos en tiempo real.
- Gros Salvat, Begoña, *et al.* 2002. Constructivismo y diseños de entornos virtuales de aprendizaje. *Revista de educación*.
- Kaehler, Adrian, & Bradski, Gary. 2016. *Learning OpenCV 3: computer vision in C++ with the OpenCV library*. .°Reilly Media, Inc.”.
- Kessenich, John, Sellers, Graham, & Shreiner, Dave. 2016. *OpenGL Programming Guide: The official guide to learning OpenGL, version 4.5 with SPIR-V*. Addison-Wesley Professional.

- Kim, Jong-Oh, Kim, Mihye, & Yoo, Kwan-Hee. 2013. Real-time hand gesture-based interaction with objects in 3D virtual environments. *International Journal of Multimedia and Ubiquitous Engineering*, 8(6), 339–348.
- Lakshmi, TG, Narayana, Soumya, Prasad, Prajish, Murthy, Sahana, & Chandrasekharan, Sanjay. 2016. Geometry-via-Gestures: Design of a gesture based application to teach 3D Geometry. *Pages 180–189 of: Proceedings of the 24th international conference on computers in education*. Asia-Pacific Society for Computers in Education Mumbai, India.
- Le, Hong-Quan, & Kim, Jee-In. 2017. An augmented reality application with hand gestures for learning 3D geometry. *Pages 34–41 of: 2017 IEEE International Conference on Big Data and Smart Computing (BigComp)*. IEEE.
- León González Pacheco, Gonzalo. 2019. *La interfaz gestual : análisis formal del gesto como sistema de comunicación en los programas de computadora*. Ph.D. thesis, Universidad Nacional Autónoma de México.
- MINEDU. 2016. *Programa curricular de educación secundaria*. Ministerio de Educación.
- Muntané, Jordi. 2010. Introducción a la Investigación básica. 06.
- Pizarro Canales, Andrea, Caamaño Espinoza, Carlos, & Brieba Brieba, María Carolina. 2021. Didáctica de la matemática para primer ciclo de Educación Básica: Un aporte a la formación continua de profesores: Tomo I.
- Pomboza Junez, Washington Gonzalo, *et al.* 2017. Control y supervisión avanzada de sistemas basados en el uso de interfaces naturales de usuario de tipo Gestual (INU-G).
- Portugal Ávalos, María Teresa. 2015. El cubo y sus elementos: una secuencia didáctica basada en el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes del cuarto grado de educación primaria.
- Purnama, James, Andrew, Daniel, & Galinium, Maulahikmah. 2014. Geometry learning tool for elementary school using augmented reality. *Pages 145–148 of: 2014 International conference on industrial automation, information and communications technology*. IEEE.
- Trecheño Coteró, Leticia, *et al.* 2019. Aspectos necesarios cuando se diseñan actividades para el aprendizaje con geometría dinámica.
- Valenzuela, Javier, Carrión, Daniel Alcaraz, & en Pexels, Foto de Max Fischer. 2020. Cómo los gestos ayudan a aprender (y enseñar) matemáticas.
- Zhang, Fan, Bazarevsky, Valentin, Vakunov, Andrey, Tkachenka, Andrei, Sung, George, Chang, Chuo-Ling, & Grundmann, Matthias. 2020. Mediapipe hands: On-device real-time hand tracking. *arXiv preprint arXiv:2006.10214*.